

**ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКАЯ
ТЕОРИЯ ПРОЦЕССОВ ОБРАБОТКИ
МАТЕРИАЛОВ И ТЕХНОЛОГИИ
МАШИНОСТРОЕНИЯ**

*В десяти томах
под общей редакцией
Ф.В. Новикова и А.В. Якимова*

Том 8

**Оптимизация технологических
процессов в машиностроении**

Одесса 2004

УДК 621. 963

ББК 30.61

Н 73

Рецензенты: докт. техн. наук, проф., зав. кафедрой Одесского Национального политехнического университета Усов А.В.

докт. техн. наук, проф. Национального технического университета «ХПИ» Сизый Ю.А.

докт. техн. наук, проф. Харьковского государственного технического университета сельского хозяйства Коломиец В.В.

Рекомендовано к печати Ученым советом Одесского Национального политехнического университета.

Протокол № 10 от 26 апреля 2002 г.

Авторский коллектив: **Новиков Ф. В.**, д.т.н. – введение, часть 1: гл.2; часть 2: гл.1, 2; **Якимов А. В.**, д.т.н., проф. – часть 1: гл.2; **Новиков Г.В.**, к.т.н. – часть 2: гл.2; **Якимов А. А.**, к.т.н., доц. – часть 1: гл. 2; **Ларшин В.П.**, д.т.н., проф. – часть 1: гл.1, 2; **Кривошопка Ю.Н.**, к.э.н. – часть 2: гл.1; **Проволоцкий А.Е.**, д.т.н., проф. – часть 1: гл.3, часть 2: гл.4; **Ясев А.Г.** – часть 1: гл.3; **Лапшин С.П.** – часть 2: гл.4; **Малыхин В.В.**, к.т.н., доц. – часть 2: гл.3; **Шелковой А.Н.**, к.т.н., доц. – часть 2: гл.5.

Н 73 Физико-математическая теория процессов обработки материалов и технологии машиностроения /Под общей редакцией Ф.В. Новикова и А.В. Якимова. В десяти томах. – Т. 8. “Оптимизация технологических процессов в машиностроении” – Одесса: ОНПУ, 2004.– 509 с.

Рассмотрены основные задачи и методы оптимизации технологических процессов в машиностроении. Приведены результаты оптимизации прогрессивных технологических процессов, даны практические рекомендации.

Для специалистов машиностроительных предприятий, преподавателей и студентов высших учебных заведений.

Ил. 132, табл. 123, библиогр. 410 наим.

Розглянуто основні задачі і методи оптимізації технологічних процесів у машинобудуванні. Приведено результати оптимізації прогресивних технологічних процесів, дані практичні рекомендації.

Для фахівців машинобудівних підприємств, викладачів і студентів вищих навчальних закладів.

Іл. 132, табл. 123, бібліогр. 410 найм.

ББК 30.61

ISBN 966 – 7810 – 33 – X
ISBN 966 – 7810 – 62 – 3

© Новиков Ф.В.
Якимов А.В.
Новиков Г.В. и др.
2004

ВВЕДЕНИЕ

При проектировании технологических процессов в машиностроении постоянно возникает необходимость решения сложных оптимизационных задач, связанных с выбором оптимальных условий обработки и других параметров технологических операций, выбором оптимального технологического маршрута обработки и т.д. Это требует глубоких знаний по эффективному использованию математических методов оптимизации технологических процессов, умению математически правильно поставить и решить оптимизационную технологическую задачу.

В настоящее время накоплен большой опыт решения оптимизационных задач при проектировании технологических процессов в машиностроении. Вместе с тем, решения, как правило, базируются на экспериментальных данных (результатах многофакторного планирования эксперимента) и носят частный характер. Это существенно ограничивает возможности их практического применения.

Более общие оптимизационные решения можно получить на основе математических (аналитических) моделей технологических процессов. Однако, физико-математическая теория процессов обработки материалов и технологии машиностроения в объеме, достаточном для решения фундаментальных задач оптимизации технологических процессов, не разработана. Это позволяет аналитическими методами решать лишь отдельные задачи оптимизации, касающиеся главным образом проектирования операционной технологии. При проектировании маршрутной технологии выбор наиболее эффективного варианта традиционно базируется на опыте технолога или в лучшем случае на сравнении нескольких вариантов технологий по приведенным затратам (себестоимости обработки) с использованием экспериментальных данных. Как отмечалось выше, этих данных явно не достаточно для выбора оптимального варианта технологического процесса.

Поэтому в настоящем издании основное внимание уделено оптимизации технологических процессов с использованием аналитических моделей.

Издание состоит из двух частей. В первой части изложены общие вопросы оптимизации технологических процессов в машиностроении. Рассмотрены основные задачи оптимизации технологических процессов и основные методы оптимизации, получившие широ-

кое применение в различных отраслях знаний. Приведены многочисленные примеры применения методов оптимизации для решения конкретных технологических задач.

Вторая часть издания посвящена оптимизации ряда прогрессивных технологических процессов в машиностроении.

Рассмотрены вопросы математического (аналитического) моделирования и оптимизации процесса алмазного шлифования, одного из наиболее прогрессивных процессов обработки материалов резанием. Предложен эффективный метод поиска оптимальных условий шлифования, состоящий в установлении аналитических зависимостей для определения целевой функции (например, производительности обработки), параметров режима шлифования и характеристик алмазного круга, выраженных через технические ограничения обработки (шероховатость и точность обработки, мощность и температуру резания и т.д.). Это дает наглядное представление о путях достижения наибольшего (или наименьшего) значений целевой функции и реализующих их оптимальных условий обработки, позволяет эффективно решать задачи многопараметрической оптимизации технологических процессов. На основе данного метода оптимизации получены важные практические решения по интенсификации процесса алмазного шлифования с учетом основных технических ограничений обработки.

В работе также приведены результаты оптимизации процесса алмазного шлифования труднообрабатываемых материалов на основе метода многофакторного планирования эксперимента, что в совокупности с аналитическим методом достаточно полно раскрывает потенциальные возможности прогрессивного высокопроизводительного процесса алмазного шлифования.

В качестве примеров в работе приведены результаты оптимизации прогрессивного технологического процесса электроэрозионного упрочнения деталей, показаны возможности математического моделирования и оптимизации в задачах организационно-технологического проектирования производственных систем и т.д.

Издание подготовлено в рамках Международной научно-технической конференции “Физические и компьютерные технологии в народном хозяйстве”, проводимой в г. Харькове на базе Харьковского машиностроительного завода “ФЭД” два раза в год.

ЧАСТЬ 1

ОБЩИЕ ВОПРОСЫ ОПТИМИЗАЦИИ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ В МАШИНОСТРОЕНИИ

ГЛАВА 1

ЗАДАЧИ ОПТИМИЗАЦИИ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

1.1. ЗАДАЧИ ОПТИМИЗАЦИИ В ТЕХНИЧЕСКОМ ПРОЕКТИРОВАНИИ

Процесс проектирования технических систем (устройств и процессов) является объектом изучения в теории технических систем и по своей природе является информационным (процесс обработки данных в отличие от процесса обработки материалов). Это сложный многоуровневый и многоэтапный процесс принятия многочисленных решений, направленных на достижение конечной и промежуточных целей. Особенностью этого процесса являются его альтернативность (выбор одного из нескольких возможных направлений) и обратимость (возможность вернуться к одному из предыдущих этапов проектирования). В настоящее время проектирование выполняют, применяя эвристические методы технического творчества, компьютерные технологии, либо комбинированный метод. До сих пор остаётся проблемным вопрос полной автоматизации технического (в частности технологического) проектирования, однако в каждой технической дисциплине сложились и используются соответствующие подходы и типовые методики, позволяющие принимать решения на различных этапах проектирования. Оптимизация является одним из инструментов принятия технического решения, целесообразность которого вытекает из требования обеспечить максимальное или минимальное значение *критерия* (условия) *оптимизации* (целевой функции).

1.1.1. СОСТОЯНИЕ ВОПРОСА

Известно, что в окружающем нас мире, в том числе в мире тех-

ники и технологии, нет ничего не оптимального. Это утверждение также истинно, как и о том, что любое искусственное (в отличие от естественного) действие без целесообразного управления этим действием (менеджмента) бессмысленно. В живой природе бессмысленные действия (и составленные из этих действий неоптимальные процессы) приводят к исчезновению (вырождению) носителей этих действий. В технике и технологии всякое отличие от оптимальности конструкции и процессов приводит к снижению их эффективности, т. е. к нерентабельности соответствующих производственных и (или) технологических процессов.

Нерентабельные производственные единицы (частные предприятия, фирмы, корпорации и т. п.) в условиях ограниченных природных и энергетических ресурсов, с одной стороны, и мощной конкуренцией производителей товаров, с другой стороны, обречены на банкротство. Следовательно, проблемы оптимизации технических систем (конструкций и процессов) относятся к числу актуальных в технике и технологии.

Поиск оптимальных технических (в том числе технологических) решений представляет собой задачу технического (технологического) проектирования, т. е. возможен только при использовании соответствующих методов технического творчества. Однако в существующей технической литературе задачи оптимизации технических систем, как правило, носят специальный характер и соответствуют специфике технической дисциплины. В тоже время отсутствуют современные литературные источники, излагающие теорию и практику оптимизации на системной основе и показывающие преимущество подходов, область целесообразного их использования и примеры поиска оптимальных технических решений. Отсутствие такой обобщающей литературы послужило толчком к подготовке данной главы.

Теоретические основы проектирования и прикладная теория оптимизации начали активно формироваться в 60-х годах прошлого века при разработке *количественных методов принятия решений*. Одним из эффективных средств количественного обоснования оптимальных решений при проектировании являлось в те годы *исследование операций* (раздел кибернетики), которое сформировалось как самостоятельное направление в период второй мировой войны для решения военно-технических и тактических задач. Характерные черты этого раздела кибернетики следующие:

1. Исследование операций предназначено для отыскания оптималь-

ных решений в самых различных областях человеческой деятельности – промышленности, военной технике, военном искусстве, торговле и т.д.

2. Исследование операций даёт количественную основу для принятия решений и в этом смысле облегчает принятие решений.
3. Исследование операций не даёт самого решения. Для принятия решения необходимо ещё привлечь опыт и здравый смысл, поскольку приходится учитывать факторы, которые трудно оценить количественно.
4. При исследовании операций для оптимизации решений используются различные количественные критерии эффективности.
5. При исследовании операций широко используются математические методы – теорию вероятности, математическую статистику, теорию массового обслуживания, теорию игр, математические методы оптимизации (*математическое программирование*), методы статистических испытаний и т.д. [334].

Анализ существующей литературы по теории оптимизации и теории оптимальных процессов показывает, что чаще всего объекты оптимизации имеют экономический, а не технологический характер. Это вызвано тем, что экономические объекты (в отличие от технологических) непосредственно характеризуются двумя обобщёнными показателями: *прибыль и затраты*. Причём всякое возрастание прибыли связано с ростом затрат и наступает такой момент, когда дальнейшее изменение регулирующей величины (параметра оптимизации) в сторону увеличения прибыли приводит к её уменьшению. Точка, в которой происходит изменение тенденции роста прибыли, является *экстремальной* и характеризует оптимальное значение регулирующей величины. В технологии машиностроения регулирующих величин очень много, а количество возникающих в ходе проектирования альтернативных решений подчиняется закону, близкому к геометрической прогрессии (показано ниже). Поэтому путь до указанных обобщённых показателей оказывается очень длинным (решения принимаются на различных уровнях иерархии системы проектирования). Промежуточными этапами этого пути являются достигнутые технологические показатели (результаты по достигнутой точности, качеству поверхностного слоя, производительности обработки и т.п.), которые чаще всего являются самодостаточными для технолога. В этой связи задача технологической оптимизации является актуальной в технологии машиностроения, поскольку позволяет подготовить ис-

ходные данные для экономической оптимизации.

До сих пор проблемным является вопрос применения математического аппарата в качестве инструмента структурной и параметрической оптимизации. Этот вопрос связан с понятием *относительности* оптимального решения. Дело в том, что очень часто оптимум (как некое относительное решение) ищется интуитивно, исходя прежде всего из ограниченного времени на сам поиск (поиск – это процедура, которая требует времени). Всякий полученный при этом результат проверяется практикой (которая может быть многолетней и даже вековой). При этом всякое промежуточное решение (полученное к данному моменту времени и апробированное практикой) как возможное уже есть оптимум, ибо к этому моменту времени отброшены (как нерациональные) многие другие альтернативы. Следовательно, приходим к заключению, что оптимальное решение всегда относительно, так как область его действия определена конкретной ситуацией. Например, человек, поднимающий 15 мешков (по 30 – 40 кг каждый) на 11-ый этаж многоэтажного дома в течение 3-х часов (12 минут на один цикл «подъём-опускание») действует, по его мнению, оптимально, но это оптимальное его решение вовсе не следует из поиска экстремума математической функции. Другим оптимальным решением в этой ситуации можно было бы считать подъём сразу всех 15-ти мешков с помощью, например, лифта или рядом стоящего башенного крана за время 10 минут (включая время загрузки и разгрузки этих мешков). Разница во времени между двумя этими решениями (3 часа и 10 минут) больше, чем на порядок (в 18 раз!), но при подъёме на кране надо было бы заплатить за услугу, скажем, 50 гривен, а на лифте – 15 гривен. Эта сэкономленная человеком сумма (50 или 15 гривен) является как бы его зарплатой за проделанную в течение 3-х часов работу. Возможен был и третий вариант решения: поручить другому человеку (или нескольким людям) подъём 15-ти мешков с оплатой по 5 гривен за подъём каждого мешка. Тогда потери составили бы 75 гривен. Итак, из трёх вариантов с денежными затратами 0, 15, 50 и 75 гривен в качестве оптимального был принят первый. Но если бы в процессе тяжёлой физической работы человек нарушил, скажем, позвоночник и оплата его лечения составила бы 200 – 300 долларов, то вряд ли такой вариант можно было бы назвать оптимальным. Парадокс заключается в том, что, потратив минимум (0 гривен) имеется возможность (риск) потерять максимум (200 – 300 долларов). Вероятность такого события разная для разных людей

и, поэтому, даже такая простая задача оптимизации не имеет единственного решения. Однако теперь, после столь подробного словесного описания задачи, появляется возможность математического её описания с последующим поиском экстремума целевой функции. Но эта возможность остаётся часто не использованной, поскольку работа уже выполнена.

История развития различных по природе технических систем позволяет проследить процесс их структурной оптимизации. При этом оценочными функциями достигнутого качества являются *параметры, показатели и технические характеристики* этих систем в технике и технологии. Причём, сама оценка – это тоже процесс, занимающий определённое время. Для технически сложных систем, основанных на *высоких технологиях* их проектирования, изготовления и эксплуатации это время существенно. Например, известный сегодня (как стандарт) формат распространения звуковых файлов MP3 (общепринятое сокращение формата MPEG Audio Layer III) создавался с 1977 года в Германии и только в 1999 году Американская независимая компания грамзаписи Sub Pop выпустила первую музыкальную запись в формате MP3 [219], т.е. впервые появилась возможность проигрывать «музыкальные» файлы на компьютере. Здесь следует отметить, что указанный 22-летний период создания формата MP3 осуществлялся без математической модели объекта, а скорее *методом проб и ошибок*. При этом каждое новое техническое решение сопоставлялось с предыдущим в ходе решения проблемы сжатия информации без существенной её потери. И вот результат: минута звучания обычного оцифрованного звука занимает около 10 Мб, что соответствует «звуковому потоку» примерно 1400 Кбит/с (bitrate). После преобразования (кодирования) этой информации в формат MP3 скорость передачи составляет 56-320 Кбит/с. При этом данные сжимаются в несколько раз за счёт учёта особенностей человеческого уха и экономии на наименее значимых (с точки зрения восприятия) деталях звучания (неспособности различать сигналы, мощность которых ниже порогового уровня).

Степень сжатия можно регулировать (оптимизация, как метод управления) при преобразовании файла в формат MP3. Этот пример показывает, что структурная оптимизация (как и параметрическая) имеет свою целевую функцию (в рассмотренном примере целевой функцией является количество звуковой информации, которую можно зафиксировать в ограниченном объёме аппаратной памяти ком-

пьютера). При этом поиск экстремума целевой функции (за счёт регулирования параметров сжатия цифровой информации) осуществляется не путём виртуального (математического) моделирования, а путём многократного проведения испытаний макетных и промышленных образцов новой техники.

Значительная часть представленного в главе материала по теории оптимизации неоригинальна. Здесь автор пытался кратко, понятно, а главное систематизировано, изложить вопросы, которые уже рассмотрены в многочисленных литературных источниках, в том числе в солидных монографиях и учебниках. В части, касающейся применения теории оптимизации к технологическим объектам имеются новые результаты, полученные автором. Это касается, например, решения задачи оптимизации рабочего цикла зубошлифования или новых элементов теории геометрического программирования, связанных с построением так называемых *обратных геометрических программ*, т.е. программ, содержащих *обратные ограничения*.

В ранее опубликованных наших работах [242, 331] в основном рассматривались частные оптимизационные задачи в технологии машиностроения. Поэтому в данной главе предпочтение отдается общей концепции оптимизации, начиная с обзора состояния вопроса и заканчивая проблемными вопросами, которые до сих пор не получили адекватного отражения в технической литературе. Учитывая, что примеры решения оптимизационных задач ранее были опубликованы [242, 331], в данной главе основное внимание уделено вопросам классификации оптимизационных задач и объяснению применяемых подходов и часто встречаемых терминов.

Такое системообразующее изложение материала (в виде путеводителя по существующей литературе) будет способствовать быстрому освоению студентами теории и практики решения задач оптимизации технических систем при изучении, например, курсов “Теория технических систем”, “Научные исследования и основы технического творчества” и подобных им. Представленный в главе материал может быть полезен при подготовке выпускной работы магистра и аспирантам, поскольку знакомит молодых исследователей с научными проблемами современной технологии машиностроения при решении оптимизационных задач.

Материал изложен в виде характеристики пяти проблемных направлений в теории оптимизации применительно главным образом к технологическим объектам.

1.1.2. ОПТИМИЗАЦИЯ, КАК МЕТОД УПРАВЛЕНИЯ ПРОЕКТИРОВАНИЕМ

Любая техническая система (конструкция или процесс) имеет свой жизненный цикл, включающий этапы проектирования, изготовления и эксплуатации. Этот цикл (так же как и цикл обработки детали на станке, например, рабочий цикл шлифования) должен быть оптимальным. Выбор оптимальных структуры и параметров технической системы представляет собой процесс принятия соответствующих решений, который протекает во времени и подчиняется определённым правилам теории оптимизации. Всякое решение по последующему этапу принимается только после того, как принято решение по предыдущему этапу, т.е. имеется сравнение достигнутого промежуточного решения с требуемым по критериям теории оптимизации. При этом параметры системы и её структура как бы подгоняются исходя из требований обеспечить контролируемые критерии и являются следствием, вытекающим из этих критериев. В этой связи параметры системы являются регулирующими величинами, за счёт которых обеспечиваются регулируемые величины, входящие в критерии оптимизации. Поэтому сам процесс оптимизации является одновременно процессом управления проектированием технической системы.

1.1.3. ОПТИМИЗАЦИЯ, КАК МЕТОД СИНТЕЗА ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Вопросы анализа и синтеза в теории технических систем относятся к числу наиболее важных и рассматриваются в соответствующих разделах этой дисциплины. Анализ позволяет подготовить исходные данные для синтеза при проектировании, оптимизация на этапе синтеза – конкретизирует эти данные исходя из условия оптимума целевой функции. В этом смысле оптимизация является методом синтеза структуры и параметров. Системообразующая функция оптимизации проявляется при выборе структуры и параметров конструкций и рабочих процессов, причём наибольший эффект даёт структурная оптимизация, поскольку (в отличие от параметрической оптимизации) связана с изменением качества объекта оптимизации. Рассмотрим простой пример, поясняющий это утверждение. Долгое время (начиная с 70-х годов прошлого века) система дополнительного воздушного охлаждения двигателя автомобилей «Жигули» была выполнена по жесткой схеме принудительного охлаждения: механический ремённый привод вентилято-

ра от коленчатого вала двигателя. Т.е. частота вращения вентилятора однозначно определялась частотой вращения этого вала. В результате, в зимний период при запуске холодного двигателя принудительное охлаждение усугубляло ситуацию: холодный двигатель трудно запустить, а вентилятор забирает дополнительную энергию и, кроме того, дополнительно охлаждает и без того переохлаждённый двигатель. Как следствие – повышенный расход топлива при прогревании двигателя. С другой стороны, в летний период, в жару и, особенно, при движении автомобиля с малой скоростью (в транспортной пробке) наблюдается такая ситуация, когда двигатель перегревается. Интенсивность воздушного принудительного охлаждения крайне недостаточна, так как мала частота вращения коленчатого вала. Увеличить частоту вращения вентилятора невозможно. Как следствие – перегрев двигателя и необходимость вынужденной остановки автомобиля (для охлаждения двигателя). При этом возможности параметрической оптимизации (форма и геометрические размеры вентилятора) исчерпаны, т.е. оптимальные параметры исчерпали свои (в данном случае ограниченные) возможности. Выход из «параметрического тупика» - изменение структуры системы охлаждения: в устранении жёсткой связи осей вентилятора и коленчатого вала. Теперь (несвязанный с коленчатым валом) электрический привод вентилятора управляется только термодатчиком, встроенным в систему жидкостного охлаждения двигателя. При необходимости охлаждения частота вращения вентилятора высокая и не зависит от скорости движения автомобиля (летний период). С другой стороны (в зимний период) вентилятор вообще выключен и не мешает запуску холодного двигателя. Как следствие, в новой конструкции уменьшенный расход топлива и повышенная надёжность транспортного средства. А предварительно проведенная параметрическая оптимизация числа (4 или 8), формы и размеров лопастей вентилятора проявляет себя в этой ситуации наилучшим образом (если нужно охладить, то охлаждение эффективное, а если не нужно – охлаждение отсутствует). Здесь следует отметить, что рассмотренная система воздушного охлаждения радиатора двигателя является не основной, а дополнительной к системе жидкостного охлаждения. Когда-то в ещё более ранние времена (в начале прошлого века) автомобили имели исключительно воздушное охлаждение, которое в ходе структурной оптимизации конструкции охлаждающей системы было практически полностью вытеснено жидкостным охлаждением. В тоже время система воздушного охлаждения была оставлена как дополнительное средство к жидкостному охлаждению.

Другой пример структурной оптимизации (как метода синтеза) – изменение подсистемы подачи топлива в систему питания двигателя (в карбюратор). После бензонасоса формируют два параллельных потока топлива: один (как и ранее) – в карбюратор, другой – (через жиклёр) обратно в топливный бак. В летнее время (в жару) подкапотное пространство двигателя существенно нагревается, что вызывает частичное превращение жидких фракций топлива в газообразное состояние. Без канала обратного стока газообразное топливо принудительно движется (например, через карбюратор) в двигатель и вызывает перебои в его работе. Наличие второго канала (с меньшим сопротивлением) приводит к ответвлению газообразной смеси. Теперь она не попадает в карбюратор. Выбирая путь меньшего сопротивления, газообразная смесь движется обратно в топливный бак. В свою очередь, увеличение потока топлива через насос приводит к его дополнительному охлаждению, которое уменьшает количество газообразного продукта в смеси (этот газообразный продукт плохо прокачивается клапанами насоса).

Рассмотренные примеры показывают как с помощью изменения структуры технической системы (в данном случае конструкции) добиваются улучшения показателей её работы: повышают надёжность техники, уменьшают эксплуатационные затраты и т.п. Всё это в конечном итоге – результат оптимального управления рабочим (технологическим) процессом в условиях действия возмущений на технологическую систему. Другими словами, оптимизация как метод синтеза одновременно проявляет себя как метод управления.

Подводя общий итог по процедуре структурной оптимизации, отметим, что она характеризуется переходом определённых количественных изменений в качественные, когда количественные изменения исчерпывают свои возможности и нужно изменить техническое решение в принципе (на уровне идеи). Следовательно, структурная и параметрическая оптимизация тесно связаны между собой: когда возможности параметрической оптимизации исчерпаны, принимается кардинальное решение (своего рода «прорыв»). После реализации очередного кардинального решения – новой структуры системы – оптимизируются параметры этой системы. Процедура поиска параметров часто производится на математических моделях объекта. Таким образом, наиболее частая область использования математического моделирования при оптимизации технических систем – поиск оптимальных параметров этих систем при известной их структуре. Разумеется этот вывод не исключает математического моделирования структур сложных систем и их структурную оптимизацию по моделям.

1.1.4. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ И ИХ ЭЛЕМЕНТЫ

Математическая модель представляет собой формальное описание основных закономерностей исследуемой системы (технического устройства, технологического процесса и т. д.) в виде математических уравнений и неравенств, позволяющее судить о поведении изучаемой системы в натуральных условиях [257].

Решение каждой задачи при математическом моделировании подразделяется на два самостоятельных этапа. На первом этапе производится построение математической модели изучаемой системы. Второй этап включает исследование модели и получение необходимой информации. Обычно этот этап сводится к решению математической задачи и установлению при заданных условиях таких значений переменных в модели величин, которые бы наилучшим образом удовлетворяли поставленной цели исследования.

Математическое моделирование исследуемых в машиностроении систем можно разделить на два основных направления. *Математическое моделирование систем на основе принципа оптимизации*, предполагающее возможность и необходимость целенаправленного регулирования. В этом случае математические модели оптимизации являются инструментом для решения задач по определению оптимальных решений с применением методов математического программирования (дифференциального и вариационного исчисления, линейного, нелинейного, динамического программирования и других методов программирования). *Математическое моделирование систем на основе принципа имитации*, позволяющее выявить закономерности динамики функционирования, влияние каждого отдельного фактора, чтобы, в конечном счете, установить недостатки, преимущества, резервы и пути повышения эффективности, а затем на этой основе скорректировать прогноз развития изучаемых систем. Широкое применение математических моделей имитации в машиностроении объясняется возможностью моделирования вероятностных (стохастических) сложных процессов. В этом случае модель включает в себя случайные переменные, а построение моделей имитации осуществляется с использованием вероятностно-статистических методов.

По структуре математические модели оптимизации включают следующие элементы. *Переменные* - величины, оптимальные значения которых необходимо найти в процессе решения задачи. *Параметры* - постоянные величины, которые в процессе всего решения

остаются неизменными и в модели, как правило, представлены коэффициентами при переменных или свободными членами в уравнениях и неравенствах.

1.1.5. ЦЕЛЕВАЯ ФУНКЦИЯ И ОГРАНИЧЕНИЯ

Общая теория экстремальных задач изучает проблему отыскания экстремума (максимума или минимума) функционалов в различных функциональных пространствах [204]. Сущность экстремальной задачи заключается в определении экстремума функции $f(x)$, определенной на множестве M n - мерного пространства $E_n((x = x_1, x_2, \dots, x_n), n \geq 1)$. Экстремальные задачи бывают двух видов: задачи максимизации и минимизации. В первом случае требуется найти максимум (локальный или глобальный) функции $f(x)$ на множестве M . Во втором – найти минимум (локальный или глобальный) той же функции на том же множестве. Связь между минимумом и максимумом одной и той же функции определяется условием: минимум функции $f(x)$ равен максимуму $h(x) = -f(x)$, умноженному на коэффициент (-1) . Функция $f(x)$ называется целевой функцией экстремальной задачи. Множество M обычно задается с помощью уравнений и неравенств следующего типа [204]:

$$g_i(\bar{x}) = 0, \quad i = 1, 2, \dots, k; \quad (1.1)$$

$$g_i(\bar{x}) \leq 0, \quad i = k + 1, \dots, l; \quad (1.2)$$

$$g_i(\bar{x}) \geq 0, \quad i = l + 1, \dots, m. \quad (1.3)$$

Здесь $g_i(\bar{x}) = g_i(x_1, x_2, \dots, x_n)$. (1.4)

Кроме условий типа (1.1)-(1.4) могут быть разного типа дополнительные условия (требования). Например, требование, чтобы переменные x_1, \dots, x_n принимали только целые значения (задача целочисленного математического программирования).

Уравнения, неравенства и дополнительные условия, задающие множество M , называются *ограничениями экстремальной задачи*. В различных классах экстремальных задач могут отсутствовать те или иные ограничения из приведенных выше уравнений и неравенств (1.1) – (1.4). Теория экстремальных задач является частью более общего раздела математики – *математического программирования*, которое является разделом кибернетики и включает такие виды программирования, как, например: линейное, нелинейное, динамическое

и геометрическое. Свое название математическое программирование получило от входящего в него линейного программирования, в котором слово “программирование” объясняется тем, что набор переменных, подлежащих нахождению, обычно определяет программу (план) работы изучаемого (чаще всего экономического) объекта.

1.1.6. ВИДЫ ЭКСТРЕМУМА ФУНКЦИИ

В зависимости от наличия и отсутствия ограничений, налагаемых на переменные ($j = 1 \div n$), а также от особенностей самой функ-

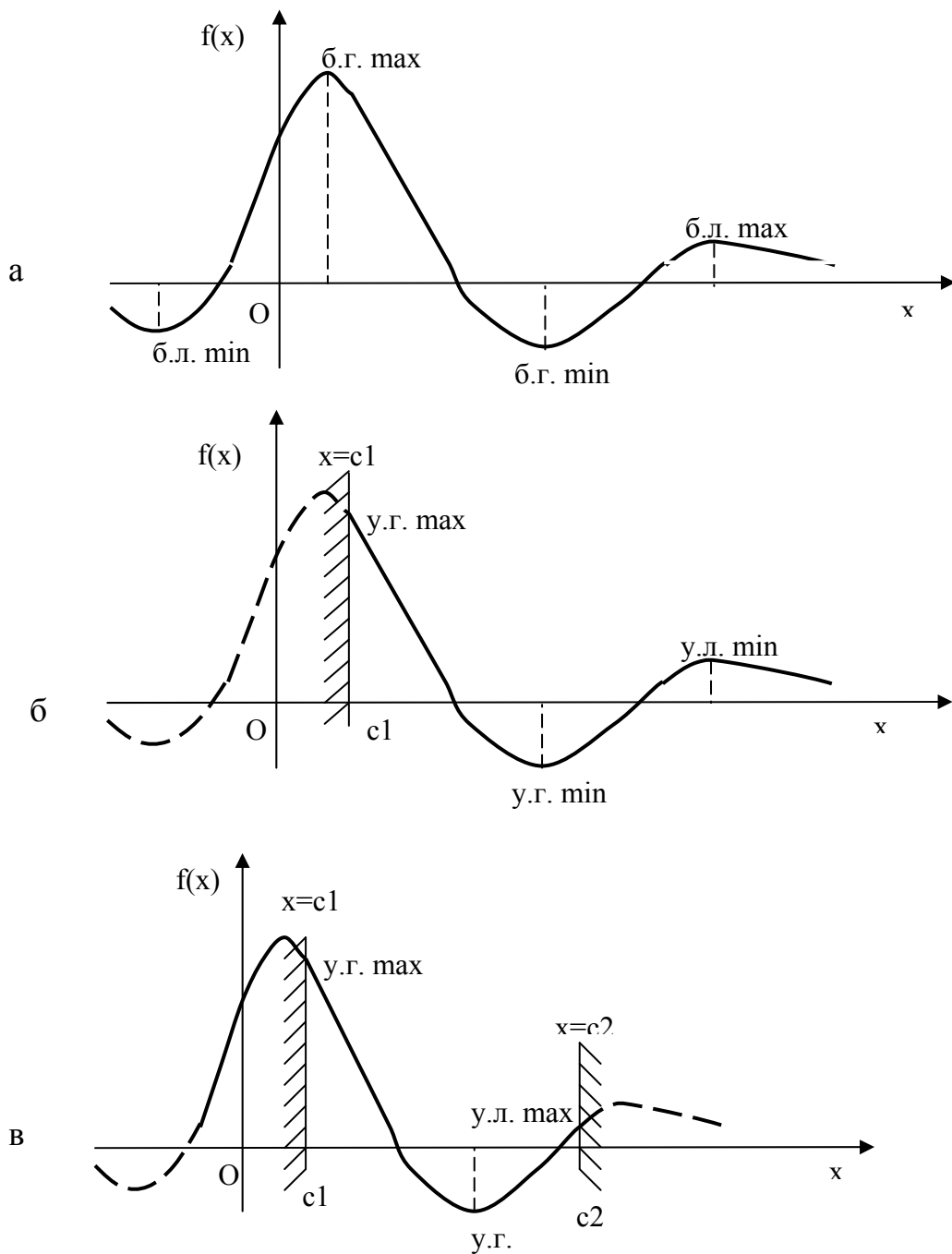


Рис. 1.1. Виды экстремума функции.

ции $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ различают следующие виды экстремума [244]: безусловный глобальный максимум и минимум (б. г. *max* и б. г. *min*), безусловный локальный максимум и минимум (б. л. *max* и б. л. *min*), а также соответствующие условные характеристики (у. г. *max*, у. г. *min*, у. л. *max*, у. л. *min*). Применительно к функции одной переменной ($n = 1$) указанные виды экстремума можно проиллюстрировать графически (рис.1.1). Иногда в литературе вместо терминов *локальный* и *глобальный* используют термины *относительный* и *абсолютный*. В задачах математического программирования экстремум (локальный и глобальный) функции (x_1, x_2, \dots, x_n) при наличии ограничений в виде неравенств может достигаться на границе множества, задаваемого системой неравенств. Например, этот случай имеет место на рис. 1.1.б,в (точка *A* при $x = C_1$ и точка *B* при $x = C_2$). Следует отметить, что в задачах линейного программирования глобальный (абсолютный) экстремум всегда имеет место на границе допустимого множества [204].

1.2. КЛАССИФИКАЦИЯ ЗАДАЧ ОПТИМИЗАЦИИ

Одна из основных целей проектирования заключается в оптимизации решений, т. е. в достижении заданных характеристик при наименьших затратах или наилучших характеристик проектируемых систем при ограниченных затратах имеющихся ресурсов. Под ресурсами обычно понимают время, материалы, денежные средства и т. д.

Сущность оптимизации сводится к отысканию при наложенных ограничениях таких значений переменных x_1, x_2, \dots, x_n , которые дают минимум (или максимум) целевой функции [334]

$$Z = Z(x_1, x_2, \dots, x_n). \quad (1.5)$$

Общая задача оптимизации может быть сформулирована в следующем виде. Необходимо найти значения переменных x_1, x_2, \dots, x_n , при которых целевая функция Z принимает экстремальное значение с учетом функциональных ограничений (равенств)

$$\left. \begin{aligned} f_1 = f_1(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0; \\ f_2 = f_2(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0; \\ \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \\ f_m = f_m(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0; \end{aligned} \right\} \quad (1.6)$$

и граничных условий (неравенств)

$$\left. \begin{array}{l} l_1 = l_1(x_1, x_2, \dots, x_n) \leq L_1 \\ l_2 = l_2(x_1, x_2, \dots, x_n) \leq L_2 \\ \dots\dots\dots \\ l_p = l_p(x_1, x_2, \dots, x_n) \leq L_p \end{array} \right\} \quad (1.7)$$

Функциональные ограничения могут быть связаны как с ограниченностью ресурсов, так и с требованиями, наложенными на переменные и их зависимости между собой (например, такими требованиями при проектировании являются масса, габариты, характеристики надежности, параметры точности и качества, стоимость и т.п.). Примером граничных условий может служить условие неотрицательности переменных

$$x_i \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (1.8)$$

Число m функциональных ограничений не может быть больше числа переменных ($m \leq n$). Разность $m - n$ определяет число степеней свободы в данной задаче, только $m - n$ переменных берутся произвольными, значения остальных переменных определяются из функциональных ограничений. В частном случае, когда $m = n$, число степеней свободы равно нулю, функциональные ограничения определяют значения всех переменных. Здесь оптимизация целевой функции Z не требуется, поскольку существует лишь одна альтернатива, определяющая значение этой функции.

Решение, полученное в результате оптимизации, называют также программой или планом. Как следствие, математическая оптимизация называется также *математическим программированием*, хотя последнее не имеет ничего общего с составлением программ для компьютера.

1.2.1. КЛАССИФИКАЦИЯ ПО ПРИМЕНЯЕМЫМ МАТЕМАТИЧЕСКИМ МЕТОДАМ

Математические методы оптимизации можно классифицировать так, как это показано на рис.1.2 [334]. Применение аналитических методов всегда предпочтительней численных, поскольку аналитические методы позволяют получить достаточно полную и общую картину исследуемой функции, установить влияние различных факторов на эту функцию. Аналитические методы применимы тогда, когда крите-

рий, ограничения и связи между координатами, решениями и аргументом, а также начальные и конечные условия представлены функциями. Эти функции должны быть, по крайней мере, два раза дифференцируемыми и иметь конечное число точек разрывов. Для использования классических методов определения экстремумов функций и функционалов - дифференциального и вариационного исчисления –

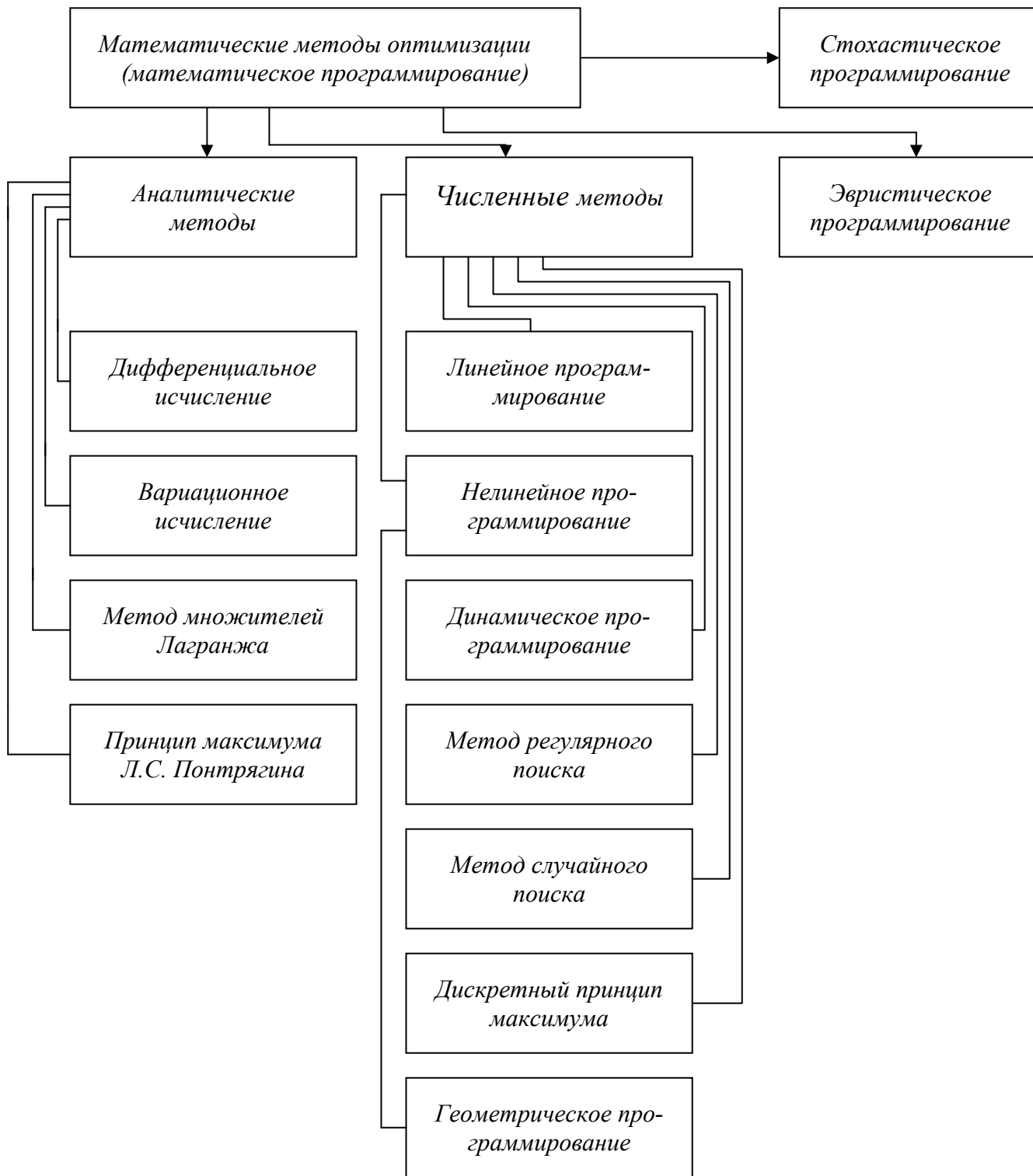


Рис. 1.2. Математические методы оптимизации.

обязательно, кроме того, отсутствие ограничений. При наличии ограничивающих условий в форме равенств определяется условный экстремум, т. е. решается задача Лагранжа. В этом случае используется метод неопределенных множителей Лагранжа. Принцип максимума Л. С. Понтрягина применим в условиях, когда имеются ограничения и решение является функцией аргументов, но модель представляет собой набор аналитических зависимостей.

Использование *численных методов* предполагает знание области возможных изменений решения, и чем эта область уже, т. е. чем больше ограничений, тем эффективнее применение численных методов оптимизации. В случае, когда критерий представляет собой линейную функцию решения, а ограничения являются набором линейных неравенств и процесс одношаговый (одноэтапный), подобная задача решается методами *линейного программирования*.

Если критерий и ограничения являются нелинейными функциями решения и процесс одношаговый, то подобная задача решается методами *нелинейного программирования*. Геометрическое программирование представляет собой математический метод оптимизации, позволяющий решать задачи оптимизации в случаях, когда целевая функция и ограничения выражаются нелинейными функциями специального вида. Методы регулярного и случайного поиска применимы для решения любой задачи математической оптимизации, однако весьма трудоемки.

Методы регулярного поиска экстремума функций одной или многих переменных при наличии ограничений предусматривают строго определенный порядок действий. Различают пассивный поиск, при котором не учитываются результаты предыдущих шагов, и последовательный поиск, где эти результаты учитываются. Методы *регулярного поиска* хорошо разработаны лишь для отыскания экстремума унимодальных функции одной переменной, т. е. функций, имеющих единственный экстремум на интервале допустимых значений аргумента. Универсальных методов отыскания глобальных экстремумов функции многих переменных не существует. В этих случаях применяют метод сканирования (слепого поиска), покоординатного подъема (спуска), называемого также методом Гаусса–Зайделя, градиентный, наискорейшего подъема (спуска) и др.

Метод случайного поиска используется для отыскания экстремума функции многих переменных при любых ограничениях. Сущность метода заключается в следующем. Сначала находят любое до-

пустимое решение, т. е. решение, удовлетворяющее всем ограничениям, но не обязательно доставляющее экстремум функции. Затем случайным образом (наугад) меняют какие-то условия задачи и, найдя новое значение функции, определяют, ближе ли оно к экстремуму, чем первоначально полученное или дальше. В зависимости от этого либо возвращаются в исходную точку и оттуда снова начинают движение, либо из полученной точки делают новый случайный шаг. Метод случайного поиска позволяет получить решение многих задач на компьютере быстрее, чем другие методы, однако не всегда гарантирует достижение положительных результатов.

Оптимизация многошаговых (многоэтапных) процессов осуществляется методом динамического программирования. Формально этот метод применим для любых случаев и ограничивается лишь возможностями компьютеров. Подобными свойствами обладает и дискретный принцип максимума, являющийся распространением принципа максимума Л. С. Понтрягина на дискретные процессы.

Эвристическое программирование не является строгим и не гарантирует достижения абсолютного оптимума. При составлении эвристических программ используется опыт специалистов, который формализуется в виде правил, эмпирических зависимостей и схем вычислений. Особенно перспективно эвристическое программирование для решения задач большой размерности и прежде всего задач инженерного проектирования. Здесь возможно огромное число вариантов. Так, согласно работе [334] число различных сочетаний только основных узлов управляемого снаряда составляет $3 \cdot 10^6$. Цифрой такого же порядка может оцениваться возможное количество вариантов технологических процессов. Однако опытный проектировщик (конструктор и технолог), как правило, не анализирует все возможные варианты и сразу отбрасывает большинство из них, сужая область исследования. Этот же прием используется и в эвристическом программировании.

Рассмотренные выше методы оптимизации относятся к области детерминированных (неслучайных) функций и процессов. Однако в практике проектирования приходится решать задачи и стохастического программирования, т. е. оптимизировать случайные величины и функции. Обычно при решении подобных задач рассматривают математические ожидания величин, что не является строгим, либо привлекают линейное программирование для решения стохастических задач.

1.2.1.1. АНАЛИТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ОПТИМИЗАЦИИ

Как уже отмечалось, отыскание экстремальных значений *методами дифференциального исчисления* возможно в том случае, если целевая функция Z дифференцируема и при этом отсутствуют ограничения. Если функция Z является функцией одного переменного, то следует найти корни уравнения

$$\frac{dZ(x)}{dx} = 0. \quad (1.9)$$

Если $d^2Z(x)/dx^2 > 0$, то имеет место минимум функции, при $d^2Z(x)/dx^2 < 0$ - максимум.

В случае функции двух переменных $Z(x_1, x_2)$ решается система уравнений

$$\left. \begin{aligned} \frac{dZ(x_1, x_2)}{dx_1} &= 0; \\ \frac{dZ(x_1, x_2)}{dx_2} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (1.10)$$

Полученные решения исследуются подстановкой в выражения $\partial^2 Z(x_1, x_2)/\partial x_1^2$; $\partial^2 Z(x_1, x_2)/\partial x_2^2$; $\partial^2 Z(x_1, x_2)/\partial x_1 \partial x_2$ и вычислением выражения

$$\Delta = \begin{vmatrix} \frac{\partial^2 Z(x_1, x_2)}{\partial x_1^2} & \frac{\partial^2 Z(x_1, x_2)}{\partial x_1 \partial x_2} \\ \frac{\partial^2 Z(x_1, x_2)}{\partial x_1 \partial x_2} & \frac{\partial^2 Z(x_1, x_2)}{\partial x_2^2} \end{vmatrix}. \quad (1.11)$$

Если $\Delta > 0$ и $\partial^2 Z(x_1, x_2)/\partial x_1^2 < 0$, то имеет место максимум; если $\Delta > 0$ и $\partial^2 Z(x_1, x_2)/\partial x_1^2 > 0$ - минимум; если $\Delta < 0$, то нет ни максимума, ни минимума. Если Z представляет собой функцию многих переменных x_1, x_2, \dots, x_n , то необходимо решить систему n уравнений

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial Z(x_1, x_2, \dots, x_n)}{\partial x_1} &= 0; \\ \frac{\partial Z(x_1, x_2, \dots, x_n)}{\partial x_n} &= 0. \end{aligned} \right\}. \quad (1.12)$$

Кажется, что здесь все очень просто. Однако эта простота обманчива. Для сложного многошагового процесса этот способ становится чрезвычайно громоздким. Чаше легче «нащупать» экстремум перебором, чем решить систему уравнений. Кроме того, при этом подходе не всегда можно найти гарантированное решение, так как обращение производной в нуль не обеспечивает максимума (минимума), а требует дополнительной проверки. К тому же этот способ не позволяет найти максимум, если он лежит не внутри, а на границе области.

Экстремальные значения функции $Z(x_1, x_2, \dots, x_n)$ определяются в фиксированной области таким же образом, как и в случае функции одной переменной. Однако при большом числе переменных эта задача становится практически неразрешимой и приходится пользоваться методами линейного и нелинейного программирования.

Как следует из изложенного, необходимые условия применения методов дифференциального исчисления к задачам оптимизации следующие: а) процесс должен быть одношаговым; б) наличие аналитического выражения для целевой функции; в) дифференцируемость этой функции по всем переменным, хотя бы двукратная; г) отсутствие ограничений на решение.

Обобщением методов дифференциального исчисления на случаи бесконечного числа переменных является вариационное исчисление. Методы вариационного исчисления позволяют определить экстремальные значения функционалов. Если в выражении для целевой функции $Z(x_1, x_2, \dots, x_n)$ число переменных n становится бесконечно большим, то это выражение можно записать как $Z[x(t)]$, где t - непрерывная переменная. В этом случае функция $x(t)$ рассматривается в качестве бесконечномерного аналога переменных x_1, x_2, \dots, x_n . Если $x(t)$ сама является функцией, принадлежащей некоторому классу функций, то величина, ставящая в соответствие каждой функции этого класса действительное число, называется функционалом. Функционал записывают в виде

$$K = \int_a^b Z[x(t)] dt. \quad (1.13)$$

В функционале значение интеграла, т. е. действительное число, ставится в соответствие каждой интегрируемой функции из данного класса функции. Простейшая задача вариационного исчисления (которую называют также первой или фундаментальной задачей вариаци-

ционного исчисления) заключается в нахождении минимума или максимума функционала вида

$$K = \int_a^b F(x, \dot{x}, t) dt. \quad (1.14)$$

Для того чтобы функция $x(t)$ обращала функционал (1.14) в максимум или минимум, необходимо, чтобы она удовлетворяла дифференциальному уравнению Эйлера

$$F_x - \frac{d}{dt} F_{\dot{x}} = 0, \quad (1.11)$$

где F_x и $F_{\dot{x}}$ – частные производные функции F относительно x и \dot{x} , соответственно. Однако даже в этом простейшем случае уравнение (1.11) решается не всегда.

Для решения вариационных задач используются как не прямые, так и прямые методы. Сущность не прямых методов заключается в сведении вариационной задачи к исследованию дифференциального уравнения или системы уравнений. Прямые методы состоят из нескольких этапов. Этап 1: построение минимизирующей последовательности кривых x_1, x_2, \dots, x_n , таких что $\lim_{n \rightarrow \infty} K(x_n) = \mu$ (где μ – экстремум K). Этап 2: доказательство того, что у этой последовательности существует предельная кривая $x^{(0)}$. Этап 3: доказательство законности предельного перехода $K[x^{(0)}] = \lim_{n \rightarrow \infty} K(x_n)$. Как следует из изложенного, необходимые условия применения методов вариационного исчисления к задачам оптимизации следующие: наличие аналитического выражения для целевой функции; непрерывность и дифференцируемость этой функции; отсутствие ограничений на функции и координаты.

Метод множителей Лагранжа, как отмечалось выше, применим при наличии функциональных ограничений вида

$$f_j = f_j(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0, \quad (1.15)$$

где $j = 1, 2, \dots, m$.

Для целевой функции $Z(x_1, x_2, \dots, x_n)$ справедливо уравнение

$$dZ = \frac{\partial Z}{\partial x_1} dx_1 + \frac{\partial Z}{\partial x_2} dx_2 + \dots + \frac{\partial Z}{\partial x_n} dx_n = 0, \quad (1.16)$$

или

$$dZ = \sum_{i=1}^n \frac{\partial Z}{\partial x_i} dx_i = 0.$$

Продифференцировав равенство (1.15), получим

$$\left. \begin{aligned} df_1 &= \sum_{i=1}^n \frac{\partial f_1}{\partial x_i} dx_i = 0; \\ \cdot &\cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \\ df_m &= \sum_{i=1}^n \frac{\partial f_m}{\partial x_i} dx_i = 0. \end{aligned} \right\} \quad (1.17)$$

Каждое из полученных m уравнений теперь умножим на пока ещё неизвестный параметр λ , называемый множителем Лагранжа:

$$\left. \begin{aligned} \lambda_1 df_1 &= \sum_{i=1}^n \lambda_1 \frac{\partial f_1}{\partial x_i} dx_i = 0; \\ \lambda_2 df_2 &= \sum_{i=1}^n \lambda_2 \frac{\partial f_2}{\partial x_i} dx_i = 0; \\ \cdot &\cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \\ \lambda_m df_m &= \sum_{i=1}^n \lambda_m \frac{\partial f_m}{\partial x_i} dx_i = 0. \end{aligned} \right\} \quad (1.18)$$

Сложив уравнения (1.18) и прибавив к ним уравнение (1.16), получим

$$\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial Z}{\partial x_i} + \lambda_1 \frac{\partial f_1}{\partial x_i} + \lambda_2 \frac{\partial f_2}{\partial x_i} + \dots + \lambda_m \frac{\partial f_m}{\partial x_i} \right) dx_i = 0. \quad (1.19)$$

Поскольку все параметры x_i - независимы, то для того чтобы это уравнение удовлетворялось, достаточно, чтобы каждый из n членов равнялся нулю.

Таким образом, получаем n уравнений

$$\frac{\partial Z}{\partial x_i} + \lambda_1 \frac{\partial f_1}{\partial x_i} + \lambda_2 \frac{\partial f_2}{\partial x_i} + \dots + \lambda_m \frac{\partial f_m}{\partial x_i} = 0. \quad (1.20)$$

Кроме того, имеется еще m уравнений (1.15), определяющих ограничения. Таким образом, имеется $m + n$ уравнений и $m + n$ неизвестных, в том числе n параметров x_i и m множителей Лагранжа. Решение системы $m + n$ уравнений и дает искомое оптимальное решение.

1.2.1.2. ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ

Как правило, сложные процессы (в том числе и процесс проектирования) являются многоэтапными. Это обстоятельство делает во многих случаях невозможным использование аналитических методов. Весьма эффективным методом оптимизации сложных многошаговых процессов является *динамическое программирование* (динамическое планирование). Этот метод был предложен и развит Р. Беллманом и его школой в начале 60-х годов прошлого столетия. Основу динамического программирования составляет принцип оптимальности, который можно сформулировать следующим образом: оптимальное поведение системы в данный момент времени определяется только её состоянием в этот момент времени и конечным желательным состоянием системы и не зависит от поведения системы в прошлом. Иными словами, управляемый процесс является марковским, т. е. предыстория не имеет значения при определении будущих действий. Поясним метод динамического программирования на примере. Пусть некоторая система должна быть переведена из состояния x_0 в конечное состояние x_k (рис.1.3).

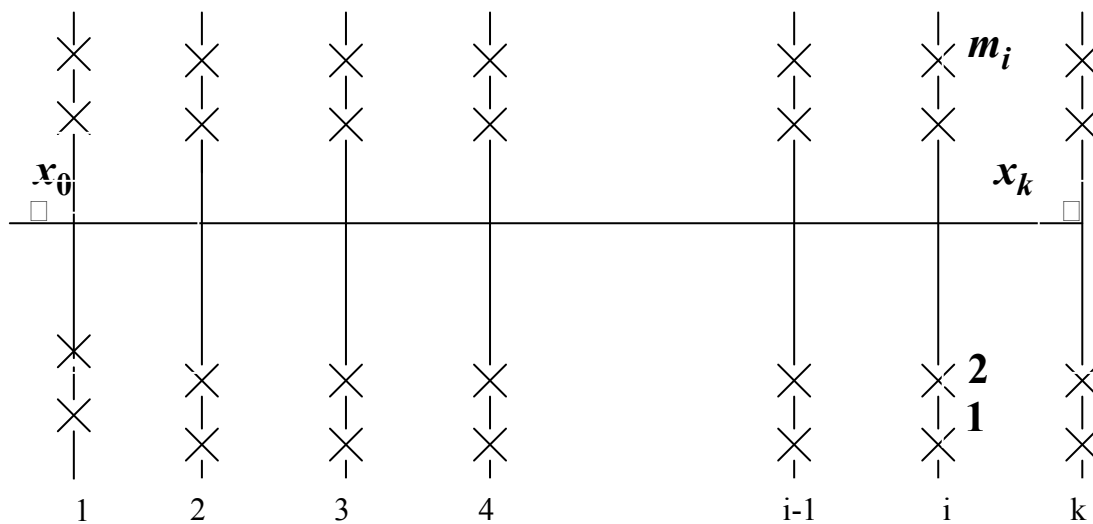


Рис. 1.3. Динамическое программирование.

Разобьем процесс перехода на k этапов (шагов). В конце каждого этапа система может находиться в одном из m состояний. Обозначим j -ое состояние системы на i -м шаге через x_{ij} , затраты (время, потери) на переход системы по оптимальной траектории из каждого

j -го состояния на i -м этапе процесса в конечную точку x_k - через Q_{ij} . Управления на каждом шаге оптимизируемого процесса обозначим через u_0, u_1, \dots, u_i . Задача оптимизации рассматриваемого многошагового процесса может быть решена перебором всех возможных управлений. Однако этот подход оказывается нереальным даже в случае, когда число вариантов управления и возможных состояний процесса (системы) сравнительно невелико. Так, например, для 10-шагового процесса, у которого возможен выбор одного из 10 вариантов управления на каждом шаге, необходимо перебрать 10^9 вариантов. Перебор этого числа вариантов при условии затраты на один вариант 1с потребует 10^9 с или более 30 лет.

Метод динамического программирования дает возможность заменить перебор всех вариантов решения задачи определенной системы операций - программой. При этом объем вычисления резко сокращается, но все же остается столь большим, что обычно не может быть выполнен вручную и должен выполняться на компьютере. Идея динамического программирования формально состоит в том, что отыскание экстремума функции многих переменных заменяется многократным отысканием экстремума функции одного или небольшого числа переменных. Иными словами, однократное решение сложной задачи заменяется многократным решением простой. Для динамического программирования характерен следующий прием: оптимизируемый процесс разделяется на ряд последовательных этапов (шагов) и производится последовательная оптимизация каждого из них, начиная с последнего. Таким образом, процесс всегда разворачивается в обратном по времени направлении от конца к началу. Если процесс не содержит естественных этапов, то они вводятся формально. Расстояние между этапами выбирается при этом как компромиссное между требованиями точности и простоты решения.

Задача динамического программирования обычно формулируется следующим образом [334]: из множества допустимых управлений u_{don} необходимо найти такое управление u , которое переводит систему из начального состояния $x_0 \in X_{0don}$ в конечное $x_k \in X_{kdon}$ так, чтобы критерий качества $K(u)$ принимал максимальное значение

$$K = \max_u [K(u)]. \quad (1.21)$$

При этом система должна находиться в допустимой области со-

стояний X_{don} . Для фазового пространства эта задача может быть сформулирована так: найти оптимальное управление u , под влиянием которого точка фазового пространства x переместится из начальной области в конечную, не выходя из допустимой области X_{don} так, чтобы при этом критерий K обратился в максимум.

Оптимизация управления многошагового (n -шагового) процесса, таким образом, сводится к нахождению последовательности управлений u_0, u_1, \dots, u_{n-1} , обеспечивающей достижение максимального значения критерия качества $K(u)$ или, что то же, минимального значения затрат (потерь, штрафов), т. е. $\sum_{i=0}^{n-1} Q(x_i, u_i)$.

По определению работы [33]

$$f_n(x_0) = \min_{u_0} \min_{u_1} \dots \min [Q(x_0, u_0) + \dots + Q(x_{n-1}, u_{n-1})]. \quad (1.22)$$

Первое слагаемое $Q(x_0, u_0)$ зависит только от управления u_0 на первом шаге. Остальные слагаемые зависят как от u_0 , так и от управлений на других шагах, т. е.

$$f_n(x_0) = \min_{u_0} \left\{ Q(x_0, u_0) + \min_{u_1} \dots \min_{u_{n-1}} [Q(x_1, u_1) + \dots + Q(x_{n-1}, u_{n-1})] \right\}. \quad (1.23)$$

Обозначим:

$$f_{n-1}(x_1) = \min_{u_1} \dots \min_{u_{n-1}} [Q(x_1, u_1) + \dots + Q(x_{n-1}, u_{n-1})]. \quad (1.24)$$

Тогда

$$f_n(x_0) = \min_{u_0} [Q(x_0, u_0) + f_{n-1}(x_1)]. \quad (1.25)$$

В общем случае для $(n-l)$ -шагового процесса, начинающегося с состояния x_l , получим [334]

$$f_{n-l}(x_l) = \min_{u_l} [Q(x_l, u_l) + f_{n-(l+1)}(x_{l+1})]. \quad (1.26)$$

Это так называемое уравнение Беллмана, представляющее собой рекуррентное соотношение, позволяющее последовательно определять оптимальное управление на каждом шаге управляемого процесса.

Характерной особенностью метода динамического программирования является совмещение простоты решения задачи оптимизации на отдельном шаге с учетом самых отдаленных последствий этого шага. Действительно, выбор управления на отдельном шаге производится не только исходя из минимизации потерь (или максимизации выигрыша) на данном шаге, т. е. величины $Q(x_i, u_i)$, но и из минимизации суммарных потерь $Q(x_i, u_i) + f_{n-(i+1)}(x_{i+1})$ на всех последующих шагах.

В уравнении Беллмана $n-l$ означает число шагов до конца процесса. Введем новые обозначения: $n-l=k$; $x_l = x_{n-k} = x$; $u_l = u_{n-k} = u$. Здесь x и u означают состояния объекта и примененное управление за k шагов до конца процесса.

С учетом новых обозначений уравнение Беллмана представим в виде

$$f_k(x) = \min_u [Q(x, u) + f_{k-1}(x')], \quad (1.27)$$

где x' – состояние, к которому переходит объект из состояния x при применении управления u .

Для проведения расчетов на компьютере формулу (1.22) удобнее записать в виде

$$F_k(x, u) = Q(x, u) + f_{k-1}(x'); \quad (1.28)$$

$$f_k(x) = \min_u F_k(x, u). \quad (1.29)$$

Значение $Q(x, u)$ удобно вычислить заранее и задать в виде таблицы, которая должна храниться в памяти компьютера.

Требования к структуре процессов, исследуемых методом динамического программирования, следующие: небольшое число фазовых координат; управляемый процесс должен быть марковским; критерий обладает свойством аддитивности, т. е. его значение определяется суммированием частных значений, достигнутых на отдельных шагах.

Основы *линейного программирования* были заложены отечественной математической школой в 30-х годах прошлого века (работы акад. Л.В. Канторовича и его школы). Термин “линейное программирование” появился в 1951 г. в работах американских математиков Дж. Б. Данцига и Т. Купманса. Задача линейного программирования является простейшим случаем задач математического программирования и формулируется следующим образом: необходимо найти неотрицательные значения переменных x_1, x_2, \dots, x_n , которые

минимизируют целевую функцию

$$Z = c_0 + c_1 x_1 + \dots + c_n x_n \quad (1.30)$$

при наличии ограничений

$$\left. \begin{aligned} a_{11}x_1 + \dots + a_{1n}x_n &= b_1; \\ \cdot &\cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \\ a_{m1}x_1 + \dots + a_{mn}x_n &= b_m. \end{aligned} \right\} \quad (1.31)$$

Следует отметить, что целевую функцию (1.25) часто называют линейной формой, а ограничения, представляющие систему линейно независимых уравнений с неизвестными x_1, \dots, x_n , называют системой ограничений. Характерно, что число уравнений меньше числа неизвестных, т. е. $m < n$.

Система уравнений (1.26) для случая $m = n$ рассматривается в обычной алгебре. Если при этом определитель системы не равен нулю, то система имеет только одно решение. Для случая $m < n$ система уравнений (1.26) имеет бесчисленное множество решений.

На переменные x_i наложено добавочное ограничение неотрицательности $x_i \geq 0$, однако и таких решений имеется бесчисленное множество. Задача линейного программирования состоит в выборе из этого множества решений одного решения, которое обращает в минимум линейную форму (1.25).

В ряде случаев все или некоторые ограничения (1.26) задаются в виде неравенств вида

$$a_{ji}x_1 + \dots + a_{jn}x_n \leq b_j \quad (1.32)$$

или

$$a_{ji}x_1 + \dots + a_{jn}x_n \geq b_j. \quad (1.33)$$

Такие неравенства легко превратить в равенства, вводя добавочную переменную $x_{n+j} \geq 0$ так, чтобы в зависимости от знака неравенства имело место одно из двух уравнений

$$\left. \begin{aligned} a_{j1}x_1 + \dots + a_{jn}x_n + x_{n+j} &= b_j; \\ a_{j1}x_1 + \dots + a_{jn}x_n - x_{n+j} &= b_j. \end{aligned} \right\} \quad (1.34)$$

Такое преобразование увеличивает число переменных, не изменяя существа задачи.

Если задачей является не минимизация, а максимизация целевой функции (1.25), то она сводится к предыдущей путем изменения знака у выражения для Z , т. е.

$$Z' = -Z. \quad (1.35)$$

Рассмотрим геометрическую интерпретацию задачи линейного программирования на примере [334]. Завод выпускает два вида узлов Y_1 и Y_2 системы управления, используя для этой цели два вида технологических линий TL_1 и TL_2 . На производство одного узла Y_1 на линии TL_1 затрачивается 2 ч, а на линии TL_2 - 1 ч; на изготовление одного узла Y_2 затрачивается, соответственно, 1 и 2 ч. Завод может использовать линию TL_1 в течение 10 ч, а линию TL_2 - в течение 8 ч. Прибыль от реализации одного узла Y_1 составляет 5 руб., а от реализации одного узла Y_2 - 4 руб. Определить количество узлов $Y_1(x_1)$ и $Y_2(x_2)$, которое необходимо выпустить заводу с тем, чтобы: 1) был полностью использован весь фонд времени двух технологических линий; 2) завод получил максимальную прибыль.

Целевую функцию запишем в виде

$$Z' = 5x_1 + 4x_2. \quad (1.36)$$

Система уравнений, представляющая ограничения, имеет вид

$$\left. \begin{aligned} 2x_1 + x_2 &= 10; \\ x_1 + 2x_2 &= 8. \end{aligned} \right\} \quad (1.37)$$

Для наглядности решим задачу геометрически. Отложим на осях координат количество узлов x_1 и x_2 (рис.1.4, а). Здесь прямая I представляет производственные возможности линии TL_1 , а прямая II - линии TL_2 . Заштрихованная область, ограниченная прямыми I, II и осями координат, дает представление о множестве допустимых планов, т. е. множестве значений x_1 и x_2 , удовлетворяющих ограничениям (1.32). Целевая функция - прямая Z' , передвигается параллельно самой себе по стрелке. Первая точка заштрихованной области, которой она коснется при таком перемещении (точка K), и будет решением задачи. Таким образом, оптимальное решение всегда находится в точке пересечения граней многогранника ограничивающих условий типа уравнений (1.32). Если число ограничений уравнений типа (1.32) больше двух, то это приведет к увеличению числа граней многоугольника (рис. 1.4, б). Для случая трех видов продукции (трехмерное пространство) геометрическая интерпретация задачи затруднена, а для n - мерного пространства такая интерпретация вообще не возможна.

Для решения многомерных задач линейного программирования

обычно используется *симплексный метод* (симплекс-метод), представляющий собой рациональный способ последовательного перебора. Он называется также методом последовательного улучшения плана, так как решение задачи осуществляется за несколько итераций. Причём, на каждой последующей итерации получают план, лучший по сравнению с планом, полученным на предыдущей итерации.

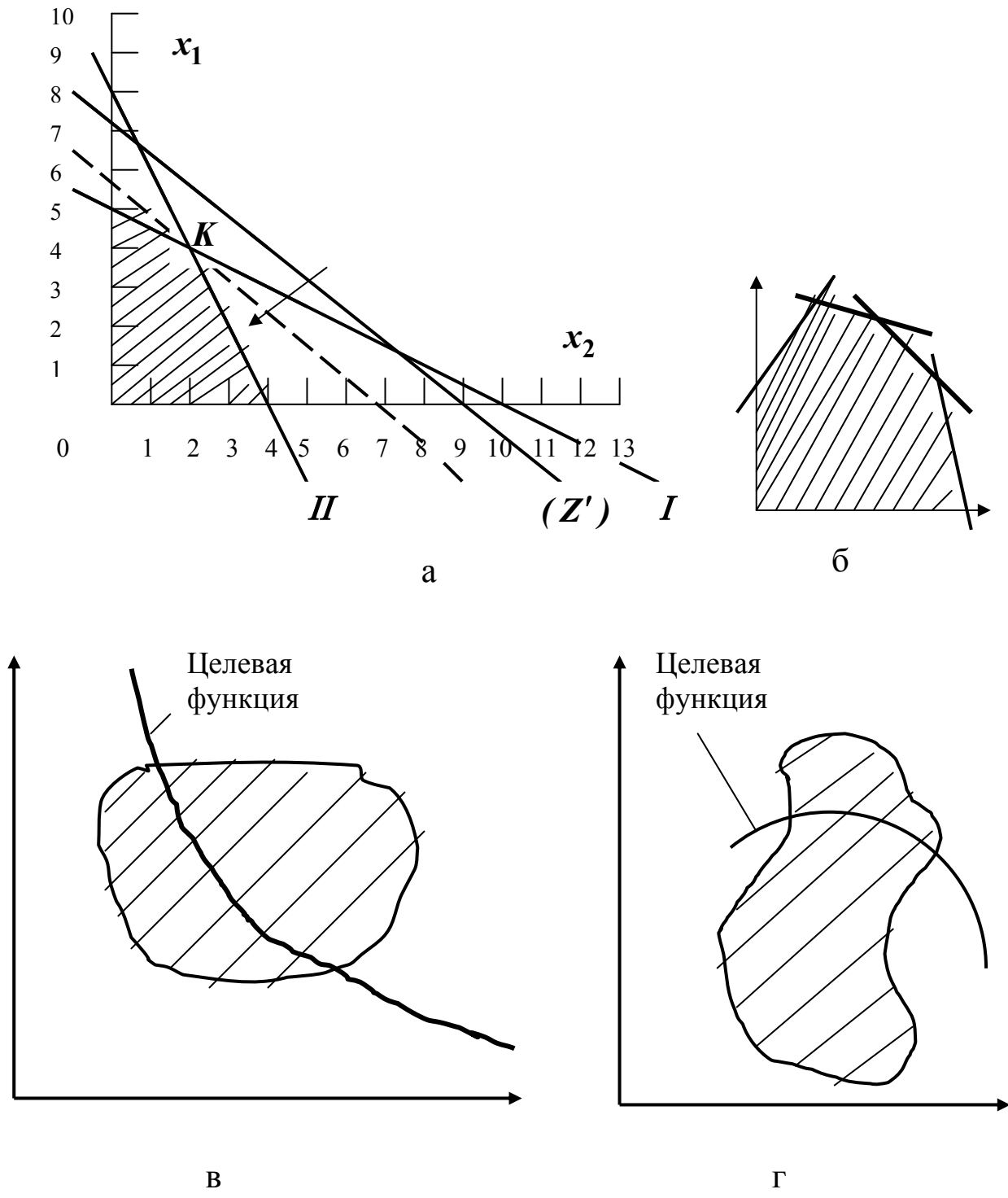


Рис. 1.4. Геометрическая интерпретация линейного (а, б) и нелинейного (в, г) программирования.

Для того чтобы избежать громоздких преобразований системы линейных уравнений из одной формы в другую, эти уравнения представляют в виде таблиц, содержащих коэффициенты при переменных. В этом случае переход от одной системы уравнений к другой сводится к пересчету коэффициентов в таблицах, что осуществляется по формальным правилам, хорошо приспособленным для решения на компьютере. Этот метод получил название табличного метода нахождения оптимальных решений. Известны также такие методы оптимизации как *метод потенциалов* и *метод ветвей и границ* (branch and bound method) [204, 256]. Несмотря на то, что область использования линейных моделей очень широка, во многих случаях эти модели не достаточно полно отображают реальные процессы (системы).

Методы нелинейного программирования разработаны в меньшей степени, чем методы линейного программирования, что связано не столько со сравнительной новизной этих методов, сколько с их сложностью. В двумерном случае области решений и целевая функция могут иметь самую разнообразную конфигурацию (рис.1.4, в и г). Если методы решения задач с выпуклой областью решений и с вогнутой (для задач на максимум) или выпуклой (для задач на минимум) целевой функцией разработаны сравнительно хорошо, то в остальных случаях обычно нелинейные зависимости аппроксимируются линейными и задачи решаются методами линейного программирования.

Большой класс задач решается методами целочисленного программирования, представляющими собой методы оптимизации линейных моделей в случае, когда переменные величины представляются только целыми числами. Для решения задач целочисленного программирования используется ряд специальных методов, однако во многих случаях поступают иначе: решают линейную задачу обычными методами и затем округляют полученные величины до целых значений.

Геометрическое программирование представляет собой один из разделов нелинейного программирования и позволяет решать задачи оптимизации, в которых критерий оптимальности и ограничения выражаются нелинейными функциями вида [32, 72, 96, 334]

$$Z = \sum_{i=1}^n c_i \prod_{j=1}^m t_j^{a_{ij}} \quad (1.38)$$

где c_i – весовые коэффициенты; t_j – независимые переменные; a_{ij} – показатель степени.

Выражения вида слагаемых (1.33) авторы метода геометрического программирования называют позиномами (posinomials). Позиномы обладают свойством выпуклости. Это свойство легко может быть доказано, если в слагаемых соотношения (1.33) провести замену переменных $y_i = \ln t_j$ и взять вторые производные по y_i , которые оказываются всегда положительными.

Рассмотрим задачу, в которой требуется найти оптимум функции вида

$$Z = c_1 t^{a_1} + c_2 t^{a_2}. \quad (1.39)$$

Введем так называемую естественную переменную

$$y = \ln t \quad (1.40)$$

и обозначения

$$\left. \begin{aligned} u_1 &= c_1 (e^y)^{a_1}; \\ u_2 &= c_2 (e^y)^{a_2}. \end{aligned} \right\} \quad (1.41)$$

Тогда условие оптимальности Z можно записать как

$$\frac{d}{dy}(u_1 + u_2) = 0 \text{ в точке } y^*. \quad (1.42)$$

Индекс * относится к значениям, которые параметры приобретают в точке оптимума y . Из уравнения (1.42) получаем:

$$a_1 u_1^* + a_2 u_2^* = 0. \quad (1.43)$$

Если рассматривать a_1 и a_2 как компоненты вектора показателей, а u_1^* и u_2^* как компоненты вектора решений, то (1.43) можно переписать в виде

$$\left\| \begin{array}{c} a_1 \\ a_2 \end{array} \right\| \left\| \begin{array}{c} u_1^* \\ u_2^* \end{array} \right\| = 0, \quad (1.44)$$

откуда получаем, что в точке y^* векторы \bar{a}^* и \bar{u}^* ортогональны. Введем вектор $\bar{\delta}$, ортогональный вектору \bar{a}^* , т.е.

$$\left\| \begin{array}{c} a_1 \\ a_2 \end{array} \right\| \left\| \begin{array}{c} \delta_1 \\ \delta_2 \end{array} \right\| = 0, \quad (1.45)$$

и удовлетворяющий условию нормализации

$$\delta_1 + \delta_2 = 1.$$

Так как вектор \bar{a}^* ортогонален вектору \bar{u} , а вектор $\bar{\delta}$ ортогона-

лен вектору \bar{a} , то векторы \bar{u}^* и $\bar{\delta}$ параллельны, кроме того вектор $\bar{\delta}$ нормализован, тогда

$$\bar{u}^* = Z\bar{\delta}. \quad (1.46)$$

Таким образом, отыскание оптимума функции Z сводится к построению вектора $\bar{\delta}$. Для случая многих переменных условие минимума задаётся уравнениями

$$\frac{\partial Z}{\partial y_i} = 0, \quad (1.47)$$

где $i = 1, 2, \dots, m$, т. е. необходимо, чтобы вектор решения \bar{u}^* был ортогонален каждому вектор-столбцу матрицы показателей

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1m} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2m} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nm} \end{vmatrix}. \quad (1.48)$$

Обычным является случай, когда $n > m + 1$, т. е. существуют векторы \bar{u}^* , ортогональные всем вектор-столбцам матрицы показателей. Особый интерес представляет случай, когда $n = m + 1$, т. е. когда есть только один вектор \bar{u}^* , ортогональный вектор-столбцам матрицы.

Оптимум целевой функции в этом случае имеет вид [334]

$$Z^* = \left(\frac{c_1}{\delta_1}\right)^{\delta_1} \left(\frac{c_2}{\delta_2}\right)^{\delta_2} \dots \left(\frac{c_n}{\delta_n}\right)^{\delta_n}. \quad (1.49)$$

До сих пор рассматривался поиск оптимума без ограничений. Возможен случай, когда некоторые из функций u_i , входящих в функцию Z могут принадлежать функции Z_k , с помощью которой на переменные t_1, \dots, t_m накладываются ограничения

$$Z_k(t_1, \dots, t_m) \leq \sigma_k, \quad (1.50)$$

где σ_k - константа.

В этом случае метод геометрического программирования позволяет получить решение в виде

$$Z^* = \prod_1^n \left(\frac{c_i}{\delta_i}\right)^{\delta_i} \prod_1^{\sigma} \left(\frac{\lambda_k}{\sigma_k}\right)^{\lambda_k}, \quad (1.51)$$

где $\lambda_k = \sum_i \delta_i$, а σ - количество ограничений.

Метод геометрического программирования может быть распространен на случай $n > m + 1$, а также на случай, когда независимые переменные являются функциями произвольного вида. Подробное изложение этих вопросов будет рассмотрено ниже.

До сих пор не рассматривался вопрос о методике нахождения двойственного вектора. Следует отметить, что это основная числовая операция (над матрицами), используемая в методе геометрического программирования. Существуют алгоритмы определения двойственного вектора, например, алгоритм Бранда [96], но в общем случае указанная методика требует эрудиции исследователя.

Степенная функция типа (1.33) позволяет аппроксимировать довольно широкий класс зависимостей в разных областях науки, техники и технологии; если (к тому же) задачу можно свести к случаю $n = m + 1$, то нетрудно видеть, что геометрическое программирование представляет собой весьма эффективный аппарат предварительных оценочных инженерных расчетов.

1.2.1.3. ЭВРИСТИЧЕСКОЕ ПРОГРАММИРОВАНИЕ

Эвристические методы нацелены на решение особенно сложных задач, которые трудно или невозможно решить иными способами. Эвристическое программирование возникло в результате попытки составить программу для решения на компьютере задач, для которых не существуют или неизвестны строгие алгоритмы. При этом используются методы решения, похожие на те, которые используют люди. Эвристическое программирование основывается на изучении процессов решения задач оптимизации человеком и представляет собой попытку промоделировать на компьютере процесс индуктивного умозаключения. Под индуктивным умозаключением понимается методика поиска решения, когда на основе некоторой гипотезы делаются выводы или решается задача, при этом используется *метод проб и ошибок* (trial and error method). Эвристическое решение задачи начинается с выбора гипотез, которые необходимо проверить. В качестве критерия пригодности гипотез используется имеющаяся информация, при этом делается попытка отделить возможные решения от невозможных. Подобные критерии называются эвристиками задачи. Существует два

типа эвристик: синтаксические и семантические, названные так в соответствии с типом объекта, проверяемого в процессе применения эвристики.

Следует иметь в виду, что обычно человек решает задачу не целиком, а разбивает ее на более легкие подзадачи, которые в совокупности эквивалентны общей задаче. Такое разбиение общей задачи на подзадачи получило название метода регрессии, которое в общем виде может не привести к цели. Это составляет одно из свойств эвристических методов - нет гарантии, что решение будет получено [334].

Первоначально эвристическое программирование предназначалось для решения математических задач. Так, программа, созданная для доказательства геометрических теорем, была названа теоретико-логической. Кроме того, эвристическое программирование используется, например, для составления программ игры в шахматы, разработки программ проектирования многослойных печатных плат, программ конструирования микромодулей, программ распознавания геометрических образов, программ «сочинения» музыкальных произведений и т. д.

Основными направлениями эвристического программирования являются [334]:

замена модели процесса. В ряде случаев известные методы оптимизации не позволяют проанализировать модель. Тогда ее заменяют другой моделью, построенной на основе опыта специалистов. Эта модель может не строго отображать существо процесса, но поддается исследованию;

сужение области исследования. При отыскании оптимальных решений специалисты, опираясь на опыт и интуицию, могут вести дополнительные ограничения на область допустимых решений, чем облегчается решение задачи;

задание “опорного плана”, т. е. программы, оптимальной с точки зрения специалистов. Это облегчает исследование, так как позволяет ограничиться проверкой изменения критерия эффективности не во всей области решения, а только в окрестности самого решения;

использование интуитивных методов. Эти нестрогие методы вырабатываются практикой специалистов.

Эвристические методы не должны противопоставляться рассмотренным выше аналитическим и численным методам, которые можно отнести к алгоритмическим методам оптимизации. Необходимо находить их разумное сочетание. Это целесообразно и потому,

что, как показывают исследования, и те и другие методы имеют общую основу.

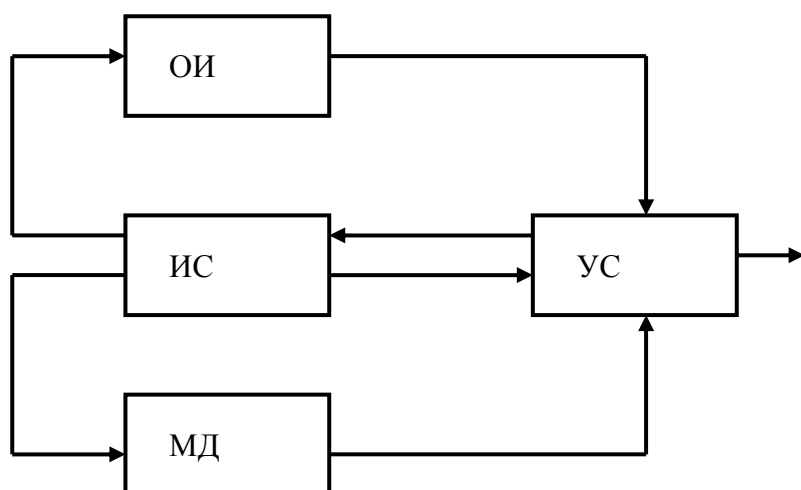


Рис.1.5. Эвристические методы оптимизации.

Остановимся на методологии эвристического программирования (рис. 1.5).

Исследователь ИС задает объекту исследования ОИ, т. е. испытуемому, тестовую задачу и, наблюдая за ее решением, строит модель МД. Модель исследуется на компьютере, и полученные результаты сопоставляются с поведением ОИ в устройстве сравнения УС. Если функционирование ОИ и модели не совпадают, то ищутся и устраняются причины несовпадения. Обоснованием приведенной методологии является процедура Л. Тьюринга, вытекающая из его “игры в имитацию” [204].

Как уже отмечалось, эвристическое программирование весьма перспективно для решения задач большой размерности и, прежде всего, задач проектирования сложных систем. Здесь возможно огромное число вариантов. Опытный проектант, как правило, сразу отбрасывает большинство вариантов, руководствуясь своим опытом.

При проектировании широко (и порой недостаточно осознанно) используются разного рода эвристические правила и алгоритмы. Достаточно указать на то, что опытный конструктор дает окончательную оценку конструкции исходя из критерия “смотрится - не смотрится”. Целесообразно выявить эти правила, сделав их достоянием проектантов.

При проектировании широко (и порой недостаточно осознанно) используются разного рода эвристические правила и алгоритмы. Достаточно указать на то, что опытный конструктор дает окончательную оценку конструкции исходя из критерия “смотрится - не смотрится”. Целесообразно выявить эти правила, сделав их достоянием проектантов.

1.2.1.4. СТОХАСТИЧЕСКОЕ ПРОГРАММИРОВАНИЕ

Стохастическое программирование дает методы решения условных экстремальных задач при неполной информации о параметрах исследуемого процесса. Как известно, исходная информация для проектирования технологических процессов и систем недостаточно до-

стоверна. Примерами этого могут быть неопределённость режущих свойств инструмента, жёсткости металлорежущих станков и т.п. Таким образом, при проектировании отдельные или все параметры критерия качества, а также ограничения могут оказаться неопределёнными или случайными. Обычно при решении подобных задач, когда параметры целевой функции и (или) ограничений – случайные величины, рассматривают математические ожидания величины, т. е. сводят стохастическую задачу к детерминированной. Однако подобное рассмотрение не является строгим, так как при усреднении параметров может быть нарушено соответствие математической модели изучаемому процессу. Используется также и другой прием, который сводится к вычислению математического ожидания критерия с применением теории вероятностей или чаще метода статистических испытаний. При этом максимизируют (либо минимизируют) этот критерий, варьируя управлениями. Однако этот прием связан со значительными осложнениями.

Следует иметь в виду, что решение задач стохастического программирования связано с рядом трудностей [334]. Во-первых, не всегда удастся корректно поставить задачу, иными словами, добиться того, чтобы вероятностная модель достаточно хорошо описывала исследуемый процесс. Во-вторых, до сего времени нет методов, которые позволяли бы уверенно решать задачи оптимизации таких моделей.

Можно выделить две возможные постановки задачи стохастического программирования: жесткая, или одноэтапная, и нежесткая, или двухэтапная [33, 334]. Для жесткой постановки неприемлемо, чтобы при каких бы то ни было случайных воздействиях нарушались бы ограничения. Подобная ситуация описывается следующей моделью: необходимо найти детерминированный вектор x , обеспечивающий максимум математического ожидания линейной целевой функции

$$Z = \sum_{i=1}^n c_i(\theta)x_i, \quad (1.52)$$

при условиях (ограничениях)

$$\left. \begin{aligned} \sum_{i=1}^n a_{ij}(\theta)x_i &\leq b_j(\theta); \\ j &= 1, 2, \dots, m; \\ \theta &\in R; \\ x_i &\geq 0; \quad i = 1, 2, \dots, n. \end{aligned} \right\} \quad (1.53)$$

Здесь $a_{ij}(\theta); b_j(\theta); c_i(\theta)$ принимают случайные значения в зависимости от значения, принимаемого случайным параметром θ . Каждая реализация определяет многогранник допустимых планов соответствующей задачи линейного программирования. Отметим, что реализацию параметра θ называют элементарным событием (состоянием природы), а множество возможных значений этого параметра R называют пространством элементарных событий (множеством возможных состояний природы).

Для любого элементарного события должны удовлетворяться все ограничения, которые принадлежат всем возможным многогранникам допустимых планов. Если пересечение этих многогранников пусто, то допустимого плана задачи не существует.

Если множество элементарных событий конечно, то стохастическая задача может быть сведена к такой детерминированной задаче.

Найти $\max \sum_{i=1}^n \bar{c}_i(\theta) x_i$ при условиях

$$\sum_{i=1}^n a_{ij}^k x_i \leq b_j^k; \quad j = 1, 2, \dots, m; \quad (1.54)$$

$$k = 1, 2, \dots, K; \quad x_i \geq 0.$$

Здесь $\bar{c}_i(\theta)$ - среднее значение случайной величины $c_i(\theta)$, взятое относительно всех возможных элементарных событий;

k – число возможных элементарных событий;

a_{ij}^k и b_j^k – коэффициенты, соответствующие реализации k -го элементарного события.

Если k велико, то трудность решения определяется большой размерностью задачи.

1.2.1.5. МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ НЕЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ

В отличие от задач линейного программирования в нелинейном программировании отсутствуют универсальные методы типа симплекс-метода. Наиболее распространены следующие методы [256]:

1. Метод множителей Лагранжа.
2. Условия Куна-Таккера.
3. Градиентные методы.

В свою очередь градиентные методы (т. е. методы, в которых используется градиент целевой функции) делятся на две основные группы. К первой группе относятся методы, применение которых не приводит к выходу за пределы области допустимых значений при движении к стационарной точке. К числу таких методов относится, например, *метод линейных комбинаций*. Применение методов второй группы допускает при поиске стационарных точек выход за пределы области допустимых решений, но с последующим возвратом в эту область. К числу таких методов относятся, например, *метод штрафных функций* и разновидность его – *метод Эрроу-Гурвица* [256]. Например, метод штрафных функций (метод штрафов) заключается в следующем [204]. Пусть требуется максимизировать функцию

$$f(\bar{x}) = f(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (1.55)$$

при ограничениях в виде неравенств

$$g_i(\bar{x}) \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, m. \quad (1.56)$$

Часто встречающиеся ограничения вида $x_i \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, n$ можно включить в число ограничений (1.56). Теперь вместо задачи (1.55) – (1.56) решают серию связанных с ней задач таких, что в каждой из них требуется найти максимум некоторой вспомогательной функции без ограничений, т. е. безусловный максимум. Можно подобрать специальные вспомогательные функции. Так, найденные безусловные максимумы приведут к максимуму задачи (1.55) – (1.56). Причем, если исходная задача имела локальные (относительные) максимумы, т. е. была многоэкстремальной задачей, то теперь будут найдены безусловные локальные максимумы вспомогательных функций, которые приведут к локальным максимумам задачи (1.55) – (1.56). Упрощение задачи заключается в том, что методы отыскания безусловного максимума функции нескольких переменных уже давно и хорошо разработаны. Например, еще в начале XIX века один из первых таких методов был предложен Коши - *метод наискорейшего спуска* (для задачи на максимум следует сказать *метод наискорейшего подъема*). Известны также другие методы безусловной максимизации: Ньютона, Флетчера-Ривса, переменной метрики и др. Эти методы используют первые или вторые частные производные максимизируемой функции. И хотя здесь имеются свои проблемы, задача безусловной максимизации (в отличие от условной) оказывается значительно легче, чем задача на максимизацию при наличии ограничений

[204]. Численные примеры решения задач методами штрафных функций и Эрроу-Гурвица можно найти, например, в работе [256].

1.2.1.6. ОПТИМИЗАЦИЯ КАЧЕСТВЕННЫХ ХАРАКТЕРИСТИК

При проектировании систем приходится решать задачи оптимизации качественных характеристик. К задачам такого типа может быть отнесен, например, выбор наилучшего с позиций технической эстетики внешнего вида машины или аппаратуры. Для решения подобных задач известными количественными методами необходимо качественным характеристикам придать соответствующие количественные оценки [334]. С этой целью обычно используется *метод экспертных* оценок. Сущность метода состоит в том, что для оценки качественных характеристик привлекается группа компетентных специалистов (экспертов) и в наиболее распространенном случае каждый из экспертов дает количественную оценку независимо от других. Оценки экспертов с помощью какого-либо приема объединяются в обобщенную (согласованную) оценку.

Наиболее распространенным методом оценки экспертами является ранжирование. Под ранжированием понимается расположение n объектов (присвоение номера) в порядке возрастания или убывания оцениваемого признака x , количественно не измеримого. Ранг x_i указывает то место, которое занимает i -й объект среди других $n - 1$ объектов, ранжированных в соответствии с признаком x . Наиболее распространенным приемом объединения оценок экспертов ранжированием является определение среднего ранга. Средний ранг может определяться либо как среднее арифметическое совокупности рангов, либо как среднее взвешенное с учетом весовых коэффициентов, определяемых квалификацией экспертов [334].

1.2.2. КЛАССИФИКАЦИЯ ПО ПРИЗНАКУ ЛИНЕЙНОСТИ

По характеру и особенностям целевых функций $F(x)$ и ограничений $g_i(x)$ различают два основных класса задач – задачи линейного и нелинейного программирования (раздел 1.2.1). К первому классу относятся задачи, в которых целевая функция $F(x)$ и ограни-

чения $g_i(x)$ являются линейными относительно составляющих $x_j (j=1, n)$. Ко второму классу – задачи, в которых $F(x)$ и (или) $g_i(x)$ являются нелинейными.

1.2.3. КЛАССИФИКАЦИЯ ПО СОДЕРЖАТЕЛЬНОЙ ПОСТАНОВКЕ

Различают следующие классы задач [256]:

- 1) управление запасами;
- 2) распределение ресурсов;
- 3) техническое обслуживание;
- 4) массовое обслуживание;
- 5) составление расписаний;
- 6) сетевое планирование и управление;
- 7) выбор маршрута;
- 8) комбинированные задачи.

Задачи управления запасами связаны с определением оптимального объема (количества) некоторого продукта (в т.ч. сырье и полуфабрикаты), подлежащего хранению и расходу по заявкам потребителей (в т.ч. так называемые межоперационные заделы). Эти задачи характерны тем, что с увеличением запасов возрастают расходы на их хранение, но уменьшаются потери из-за возможной их нехватки. Задача оптимизации заключается в определении такого уровня запасов, при котором минимизируется сумма ожидаемых (прогнозируемых) затрат по хранению запасов и потерь в результате их нехватки.

Задачи распределения ресурсов имеют место в случаях, когда задан определенный набор планируемых к выполнению работ при ограниченных ресурсах. Возможны различные перечисленные ниже постановки этой задачи [256].

1. Заданы работы и ресурсы. Требуется распределить ресурсы между работами таким образом, чтобы максимизировать некоторую меру эффективности (прибыль) или минимизировать ожидаемые затраты.
2. Заданы только наличные ресурсы. Требуется определить набор работ, который можно выполнить с учетом этих ресурсов, обеспечивая максимум прибыли.
3. Заданы только работы. Требуется установить очередность их выполнения, при которой минимизируются затраты на их выполнение.

Примечание. В зарубежной литературе задачи управления запасами (inventory management) представлены двумя концепциями: планирование материальных потребностей (Material Requirement Planning или MRP) и планирование производственных ресурсов (Manufacturing Resource Planning или MRP II). Концепция MRP II охватывает производственные, технические и финансовые ресурсы [67, 410].

Задачи технического обслуживания возникают в основном в случаях, когда требуется определить периодичность контроля, ремонта и замены оборудования вследствие его износа и устаревания. Возможна следующая трактовка этой задачи: определить сроки восстановительного ремонта и замены оборудования модернизированным, при которых суммарные ожидаемые затраты по ремонту и замене, а также потери из-за ухудшения технологических характеристик или простоя оборудования (в случае его выхода из строя) минимизируются.

Задачи массового обслуживания рассматривают вопросы образования и функционирования очередей, например, очереди самолетов (идущих на посадку), судов (ожидающих причала), абонентов (ожидающих вызов на междугородной АТС), заготовок (подлежащих обработке на станках) и т. д.

Очереди возникают вследствие неуправляемости и случайности потока требований или заявок на обслуживание при ограниченном количестве единиц технологического оборудования для обслуживания. Если это количество велико (взлетно-посадочных полос аэродрома, причалов в морском порту, линий связи на АТС, станков в цехе и т.д.), то очередь может не возникать, но при этом будут возникать простои оборудования. С другой стороны, при малом количестве единиц оборудования для обслуживания создаётся значительная очередь и будут возникать потери из-за ожидания в очереди. В этом случае возможна следующая постановка задачи оптимизации: определить какое количество единиц оборудования необходимо, чтобы минимизировать суммарные ожидаемые потери от несвоевременного обслуживания и простоя оборудования.

Задачи составления расписаний (календарное планирование) имеют следующую содержательную трактовку: пусть имеется множество различных деталей с определёнными технологическими маршрутами, а также несколько единиц обрабатывающего эти детали оборудования (фрезерные, токарные, строгальные и т.п. станки). Од-

новременная обработка более одной детали на каждом типе оборудования невозможна. Поэтому у некоторых типов этого оборудования может образовываться очередь деталей на обработку. Время обработки каждой детали известно. Задача оптимизации может быть сформулирована следующим образом: определить такую очередность обработки деталей на каждом типе оборудования, при которой минимизируется, например, общая продолжительность завершения комплекса работ.

Задачи сетевого планирования и управления в основном имеют место при разработке сложных и дорогостоящих проектов. В этом классе решаются две группы задач: по критерию “Время” и по критерию “Стоимость”. В первой группе при наличии исходных данных по выполнению проекта (а также выделенных ресурсов) требуется так распределить эти ресурсы по всем видам работ, чтобы общая продолжительность всего комплекса работ была минимальной. Во второй группе задана продолжительность всего комплекса работ. При этом требуется определить такую последовательность выполнения отдельных видов работ и распределить ресурсы, чтобы общие затраты на выполнение всего комплекса работ были минимальными.

Задачи выбора маршрута (транспортные задачи) наиболее характерны при изучении разнообразных процессов на транспорте и в системах связи. Одной из типичных задач этого класса является задача определения маршрута следования из одного пункта в другой при наличии нескольких маршрутов для разных промежуточных пунктов. Задача оптимизации заключается в определении наиболее экономичного маршрута в соответствии с принятой целевой функцией. Решение такой задачи может быть связано с учетом ряда ограничений: запрет на возврат к уже пройденному промежуточному пункту, обход всех промежуточных пунктов транспортной сети с условием нахождения в каждом из них не более одного раза и т.п.

Комбинированные задачи характеризуются сочетанием одновременно нескольких оптимизационных задач, каждая из которых может иметь свою целевую функцию и условия решения. Такие задачи относятся к многокритериальным.

Приведенная классификация задач оптимизации не является полной, так как их специфические особенности в конкретных ситуациях могут выдвинуть и другие классификационные признаки. Деление оптимизационных задач на классы представляет значительный интерес, так как позволяет совершенствовать существующие и разрабатывать новые методы решения таких задач.

1.2.4. КЛАССИФИКАЦИЯ ПО КОЛИЧЕСТВУ УЧИТЫВАЕМЫХ ЦЕЛЕВЫХ ФУНКЦИЙ

По количеству критериев оптимизации можно выделить два класса задач: одно- и многокритериальные. Многокритериальные задачи оптимизации связаны с поиском решений, эффективность которых оценивается одновременно по нескольким целевым функциям. Причем одни из этих целевых функций желательно максимизировать, другие - минимизировать. Такая множественность показателей эффективности управляемой системы является характерной для любой сколько-нибудь сложной задачи. Многокритериальность может возникать при управлении несколькими взаимосвязанными объектами исследуемой системы, эффективность каждого из которых оценивается своими критериями. Кроме того, и одиночный объект в различных ситуациях может оцениваться по различным показателям. Например, при оценке деятельности промышленного предприятия приходится учитывать целый ряд показателей: прибыль, полный объем продукции, энергетические затраты на единицу продукции, себестоимость, качество продукции и т.д. Причем ни один из показателей не может быть выбран в качестве единственного.

Существуют разные способы оценок решений многокритериальных задач оптимизации. Среди них наибольшее практическое применение получили два способа: формирование множеств доминирующих решений (*множества Парето*) и последовательный выбор уступок [256]. Кроме того, для этой цели возможно использование различных “обобщенных критериев” (составных целевых функций), представляющих собой скалярную функцию принятых отдельных критериев F_1, F_2, \dots, F_n . Путь применения составных целевых функций обычно оказывается обманчивым, так как выбор указанной скалярной функции связан с вводом ряда неопределенностей. Неопределенности порождаются, например, сложностью обоснования параметров целевой функции (весовых коэффициентов, показателей степеней и т.д.), проблематичностью интерпретации результатов решений.

1.3. ОПТИМИЗАЦИЯ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ МЕТОДОМ ПЛАНИРОВАНИЯ ЭКСПЕРИМЕНТА

Как отмечалось выше, для решения экстремальных задач необходимо иметь математическую модель изучаемого объекта (экономи-

ческого, технологического, технического и т. п.). Основным объектом, например, технологических исследований являются технологические системы, в которых формируются заданные конструктором показатели качества изделия, гарантирующие его надежность и долговечность в период эксплуатации [213]. Для оптимизации технологических процессов и систем нужны соответствующие математические модели этих объектов. Основными методами научного исследования технологических объектов являются теория и эксперимент. Существует два основных подхода к решению экстремальных задач, один из них связан с созданием теории процессов. Например, для технологического процесса можно изучать тепловые явления, теорию обеспечения точности и качества изделий, теорию базирования заготовок и т. п. Этот подход является перспективным. Однако часто от него приходится отказываться, потому что требуется значительное время для создания адекватной теории. Именно по этой причине весьма распространен так называемый эмпирический метод решения экстремальных задач, основанный на *теории экстремальных экспериментов*. Основы этой теории были заложены трудами отечественных (Адлер Ю.П., Налимов В.В. и другие) и зарубежных (Box G.E.P., Wilson K.B. и другие) ученых. Эта теория позволяет оптимально проводить эксперимент при неполном знании механизма процесса. В планировании экстремального эксперимента технологический объект представляется в виде так называемого “черного ящика”, у которого входные воздействия – факторы, выводные величины – параметры (показатели) оптимизации. Стратегия поиска оптимума заключается в последовательной постановке небольших серий опытов. Задача разбивается на два этапа. На первом этапе с помощью *полного факторного эксперимента* (ПФЭ) строят линейное уравнение регрессии, проводят оценку эмпирических коэффициентов модели и статистический анализ результатов. Адекватность полученного уравнения регрессии для функции отклика дает возможность перейти к движению по наиболее короткому пути в направлении градиента функции отклика. Движение по градиенту реализуется до тех пор, пока улучшаются значения параметра оптимизации. Если достигнуть оптимума не удастся, то ставится новая серия опытов и определяется новое направление движения по градиенту. Таким образом, стратегия оптимизации заключается в чередовании факторного планирования и движения по градиенту до достижения “почти стационарной области”, области оптимума [85, 90, 204, 213, 241]. Сущность и примеры решения задач ПФЭ представлены в следующем разделе.

1.3.1. МЕТОДИКА МНОГОФАКТОРНОГО ПЛАНИРОВАНИЯ ЭКСПЕРИМЕНТА

Теория планирования эксперимента входит составной частью в общую *математическую теорию эксперимента*. Планирование эксперимента относится к активному эксперименту, который предусматривает изменение исследуемых факторов в требуемых пределах по предварительно составленной схеме (матрице планирования), обладающей оптимальными свойствами (время эксперимента минимально).

Неизвестные или невключенные в исследование факторы рассматриваются как случайные величины (погрешности). Теория планирования оперирует определенными понятиями, определение которых дано ниже. Функция $y = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$, характеризующая любой исследуемый процесс, называется *функцией отклика*. Независимые переменные x_1, x_2, \dots, x_n - аргументы функции - называются *факторами*. Предполагается, что фактор x_i , где $i = (1 \div n)$, может принимать конечное число значений $S_i \geq 2$, которые называются *уровнями фактора*, и что выбор уровней факторов находится в распоряжении экспериментатора.

Метод, состоящий в рассмотрении влияния факторов на результаты измерений *по одному*, называется *классическим экспериментом*. В отличие от него в *методе факторного планирования* уровни всех факторов комбинируются, как правило, при равном числе измерений оценки неизвестных параметров регрессии, получающиеся для разумного спланированного факторного эксперимента, и более точны [90]. При большом числе факторов функция отклика (функция регрессии) рассматривается как геометрический образ в многофакторном пространстве – поверхность отклика ($n = 2$) или гиперповерхность ($n > 2$).

При планировании эксперимента пользуются *факторными моделями*, которые представляют собой полиномы. В качестве функции регрессии в этих моделях при $S_i = 2$ обычно рассматривается полином степени $k \leq n$, в котором присутствуют только члены вида

$$x_1^{r_1} x_2^{r_2} \dots x_n^{r_m}, \quad (1.57)$$

где все r_j равны либо нулю, либо единице. В общем случае такая функция регрессии имеет вид [90]:

$$y(x_1, \dots, x_n) = \theta_0 + \sum_{i=1}^n \theta_i x_i + \sum_{i < j} \theta_{ij} x_i x_j + \sum_{i < j < l} \theta_{ijl} x_i x_j x_l + \dots$$

$$+ \sum_{i_1 < i_2 < \dots < i_n} \theta_{i_1 i_2 \dots i_n} x_{i_1} x_{i_2} \dots x_{i_n}$$
(1.58)

где некоторые из параметров $\theta_i, \theta_{ij}, \dots$ неизвестны, а некоторые априори равны нулю. Параметр θ_0 в функции (1.58) называется *общим средним*, параметры $\theta_i (i = 1 \div n)$ - *главными эффектами* (взаимодействия нулевого порядка), θ_{ij} - *эффектами взаимодействия первого порядка* (эффектами двухфакторных взаимодействий), θ_{ijl} - *эффектами взаимодействия второго порядка* (эффектами трехфакторных взаимодействий) и аналогично $\theta_{i_1 i_2 \dots i_k}$ - *эффектами взаимодействия порядка $k-1$* (эффектами k -факторных взаимодействий). Число k -факторных взаимодействий равно

$$C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}. \quad (1.59)$$

В частности имеется n главных эффектов, $\frac{n(n-1)}{2}$ эффектов двухфакторных взаимодействий и один эффект n -факторного взаимодействия.

Наиболее часто на практике используется два частных случая функции регрессии (1.58)

$$y(x_1, \dots, x_n) = \theta_0 + \theta_1 x_1 + \dots + \theta_n x_n \quad (\text{линейная}) \quad (1.60)$$

и

$$y(x_1, \dots, x_n) = \theta_0 + \sum_{i=1}^n \theta_i x_i + \sum_{i < j} \theta_{ij} x_i x_j \quad (\text{квадратичная}). \quad (1.61)$$

Последняя называется также *неполной квадратичной* в силу предположения о том, что коэффициенты θ_{ij} при одночленах x_i^2 равны нулю.

Факторный план называется *полным*, если, согласно этому плану, измерения проводятся по одному для каждой возможной комбинации уровней факторов. Такой эксперимент выше был назван *полным факторным экспериментом* (ПФЭ). Полный факторный план требует проведения $s_1 \dots s_n$ измерений, где s_i - число уровней фактора x_i . Если количество уровней всех факторов одинаково и равно s , то

полный факторный план обозначается так: план s^n . Факторный план называется *дробным*, если при нём производится число измерений меньше, чем $s_1 \dots s_n$.

Большое распространение на практике получили *двухуровневые планы* ($s = 2$), т. е. такие планы, факторы в которых принимают значения только на двух уровнях. Это связано с тремя обстоятельствами [90].

Во-первых, если какой-либо фактор x_i принимает значение на s уровнях, то можно заметить этот фактор на s новых двухуровневых факторов, соответствующих уровням фактора (т. е. рассматривается каждый уровень фактора x_i в качестве нового фактора). Например, имеем двухуровневый ($s = 2$) фактор $x_i = t$, где t - глубина плоского шлифования (или логарифм этой величины при линеаризации нелинейных зависимостей). Уровни: $t_{min} = 5$ мкм, $t_{max} = 50$ мкм. Это обычная двухуровневая ситуация. Теперь имеем, например, трехуровневый ($s = 3$) фактор $x_i = t$. Уровни: $t_{min} = 5$ мкм, $t_{cp} = 25$ мкм и $t_{max} = 50$ мкм. Вводим три новых двухуровневых фактора $5 < t_1 < 25$ мкм, $25 < t_2 < 50$ и $5 < t_3 < 50$ мкм. Здесь t_1, t_2, t_3 - это самостоятельные факторы, содержание которых остается прежним (это глубина плоского шлифования), но каждый из факторов участвует в уравнении регрессии и представляет в нем свой интервал варьирования.

Во-вторых, даже если фактор x_i может принимать значения на многих уровнях (возможно, бесконечном числе), то часто имеет смысл выбирать только два крайних уровня, считая при этом, что, чем больше различие в значениях фактора, тем точнее оценки неизвестных параметров функции регрессии (полученные методом наименьших квадратов) – МНК-оценки. Если рассматривается функция регрессии (1.60), то это всегда верно [90]. Например, для трехуровневого фактора $t_{min} = 5$ мкм, $t_{cp} = 25$ мкм и $t_{max} = 50$ мкм можно ограничиться двухуровневым фактором $t_{min} = 5$ мкм и $t_{max} = 50$ мкм.

В-третьих, при проведении реального эксперимента типичной является ситуация, в которой факторы могут либо присутствовать, либо отсутствовать (бинарный случай), т. е. эти факторы имеют только два значения.

При рассмотрении двухуровневых планов уровни факторов ко-

дируются числами 1 и -1 и называются, соответственно, *верхним* и *нижним*. При использовании двухуровневых планов включать в функцию регрессии слагаемые вида (1.57) с каким-либо $r_j \geq 2$ бессмысленно: действительно, если r_j -четно, то $x_j^{r_j} = 1$, а если нечетно, то $x_j^{r_j} = x_j$.

Рассмотрим методику и конкретный пример полного двухфакторного эксперимента. Известно, что при расчете и оптимизации режимов резания мощность, затрачиваемую на резание, определяют по эмпирической зависимости. Например, при плоском шлифовании на станках с прямоугольным столом и крестовым суппортом эта зависимость может быть представлена в виде [314]

$$P = C_1 t^x V^y S^z, \quad (1.62)$$

где t - глубина шлифования, мм; V - скорость продольного перемещения стола станка, м/мин; S - поперечная подача, мм/ход; C_1, x, y, z - коэффициенты.

При постоянной величине поперечной подачи, например, при $S = 1, 2$ мм/ход, получим

$$P = C t^x V^y, \quad (1.63)$$

где $C = C_1 1, 2^z$.

После логарифмирования выражения (1.63), имеем

$$\ln P = \ln C + x \ln t + y \ln V \quad (1.64)$$

или

$$Y = a_0 + a_1 x_1 + a_2 x_2, \quad (1.65)$$

где x_1, x_2 - факторы, которые варьируются; a_0, a_1, a_2 - постоянные коэффициенты; Y - функция отклика.

При n -факторном планировании эксперимента минимальное количество опытов составляет [213]

$$N = 2^n, \quad (1.66)$$

где n -количество факторов. При двухфакторном планировании $N = 2^2 = 4$. Матрицу планирования и результаты экспериментов сводим в таблицу (табл. 1.1)

Таблица 1.1

$x_1(t)$	$x_2(V)$	y_1 <i>Bm</i>	y_2 <i>Bm</i>	Y_1	Y_2	\bar{Y}	$(Y - \bar{Y})^2$
-	-					\bar{Y}_1	
+	-					\bar{Y}_2	
-	+					\bar{Y}_3	
+	+					\bar{Y}_4	

Примечание:

- $Y_1 = \ln y_1$; $Y_2 = \ln y_2$; $Y = \frac{Y_1 + Y_2}{2}$;
- Знаки “+,” и “-,” соответствуют максимальному и минимальному значениям варьируемых факторов.

Численные значения верхнего и нижнего уровней для варьируемых факторов удобно представить в табличной форме (табл. 1.2).

Таблица 1.2

x_1	x_2
t , МИН	V , М/МИН
$x_j \min$	
$\ln x_j \min$	
$x_j \max$	
$\ln x_j \max$	

Коэффициенты a_0, a_1, a_2 в уравнении регрессии (1.65) определяют по формулам (табл.1.1)

$$a_0 = \frac{\bar{Y}_1 + \bar{Y}_2 + \bar{Y}_3 + \bar{Y}_4}{4}, \quad (1.67)$$

$$a_1 = \frac{-\bar{Y}_1 + \bar{Y}_2 - \bar{Y}_3 + \bar{Y}_4}{4}, \quad (1.68)$$

$$a_2 = \frac{-\bar{Y}_1 - \bar{Y}_2 + \bar{Y}_3 + \bar{Y}_4}{4}. \quad (1.69)$$

Формула преобразования натуральных единиц в безразмерные [213]:

$$x_j = \frac{2(\ln \tilde{x}_j - \ln \tilde{x}_j \max)}{\ln \tilde{x}_j \max - \ln \tilde{x}_j \min} + 1, \quad (1.70)$$

где x_j, \tilde{x}_j – параметры x в безразмерной и размерной формах соответственно.

С учетом выражения (1.70) зависимость (1.65) принимает следующий вид

$$Y = a_0 + a_1 \left[\frac{2(\ln \tilde{x}_1 - \ln \tilde{x}_1 \max)}{\ln \tilde{x}_1 \max - \ln \tilde{x}_1 \min} + 1 \right] + a_2 \left[\frac{2(\ln \tilde{x}_2 - \ln \tilde{x}_2 \max)}{(\ln \tilde{x}_2 \max - \ln \tilde{x}_2 \min)} + 1 \right]. \quad (1.71)$$

После потенцирования уравнения (1.71) приходим к искомой зависимости (1.63). Например, если уравнение (1.71) имеет вид

$$Y = 6,61 + 0,96 \ln \tilde{x}_1 + 0,84 \ln \tilde{x}_2, \quad (1.72)$$

то получим

$$P = e^{6,61} t^{0,96} V^{0,84}. \quad (1.73)$$

Статистический анализ полученной модели делают для проверки однородности дисперсий (критерий Кохрана), проверки значимости коэффициентов (критерий Стьюдента) и проверки адекватности модели (критерий Фишера).

Критерий Кохрана (G – критерий)

$$G = \frac{S_i^2 \max}{\sum_1^4 S_i^2} < G_{табл}. \quad (1.74)$$

Здесь $S_i^2 = 2(Y - \bar{Y})^2$. (1.75)

Если неравенство (1.74) выполняется, то гипотеза об однородности дисперсий принимается. Численные значения $G_{табл}$ для разных условий полного факторного эксперимента приведены в работе [213]. Для рассматриваемого случая $G_{табл} = 0,907$.

Проверка значимости коэффициентов уравнения регрессии по t – критерию Стьюдента

$$t = \frac{|a_i|}{S(a_i)} > t_{табл}, \quad (1.76)$$

где $a_i = a_0, a_1, a_2$ и т.д.

Здесь

$$S(a_i) = \frac{S_{ош}}{\sqrt{Nn_i}}, \quad (1.77)$$

где N – число опытов ($N = 4$); n – количество уровней варьирования ($n_i = 2$);

$$S_{ош} = \frac{\sum_{i=1}^4 S_i^2}{N}. \quad (1.78)$$

Если условие (1.76) выполняется, то соответствующий коэффициент a_i считается значимым. Численные значения $t_{табл}$ для разных условий полного факторного эксперимента приведены в работе [213]. Для рассматриваемого примера $t_{табл.} = 2,78$.

Проверка адекватности модели по F – критерию Фишера

$$F = \frac{S_{ад}^2}{S_{ош}^2} \leq F_{табл}, \quad (1.79)$$

где $S_{ад}^2$ – дисперсия адекватности; $S_{ош}^2$ – дисперсия ошибки, определяемая по формуле (1.78).

Здесь

$$S_{ад}^2 = \frac{\sum_{i=1}^4 2 \left(\hat{Y}_i - \bar{Y} \right)^2}{N - K}, \quad (1.80)$$

где K – число значимых коэффициентов в уравнении регрессии.

Численные значения $F_{табл}$ для разных условий полного факторного эксперимента приведены в работе [213]. Для рассматриваемого примера [334] $F = 12$.

Для определения дисперсий $S_{ош}^2$ и $S_{ад}^2$ удобно пользоваться таблицей (табл.1.3).

Таблица 1.3

i	$2(Y - \bar{Y})^2$	\hat{Y}	$(\hat{Y} - \bar{Y})$	$(\hat{Y} - \bar{Y})^2$	$2(\hat{Y} - \bar{Y})^2$
1					
2					
3					
4					

В заключение следует отметить, что метод планирования эксперимента применяется также при изучении и анализе механизма явлений. В этом случае полученная ранее теоретическая модель процесса по какому-либо его свойству, например, по “свойству температура шлифования” или “глубина дефектного слоя” может быть линеаризована по схеме, например, ПФЭ. В этом случае изучаемым объектом является не реальный процесс, а его теоретическая модель, которая в силу своей сложности сама по себе трудна для установления влияния отдельных факторов на изучаемое свойство процесса [314]. В этом случае говорят о так называемом *вычислительном эксперименте*. Понятие “вычислительный эксперимент”, как новая область применения компьютера, впервые было сформулировано Дж. фон Нейманом в 1945 году [90]. Методом ПФЭ можно также получить полиномиальные зависимости для целевой функции и ограничений, а затем применить для поиска экстремума целевой функции метод геометрического программирования.

1.3.2. ПЛАНИРОВАНИЕ ЭКСТРЕМАЛЬНОГО ЭКСПЕРИМЕНТА

Часто необходимо найти такие режимы процесса, при которых достигается оптимальный вариант. Экстремальным называется эксперимент, направленный на отыскание экстремума функции регрессии. При выборе метода экстремального планирования решающим обстоятельством является стоимость экспериментов. Если стоимость эксперимента высока и их допустимое количество невелико, то наиболее целесообразным является *статистический план*, при котором измерения проводятся в точках некоторой сетки в заданной подобласти факторного пространства. Это могут быть *последовательные планы*, которые обладают асимптотическим свойством сходимости получаемой последовательности точек к точке локального (относительного) экстремума функции регрессии.

В общем случае стратегия поиска экстремума заключается в последовательной постановке небольших серий опытов. Сначала получают, например, линейное уравнение регрессии (раздел 1.3.1). Адекватность этого уравнения дает возможность перейти к движению по наиболее короткому пути в направлении градиента функции отклика. Одним из известных методов экстремального планирования является, например, метод Бокса-Уильсона (Box G.E.P., Wilson K.B.) опубликованный в 1951 году [241]. Начатое авторами метода направление за-

тем превратилось в целую область математической теории эксперимента [90]. Например, известны такие методы планирования экстремальных экспериментов, как метод штрафных функций, метод множителей Лагранжа, симплексный метод, метод крутого восхождения [90] и другие. Эти же методы можно применять к теоретическим (в отличие от эмпирических уравнений регрессии) математическим моделям. В этом случае измерения (в эксперименте) заменяются вычислениями (по уравнению теоретической модели).

1.4. ОПТИМИЗАЦИЯ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ ИЗГОТОВЛЕНИЯ И РЕМОНТА МАШИН

1.4.1. СОСТОЯНИЕ ВОПРОСА

Проектирование технологических процессов обработки деталей и сборки машин (при их изготовлении и ремонте) является сложной системной задачей определения структуры и параметров этих процессов. Применение инструментария оптимизации для целей проектирования позволяет конкретизировать и определить структуру и параметры проектируемого технологического объекта, хотя в целом постановка и решение задачи оптимизации относится к числу проблемных вопросов в современной технологии машиностроения. Любой технологический процесс можно представить структурной схемой (рис.1.6), основным элементом которой является технологическая операция [304].

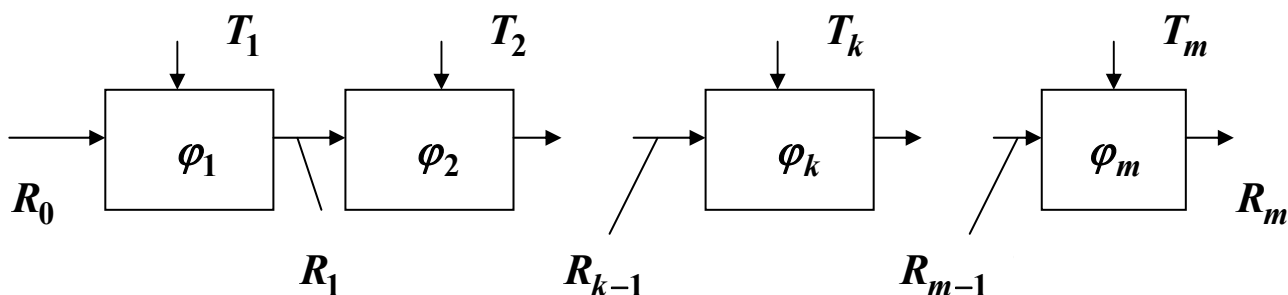


Рис.1.6. Структурная схема взаимосвязей параметров технологического процесса: φ_k – технологическая операция; $T_k = \{t_k^1, t_k^2, \dots, t_k^{n_k}\}$ набор технологических факторов на k -ой операции; $R_k = \{r_k^1, r_k^2, \dots, r_k^{n_k}\}$ - набор характеристик детали после k -ой операции.

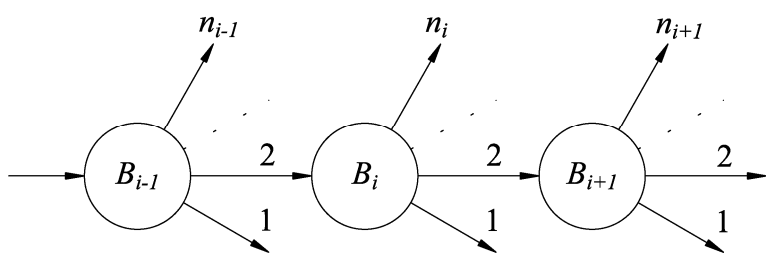


Рис. 1.7. Стратегия проектирования типа “последовательное движение”.

В свою очередь каждая операция является результатом выбора из нескольких альтернатив в стратегии проектирования типа “последовательное движение” (рис. 1.7).

Как следует из анализа рис.1.7, количество возможных решений, которое может быть принято, например, на трёх последовательных этапах проектирования составляет [167]

$$W_3 = n_{i-1}n_in_{i+1}, \quad (1.81)$$

где n_{i-1}, n_i, n_{i+1} - число альтернативных решений на $(i-1)$ -ом, i -ом и $(i+1)$ -ом этапах. Например, $n_{i-1} = 3$ (прокат, штамповка, отливка); $n_i = 3$ для проката (классы точности А, Б, В); $n_i = 5$ для штамповки (классы точности T_1, T_2, T_3, T_4, T_5); $n_i = 22$ для отливки; $n_{i+1} = 3$ (число возможных маршрутов обработки для выбранного класса точности заготовки). Тогда $W_{3min} = 3 \cdot 3 \cdot 3 = 27$, $W_{3max} = 3 \cdot 22 \cdot 3 = 198$, т. е. $27 \leq W_3 \leq 198$.

Таким образом, рассмотренный пример показывает, что число альтернативных вариантов решений на интервале проектирования, содержащем всего три последовательных этапа, составляет от 27 до 198. Учитывая, что при разработке технологических процессов количество этапов проектирования намного больше трех, а число альтернативных решений подчиняется закону, близкому к геометрической прогрессии, можно прийти к заключению, что число альтернативных вариантов проектов даже для самой простой стратегии проектирования – стратегии последовательного движения - может достигать десятков и сотен тысяч. Получение, анализ, оценивание и в конечном итоге оптимизация такого огромного количества проектов вручную невозможно. Поэтому в каждой прикладной дисциплине на протяжении десятилетий формировались упрощенные подходы, например, основанные на *заимствовании* уже полученных (проверенных практикой) решений. Примером является оптимизированное проектирование на основе *типовых технологических процессов*. При проектировании технологических процессов методом синтеза число возможных вариантов [304]:

$$M = \prod_{i=1}^N M_i, \quad (1.82)$$

где M_i - число вариантов решения каждой технологической задачи, рассматриваемой при проектировании технологического процесса (выбор вида заготовок, схем базирования, моделей станка, типов режущего инструмента и т. п.); N - число задач технологического проектирования. Из сравнения формул (1.81) и (1.82) видно, что формула (1.81) является частным случаем более общей формулы (1.82).

Следует отметить, что сам по себе технологический процесс разрабатывается на одном из этапов жизненного цикла изготавливаемых машин (этап технологической подготовки производства), оказывающим непосредственное влияние на этап эксплуатации 1 этих машин [167]. В свою очередь на этапе эксплуатации производится ремонт машин, технологические особенности и трудоемкость которого обуславливаются предыдущими этапами жизненного цикла [167], в том числе этапом технологического проектирования.

Различают структурную и параметрическую оптимизацию технологических процессов [242, 304, 331]. В первом случае речь идет о выборе оптимального состава технологического процесса (технологический маршрут, вид заготовки, тип оборудования, инструмента и т. д.). Во втором – определяют оптимальные технологические параметры (межоперационные размеры заготовок и допуски на них, припуски на обработку и допуск на них, режимы резания и т. д.). Классической задачей параметрической оптимизации является расчет *оптимальных режимов резания*.

1.4.2. ОПТИМИЗАЦИЯ РЕЖИМОВ РЕЗАНИЯ ПРИ ЛЕЗВИЙНОЙ ОБРАБОТКЕ

В задаче оптимизации режимных параметров, например, при токарной обработке регулирующими факторами являются чистота вращения шпинделя n (определяет скорость резания) и подача суппорта S . Математическую модель составляют функциональные связи этих параметров с рядом ограничений, обусловленных возможностями технологической системы [12, 100, 123, 304, 319]. Задача оптимизации состоит в отыскании в области допустимых режимов такой точки (n, S) , в которой выбранный критерий оптимальности (например, машинное время обработки) имеет экстремальное значение (мини-

мум). Причем [304]

$$\min T_0 = \frac{l_{px}}{nS} \Rightarrow \max(F = nS). \quad (1.83)$$

Примеры решения задач такого типа представлены в наших ранее опубликованных работах [242, 331].

1.4. 3. ОПТИМИЗАЦИЯ РЕЖИМОВ ШЛИФОВАНИЯ

Процесс шлифования в отличие от механической лезвийной обработки имеет ряд особенностей, которые необходимо учитывать при оптимизации этого процесса. К числу таких особенностей, например, относятся: стохастический (случайный) характер, высокая тепловая напряженность (тепловой фактор часто превалирует над силовым), высокий и непредсказуемый износ шлифовального круга (часто превышает допуск на обработку) и другие. Эти особенности отражаются в методике расчета режимов шлифования следующим образом. При лезвийной обработке в качестве глубины резания часто рекомендуется принимать припуск на обработку и весь этот припуск удалять за один технологический переход [314]. При шлифовании чаще всего припуск удаляется за несколько (иногда несколько десятков) проходов и количество этих проходов определяет структуру рабочего цикла съема припуска. Т. е. параметром оптимизации является глубина шлифования и число проходов. На примере плоского шлифования доказано, что именно количество проходов шлифования наиболее существенно влияет на машинное и штучно-калькуляционное время [162]. Оптимизацию процесса шлифования (исходя из условия наименьшего количества проходов) производят двумя методами: 1) поиск глубины шлифования, обеспечивающих наименьшее машинное время обработки (такая методика на примере зубошлифования на станках типа МААГ и 5851 дана ниже) и 2) расчет распределения припуска на проходы шлифования, исходя из условий, что образуемый на каждом проходе шлифования дефектный слой должен быть равен оставшемуся на шлифование припуску [168].

1.5. ОПТИМИЗАЦИЯ РАБОЧЕГО ЦИКЛА ШЛИФОВАНИЯ

В предыдущем разделе были установлены особенности шлифования по сравнению с другими операциями механической лезвийной

обработки. Отмечалось, что параметрами оптимизации при шлифовании часто являются глубина и число проходов шлифования, которые являются элементами рабочего цикла съема припуска.

1.5.1. ОПТИМИЗАЦИЯ ЦИКЛА СЪЁМА ПРИПУСКА ПРИ ЗУБОШЛИФОВАНИИ

В отличие от механической обработки лезвийным инструментом (когда припуск часто удаляется за один технологический переход) машинное время зубошлифования на станках, работающих по методу обката, определяется суммой составляющих рабочего цикла съема припуска. Эти составляющие представляют собой время шлифования на различных проходах цикла.

1.5.1.1. ОПТИМИЗАЦИЯ АНАЛИТИЧЕСКИМ МЕТОДОМ ПОИСКА ЭКСТРЕМУМА

Мощность зубошлифования может быть получена экспериментально в виде следующей зависимости [342]

$$P = ct^x V^y n_0^z k_M k_H k_p, \quad (1.84)$$

где c, x, y, z - коэффициенты, зависящие от угла установки тарельчатых кругов (0° , 15° или 20°); t, V, n_0 - глубина резания (мм), продольная подача (мм/мин) и частота качаний (мин^{-1}), соответственно; k_M, k_H, k_p - коэффициенты, учитывающие влияние характеристик обрабатываемого материала, абразивного инструмента, а также радиуса кривизны профиля зуба, соответственно.

Например, по данным работы [342], при угле установки кругов 0° численные значения указанных коэффициентов следующие $c=0,022$; $x=0,75$; $y=0,95$; $z=0,25$; $k_M=1$ (сталь 12Х2Н4А); $k_H=1$ (твердость кругов МЗ, зернистость 25); $k_p=1$ (радиус кривизны профиля зуба $p=34,7$ мм).

Используя выражение (1.84), можно определить время, затраченное на k -й ($1 \leq k \leq n$) проход

$$\tau_k = \frac{L}{V} = \frac{L \cdot (ct_k^x n_0^z k_M k_H k_p)^{1/y}}{P_k^{1/y}}, \quad (1.85)$$

где L – длина продольного хода стола станка, мм; P_k – мощность зубошлифования на k -ом проходе, Вт; t_k – глубина резания на k -ом проходе, мм.

$$\text{С учетом обозначений } \alpha = \frac{x}{y}; \quad \varepsilon = \frac{1}{y}; \quad M = L \cdot \left(c n_o^z k_M k_{II} k_p \right)^{1/y}$$

выражение (1.85) принимает вид

$$\tau_k = M \cdot \frac{t_k^\alpha}{P_k^\varepsilon}. \quad (1.86)$$

Суммарное машинное время зубошлифования, затрачиваемое на n проходов

$$\tau_M = M \cdot \sum_{k=1}^n \frac{t_k^\alpha}{P_k^\varepsilon}. \quad (1.87)$$

Одним из основных факторов, ограничивающих производительность шлифования, является теплонапряженность процесса. Для любого k -ого прохода глубина образуемого при зубошлифовании дефектного слоя $h_{\partial k}$ может быть представлена зависимостью

$$h_{\partial k} = a \cdot (P_k - P_o)^\gamma, \quad (1.88)$$

где a, γ – коэффициенты, мкм/Вт; P_o – бездефектный уровень мощности зубошлифования, Вт.

Так как для любого k -ого ($1 \leq k \leq n$) прохода глубина образуемого при зубошлифовании дефектного слоя не должна превышать припуск, остающийся на обработку, то

$$h_{\partial k} = \sum_{i=k+1}^n t_i = Z - \sum_{i=1}^k t_i. \quad (1.89)$$

Учитывая выражения (1.88) и (1.89) и вводя обозначение $\frac{1}{\gamma} = \beta$,

получим

$$P_k = \left[\frac{Z - \sum_{i=1}^k t_i}{a} \right]^\beta + P_o. \quad (1.90)$$

Подставляя это выражение в формулу (1.87), получим:

$$\tau_M = M \left[\frac{1}{P_o^\varepsilon} \left(Z - \sum_{i=1}^{n-1} t_i \right)^\alpha + \sum_{k=1}^{n-1} \frac{t_k^\alpha}{\left[\left(\frac{Z - \sum_{i=1}^k t_i}{a} \right)^\beta + P_o \right]^\varepsilon} \right]. \quad (1.91)$$

Например, для угла установки кругов 0° при $n_0=150$ мин⁻¹ получены следующие значения параметров: $\alpha=0,79$; $\varepsilon=1,05$ и $M=3,04$.

Машинное время зубошлифования, необходимое для удаления припуска Z за два ($n=2$), за три ($n=3$) и четыре ($n=4$) прохода можно определить по формулам

$$\tau_2 = M \cdot \left\{ \frac{(Z - t_1)^\alpha}{P_o^\varepsilon} + \frac{t_1^\alpha}{\left[\left(\frac{Z - t_1}{a} \right)^\beta + P_o \right]^\varepsilon} \right\}, \quad (1.92)$$

$$\tau_3 = M \cdot \left\{ \frac{(Z - t_1 - t_2)^\alpha}{P_o^\varepsilon} + \frac{t_1^\alpha}{\left[\left(\frac{Z - t_1}{a} \right)^\beta + P_o \right]^\varepsilon} + \frac{t_2^\alpha}{\left[\left(\frac{Z - t_1 - t_2}{a} \right)^\beta + P_o \right]^\varepsilon} \right\}, \quad (1.93)$$

$$\tau_4 = \left\{ \frac{(Z - t_1 - t_2 - t_3)^\alpha}{P_0^\varepsilon} + \frac{t_1^\alpha}{\left[\left(\frac{Z - t_1}{\alpha} \right)^\beta + P_0 \right]^\varepsilon} + \frac{t_2^\alpha}{\left[\left(\frac{Z - t_1 - t_2}{\alpha} \right)^\beta + P_0 \right]^\varepsilon} + \frac{t_3^\alpha}{\left[\left(\frac{Z - t_1 - t_2 - t_3}{\alpha} \right)^\beta + P_0 \right]^\varepsilon} \right\}. \quad (1.94)$$

Из этих примеров, а так же из обобщенной рекуррентной формулы (1.91) следует, что количество переменных в формуле машинного времени на единицу меньше числа проходов, за которые удаляется припуск (при двух проходах – одна переменная, t_1 ; при трёх – две, t_1 и t_2 и т.д.).

Из анализа формулы (1.92) видно, что зависимость машинного времени τ_2 от глубины шлифования t_1 имеет экстремальный характер, так как с увеличением t_1 первая компонента формулы (1.92) уменьшается, а вторая – резко увеличивается (числитель второй компоненты растет, а знаменатель - падает).

Следовательно, существует такая глубина резания t_1 , при которой для данного припуска Z машинное время на обработку τ_2 будет минимальное. Причем, как следует из выражения (1.85), минимальному машинному времени соответствует максимальная продольная подача стола.

По формуле (1.92) при $\gamma = \beta = 1$ построены графики (рис.1.8) для различных значений припуска Z .

Видно, что при $Z=400$ мкм оптимальная глубина шлифования на первом проходе составляет $t_{1onm}=300$ мкм. При $Z=350$ мкм и $Z=325$ мкм соответствующие оптимальные глубины шлифования составляют $t_{1onm}=260$ мкм и $t_{1onm}=240$ мкм. Машинное время зубошлифования (минимальное) для трех указанных случаев соответственно составляет: $\tau_{2min}=38,0$ мин, $\tau_{2min}=35,5$ мин и $\tau_{2min}=34,4$ мин. Т.е.

Z , МКМ	400	350	325
t_{1onm} , МКМ	300	260	240
τ_{2min} , МИН	38,0	35,5	34,4

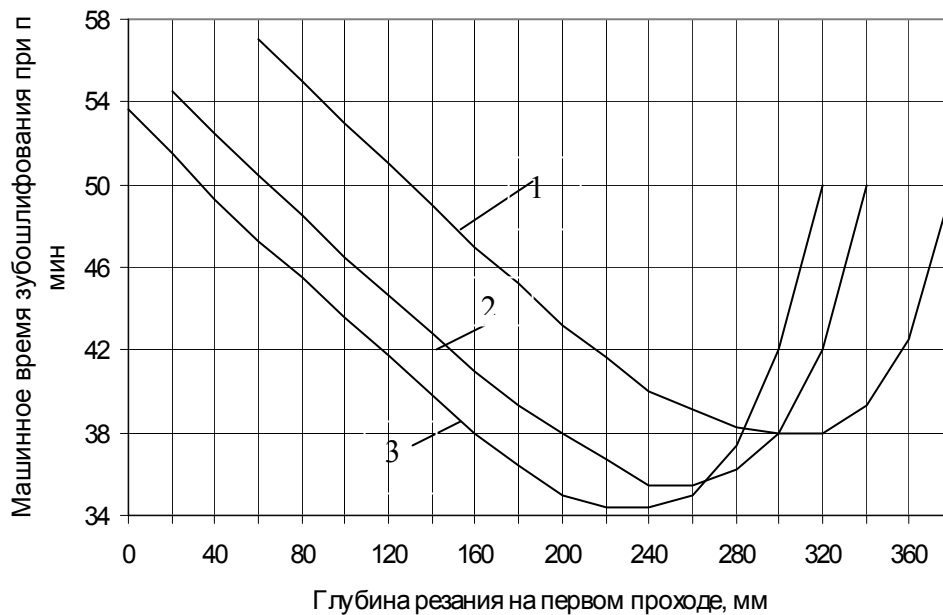


Рис.1.8. Зависимость машинного времени зубошлифования (τ_2) от глубины резания на первом проходе (t_1) при $n=2$: 1, 2, 3 — $t=400$ мкм, 350 мкм, 325 мкм.

Для более точного определения точки экстремума для зависимостей на рис.1.8 воспользуемся классическим методом поиска экстремума, т. е. определим частную производную функции τ_2 по переменной t_1 и приравняем её к нулю. Получим

$$\frac{\partial \tau_2}{\partial t_1} = -\frac{\alpha(Z-t_1)^{\alpha-1}}{P_0^\varepsilon} + \frac{\alpha t_1^{\alpha-1}}{\left[\frac{Z-t_1}{\alpha}\right]^\beta} + \frac{\beta \varepsilon t_1^\alpha (Z-t_1)^{\beta-1}}{\alpha^\beta \left[\left(\frac{Z-t_1}{\alpha}\right)^\beta + P_0\right]^{\varepsilon+1}} = 0. \quad (1.95)$$

Уравнение (1.95) может быть решено численным методом, например, известным методом половинного деления. Результаты расчета для принятых данных сведены в табл. 1.4.

Таблица 1.4

Z , мкм	400	375	350	325	300	275	245	225	200
t_1 , мкм	306	284	262	241	219	197	175	159	142

Таким образом, выполненные для конкретных условий зубошлифования численные расчеты доказывают принципиальную возможность поиска глубин шлифования, обеспечивающих минимальное машинное время обработки.

Для обобщения полученных данных на любое число n проходов шлифования рассмотрим еще один частный случай. Определим частные производные, например, функции τ_4 по переменным t_1, t_2 и t_3 , т.е. по глубине шлифования t_s при $s = (1 \div 3)$. Получим следующие три уравнения с тремя неизвестными (соответственно, при $s = 1, s = 2$ и $s = 3$).

Для $s = 1$ имеем

$$\frac{\partial \tau_4}{\partial t_1} = M \left\{ \frac{-\alpha(Z - t_1 - t_2 - t_3)^{\alpha-1}}{P_0^{\varepsilon_0}} + \frac{\alpha t_1^{\alpha-1}}{\left[\left(\frac{Z - t_1}{\alpha} \right)^\beta + P_0 \right]^\varepsilon} + \right. \\ \left. + \frac{\beta \varepsilon t_1^\alpha (Z - t_1)^{\beta-1}}{a^\beta \left[\left(\frac{Z - t_1}{a} \right)^\beta + P_0 \right]^{\varepsilon+1}} + \frac{\beta \varepsilon t_2^\alpha (Z - t_1 - t_2)^{\beta-1}}{a^\beta \left[\left(\frac{Z - t_1 - t_2}{a} \right)^\beta + P_0 \right]^{\varepsilon+1}} + \right. \\ \left. + \frac{\beta \varepsilon t_3^\alpha (Z - t_1 - t_2 - t_3)^{\beta-1}}{a^\beta \left[\left(\frac{Z - t_1 - t_2 - t_3}{a} \right)^\beta + P_0 \right]^{\varepsilon+1}} \right\} = 0. \quad (1.96)$$

Для $s = 2$:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \tau_4}{\partial t_2} = M & \left\{ \frac{-\alpha(Z - t_1 - t_2 - t_3)^{\alpha-1}}{P_0^\varepsilon} + 0 + \frac{\alpha t_2^{\alpha-1}}{\left[\left(\frac{Z - t_1 - t_2}{a} \right)^\beta + P_0 \right]^\varepsilon} + \right. \\
& \left. + \frac{\beta \varepsilon t_2^\alpha (Z - t_1 - t_2)^{\beta-1}}{a^\beta \left[\left(\frac{Z - t_1 - t_2}{a} \right)^\beta + P_0 \right]^{\varepsilon+1}} + \frac{\beta \varepsilon t_3^\alpha (Z - t_1 - t_2 - t_3)^{\beta-1}}{a^\beta \left[\left(\frac{Z - t_1 - t_2 - t_3}{a} \right)^\beta + P_0 \right]^{\varepsilon+1}} \right\} = 0.
\end{aligned} \tag{1.97}$$

Для $s = 3$:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \tau_4}{\partial t_3} = M & \left\{ \frac{-\alpha(Z - t_1 - t_2 - t_3)^{\alpha-1}}{P_0^\varepsilon} + 0 + 0 + \frac{\alpha t_3^{\alpha-1}}{\left[\left(\frac{Z - t_1 - t_2 - t_3}{\alpha} \right)^\beta + P_0 \right]^{\varepsilon+1}} + \right. \\
& \left. + \frac{\beta \varepsilon t_3^\alpha (Z - t_1 - t_2 - t_3)^{\beta-1}}{a^\beta \left[\left(\frac{Z - t_1 - t_2 - t_3}{a} \right)^\beta + P_0 \right]^{\varepsilon+1}} \right\} = 0.
\end{aligned} \tag{1.98}$$

Анализ закономерности формирования рекуррентных соотношений (1.96) – (1.98) позволяет получить обобщенную формулу для составления системы s уравнений, где $1 \leq s \leq n-1$. Для этого перепишем зависимость (1.91), выделив отдельно s -й член этой зависимости. Получим

$$\tau_M = M \left\{ \frac{\left(Z - \sum_{k=1}^{n-1} t_k \right)^\alpha}{P_0^\varepsilon} + \sum_{k=1}^{s-1} \frac{t_k^\alpha}{\left[\left(\frac{Z - \sum_{i=1}^k t_i}{a} \right)^\beta + P_0 \right]^\varepsilon} + \frac{t_s^\alpha}{\left[\left(\frac{Z - \sum_{i=1}^s t_i}{a} \right)^\beta + P_0 \right]^\varepsilon} + \sum_{k=s+1}^{n-1} \frac{t_k^\alpha}{\left[\left(\frac{Z - \sum_{i=1}^k t_i}{a} \right)^\beta + P_0 \right]^\varepsilon} \right\}. \quad (1.99)$$

Выражение (1.99) можно представить в виде:

$$\tau_M = M \{ f_1 + f_2 + f_3 + f_4 \}, \quad (1.100)$$

где f_1, f_2, f_3, f_4 - составляющие выражения (1.99), соответственно. Оптимальные значения глубин резания по проходам находим из следующей системы уравнений

$$\frac{\partial \tau_M}{\partial t_s} = 0; \quad s = 1 \div (n-1). \quad (1.101)$$

Эта система позволяет конкретизировать t_1, t_2, \dots, t_{n-1} . Глубину шлифования t_n на последний проход получим, зная величину припуска Z , т. е.

$$t_n = Z - \sum_{k=1}^{n-1} t_k. \quad (1.102)$$

С учетом выражения (1.102) система $(n-1)$ уравнений (1.101) может быть представлена в виде

$$\frac{\partial \tau_M}{\partial \tau_s} = M \left\{ \frac{\partial f_1}{\partial t_s} + \frac{\partial f_2}{\partial t_s} + \frac{\partial f_3}{\partial t_s} + \frac{\partial f_4}{\partial t_s} \right\}. \quad (1.103)$$

Поскольку составляющая f_2 в формуле (1.99) содержит глубины шлифования $(t_1, t_2, \dots, t_{s-1})$ с номерами меньшими, чем s , то

$$\frac{\partial f_2}{\partial t_s} = 0 \quad (1.104)$$

для всех $s = 1 \div (n-1)$.

С учетом этого обстоятельства выражение (1.103) принимает вид

$$\frac{\partial \tau_M}{\partial \tau_s} = M \left\{ \frac{\partial f_1}{\partial t_s} + \frac{\partial f_3}{\partial t_s} + \frac{\partial f_4}{\partial t_s} \right\}. \quad (1.105)$$

В свою очередь, учитывая зависимости (1.105) и (1.99), получим следующую систему s (где $1 \leq s \leq (n-1)$) рекуррентных уравнений

$$0 = - \frac{\alpha(Z - \sum_{k=1}^{n-1} t_k)}{P_0^\varepsilon} + \frac{\alpha t_s^{\alpha-1}}{\left[\left(\frac{Z - \sum_{i=1}^s t_i}{a} \right)^\beta + P_0 \right]^\varepsilon} + \sum_{k=s}^{n-1} \frac{\beta \varepsilon t_k^\alpha (Z - \sum_{i=1}^k t_i)^{\beta-1}}{a^\beta \left[\left(\frac{Z - \sum_{i=1}^k t_i}{a} \right) + P_0 \right]^{\varepsilon+1}}. \quad (1.106)$$

Частный случай математического выражения (1.106) имеет место при $\beta = 1$ (например, для угла установки шлифовальных кругов 0°). Получим

$$-\frac{\alpha(Z - \sum_{k=1}^{n-1} t_k)}{P_0 \varepsilon} + \frac{\alpha t_s^{\alpha-1}}{\left[\left(\frac{Z - \sum_{i=1}^s t_i}{a} \right) + P_0 \right]^\varepsilon} + \sum_{k=S}^{n-1} \frac{\varepsilon t_k^\alpha}{\left[\left(\frac{Z - \sum_{i=1}^k t_i}{a} \right) + P_0 \right]^{\varepsilon+1}} = 0. \quad (1.107)$$

Система s уравнений (1.107) является необходимым и достаточным условием для определения оптимальных глубин зубошлифования $t_1, t_2, \dots, t_{s-1}, t_s, t_{s+1}, \dots, t_{n-1}$. Глубину шлифования t_n на последний проход можно определить по формуле (1.102). Для проверки правильности выражения (1.107) можно принять, например, $n = 4$, тогда получим систему трёх уравнений (1.96) – (1.98). Если взять, например, $n = 2$, тогда получим уравнение (1.95). Такие проверки доказывают правильность полученного математического выражения (1.107).

1.5.1.2. ОПТИМИЗАЦИЯ МЕТОДОМ СЛУЧАЙНОГО ПОИСКА

При всем “изяществе” математических выражений (1.106) и (1.107) для эффективного расчета оптимальных глубин зубошлифования по этим математическим выражениям требуется подобрать соответствующий метод численного решения системы $(n-1)$ нелинейных (трансцендентных) уравнений. Поскольку целью настоящей главы является иллюстрация различных методов поиска экстремума целевой функции (1.91), воспользуемся еще одним приёмом оптимизации – прямым поиском экстремума на основании многократных расчетов машинного времени зубошлифования. Существуют десятки способов компьютерного перебора параметров, позволяющих найти их оптимальные значения, исходя из условия экстремума целевой функции. Здесь следует отметить, что прежде, чем искать эти оптимальные значения, следует предварительно доказать их существование. В предыдущем подразделе было доказано существование экстремума целевой функции (1.91). Поэтому для определения этого экстремума воспользуемся, например, методом случайного поиска. В качестве справки отметим, что этот метод относится к числу *комби-*

наторных методов [204]. Приемы случайного поиска разнообразны, однако общая идея всех этих методов состоит в следующем. Отправляясь от некоторой допустимой точки, найденной каким-либо образом (задают глубины шлифования t_1, t_2, \dots, t_{n-1} равными случайным числам, каждое из которых меньше припуска на обработку Z), делают шаг в случайном направлении и следят за тем, чтобы не выйти из допустимого множества экстремальной задачи. В зависимости от того, большее или меньшее значение принимает при этом исследуемая целевая функция (машинное время зубошлифования, определяемое формулой (1.91)), возвращаются в исходную точку или делают новый случайный шаг. Причем здесь можно использовать информацию (память) о структуре задаче, накопленную (зафиксированную в ходе поиска) в результате предыдущего поиска. Такой случайный поиск будет содержать уже элементы *самообучения*, т. е. *адаптации*. Отметим здесь, что во всех случаях использования случайного поиска необходимо иметь какой-либо источник случайных величин (“белый шум”), называемый часто *датчиком случайных чисел*.

Повторное решение задачи оптимизации методом случайного поиска позволило получить, во-первых, те же результаты, которые приведены в табл. 1.1 и, во-вторых, выполнить оптимизацию для большего, чем $n = 2$ проходов зубошлифования [342]. При этом было замечено, что метод случайного поиска в отличие от предыдущего классического метода поиска экстремума менее чувствителен к вычислительным ловушкам всякого рода (деление на нуль, извлечение корня из отрицательного числа и т. п.) и, кроме того, он проще в реализации (меньше объем программы, больше сопроводительной информации и т. п.). В заключение этого подраздела отметим, что мастерство программиста заключается в подборе наиболее эффективного (для данного класса задачи) метода случайного поиска.

1.5.1.3. ОПТИМИЗАЦИЯ МЕТОДОМ ГЕОМЕТРИЧЕСКОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ

Напомним, что общая задача математического программирования формируется следующим образом [32]: найти значение n переменных x_1, \dots, x_n , которые удовлетворяют системе уравнений и неравенств

$$g_i(x_1, \dots, x_n) \geq 0, \quad i = 1, \dots, m, \quad (1.108)$$

$$h_j(x_1, \dots, x_n) = 0, \quad j = 1, \dots, p. \quad (1.109)$$

Метод геометрического программирования [72], опубликованный в 1967 году (авторы Duffin R.J., Peterson E. L., Zener C.), имеет дело со специальными функциями – *позиномами*. Поэтому математическую формулировку задачи оптимизации нужно представить в специальном виде в соответствии со следующим определением [32]. Пусть $g_j(x_1, \dots, x_n) \geq 0$, причем $j = 1, \dots, p$ - некоторые позиномы от n переменных x_1, \dots, x_n ; b_1, \dots, b_p - произвольные положительные числа. Тогда суть задачи сводится к определению

$$\min g_0(x_1, \dots, x_n) \quad (1.110)$$

при ограничениях

$$x_1 > 0, \dots, x_n > 0, \quad (1.111)$$

$$g_i(x_1, \dots, x_n) \leq b_i, \quad i = 1, \dots, p. \quad (1.112)$$

Тогда задача называется задачей *геометрического программирования* (или геометрической программой). Причем ограничения (1.111) называются *естественными*, а ограничения (1.112) – *вынужденными*. Наиболее просто решаются задачи геометрического программирования, которые не содержат вынужденных ограничений, т. е. когда задача заключается в минимизации позиномов в области их определения. Такая задача формулируется следующим образом [32]: найти такие положительные значения переменных x_1, \dots, x_n , при которых значение данного позинома $g_i(x_1, \dots, x_n)$ будет наименьшим. Кратко эту задачу можно записать в виде: найти

$$\min_{x_j > 0} g(x_1, \dots, x_n). \quad (1.113)$$

Здесь отметим, что вопрос о наибольшем значении позинома не возникает, так как по своей природе позином

$$g(x_1, \dots, x_n) = \sum_{k=1}^m C_k x_1^{a_{1k}} \dots x_n^{a_{nk}}, \quad (1.114)$$

причем $C_1 > 0, \dots, C_m > 0$; $a_{ik} \in R$,

где R - множество действительных чисел, может принимать сколь угодно большие значения. Это видно из рассмотрения простейших позиномов, например, таких, как $g(x) = x$ и $f(x) = x^{-1} (x > 0)$.

Теоретической базой решения задач геометрического программирования с естественными ограничениями является фундаментальное неравенство между арифметическим и геометрическим средними

с весами. Это – обобщение широко известного классического неравенства

$$\frac{x_1 + \dots + x_n}{n} \geq (x_1 x_2 \dots x_n)^{1/n}, \quad (1.115)$$

которое утверждает, что среднее арифметическое любых n положительных чисел $x_1 > 0, \dots, x_n > 0$ не меньше, чем их среднее геометрическое, причем эти средние равны тогда и только тогда, когда $x_1 = x_2 = \dots = x_n$. При всей известности этого неравенства доказательство его найти в литературе нелегко, поэтому по нашей просьбе это доказательство получил Касаткин М. М. [109], причём использованный им метод отличается от приведенного в работе [72]. Здесь же отметим, что обобщенное выражение (с весами) имеет следующую математическую формулировку [32]

$$\sum_{k=1}^n \alpha_k x_k \geq \prod_{k=1}^n x_k^{\alpha_k}. \quad (1.116)$$

Неравенство (1.116) справедливо для любых положительных чисел x_1, x_2, \dots, x_n и $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$, причем последние удовлетворяют условию $\alpha_1 + \alpha_2 + \dots + \alpha_n = 1$. Знак равенства в выражении (1.116) имеет место тогда и только тогда, когда $x_1 = x_2 = \dots = x_n$. Числа $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$ называются *нормированными весами*. Причем, когда в качестве нормированных весов выступают числа $\alpha_i = 1/n$ ($i = (1 \div n)$), неравенство (1.116) превращается в неравенство (1.115) и, таким образом, является естественным обобщением последнего [32]. В этой связи неравенство (1.116) называют *неравенством между арифметическим и геометрическим средними с весами*. Это фундаментальное неравенство составляет теоретический базис всей теории геометрического программирования. Доказательство неравенства имеется, например, в работе [32].

Возвращаясь к задаче оптимизации цикла зубошлифования на станках типа МААГ и 5851 (работают по методу обката двумя тарельчатыми кругами), отметим, что переменные x_1, x_2, \dots, x_n - это глубины зубошлифования t_1, t_2, \dots, t_n . Позином (1.114) – это математическое выражение для машинного времени шлифования, которое представлено, например, зависимостью (1.91). Видно, что естественные ограничения выполняются, т. е. $t_1 > 0, \dots, t_{n-1} > 0, t_n > 0$, так как глубины шлифования являются действительными числами (их уста-

навливают вручную или автоматически по лимбу станка). Однако видно и другое, для решения задачи оптимизации цикла зубошлифования (для указанных станков) необходимо сформулировать *вынужденные ограничения*, учет которых резко усложняет задачу оптимизации (задача со степенью трудности больше нулевой).

1.5.1.4. ОПТИМИЗАЦИЯ МЕТОДОМ ГЕОМЕТРИЧЕСКОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ РАБОЧЕГО ЦИКЛА ЗУБОШЛИФОВАНИЯ

Рассмотрим возможность применения метода геометрического программирования для оптимизации рабочего цикла зубошлифования на станках, работающих по методу обката двумя тарельчатыми кругами). В соответствии с формулой (1.92) машинное время зубошлифования при удалении припуска за два прохода ($n = 2$) составляет (при $\gamma = \beta = 1$)

$$\tau_2 = M \left\{ \frac{t_1^\alpha}{\left(\frac{Z - t_1}{a} + N_0 \right)^\varepsilon} + \frac{(Z - t_1)^\alpha}{N_0^\varepsilon} \right\}, \quad (1.117)$$

где M - коэффициент, входящий в выражение (1.86), $M = 3,04$; t_1 - глубина шлифования на первом проходе, мкм; Z - общий припуск на шлифование, $Z \leq 400$ мкм; a, α, ε - коэффициенты, $a = 0,438$; $\alpha = 0,79$; $\varepsilon = 1,05$.

Исходя из методических соображений число проходов в данном разделе будем обозначать n' (ранее было обозначение n), а мощность зубошлифования - N и N_0 (ранее были обозначения P и P_0). Соответствующая геометрическая программа (ГП) имеет следующий вид

$$\begin{cases} g_0(\bar{t}) = \tau_2 = M t_1^\alpha N_1^{-\varepsilon} + M N_0^{-\varepsilon} t_2^\alpha \\ g_1(\bar{t}) = \frac{t_1}{Z} + \frac{t_2}{Z} \leq 1 \\ g_2(\bar{t}) = a N_1 t_2^{-1} - a N_0 t_2^{-1} \leq 1 \end{cases} \quad (1.118)$$

Поясним как получена ГП (1.118). Первая запись следует из выражения (1.117), если учесть, что

$$N_1 = \left(\frac{Z - t_1}{a} + N_0 \right), \quad (1.119)$$

$$Z - t_1 = t_2. \quad (1.120)$$

Вторая запись следует из выражения (1.120), а третья – из формул (1.88) и (1.89) при $\gamma = 1$. Таким образом, ГП (1.118) полностью соответствует исходной целевой функции (1.117). Это означает, что в выражении (1.117) и в ГП (1.118) содержится одна и та же информация. Другими словами, эти выражения представляют собой две различные формы одного и того же содержания. Следовательно, если к обоим этим формам применить соответствующие методы поиска экстремума функции τ_2 , то результаты такого поиска (при отсутствии субъективных ошибок) обязательно должны быть одинаковыми.

Анализ ГП (1.118) показывает, что, к сожалению, эта ГП не удовлетворяет канонической форме исходного (обычного) геометрического программирования, поскольку в канонической форме все коэффициенты полиномов (posinomials) должны быть положительными. Но мы видим, что составляющая $g_2(\bar{t})$ в выражении (1.118) представляет собой *знакопеременный полином* (signomial), который уже нельзя отнести к полиномам (под термином “полином” авторы метода геометрического программирования [72] понимают “положительный полином”, т. е. positive polynomial или posinomial). И все лишь потому, что в указанной составляющей имеется отрицательный коэффициент $(-aN_0)$. Возвращаясь к содержательной постановке задачи, вспомним, что составляющая $g_2(\bar{t})$ появляется исходя из ограничения по глубине дефектного слоя h_{∂} . При съеме припуска Z за $(n' = 2)$ прохода

$$h_{\partial 1} = aN_1 - aN_0 = t_2. \quad (1.121)$$

Т. к. при съеме слоя материала t_1 образуемый дефектный слой должен быть не более, чем глубина шлифования на второй проход, поэтому (переходя к неравенству) запишем

$$h_{\partial 1} = aN_1 - aN_0 \leq t_2. \quad (1.122)$$

В свою очередь это означает, что

$$aN_1 \leq t_2 + aN_0. \quad (1.123)$$

Делим обе части неравенства (1.123) на t_2 , получим

$$aN_1 t_2^{-1} \leq 1 + aN_0 t_2^{-1}. \quad (1.124)$$

Теперь введём новую (четвертую) переменную t_{m+1} (m -число переменных в задаче исходного геометрического программирования),

которую располагаем между левой и правой частями неравенства (1.124). Имеем

$$aN_1 t_2^{-1} \leq t_{m+1} \leq 1 + aN_0 t_2^{-1}. \quad (1.125)$$

Двойное неравенство (1.125) эквивалентно двум одинарным неравенствам. А именно

$$aN_1 t_2^{-1} \leq t_{m+1}, \quad (1.126)$$

$$t_{m+1} \leq 1 + aN_0 t_2^{-1}. \quad (1.127)$$

В свою очередь неравенства (1.126) и (1.127) преобразуем к виду

$$t_{m+1}^{-1} \cdot aN_1 t_2^{-1} \leq 1 \quad (1.128)$$

и

$$t_{m+1}^{-1} \cdot (1 + aN_0 t_2^{-1}) \geq 1. \quad (1.129)$$

Теперь ГП (1.118) можно переписать в виде так называемой *обратной* ГП, которая в отличие от канонической формы исходной ГП содержит обратное (реверсивное) неравенство типа $\mathbf{g}(\bar{\mathbf{t}}) \geq \mathbf{1}$. Получим

$$\begin{cases} g_0(\bar{\mathbf{t}}) = \tau_2 = Mt_1^\alpha N_1^{-\varepsilon} + MN_0^{-\varepsilon} t_2^\alpha \\ g_1(\bar{\mathbf{t}}) = \frac{t_1}{Z} + \frac{t_2}{Z} \leq 1 \\ g_2(\bar{\mathbf{t}}) = t_{m+1}^{-1} \cdot aN_1 t_2^{-1} \leq 1 \\ g_3(\bar{\mathbf{t}}) = t_{m+1}^{-1} (1 + aN_0 t_2^{-1}) \geq 1 \end{cases}. \quad (1.130)$$

Таким образом, ГП (1.118) и обратная ГП (1.130) содержат одну и ту же информацию и, следовательно, обратная ГП (1.130) полностью (необходимо и достаточно) соответствует исходной целевой функции (1.117). Вышеприведенные рассуждения и преобразования можно обобщить в виде следующего правила в теории геометрического программирования: *всякий знакпеременный полином, стоящий в ограничительной части задачи геометрического программирования и представляющий собой разность двух обычных полиномов (не превосходящую единицы) может быть преобразован в два ограничения прямого ($\mathbf{g}(\mathbf{t}) \leq \mathbf{1}$) и обратного ($\mathbf{g}(\mathbf{t}) \geq \mathbf{1}$) типов.*

Иллюстрацией этого правила служат преобразования ограничения $\mathbf{g}_2(\bar{\mathbf{t}})$ в два отдельных ограничения (1.128) и (1.129). Т. е. ограничение, содержащее отрицательный коэффициент ($-aN_0$), преобразуется в два ограничения, которые не содержат отрицательных коэффициентов, но одно из этих ограничений – ограничение (1.129) – является обратным (реверсивным, противоположным). Теперь проана-

лизируем структурный состав ГП (1.118) и обратной ГП (1.130). Для первого случая: количество членов–позиномов $n = 6$, количество переменных $m = 3$ (переменные t_1, t_2, N_1), степень трудности задачи $d = n - (m + 1) = 6 - (3 + 1) = 2$. Для второго случая: $n = 7$, $m = 4$ (t_1, t_2, N_1, t_{m+1}); $d = n - (m + 1) = 7 - (4 + 1) = 2$. Видим, что в обоих случаях степень трудности задачи одна и та же $d = 2$. Это вызвано тем, что добавление одной переменной (t_{m+1}) сопровождается добавлением одного члена-позинома.

Здесь следует отметить, что обратная ГП содержит неравенство типа $g(\bar{t}) \geq 1$, которое приводит к необходимости использования нового подхода к оптимизации. Ибо “обратное геометрическое программирование уже не является ветвью выпуклого программирования. Более того, это отсутствие (полной) выпуклости приводит нас к изучению “равновесных решений”, которые не обязательно являются оптимальными” [72].

Теперь рассмотрим случай удаления припуска Z за три прохода ($n' = 3$). В соответствии с формулой (1.93) целевая функция задачи (содержащая в себе все ограничения) может быть представлена в виде

$$\tau_3 = M \left\{ \frac{t_1^\alpha}{\left(\frac{Z - t_1}{a} + N_0 \right)^\varepsilon} + \frac{t_2^\alpha}{\left(\frac{Z - t_1 - t_2}{a} + N_0 \right)^\varepsilon} + \frac{(Z - t_1 - t_2)^\alpha}{N_0^\varepsilon} \right\}. \quad (1.131)$$

Как и ранее – в выражении (1.117) – члены, стоящие в фигурных скобках расположены в соответствии с последовательностью проходов зубошлифования и представляют собой время выполнения этих проходов (после умножения на коэффициент M). Соответствующая исходная ГП имеет вид

$$\begin{cases} g_0(\bar{t}) = Mt_1^\alpha N_1^{-\varepsilon} + Mt_2^\alpha N_2^{-\varepsilon} + MN_0^{-\varepsilon} t_3^\alpha \\ g_1(\bar{t}) = \frac{t_1}{Z} + \frac{t_2}{Z} + \frac{t_3}{Z} \leq 1 \\ g_2(\bar{t}) = aN_1 t_{23}^{-1} - aN_0 t_{23}^{-1} \leq 1 \\ g_3(\bar{t}) = t_2 t_{23}^{-1} + t_3 t_{23}^{-1} \geq 1 \\ g_4(\bar{t}) = aN_2 t_3^{-1} - aN_0 t_{23}^{-1} \leq 1 \end{cases}. \quad (1.132)$$

Переменная t_{23} в ГП (1.132) введена, исходя из обеспечения

ограничения, которое в промежуточной записи (выше не приведена) имело вид

$$g_2(\bar{t}) = aN_1 - aN_0 \leq t_2 + t_3. \quad (1.133)$$

Если ввести промежуточную переменную t_{23} в ограничение (1.133), получим

$$g_2(\bar{t}) = aN_1 - aN_0 \leq t_{23} \leq t_2 + t_3. \quad (1.134)$$

В свою очередь это двойное неравенство представим в виде двух одинарных, т. е.

$$aN_1 - aN_0 \leq t_{23}, \quad (1.135)$$

$$t_2 + t_3 \geq t_{23} \quad (1.136)$$

После деления обеих частей неравенств (1.135) и (1.136) на t_{23} получим

$$aN_1 t_{23}^{-1} - aN_0 t_{23}^{-1} \leq 1, \quad (1.137)$$

$$t_2 t_{23}^{-1} + t_3 t_{23}^{-1} \geq 1. \quad (1.138)$$

Теперь видно, что выражения (1.130) и (1.130) совпадают с соответствующими ограничениями ГП (1.132), причем неравенство (1.138) является обратным еще до применения правила устранения отрицательных членов знакопеременных полиномов в выражении (1.132). Применяя это правило, получим обратную ГП следующего вида:

$$\left\{ \begin{array}{l} g_0(\bar{t}) = \tau_3 M t_1^\alpha N_1^{-\varepsilon} + M t_2^\alpha N_2^{-\varepsilon} + M N_0^{-\varepsilon} t_3^\alpha \\ g_1(\bar{t}) = \frac{t_1}{Z} + \frac{t_2}{Z} + \frac{t_3}{Z} \leq 1 \\ g_2(\bar{t}) = t_{m+1}^{-1} \cdot aN_1 t_{23}^{-1} \leq 1 \\ g_3(\bar{t}) = t_2 t_{23}^{-1} + t_3 t_{23}^{-1} \geq 1 \\ g_4(\bar{t}) = t_{m+1}^{-1} \left[1 + aN_0 t_{23}^{-1} \right] \geq 1 \\ g_5(\bar{t}) = t_{m+2}^{-1} \cdot aN_2 t_3^{-1} \leq 1 \\ g_6(\bar{t}) = t_{m+2}^{-1} \left[1 + aN_0 t_3^{-1} \right] \geq 1 \end{array} \right. \quad (1.139)$$

Видно, что в обратной ГП (1.139), которая в свою очередь полностью соответствует исходной ГП (1.132), имеется три обратных неравенства типа $g(t) \geq 1$.

Теперь проанализируем структурный состав ГП (1.132) и ГП (1.139). Для первого случая: $n = 12; m = 6 (t_1, t_2, t_3, N_1, N_2, t_{23}); d = n - (m + 1) = 12 - (6 + 1) = 5$. Для второго случая: $n = 14; m = 8 (t_1, t_2, t_3, N_1, N_2, t_{23}, t_{m+1}, t_{m+2}); d = n - (m + 1) = 14 - (8 + 1) = 5$. Видим, что в обоих случаях степень трудности задачи одна и та же $d = 5$. Это вызвано тем, что добавление двух переменных (t_{m+1}, t_{m+2}) сопровождается добавлением двух членов - позиномов.

Обобщая частные случаи ($n' = 2$ и $n' = 3$) для любого числа проходов n' , получаем обобщенную обратную ГП следующего вида

$$\left\{ \begin{array}{l} g_0(\bar{t}) = M \sum_{i=1}^{n'-1} t_i^\alpha N_i^{-\varepsilon} + MN_0^{-\varepsilon} t_{n'} \\ g_1(\bar{t}) = \frac{1}{Z} \sum_{i=1}^{n'-1} t_i \leq 1 \\ g_2(\bar{t}) = t_{m+1}^{-1} (aN_0 t_{2...n'}^{-1}) \geq 1 \\ g_2(\bar{t}) = t_{m+1}^{-1} (aN_1 t_{2...n'}^{-1}) \leq 1 \\ g_3(\bar{t}) = t_{m+1}^{-1} (aN_0 t_{2...n'}^{-1} + 1) \geq 1 \\ g_4(\bar{t}) = \sum_{k=2}^{n'} t_k t_{2...n'}^{-1} \geq 1 \\ \dots \dots \dots \\ g_s(\bar{t}) = t_{m+(n'-1)} aN_{(n'-1)} t_{n'}^{-1} + 1 \leq 1 \\ g_{s+1}(\bar{t}) = t_{m+(n'-1)} aN_0 t_{n'}^1 + 1 \geq 1 \end{array} \right. \quad (1.139)$$

Здесь $s = 2 + 3(n' - 2); s + 1 = 3 + 3(n' - 2)$.

Эта обратная ГП полностью соответствует обобщенному выражению целевой функции (1.91), которое в данном случае может быть записано в следующем виде:

$$\tau_M = M \left\{ \sum_{k=1}^{n'-1} \frac{t_k^\alpha}{\left(\frac{Z - \sum_{i=1}^k t_i}{a} + N_0 \right)^\varepsilon} + \frac{\left(Z - \sum_{k=1}^{n'-1} t_k \right)^\alpha}{N_0 \varepsilon} \right\}. \quad (1.140)$$

Так как исходная ГП (содержащая отрицательные члены в ограничительной части) и обратная ГП (содержащая обратные неравенства) взаимосвязаны по структуре (степень трудности d остается одной и той же), выполняем структурный анализ исходной ГП, задаваясь различным числом проходов, которые необходимы для удаления припуска Z . Результаты этого анализа для исходной ГП (которая при числе проходов $n' \geq 2$ уже является обратной) сведены в табл.1.5.

Таблица 1.5

Число проходов зубошлифования, n'						
2	3	4	5	6	7	8
Число членов – позиномов ГП, n						
6	12	19	27	36	46	57
Число переменных ГП, m						
3	6	9	12	15	18	21
Степень трудности задачи, $d = n - (m + 1)$						
2	5	9	14	20	27	35

Из анализа таблицы видно, что по мере увеличения на единицу числа проходов зубошлифования число переменных ГП каждый раз увеличивается на $\Delta m = 3$. При $n' = 2$ и $n' = 8$, $m = 3$ и $m = 21$, соответственно. При этом степень трудности задач d прогрессивно увеличивается (при $n' = 2$ имеем $d = 2$, а при $n' = 8$ имеем $d = 21$). Следовательно, эффективность применения обратного геометрического программирования резко уменьшается по мере увеличения числа проходов, необходимых для удаления припуска Z .

1.5.2. АВТОМАТИЧЕСКОЕ РЕГУЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА С ПОИСКОМ ОПТИМУМА

Обычные системы автоматического регулирования (САР) не могут выполнять задачи оптимизации технологических процессов. Это вызвано тем, что в обычных САР всегда известно направление изменения регулирующего воздействия, необходимого для устранения рассогласования между заданным и текущим значениями регулируемой величины. В системах экстремального регулирования (СЭР), в отличие от обычных САР, заданное значение регулируемой величины неизвестно. Поэтому задача СЭР принципиально сложнее и заключается в автоматическом поиске такого значения регулирующего воздействия, которое обеспечивает максимум (или минимум) регулируемой величины. При этом не известно в каком направлении следует изменять регулирующее воздействие. Кроме того, процесс поиска экстремума не заканчивается при достижении экстремума, поскольку величина и положение экстремального значения регулируемой величины может изменяться из-за влияния неконтролируемых возмущающих воздействий. Таким образом, основным процессом в СЭР является автоматический непрерывный поиск экстремума, заключающийся в изменении входного воздействия на объект, анализе результатов этого воздействия и определении дальнейшего направления изменения входного воздействия с целью достижения экстремума регулируемой величины. Очень часто целевой функцией для экстремального регулирования процессов является отношение двух параметров. Например, при работе двигателя автомобиля это отношение расхода топлива за фиксированный промежуток времени к расстоянию, пройденному автомобилем за это время (это отношение нормируют путём определения расхода на 100 км пути). Например, для легкового автомобиля «Жигули» удельный расход топлива изменяется в интервале от 6 до 16 л/100 км. Зависимость такого удельного расхода от скорости движения автомобиля имеет экстремум (минимум), однако конкретный вид статической экстремальной характеристики зависит от большого количества факторов (величины крутящего момента на колёсах, веса перевозимого груза, состояния дорожного покрытия и т.п.) [79]. Следовательно, поиск экстремума может быть осуществлён только при помощи встроенной бортовой системы экстремального регулирования.

В качестве другого примера рассмотрим систему экстремально-

го регулирования удельной производительности q шлифовального круга (отношение объёма Q_m сошлифованного металла за фиксированный промежуток времени к соответствующему объёмному износу $Q_{шк}$ шлифовального круга за тот же промежуток времени). Целевая функция имеет вид [211]

$$q = \frac{Q_m}{Q_{шк}}. \quad (1.141)$$

Для заданной твердости и линейной скорости шлифовального круга наличие экстремума обусловлено переходом от одного вида износа круга к другому. При небольших нагрузках на зерна круга он работает в режиме с преобладающим притуплением. При постепенном увеличении нагрузки на зерна шлифовального круга при прочих равных условиях возрастает интенсивность съёма металла и наблюдается рост удельной производительности шлифовального круга. При нагрузках на зерна шлифовального круга, близких к критическим, круг переходит из режима с преобладающим притуплением к режиму с частичным самозатачиванием. Круг при этом изнашивается более интенсивно. Вследствие более быстрого обновления режущих зерен круга создаются наиболее благоприятные условия для возрастания его удельной производительности.

Улучшение режущих свойств шлифовального круга за счёт эффекта самозатачивания ведет к возрастанию относительного приращения объёма сошлифованного металла Q_m , а следовательно, и удельной производительности круга q . Однако при дальнейшем увеличении нормальной силы F_y и, соответственно, нагрузок на зерна шлифовального круга, происходит всё большее и большее осыпание зерен круга. Относительное приращение объёмного износа круга $Q_{шк}$ возрастает, а удельная производительность круга q снижается. Именно этим и объясняется наличие экстремума в функциональной зависимости $q = f(F_y)$ для шлифовальных кругов заданной твердости при заданной линейной скорости $V_{кр}$.

Круги одной и той же марки и даже изготовленные в одной и той же технологической партии, не имеют абсолютно одинаковых характеристик. Из-за этого экстремум статической функциональной зависимости $q = f(F_y)$ для различных кругов одной и той же марки при одних и тех же значениях $V_{кр}$ имеет место при разных величинах

силы F_y .

Установлено, что при прочих равных условиях вследствие изменения в ту или иную сторону линейной скорости шлифовального круга можно увеличить эквивалентную (кажущуюся) твёрдость круга, а следовательно, увеличить до некоторого максимально возможного значения удельную производительность круга. Очевидно, что эффективность процесса шлифования можно повысить, если удельную производительность шлифовального круга q автоматически поддерживать на максимально возможном уровне независимо от вариаций твёрдости шлифовальных кругов. Воздействовать на процесс шлифования для поиска и поддержания экстремального значения функции $q = f(F_y)$ принципиально можно или путём изменения скорости врезания, или изменением скорости поперечной подачи круга, или изменением скорости стола, или, наконец, изменением линейной скорости шлифовального круга. В заключение отметим, что аналогичный алгоритм регулирования режущей способности кругов был предложен в работе [376].

ГЛАВА 2

ОСНОВНЫЕ МЕТОДЫ ОПТИМИЗАЦИИ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

2.1. ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

Принятое технологом решение должно быть оптимально. Однако, чем больше объем и номенклатура машиностроительного производства, тем труднее найти оптимальное решение, а следовательно, при решении технологических задач легко допустить ошибку.

При решении оптимизационных задач технолог должен, во-первых, определить систему ограничений, отражающих условие протекания процесса, и требования, предъявляемые к нему, во-вторых - обеспечить экстремум критерия оптимальности. Однако следует иметь в виду, что оптимальный технологический процесс - это не идеальный, который удовлетворяет условиям оптимальности всех искомых параметров, а наилучший по какому-то одному или нескольким критериям оптимальности, например, обеспечивающий максимальную производительность или минимальный расход материала или наивысшую точность обработки и т.д., причем известно, что максимум производительности не совпадает с минимумом себестоимости. Поэтому при проектировании новой технологии необходимо четко определиться с выбором критерия оптимальности.

Критерий оптимальности должен учитывать специфику предприятия, задачи, стоящие перед ним, и условия производства. Например, если завод испытывает трудности с изготовлением режущего и мерительного инструментов, то в качестве критерия оптимальности на первый план выступает минимум затрат на инструменты.

Критерии оптимальности с учётом системы ограничений представляется в математической форме в виде функции, которую называют функцией цели, или целевой функцией [165].

Различают два вида оптимизации технологических процессов: *структурную* и *параметрическую*.

Структурная оптимизация характеризует выбор оптимальной структуры технологического процесса (маршрута обработки, вида заготовки, типа оборудования и т.д.).

Параметрическая оптимизация обеспечивает получение оптимальных технологических параметров, например, определение допусков на межоперационные размеры, определение режимов резания,

стойкости инструмента и т.д.

Любой технологический процесс представляет структуру, состоящую из отдельных блоков и связей между ними и параметров, представленных в виде конкретных чисел. Под структурой понимается не любая совокупность блоков и связей, а только та часть из них, которая обеспечивает выполнение требуемой функции.

Процесс создания структуры и определения параметров объекта в общем случае является процессом управления. В свою очередь, оптимизация как метод управления технологическим процессом может быть *качественной* и *количественной*.

Качественная оптимизация основана на субъективном опыте, здравом смысле, логическом анализе типовых решений и справочных данных.

Параметрическая оптимизация по характеру всегда является количественной.

Структурная оптимизация может быть качественной и количественной. Понятие качественной оптимизации является условным, так как любое неколичественное решение (например, какой-либо выбор) можно представить количественно (например, путем определения себестоимости сравниваемых вариантов).

Традиционный способ оптимизации структуры технологического процесса заключается в многократной оптимизации параметров и последующем выборе той структуры, у которой целевая функция в точке ее экстремума минимальная (максимальная) по сравнению с другими. Недостатком такого способа является сложность и длительность процедуры оптимизации.

Наиболее рациональным способом оптимизации является комбинированный, который предусматривает сначала определение варианта структуры с наименьшим числом блоков и связей с последующим определением экстремума целевой функции. При проектировании технологии в ряде случаев возникает необходимость решения целого ряда задач, которые не поддаются аналитическому расчету, например: выбор схемы базирования, выбор оборудования, назначение последовательности удаления припуски и т.д., причем эти задачи являются также многовариантными.

Оптимальное содержание операции зависит от числа переходов, методов настройки станков, числа подналадок, технологической возможности оборудования и оснастки. При формировании структуры операции необходимо упорядочить общую совокупность переходов,

определить место термической обработки, минимизировать количество установок и холостых движений инструмента. На каждый переход назначить припуски и допуски на размеры обрабатываемых поверхностей и фактические глубины резания. Для каждого перехода установить частоту вращения шпинделя и величину подачи, обеспечивающие оптимальные технологические условия выполнения операции (требуемую точность и шероховатость поверхности). В зависимости от типа производства структура операций может быть *однопроходной* или *многопроходной*.

При выборе структуры операции преследуется цель удалить припуск за наименьшее число проходов, обеспечив при этом требуемые точность поверхности и качество поверхности слоя.

Оптимизация технологических параметров может выполняться в детерминированной (статической) постановке, т.е. при постоянных значениях всех входящих в модель параметров, и в стохастической (динамической) постановке с учетом вероятности изменения целевой функции.

Например, известно, что при разработке операции шлифования в детерминированной (статической) постановке (при постоянных значениях всех входящих в математическую модель параметров) надежность целевой функции достигает уровня доверительной вероятности не более 0,5...0,6.

При этом наблюдается значительная вероятность отказов, т.е. невыполнение ограничений по стойкости и режущей способности инструментов, точности и шероховатости обработанных поверхностей и т.п.

Для повышения надежности протекания операции шлифования требуется диагностика и применение - дополнительной (внутренней) оптимизации на этапе осуществления операции, т.е. при обработке. Например, величина тепловой деформации ходового винта при шлифовании резьбы, определяемая по детерминированной модели, должна быть сопоставлена с величиной, завершенной датчиком в конце прохода.

Обнаруженное при этом различие может быть использовано для коррекции математической модели, т.е. на основании полученной разности расчетных и экспериментальных значений деформации ходового винта вносится коррекция в расчетную формулу для определения тепловой деформации на последующих проходах.

Оптимизация операции шлифования в стохастической постановке

позволяет назначать управляемые параметры процесса шлифования с заданным уровнем надежности. При этом обеспечивается надежность с уровнем доверительной вероятности, близкой к единице.

Для анализа технологических процессов используется известный закон отклонений - закон стохастического детерминизма, который проявляется в том, что, несмотря на случайность отдельных элементарных составляющих (процессов, явлений) общий результат будет не случайным, а закономерным.

На этапе проектирования технологических систем оптимизация имеет расчетно-аналитическую форму. На этапе реализации процессов обработки фактические показатели в ряде случаев отличаются от расчетных. Следовательно, найденное на этапе проектирования оптимальное решение не обеспечивает требуемое состояние, например, по качеству или точности. Такое несоответствие связано с тем, что на этапе проектирования невозможно учесть индивидуальные особенности обрабатываемых деталей.

Для устранения данного недостатка необходимо, как было сказано, распространить (продолжить) оптимизацию на этапе обработки в форме дополнительных информационно-регулирующих воздействий на процесс. Термин "информационно-регулирующее воздействие" означает, что данные воздействия обусловлены информацией о текущем (фактическом) и требуемом (заданном) состояниях процесса.

Для оптимизации процесса шлифования сложнопрофильных деталей на этапах его разработки и реализации нами предложен и реализован на практике системный подход CAD/ CAM/CAT (Computer Aided Development, Machining and Training) и соответствующая интегрированная технологическая система шлифования, которая на основе указанного подхода охватывает (интегрирует) этапы разработки (Development) и реализации (Machining) процесса шлифования. Сущность нового подхода [165] состоит в том, что при известном маршруте обработки сложнопрофильных деталей этапы разработки (CAD) и реализации (CAM) процесса шлифования рассматриваются как последовательные этапы предварительного (CAD) и окончательного (CAM) *управления* процессом, причем на этапе разработки решается задача *определения* параметров и условий шлифования (которые обеспечивают наивысшую производительность последующей обработки с учетом технологических требований к качеству поверхностного слоя и точности сложнопрофильных деталей), а на этапе реализации решается задача *стабилизации* этих параметров и условий

шлифования с учетом индивидуальных особенностей каждой обрабатываемой детали, которые учитываются на дополнительном этапе *управления САТ* (Computer Aided Training), где САТ - автоматизированное обучение (Training) разработанной технологической системы шлифования.

Данный подход может быть распространен на другие операции механической обработки (точение, фрезерование, растачивание и т.п.).

Описанная методология создания интегрированных технологических систем требует разработки математических моделей, которые можно использовать при проектировании, диагностике и регулировании процессов механической обработки.

Необходимо также разработать методы преобразования исходных математических моделей, используемых на этапе проектирования, в модифицированные функции, которые в дальнейшем используются в качестве математического обеспечения микрокомпьютерных систем управления.

Поэтому ниже приведены рекомендации по составлению математической модели, выбору целевых функций и методов оптимизации. На конкретных примерах рассмотрены основы современных методов анализа различных производственных задач с целью их моделирования и оптимизации.

2.2. СОСТАВЛЕНИЕ МОДЕЛИ ОБЪЕКТА И АЛГОРИТМА ОПТИМИЗАЦИИ

Слово "модель" прочно вошло в наш лексикон. Модели разделяются на *физические* и *абстрактные*.

Физические модели образуются из совокупности материальных объектов. К физическим моделям можно отнести, например, макет машины, прибора. Однако физические модели имеют ограниченную сферу применения, так как для многих явлений и процессов их невозможно построить.

Абстрактные модели представляются в виде словесного описания, чертежа, схемы, таблицы, алгоритма или программы, математической зависимости и т.д.

Любая модель описывает моделируемый объект с определенными допущениями. Модель не может быть абсолютно адекватной объекту.

Все результаты, полученные на модели, целиком и полностью относятся только к самой модели. В связи с этим надо четко представлять, какие свойства объекта моделируются и в какой степени модель соответствует объекту. В зависимости от цели моделирования один и тот же объект может иметь разные модели. Чтобы оценить соответствие модели объекту, необходимо прежде всего установить, для чего нужна модель и для какой цели осуществляется моделирование.

Любая оценка модели - это сравнение ее с некоторым эталоном. *Моделью* называют отображение отдельных характеристик объекта в целях его изучения. Модель позволяет выделить из всего многообразия проявлений изучаемого объекта лишь те, которые необходимы с точки зрения решаемой проблемы. При этом модель - не точная копия объекта, а отображение только определенной части ее свойств. Поэтому центральная задача моделирования - разумное упрощение модели, т.е. выбор степени подобия (соответствия) модели и объекта. Если в математическую модель включить излишне много свойств, характеризующих объект, то получим очень сложную систему уравнений с большим количеством неизвестных параметров и неизвестных функций. Определение этих функций приведет к еще более сложным уравнениям.

Наоборот, если принять слишком упрощенную математическую модель, то в итоге решения обнаружим, что она не раскрывает в полной мере явления, удовлетворяющие поставленным условиям. Следовательно, при получении оптимальных решений надо отделить главные свойства объекта от второстепенных, использовать их при моделировании, а второстепенными свойствами пренебречь. Однако отделение главных свойств объекта от второстепенных и разработка математической модели - это искусство, творчество, требующее достаточно высоких знаний предмета и личных способностей технолога.

Например, для определения оптимальных режимов резания при токарной обработке с учетом ограничений и граничных условий в работе [304] разработана математическая модель. Структура математической модели содержит целевую санкцию (ЦФ), граничные условия (ГРУ) и ограничения (ОГР), которые имеют вид

$$\min T_0 = \frac{l}{n \cdot S} \rightarrow \max(F > n \cdot S) \quad \text{ЦФ}$$

$$\left. \begin{aligned}
n \cdot S^{y_v} &\leq \frac{1000 \cdot C_v \cdot D^{z_v} \cdot K_v}{\pi \cdot T_H^m \cdot t^{x_v}} - \left(\begin{array}{l} \text{режущая} \\ \text{способ-} \\ \text{ность} \end{array} \right) \\
S &\leq \frac{C_H \cdot R_z^y \cdot r^u}{t^v \cdot \varphi^z \cdot \varphi_1^z} - \left(\begin{array}{l} \text{шерохова-} \\ \text{тость} \end{array} \right) \\
V^{z_{p_y}} \cdot S^{y_{p_y}} &\leq \frac{10^3 \cdot K_{жс}}{C_{p_y} \cdot t^{x_{p_y}} \cdot l_{в.р.} \cdot K_{p_y}} - \left(\begin{array}{l} \text{жест-} \\ \text{кость} \end{array} \right) \\
n^{z_{p_z} + 1} \cdot S^{y_{p_y}} &\leq \frac{6120 \cdot 10^{3(z_{p_z} + 1)} \cdot N_{дв} \cdot \eta}{C_{p_z} \cdot t^{x_{p_y}} \cdot (\pi \cdot D)^{z_{p_z} + 1} \cdot K_{p_z}} - \left(\begin{array}{l} \text{мощность} \\ \text{привода} \\ \text{гл.движ.} \end{array} \right) \\
V^{z_{p_z}} \cdot S^{y_{p_z}} &\leq \frac{34 \cdot t^{0,77 - y_{p_z}} \cdot h^{1,35}}{C_{p_z} \cdot K_{p_z}} \cdot \left(\frac{\sqrt{3}}{2 \sin \varphi} \right)^{0,8} - \left(\begin{array}{l} \text{прочность} \\ \text{инстру-} \\ \text{мента} \end{array} \right) \\
n \cdot S &\geq \frac{n \cdot l_{в.р.}}{60 \cdot K_3 \cdot r_\delta - T_{всп} \cdot \Pi} - \left(\begin{array}{l} \text{производи-} \\ \text{тельность} \end{array} \right)
\end{aligned} \right\} \text{ОГР(2.1)}$$

$$\left. \begin{aligned}
n_{min} &\leq n \leq n_{max} \\
S_{min} &\leq S \leq S_{max}
\end{aligned} \right\} \text{ГРУ,}$$

где n и S - частота вращения шпинделя и продольная подача соответственно (оптимизируемые параметры); T_H - нормативная стойкость инструмента; D - обрабатываемый диаметр; t - глубина резания; R_z - высота шероховатости; r - радиус при вершине резца; φ, φ_1 - соответственно главный и вспомогательный углы в плане; $C_v, C_H, C_{p_y}, C_{p_z}$ - постоянные коэффициенты; $l_{в.р.}$ - вылет резца; $K_{жс}$ - коэффициент жесткости резца; h - толщина пластины резца; h_3 - коэффициент загрузки оборудования; r_δ - число одновременно обрабатываемых деталей; Π - заданная производительность; T_u - время цикла; T_0 - основное технологическое время; $T_{всп}$ - вспомогательное время; $N_{дв}$ - мощность привода главного движения станка; η - коэффициент полезного действия (КПД) привода.

Система ограничений (ОГР) и функция цели (ЦФ) в математиче-

ской модели (2.1) нелинейны.

Если правые части в неравенстве (2.1) обозначить буквой W с соответствующими индексами и представить систему ограничений и функцию цели в логарифмических координатах, то решение задачи оптимизации математической модели (2.1) существенно упростится.

Условие оптимизации в новой постановке имеет вид:

$$\begin{aligned}
 F_1 = \ln F = \alpha + \beta &\rightarrow \max \\
 \alpha = \ln S; \beta = \ln n \\
 \beta + y_v \cdot \alpha &\leq \ln W_{pc} \\
 \alpha &\leq \ln W_{in} \\
 n_y \cdot \beta + y_p \cdot \alpha &\leq \ln W_{ж} \\
 (n_z + 1) \cdot \beta + y_z \cdot \alpha &\leq \ln W_{mc} \\
 n_z \cdot \beta + y_z \cdot \alpha &\leq \ln W_{nu} \\
 \beta + \alpha &\geq \ln W_n \\
 \alpha_{min} &\leq \alpha \leq \alpha_{max} \\
 \beta_{min} &\leq \beta \leq \beta_{max}
 \end{aligned} \tag{2.2}$$

В рассматриваемом случае максимум функции (2.2) будет находиться в вершине многоугольника - области допустимых значений оптимизируемых параметров (рис. 2.1).

Эта вершина наиболее удалена от начала координат (n^*, S^*) . Оптимальное решение задачи с этой математической моделью получено в работе [304] численным методом.

В современных ЭВМ имеются стандартные подпрограммы для решения задач линейного программирования. В САПР ТПП решение оптимизационных задач обеспечивается обращением к любой из стандартных программ.

При проектировании технологических процессов аналогичным образом решаются другие оптимизационные задачи, например, определение оптимальной геометрии режущих инструментов, распределение припуска по проходам, оптимальная загрузка оборудования и т.д.

Если модель объекта описывает зависимость между исходными данными и искомыми величинами, то алгоритм оптимизации представляет собой последовательность действий, которые надо выполнить, чтобы перейти от исходных данных к искомым величинам. Ал-

горитм можно записать в словесной форме, т.е. в виде описания необходимых действий или в виде формул, определяющих последовательность выполняемых решений. Наиболее удобной формой записи алгоритма является блок-схема. Она не только достаточно наглядно описывает алгоритм, но и является основой для составления программы.

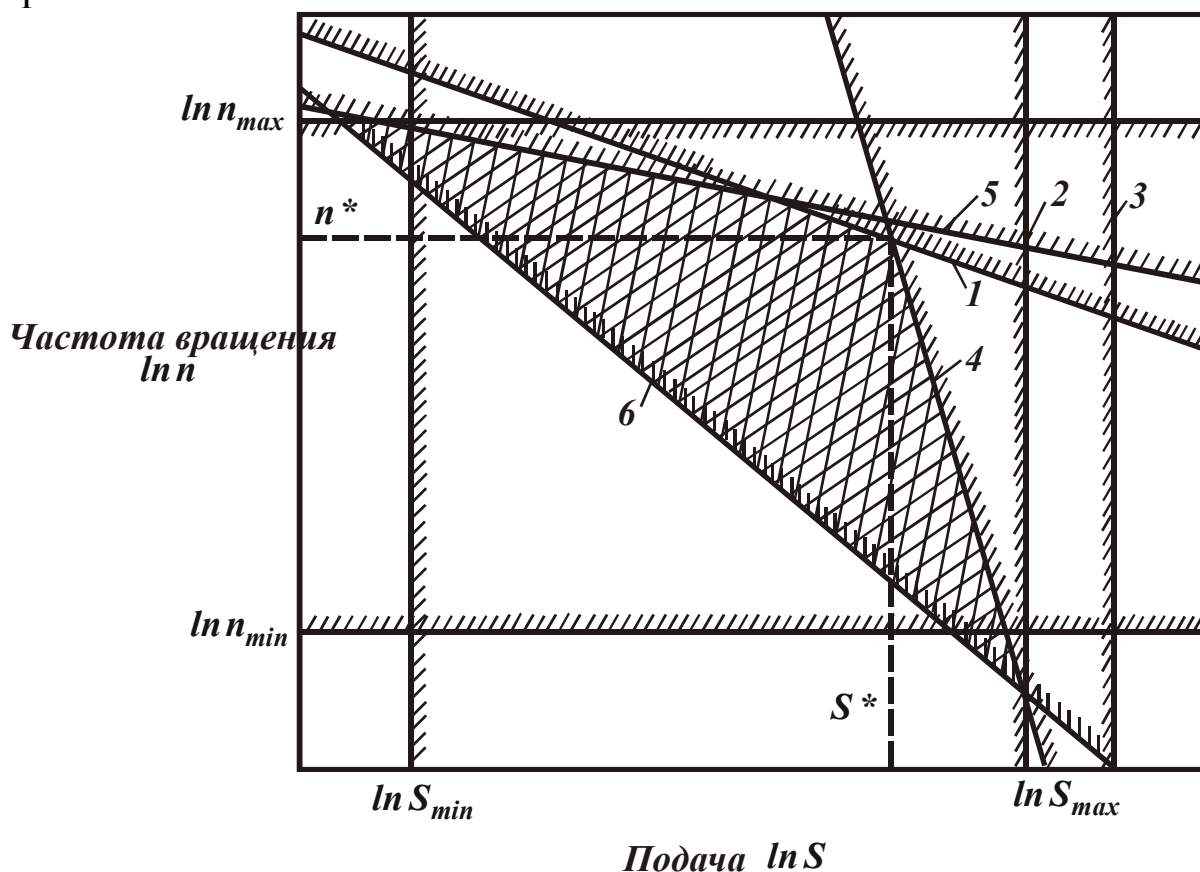


Рис. 2.1. Область допустимых значений оптимизируемых параметров [304]: 1 - режущая способность инструмента; 2 - шероховатость обработанной поверхности; 3 - жесткость детали; 4 - мощность привода; 5 - прочность инструмента; 6 - производительность.

Например, решение квадратного уравнения

$$ax^2 + bx + c = 0 \quad (2.3)$$

имеет вид

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}. \quad (2.4)$$

Блок-схема решения квадратного уравнения (2.4) приведена на рис. 2.2. Из нее видно, в какой последовательности проводятся вычисления.

Для того чтобы алгоритм могла прочитать ЭВМ, надо составить программу, т.е. записать последовательность вычислений на языке,

который понятен для ЭВМ. Алгоритмы и программы объединяются понятием "математическое обеспечение", которое является основой для решения технологических задач. От поколения к поколению ЭВМ конструктивно усложняются, а работать с ними становится все проще и проще. В современных ЭВМ сегодня применяют пакеты прикладных программ (ППП).

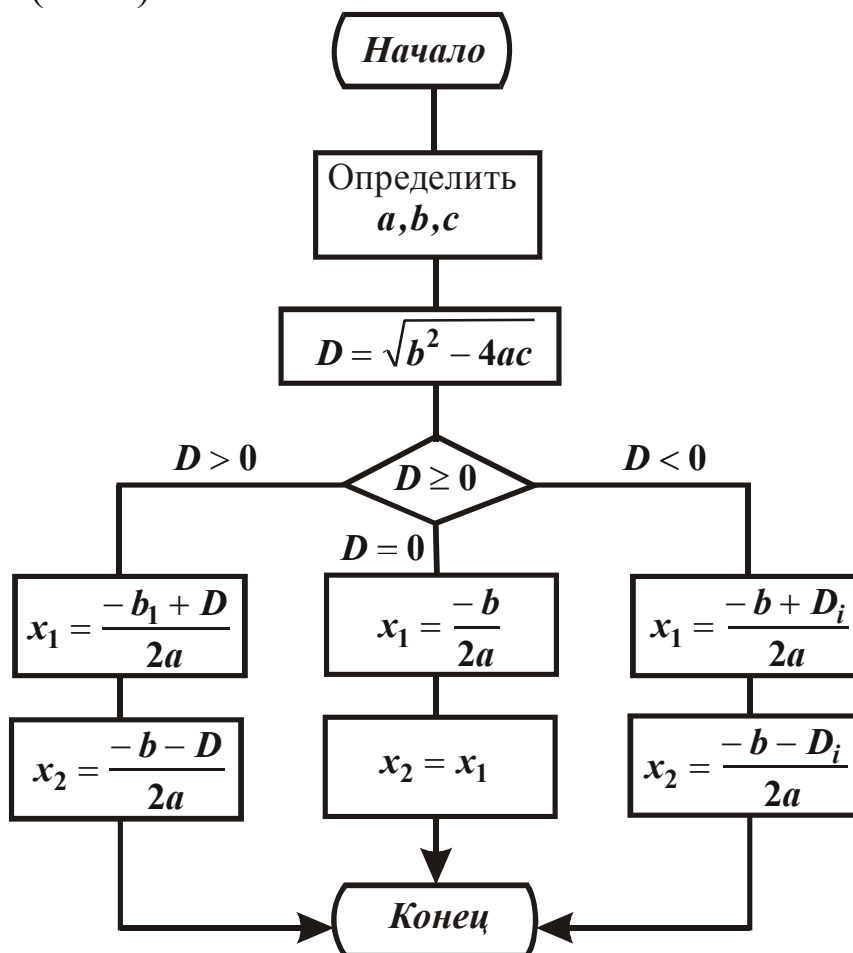


Рис. 2.2. Блок-схема решения квадратного уравнения.

Пакет прикладных программ - это объединение модели, алгоритма и программы, позволяющее решить конкретную технологическую задачу. Если ППП находится в памяти ЭВМ, то работа пользователя заключается в том, чтобы обратиться к этому пакету, ввести необходимые исходные данные и получить требуемые результаты. В ЭВМ вводят только те исходные данные, которые предусмотрены в математической модели.

2.3. НАХОЖДЕНИЕ ЭКСТРЕМУМОВ ФУНКЦИИ

Геометрическим изображением функции одной переменной явля-

ется кривая. На рис. 2.3 представлена кривая некоторой функции $y = f(x)$ на отрезке $[a, b]$. Она дает наглядное представление функции в зависимости от изменения аргумента.

При возрастании x от a и до b кривая на отдельных участках поднимается, на других - опускается. Участки подъема и падения кривой соответствуют промежуткам возрастания и убывания функции. В промежутках изменения аргумента $x: ac_1, c_2c_3$ функция возрастает, а в промежутках c_1c_2, c_3b_1 - убывает. Функция $f(x)$ имеет экстремум в тех точках, в которых производная $f'(x)$ обращается в нуль. На рис. 2.3 представлена функция $f(x)$, которая на участке $[a, b]$ непрерывна. В промежутке ac_1 производная положительна, а в промежутке c_1c_2 - отрицательна. Следовательно, в первом промежутке функция $f(x)$ возрастает, во втором - убывает, а в точке c_1 функция $f(x)$ имеет наибольшее значение среди значений этой функции в промежутке ac_2 .

Чтобы найти экстремум функции $f(x)$, необходимо:

1. Вычислить производную $f'(x)$.
2. Найти те значения x внутри промежутка $[ab]$, при которых $f'(x)$ обращается в нуль.
3. Определить знак производной в каждом из промежутков $a_1c_1, c_1c_2, \dots, c_k b$. Надо определить, изменяет ли функция знак при переходе через каждую из экстремальных точек. Изменение знака производной с плюса на минус указывает, что в исследуемой экстремальной точке функция имеет максимум. И наоборот, изменение знака с минуса на плюс означает, что функция имеет минимум. Если знак производной функции $f'(x)$ не изменяется, то данная функция $f(x)$ в исследуемой точке экстремума не имеет. Кривая в этой точке имеет перегиб, например, точка М на рис. 2.3.

Вторая производная функции, имеющей экстремум, также может быть использована для определения максимума или минимума функции. Если в точке экстремума вторая производная $\frac{d^2 f}{dx^2} < 0$, то функция $f(x)$ имеет в точке x максимум.

Если в точке экстремума вторая производная функции $f(x)$ по-

ложительна, т.е. $\frac{d^2 f}{dx^2} > 0$, то функция $f(x)$ имеет в точке x минимум.

Максимум и минимум целевой функции объединяются понятием «экстремум». В практических задачах оптимизации переменные x_j не могут изменяться от нуля до бесконечности. В каждом конкретном случае задают граничные условия $a_j \leq x_j \leq b_j$, в пределах которых находятся искомые величины. Часто максимальные значения целевой функции находятся на границе. Но наибольшее и наименьшее значения функции на границе не удовлетворяют рассмотренному ранее определению максимума (или минимума). В этом случае наибольшее или наименьшее значение называют не экстремумом, а оптимумом. Таким образом, оптимум - более широкое понятие, чем экстремум. Если экстремум есть не у всех функций, то в практических задачах оптимум есть всегда. Оптимум, так же как и экстремум, может быть как локальным, так и глобальным.

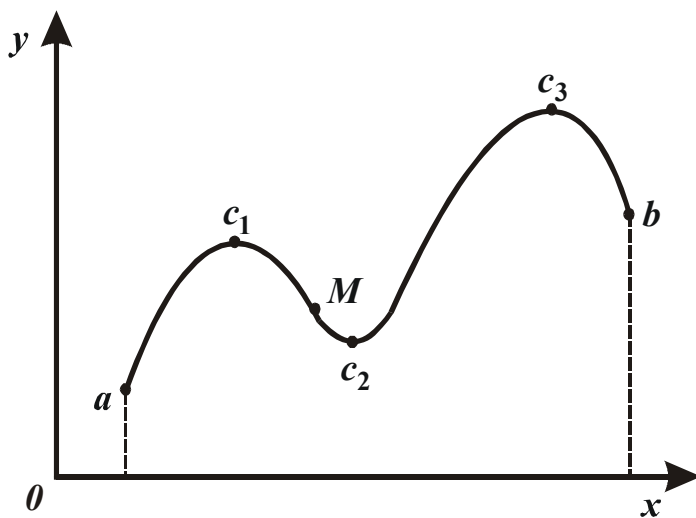


Рис.2.3. Кривая $y=f(x)$.

На рис.2.3 функция $f(x)$ принимает максимальные значения в вершинах c_1 и c_3 . При этом $c_3 > c_1$. В данном случае точка c_1 является локальным максимумом, а точка c_3 - глобальным. Аналогично функция $f(x)$ принимает минимальные значения в точках a, c_2, b , при этом $a < c_2 < b$. В этом случае a будет глобальным, а c_2 и b -

локальными минимумами. Значит, глобальным максимумом (минимумом), называют такой максимум (минимум), который больше (меньше) всех остальных.

Существующие математические методы позволяют определить только локальные оптимумы. Если есть подозрение, что в данном интервале $a_j \leq x_j \leq b_j$ целевая функция $f(x)$ может иметь несколько оптимумов, то этот интервал разбивается на ряд меньших интервалов, и в каждом интервале определяется оптимум. Затем из всех найденных локальных оптимумов выбирается наибольший или наименьший,

который и будет глобальным. Определение экстремума функции позволяет решить целый ряд важных практических задач.

2.3.1. РАСКРОЙ ЛИСТОВОГО МАТЕРИАЛА

Из квадратного листа металла со сторонами a , требуется провести наиболее рациональный раскрой для получения тары (ящика), имеющий наибольший объём.

На рис. 2.4,а представлен квадратный лист со сторонами a . Для изготовления ящика по углам листа вырезаются четыре равных квадрата.

Обозначим длину стороны каждого из вырезанных квадратов через x . Тогда сторона квадрата, образующего дно ящика, равна $a - 2x$, а объём ящика

$$V(x) = (a - 2x)^2 \cdot x = a^2x - 4x^2a - 14x^3 \quad (2.5)$$

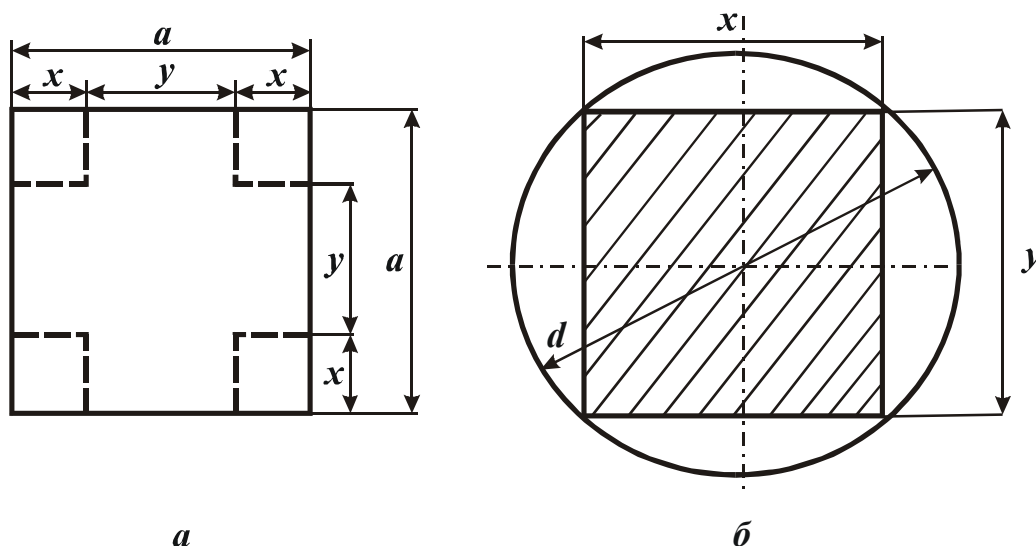


Рис. 2.4. Расчетные схемы: а - развертка заготовки для изготовления; б- сечение балки.

Определим максимальное значение функции $V(x)$ на отрезке $\left(0; \frac{a}{2}\right)$. Для определения критических точек первого рода функции $V(x)$ приравняем первую производную функции к нулю, т.е.

$$V'(x) = 12x^2 - 8ax + a^2 = 0.$$

Из решения приведенного уравнения получим:

$$x_1 = \frac{a}{6}; \quad x_2 = \frac{a}{2}.$$

После подстановки полученных значений x_1 и x_2 в зависимость (2.5) получим условие, при котором ящик будет иметь наибольший объем:

$$V\left(x = \frac{a}{6}\right) = 2 \cdot \frac{a^3}{27};$$

$$V\left(x = \frac{a}{2}\right) = 0.$$

2.3.2. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОПТИМАЛЬНОГО СЕЧЕНИЯ ПРЯМОУГОЛЬНОЙ БАЛКИ

Известно, что прочность балки прямоугольного сечения пропорциональна произведению ширины на квадрат высоты.

Определить размеры сечения прямоугольной балки, изготавливаемой из цилиндрической заготовки диаметром d .

Решение: на чертеже (рис. 2.4,б) изображено сечение детали. Обозначив через x ширину, а через y высоту детали, получим

$$x^2 + y^2 = d^2. \quad (2.6)$$

Прочность детали S определяется соотношением:

$$S = kxy^2 = kx(d^2 - x^2) = kd^2x - kx^3, \quad (2.7)$$

где k - коэффициент пропорциональности.

Таким образом, составлена функция, которую надо исследовать на максимум и минимум. Первая производная функции (2.7) имеет вид

$$S' = k(d^2 - 3x^2). \quad (2.8)$$

Приравнивая ее к нулю, определим x , т.е.

$$K(d^2 - 3x^2) = 0,$$

$$x_1 = \frac{d}{\sqrt{3}}; \quad x_2 = -\frac{d}{\sqrt{3}}.$$

Второй корень не следует принимать во внимание, так как отрицательное решение для данного случая не имеет смысла. Следовательно, функция S будет иметь максимальное значение при $x = \frac{d}{\sqrt{3}}$

мм. При этом $y = d \cdot \sqrt{\frac{2}{3}}$ мм.

2.3.3. ОПРЕДЕЛЕНИЕ МАКСИМАЛЬНОЙ МОЩНОСТИ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ЭНЕРГИИ

Мощность электрической энергии для нагревания заготовок при термообработке, исходя из рис. 2.5, определяется выражением:

$$P = J^2 R. \quad (2.9)$$

Сила тока в цепи определяется по закону Ома:

$$J = \frac{E}{R + r}, \quad (2.10)$$

где R - внешнее сопротивление цепи; r - внутреннее сопротивление источника тока.

Определим условия, при которых мощность P будет максимальна. После

Рис.2.5. Электрическая схема.

подстановки выражения (2.10) в исходное уравнение (2.9), получим

$$P = \frac{E^2 \cdot R}{(R + r)^2}. \quad (2.11)$$

Для определения экстремума приравняем первую производную выражения (2.11) к нулю

$$P' = E^2 \cdot \frac{(R + r)^2 - 2 \cdot (R + r) \cdot R}{(R + r)^4} = E^2 \cdot \frac{r - R}{(R + r)^3}. \quad (2.12)$$

Проведем анализ полученной зависимости:

1. При $R < r$ производная $P' > 0$.
2. При $R > r$ производная $P' < 0$.
3. При $R = r$ производная $P' = 0$.

Следовательно, мощность P будет наибольшая, когда внешнее сопротивление цепи будет равно внутреннему сопротивлению источника тока.

2.3.4. ОПТИМИЗАЦИЯ ЗАТРАТ НА ПЕРЕВОЗКУ ЗАГОТОВОК

Литейный цех завода (пункт C на рис. 2.6) располагается на расстоянии a от железной дороги. Механический цех, куда поставляются из литейного цеха заготовки, находится в пункте A , расположенном по прямой линии от литейного цеха на расстоянии b . Заготовки из литейного цеха сначала автомобильным транспортом перевозятся

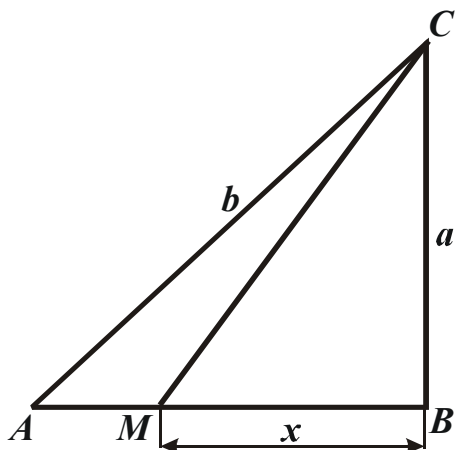


Рис.2.6. Расчетная схема.

на станцию B , а затем железнодорожным транспортом от станции B перевозятся в механический цех A . Стоимость весовой единицы, перевезенной на единицу расстояния по железной дороге, равна α , а по шоссе - β , причем $\beta = 1,3\alpha$.

Требуется определить, в какой точке железной дороги следует открыть новую станцию M и провести к ней по прямой линии шоссе длиной CM , чтобы транспортная перевозка литейных заготовок была наиболее экономичной.

Решение: пусть $BM = x$; $BC = a$; $AC = b$, тогда $AB = \sqrt{b^2 - a^2}$;

$$AM = AB - BM = \sqrt{b^2 - a^2} - x; \quad CM = \sqrt{a^2 + x^2}.$$

Стоимость провоза p единиц литейных заготовок по железной дороге на расстояние AM составит $p \cdot \alpha(\sqrt{b^2 - a^2} - x)$, а по шоссе на расстоянии $MC - p \cdot \beta \sqrt{a^2 + x^2}$.

Общая стоимость провоза заготовок по маршруту CMA выражается функцией

$$S(x) = P\alpha(\sqrt{b^2 - a^2} - x) + P\beta\sqrt{a^2 + x^2}, \quad (2.13)$$

где $0 \leq x \leq AB$ или $0 \leq x \leq \sqrt{b^2 - a^2}$.

Полученная функция является целевой функцией задачи. Требуется найти такое значение ее аргумента x , при котором функция $S(x)$ примет наименьшее значение на отрезке $[0; \sqrt{b^2 - a^2}]$.

Находим критические точки первого рода

$$S'(x) = -p \cdot \alpha + \frac{p \cdot \beta \cdot x}{\sqrt{a^2 + x^2}} = \frac{p \cdot (\beta \cdot x - \alpha \sqrt{a^2 + x^2})}{\sqrt{a^2 + x^2}}. \quad (2.14)$$

Приравнивая первую производную функции $S'(x)$ к нулю

$$\frac{p \cdot (\beta \cdot x - \alpha \sqrt{a^2 + x^2})}{\sqrt{a^2 + x^2}} = 0, \quad (2.15)$$

получим

$$x_1 = \frac{a \cdot \alpha}{\sqrt{\beta^2 - \alpha^2}}; \quad x_2 = -\frac{a \cdot \alpha}{\sqrt{\beta^2 - \alpha^2}}.$$

Так как x_2 не принадлежит области определения, то на отрезке $[0; \sqrt{b^2 - a^2}]$ функция $S(x)$ имеет единственную критическую точку

$$x_1 = \frac{a \cdot \alpha}{\sqrt{\beta^2 - \alpha^2}}.$$

Примем в качестве пробных точек

$$x_3 = \frac{a \cdot \alpha}{2 \cdot \sqrt{\beta^2 - \alpha^2}} \quad \text{и} \quad x_4 = \frac{2 \cdot a \cdot \alpha}{\sqrt{\beta^2 - \alpha^2}}.$$

Слева и справа от критической точки производная меняет знак с минуса на плюс.

Таким образом, при $x = \frac{a \cdot \alpha}{\sqrt{\beta^2 - \alpha^2}}$ стоимость провоза литейных заготовок по маршруту *СМА* является наименьшей. Подставляя $\beta = 1,3\alpha$, получим $x = \frac{a}{0,69}$.

2.4. ПОИСК ОПТИМАЛЬНЫХ РЕШЕНИЙ В УСЛОВИЯХ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ

Значительная часть технических оптимизационных задач решается с использованием линейного программирования. При этом в математических моделях обычно параметры a_{ji} ; b_{ji} ; c_{ji} имеют строго определенные значения. Однако на практике такая определенность наблюдается очень редко. Например, сказать точно, сколько ресурсов в течение планируемого периода потребуется, или определить процент бракованных деталей, невозможно, так как эти показатели зависят от множества различных факторов, которые определить заранее очень трудно. В реальных условиях входящие в математическую модель величины a_{ji} ; b_{ji} ; c_{ji} зависят от ряда случайных факторов и не могут быть определены однозначно. Поэтому, с одной стороны, объективно существует неопределенность, а с другой - технолог должен принимать конкретные решения. Прежде всего, надо уметь найти меру для оценки случайности. Эта проблема является предметом специальной науки - теории вероятности. Чтобы использовать теорию вероятности для принятия оптимальных решений в условиях неопределенности, необходимо в первую очередь научиться оценивать слу-

чайность числом, т.е. измерить случайность.

Численную меру возможности появления случайного события называют *вероятностью*. Вероятность события A , т.е. $P(A)$, можно вычислить по формуле

$$P(A) = \frac{m}{n},$$

где m - число случаев, когда событие A может произойти; n - общее число случаев.

Событие, вероятность которого определяется, может быть достоверным, возможным и невозможным. Вероятность невозможного события равна нулю, достоверного - единице, а возможного - изменяется от нуля до единицы.

Вероятность характеризует возможность появления событий в будущем. Для оценки того, как часто происходят события, используют понятие *частоты*. Частота события A обозначается

$$P^*(A) = \frac{m^*}{n},$$

где m^* - показывает, сколько раз событие произошло; n - общее число произведенных испытаний.

Случайное событие или случайная величина не может быть описана одним конкретным числом. Ее можно описать производными количественными характеристиками: математическим ожиданием, дисперсией и среднеквадратическим отклонением.

Математическое ожидание характеризует среднее значение случайной величины и обозначается

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n x_i, \quad (2.16)$$

где n - число случаев; x_i - значение случайной величины в i -й реализации.

Дисперсия D_x характеризует разброс значений случайных величин

$$D_x = \sum_{i=1}^n \frac{(x_i - \bar{x})^2}{n-1}. \quad (2.17)$$

Поскольку размерность дисперсии равна квадрату размерности самой случайной величины, использовать ее для оценки разброса значений случайных величин не представляется возможным. Для этой цели используют среднеквадратическое отклонение

$$\sigma_x = \sqrt{D_x} = \sqrt{\sum_{i=1}^n \frac{(x_i - \bar{x})^2}{(n-1)}}, \quad (2.18)$$

которое имеет размерность исследуемой случайной величины.

Наиболее полной характеристикой случайной величины является закон её распределения, показывающий, какова вероятность появления каждого возможного значения случайной величины. Закон распределения устанавливает связь между возможными значениями случайной величины и вероятностями их появления. Наибольшее распространение из большого числа законов в технологии машиностроения при решении практических задач получил закон нормального распределения размеров.

Уравнение кривой нормального распределения имеет вид

$$y = \frac{1}{\sigma \cdot \sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x_i - \bar{x})^2}{2\sigma^2}}. \quad (2.19)$$

Кривая, характеризующая закон нормального распределения, показана на рис. 2.7.

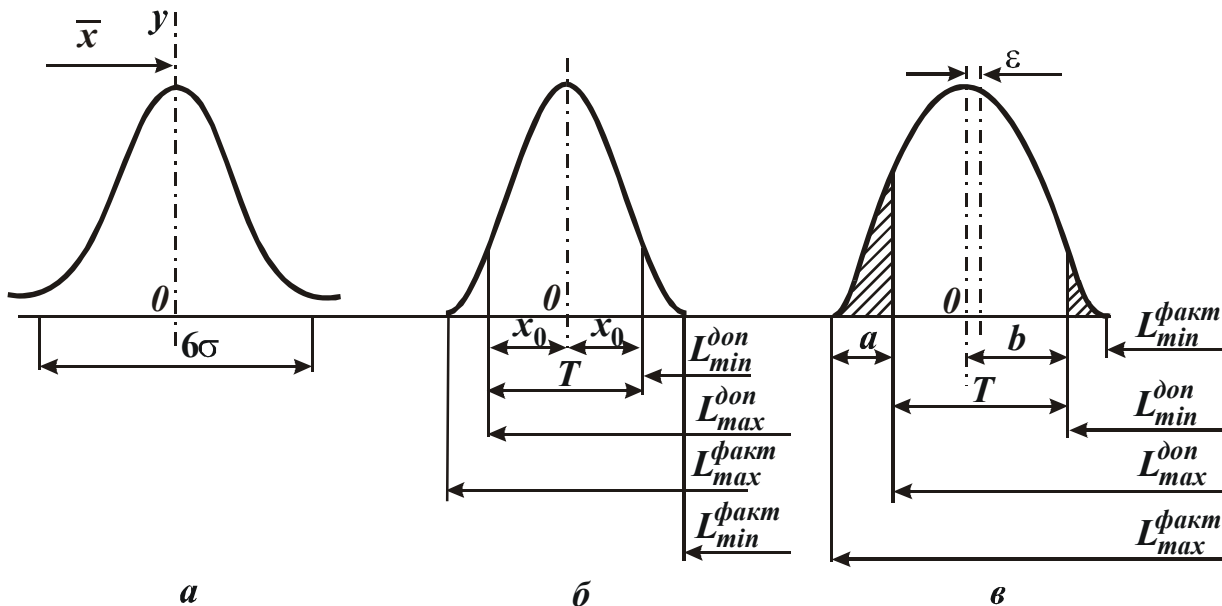


Рис. 2.7. Кривые рассеивания размеров: а, б, в – общий вид; симметричное и несимметричное расположение кривой.

Среднее арифметическое значение \bar{x} характеризует положение центра группирования размеров. Кривая асимптотически приближается к оси абсцисс. На расстоянии $\pm 3\sigma$ от положения вершины кривой ее ветви так близко подходят к оси абсцисс, что в этих пределах оказывается 99,73 % площади, заключённой между всей кривой нормального распределения и осью абсцисс.

При увеличении σ значение ординаты y_{max} уменьшается, а поле рассеивания 6σ возрастает.

Среднеквадратическое отклонение σ является мерой рассеивания, которое характеризует точность обработки.

В тех случаях, когда поле рассеивания размеров на данной операции превосходит поле допуска $6\sigma > T$, условие работы без брака невозможно.

Площадь, ограниченная кривой нормального распределения и осью абсцисс (рис. 2.7,а), равна единице и определяет 100 % всех обработанных деталей в партии. Площадь заштрихованных участков характеризует (в долях единицы или процентах) количество деталей, размеры которых выходят за пределы допуска (рис. 2.7,б,в).

Для определения количества годных деталей необходимо найти площадь, ограниченную кривой и осью абсцисс в пределах допуска на изготовление.

При симметричном расположении поля рассеивания относительно поля допуска, когда координата центра группирования размеров \bar{x} совпадает с серединой поля допуска

$$L_{cp} = \frac{L_{max}^{don} + L_{min}^{don}}{2},$$

следует найти удвоенное значение интеграла, определяющего половину площади, ограниченной кривой Гаусса и абсциссой

$$\Phi(t) = \frac{1}{\sigma \cdot \sqrt{2\pi}} \int_0^{x_0} e^{-\frac{(L_i - L_{cp})^2}{2\sigma^2}} dL. \quad (2.20)$$

Выражение (2.20) можно записать в нормированном виде в форме известной функции Лапласа:

$$\Phi(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^t e^{-\frac{t^2}{2}} \cdot dt. \quad (2.21)$$

Значения этой функции табулированы в зависимости от величины t и приведены в приложении 2.

В зависимости (2.21) величина t представляет собой нормированный параметр распределения (или коэффициент риска) и определяется выражением

$$t = \frac{(L - L_{cp})}{\sigma} = \frac{x_0}{\sigma}. \quad (2.22)$$

С увеличением параметра t возрастает количество годных деталей и уменьшается процент ожидаемого брака. Решение функции Лапласа зависит не от конкретных значений параметров x_0 и σ , а от их отношения.

Следовательно, для определения количества годных деталей необходимо определить по зависимости (2.22) параметр t , а затем по таблице (прил. 1) определить $\Phi(t)$ с последующим пересчетом полученных величин в проценты или число штук заготовок. На рис. 2.7,б,в заштрихованными зонами показано количество вероятного брака при симметричном (б) и несимметричном (в) расположениях поля рассеивания относительно поля допуска. На конкретном примере ($\sigma = 0,025$ мм, $T = 0,1$ мм, $\varepsilon = 0,02$ мм) определим процент исправимого и не исправимого брака деталей.

1. Определяем параметр $t = \frac{x_0}{\sigma}$; $t = \frac{T}{2\sigma} = 2$. Из таблицы, приведенной в приложении 1, находим $\Phi(t) = 0,4772$.
2. При совмещении центра группирования размеров с серединой поля допуска на обработку процент исправимого брака равен проценту неисправимого брака: $P = 50 - 47,72 = 2,28$ %.

При смещении центра группирования размеров относительно середины поля допуска на величину $\varepsilon = 0,02$ мм процент исправимого брака возрастает (рис. 2.7,в).

$$\text{Параметр } t = \frac{a}{\sigma} = \frac{\left(\frac{T}{2} - \varepsilon\right)}{\sigma} = \frac{(0,05 - 0,02)}{0,025} = 1,2.$$

Из таблицы, приведенной в приложении 1, находим $\Phi(t) = 0,3849$. В этом случае процент исправимого брака составляет $P = 50 - 38,49 = 11,51$ %. Процент неисправимого брака составляет $P = 50 - 49,74 = 0,26$ %.

Из анализа приведенных данных видно, что на станках, настроенных на размер, наладка станка оказывает существенное влияние на общее количество бракованных деталей. При совпадении центра группирования размеров с серединой поля допуска суммарный брак составляет 4,56 %. При смещении центра группирования размеров от середины поля допуска на величину $\varepsilon = 0,02$ мм количество бракованных деталей возросло до 11,77 %. Следует заметить, что от направления смещения центра группирования размеров (от середины поля допуска) изменяется соотношение окончательно бракованных деталей и

деталей, которые могут быть исправлены при дополнительной незначительной доработке.

Технологическая себестоимость затрат на дополнительную доработку бракованных деталей с учетом стоимости окончательно бракованных деталей зависит от направления и величины смещения центра группирования размеров от середины поля допуска $\pm \varepsilon$ (рис. 2.7,в). Нами установлено, что указанную технологическую себестоимость затрат от брака можно представить в виде

$$C = \varphi_1 \cdot P_1 + \varphi_2 \cdot P_2, \quad (2.23)$$

где φ_1 - стоимость одного процента деталей, подвергнутых дополнительной доработке; P_1 - процент исправимого брака; φ_2 - стоимость одного процента окончательно бракованных деталей; P_2 - процент неисправимого брака.

Принимая стоимость 1 % окончательно бракованных деталей $\varphi_2 = 100$ ед., а стоимость 1 % деталей, требующих дополнительную доработку $\varphi_1 = 10$ ед., для условий обработки ($\sigma = 0,025$ мм, $T = 0,1$ мм, $\varepsilon_1 = 0$, $\varepsilon_2 = 0,005$ мм, $\varepsilon_3 = 0,01$ мм, $\varepsilon_4 = 0,015$ мм, $\varepsilon_5 = 0,018$ мм, $\varepsilon_6 = 0,02$ мм, $\varepsilon_7 = 0,025$ мм), получены следующие расчетные значения технологической себестоимости затрат.

Таблица 2.1

Величина смещения ε , мм	0	0,005	0,01	0,015	0,018	0,02	0,025
Процент исправимого брака P_1 , %	2,28	3,59	5,48	8,85	10,0	11,51	15,87
Процент неисправимого брака P_2 , %	2,28	1,49	0,82	0,47	0,37	0,26	0,135
Технологическая себестоимость	250,8	184,9	136,8	135,5	137	141,1	171,87

Из сопоставления приведенных в табл. 2.1 данных видно, что наилучшим (имеющим наименьшую технологическую себестоимость) является вариант настройки станка с величиной смещения центра группирования размеров относительно середины поля допуска на величину $\varepsilon = 0,015$ мм. Однако наилучший из отдельных рассмотренных вариантов совершенно необязательно будет наилучшим из всех возможных вариантов, скорее всего это будет рациональное решение, т.е. близкое к оптимальному. Оптимальный вариант может быть получен только в результате оптимизации функции, описанной зависимостью (2.23).

Для составления математической модели необходимо сформулировать содержательную постановку задачи. Например, требуется найти такую величину смещения центра группирования размеров от середины поля допуска, при которой технологическая себестоимость операции (перехода) будет минимальна, т.е.

$$F = P_1 \cdot \varphi_1 + P_2 \cdot \varphi_2 \rightarrow \min,$$

$$P_i = \Phi(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot \int_0^t e^{-\frac{t_i^2}{2}} \cdot dt_i,$$

$$t_1 = \frac{0,5T + \varepsilon}{\sigma} \text{ - неисправимый брак;}$$

$$t_2 = \frac{0,5T - \varepsilon}{\sigma} \text{ - исправимый брак;}$$

$$0 \leq \varepsilon \leq \frac{T}{2}; \quad i = (1,2),$$

где φ_1 - стоимость одного процента бракованных деталей; φ_2 - стоимость одного процента деталей, требующих дополнительной доработки.

Таким образом, целевая функция имеет следующий вид

$$F = \Phi\left(\frac{0,5T + \varepsilon}{\sigma}\right) \cdot \varphi_1 + \Phi\left(\frac{0,5T - \varepsilon}{\sigma}\right) \cdot \varphi_2, \quad (2.24)$$

где $0 \leq \varepsilon \leq \frac{T}{2}$.

Определим производную целевой функции (2.24), которую для поиска оптимального решения (ε_{opt}) необходимо приравнять нулю

$$\frac{dF}{d\varepsilon} = \varphi_1 \cdot \frac{d\Phi\left[\frac{0,5T + \varepsilon}{\sigma}\right]}{d\varepsilon} + \varphi_2 \cdot \frac{d\Phi\left[\frac{0,5T - \varepsilon}{\sigma}\right]}{d\varepsilon} = 0.$$

Так как

$$\frac{d\Phi(t)}{d\varepsilon} = \frac{d\Phi(t)}{dt} \cdot \frac{dt}{d\varepsilon},$$

то получаем

$$\frac{dF}{d\varepsilon} = \frac{1}{\sigma \cdot \sqrt{2\pi}} \left[\varphi_1 \cdot \exp\left\{-\frac{(0,5T + \varepsilon)^2}{2\sigma^2}\right\} - \varphi_2 \cdot \exp\left\{-\frac{(0,5T - \varepsilon)^2}{2\sigma^2}\right\} \right] = 0$$

или

$$\ln \frac{\varphi_2}{\varphi_1} = \frac{(0,5T + \varepsilon)^2 - (0,5T - \varepsilon)^2}{2\sigma^2}, \text{ т.е.}$$

$$\ln = \frac{\varphi_2}{\varphi_1} = \frac{2 \cdot \varepsilon \cdot T}{2 \cdot \sigma^2}.$$

Наконец

$$\varepsilon_{opt} = \frac{\sigma^2}{T} \cdot \ln \frac{\varphi_2}{\varphi_1}. \quad (2.25)$$

Пример: $\varphi_2 = 100$ ед., $\sigma = 0,025$ мм;
 $\varphi_1 = 10$ ед., $T = 0,1$ мм.

$$\varepsilon_{opt} = \frac{(25 \cdot 10^{-3})^2}{0,1} \cdot \ln \frac{100}{10} = 0,00625 \cdot \ln 10 =$$

$$= 0,00625 \cdot 2,3 = 0,014375 \text{ мм.}$$

Ранее полученное рациональное решение $\varepsilon_{opt} = 0,015$ мм.

2.5. ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ЗАДАЧ

Линейное программирование - сравнительно новая область применения математики к решению многих технических задач, связанных, в первую очередь, с потребностями рационального планирования производства. Во многих случаях линейное программирование дает возможность установить, как следует распорядиться имеющимися ресурсами для достижения наилучшего результата. С помощью линейного программирования можно решить задачи о максимальной рентабельности предприятия. Например, как использовать имеющиеся на предприятии запасы сырья для изготовления тех или иных видов продукции, чтобы доход предприятия был наибольшим. Можно решать задачи, связанные с оптимальным использованием оборудования, например, как лучше использовать имеющееся на предприятии оборудование, чтобы выполнить бизнес-план, установленный предприятию по всем видам выпускаемой продукции. Кроме того, можно решать транспортные задачи: как организовать перевозку грузов из разных мест в различные пункты, чтобы общая стоимость перевозок была наименьшей. Многие из таких задач приводят к необходимости решения системы линейных уравнений и неравенств с большим числом переменных.

Задачу линейного программирования можно решать аналитическими и графическими (если количество переменных ≤ 2) методами. Аналитические методы, которые представляют собой последовательность вычислений по некоторым правилам, являются основой для решения задач на ЭВМ. Их несовершенство в том, что они недостаточно наглядны. Рассмотрим методику решения оптимальных технологических задач на конкретных примерах.

2.5.1. ОПТИМИЗАЦИЯ ПЛАНИРОВАНИЯ ВЫПУСКА ПРОДУКЦИИ

Для изготовления изделий P_1 и P_2 в цехе имеется 100 кг металла. На изготовление изделия P_1 расходуется 2 кг металла, а изделия P_2 - 4 кг металла. Требуется спланировать выпуск продукции таким образом, чтобы получить наибольшую прибыль от продажи выпускаемой продукции, если отпускная цена изделия P_1 равна 3 грн/шт, а изделия P_2 - 2 грн/шт.

Требуется определить оптимальное количество изделий x_1 и x_2 , если известно, что количество изделий P_1 не должно превышать 40 ($x_1 < 40$), а количество изделий P_2 не должно превышать 20 ($x_2 < 20$).

Прибыль, получаемая от продажи изделий P_1 и P_2 , может быть представлена в виде такой зависимости

$$S = (3x_1 + 2x_2), \text{ грн.} \quad (2.26)$$

Суммарные затраты металла при изготовлении изделий P_1 и P_2 составляют 100 кг

$$2x_1 + 4x_2 = 100 \text{ кг}$$

или

$$x_1 + 2x_2 = 50 \text{ кг.}$$

Постановку задачи можно записать в следующем виде

$$S = 3x_1 + 2x_2 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 = 50 \\ x_1 \leq 40 \\ x_2 \leq 20 \end{cases} \quad (2.27)$$

Для решения данной задачи воспользуемся методом составления симплекс-таблиц.

Систему уравнений (2.27), включающую неравенства и уравнение, приведем к системе уравнений, введя новые переменные x_3 и x_4

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 = 50 \\ x_1 + x_3 = 40 \\ x_2 + x_4 = 20 \end{cases} \quad (2.28)$$

Количество базисных переменных определяется рангом матрицы Ar , составленной из коэффициентов системы (2.28), т.е.

$$Ar = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{vmatrix}.$$

Ранг матрицы r устанавливается максимально возможным порядком определителя квадратной матрицы, которую можно получить вычеркиванием некоторых строк и столбцов

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{vmatrix} = 1 \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} - 2 \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{vmatrix} + 0 \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} \neq 0.$$

Следовательно, $r=3$.

Принимая в системе уравнений (2.28) переменные x_1, x_2, x_3 базисными, а переменную x_4 - независимой и, выразив базисные переменные через независимую, т.е.

$$x_2 = 20 - x_4$$

$$x_1 = 50 - 2x_2 = 50 - 2(20 - x_4) = 10 + 2x_4$$

$$x_3 = 40 - x_1 = 30 - 2x_4,$$

получим

$$x_1 = 10 + 2x_4$$

$$x_2 = 20 - x_4$$

$$x_3 = 30 - 2x_4.$$

Для составления симплекс-таблицы (табл. 2.2) необходимо условие задачи представить в строго определенной форме. Для этого все переменные следует перенести в левую часть, а в правой части оставить свободные члены. Получим

$$x_1 - 2x_4 = 10$$

$$x_2 + x_4 = 20$$

$$x_3 + 2x_4 = 30$$

$$S - 3x_1 - 2x_2 = 0$$

(2.29)

Таблица 2.2

№ строки	Номер столбца		1	2	3	4
	базисные переменные	свободные члены A	x_1	x_2	x_3	x_4
1	x_1	10	1	0	0	-2
2	x_2	20	0	1	0	1
3	x_3	30	0	0	1	2
4	S	0	-3	-2	0	0

В данной таблице в первом и втором столбцах искомые параметры x_1 и x_2 при S меньше нуля.

Решение задачи по обеспечению максимальной прибыли с использованием симплекс-метода сводится к преобразованию симплекс-таблиц таким образом, чтобы исключить отрицательные значения искомых переменных x_1 и x_2 при переменной S в строке 4, табл. 2.2.

Данная цель обеспечивается последовательным преобразованием симплекс-таблиц. Выбирая любой из столбцов x_1 или x_2 , например, первый, находим строку, в которой коэффициент данного столбца больше нуля. Данный коэффициент находится на пересечении первой строки и первого столбца (выделенные контурными линиями). Чтобы в данном столбце отрицательное значение привести к нулю, необходимо к строке 4 прибавить строку 1, предварительно умножив ее на +3.

Получим новую симплекс-таблицу.

Таблица 2.3

№ строки	Номер столбца		1	2	3	4
	базисные переменные	свободные члены A	x_1	x_2	x_3	x_4
1	x_1	10	1	0	0	-2
2	x_2	20	0	1	0	1
3	x_3	30	0	0	1	2
4	S	30	0	-2	0	-6

В полученной табл. 2.3 в строке 4 искомого параметра в двух столбцах (2 и 4) содержатся отрицательные коэффициенты x_2 и x_4 , которые за счет преобразования симплекс-таблиц необходимо ис-

ключить.

Для исключения отрицательного коэффициента $x_4 = -6$, находящегося в строке 4, проведем следующую итерацию: к первой строке прибавим третью, а третью строку разделим на 0,5, затем из второй строки вычтем вновь образованную третью строку. Умножив третью строку на 3 и суммируя ее с четвертой строкой, получим новую симплекс-таблицу (табл. 2.3).

В данной таблице только в одном столбце 2 содержится отрицательный элемент, для исключения которого необходимо при составлении новой симплекс-таблицы вторую строку умножить на два и прибавить ее к четвертой строке. В этом случае получим такую таблицу (табл. 2.4).

Таблица 2.4

№ строки	Номер столбца		1	2	3	4
	базисные переменные	свободные члены	x_1	x_2	x_3	x_4
1	x_1	40	1	0	1	0
2	x_2	5	0	1	-0,5	0
3	x_4	15	0	0	+0,5	1
4	S	120	0	-2	+3	0

В полученной табл. 2.5 в строке 4 отсутствуют отрицательные значения коэффициентов x_1, x_2, x_3, x_4 . Это условие соответствует решению задачи с математической моделью (2.27).

Таблица 2.5

№ строки	Номер столбца		1	2	3	4
	базисные переменные	свободные члены A_i	x_1	x_2	x_3	x_4
1	x_1	40	1	0	1	0
2	x_2	5	0	1	-0,5	0
3	x_4	15	0	0	+0,5	1
4	S	130	0	1	+2	0

Результатом решения являются данные, приведенные в столбце "свободные члены" A_i (табл. 2.5). Наибольшая прибыль от продажи изделий Π_1 и Π_2 составляет $S = 130$ грн.

Оптимальное количество изделий, обеспечивающих максимальную прибыль, составляет $x_1 = 40$ шт; $x_2 = 5$ шт.

2.5.2. МЕТОДИКА РЕШЕНИЯ ОПТИМИЗАЦИОННЫХ ЗАДАЧ ГРАФИЧЕСКИМ МЕТОДОМ

Задачу с математической моделью (2.27), включающую две переменные x_1 и x_2 , можно решить также графическим методом. Уравнение $S - 3x_1 - 2x_2 = 0$ в системе координат (x_1, x_2, S) описывает плоскость, проходящую через начало координат, так как оно не имеет свободного члена.

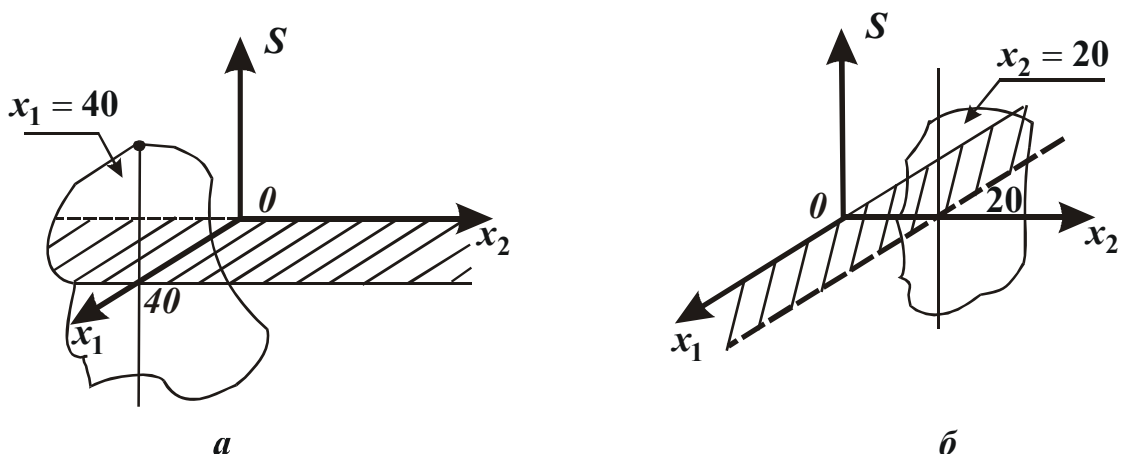


Рис. 2.8. Расчётная схема.

Уравнение $x_1=40$ описывает вертикальную плоскость, параллельную плоскости Sx_2 и расположенную по оси x_1 на расстоянии 40 единиц (рис. 2.8,а). Уравнение $x_2=20$ описывает горизонтальную плоскость, смещённую в направлении оси x_2 на расстояние 20 единиц (рис. 2.8,б).

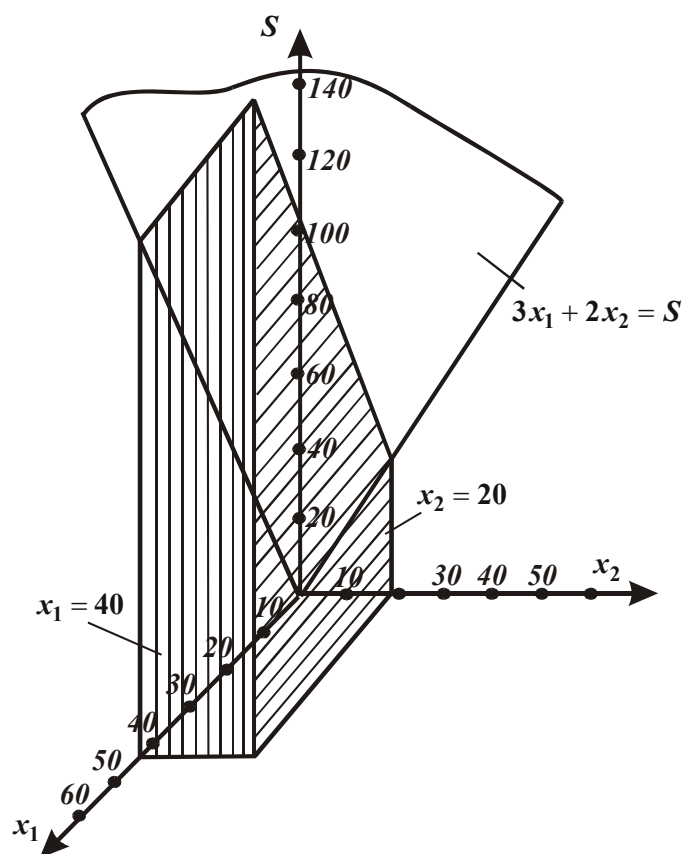


Рис. 2.9. Расчётная схема.

По условию задачи решение имеет вид (рис. 2.9)

$$\begin{aligned} S &= 3x_1 + 2x_2 \\ x_1 &\leq 40 \\ x_2 &\leq 20 \end{aligned}$$

Однако, если принять во внимание дополнительное условие, учитывающее суммарное количество рас-

ходуемого материала на изготовление изделий Π_1 и Π_2

$$x_1 + 2x_2 = 50, \quad (2.30)$$

то решение задачи будет находиться на линии пересечения двух плоскостей (линия (KL) на рис. 2.10), т.е.

$$S - 3x_1 - 2x_2 = 0$$

$$x_1 + 2x_2 = 50$$

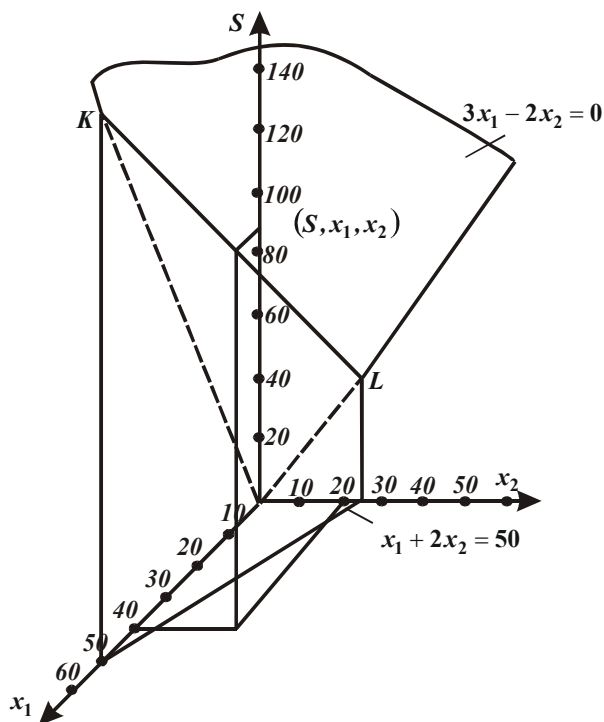


Рис. 2.10. Расчетная схема.

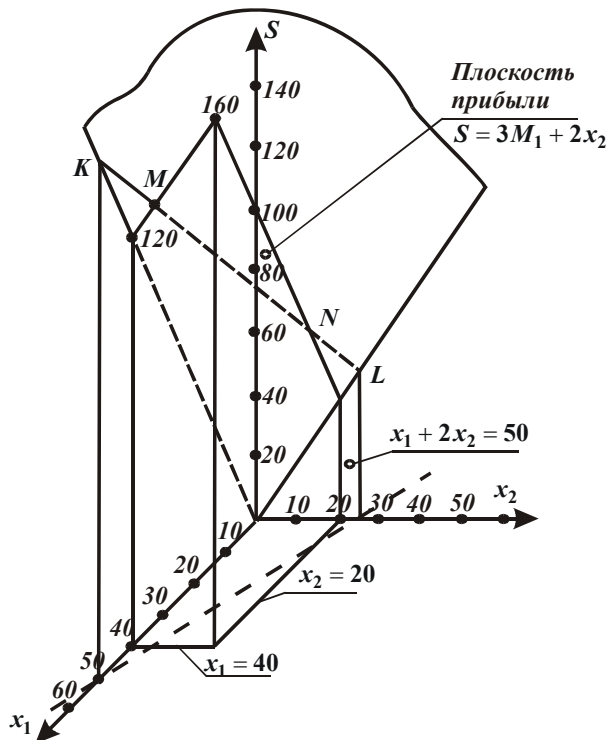


Рис. 2.11. Расчетная схема.

Все возможные сочетания переменных на линии KL ($S; x_1; x_2$) удовлетворяют уравнениям $S = 3x_1 + 2x_2$ и $x_1 + 2x_2 = 50$. Если совместить все рассмотренные ограничения задачи, т.е. совместить рис. 2.9 и рис. 2.10, то получим точку пересечения призмы с плоскостью $x_1 + 2x_2 = 50$. Точка пересечения M является искомым решением данной задачи (рис. 2.11).

2.5.3. ОПТИМИЗАЦИЯ ТРАНСПОРТНЫХ СИСТЕМ

При проектировании транспортной системы первоочередными задачами являются:

- определение оптимальных маршрутов между начальным и конечным пунктами;
- распределение различных категорий грузов по пунктам назначения.

Организация транспортных связей сопровождается решением следующих задач: сокращение общей длины транспортных связей, уменьшение числа ответвлений и определение количества заготовок, поставляемых к каждому из металлорежущих станков.

Известно, что встречные потоки деталей, т.е. движение их в обратном направлении по отношению к нормальному потоку, нерационально. Однако, если ущерб от встречных перевозок деталей очевиден, то ущерб от нерациональной загрузки оборудования менее заметен. Для иллюстрации рассмотрим такую задачу.

Три механических цеха, находящиеся на разных территориях, получают заготовки от двух поставщиков. Возможные варианты транспортировки заготовок и стоимость перевозки в гривнах показаны на рис. 2.12.

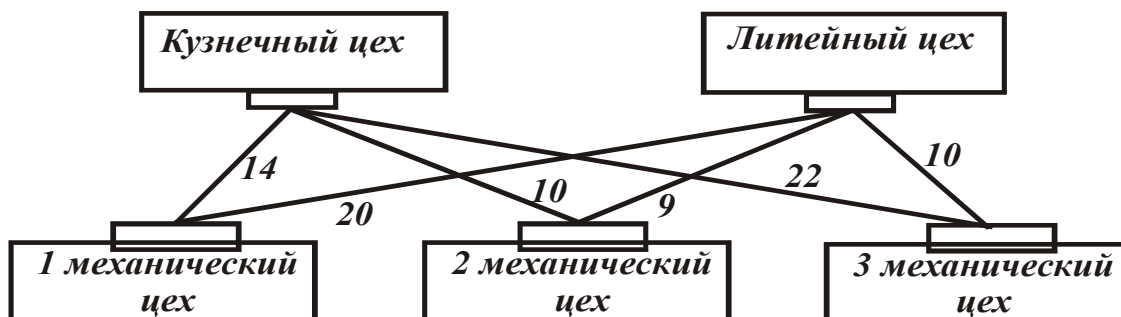


Рис. 2.12. Расчетная схема.

У каждого поставщика есть некоторый запас заготовок. Каждый механический цех ежемесячно с учетом программы выпуска делает заявки. В табл. 2.6 представлена исходная информация для разработки математической модели. Требуется определить, какое количество заготовок следует отправить от каждого поставщика к потребителям, чтобы суммарные транспортные затраты были минимальны.

Таблица 2.6

Заготовительные цеха	Механические цеха			Запасы, шт.
	Число заготовок и их стоимость			
	1	2	3	
Литейный	10 грн.	9 грн.	20 грн.	300
Кузнечный	22 грн.	10 грн.	14 грн.	260
Заявки	180	230	150	560/560

Для составления математической модели введем следующие обозначения: x_1, x_2, x_3 - число заготовок, которые должны быть перевезены из литейного цеха в механические цеха 1, 2 и 3 соответственно; x_4, x_5, x_6 - то же применительно к кузнечному цеху. Суммируя чис-

ло заготовок, перевезенных из литейного и кузнечного цехов, получим

$$x_1 + x_2 + x_3 = 300,$$

$$x_4 + x_5 + x_6 = 260.$$

Суммируя число заготовок, которые получает каждый механический цех согласно заявкам, получим

$$x_1 + x_4 = 180,$$

$$x_2 + x_5 = 230,$$

$$x_3 + x_6 = 150.$$

Объединяя условия для поставщиков и потребителей, получим систему пяти уравнений с шестью неизвестными.

Шестое уравнение (целевая функция) описывает суммарную стоимость транспортировки заготовок с учетом стоимости транспортировки каждой заготовки (табл. 2.6), т.е.

$$F = 10x_1 + 9x_2 + 20x_3 + 22x_4 + 10x_5 + 14x_6. \quad (2.31)$$

Задаваясь количествами транспортируемых заготовок x_i (с учетом ограничений), по уравнению (2.31) определим суммарную стоимость перевозок для рассматриваемых вариантов. В табл. 2.7 приведены данные о количестве транспортируемых заготовок x_i для трех различных вариантов.

Таблица 2.7

Заготовительные цеха	Вариант	Количество транспортируемых заготовок			Запас заготовок
		Механические цеха			
		1	2	3	
Литейный	1	0	200	100	300
	2	50	100	150	300
	3	100	180	20	300
Кузнечный	1	180	30	50	260
	2	130	130	0	260
	3	30	50	130	260
Заявки на изготовление заготовок	1	180	230	150	560
	2	180	230	150	560
	3	180	230	150	560

По уравнению (2.31) определим суммарную стоимость перевозок заготовок для вариантов, приведенных в табл. 2.7:

$$F_1 = 10 \cdot 0 + 9 \cdot 200 + 20 \cdot 100 + 22 \cdot 180 + 10 \cdot 30 + 14 \cdot 50 = 8760,$$

$$F_2 = 10 \cdot 50 + 9 \cdot 100 + 20 \cdot 150 + 22 \cdot 130 + 10 \cdot 130 + 14 \cdot 0 = 8560,$$

$$F_3 = 10 \cdot 100 + 9 \cdot 180 + 20 \cdot 20 + 22 \cdot 80 + 10 \cdot 50 + 14 \cdot 130 = 7100.$$

Приведенные решения удовлетворяют системе ограничений, но подобных решений может быть бесчисленное множество, и приведенные решения не являются оптимальными.

Для обеспечения минимальных транспортных расходов постановка задачи должна быть представлена в виде

$$F = 10x_1 + 9x_2 + 20x_3 + 22x_4 + 10x_5 + 14x_6 \rightarrow \min. \quad (2.32)$$

Если к целевой функции, которая должна иметь минимальное значение, добавить требования, которым удовлетворяют значения переменных x_i , получим следующую систему уравнений:

$$F = 10x_1 + 9x_2 + 20x_3 + 22x_4 + 10x_5 + 14x_6 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 300 \\ x_4 + x_5 + x_6 = 260 \\ x_1 + x_4 = 180 \\ x_2 + x_5 = 230 \\ x_3 + x_6 = 150 \\ x_i \geq 0; i = 1, 6 \end{cases} \quad (2.33)$$

Требуется найти минимум функции F .

Решение задачи будем искать методами составления симплекс-таблиц (симплекс-метод).

Принимая ранг матрицы r из коэффициентов системы (2.33) равным 4, получим

$$\begin{matrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{matrix}, \text{ т.е. } r = 4. \quad (2.34)$$

Зависимые уравнения системы (2.33) можно представить в виде:

$$x_3 = 150 - x_6; \quad x_2 = 230 - x_5; \quad x_1 = 180 - x_4. \quad (2.35)$$

Суммируя эти уравнения, получим

$$x_1 + x_2 + x_3 = 560 - (x_6 + x_5 + x_4).$$

Второе уравнение системы (2.33), а именно:

$$(x_6 + x_5 + x_4) = 260,$$

можно представить в виде

$$x_1 + x_2 + x_3 = 560 - 260 = 300.$$

Полученное выражение, как видно, соответствует первому уравнению системы (2.33). Первое уравнение системы (2.33) является комбинацией четырех оставшихся уравнений, поэтому его можно отбросить. Оставшаяся система уравнений совместна, а четыре (базисных) переменных x_1, x_2, x_3, x_4 можно выразить через два свободных параметра x_5 и x_6 , т.е.

$$x_3 = 150 - x_6$$

$$x_2 = 230 - x_5$$

$$x_4 = 260 - x_5 - x_6$$

$$x_1 = 180 - x_4 = 180 - 260 + x_5 + x_6.$$

Выразим целевую функцию F через x_5 и x_6 , в результате получим

$$F = 10 \cdot (-80 + x_5 + x_6) + 9 \cdot (230 - x_5) + 20 \cdot (150 - x_6) + 22 \cdot (260 - x_5 - x_6) + 10x_5 + 14x_6 = 10710 - 11x_5 - 18x_6.$$

Представим систему ограничений (2.33) и функцию F в виде, необходимом для составления симплекс-таблицы:

$$x_3 : x_3 + x_6 = 150,$$

$$x_2 : x_2 + x_5 = 230,$$

$$x_4 : x_4 + x_5 + x_6 = 260,$$

$$x_1 : x_1 - x_5 - x_6 = -80,$$

$$F : F - 11x_5 - 18x_6 = -10710.$$

Определение минимума функции F сведем к определению максимума функции L , которую представим в виде

$$L = -F = -10710 + 11x_5 + 18x_6,$$

т.е.

$$L - 11x_5 + 18x_6 = -10710.$$

Получим исходную симплекс-таблицу

Таблица 2.8

Базисные переменные	Свободные члены	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6
x_1	-80	1	0	0	0	-1	-1
x_2	230	0	1	0	0	1	0
x_3	150	0	0	1	0	0	1
x_4	260	0	0	0	1	1	1
L	-10710	0	0	0	0	-11	-18

Алгоритм решения задачи таков: определим столбец с отрицательным значением коэффициента в строке параметра оптимизации L . Это столбец 5 (-11) или 6 (-18).

Берем, например, столбец 5 и устанавливаем положительные элементы этого столбца (исключая ноль и отрицательные значения). Имеем два положительных элемента: в строке 2 и в строке 4. Делим на эти элементы соответствующие свободные члены: $230/1 = 230$; $260/1 = 260$ и определяем наименьший. Выделим контурными линиями строку 2 и столбец 5. Умножим всю строку 2 на коэффициент $K = 1/a$ и к каждой из оставшихся строк (1, 3, 4, 5) прибавим вновь полученную строку.

Причем, умножим на такое число, чтобы в клетках столбца 5 появились нули. Обозначение выделенной строки необходимо поменять на обозначение столбца.

Новый базис будет состоять из параметров x_1, x_5, x_3, x_4 .

Таблица 2.9

Итерация 2

Базисные переменные	Свободные члены	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6
x_1	150	1	1	0	0	0	-1
x_5	230	0	1	0	0	1	0
x_3	150	0	0	1	0	0	1
x_4	30	0	-1	0	1	0	1
L	-8180	0	11	0	0	0	-18

Итерации повторяются до тех пор, пока в строке 5 не будут все элементы больше нуля.

Таблица 2.10

Итерация 3

Базисные переменные	Свободные члены	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6
x_1	180	1	0	0	1	0	0
x_2	230	0	1	0	0	1	0
x_3	120	0	1	1	-1	0	0
x_6	30	0	-1	0	1	0	1
L	-7640	0	-7	0	18	0	0

Таблица 2.11

Итерация 4

Базисные переменные	Свободные члены	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6
x_1	180	1	0	0	1	0	0
x_2	110	0	0	-1	1	1	0
x_3	120	0	1	1	-1	0	0
x_6	150	0	0	1	0	0	1
L	-7850	0	0	0	11	0	-7

Таблица 2.12

Итерация 5

Базисные переменные	Свободные члены	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6
x_1	180	1	0	0	1	0	0
x_5	110	0	0	-1	1	1	0
x_2	120	0	1	1	-1	0	0
x_6	150	0	0	1	0	0	1
L	-6800	0	0	7	11	0	0

Все параметры $L > 0$.

Ответ:

$$x_1 = 180 - x_4 = 180 - 0 = 180;$$

$$x_5 = 110;$$

$$x_2 = 230 - x_5 = 230 - 110 = 120;$$

$$x_6 = 150;$$

$$x_3 = 150 - x_6 = 150 - 150 = 0;$$

$$x_4 = 260 - x_5 - x_6 = 260 - 110 - 150 = 0;$$

$$F_{min} = -L = 6800.$$

В результате решения системы уравнений (2.33) получены следующие значения неизвестных параметров.

Количество заготовок, перевезенных из литейного цеха в 1-й, 2-й и 3-й механические цеха, соответственно

$$x_1 = 180 \text{ шт}, x_2 = 120 \text{ шт}; x_3 = 0.$$

Количество заготовок, поступивших из кузнечного цеха в 1-й, 2-й и 3-й механические цеха, соответственно

$$x_4 = 0; x_5 = 110 \text{ шт}; x_6 = 150 \text{ шт}.$$

Минимальное значение транспортных расходов (целевой функции) $F = 6800$.

2.5.4. ОБЕСПЕЧЕНИЕ МАКСИМАЛЬНОГО ВЫПУСКА ПРОДУКЦИИ С ТРЕБУЕМЫМ КАЧЕСТВОМ

При изготовлении изделий требуется обеспечить максимальный их выпуск с требуемым качеством. Объем выпуска изделий обычно оценивается реализованной чистой нормативной продукцией в гривнах, а качество выпускаемой продукции оценить одним числом не всегда представляется возможным. Поэтому при решении многопараметрической оптимизационной задачи качество выпускаемой продукции можно оценивать косвенным показателем - трудоемкостью выпускаемых изделий, так как с повышением требований по качеству резко возрастает трудоемкость. На практике требуется, чтобы и выпуск был больше и качество - лучше. Решение такой оптимизационной задачи рассмотрим на конкретном примере.

Пусть для выпуска трех видов изделий требуется определенное количество трудовых, материальных и финансовых ресурсов, причем для каждого вида изделий регламентирован объем выпуска и заданы требуемые параметры качества.

Все количественные характеристики применительно к этой задаче приведены в табл. 2.13.

Таблица 2.13

Характеристика	Типы изделий			Располагаемый ресурс
	P_1	P_2	P_3	
Продукция				
1.Стоимость изготовления изделия, тыс. грн.	7	12	13	-
2.Трудоемкость выпуска изделия, тыс.грн.	9	7	10	-
Ресурсы				
Трудовые затраты на одно изделие, тыс.грн.	0,2	0,3	0,4	35
Материальные затраты на одно изделие, тыс.грн.	0,5	0,4	0,3	42
Финансовые затраты на одно изделие, тыс.грн.	0,6	0,8	1,2	100

Требуется провести многопараметрическую операцию по объему выпуска и качеству продукции.

Задачу будем решать методом последовательных уступок. Суть этого метода заключается в том, что один из оптимизируемых параметров принимается в качестве целевой функции, а для других – задают некоторые предельные значения граничных условий.

Принимая в качестве целевой функции максимизацию объёма выпуска изделий при условии обеспечения требуемого качества, задачу можно представить в виде математической модели:

$$\begin{aligned}
 \text{Объем} &= 7x_1 + 12x_2 + 13x_3 \rightarrow \max \\
 9x_1 + 7x_2 + 10x_3 &\geq K_{\text{зад}} \\
 0,2x_1 + 0,3x_2 + 0,4x_3 &\leq 35 \\
 0,5x_1 + 0,4x_2 + 0,3x_3 &\leq 42 \\
 0,6x_1 + 0,8x_2 + 1,2x_3 &\leq 100 \\
 x_j &\geq 0; \quad j = 1, 3.
 \end{aligned} \tag{2.36}$$

Результаты решения этой задачи для различных значений качества $K_{\text{зад}}$ приведены в табл. 2.14.

Таблица 2.14

Характеристики	Варианты		
	1	2	3
$K_{\text{зад}}$	Не ограничено	900	970
K	830	900	970
Объем	1340	1284	1198
Π_1 , шт.	0	14	317
Π_2 , шт.	90	62	29,5
Π_3 , шт.	20	34	47,8
Резерв ресурсов:			
трудовых	0	0	0,7
материальных	0	0	0
финансовых	4	1,2	0

Результаты, приведенные в табл. 2.14, дают основание провести следующий анализ.

Повышение требований к качеству приводит к уменьшению объема выпуска изделий.

В варианте 1, когда на уровень качества не накладывается каких-либо требований, был обеспечен максимальный объем выпуска продукции (объем = 1340). При этом получено наихудшее качество

$$K = 830.$$

По мере увеличения требований к качеству объем выпуска продукции уменьшился и при заданном значении $K_{зад} = 970$ - составил 1198.

В зависимости от требований к качеству продукции изменяется структура плана. Например, в первом варианте продукция Π_1 вообще не выпускается, так как она (как видно из табл. 2.13) имеет наименьшую стоимость. Выпуск продукции (табл. 2.14) лимитируется ресурсами. Материалы используют во всех вариантах полностью. В первом и втором вариантах выпуск продукции лимитирует также рабочая сила, так как трудовые резервы равны нулю. В третьем варианте, кроме материалов, лимитирующим ресурсом оказываются финансы, а трудовые ресурсы используются не полностью.

Возможна и другая постановка задачи: за счет ограничения объема выпуска продукции обеспечить наилучшее качество. В этом случае математическая модель будет иметь вид

$$\begin{aligned} K &= 9x_1 + 7x_2 + 10x_3 \rightarrow \max \\ 7x_1 + 12x_2 + 13x_3 &\geq \text{объем(задан)} \\ 0,2x_1 + 0,3x_2 + 0,4x_3 &\leq 35 \\ 0,5x_1 + 0,4x_2 + 0,3x_3 &\leq 42 \\ 0,6x_1 + 0,8x_2 + 1,2x_3 &\leq 100 \\ x_j &\geq 0; \quad j = 1,3. \end{aligned}$$

Результаты решения задачи при различных объемах выпуска продукции приведены в табл. 2.15.

Таблица 2.15

Характеристики	Варианты		
	1	2	3
Объем заданный	Не ограничен	1180	1260
Объем	1108	1180	1260
K	1028	981	930
Π_1 , шт.	48,6	35	20
Π_2 , шт.	0	23,8	50
Π_3 , шт.	59	50	40
Резерв ресурсов:			
трудовых	1,7	0,9	0
материальных	0	0	0
финансовых	0	0	0

Из анализа приведенных данных можно сделать следующие выводы.

1. С увеличением объема выпуска изделий качество их ухудшается.
2. В шестом варианте достигнуто полное использование всех ресурсов. При этом качество оказывается на самом низком уровне. Объединив результаты, приведенные в табл. 2.14 и табл. 2.15, можно установить зависимость объема выпуска изделий от качества их изготовления. Для этого расположим объемы выпуска изделий, которые приведены в табл. 2.14 и табл. 2.15, в порядке возрастания. Там же приведём и соответствующие этим объемам качественные показатели (табл. 2.16).

Таблица 2.16

Варианты	4	5	3	6	2	1
К	1028	981	970	930	900	830
Объем	1108	1180	1198	1198	1284	1340

На основании этих данных на рис. 2.13 представлена зависимость $объем = f(K)$, согласно которой с улучшением качества продукции уменьшается объем выпуска изделий.

Приведенный на рис. 2.13 график позволяет решать два вида задач:

- а) по заданному качеству **К** выявить возможный объем изготовления изделий;
- б) по заданному объему определить возможные качественные характеристики.

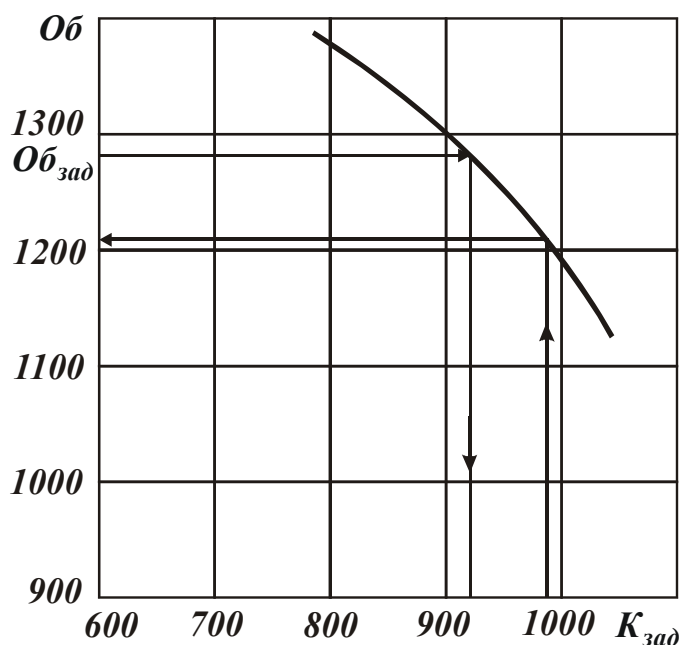


Рис. 2.13. Зависимость объема выпуска от качества продукции.

Таким образом, с улучшением качества выпускаемых изделий сокращается объем их выпуска. Этот вывод подтверждает известный тезис о том, что с ростом интенсивности механической обработки (в этом случае увеличивается объем выпускаемой продукции) возрастает нестабильность технологических процессов, приводящая к ухудшению качества выпускаемой продукции.

Таким образом, с улучшением качества выпускаемых изделий сокращается объем их выпуска. Этот вывод подтверждает известный тезис о том, что с ростом интенсивности механической обработки (в этом случае увеличивается объем выпускаемой продукции) возрастает нестабильность технологических процессов, приводящая к ухудшению качества выпускаемой продукции.

продукции. В этой связи возрастает актуальность разработки интегрированных технологических систем механообработки на основе системного подхода CAD/CAM/CAT, описанного в первом параграфе главы.

2.5.5. ОПТИМИЗАЦИЯ РАСХОДА ЛИСТОВОГО МАТЕРИАЛА ПРИ ИЗГОТОВЛЕНИИ МАСЛЯНОГО БАКА

Допустим, что надо разработать чертеж масляного бака из нержавеющей стали 1X18K9T объемом $V = 2000$ л. Объем можно определить по формуле

$$V = L \cdot B \cdot H,$$

где L, B - стороны основания бака; H - высота бака.

При фиксированном объеме бака, задаваясь различными значениями параметров основания L, B , получим различные варианты конструкции бака. Например, в табл. 2.17 приведены размеры четырех различных вариантов конструкции бака объемом $V = 2000$ л.

Необходимо определить наиболее экономичный вариант изготовления. Однако для такой оценки нужно предварительно определиться с критерием, по которому следует выбирать наилучший вариант изготовления.

Выбор наивыгоднейшего варианта можно осуществить, например, по количеству используемого материала или по общей протяженности сварных швов. Развертка листового материала для изготовления бака показана на рис. 2.14. Траектория сварного шва (показана на рис. 2.14 пунктирной линией) определяется выражением

$$L = 2 \cdot (L + 2 \cdot B) + H, \quad (2.37)$$

а площадь развёртки—зависимостью

$$S = 2 \cdot [L \cdot B + (L + B) \cdot H]. \quad (2.38)$$

Таблица 2.17

Варианты	L , дм	B , дм	H , дм
1	10,00	20,00	10,00
2	8,00	20,00	12,50
3	15,00	20,00	6,66
4	10,00	10,00	20,00

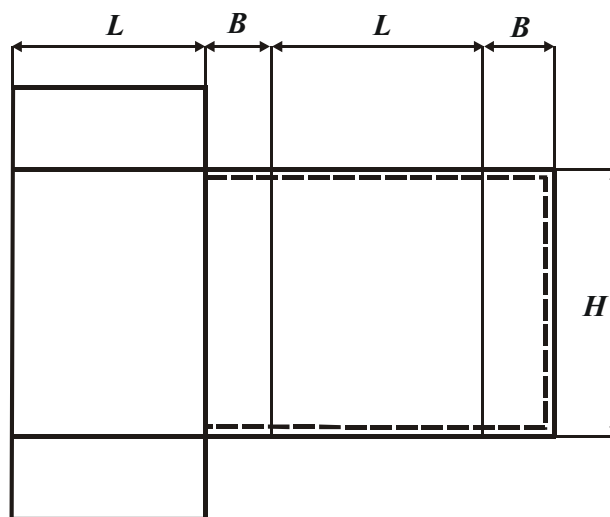


Рис. 2.14. Развертка листа для изготовления масляного бака.

Значения искомым параметров S и L для вариантов конструкции бака (табл. 2.17) приведены в табл. 2.18.

Из сопоставления результатов, приведенных в табл. 2.18, видно, что наилучшим вариантом по длине сварного шва является четвертый: для него $L=8,0$ м.

Наилучшим вариантом по минимальному расходу материала являются первый и четвертый варианты: для них $S=10,0$ м².

Следовательно, наилучшим вариантом, обеспечивающим минимальное значение обоих параметров S и L , является четвертый. Однако следует заметить, что вариант может быть признан наилучшим только в строго определенном смысле. Говоря о наилучшем варианте, нужно иметь в виду наилучший из тех вариантов, для которых был выполнен расчет, т.е. наилучший из рассмотренных. Но наилучший вариант из рассмотренных не отражает фактическую картину для всех возможных вариантов. Наилучший вариант из всех возможных можно найти только в результате математического моделирования. Но чтобы составить математическую модель, как отмечалось ранее, необходимо сформулировать содержательную постановку задачи.

Таблица 2.18

Вариант	S , м ²	L , м
1	1,0	11,0
2	1,02	10,85
3	1,09	11,7
4	1,0	8,0

Постановку задачи для определения размеров масляного бака можно сформулировать следующим образом: требуется определить размеры бака объемом $V = 2000$ л, чтобы на его изготовление требовалось как можно меньше материала. Такую постановку можно записать так:

$$\begin{aligned} F = S &\rightarrow \min \\ V &= 2000 \end{aligned} \quad (2.39)$$

После подстановки в выражение (2.39) значения S , определяемого зависимостью (2.38), получим

$$F = 2 \cdot [L \cdot B + (L + B) \cdot H] \rightarrow \min$$

$$L \cdot B \cdot H = 2000.$$

Все стороны масляного бака имеют положительные значение, т.е.

$$0 < L \cdot B \cdot H < \infty.$$

Математическая модель для нахождения оптимального решения имеет вид

$$\begin{aligned} F = 2 \cdot [L \cdot B + (L + B) \cdot H] &\rightarrow \min, & - \text{ЦФ} \\ L \cdot B \cdot H = 2000, & & - \text{ОГР} \end{aligned} \quad (2.40)$$

$$0 < L \cdot B \cdot H < \infty. \quad - \text{ГРУ.}$$

Данная модель состоит из целевой функции (ЦФ), ограничения (ОГР) и граничных условий (ГРУ).

Целевая функция показывает, в каких условиях искомый параметр (площадь листового материала, затрачиваемая для изготовления масляного бака) будет минимальным. Граничные условия показывают интервал изменения переменных параметров. Ограничение показывает зависимость объема масляного бака от размеров его сторон.

Для нахождения минимума функции

$$S = 2 \cdot [L \cdot B + (L + B) \cdot H]$$

при $L = \frac{2000}{B \cdot H}$ воспользуемся необходимым признаком экстремума.

Если в точке $P(H_0, B_0)$ функция S имеет экстремум, то

$$\left. \frac{\partial S}{\partial H} \right|_{H_0, B_0} = 0 \quad \text{и} \quad \left. \frac{\partial S}{\partial B} \right|_{H_0, B_0} = 0,$$

т.е.

$$\left. \frac{\partial S}{\partial H} \right|_{H_0, B_0} = 2 \cdot \left(-\frac{2000}{H^2} + B \right) = 0,$$

$$\left. \frac{\partial S}{\partial B} \right|_{H_0, B_0} = 2 \cdot \left(-\frac{2000}{B^2} + H \right) = 0.$$

Отсюда получим систему следующих уравнений

$$2000 - B \cdot H^2 = 0$$

$$2000 - H \cdot B^2 = 0$$

Разделив первое уравнение на второе, получим $H = B$. Следовательно, $H_0 = B_0 = \sqrt[3]{2000} = 12,596$ дм, а $L_0 = \frac{2000}{\sqrt[3]{2000}^2} = \sqrt[3]{2000} = 12,6$

дм. Таким образом, бак имеет форму куба с ребрами $\sqrt[3]{2000} = 12,6$ дм.

Математическая модель для определения минимальной длины сварного шва имеет вид:

$$F = 2 \cdot (L + 2 \cdot B) + H \rightarrow \min$$

$$L \cdot B \cdot H = 2000 \quad . \quad (2.41)$$

$$0 < L; B, H < \infty$$

Результаты решения задач с математическими моделями (2.40) и (2.41) приведены в табл. 2.19.

Таблица 2.19

Целевая функция	L , м	B , м	H , м	S , м ²	l , м
S_{min}	1,26	1,26	1,26	9,53	8,8
l_{min}	1,26	0,63	2,52	11,11	7,6

Из анализа данных, приведенных в табл. 2.19, видно, что в зависимости от требуемой постановки задачи (минимальная площадь материала, расходуемая на изготовление бака объемом $V \sim 2000$ л, или минимальная общая длина сварного шва) требуется изготавливать различные конструкции масляных баков. Минимальную площадь $S = 9,53$ м² имеет бак кубической формы со сторонами 1,26 м, а минимальную длину сварного шва $l = 7,6$ м имеет бак со сторонами $L = 1,26$ м, $B = 0,63$ м, $H = 2,52$ м.

Определение оптимальных размеров масляного бака при постоянном объеме вместимости масла характеризует техническую задачу. Однако в ряде случаев требуется оценить технологическую себестоимость затрат на изготовление. Оптимизационная задача в такой постановке требует определения размеров бака заданного объема с минимальной технологической себестоимостью. Оптимальное проектирование рассмотрим на конкретном примере.

Требуется спроектировать масляный бак $V = L \cdot B \cdot H$, вмещающий максимальный объем при заданной технологической себестоимости C .

Себестоимость бака C должна учитывать стоимость листового материала и длину сварного шва, т.е.

$$C = \alpha \cdot S + \beta \cdot l,$$

где S - площадь бака; l - длина сварного шва; α - стоимость единицы площади материала, из которого изготовлен масляный бак; β - стоимость единицы длины сварного шва.

Постановку оптимизационной задачи можно рассматривать в двух вариантах.

Первая постановка предусматривает определение размеров бака L, B, H , имеющего максимальный объем при заданных значениях α и β .

Постановка задачи записывается так:

$$\begin{aligned} F_1 = V &\rightarrow \max \\ C &= C_{зад} \end{aligned} \quad (2.42)$$

Вторая постановка оптимизационной задачи предусматривает определение размеров бака заданного объема с минимальной стоимостью

$$\begin{aligned} F_2 = C &\rightarrow \min \\ V &= V_{зад} \end{aligned} \quad (2.43)$$

В первой постановке целевой функцией является технический параметр, который минимизируется, а во второй - экономический. По сути дела эти обе постановки представляют собой два варианта соответственно инженерного и экономического расчетов.

В первой постановке задачи математическая модель имеет вид

$$\begin{aligned} F_1 = V &\rightarrow \max \\ V - L \cdot B \cdot H &= 0 \\ S - 2 \cdot [L \cdot B + (L + B) \cdot H] &= 0 \\ C - \alpha \cdot S - \beta \cdot l &= 0 \\ L - 2 \cdot (L + 2\beta) - H &= 0 \\ 0 < L, B, H, S, l < \infty \\ C &= C_{зад} \end{aligned} \quad (2.44)$$

При решении задачи с данной математической моделью при заданных значениях: $C_{зад}=3$, $\alpha=0,1$, $\beta=0,8$ получены оптимальные величины технологических параметров: $V = 0,19 \text{ м}^3$; $L=0,57 \text{ м}$; $B = 0,3 \text{ м}$; $H = 1,1 \text{ м}$; $S = 1,2 \text{ м}^2$.

В табл. 2.20 представлены оптимальные значения технологических параметров при различных значениях технологической себестоимости масляного бака [149].

Таблица 2.20

$C_{зад}$	$V, \text{м}^3$	$L, \text{м}$	$B, \text{м}$	$H, \text{м}$	$S, \text{м}^2$	$l, \text{м}$
3	0,19	0,57	0,30	1,10	2,26	3,46
4	0,42	0,74	0,40	1,42	3,80	4,51
5	0,78	0,90	0,49	1,71	5,70	5,47
6	1,27	1,07	0,59	2,00	7,91	6,51

2.5.6. ОПТИМИЗАЦИЯ ЧИСЛА КОМПЛЕКТОВ ИЗДЕЛИЙ ПРИ ЗАДАННОМ КОЛИЧЕСТВЕ ЗАГОТОВОК

В условиях производства часто приходится решать оптимизационные задачи по определению числа заготовок при получении максимального количества комплектов изделий. И наоборот, при задан-

ном количестве комплектов изделий минимизировать число заготовок. Решение указанных задач рассмотрим на примере раскроя пруткового материала.

В механическом цехе на складе имеется $K = 50$ шт заготовок (прутков диаметром 30 мм, длиной $l = 6,5$ м). Требуется из данного материала изготовить деталь длиной $l_1 = 2$ м и $l_2 = 1,25$ м. Комплект изделия включает по две детали (А) длиной $l_1 = 2$ м и по три детали (Б) длиной $l_2 = 1,25$ м. Требуется раскроить прутковый материал с целью получения наибольшего количества комплектов.

Обозначим через x_1 - число деталей (А), а через x_2 - число деталей (Б), которые можно изготовить из одной заготовки. Тогда

$$2x_1 + 1,25x_2 \leq 6,5,$$

причем x_1 и x_2 должны быть целыми числами, так как число заготовок дробным быть не может.

Если левая часть окажется меньше правой, то разность между ними будет равна размеру отходов материала при раскрое. Обеспечение комплектности деталей ограничивается следующими условиями:

$$z = \frac{x_1}{2}; \quad z = \frac{x_2}{3}.$$

По условию в комплект изделия z входят две детали (А) и три детали (Б), где x_1 , x_2 и z - целые числа.

Общее количество комплектов, полученных из всех $K = 50$ заготовок, определяется из условий

$$z_{общ} \leq \frac{K \cdot x_1}{2}; \quad z_{общ} \leq \frac{K \cdot x_2}{3}, \quad (2.45)$$

откуда

$$K \cdot x_1 - 2 \cdot z_{общ} \geq 0,$$

$$K \cdot x_2 - 3 \cdot z_{общ} \geq 0.$$

Для определения максимального числа комплектов z_{max} , которое может быть изготовлено из 50 шт заготовок длиной $l = 6,5$ м, составим следующую математическую модель:

$$\begin{aligned} F_1 &= z_{общ} \rightarrow \max \\ 2x_1 + 1,25x_2 &\leq 6,5 \\ 50x_2 - 2z_{общ} &\geq 0 \\ 50x_2 - 3z_{общ} &\geq 0 \end{aligned} \quad (2.46)$$

$x_1, x_2, z_{общ}$ - целые числа.

В результате решения этой задачи на ЭВМ было получено $x_1=2$; $x_2=2$; $z_{общ}=33$.

Следовательно, из каждой заготовки длиной 6,5 м получается по две детали (А) длиной 2 м и по две детали (Б) длиной 1,25 м. При данном раскрое заготовок полностью отсутствуют отходы. Этот вариант раскроя считается наиболее экономичным.

Однако, на машиностроительных заводах часто приходится решать другие задачи по раскрою материала. Сущность этих задач сводится к следующему: технолог принимает несколько различных вариантов раскроя, а ЭВМ выбирает из них лучший.

Допустим, что технолог разработал четыре варианта раскроя прутковых заготовок, которые приведены в табл. 2.21.

Таблица 2.21

Деталь	Длина, м	Варианты раскроя				Число деталей, входящих в комплект
		1	2	3	4	
А	2	3	2	1	0	2
Б	1,25	0	2	3	5	3
Отходы	-	0,5	0	0,75	0,25	-
Число заготовок	-					

Для решения задачи введены обозначения: y - число прутков, раскраиваемых по i -му варианту; $i = 1, 4$, так как в рассматриваемой задаче четыре варианта раскроя. Обозначим: $П_A$ - число деталей (А), получаемых в результате раскроя по всем четырем вариантам; $П_B$ - число деталей (Б), получаемых в результате раскроя по всем вариантам.

С учетом принятых допущений можно записать следующую систему уравнений:

$$П_A = 3 \cdot y_1 + 2 \cdot y_2 + 1 \cdot y_3 + 0 \cdot y_4 \quad (2.47)$$

$$П_B = 0 \cdot y_1 + 2 \cdot y_2 + 3 \cdot y_3 + 5 \cdot y_4$$

$$y_i; \quad (i=1, 4), \text{ целые,}$$

где коэффициенты, стоящие перед y_i , показывают, сколько деталей А и Б получается из одной заготовки, раскраиваемой по i -тому варианту, табл. 2.21.

Требования по комплектности записываются по аналогии с выражением (2.45):

$$z = \frac{\Pi_A}{2}; \quad z = \frac{\Pi_B}{3},$$

где z - целые числа.

После подстановки выражений $\Pi_A = 2 \cdot z$ и $\Pi_B = 3 \cdot z$ в систему уравнений (2.47), получим

$$\begin{aligned} 3y_1 + 2y_2 + y_3 - 2z &\geq 0 \\ 2y_2 + 3y_3 + 5y_4 - 3z &\geq 0 \end{aligned} \quad (2.48)$$

Общее число прутков равно сумме раскраиваемых заготовок по каждому варианту:

$$y_1 + y_2 + y_3 + y_4 = K. \quad (2.49)$$

С учетом данного выражения (2.49) и уравнений (2.48) система ограничений имеет вид

$$\begin{aligned} 3y_1 + 2y_2 + y_3 - 2z &\geq 0 \\ 2y_2 + 3y_3 + 5y_4 - 3z &\geq 0 \end{aligned} \quad (2.50)$$

$$y_1 + y_2 + y_3 + y_4 = K$$

y_i, z - целые числа ($i=1, 4$).

Задачу оптимизации можно сформулировать в двух различных постановках.

В первой постановке задается общее число заготовок, например, $K = 50$, и требуется максимизировать число комплектов z

$$\begin{aligned} F_1 = z &\rightarrow \max \\ K &\leq K_{зад} \end{aligned} \quad (2.51)$$

y_i, z - целые числа ($i=1, 4$).

Во второй постановке при заданном числе комплектов требуется минимизировать число заготовок

$$\begin{aligned} F_2 = K &\rightarrow \min \\ z &\geq z_{зад} \end{aligned} \quad (2.52)$$

y_i, z - целые числа ($i=1, 4$).

При заданном числе заготовок $K_{зад} = 50$ шт постановка оптимизационной задачи имеет вид

$$\begin{aligned} F = z &\rightarrow \max \\ 3y_1 + 2y_2 + y_3 - 2z &\geq 0 \end{aligned} \quad (2.53)$$

$$2y_2 + 3y_3 + 5y_4 - 3z \geq 0$$

$$y_1 + y_2 + y_3 + y_4 = 50$$

y_i, z - целые числа ($i=1, 4$).

В табл. 2.22 приведены результаты решения задачи (2.53) [149].

Таблица 2.22

Переменные параметры	y_1	y_2	y_3	y_4	z
Оптимальные решения	0	41	0	8	40

Подставляя результаты полученных решений в систему уравнений (2.47), получим число деталей (А), равное

$$П_A = 2 \cdot 41 = 82,$$

и число деталей (Б), равное

$$П_B = 2 \cdot 41 + 5 \cdot 8 = 122,$$

откуда число комплектов

$$z \leq \min \left\{ \frac{82}{2}; \frac{122}{3} \right\} = \min \{41; 40,7\} = 40,7.$$

Число комплектов по условию не может быть дробным. Следовательно, $z = 40$. В табл. 2.21 приведены четыре различных варианта раскроя прутковых заготовок. Проведенный раскрой по второму варианту (табл. 2.21) не имеет отходов. Поэтому данный вариант можно считать наиболее экономичным. Однако, из общего числа полученных заготовок удалось укомплектовать только 33 изделия ($z = 33$). В то же время при решении оптимизационной задачи (2.53) при том же количестве заготовок $K_{заг} = 50$ шт удалось укомплектовать 40 изделий.

По первому варианту количество деталей (А), которые могут быть использованы при комплектации изделий, равно $z_1 = (50 \cdot 2) / 2 = 50$. В то же время количество деталей (Б), которые должны входить в комплект с деталью (А), равно $z_2 = 50 \cdot 2 / 3 = 33,3$.

Из деталей (А) можно скомплектовать 50 изделий, а из деталей (Б) - только 33. Итак, можно скомплектовать только 33 изделия. Лишние детали (А) (сверх 33 комплектов) использованы быть не могут ввиду отсутствия необходимых для комплектности деталей (Б). Их можно отнести к отходам.

2.5.7. ОПТИМИЗАЦИЯ ТРУДОВЫХ, МАТЕРИАЛЬНЫХ И ФИНАНСОВЫХ ЗАТРАТ ПРИ ИЗГОТОВЛЕНИИ ПРОДУКЦИИ

В процессе управления производством часто возникают задачи, связанные с оптимизацией распределения ресурсов при выпуске про-

дукции. Например, требуется определить план выпуска четырех различных видов изделий P_1, P_2, P_3, P_4 при минимальных трудовых, материальных и финансовых затратах. В качестве примера в табл. 2.23 приведены условные ресурсы, необходимые для выпуска единицы изделия, и ресурсы, которыми располагает цех. Кроме того, в табл. 2.23 даны нижние и верхние предельные границы выпуска каждого вида продукции.

Таблица 2.23

Ресурсы	Вид продукции				Располагаемый ресурс
	P_1	P_2	P_3	P_4	
Трудовые	1	2	3	4	40
Материальные	6	5	4	3	110
Финансовые	4	6	8	12	100
					250
Граница					
нижняя	1	0	2	3	-
верхняя	12	-	-	3	-
План					-
	x_1	x_2	x_3	x_4	

Требуется спланировать выпуск изделий таким образом, чтобы обеспечить максимальную производительность при минимальных трудовых, материальных и финансовых затратах.

Для оптимального планирования выпуска изделий необходимо на основании приведенных в табл. 2.23 исходных данных составить математическую модель.

Для разработки математической модели плановое количество каждого вида выпускаемой продукции обозначим соответственно x_1, x_2, x_3, x_4 .

Тогда суммарные трудовые затраты для выпуска всех видов изделий будут равны

$$x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4.$$

Потребный ресурс не может быть больше того, которым располагает цех. Следовательно, для трудового ресурса должно выполняться неравенство

$$x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 \leq 40.$$

Если составить аналогичные зависимости для всех видов ресурсов с указанием предельно допустимых значений каждого вида продукции, то получим следующую систему уравнений

$$\begin{aligned}
x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 &\leq 40 \\
6x_1 + 5x_2 + 4x_3 + 3x_4 &\leq 110 \\
4x_1 + 6x_2 + 8x_3 + 12x_4 &\leq 100 \\
1 \leq x_1 \leq 12; \quad x_2 &\geq 0; \quad x_3 \geq 2; \quad x_4 = 3.
\end{aligned}
\tag{2.54}$$

В приведенной системе уравнений предельно допустимые значения переменных являются граничными условиями, а неравенства, устанавливающие функциональную связь потребных трудовых, материальных и финансовых затрат с располагаемым ресурсом цеха, являются ограничениями.

Левые части неравенств представляют собой необходимые общие затраты средств, а правые части - ресурсы, которыми располагает цех. Если в неравенства ввести дополнительные переменные: $y_1 \geq 0$; $y_2 \geq 2$; $y_3 \geq 0$, которые представляют собой разность между располагаемым ресурсом и потребным, то получим новую систему уравнений:

$$\left. \begin{aligned}
x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 + y_1 &= 40 \\
6x_1 + 5x_2 + 4x_3 + 3x_4 + y_2 &= 110 \\
4x_1 + 6x_2 + 8x_3 + 12x_4 + y_3 &= 100
\end{aligned} \right\}.
\tag{2.55}$$

Иными словами, дополнительные переменные y_1, y_2, y_3 - это резервы каждого вида ресурсов.

Система уравнений (2.55) содержит три уравнения с семью неизвестными. Все решения в пределах граничных условий представляют бесчисленное множество различных вариантов планов. Чтобы ответить на вопрос, какой из этих вариантов считается наиболее предпочтительным, надо четко сформулировать задачу оптимизации.

Решение оптимизационных задач по распределению материальных, трудовых и финансовых затрат включает две взаимоисключающих постановки:

1. При заданных ресурсах максимизировать количество выпускаемой продукции.
2. При заданной программе выпуска изделий минимизировать трудовые, материальные и финансовые затраты.

Для первой постановки задачи необходимо знать прибыль, полученную с единицы продукции. Например, если для изделий $\Pi_1, \Pi_2, \Pi_3, \Pi_4$ принять прибыль, соответственно равную 60, 70, 120, 130, то для первой постановки задачи к системе (2.54) добавим

целевую функцию и получим следующую математическую модель:

$$\begin{aligned}
 F_1 &= 60x_1 + 70x_2 + 120x_3 + 130x_4 \rightarrow \max; \\
 x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 &\leq 40; \\
 6x_1 + 5x_2 + 4x_3 + 3x_4 &\leq 110; \\
 4x_1 + 6x_2 + 8x_3 + 12x_4 &\leq 100; \\
 1 \leq x_1 \leq 12; \quad x_2 &\geq 0; \quad x_3 \geq 2; \quad x_4 = 3.
 \end{aligned}
 \tag{2.56}$$

Для второй постановки задачи необходимо задаться значением требуемой прибыли. Например, принимая прибыль, равную 1000, получим такую математическую модель:

$$\begin{aligned}
 F_2 &= y_1 + y_2 + y_3 \rightarrow \max; \\
 60x_1 + 70x_2 + 120x_3 + 130x_4 &\geq 1000; \\
 x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 + y_1 &\geq 40; \\
 6x_1 + 5x_2 + 4x_3 + 3x_4 + y_2 &\geq 110; \\
 4x_1 + 6x_2 + 8x_3 + 12x_4 + y_3 &\geq 100; \\
 1 \leq x_1 \leq 12; \quad x_2 &\geq 0; \quad x_3 \geq 2; \quad x_4 = 3.
 \end{aligned}
 \tag{2.57}$$

Поскольку y_1, y_2, y_3 представляют собой трудовые, материальные и финансовые резервы цеха, то максимальная их сумма обеспечивает минимальные затраты на изготовление продукции $F_2 \rightarrow \min$.

Оптимальное решение задач с математическими моделями (2.56) и (2.57) приведено в табл. 2.24, в которой R - прибыль, а Q - суммарные затраты на изготовление продукции.

Таблица 2.24

Поста- ста- новка	Целевая функция	Граничные условия	R	Q	$\frac{R}{Q}$	x_1	x_2	x_3	x_4	y_1	y_2	y_3
1	$R \rightarrow \max$	$Q \leq 250$	1350	219	6,16	12	0	2	3	10	21	0
2	$Q \rightarrow \min$	$R \geq 1000$	1000	137	7,3	1	0	5	3	13	77	23

Из анализа данных, приведенных в табл. 2.24, видно, что при различных постановках задачи получаются совершенно разные решения. При первой постановке максимальная прибыль $R_1=1350$, а суммарные затраты на изготовление $Q=219$. При $y_i=0$ используемые ресурсы равны ресурсам, которыми располагает цех. Эти ресурсы являются лимитирующими. К ним относятся в данном варианте финансовые ресурсы. Трудовые и материальные ресурсы здесь не являются лимитирующими. Увеличение финансов приведет к увеличению прибыли

R , а рост материальных и трудовых ресурсов не вызывает улучшения результатов.

Следовательно, для увеличения выпуска продукции необходимо увеличивать только те ресурсы, которые являются лимитирующими. К сожалению, на практике эта рекомендация может быть учтена далеко не всегда. Для выполнения этого требования надо знать, какие из ресурсов лимитируют выпуск продукции. Чтобы ответить на этот вопрос, нужно иметь обоснованные нормы расхода всех ресурсов, для чего надо решить оптимизационную задачу.

При второй постановке задачи общее число суммарных затрат на изготовление продукции $Q_2 = 137$. Здесь для всех видов ресурсов есть резервы, имеющие значения y_1, y_2, y_3 больше нуля. Следовательно, все ресурсы нелимитирующие. Уменьшение используемых ресурсов ограничивается лишь требованием, обеспечивающим прибыль не менее 1000.

В табл. 2.24 представлены результаты решения задачи в двух постановках. Оба решения являются оптимальными. Право выбора из них предпочтительного варианта предоставляется технологу. При выборе соответствующего варианта технологу может помочь коэффициент эффективности, показывающий отношение полученного результата к затраченным расходам, т.е. $\eta = R/Q$. Для наших постановок, как это видно из таблицы 2.24, $\eta = 6,16$ и $\eta = 7,3$.

Следовательно, по эффективности предпочтительнее второй вариант, так как прибыль в этом варианте существенно меньше. Таким образом, чтобы принять наилучшее решение надо четко знать, в каком смысле принимаемое решение должно быть наилучшим.

2.6. РЕШЕНИЕ ОПТИМИЗАЦИОННЫХ ЗАДАЧ МЕТОДОМ НЕЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ

Решение многих технических задач требует минимизации параметров, которые нелинейно зависят от многих переменных. Например, сюда относится задача поиска конструкции с максимальной эффективностью, минимальными затратами и минимальным весом. Причем, целый ряд задач сводится к оптимизации функции вида:

$$q(t) = \sum_{i=1}^n C_i \cdot t^{\alpha_{i,1}} \cdot t^{\alpha_{i,2}} \cdot t^{\alpha_{i,3}} \dots t^{\alpha_{i,m}}, \quad (2.58)$$

Система уравнений (2.61) описывает условие ортогональности. Особенность решения данного вида задач заключается в поиске оптимума целевой функции $q(t)$, когда оптимальные значения переменных неизвестны.

По установленному оптимуму определяются значения переменных по формуле

$$C_i \cdot t_1^{\alpha,1} \dots t_m^{i,m} = \begin{cases} \delta_i \cdot U(\delta) \\ \left[\frac{\delta_i}{\lambda_k(\delta)} \right] \end{cases}, \quad (2.62)$$

где $\lambda_k(\delta)$ - ненормализованные "веса".

Ненормализованные "веса" появляются при наличии ограничений. Например, необходимо оптимизировать функцию вида $q(t) = U_1 + U_2$ при наличии ограничений $q_1(t) \leq 1$ (все ограничения должны приводиться к виду полиномов, которые по значению меньше единицы).

Ограничение имеет вид

$$q_1(t) = U_3 + U_4 \leq 1.$$

При наличии ограничений двойственную функцию (2.60) можно записать в несколько ином виде

$$U(\delta) = \left(\frac{C_1}{\delta_1} \right)^{\delta_1} \cdot \left(\frac{C_2}{\delta_2} \right)^{\delta_2} \dots \left(\frac{C_n}{\delta_n} \right)^{\delta_n} \cdot \lambda_1^{\lambda_1} \cdot \lambda_2^{\lambda_2} \dots \lambda_p^{\lambda_p}, \quad (2.63)$$

где p - количество ограничивающих условий.

Рассмотрим на примерах применение метода нелинейного программирования для решения технологических задач.

Задача 1. Найти минимум функции $U = A \cdot x^n + B \cdot x^{-m}$. При отсутствии ограничений уравнение двойственной функции имеет вид

$$U_1 + U_2 \geq \left(\frac{U_1}{\delta_1} \right)^{\delta_1} \cdot \left(\frac{U_2}{\delta_2} \right)^{\delta_2},$$

где $U_1 = A \cdot x^n$; $U_2 = B \cdot x^{-m}$ - полиномы.

После подстановки, получим

$$U(\delta) = \left(\frac{A}{\delta_1} \right)^{\delta_1} \cdot \left(\frac{B}{\delta_2} \right)^{\delta_2} \cdot x^{n \cdot \delta_1 - m \cdot \delta_2}.$$

Условие нормализации $\delta_1 + \delta_2 = 1$. Условие ортогональности

$$n \cdot \delta_1 + m \cdot \delta_2 = 0.$$

Решая систему уравнений

$$\left. \begin{aligned} \delta_1 + \delta_2 &= 1 \\ n \cdot \delta_1 + m \cdot \delta_2 &= 0 \end{aligned} \right\}, \quad (2.64)$$

получим

$$\delta_1' = \frac{m}{n+m}; \quad \delta_2' = \frac{n}{n+m},$$

откуда

$$\begin{aligned} U(\delta)_{max} &= A^{\delta_1} \cdot \left(\frac{n+m}{m}\right)^{\delta_1} \cdot B^{\delta_2} \cdot \left(\frac{m+n}{n}\right)^{\delta_2} = \\ &= \left(\frac{A \cdot (n+m)}{m}\right)^{\frac{m}{n+m}} \cdot \left(\frac{B \cdot (n+m)}{n}\right)^{\frac{n}{n+m}} = \quad (2.65) \\ &= \left(\frac{A}{m}\right)^{\frac{m}{n+m}} \cdot \left(\frac{B}{n}\right)^{\frac{n}{n+m}} \cdot (m+n) \end{aligned}$$

Задача 2. Необходимо изготовить бак, имеющий форму цилиндра (рис. 2.15). Требуется найти размеры бака с минимальным расходом материала при его заданном объеме V .

Данную задачу можно решить двумя методами: методом нелинейного геометрического программирования и методом исследования на экстремум.

Площадь поверхности можно представить в виде двух позиномов

$$q(x, y) = 2\pi \cdot x^2 + 2\pi \cdot x \cdot y.$$

Условие ограничения $\pi \cdot x^2 \cdot y \geq V$ приведем к виду $q(t) \leq 1$, тогда имеем условие задачи

$$q_0 = 2\pi \cdot x^2 + 2\pi \cdot x \cdot y;$$

$$U_1 = 2\pi \cdot x^2; \quad U_2 = 2\pi \cdot x \cdot y; \quad U_3 = \frac{V}{\pi} \cdot x^{-2} \cdot y^{-1}.$$

Двойственная функция запишется в виде

$$\begin{aligned} q(t) &= \left(\frac{U_1}{\delta_1}\right)^{\delta_1} \cdot \left(\frac{U_2}{\delta_2}\right)^{\delta_2} \cdot \left(\frac{U_3}{\delta_3}\right)^{\delta_3} \cdot \lambda_1^{\lambda_1} = \\ &= \left(\frac{2\pi}{\delta_1}\right)^{\delta_1} \cdot \left(\frac{2\pi}{\delta_2}\right)^{\delta_2} \cdot \left(\frac{V}{\pi \cdot \delta_3}\right)^{\delta_3} \cdot x^{2\delta_1 + \delta_2 - 2\delta_3} \cdot y^{\delta_2 - \delta_3} \cdot \lambda_1^{\lambda_1} \end{aligned} \quad (2.66)$$

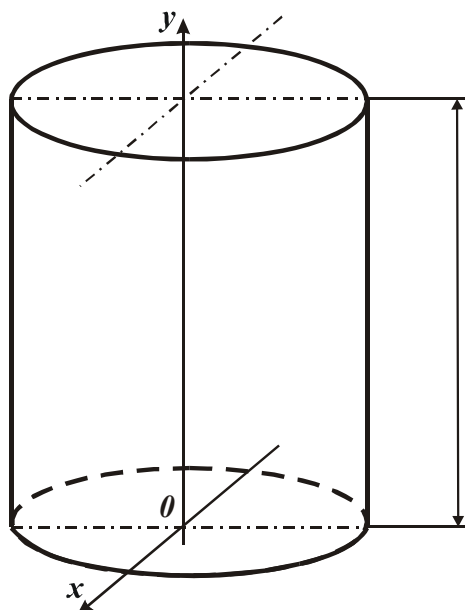


Рис. 2.15. Чертеж бака.

где $\lambda_1 = \delta_3$.

Условие нормализации имеет вид

$$\delta_1 + \delta_2 = 1$$

(два слагаемых q_0).

Условие ортогональности

$$2\delta_1 + \delta_2 - 2\delta_3 = 0$$

$$\delta_2 - \delta_3 = 0$$

$$\delta_1 + \delta_2 = 1$$

В результате, получим

$$\delta_1 = \frac{1}{3}; \quad \delta_2 = \frac{2}{3}; \quad \delta_3 = \frac{2}{3}; \quad \lambda_1 = \frac{2}{3}.$$

После подстановки найденных значений в (2.66) получим новое уравнение

двойственной функции

$$q_0(t) = \left(\frac{2\pi}{\frac{1}{3}} \right)^{\frac{1}{3}} \cdot \left(\frac{2\pi}{\frac{2}{3}} \right)^{\frac{2}{3}} \cdot \left(\frac{V \cdot 3}{\pi \cdot 2} \right)^{\frac{2}{3}} \cdot \left(\frac{2}{3} \right)^{\frac{2}{3}} = 6\pi \cdot \left(\frac{V}{2\pi} \right)^{\frac{2}{3}}.$$

Воспользовавшись условием (2.63), определим значение переменных. Условие (2.63) запишется в виде:

$$U_1 = \delta'_1 \cdot q_0(t) \text{ - для позиномов,}$$

$$U_2 = \delta'_2 \cdot q_0(t) \text{ - для целевой функции,}$$

$$U_3 = \frac{\delta'_3}{\lambda_k} \text{ - для позиномов ограничения,}$$

$$2 \cdot \pi \cdot x^2 = 6 \cdot \pi \cdot \left(\frac{V}{2 \cdot \pi} \right)^{\frac{2}{3}} \cdot \frac{1}{3}, \quad (2.67)$$

$$2 \cdot \pi \cdot x \cdot y = 6 \cdot \pi \cdot \left(\frac{V}{2 \cdot \pi} \right)^{\frac{2}{3}} \cdot \frac{2}{3}, \quad (2.68)$$

$$\frac{V}{\pi} \cdot x^{-2} \cdot y^{-1} = \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{2} = 1, \quad (2.69)$$

откуда $\frac{x}{y} = \frac{1}{2}; \quad y = 2 \cdot x$.

После подстановки полученных данных в (2.69), получим:

$$\frac{V}{\pi} \cdot x^{-2} \cdot \frac{1}{2x} = 1,$$

откуда $2x^3 = \frac{V}{\pi}$; $x = \sqrt[3]{\frac{V}{2\pi}}$.

Эту же задачу можно решить также методом исследования на экстремум функции.

Площадь поверхности бака S по условию задачи

$$S = 2\pi \cdot x^2 + 2\pi \cdot x \cdot y, \quad (2.70)$$

объем бака

$$V = \pi \cdot x^2 \cdot y. \quad (2.71)$$

Определяя из зависимости (2.71) высоту бака

$$y = \frac{V}{\pi \cdot x^2}$$

и подставляя ее в зависимость (2.70), получим

$$S = 2\pi \cdot x^2 + 2 \cdot \frac{V}{x}. \quad (2.72)$$

Приравнивая первую производную выражения (2.72) нулю

$$\frac{dS}{dx} = 2 \cdot \pi \cdot x - 2 \cdot \frac{V}{x^2} = 0,$$

получим

$$2 \cdot \pi \cdot x^3 = V,$$

откуда $x = \sqrt[3]{\frac{V}{2\pi}}$; $y = 2 \cdot \sqrt[3]{\frac{V}{2\pi}}$.

Рассмотренные методы решения задачи свидетельствуют о том, что метод исследования на экстремум дает более простой ход решения. Однако, его можно применить только в том случае, когда экстремум находится в области допустимых ограничений.

Задача 3. Квадратный лист жести со стороной квадрата a (рис. 2.4,а) используется для изготовления открытого сверху ящика. При этом с каждого угла листа срезается квадрат со сторонами x .

Объем коробки

$$V = y^2 \cdot x,$$

где $y \geq a - 2x$.

Решим задачу методом геометрического программирования

$$V = y^2 \cdot x$$

$$1 \geq a \cdot x^{-1} - 2 \cdot y^{-1} \cdot x$$

Задачу на поиск максимума сводим к задаче на поиск минимума функции

$$V^{-1} = y^{-2} \cdot x^{-1}.$$

Поиномы данной функции имеют вид:

$$U_1 = y^{-2} \cdot x^{-1}; \quad U_2 = a \cdot y^{-1}; \quad U_3 = -2 \cdot y^{-1} \cdot x.$$

Тогда двойственная функция

$$q_0(t) = \left(\frac{1}{\delta_1}\right)^{\delta_1} \cdot \left(\frac{a}{\delta_2}\right)^{\delta_2} \cdot \left(-\frac{2}{\delta_3}\right)^{\delta_3} \cdot x^{-\delta_1-\delta_2} \cdot y^{-2\delta_1-\delta_2-\delta_3} \cdot \lambda^\lambda. \quad (2.73)$$

Условие нормализации

$$\delta_1 = 1.$$

Условие ортогональности

$$-\delta_1 + \delta_3 = 0$$

$$-2\delta_1 - \delta_2 - \delta_3 = 0$$

Решая систему уравнений

$$-\delta_1 + \delta_3 = 0$$

$$-2\delta_1 - \delta_2 - \delta_3 = 0,$$

$$\delta_1 = 1$$

получим

$$\delta_1' = 1; \quad \delta_2' = 3; \quad \delta_3' = 1,$$

$$\lambda = \delta_1' + \delta_2' = 1 - 3 = -2.$$

После подстановки данных в (2.73), двойственная функция примет вид

$$q_0(t) = 1 \cdot \left(\frac{a}{-3}\right)^{-3} \cdot \left(-\frac{2}{1}\right)^1 \cdot (-2)^{-2} = \frac{1}{a^3} \cdot 27 \cdot 2 \cdot \frac{1}{4} = \frac{27}{2a^3},$$

$$U_{max} = \frac{1}{U_{min}^{-1}} = \frac{2a^3}{27}.$$

Используя формулу для определения экстремальных значений переменных, получим

$$U_1 = \delta_1' \cdot q_0(t) - \text{целевая функция,}$$

$$\left. \begin{aligned} U_2 &= \frac{\delta_2'}{\lambda_1} \\ U_3 &= \frac{\delta_3'}{\lambda_1} \end{aligned} \right\} \text{ограничения,}$$

т.е. $1 \cdot \frac{27}{2a^3} = y^{-2} \cdot x^{-1}$, $\frac{3}{2} = a \cdot y^{-1}$, $-\frac{1}{2} = -2y^{-1} \cdot x$.

Решая систему, получим

$$y = \frac{2}{3} \cdot a; \quad \frac{1}{2} = 2 \cdot x \cdot \frac{3}{2a},$$

откуда $x = \frac{a}{6}$.

Проведем исследование на экстремум.

Объем коробки можно выразить через стороны квадрата x :

$$V(x) = a^2 \cdot x - 4 \cdot a \cdot x^2 + 4 \cdot x^3. \quad (2.74)$$

Производная функции имеет вид:

$$\frac{dV}{dx} = a^2 - 8 \cdot a \cdot x + 12 \cdot x^2 = 0. \quad (2.75)$$

Данное решение квадратного уравнения имеет два корня:

$$x_1 = \frac{1}{2} \cdot a \quad \text{и} \quad x_2 = \frac{a}{6}.$$

Необходимо установить, какой из них является максимумом, а какой – минимумом. Известно, что в точке максимума производная меняет знак с (+) на (-), а в точке минимума – наоборот. Определим интервалы возрастания функции $V(x)$:

$$\frac{dV}{dx} > 0; \quad 12 \cdot x^2 - 8 \cdot a \cdot x + a^2 > 0.$$

В интервалах $\left] -\infty; +\frac{a}{6} \right[$ и $\left] \frac{1}{2} \cdot a; +\infty \right[$ функция (2.75) положи-

тельна, а в интервале от $\frac{1}{6} \cdot a$ до $\frac{1}{2} \cdot a$ функция (2.75) отрицательна.

Следовательно, в точке $x = \frac{1}{6} \cdot a$ функция (2.74) имеет максимум, а в

точке $x = \frac{1}{2} \cdot a$ - минимум.

2.7. ЭЛЕМЕНТЫ ОПТИМИЗАЦИИ КОНСТРУКТОРСКО-ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ РЕШЕНИЙ

Обеспечение высокого качества изделий при минимальной стоимости - задача конструктора и технолога. Противоречивость этой за-

дачи вызывает необходимость принятия оптимального решения при проведении размерного анализа. Успешная и объективная оптимизация применительно к геометрическим параметрам изделия достигается путем простановки оптимальных размеров на чертеже и назначении допусков на изготовление.

Размерные расчеты в зависимости от целей размерного анализа подразделяются на *конструкторские* (осуществляемые в процессе проектирования изделия) и *технологические* (выполняемые при разработке технологических процессов).

Конструкторско-технологический метод решения размерной цепи позволяет:

- а) определить оптимальную точность геометрических параметров сборочных единиц, обеспечивающих точность функционирования деталей и узлов в процессе эксплуатации изделия;
- б) рассчитать оптимальные размеры, удовлетворяющие требованиям технологичности конструкции изделия при минимальных экономических затратах;
- в) определить предельное состояние изнашивания элементов, при котором данный сборочный элемент еще может функционировать с приемлемой точностью и надежностью;
- г) выбрать оптимальный способ базирования деталей, узлов при их обработке и оценить погрешность базирования;
- д) обоснованно выбрать оптимальный метод сборки.

Все задачи, решаемые с помощью размерного анализа, делятся на два вида: проектные (прямые) и проверочные (обратные).

При проектировании конструкции по заданному номинальному значению размера и допуску замыкающего звена определяются номинальные значения, допуски и предельные отклонения всех составляющих звеньев размерной цепи. Такая задача относится к проектному расчету (синтезу) размерной цепи.

Проверочный расчет оценивает правильность ранее выполненных расчетов. По номинальным значениям, допускам и предельным отклонениям составляющих звеньев определяются номинальные значения, допуски и предельные отклонения замыкающего звена. Такая задача является задачей анализа размерной цепи.

При анализе размерных цепей сначала формулируется задача. В зависимости от поставленной задачи определяется номинальное значение, допуск и предельные отклонения замыкающего звена; разрабатывается конструктивная схема изделия, выявляются составляю-

щие звенья и составляется схема размерной цепи; определяются передаточные отношения звеньев размерной цепи; оптимальный метод достижения точности замыкающего звена и записывается уравнение размерной цепи.

Размерная цепь должна состоять из возможно меньшего числа звеньев. Этот принцип достигается при использовании только одного размера каждой детали в сборочной размерной цепи. Причем, один и тот же размер может входить в качестве звеньев в несколько размерных цепей. Поэтому следует найти и построить схемы всех размерных цепей (при помощи которых будут решаться поставленные задачи) и нанести их на конструктивную схему. Затем следует проанализировать существующие между ними связи и установить общие звенья и базы. Допуск для общего звена устанавливается на той цепи, в которой к этому звену предъявляются более высокие требования по точности.

При разработке новых конструкций машин задача точностного синтеза изделий сводится к определению оптимальных допусков на составляющие звенья по заданному допуску замыкающего звена [271].

Наиболее распространенным методом расчета допусков на составляющие звенья, позволяющим оптимизировать их число, является метод равного качества.

Сущность метода расчета.

1. По результату среднегеометрических значений размеров составляющих звеньев D_i определяется единица допуска i_i (ГОСТ 25346-82)

$$i_i = 0,45 \cdot \sqrt[3]{Q}, \quad (2.76)$$

где $Q = 1,001 \cdot D_i$; D_i - среднегеометрическое значение размера составляющего звена

$$D_i = \sqrt{D_{max} \cdot D_{min}}.$$

В табл. 2.25 приведены значения параметра i для разных интервалов размеров составляющих звеньев.

2. Определяется число единиц допуска a . При расчете цепи методом максимума и минимума

$$a = \frac{T_{\Delta}}{\sum_{i=1}^{m-1} i_i}. \quad (2.77)$$

При расчете размерной цепи вероятностным методом

$$a = \frac{T}{t \cdot \sqrt{\sum_{i=1}^{m-1} \lambda_i^2 \cdot i_i^2}}, \quad (2.78)$$

где t - коэффициент риска, характеризующий вероятность выхода отклонений замыкающего звена за пределы поля допуска;

$$\lambda_i = \frac{K_i}{t}; \quad K_i = \frac{6 \cdot \delta_i}{T_i};$$

δ_i ; T_i - среднеквадратическое отклонение размера и допуск на изготовление.

Таблица 2.25

D_i , мм	до 3	от 3 до 6	от 6 до 10	от 10 до 18	от 18 до 30	от 30 до 50	от 50 до 80
i_i , мкм	0,55	0,73	0,9	1,08	1,31	1,56	1,86

D_i , мм	от 80 до 120	от 120 до 180	от 180 до 250	от 250 до 315	от 315 до 400	от 400 до 500	–
i_i , мкм	2,17	2,52	2,89	3,23	3,54	3,89	–

В табл. 2.26 приведены значения чисел единиц допуска для различных квалитетов точности.

Таблица 2.26

Квалитет точности	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
a	7	10	16	25	40	64	100	160	250	400	640	1000	1600

3. По числу a находят квалитет точности, по которому определяют все соответствующие звенья, кроме размера компенсатора. В качестве последнего следует выбирать звено с наибольшим номинальным размером.

Если число составляющих звеньев размерной цепи $n \leq 4$, то размерный анализ рекомендуется проводить по методу полной взаимозаменяемости, если число $n \geq 5$ - по методу неполной взаимозаменяемости. Кроме того, при выборе метода размерного анализа следует учитывать квалитет точности среднего арифметического значения допуска всех звеньев, входящих в размерную цепь.

Если среднее арифметическое значение допуска звеньев цепи соответствует 9-му и более низкому квалитету точности, то размер-

ный анализ следует выполнять по максимуму и минимуму. Если среднее арифметическое значение допуска соответствует 7-му и более высокому качеству точности, рекомендуется сборку осуществлять методом пригонки или групповой взаимозаменяемости. Допуски на размеры следует назначать с учетом технологической возможности их обеспечения в процессе обработки.

В табл. 2.27 представлена экономически достижимая точность технологических методов обработки.

Таблица 2.27

Методы обработки	Квалитет точности размеров
1	2
1. Обработка наружной цилиндрической поверхности	
- обтачивание на станках:	
автомате	10-8
револьверном	8-7
токарном	7 (6)
Тонкое (алмазное) обтачивание	6 (5)
- шлифование:	
бесцентровое	6
в центрах	6-5
тонкое	5
- обкатка роликами или шариками	8-6
- электроэрозионная обработка	13-6
- суперфиниширование (доводка)	5
2. Обработка внутренних цилиндрических поверхностей	
- сверление ручное	13 (11)
- сверление через кондуктор после предварительного сверления	11 (10)
- зенкерование	11 (10)
- растачивание на станках:	
автомате	8-10
револьверном	7-9
токарном	7 (6)
координатно-расточном	6 (5)
- алмазное растачивание	6 (5)
- развертывание:	
однократное	7
многократное	6 (5)
- протягивание, прошивание, калибровка	6 (5)
- шлифование	6 (5)

- раскатывание	8 (6)
- хонингование, суперфиниширование, доводка	5
3. Обработка плоских поверхностей	
- строгание	10-8
- долбление	12-11
- фрезерование	8-6
- обтачивание торцов на станках:	
автомате	12
револьверном	11
токарном	8 (7)
- шлифование	6 (5)
- хонингование, суперфиниширование, доводка	5
- шабрение	8-6
4. Обработка резьбовых поверхностей	
плашкой (метчиком)	8-6
резцом (гребенкой)	8-6 (5)
фрезой	8
накатывание резьбы	8-7
шлифование	6-5

Примечание. Данные относятся к стальным деталям; для деталей из чугуна и цветных сплавов точность обработки можно принимать на один квалитет выше. В скобках указана технологически достижимая точность.

Оптимальная простановка размеров на чертежах, удовлетворяющая требованиям технологичности конструкции изделия при минимальных экономических затратах на изготовление, обеспечивается при выполнении следующих правил:

Правило 1. Число составляющих звеньев размерной цепи должно быть равно числу сопряженных деталей. Например, в узле (рис. 2.16) нормальная работа механизма обеспечивается наличием зазора S между упорными плоскостями вала и торцами втулок. Размерная цепь, выражающая суммарную погрешность зазора S , включает четыре размера: K_1 - размер корпуса, K_2 и K_3 - длины втулок и K_4 - размер между торцами вала.

Простановка размеров по данному варианту обеспечивает принцип кратчайшей размерной цепи. Следует заметить, что метод обработки детали и тип производства в ряде случаев оказывают влияние на простановку размеров на чертеже детали, которая часто не совпадает с требованиями, обеспечивающими кратчайшую сборочную размерную цепь. На рис. 2.17, например, представлены чертежи дета-

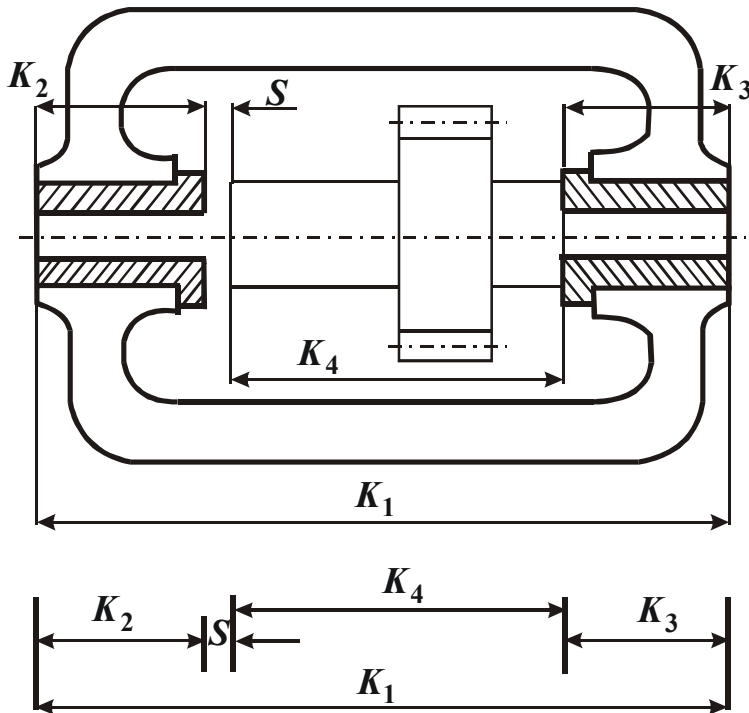


Рис. 2.16. Сборочный чертеж редуктора.

лей вала, втулки и корпуса с различной простановкой размеров. Первый вариант (рис. 2.17, вариант 1) обеспечивает принцип кратчайшей сборочной размерной цепи, но он не учитывает условия изготовления деталей.

Второй вариант наиболее технологичен с точки зрения обработки и измерения операционных размеров, но в этом варианте размерная сборочная

цепь увеличивается с 4 до 10 звеньев (рис. 2.17, вариант 2). При таком количестве звеньев для обеспечения допуска замыкающего звена требуется ужесточение допусков составляющих звеньев. Уменьшение допусков вызывает резкое (по гиперболической зависимости) увеличение технологической себестоимости на станках, настроенных на размер, в том числе на станках с ЧПУ. Реализовать обработку с такими ужесточенными допусками практически невозможно.

Для того чтобы удовлетворить требование конструктора и с минимальными затратами обработать детали без ужесточения допусков на размеры, необходимо выполнить следующее:

- а) втулка обрабатывается на станке-автомате с экономически приемлемыми допусками на размеры B_3 и B_1 , но после обработки ее на токарном автомате вводится дополнительная операция - шлифование торца на многоместном приспособлении, представляющем собой плиту с большим количеством отверстий;
- б) для обеспечения размера A_4 необходимо изменить способ базирования (в качестве установочной базы выбрать торец 3 и настройку резцов многолезцового станка проводить относительно этого торца);
- в) для обеспечения размера C_1 нужно ввести дополнительную операцию - подрезку торцов с двумя раздвижными резцами.

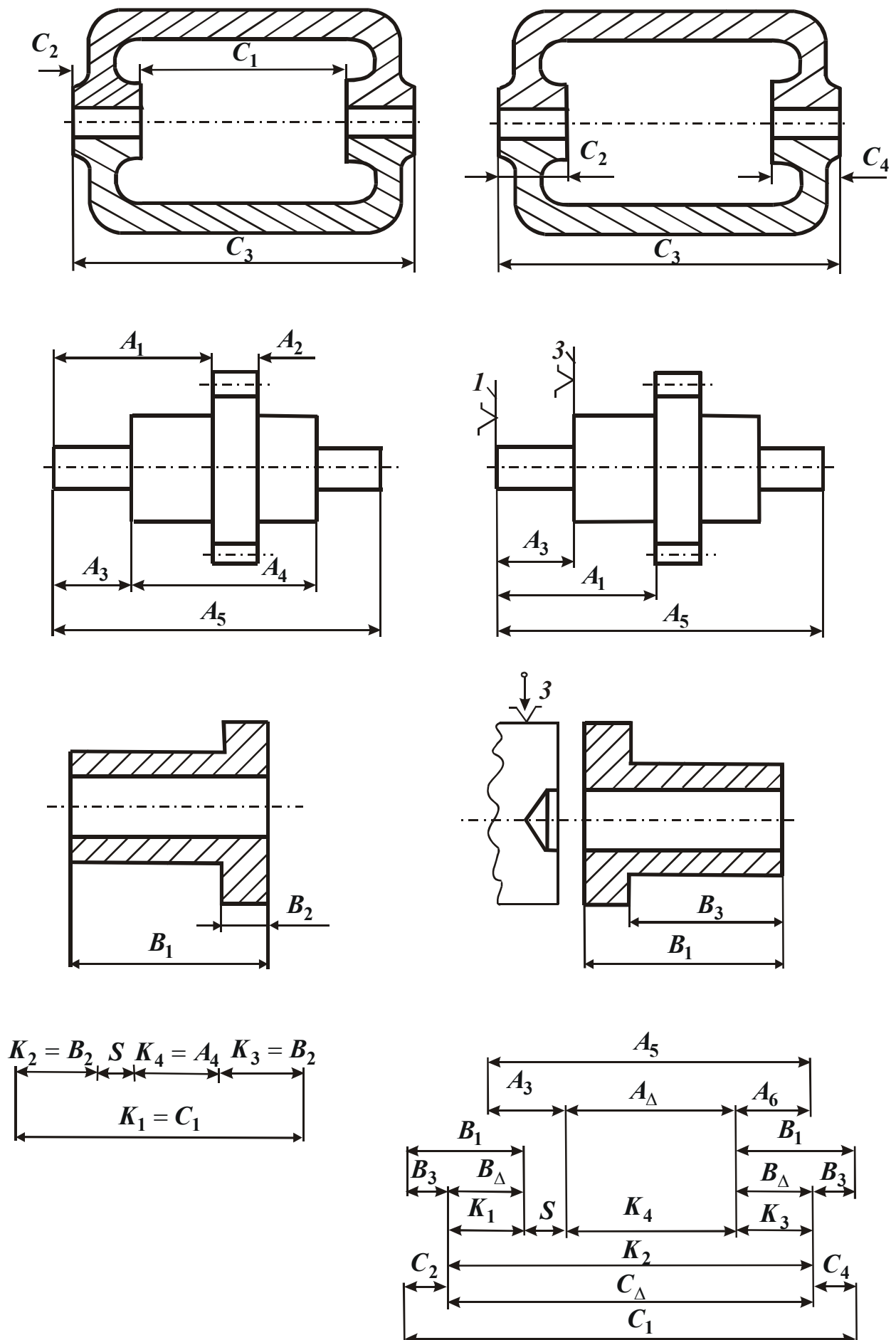


Рис. 2.17. Чертежи деталей.

Правило 2. Цепь размеров на чертеже не должна быть замкнутой. Замыкающий размер определяется в результате выполнения всех технологических размеров. В этом размере накапливаются погрешности составляющих размеров, которые возникают при изготовлении деталей. Поэтому в качестве замыкающего звена выбирают наименее ответственный размер детали, который на чертеже детали не проставляется.

Правило 3. Количество размеров должно быть достаточным для изготовления и контроля детали. Для каждой детали существует строго определенное количество размеров, определяющих ее полную размерную характеристику. Можно по-разному изменять простановку размеров, однако, необходимое их количество для конкретной детали всегда остается постоянным. Например, чертеж втулки (рис. 2.18) можно представить девятью различными вариантами простановки осевых линейных размеров, но число размеров для каждого варианта остается постоянным и равно семи. На рис. 2.18 различные варианты простановки размеров обозначены порядковыми номерами.

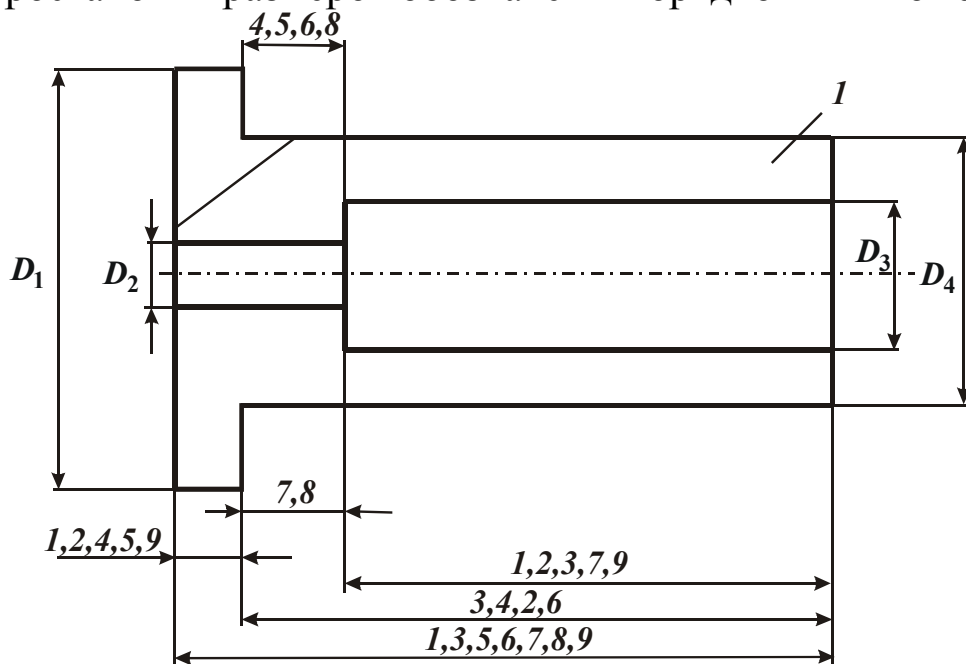


Рис. 2.18. Варианты простановки размеров на чертеже.

Следует заметить, что из приведенного количества различных вариантов простановки размеров оптимальным является только один (третий вариант). Простановка размеров по третьему варианту позволяет осуществить совмещение конструкторской, измерительной и установочной баз.

При такой простановке размеров упрощается наладка пруткового токарно-револьверного автомата. Пруток выдвигается до упора ре-

вольверной головки. Торец втулки 1, совпадающий с торцом упора, является настроечной базой для проходных резцов, сверла диаметром D_2 , зенкера диаметром D_3 и отрезного резца.

2.8. ОПТИМИЗАЦИЯ ЦИКЛА СЪЕМА ПРИПУСКА ПРИ ШЛИФОВАНИИ ЗУБЬЕВ НА СТАНКАХ ТИПА 5851

Основным фактором, ограничивающим производительность процесса зубошлифования на станках 5851, является глубина образуемого при шлифовании дефектного слоя. Поэтому оптимизация режимов зубошлифования производится исходя из следующих принципов высокопроизводительной обработки:

1. На предварительных переходах допускается регулируемая глубина дефектного слоя.
2. Образуемый на каждом технологическом переходе дефектный слой не должен превышать величины оставшегося (после выполнение этого перехода) припуска, который удаляется либо на данной операции, либо на последующих операциях.

На основании этих принципов разработаны две методики оптимизации распределения припуска по технологическим переходам:

- а) путем поиска экстремума целевой функции;
- б) на основании регулирования глубины дефектного слоя и ее сравнения с оставшимся припуском.

Обе эти методики дают одинаковые результаты расчета. Сущность, этих методик такова.

Мощность, затрачиваемую на зубошлифование, можно определить по зависимости

$$P = C \cdot t^x \cdot V^y \cdot n^z \cdot K_m \cdot K_u \cdot K_p, \quad (2.79)$$

где P - мощность, затрачиваемая на резание при шлифовании на станке 5851, Вт; t - глубина шлифования, мкм; V - скорость продольной подачи стола станка, м/мин; n - скорость обкатки (1/мин); K_m, K_u, K_p - коэффициенты, учитывающие материал, инструмент и радиус кривизны профиля; C, x, y, z - коэффициенты, зависящие от способа установки тарельчатых кругов.

На основании обработки экспериментальных данных получены эмпирические уравнения для расчета мощности, затрачиваемой на резание при зубошлифовании на станке 5851 с 15°-м способом

настройки кругов [166]

$$P_{15^\circ} = 0,59 \cdot t^{0,75} \cdot S^{0,35} \cdot n^{0,2} \cdot K_m \cdot K_u \cdot K_p \quad (2.80)$$

и с 0°-м способом

$$P_{0^\circ} = 0,022 \cdot t^{0,75} \cdot S^{0,95} \cdot n^{0,25} \cdot K_m \cdot K_u \cdot K_p \quad (2.81)$$

Коэффициенты K_m, K_u, K_p определяются по табл. 2.28, табл. 2.29, табл. 2.30.

Таблица 2.28

Влияние марки материала на коэффициент K_m

Материал	12Х2Н4А	18ХНВА	12Х2Н4ВФА
K_m	1,0	1,3	1,45

Таблица 2.29

Влияние твердости и зернистости шлифовального круга на коэффициент K_u

Твердость круга				
Зернистость круга	M2	M3	CM2	C1
12	1,35	1,50	1,60	1,65
25	0,90	1,00	1,05	1,10
40	0,55	0,60	0,63	0,66

Таблица 2.30

Влияние радиуса кривизны профиля зуба на коэффициент K_p

Радиус кривизны профиля зуба	16,75	23,9	34,7	45,5
K_p	0,82	0,85	1,0	1,07

Для конкретного материала и способа установки тарельчатых кругов получена формула для определения глубины h_δ дефектного слоя [166]

$$h_\delta = a_1 \cdot (P - P_0), \quad (2.82)$$

где a_1 - коэффициент связи между глубиной дефектного слоя и мощностью зубошлифования; P_0 - бездефектный уровень мощности шлифования.

Структура формулы (2.82) согласуется с формулами, приведенными в работе [377]:

$$h_\delta = \alpha_2 \cdot (q - q_0) \cdot \tau^{\beta_2}, \quad (2.83)$$

$$h_\delta = \alpha_1 \cdot q \cdot (\tau - \tau_0)^{\beta_1}, \quad (2.84)$$

где α_i, β_i ($i = 1, 2$) - коэффициенты и показатели степени, зависящие от теплофизических параметров обрабатываемого материала и критической температуры $\theta_{кр}$ (при которой начинают происходить структурно-фазовые превращения); q, τ - текущие (входные) значения плотности теплового источника и времени воздействия источника тепла; q_0, τ_0 - значения q и τ , при которых прижоги отсутствуют.

Время τ_0 в (2.84) можно найти из выражения

$$\tau_0 = \frac{\pi}{a} \cdot \left[\frac{\lambda \cdot \theta_{кр}}{2 \cdot m(\eta) \cdot q} \right]^2, \quad (2.85)$$

где - $m(\eta)$ - коэффициент, учитывающий влияние формы обрабатываемой поверхности; a, λ - соответственно температуро- и теплопроводность обрабатываемого материала.

Значения параметров α_i, β_i ($i = 1, 2$) определяются теплофизическими комплексами $\lambda / c \cdot \gamma$ и $\sqrt{\lambda \cdot c \cdot \gamma}$ (γ - плотность обрабатываемого материала; C - теплоемкость), а также критической температурой $\theta_{кр}$.

При $x_1 = \frac{(\theta_{кр} - 500)}{100}$; $x_2 = \frac{(\sqrt{\lambda \cdot c \cdot \gamma} - 12050)}{5500}$;

$x_3 = \frac{\lambda}{(c \cdot \gamma)} - 7 \cdot 10^{-6}$ получены функциональные зависимости параметров α_1, β_1 :

$$\alpha_1 = 0,283 - 0,0253 \cdot x_1 + 0,059 \cdot x_2 - 0,064 \cdot x_3 - 0,009 \cdot x_1 \cdot x_2 + 0,013 \cdot x_1 \cdot x_3 - 0,012 \cdot x_2 \cdot x_3, \quad (2.86)$$

$$\beta_1 = 0,952 + 0,003 \cdot x_1 - 0,0006 \cdot x_2 + 0,003 \cdot x_3 - 0,003 \cdot x_1 \cdot x_2 - 0,005 \cdot x_1 \cdot x_3 - 0,001 \cdot x_2 \cdot x_3. \quad (2.87)$$

Зависимости (2.86) и (2.87) справедливы для инструментальных, углеродистых, легированных и высоколегированных сталей при условиях:

$$18,6 \leq \lambda \leq 46,8 \text{ Вт}/(\text{м} \cdot ^\circ\text{C}),$$

$$4 \cdot 10^{-6} \leq \lambda / c \cdot \gamma \leq 10 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с};$$

$$9300 \leq \sqrt{\lambda \cdot c \cdot \gamma} \leq 14800 \text{ Вт} \cdot \text{с}^{0,5}/(\text{м}^2 \cdot ^\circ\text{C});$$

$$400 \leq \theta_{кр} \leq 600 \text{ } ^\circ\text{C}.$$

Как следует из зависимостей (2.86) и (2.87), для цементируемой стали ($\lambda / c \cdot \gamma = 8 \text{ мм}^2/\text{с}$; $\sqrt{\lambda \cdot c \cdot \gamma} = 12374 \text{ Вт} \cdot \text{с}^{0,5}/(\text{м}^2 \cdot ^\circ\text{C})$; $\theta_{кр} = 550^\circ\text{C}$) в

интервале изменения плотности теплового потока q от 20 до 200 Вт/мм² параметры α_1 и β_1 принимают следующие значения (табл. 2.31).

Параметры α_2 и β_2 , рассчитанные при $\alpha_1 = 0,262$ и $\beta_1 = 0,937$, соответственно равны 0,821 и 0,651. Выражение для определения времени шлифования, затрачиваемого на один технологический период, имеет вид

Таблица 2.31

$q, \text{Вт/мм}^2$	20	101,5	200,0
α_1	0,269	0,262	0,242
β_1	0,987	0,937	0,891
$\tau_0, \text{мс}$	90,9	3,5	0,4

$$\varepsilon = M \cdot \frac{t_k^\alpha}{P_k^\varepsilon}, \quad (2.88)$$

где - M, α, ε - коэффициенты, численные значения которых составляют $M=3,04$, $\alpha=0,79$, $\varepsilon=1,05$.

Суммарное время, затрачиваемое на n_α переходов, равно

$$\tau_m = \sum_{k=1}^n \tau_k = M \cdot \sum_{k=1}^n \frac{t_k^\alpha}{P_k^\varepsilon}. \quad (2.89)$$

Используя зависимость (2.82), получим

$$P_k = \frac{1}{a} \cdot \sum_{i=k+1}^n t_i + P_0. \quad (2.90)$$

Подставляя зависимость (2.90) в (2.89), получим

$$\tau_m = M \cdot \sum_{k=1}^n \frac{t_k^\alpha}{\left[\frac{1}{a} \cdot \sum_{i=k+1}^n t_i + P_0 \right]^\varepsilon}.$$

Выделяя последний (бездефектный) технологический переход и производя замену

$$\sum_{i=k+1}^n t_i = Z - \sum_{i=1}^k t_i,$$

получим следующую целевую функцию [166]:

$$\tau_m = M \cdot \left\{ \frac{1}{P_0^\varepsilon} \cdot \left(Z - \sum_{k=1}^{n-1} t_k \right)^\alpha + \sum_{k=1}^{n-1} \frac{t_k^\alpha}{\left[\frac{1}{a} \cdot \left(Z - \sum_{i=1}^k t_i \right) + P_0 \right]^\varepsilon} \right\}. \quad (2.91)$$

Целевая функция (2.91) является математическим описанием технологического критерия максимальной производительности зубошлифования. Например, при съеме припуска Z за два технологических перехода ($n = 2$) целевая функция (2.91) имеет вид

$$\tau_m = M \cdot \left\{ \frac{(Z - t_1)^\alpha}{P_0^\varepsilon} + \frac{t_1^\alpha}{\left[\frac{Z - t_1}{a} + P_0 \right]^\varepsilon} \right\}. \quad (2.92)$$

Оптимальное значение глубины шлифования t_1 , обеспечивающее наименьшее значение целевой функции (2.92), можно найти из условия оптимизации этой целевой функции. На рис. 2.19 представлены зависимости машинного времени зубошлифования от глубины t_1 , полученные путем расчета по зависимости (2.92).

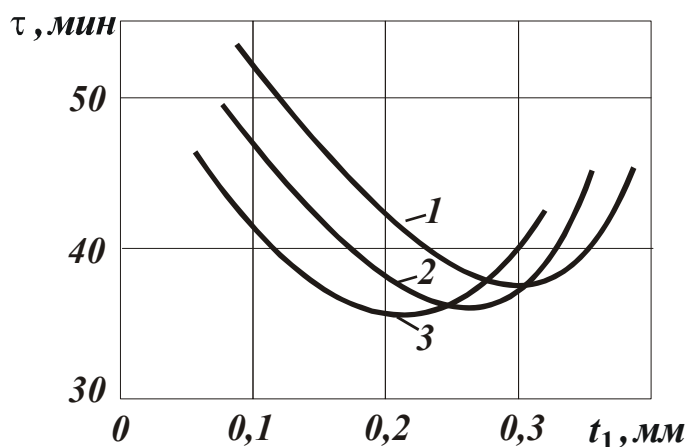


Рис. 2.19. Зависимость времени обработки от глубины шлифования t_1 : 1, 2, 3 - соответственно для $Z = 0,400$; $0,350$; $0,325$ мм.

Видно, что функция $\tau(t_1)$ имеет экстремум. Оптимальные значения глубин шлифования t_1 составляют $0,30$; $0,26$; $0,24$ мм для величин снимаемого припуска соответственно равных $0,400$; $0,350$; $0,325$ мм.

Видно, что функция $\tau(t_1)$ имеет экстремум. Оптимальные значения глубин шлифования t_1 составляют $0,30$; $0,26$; $0,24$ мм для величин снимаемого припуска соответственно равных $0,400$; $0,350$; $0,325$ мм.

Расчеты по зависимости (2.92) с последующим определением τ_{min} и t_{1onm} позволили получить взаимосвязанные между собой данные (табл. 2.32).

Таблица 2.32

Z , мм	0,400	0,300	0,200	0,100	0,075	0,050
τ , мин	37,7	32,7	28,9	18,6	15,1	11,7
t_{1onm} , мм	0,300	0,220	0,140	0,060	0,050	0,028

По мере уменьшения величины припуска Z уменьшаются τ_{min} и t_{1onm} , причём зависимость $t_{1onm}(Z)$ является линейной и может быть описана выражением

$$t_{1onm} = A \cdot Z - B, \quad (2.93)$$

где A и B – коэффициенты; $A = 0,77$; $B = 0,012$ мм.

Выражение (2.93) справедливо при $Z \geq 0,012$ мм.

Задачу поиска t_{1onm} можно решить аналитически на основе известных методов поиска экстремума функции. Например, дифференцируя выражение (2.92) по переменной t_1 и приравнивая производную к нулю, получим уравнение с одним неизвестным t

$$\frac{\partial \tau_m}{\partial t_1} = -\frac{\alpha \cdot (Z - t_1)^{\alpha-1}}{P_0^\varepsilon} + \frac{\alpha \cdot t_1^{\alpha-1}}{\left[\frac{Z - t_1}{a} + P\right]^\varepsilon} + \frac{t_1^\alpha \cdot \varepsilon}{a \cdot \left[\frac{Z - t_1}{a} + P_0\right]^{\varepsilon+1}} = 0 \quad (2.94)$$

В выражении (2.94) величина t_1 является искомым оптимальным значением глубины шлифования t_1 , т.е. $t_1 = t_{1onm}$. Однако, выражение (2.94) является трансцендентным уравнением и, следовательно, решить его можно только численным методом. Например, применяя известный численный метод половинного деления, мы установили следующие уточнённые значения t_{1onm} (табл. 2.33).

Таблица 2.33

Z , мм	0,400	0,300	0,200	0,100	0,075	0,050
t_{1onm} , мм	0,306	0,212	0,140	0,058	0,045	0,026

Погрешность от использования графического метода поиска t_{1onm} по отношению к численному методу поиска экстремума не превышает 10 %.

2.9. ОПТИМИЗАЦИЯ ПРОЦЕССА ПЕРЫВИСТОГО АЛМАЗНОГО ШЛИФОВАНИЯ

Для решения оптимизационной задачи примем в качестве критерия оптимизации производительность шлифования, а в качестве ограничения - относительный расход алмаза q , мг/г.

Рассмотрим схему расчета относительного расхода алмаза (рис. 2.20). Линейный износ наиболее выступающего из связки зерна в момент его разрушения равен x_1 , а износ второго зерна в тот же момент

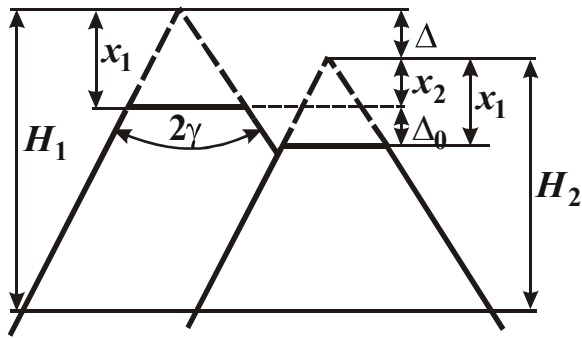


Рис. 2.20. Расчетная схема износа зерен круга.

времени - x_2 . При этом $x_2 < x_1$. Для того чтобы произошло разрушение второго зерна, оно должно подвергнуться дополнительному износу на величину

$$\Delta_0 = x_1 - x_2. \quad (2.95)$$

Очевидно, чем больше Δ_0 ,

тем больше ресурс работы зерна и меньше интенсивность износа круга. Параметры x_1 и x_2 могут

быть выражены соотношениями: $x_1 = \eta \cdot H_1$ и $x_2 = \eta \cdot H_2$. Принимая $H_2 = H_1 - \Delta$, где Δ - расстояние (по высоте) между вершинами двух рассматриваемых зерен, с учетом зависимости (2.95), получим

$$\Delta_0 = \eta \cdot \Delta. \quad (2.96)$$

Параметр Δ_0 изменяется пропорционально коэффициенту η . Следовательно, выполнение условия (2.96) предопределяет равномерный во времени линейный износ круга, т.е. разрушение зерен или выпадение их из связки (в зависимости от механизма износа алмазного круга) происходит строго через определенный промежуток времени. Данный процесс будет повторяться вплоть до полного износа круга.

Предположим, что за время τ в установившийся период работы круга разрушились два наиболее выступающих из связки зерна. Потеря алмаза за период линейного износа круга на величину Δ по массе составит

$$P_a = \rho_a \cdot B \cdot 2\pi \cdot R_{кр} \cdot \beta \cdot \Delta, \quad (2.97)$$

где ρ_a - плотность алмаза, кг/м³; B - высота круга, м; $R_{кр}$ - радиус круга, м; β - коэффициент, учитывающий плотность связки в зависимости от концентрации алмазов в круге.

За этот же период времени режущие зерна срезают материал массой

$$P_m = \rho_m \cdot B \cdot \sqrt{D_{кр} \cdot t} \cdot V_{заг} \cdot \left(1 - \frac{l_2}{l_1}\right) \cdot \tau, \quad (2.98)$$

где ρ_m - плотность обрабатываемого материала, кг/м³; t - глубина шлифования, м; $V_{заг}$ - скорость заготовки, м/с; $D_{кр}$ - диаметр круга, м; l_2 и l_1 - протяжённость впадины и режущего выступа прерывисто-

го круга, м. Представим время τ в виде

$$\tau = \tau_0 \cdot i_0, \quad (2.99)$$

где $\tau_0 = \frac{2\pi \cdot R_{кр}}{V_{кр}}$ - длительность одного оборота круга, с; $i_0 = \frac{\Delta_0}{\Delta_i}$ -

число оборотов круга за период разрушения двух наиболее выступающих зерен, который соответствует линейному износу круга на величину Δ_i ; Δ_i - линейный износ зерна за одно соприкосновение его с обрабатываемым материалом, м; $V_{кр}$ - скорость круга, м/с.

Интенсивность износа зерна зависит от предельной тангенциальной составляющей силы резания P_{z1} , действующей на максимально выступающее зерно и приходящейся на единицу площади контакта изношенной части зерна с обрабатываемым материалом

$$\Delta_i = \frac{P_{z1}}{C_1 \cdot S_{изн}},$$

где C_1 - коэффициент, характеризующий износостойкость зерна, Н/м³ (устанавливается расчетно-экспериментальным путем); $S_{изн}$ - площадка износа зерна, м²; $S_{изн} = \pi \cdot tg^2 \gamma \cdot x^2 \cdot \psi$; 2γ - угол при вершине конусообразного режущего зерна (примем $2\gamma = 90^\circ$); x - величина линейного износа зерна, м; ψ - коэффициент, учитывающий вероятность участия зерен в резании ($\psi = 0,44$).

Относительный расход алмаза q определяется зависимостью [381]

$$q = \frac{P_a}{P_m} = \frac{10^3 \cdot \rho_a \cdot a \cdot \beta \cdot V_{кр} \cdot \psi}{\pi \cdot C_1 \cdot \rho_m \cdot V_{заг} \cdot t \cdot \eta \cdot x^2 \cdot (1 + \frac{l_2}{l_1})}. \quad (2.100)$$

Из анализа зависимости (2.100) видно, что относительный расход алмаза зависит от параметра η , характеризующего степень линейного износа максимально выступающего из связки режущего зерна в момент его объемного разрушения или выпадения (в зависимости от механизма износа алмазного круга).

При $\eta \rightarrow 0$ относительный расход алмаза стремится к бесконечности, т.е. происходит интенсивное изнашивание круга.

Зависимость для расчета параметра η , характеризующего линейный износ режущих зерен, имеет вид:

$$\eta = 1 - \left(\frac{2042,7 \cdot V_{заг} \cdot \left(1 + \frac{l_2}{l_1}\right) \cdot \sqrt{t} \cdot \bar{X}^3}{V_{кр} \cdot m \cdot \sqrt{R_{кр}}} \right)^{\frac{2-n}{2n-1}} \cdot \left(\frac{A}{P_{z1}} \right)^{\frac{3}{2n-1}}, \quad (2.101)$$

где \bar{X} - зернистость круга, м; m - объемная концентрация зерен круга; A - параметр, характеризующий прочностные свойства обрабатываемого материала (определяется расчетно-экспериментальным путем); n - показатель степени $0 \dots 2$ [370].

Параметр η , как установлено расчетно-экспериментальным способом [370], зависит от марки обрабатываемого материала и характеристики круга. Например, при шлифовании стали Р6М5 эльборовыми кругами КР 160/125 Б1 - 100 % и КР 200/160 Б1 - 100% параметр η соответственно равен 0,76 и 0,693.

При шлифовании стали У8А этими же кругами параметр η соответственно равен 0,69 и 0,653.

Зависимость относительного расхода алмаза q от скорости заготовки $V_{заг}$ и глубины шлифования t имеет экстремум. Обусловлено это тем, что величина η с увеличением t и $V_{заг}$, как видно из зависимости (2.101), уменьшается, вызывая неограниченный рост q .

Подчиняя зависимость (2.100) условию экстремума по скорости заготовки $V_{заг}$ и приравнивая первую производную $q'_{V_{заг}}$ нулю, получим экстремальное значение параметра η

$$\eta_{э, V} = 3 \cdot \left(\frac{2-n}{3+n} \right). \quad (2.102)$$

В табл. 2.34 представлены экстремальные значения параметра $\eta_{э, V}$ при различных значениях n .

Таблица 2.34

n	0	0,5	0,75	1,0	1,5	2,0
$\eta_{э, V}$	2	1,3	1,0	0,75	0,33	0

Функция $q'_{V_{заг}}$, как видно из табл. 2.34, имеет экстремум при изменении η в диапазоне $0,75 < n < 2,0$.

Подчиняя зависимость (2.100) условию экстремума по глубине шлифования t , т.е. условию $q'_t = 0$, параметр $\eta_{э, t}$ выразится

$$\eta_{\varepsilon,t} = 3 \cdot \left[\frac{(2-n)}{3n-2} \right]. \quad (2.103)$$

В связи с большим числом переменных, входящих в зависимость (2.100), и сложной структурой этой зависимости, перейдем к безразмерным величинам

$$\alpha = \frac{q}{q_{min}}; \quad \alpha_1 = \frac{t}{t_{\varepsilon}}; \quad \alpha_2 = \frac{V_{заг}}{V_{заг,\varepsilon}},$$

где q_{min} - значение минимума относительного расхода алмаза; t_{ε} - экстремальное значение глубины шлифования; $V_{заг,\varepsilon}$ - экстремальное значение скорости заготовки.

С учетом преобразований зависимость (2.100) примет вид

$$\frac{q}{q_{min}} = \frac{V_{заг,\varepsilon} \cdot t_{\varepsilon} \cdot \eta_{\varepsilon}^3 \cdot H_{\varepsilon}^2}{V_{заг} \cdot t \cdot \eta^3 \cdot H^2}. \quad (2.104)$$

Параметр η выражается через η_{ε} , для чего зависимость (2.101) преобразуется к виду

$$\frac{A}{P} \cdot \left\{ \frac{630 \cdot \pi \cdot \bar{X}^3 \cdot \sqrt{t} \cdot A}{m \cdot V \cdot P_{z1}^2} \right\}^{\frac{2-n}{2n-1}} = \frac{1-\eta_{\varepsilon}}{V_{заг}^{\frac{2-n}{2n-1}} \cdot t^{2(2n-1)}}. \quad (2.105)$$

В результате несложных преобразований, имеем

$$\eta = 1 - \alpha_1^{\frac{2-n}{2(2n-1)}} \cdot \alpha_2^{\frac{2-n}{2n-1}} \cdot (1 - \eta_{\varepsilon}). \quad (2.106)$$

Параметр $\alpha = q/q_{min}$ окончательно выразится

$$\alpha = \frac{\eta_{\varepsilon}^3}{\alpha_1^{\frac{3n-2}{2n-1}} \cdot \alpha_2^{\frac{4n+3}{2n+1}} \cdot \left[1 - \alpha_1^{\frac{2-n}{2(2n-1)}} \cdot \alpha_2^{\frac{2n-n}{2n-1}} \cdot (1 - \eta_{\varepsilon}) \right]^3}. \quad (2.107)$$

При $\alpha_1 = \alpha_2 = 1$ параметр α равен единице, что свидетельствует о достоверности проведенных преобразований.

На рис. 2.21 показан характер изменения параметра α в диапазоне изменения α_1 от 0,2 до 5.

Пунктирной кривой показана зависимость изменения безразмерной производительности $\alpha_1 \cdot \alpha_2$ от параметра $\alpha_1 = t/t_{\varepsilon}$.

Результаты, приведенные на рис. 2.21, получены для $n=0,76$ и

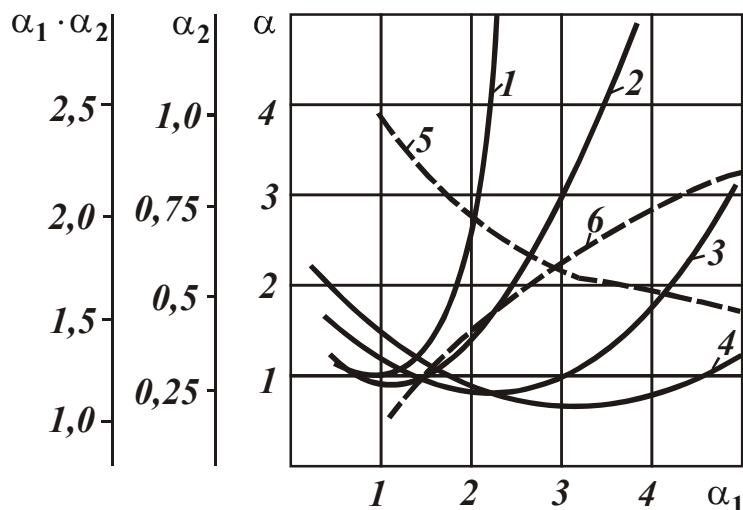


Рис. 2.21. Зависимости параметра α от α_1 для различных значений α_2 (контурные кривые 1,2,3,4); α_2 от α_1 (пунктирная кривая 5); $(\alpha_1 \cdot \alpha_2)$ от α_1 (пунктирная кривая 6).

возрастает.

Параметр α_2 с увеличением α_1 непрерывно уменьшается

$$\alpha_2 = \sqrt{\frac{1}{\alpha_1}}, \text{ а произведение } \alpha_1 \cdot \alpha_2 - \text{ возрастает.}$$

2.10. ВЫВОДЫ

Рассмотренные вопросы оптимизации технологических процессов в машиностроении не исчерпывают всего многообразия оптимизационных задач, однако достаточно полно отражают наиболее распространенные методы оптимизации.

В главе показано, что оптимизация в машиностроении как процедура протекает в форме управления оптимизируемым технологическим процессом. Причем, наиболее ощутимый эффект дает не частичная, а общая оптимизация. Например, при интегрировании этапов разработки и реализации процессов шлифования на основе единого системного подхода создаются условия для общей оптимизации интегрированной технологической системы шлифования, т.е. оптимизацией охватываются как этап разработки (проектирования), так и этап реализации (осуществления) процессов шлифования. В данном случае задача оптимизации процессов шлифования решается ком-

$\eta_{3,t}=0,869$ ($\alpha_2=0,6; 0,8; 1,0; 1,2$). Для всех значений α_1 кривые имеют экстремум функции α .

Максимум функции α с уменьшением α_2 непрерывно снижается, смещаясь в область более высоких значений параметра α_1 .

Производительность шлифования в точках минимума функции α , определяемая произведением параметров $\alpha_1 \cdot \alpha_2$, с увеличением α_1

плексно. На этапе разработки процесса определяют параметры и условия шлифования, которые обеспечивают наивысшую производительность обработки (при соблюдении требуемых параметров качества поверхностного слоя и точности обрабатываемых деталей), а на этапе реализации учитывают индивидуальные особенности каждой обрабатываемой детали (на основе информации, возникающей в процессе обработки). В рассмотренном примере объектом оптимизации является интегрированная технологическая система шлифования, которая охватывает (интегрирует) этапы разработки и реализации процесса шлифования на основе единого управления процессом и общей его оптимизации.

Анализируя понятия оптимизации и интегрированной технологической системы, авторы пришли к выводу, что высшая форма оптимизации технологических процессов в машиностроении связана с разработкой интеллектуальных технологических систем. Необходимые этапы разработки таких систем приведены в Приложении 2.

Развитие этого направления потребует создания новых высоких технологий и соответствующих высокопроизводительных технологических систем: адаптивных, интегрированных, автономных и интеллектуальных.

ГЛАВА 3

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДОВ ОПТИМИЗАЦИИ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

3.1. ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

В машиностроении часто возникает необходимость отыскания такого сочетания условий, которое обеспечивает наибольшее (или наименьшее) значение некоторого показателя (критерия) при противоречивом воздействии составляющих этих условий на другие важные характеристики процесса [280, 281]. Например, для уменьшения времени механической обработки следует увеличивать режимы резания, но при этом будут увеличиваться затраты энергии, необходимой для осуществления обработки, снижаться качество обработки и стойкость режущего инструмента. Такие случаи относятся к задачам поиска оптимальных условий или к задачам оптимизации.

В основе формулировки задачи оптимизации лежит математическая модель реального процесса, которая в аналитическом виде описывает связь между входными ($x_i, i=1, \dots, n$) и выходными переменными ($y_j, j=1, \dots, m$) процесса (рис. 3.1) с необходимым для данной конкретной задачи уровнем достоверности [391]. В зависимости от содержания конкретной задачи одна (реже несколько) из выходных переменных математической модели изучаемого процесса может быть выбрана в качестве основной (критерий или целевая функция), а другие выходные переменные учитываются в формулировке задачи оптимизации в качестве ограничений. Задачи со многими критериями оптимизации встречаются сравнительно редко, что обусловлено сложностью их формулировки и решения.

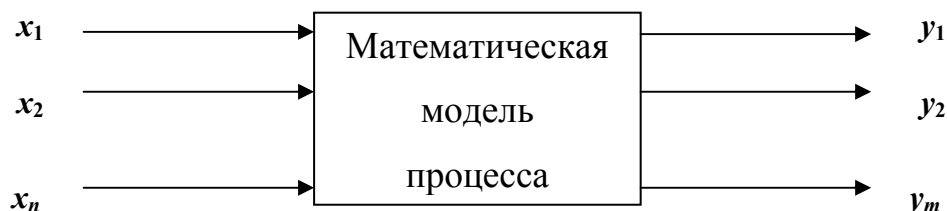


Рис. 3.1. Общая схема математической модели.

Если несколько выходных переменных приблизительно равнозначны, то перейти от нескольких частных критериев (k_i) к одному общему критерию (k) можно в результате приведения (свертки),

например, в виде линейной формы:

$$k = \alpha_1 \cdot k_1 + \alpha_2 \cdot k_2 + \dots + \alpha_n \cdot k_n, \quad (3.1)$$

где α_i - весовой коэффициент, учитывающий важность частного критерия.

Формулировка задачи оптимизации обычно [8, 46, 91, 98, 107, 280, 281, 351, 365] включает две составляющие:

- критерий оптимизации или целевая функция;
- ограничения (в виде равенств, односторонних и двухсторонних неравенств).

В некоторых случаях (безусловная оптимизация) в формулировке задачи оптимизации могут отсутствовать ограничения. Формулировка задачи оптимизации может иметь вид (3.2) – (3.5):

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n) \Rightarrow \text{extr} \quad (3.2)$$

$$(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0; \quad (3.3)$$

$$g(x_1, x_2, \dots, x_n) \geq 0; \quad (3.4)$$

$$x_{1min} \leq x_1 \leq x_{1max}, x_{2min} \leq x_2 \leq x_{2max}, \dots, x_{nmin} \leq x_n \leq x_{nmax}. \quad (3.5)$$

Критерий оптимизации или целевая функция (3.2) определяет условие достижения оптимума, а ограничения (3.3) – (3.5) задают область допустимого изменения входных (оптимизируемых) переменных при поиске их оптимального сочетания.

Например, при оптимизации режимов резания может использоваться математическая модель, входными (независимыми) переменными в которой являются элементы режимов резания (глубина (t), скорость (V) и подача (S)), а выходными переменными – машинное время (T_m), мощность (N) и стойкость режущего инструмента (T_{cm}). В качестве целевой функции часто используется машинное время, которое должно быть минимальным, а ограничениями служат мощность [N], стойкость инструмента [T] и предельные значения глубины (t_{min} , t_{max}), скорости (V_{min} , V_{max}) и подачи (S_{min} , S_{max}), которые могут быть реализованы при обработке на данном станке:

$$T_m = \frac{L}{nS} \cdot \frac{z}{t} \rightarrow \text{min}; \quad (3.6)$$

$$N \leq [N]; \quad (3.7)$$

$$T_{cm} \geq [T]; \quad (3.8)$$

$$t_{min} \leq t \leq t_{max}; \quad (3.9)$$

$$V_{min} \leq V \leq V_{max}; \quad (3.10)$$

$$S_{min} \leq S \leq S_{max}. \quad (3.11)$$

Решить задачу оптимизации, значит найти такое сочетание зна-

чений входных переменных (называемых оптимальными) $x_{opt1}, x_{opt2}, \dots, x_{optn}$, при которых целевая функция (3.12) принимает экстремальное значение (максимальное или минимальное в зависимости от конкретной задачи) и все ограничения (3.13) – (3.15) одновременно выполняются:

$$f(x_{opt1}, x_{opt2}, \dots, x_{optn}) = \text{extr} (\text{min или max}), \quad (3.12)$$

$$h(x_{opt1}, x_{opt2}, \dots, x_{optn}) = 0, \quad (3.13)$$

$$g(x_{opt1}, x_{opt2}, \dots, x_{optn}) \geq 0, \quad (3.14)$$

$$x_{1min} \leq x_{opt1} \leq x_{1max}, x_{2min} \leq x_{opt2} \leq x_{2max}, \dots, x_{nmin} \leq x_{optn} \leq x_{nmax}. \quad (3.15)$$

Способ решения задачи оптимизации определяется [8, 46, 91, 98, 107, 280, 281, 351, 365], в основном, видом математических выражений, которые входят в состав математической модели (формулировки задачи оптимизации) и служат для описания целевой функции и ограничений. Все методы решения задач оптимизации, в самом общем случае, можно разделить на методы линейной [98, 365] и нелинейной [91, 351] оптимизации (программирования).

Большинство методов оптимизации (явно или неявно) основаны на использовании градиента целевой функции. Градиент – вектор (составляющими которого являются первые частные производные от целевой функции по независимым переменным), определяющий, с одной стороны, направление наискорейшего движения к оптимуму, а с другой – признак достижения оптимума (градиент равен нулю). Поэтому решение задач оптимизации включает определение градиента и движение по градиенту. При поиске максимума целевой функции движение производят в направлении градиента, а при поиске минимума – в направлении противоположном градиенту. По мере приближения к экстремуму величина (модуль) градиента уменьшается (до нуля в точке экстремума).

Классификация и характеристика задач оптимизации с математической точки зрения приводится в специальной литературе [8, 46, 91, 98, 107, 280, 281, 351, 365].

Особенности и примеры решения линейных и нелинейных задач, которые имеют наибольшее распространение в технологии машиностроения, приведены в разделах 2, 3 и 4.

3.2. МЕТОДЫ ЛИНЕЙНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ

Если целевая функция и ограничения имеют вид линейных выражений, то задачу оптимизации решают с использованием методов

линейного [8, 46, 98, 107, 280, 281, 365] программирования. Задача линейного программирования в общем виде формулируется следующим образом:

задана целевая функция (3.16)

$$f = c_1 \cdot x_1 + c_2 \cdot x_2 + \dots + c_n \cdot x_n \Rightarrow \text{extr}, \quad (3.16)$$

и система ограничений (3.2) и (3.3)

$$\begin{aligned} a_{11} \cdot x_1 + a_{12} \cdot x_2 + \dots + a_{1n} \cdot x_n &\leq b_1; \\ a_{21} \cdot x_1 + a_{22} \cdot x_2 + \dots + a_{2n} \cdot x_n &\leq b_2; \\ \vdots & \end{aligned} \quad (3.17)$$

$$\begin{aligned} a_{m1} \cdot x_1 + a_{m2} \cdot x_2 + \dots + a_{mn} \cdot x_n &\leq b_m; \\ x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0, \quad \dots, \quad x_n \geq 0. & \end{aligned} \quad (3.18)$$

где x_i – независимые переменные, $i=1, \dots, n$; c_i - коэффициенты, определяющие влияние каждой независимой переменной на целевую функцию, $i=1, \dots, n$; a_{ki} - коэффициенты, определяющие влияние каждой независимой переменной на соответствующее ограничение, $k=1, \dots, m$, $i=1, \dots, n$; b_k - предельная величина ограничения определенного вида, $k=1, \dots, m$.

Вид экстремума (минимум или максимум) для целевой функции (3.16) и знаки неравенств в ограничениях (3.17) могут быть разными в зависимости от конкретного содержания задачи оптимизации.

Ограничения (3.17) и (3.18) определяют допустимую область изменения независимых переменных, внутри или на границе которой может находиться решение задачи оптимизации (точка оптимума). Поиск координат такой точки можно осуществлять аналитически или графически.

3.2.1. ГРАФИЧЕСКОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ЛИНЕЙНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ

Преимуществом графического способа решения задачи, который применяется в основном для двух независимых переменных, является наглядность. Алгоритм решения включает:

1. Определение допустимой области изменения независимых переменных.
2. Определение направления градиента целевой функции.
3. Движение по градиенту и контроль условия достижения оптимума.
4. Определение координат точки оптимума.

Для двух независимых переменных допустимая область представляет собой выпуклый многоугольник, который образован отрезками прямых, соответствующих каждому ограничению.

Градиент целевой функции (**Grad f**) определяется как вектор, который проходит через начало координат и точку с координатами, численно равными весовым коэффициентам в выражении для целевой функции.

Для наглядности процесса движения по градиенту используют линию уровня, перпендикулярную градиенту целевой функции.

В результате движения по градиенту точка оптимума может быть определена (из-за погрешностей графических построений) лишь приближенно. Уточненные координаты точки оптимума получают в результате решения системы уравнений, построенной из выражений для соответствующих ограничений.

Если из содержания задачи следует, что факторы могут быть только целыми, то полученные оптимальные значения необходимо округлить до ближайших целых значений, которые находятся внутри допустимой области. Ход графического решения представлен для конкретного примера.

Пусть в механическом цехе машиностроительного завода производится продукция двух видов в количествах x_1 и x_2 . Известны величины затрат на материал (a_{11} , a_{12}), заработную плату (a_{21} , a_{22}) и накладные расходы (a_{31} , a_{32}), при изготовлении деталей каждого вида, а также ограничения (b_1 , b_2 , b_3) на эти виды ресурсов и цены (c_1 , c_2) при реализации продукции.

Необходимо определить количество изделий каждого вида, при выпуске которых достигается максимальный доход, при заданных ограничениях на ресурсы. Исходные данные удобно представлять в форме таблицы:

Затраты	Детали вида x_1	Детали вида x_2	Ограничения
Материал	$a_{11} = 4$	$a_{12} = 3$	$b_1 = 120$
Заработная плата	$a_{21} = 9$	$a_{22} = 3$	$b_2 = 45$
Накладные расходы	$a_{31} = 3,5$	$a_{32} = 5$	$b_3 = 175$
Цена	$c_1 = 10$	$c_2 = 14$	

Целевая функция и ограничения имеют вид (3.19) или с учетом числовых значений (3.20):

$$\begin{aligned}
 & f = c_1 x_1 + c_2 x_2 \rightarrow \max, \\
 & \left. \begin{aligned}
 a_{11} x_1 + a_{12} x_2 &\leq b_1 \\
 a_{21} x_1 + a_{22} x_2 &\geq b_2 \\
 a_{31} x_1 + a_{32} x_2 &\leq b_3 \\
 x_1 &> 0 \quad x_2 > 0
 \end{aligned} \right\} \quad (3.19)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & f = 10 x_1 + 14 x_2 \rightarrow \max, \\
 & \left. \begin{aligned}
 4x_1 + 3x_2 &\leq 120 \\
 9x_1 + 3x_2 &\geq 45 \\
 3,5x_1 + 5x_2 &\leq 175 \\
 x_1 &> 0 \quad x_2 > 0
 \end{aligned} \right\} \quad (3.20)
 \end{aligned}$$

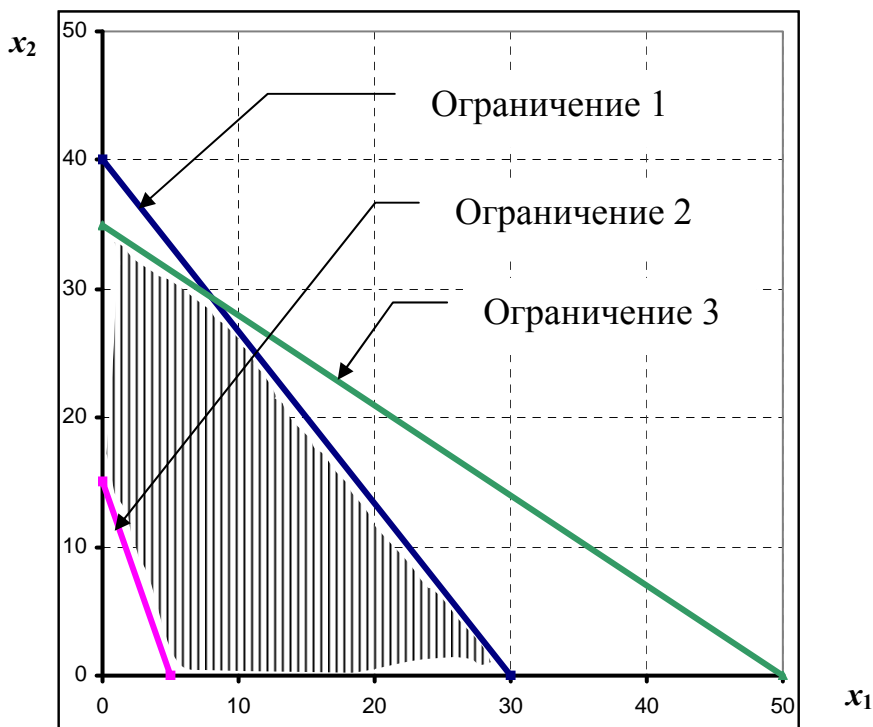
Вид знака неравенства в ограничении по заработной плате (по практическому содержанию этого ограничения) отличается от знаков неравенств для ограничений по материалам и накладным расходам.

Действия алгоритма графического решения имеют вид:

1. Определение допустимой области изменения независимых переменных.

Область допустимых решений имеет вид многоугольника, образованного отрезками прямых - ограничений, вид которых определяется каждым ограничением:

- ограничения на независимые переменные указывает, что оптимальное решение по каждой переменной может быть только положительным и, следовательно, будет расположено в первом квадранте (рис.3.2);



- первое ограничение задает область ниже прямой, которая проходит через точки с координатами $x_1=0, x_2 \leq 40$;
- второе ограничение задает область выше прямой, которая проходит через точки с

Рис. 3.2. Вид допустимой области решений.

координатами $x_1=0$, $x_2 \geq 15$; $x_2=0$, $x_1 \geq 5$;

- третье ограничение задает область ниже прямой, которая проходит через точки с координатами $x_1=0$, $x_2 \leq 35$; $x_2=0$, $x_1 \leq 50$;

Координаты точек пересечения прямых - ограничений с осями координат определяются в результате последовательной подстановки в математические выражения для ограничений значений $x_1=0$ и $x_2=0$ и соответствующих преобразований.

Графическое представление допустимой области приведено на рис. 3.2.

2. Определение направления градиента целевой функции.

Градиент целевой функции (вектор $\mathbf{Grad} f$ на рис. 3.3) проходит через точки с координатами $(0, 0)$ и $(10, 14)$.

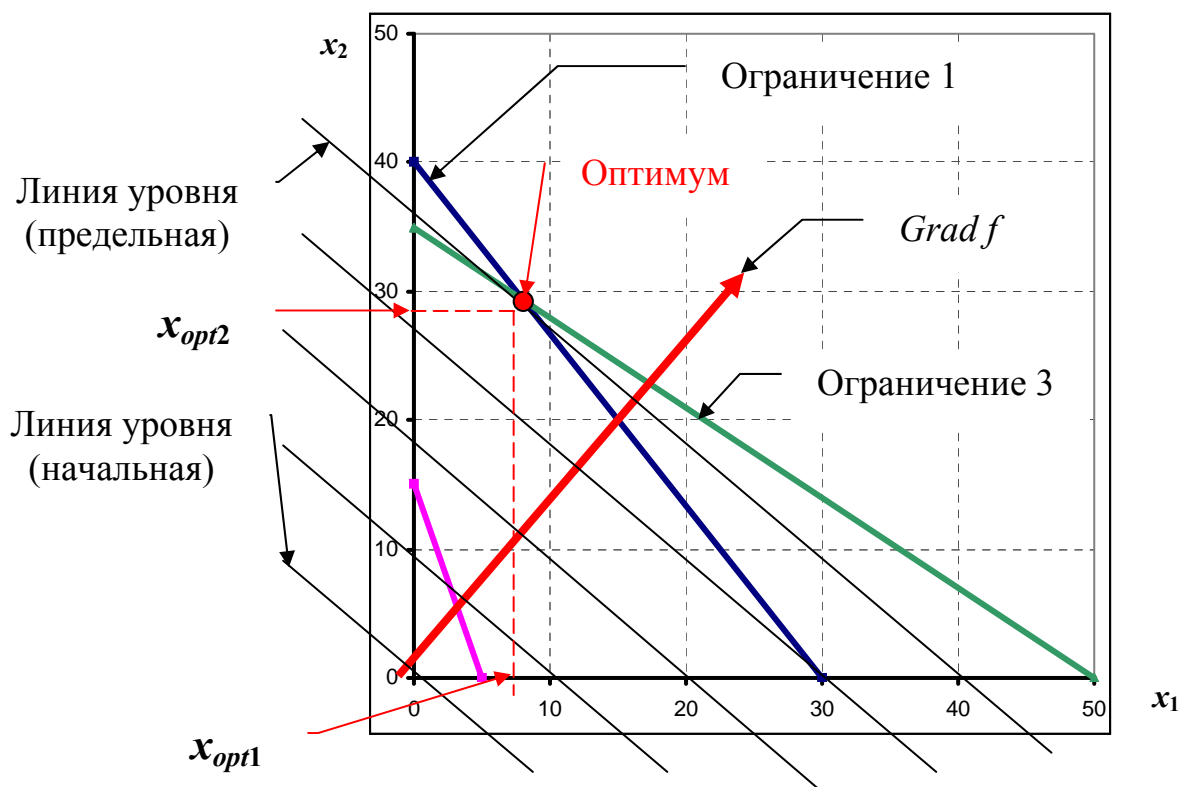


Рис. 3.3. Ход решения задачи оптимизации.

3. Движение по градиенту и контроль условия достижения оптимума.

Для удобства движения по градиенту в начале координат построена линия уровня L , которая направлена перпендикулярно градиенту. Перемещая линию уровня параллельно самой себе в направлении градиента (задача поиска максимума), находим точку допустимой области (рис. 3.3), в которой линия уровня имеет с ней единственную общую точку (касается границы области). Координаты этой

точки (x_{opt1} и x_{opt2}) являются искомым оптимальным сочетанием программ выпуска изделий.

4. Определение координат точки оптимума.

Для более точного определения значений координат целесообразно выполнить аналитическое решение системы из двух уравнений (3.21), образованных прямыми-ограничениями, которые задают положение этой точки. В рассматриваемом примере (рис. 3.2 и рис. 3.3) это первое и третье ограничения. Решение выполнено методом «исключения»

$$\begin{cases} 4x_1 + 3x_2 = 120 \\ 3,5x_1 + 5x_2 = 175 \end{cases} \quad (3.21)$$

$$x_1 = \frac{120 - 3x_2}{4}$$

$$\frac{3,5(120 - 3x_2)}{4} + 5x_2 - 175 = 0$$

$$x_{opt2} = 29,5; \quad x_{opt1} = 7,9. \quad (3.22)$$

Величина целевой функции (максимальная прибыль) при оптимальных (3.22) значениях программ (выраженных в относительных единицах) составит:

$$f(7,9; 29,5) = 10 \cdot 7,9 + 14 \cdot 29,5 = 492. \quad (3.23)$$

3.2.2. СИМПЛЕКС-МЕТОД РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ЛИНЕЙНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ

Наиболее распространенным методом аналитического решения задач линейного программирования является симплекс-метод, имеющий большое количество разновидностей [8, 46, 98, 107, 280, 281, 365].

Все переменные при использовании симплекс-метода подразделяют на свободные, базисные и дополнительные. Свободными переменными называют независимые переменные исходной задачи оптимизации. Дополнительные переменные вводят для преобразования ограничений в форме неравенств к ограничениям в форме равенств, которые используются в стандартной формулировке задачи. При решении дополнительные переменные условно включают в число свободных. Базисные переменные входят с единичными коэффициентами только в одно ограничение и с нулевыми в остальные.

Базисным решением системы в стандартной форме называется

решение, полученное при нулевых значениях свободных переменных. Базисное решение называется допустимым базисным решением, если значения входящих в него базисных переменных неотрицательны.

Алгоритм решения задачи оптимизации симплекс-методом предполагает следующую последовательность действий:

1. Выбор начального допустимого базисного решения.
2. Переход от начального решения к другому допустимому базисному решению с лучшим значением целевой функции.
3. Продолжение поиска допустимых базисных решений, улучшающих значение целевой функции. Если некоторое допустимое базисное решение нельзя улучшить, оно является оптимальным, и алгоритм симплекс-метода завершает свою работу.

Признаком достижения оптимального решения для задачи максимизации целевой функции является наличие отрицательных коэффициентов при всех свободных переменных в выражении для целевой функции (и, наоборот, при решении задачи минимизации целевой функции).

В качестве примера задача, которая в предыдущем разделе была решена графически, решена симплекс-методом.

Для перехода к стандартной форме задачи минимизации целевой функции выполнена замена ограничений в виде неравенств равенствами путем ввода дополнительных переменных (x_3, x_4, x_5), а исходной целевой функции на функцию противоположную по знаку:

$$\begin{aligned}
 F_1 &= -10x_1 - 14x_2 \rightarrow \min \\
 4x_1 + 3x_2 + x_3 &= 120 \\
 9x_1 + 3x_2 - x_4 &= 45 \\
 3.5x_1 + 5x_2 + x_5 &= 175 \\
 x_i &\geq 0 \quad i = \overline{1, 5}.
 \end{aligned} \tag{3.24}$$

Вспомогательная задача, с учетом базисных переменных $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$:

$$\begin{aligned}
 \alpha_1 &= 120 - 4x_1 - 3x_2 - x_3 && 30 \\
 \alpha_2 &= 45 - 9x_1 - 3x_2 + x_4 && 5 \\
 \alpha_3 &= 175 - 3.5x_1 - 5x_2 - x_5 && 50 \\
 x_i &\geq 0, \quad i = \overline{1, 5}. \quad \alpha_j \geq 0, \quad j = \overline{1, 3}.
 \end{aligned} \tag{3.25}$$

$$f = \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 = 340 - 16.5x_1 - 11x_2 - x_3 + x_4 - x_5.$$

Для дальнейшего решения используется алгоритм симплекс-

метода в следующем виде:

1. Определение начального допустимого базисного решения системы в стандартной форме. Преобразование базисных переменных и целевой функции через свободные переменные.
2. Проверка условия достижения оптимального решения:
 - а) если коэффициенты при свободных переменных в целевой функции неотрицательны, то полученное базисное решение – оптимальное;
 - б) если есть отрицательные коэффициенты, то переход к п. 3.
3. Выбор свободной переменной, имеющей в выражении для целевой функции наибольший по модулю отрицательный коэффициент.
4. Для ограничения с отрицательными коэффициентами при выбранной свободной переменной вычисляется отношение свободного члена к коэффициенту с обратным знаком.
5. Преобразование выбранной свободной переменной из ограничения с минимальным отношением и получение нового набора свободных и базисных переменных. Возврат к п. 1.

Начальное допустимое базисное решение для этой задачи $(0, 0, 0, 0, 0, 120, 45, 175)$ не является оптимальным, так как среди коэффициентов при свободных переменных в выражении (3.25) для вспомогательной целевой функции f есть отрицательные коэффициенты.

Выбирается переменная с наибольшим (по абсолютной величине) коэффициентом (x_1) и составляются отношения свободного члена к коэффициенту при этой переменной в каждом ограничении. Из ограничения с наименьшим отношением (второго) выражается переменная x_1 , а затем преобразуются другие ограничения и целевая функция, подставив в них это выражение:

$$\begin{aligned}
 x_1 &= 5 - \frac{1}{3}x_2 + \frac{1}{9}x_4 & 15 \\
 \alpha_1 &= 100 - \frac{5}{3}x_2 - x_3 - \frac{4}{9}x_4 & 60 \\
 \alpha_3 &= 157,5 - \frac{11,5}{3}x_2 - \frac{3,5}{9}x_4 - x_5 & \frac{945}{23} \\
 f = \alpha_1 + \alpha_3 &= 257,5 - 5,5x_2 - x_3 - \frac{2,5}{3}x_4 - x_5.
 \end{aligned} \tag{3.26}$$

В выражении (3.26) для вспомогательной целевой функции f есть отрицательные коэффициенты при свободных переменных. По-

этому выбирается переменная с наибольшим (по абсолютной величине) коэффициентом (x_2) и составляются отношения свободного члена к коэффициенту при этой переменной в каждом ограничении. Из ограничения (первого) с наименьшим отношением выражается переменная x_2 , а затем преобразуются другие ограничения и целевая функция, подставив в них это выражение:

$$\begin{aligned}
 x_2 &= 15 - 3x_1 + \frac{1}{3}x_4 && \infty \\
 \alpha_1 &= 75 + 5x_1 - x_3 - x_4 && 75 \\
 \alpha_3 &= 100 + 11,5x_1 - \frac{5}{3}x_4 - x_5 && 60 \\
 f &= \alpha_1 + \alpha_3 = 175 + 16,5x_1 - x_3 - \frac{8}{3}x_4 - x_5.
 \end{aligned} \tag{3.27}$$

В последнем выражении (3.27) для вспомогательной целевой функции f есть отрицательные коэффициенты при свободных переменных. Поэтому выбирается переменная с наибольшим (по абсолютной величине) коэффициентом (x_4) и составляются отношения свободного члена к коэффициенту при этой переменной в каждом ограничении. Из ограничения с наименьшим отношением (третьего) выражается переменная x_4 , а затем преобразуются другие ограничения и целевая функция, подставив в них это выражение:

$$\begin{aligned}
 x_2 &= 35 - 0,7x_1 - \frac{1}{5}x_5 && 50 \\
 x_4 &= 60 + 6,9x_1 - \frac{3}{5}x_5 && \infty \\
 \alpha_1 &= 15 - 1,9x_1 - x_3 + \frac{3}{5}x_5 && \frac{15}{1,9} \\
 f &= \alpha_1 = 15 - 1,9x_1 - x_3 + \frac{3}{5}x_5.
 \end{aligned} \tag{3.28}$$

В последнем выражении (3.28) для вспомогательной целевой функции f есть отрицательные коэффициенты при свободных переменных. Выбирается переменная с наибольшим (по абсолютной величине) коэффициентом (x_1) и составляются отношения свободного члена к коэффициенту при этой переменной в каждом ограничении. Из ограничения с наименьшим отношением (третьего) выражается переменная x_1 , а затем преобразуются другие ограничения и целевая функция, подставив в них это выражение:

$$\begin{aligned}
x_1 &= \frac{15}{1,9} - \frac{1}{1,9}x_3 + \frac{3}{5 \cdot 1,9}x_5 \\
x_2 &= \frac{560}{19} + \frac{7}{19}x_3 - \frac{8}{19}x_5 \\
x_4 &= \frac{2175}{19} - \frac{69}{19}x_3 + \frac{30}{19}x_5 \\
f &= 0.
\end{aligned} \tag{3.29}$$

Так как вспомогательная целевая функция f в (3.29) равна нулю, то вспомогательная задача решена и допустимое базисное решение исходной системы имеет вид:

$$\left(\frac{15}{1,9}, \frac{560}{19}, 0, \frac{2175}{19}, 0 \right). \tag{3.30}$$

Преобразование целевой функции с учетом полученного решения:

$$\begin{aligned}
F_1 &= -10x_1 - 14x_2 = \\
&= -10 \cdot \left(\frac{15}{1,9} - \frac{1}{1,9}x_3 + \frac{3}{5 \cdot 1,9}x_5 \right) - 14 \cdot \left(\frac{560}{19} + \frac{7}{19}x_3 - \frac{8}{19}x_5 \right) = \\
&= -\frac{9340}{19} + \frac{2}{19}x_3 + \frac{52}{19}x_5.
\end{aligned} \tag{3.31}$$

В выражении (3.31) для целевой функции нет отрицательных коэффициентов при свободных переменных, значит, базисное решение является оптимальным (с учетом того, что x_4 является вспомогательной переменной):

$$x_{opt 1} = \frac{15}{1,9} \approx 7,89, \quad x_{opt 2} = \frac{560}{19} \approx 29,47. \tag{3.32}$$

Значение первоначальной целевой функции при оптимальных значениях факторов:

$$F = 10x_1 + 14x_2 = 10 \cdot 7,89 + 14 \cdot 29,47 \approx 491,58. \tag{3.33}$$

Как и следовало ожидать, графическое (3.22), (3.23) и аналитическое (3.32), (3.33) решения для одних условий задачи линейной оптимизации совпадают.

При большем числе переменных решение задач линейного программирования выполняют с помощью программ, реализованных на ЭВМ.

3.3. МЕТОДЫ НЕЛИНЕЙНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ

Большинство реальных задач в машиностроении имеют сложный нелинейный характер, что обуславливает нелинейность соответствующих математических моделей и формулировок задач оптимизации.

Если целевая функция или ограничения имеют вид нелинейных выражений, то задачу оптимизации решают методами нелинейного программирования (чаще всего градиентными численными методами). Задача нелинейного программирования в общем случае формулируется следующим образом:

задана нелинейная целевая функция (3.34)

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n) \Rightarrow \text{extr}, \quad (3.34)$$

и система ограничений (3.35) и (3.36)

$$\begin{aligned} g_1(x_1, x_2, \dots, x_n) &\leq b_1; \\ g_2(x_1, x_2, \dots, x_n) &\leq b_2; \\ &\vdots \end{aligned} \quad (3.35)$$

$$\begin{aligned} g_m(x_1, x_2, \dots, x_n) &\leq b_m; \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \dots, x_n \geq 0, \end{aligned} \quad (3.36)$$

где x_i – независимые переменные, $i=1, \dots, n$; g_k – нелинейная функция, описывающая ограничение, $k=1, \dots, m$; b_k – предельная величина ограничения определенного вида, $k=1, \dots, m$.

В ограничениях (3.35) знаки неравенств могут быть разными в зависимости от вида ограничения и конкретного содержания задачи оптимизации. Ограничения (3.35) и (3.36) определяют форму допустимой области изменения независимых переменных.

Известны [91, 280, 281, 351] различные методы нелинейной оптимизации, ориентированные на решение задач, формулировки которых имеют специфические математические особенности. Рассмотрим две разновидности нелинейных методов.

3.3.1. МЕТОДЫ АНАЛИТИЧЕСКОЙ ОПТИМИЗАЦИИ

Если формулировка задачи оптимизации имеет сравнительно простой вид (например, целевая функция является многократно дифференцируемой функцией одной независимой переменной и состоит из комбинации элементарных функций), то для поиска оптимального решения можно использовать методы аналитической оптимизации. В

основе этих методов лежит определение и анализ производных от целевой функции.

Алгоритм аналитической оптимизации включает следующие действия:

1. Определение выражения для первой производной от целевой функции, которая задает направление ее градиента.
2. Определение координат «особых точек», в которых целевая функция достигает экстремума. Координаты этих точек являются корнями уравнения (3.37), полученного из выражения для первой производной от целевой функции.

$$\frac{df(x)}{dx} = 0. \quad (3.37)$$

3. Определение выражения для второй производной от целевой функции.
4. Анализ знака второй производной в «особых точках».

Если вторая производная в «особой точке» положительна, то эта точка является точкой минимума. Если вторая производная отрицательна – это максимум. Если же вторая производная в «особой точке» равна нулю (не положительна и не отрицательна), необходимо использовать для анализа производные более высоких порядков. Если целевая функция может быть продифференцирована n раз и все производные до $(n - 1)$ порядка равны нулю, а производная порядка n не равна нулю, то используется следующее правило:

если n - чётное, то при $\frac{d^n f(x_0)}{dx^n} > 0$, x_0 – точка минимума,

а при $\frac{d^n f(x_0)}{dx^n} < 0$, x_0 – точка максимума;

Если n – нечётное, то x_0 – точка перегиба («седловая» точка).

5. Анализ достижения оптимума.

Проверяется выполнение условий достижения оптимума, а именно, в точке оптимума целевая функция принимает наибольшее или наименьшее значение и все ограничения одновременно выполняются.

Рассмотрим примеры.

Пример 1. Определить оптимальную величину припуска (z , мм) на механическую обработку, если зависимость стоимости обработки от припуска $C(z)$ имеет вид (3.38).

$$C(z) = z^2 - 2z + 1. \quad (3.38)$$

Критерием оптимизации в этой задаче является стоимость обработки, которая должна быть минимальной (3.39).

$$C(z) = z^2 - 2z + 2 \Rightarrow \min. \quad (3.39)$$

Особенность данной задачи состоит в отсутствии ограничений - задача безусловной оптимизации. Применим описанный алгоритм решения задачи:

1. Определение выражения для первой производной от целевой функции

$$\frac{dC(z)}{dz} = 2z - 2. \quad (3.40)$$

2. Определение координат «особой точки»:

$$\frac{dC(z)}{dz} = 2z - 2 = 0 \quad \text{откуда} \quad z_0 = 1.$$

3. Определение выражения для второй производной от целевой функции

$$\frac{d^2C(1)}{dz^2} = 2. \quad (3.41)$$

4. Анализ знака второй производной в особой точке.

Вторая производная в особой точке положительна, значит, в этой точке целевая функция имеет минимум

5. Анализ достижения оптимума.

Учитывая, что в рассматриваемом примере ограничения отсутствуют, а целевая функция принимает минимальное значение, то задача решена (рис. 3.4). Оптимальное значение припуска на механиче-

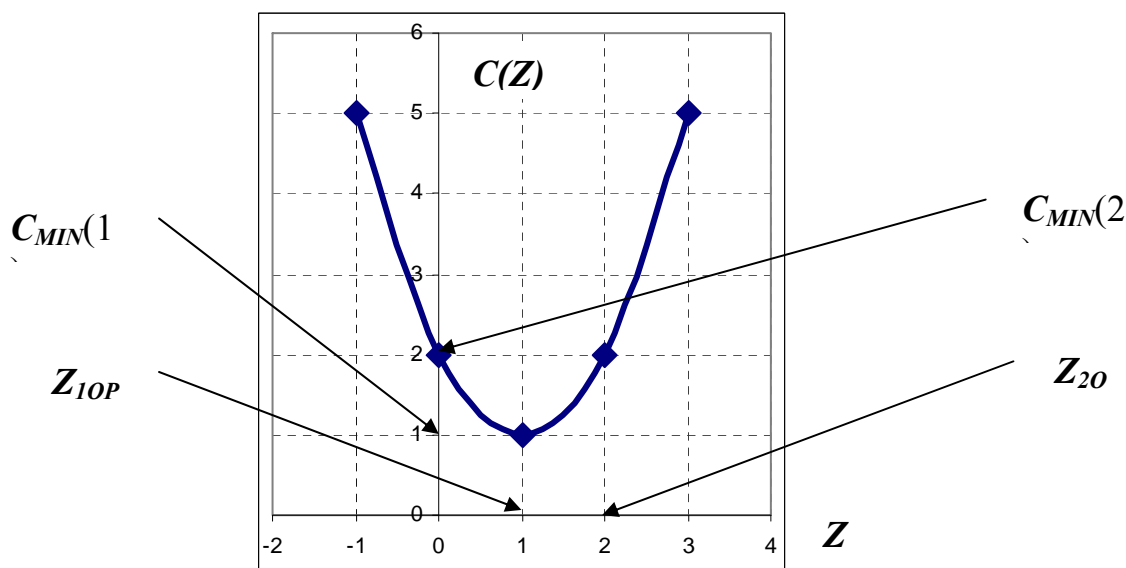


Рис. 3.4. Определение оптимального припуска на механическую обработку.

скую обработку $z_{1opt}=1$.

Рассчитаем значение целевой функции (стоимости механической обработки) при оптимальном значении независимой переменной

$$C_{min}(1) = 1 - 2 + 2 = 1.$$

Пример 2. Решим задачу примера 1, дополнив формулировку задачи (3.39) ограничением (3.43) (задача условной оптимизации). Это практически может означать изучение лишь условий черновой механической обработки

$$C(z) = z^2 - 2z + 2 \Rightarrow \min, \quad (3.42)$$

$$2 \leq z \leq 3. \quad (3.43)$$

Основная часть алгоритма (пункты 1 - 4) выполняются аналогично примеру 1, так как целевая функция имеет такой же вид.

При выполнении пункта 5 алгоритма следует иметь в виду, что особая точка не попадает в заданные ограничением (3.43) пределы, и, таким образом, не может рассматриваться как точка оптимума (ограничение не выполняется). Условиям достижения оптимума соответствует точка с координатой $z_{2opt}=2$, которая и будет решением задачи. Действительно, в этой точке целевая функция принимает наименьшее (в данном диапазоне) значение и одновременно ограничение выполняется (рис.3.4). При оптимальном припуске ($z_{2opt}=2$) стоимость механической обработки составит $C_{min}(2) = 4 - 4 + 2 = 2$.

Пример 3. Пусть зависимость производительности $f(v)$ протягивания отверстия (целевая функция) от скорости (v , м/с) имеет вид (3.44). Определить скорость протягивания, которая обеспечивает наибольшую производительность

$$f(v) = v^3 + 2 \rightarrow \max. \quad (3.44)$$

Алгоритм решения (задача безусловной оптимизации) реализуется следующим образом:

1. Определение выражения для первой производной от целевой функции

$$\frac{df(v)}{dv} = 3v^2. \quad (3.45)$$

2. Определение координат «особой точки»:

$$\frac{df(v)}{dv} = 3v^2 = 0 \text{ откуда } v_0 = 0. \quad (3.46)$$

3. Определение выражения для второй производной от целевой функции

$$\frac{d^2 f(v)}{dv^2} = 6v. \quad (3.47)$$

4. Анализ знака второй производной в особой точке.

Вторая производная в особой точке равна нулю (не положительна и не отрицательна), значит, необходимо исследовать эту точку с помощью производных более высокого порядка

$$\frac{d^2 f(v_0)}{dv^2} = 6v_0 = 0. \quad (3.48)$$

5. Анализ достижения оптимума.

Третья производная в особой точке не равна нулю:

$$\frac{d^3 f(v_0)}{dv^3} = 6 \neq 0, \quad (3.49)$$

а с учетом того, что это нечетная (по счету) производная, делаем вывод, что особая точка ($v_0=0$) является точкой перегиба (рис. 3.5). Это означает, что данная задача безусловной оптимизации не имеет решения.

Пример 4. Решим задачу примера 3, дополнив формулировку задачи (3.50), ограничением (3.51) (задача условной оптимизации). Это практически может означать изучение влияния скорости протягивания, которая может изменяться в ограниченном диапазоне (3.51)

$$f(v) = v^3 + 2 \rightarrow \max, \quad (3.50)$$

$$0,2 \leq v \leq 0,6. \quad (3.51)$$

Часть алгоритма (пункты 1 - 4) выполняется аналогично приме-

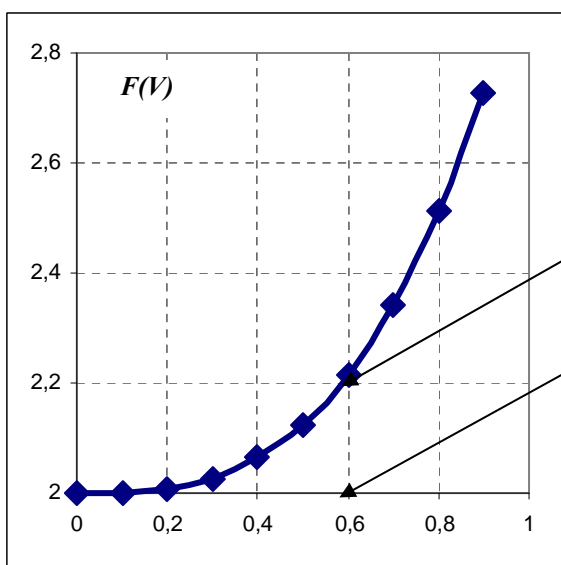


Рис. 3.5. Определение оптимальной скорости протягивания.

ру 3, так как целевая функция имеет такой же вид.

При выполнении пункта 5 алгоритма следует иметь в виду, что особая точка ($v_0=0$) не является точкой максимума и не попадает в заданные ограничения (3.51) пределы. Особая точка и в этом случае не может рассматриваться как

точка оптимума (ограничение не выполняется). Условиям достижения оптимума соответствует точка с координатой $v_{opt}=0,6$, которая и будет решением задачи. Действительно, в этой точке целевая функция принимает наибольшее (в данном диапазоне) значение и одновременно ограничение выполняется (рис.3.5). При оптимальной скорости протягивания ($v_{opt}=0,6$) производительность (в приведенных единицах измерения) механической обработки составит

$$f_{max}(0,6)=0,216+2=2,216.$$

Таким образом, задача условной оптимизации (3.50), (3.51) в отличие от задачи безусловной оптимизации (3.50) имеет решение.

3.3.2. МЕТОДЫ НЕЛИНЕЙНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ

Среди разнообразных градиентных методов нелинейной оптимизации, которые различаются, в частности, особенностями выбора начальной точки, определения градиента, шага и движения в направлении градиента, можно выделить метод, имеющий достаточно высокую степень универсальности. Этот вариант градиентного метода основан на применении известных [38, 77, 99, 145, 307] приемов экстремального планирования натуральных экспериментов при поиске оптимальных условий к имитационным экспериментам с нелинейной математической моделью, соответствие которой оригиналу должно быть предварительно доказано [391]. Использование имитационных экспериментов (то есть расчетов по формулам, образующим математическую модель) дает ряд преимуществ (в частности, позволяет реализовывать такие сочетания независимых переменных, которые невозможно осуществить при натуральных экспериментах, снять ограничения на количество экспериментов-расчетов) и сохранить основные достоинства экстремального планирования опытов при поиске оптимальных условий.

Изменение каждой независимой переменной обычно производят на двух уровнях (x_{min} и x_{max}), то есть при двух значениях, которые отличаются от основного уровня (x_0) на величину интервала варьирования (Δx). При описании плана проведения имитационных экспериментов, количество которых определяется числом независимых переменных, используют традиционные условные обозначения уровней (- ; 0; +), а при выполнении расчетов (-1, 0, 1).

Оценки составляющих градиента целевой функции (коэффици-

енты уравнения регрессии b_i для каждой независимой переменной) определяются по формуле:

$$b_i = \frac{\sum_{j=1}^n x_{ij} \cdot f_j}{n}, \quad (3.52)$$

где n - количество различных сочетаний независимых переменных (количество имитационных опытов); f_j – рассчитанное значение целевой функции при определенном сочетании независимых переменных (в j - том имитационном опыте); x_{ij} – условное обозначение i - той независимой переменной в j - том имитационном опыте.

Величины составляющих градиента целевой функции характеризуют степень влияния соответствующей независимой переменной на целевую функцию, а знаки – направления изменения целевой функции при их изменении.

Для определения величин «шагов движения» (Δ_i) в направлении градиента целевой функции значения коэффициентов (b_i) преобразуют (3.53) с учетом интервалов варьирования (Δx_i) по каждой независимой переменной:

$$\Delta_i = b_i \cdot \Delta x_i. \quad (3.53)$$

Для удобства выполнения расчетов величины «шагов» могут быть согласовано (в одинаковое число раз увеличены или уменьшены) изменены для всех факторов и округлены (округление при выполнении расчетов на ЭВМ необязательно).

При выполнении «движения в направлении градиента» (то есть расчетов значений целевой функции при целенаправленном изменении значений независимых переменных в соответствии с величинами принятых шагов) необходимо контролировать характер изменения целевой функции и соблюдение всех ограничений. Признаком достижения оптимума является нарушение монотонного изменения значений целевой функции (например, при поиске минимума ряд шагов сопровождался монотонным уменьшением целевой функции, а при очередном шаге значение целевой функции возросло), или нарушение хотя бы одного из ограничений. Полученное решение является существенно приближенным. Для поиска более точного решения описанную процедуру повторяют, выбрав в качестве нового начального уровня полученное решение и соответственно уменьшив интервал варьирования факторов.

Таким образом, общий алгоритм решения задачи оптимизации

включает:

1. Определение начальной области изменения (начального уровня и интервалов варьирования) для каждой независимой переменной.
2. Выбор плана проведения имитационных экспериментов.
3. Проведение имитационных экспериментов.
4. Определение составляющих градиента целевой функции (3.52).
5. Выбор шагов движения в направлении градиента (3.53).
6. Движение в направлении градиента.
7. Контроль выполнения условия достижения оптимума.

Ниже представлено применение этого метода для оптимизации режимов резания для следующих условий.

Пусть производится точение участка ($L=100$ мм) цилиндрической поверхности ($d=50$ мм) стальной детали (характеристики стойкости $A=220$; $m=0,5$). При этом удаляется припуск $z=3$ мм. Необходимо найти режимы резания, обеспечивающие минимальное время обработки, при ограничениях на стойкость режущего инструмента (допустимая стойкость $[T]=30$ мин) и на предельные значения параметров режимов резания:

$$\begin{aligned}
 T_m &= \frac{L \cdot z}{n \cdot S \cdot t} \rightarrow \min; \\
 T_{CT} &= \frac{A}{V^m} \geq [T]; \\
 t_{min} &\leq t \leq t_{max}; \\
 S_{min} &\leq S \leq S_{max}; \\
 V_{min} &\leq V \leq V_{max}.
 \end{aligned}
 \tag{3.54}$$

Выражения, которые входят в формулировку задачи, являются нелинейными. Для упрощения эти выражения преобразованы с учетом известных численных значений параметров и того, что скорость резания и частота вращения связаны функционально:

$$\begin{aligned}
 V &= \frac{\pi \cdot d \cdot n}{1000} = \frac{3,14 \cdot 50 \cdot n}{1000} = 0,157 \cdot n, \\
 T_{CT} &= \frac{A}{V^m} = \frac{220}{(0,157 \cdot n)^{0,5}} = \frac{555,6}{\sqrt{n}}, \\
 T_m &= \frac{L \cdot z}{n \cdot S \cdot t} = \frac{100 \cdot 3}{n \cdot S \cdot t} = \frac{300}{n \cdot S \cdot t}.
 \end{aligned}
 \tag{3.55}$$

После этих преобразований формулировка задачи оптимизации примет вид:

$$T_m = \frac{300}{n \cdot S \cdot t} \rightarrow \min;$$

$$T_{CT} = \frac{555,6}{\sqrt{n}} \geq [30]; \quad (3.56)$$

$$t_{\min} \leq t \leq t_{\max};$$

$$S_{\min} \leq S \leq S_{\max};$$

$$n_{\min} \leq n \leq n_{\max}.$$

1. Определение начальной области изменения (начального уровня и интервалов варьирования) для каждой независимой переменной.

Основные уровни независимых переменных (параметров режима резания), интервалы варьирования, а также верхние и нижние уровни приведены в таблице (табл. 3.1)

Таблица 3.1

Ход и результаты оптимизации режимов резания

	Независимые переменные			Целевая функция	Ограничение
	n , об/мин	S , мм/об	t , мм	T_m , мин	T_{CT} , мин
Основной уровень	200	0,2	0,3		
Интервал варьирования	100	0,1	0,1		
Верхний уровень	300	0,3	0,4		
Нижний уровень	100	0,1	0,2		
1	+	+	+	8,3	32,1
2	-	+	-	50	55,6
3	+	-	-	50	32,1
4	-	-	+	75	55,6
Составляющие градиента целевой функции					
b_i	-16,7	-16,7	-4,2		
Δ_i (расчетное)	-1670	-1,67	-0,42		
Δ_i (уменьшено в 100 раз)	16,7	0,0167	0,0042		
Δ_i (округленное)	20	0,02	0,004		
Движение по градиенту					
5	300	0,3	0,4	8,3	32,1
6	320	0,32	0,404	7,25	31,0
7	340	0,34	0,408	6,36	30,1
8	360	0,36	0,412	5,62	29,3

2. Выбор плана проведения имитационных экспериментов.

В качестве плана выбрана полуреплика вида 2^{3-1} , которая пред-

полагает проведение четырех имитационных экспериментов (табл. 3.1).

3. Проведение имитационных экспериментов.

Расчет значений целевой функции и ограничения выполняется по формулам (3.56) для указанных в строках 1 – 4 табл. 3.1 сочетаний независимых переменных. Результаты расчета приведены в табл. 3.1.

4. Определение составляющих градиента целевой функции.

Результаты расчета величин составляющих градиента целевой функции (коэффициентов уравнения регрессии), выполненные по формуле (3.52), приведены в табл. 3.1.

5. Выбор шагов движения в направлении градиента.

Результаты расчета величин «шагов» движения по градиенту для каждой независимой переменной, выполненные по формуле (3.53), приведены в табл. 3.1. Знаки рассчитанных коэффициентов (табл. 3.1) подтверждают известный факт, что для уменьшения машинного времени (целевой функции) режимы резания следует увеличивать. Величины шагов движения по градиенту целевой функции уменьшены в 100 раз и округлены.

6. Движение в направлении градиента.

В качестве «начальной точки» движения по градиенту (строка 5 табл. 3.1) выбрано сочетание значений режимов резания, при котором машинное время имеет наименьшее значение (все независимые переменные на верхнем уровне – строка 1 в табл. 3.1). В последнем столбце табл. 3.1 приведены рассчитанные значения стойкости инструмента (ограничение), используемые для контроля достижения оптимума. При движении по градиенту выполнено три расчета значений целевой функции и ограничения после увеличения значения каждого фактора на величину соответствующего шага (строки 6 – 8 табл. 3.1).

7. Контроль выполнения условия достижения оптимума.

При движении по градиенту наблюдается уменьшение значений целевой функции и ограничения. Однако в последнем расчете (строка 8 табл. 3.1) обнаруживается нарушение условия, задаваемого ограничением, а именно, рассчитанное значение стойкости инструмента (29,3 мин) меньше допустимой стойкости (30 мин). В этом случае в качестве оптимального сочетания режимов следует выбрать значения предыдущей строки 7, для которой машинное время (целевая функция) принимает наименьшее значение и ограничение выполняется. Если требуется большая точность определения значений режимов резания, то процедуру оптимизации следует повторить для начальной

области вблизи уже найденных значений.

Оптимальные режимы резания для заданных условий:

$n_{opt} = 340$ об/мин; ($V_{opt} = 53,4$ м/мин); $S_{opt} = 0,34$ мм/об; $t_{opt} = 0,408$ мм.

3.4. ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ОПТИМИЗАЦИИ

Примеры иллюстрируют использование основных методов оптимизации (разделы 2 и 3) для решения конкретных задач оптимизации.

3.4.1. ОПТИМИЗАЦИЯ УГЛА НАКЛОНА АБРАЗИВНОЙ СТРУИ

Экспериментальные и теоретические исследования [266] струйно-абразивной обработки свидетельствуют о неоднозначном влиянии угла наклона струи (α) к обрабатываемой поверхности (угла атаки) на величину съема материала. При небольших ($\alpha < 20^\circ$) и больших ($70^\circ < \alpha < 90^\circ$) величинах угла атаки величина съема существенно уменьшается. Для поиска угла атаки, который обеспечивает наибольшую величину съема (V) материала (целевая функция), необходимо решить задачу оптимизации в следующей формулировке:

$$V(\alpha) = V_0 \cdot \sin(k\alpha) \Rightarrow \max, \quad (3.57) \\ 0^\circ < \alpha < 90^\circ$$

Упрощенное выражение (3.57) для величины съема включает эмпирически установленные величины максимально возможного съема (v_0), а также коэффициента (k), учитывающего влияние угла атаки для конкретного сочетания свойств обрабатываемого и абразивного материалов.

Простой вид выражения для целевой функции и возможность его многократного дифференцирования обуславливают целесообразность использования для решения данной задачи оптимизации аналитических методов (раздел 3.3.1).

Пусть величина съема измеряется в приведенных к максимально возможной величине съема единицах для конкретного сочетания свойств обрабатываемого и абразивного материалов, то есть изменяется в диапазоне $0 < v < 1$.

Алгоритм аналитической оптимизации реализуется следующим образом:

1. Определение выражения для первой производной от целевой функции

$$\frac{dV(\alpha)}{d\alpha} = V_0 \cdot k \cdot \cos(k\alpha). \quad (3.58)$$

2. Определение координат «особых точек»

$$V_0 \cdot k \cdot \cos(k\alpha) = 0, \quad \cos(k\alpha) = 0,$$

$$k\alpha = 90^\circ + 180^\circ \cdot n, \quad \alpha = \frac{90^\circ + 180^\circ \cdot n}{k}, \quad n \in \mathbb{Z}. \quad (3.59)$$

Любое значение n отличное от нуля (для реально возможных значений коэффициента k) приводит к нарушению ограничения в формулировке задачи оптимизации (3.57). Поэтому координата особой точки

$$\alpha_0 = \frac{90^\circ}{k}. \quad (3.60)$$

3. Определение выражения для второй производной от целевой функции

$$\frac{d^2V(\alpha)}{d\alpha^2} = V_0 \cdot k^2 \cdot (-\sin(k\alpha)). \quad (3.61)$$

4. Анализ знака второй производной в «особых точках»

$$\frac{d^2V(\alpha_0)}{d\alpha^2} = V_0 \cdot k^2 \cdot (-\sin(k\alpha_0)) = V_0 \cdot k^2 \cdot (-\sin(90^\circ)) = -V_0 \cdot k^2 < 0. \quad (3.62)$$

Учитывая, что вторая производная в особой точке (α_0) отрицательна, эта точка является точкой максимума целевой функции.

5. Анализ достижения оптимума.

Угол атаки абразивной струи, рассчитанный по формуле (3.60),

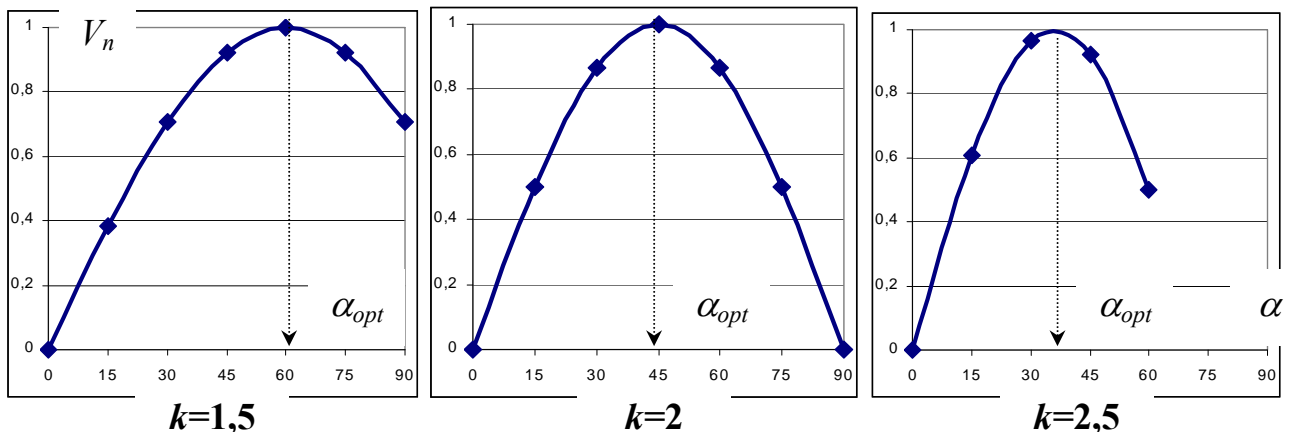


Рис. 3.6. Влияние условий обработки (величины коэффициента k) на оптимальный угол атаки.

является оптимальным, так как съем принимает максимальное значение, и ограничение на величину угла выполняется. В зависимости от конкретного сочетания свойств обрабатываемого и абразивного материалов, которое учитывается, в частности, величиной коэффициента k , численные значения оптимального угла будут различными (рис. 3.6).

3.4.2. ОПТИМИЗАЦИЯ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ МЕХАНИЧЕСКОЙ ОБРАБОТКИ КОМПОЗИЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ

Известные реологические свойства композиционных материалов на полимерной основе, проявляющиеся в изменении геометрических параметров конструктивных элементов деталей, которые продолжают в течение определенного времени после механической обработки, усложняют задачу выбора оптимальных значений параметров обработки.

Задача рационального выбора технологических параметров механической обработки является многокритериальной [390]. Оптимальные режимы должны одновременно удовлетворять совокупности требований, а именно: стойкость режущего инструмента должна быть не меньше допустимого значения; длительность обработки должна быть не больше некоторой величины, обеспечивающей выполнение заданной производственной программы; изменения геометрических параметров конструктивных элементов деталей из композиционных материалов не должны превосходить допусков на соответствующие размеры; на обработанной поверхности не должно быть «бахромы» из поврежденных при резании фрагментов составляющих композиционного материала; изменения геометрических параметров составляющих композиционного материала на одних и тех же конструктивных элементах деталей должны быть одинаковыми.

Учитывая важность обеспечения однородности результатов обработки, целесообразно последнее требование принять в качестве критерия оптимизации, а все остальные сформулировать в виде ограничений.

Математические модели, описывающие изменения геометрических параметров конструктивных элементов деталей из композиционных материалов в зависимости от технологических параметров механической обработки, могут быть получены в результате специальных исследований. Например, такие математические модели (3.63) построены [389] для стеклопластика СТЭФ, применяемого для

изготовления деталей различного назначения

$$\begin{aligned}
 L_1 = & 604,096 - 0,796 \cdot n - 415,03 \cdot S - \\
 & - 227,08 \cdot t + 4,244 \cdot \alpha + 43,089 \cdot \gamma - 1,924 \cdot \varphi - \\
 & - 1,459 \cdot d - 0,425 \cdot \tau + 0,293 \cdot 10^{-3} \cdot n^2 - 2,617 \cdot \gamma^2 + 0,0368 \cdot \varphi^3 + \\
 & + 0,00177 \cdot \gamma^4 - 0,601 \cdot 10^{-4} \cdot \gamma^5 + 79,614 \cdot t^2 + 0,0151 \cdot d^2. \quad (3.63) \\
 L_2 = & - 727,096 - 1,263 \cdot n - 1355,4 \cdot S + 67,09 \cdot t + 8,575 \cdot \alpha + 5,27 \cdot \gamma + \\
 & + 54,375 \cdot \varphi + 0,144 \cdot d - 0,287 \cdot \tau + 0,373 \cdot 10^{-3} \cdot n^2 - 0,123 \cdot \gamma^2 - \\
 & - 0,447 \cdot \varphi^2 - 0,00442 \cdot \gamma^3 + 1080,1 \cdot S^2.
 \end{aligned}$$

Требование по стойкости режущего инструмента эквивалентно ограничению на величину износа по задней грани режущего инструмента (точение образцов проводилось проходными резцами с режущей частью из твердого сплава ВК8).

Количественной мерой состояния обработанной поверхности (отсутствия «бахромы») может быть величина площади обработанной поверхности, на которой обнаружена «бахрома».

Таким образом, задача оптимизации технологических параметров механической обработки композиционных материалов (n - частота вращения, s - подача, t - глубина резания, α , γ , φ - главные задний, передний и в плане углы режущего инструмента) формулируется (3.64) в следующем виде: найти сочетание технологических параметров, обеспечивающее минимальное различие изменения геометрических параметров конструктивных элементов деталей Δ , при ограничениях на величину износа режущего инструмента J , длительность обработки T_0 , величины изменений геометрических параметров составляющих композиционного материала L_1 , L_2 и площади обработанной поверхности с «бахромой» F или в аналитической форме:

$$\begin{aligned}
 \Delta = & |L_1 - L_2| \rightarrow \min; \\
 L_1 \leq & \delta; \quad L_2 \leq \delta; \\
 J \leq & [J]; \\
 T_0 \leq & [T]; \\
 F \leq & [F],
 \end{aligned} \quad (3.64)$$

где δ - допуск на размер конструктивного элемента, а в квадратных скобках - допустимые значения соответствующих величин.

Учитывая нелинейный вид выражений в формулировке задачи оптимизации (3.64), целесообразно использовать для ее решения метод нелинейной оптимизации, описанный в разделе 3.3.2.

1. Определение начальной области изменения независимых пере-

менных.

Область начальных значений технологических параметров (табл. 3.2) определяется априорной информацией о рациональных величинах параметров и характере их изменения.

Пусть $\delta = 200$ мкм; $[J] = 50$ мкм; $[F] = 1$ мм²; $d = 110$ мм; $[T_0] = 300$ с, что реализуется в некоторых случаях механической обработки композитов.

2. Выбор плана проведения имитационных экспериментов.

В качестве плана проведения экспериментов [77, 145] принята 1/8 реплики вида 2^{6-3} с генерирующими соотношениями (табл. 3.2):

$$X_4 = X_1 \cdot X_2 \cdot X_3; \quad X_5 = X_1 \cdot X_3; \quad X_6 = X_2 \cdot X_3.$$

Таблица 3.2

Уровни и опыты	Технологические параметры					
	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6
	n , об/мин	s , мм/об	t , мм	α , град	γ , град	φ , град
Основной	340	0,075	0,3	3	5	50
Верхний	400	0,1	0,5	5	7	55
Нижний	280	0,05	0,1	1	3	45
1	+	+	+	+	+	+
2	-	+	+	-	-	+
3	+	-	+	-	-	-
4	-	-	+	+	+	-
5	+	+	-	-	+	-
6	-	+	-	+	-	-
7	+	-	-	+	-	+
8	-	-	-	-	+	+

3. Проведение имитационных экспериментов.

Планируемые эксперименты являются комбинацией имитационных (расчет L_1 , L_2 , Δ по (3.63) и (3.64)) и натуральных (измерение J , F) экспериментов. Величина износа по задней поверхности измерялась трубкой Бринелля, а величина площади поверхности с «бахромой» - по результатам замеров на образцах непосредственно после обработки при заданном сочетании технологических параметров. Время обработки T_0 рассчитано по известной формуле теории резания.

Результаты расчета соответствующих значений целевой функции (3.64) для двух значений времени ($\tau = T_0$, $\tau = 18 \cdot 10^4$ с) и измерения величин ограничений приведены в табл. 3.3 и 3.4. Выбор указан-

ных значений времени обусловлен необходимостью сопоставления состояния образцов непосредственно после окончания обработки $\tau = T_0$ и после стабилизации изменения геометрических параметров композиционного материала ($\tau = 18 \cdot 10^4$ с).

Таблица 3.3

Результаты экспериментов для $\tau = T_0$

Номера опытов	Критерий оптимизации Δ , мкм	Ограничения				
		L_1 , мкм	L_2 , мкм	T_0 , мин	J , мм	F , мм ²
1	18,64	-203,7	-185,1	3,0	0,05	27,0
2	28,64	-204,1	-175,5	4,3	0,024	12,2
3	9,24	-201,4	-192,0	6,0	0,069	31,3
4	22,73	-199,3	-176,6	8,5	0,012	6,1
5	2,21	-194,2	-192,0	3,0	0,072	4,6
6	2,16	-190,7	-191,0	4,3	0,011	3,5
7	19,49	-199,6	-180,1	6,0	0,055	22,2
8	15,97	-197,5	-181,5	8,5	0,019	4,1

Таблица 3.4

Результаты экспериментов для $\tau = 18 \cdot 10^4$ с

Номера опытов	Критерий оптимизации Δ , мкм	Ограничения				
		L_1 , мкм	L_2 , мкм	T_0 , мин	J , мм	F , мм ²
1	19,29	-209,1	-189,8	3,0	0,05	27,1
2	29,27	-212,4	-183,1	4,3	0,024	12,2
3	9,84	-207,5	-197,7	6,0	0,069	31,4
4	23,3	-207,2	-183,9	8,5	0,012	6,2
5	2,86	-195,4	-192,5	3,0	0,072	4,6
6	2,79	-192,3	-189,5	4,3	0,011	3,5
7	20,01	-203,2	-183,0	6,0	0,055	22,3
8	16,57	-201,0	-184,4	8,5	0,019	4,1

4. Определение составляющих градиента целевой функции.

В табл. 3.5, 3.6 приведены коэффициенты парной корреляции независимых переменных с критерием оптимизации и составляющие градиента целевой функции (коэффициенты уравнений регрессии) при $\tau = T_0$ (табл. 3.5) и $\tau = 18 \cdot 10^4$ (табл. 3.6).

Как видно, результаты при $\tau = 18 \cdot 10^4$ с оказываются несколько выше, чем при $\tau = T_0$, однако характер изменения величин критерия оптимизации и ограничений одинаков для обоих случаев. Это подтверждается также сравнением величин коэффициентов парной корреляции и регрессии (табл. 3.5, 3.6). Учитывая однородность измене-

ния критерия оптимизации во времени, поиск оптимальных значений факторов проведен для случая, когда $\tau = 18 \cdot 10^4$ с.

Таблица 3.5

Коэффициенты	n	s	t	α	γ	φ	b_0
Корреляции	-0,277	-0,217	0,551	0,097	-0,378	0,648	—
Регрессии	-24,75	-19,46	49,28	8,71	-33,83	58,00	154,99

Таблица 3.6

Коэффициенты	n	s	t	α	γ	φ	b_0
Корреляции	-0,279	-0,216	0,556	0,101	-0,372	0,647	-
Регрессии	-24,92	-19,12	49,63	8,94	-33,61	57,37	157,28

5. Выбор шагов движения в направлении градиента.

Анализ коэффициентов корреляции показывает, что для уменьшения критерия оптимизации величины n , s и γ следует увеличивать. Остальные величины - уменьшать. Коэффициент при α - незначим, поэтому этот параметр при оптимизации не учитывается. Величины шагов движения в направлении градиента приведены в табл.3.7.

Таблица 3.7

№ п/п	Оптимизируемые параметры					Критерий оптимизации Δ , мкм	Ограничения				
	n , об/мин	s , мм/об	t , мм	γ , град	φ , град		L_1 , мкм	L_2 , мкм	T_0 , мин	J , мм	$F_{,2}$ мм ²
	Шаг движения										
	15	0,005	-0,01	5	-0,25						
1	280	0,1	0,1	7	45	2,79	-192,25	-189,46	4,286	0,011	3,5
2	295	0,105	0,09	12	44,75	1,06	-190,37	-189,31	3,87	0,017	2,4
3	310	0,11	0,08	17	44,5	0,67	-190,67	-190,00	3,52	0,023	1,1
4	315	0,115	0,08	22	44,25	0,1824	-190,76	-190,58	3,46	0,025	0,1
5	330	0,12	0,07	27	44,0	4,11	-196,61	-190,50	2,94	0,035	4,2

6. Движение в направлении градиента.

Поиск оптимума начинается с сочетания значений параметров, которому соответствует наименьшее значение критерия оптимизации (строка 6 табл.3.4). Движение в направлении градиента производится путем целенаправленного изменения параметров на величины шагов

(табл.3.7).

7. Контроль выполнения условия достижения оптимума.

Через небольшое число шагов достигается минимальное значение критерия оптимизации $\Delta = 0,1824$ (строка 4 табл. 3.7). Дальнейшее движение в направлении градиента поверхности отклика ведет к увеличению критерия. Все ограничения при этом выполняются.

Таким образом, оптимальными являются следующие значения параметров:

$$n = 315 \text{ об/мин}; s = 0,115 \text{ мм/об}; t = 0,08 \text{ мм}; \alpha = 5^\circ; \\ \gamma = 22^\circ; \varphi = 44,25^\circ.$$

Практическое использование найденных значений технологических параметров подтверждает их оптимальность.

3.4.3. ОПТИМИЗАЦИЯ ПАРАМЕТРОВ ПАР ТРЕНИЯ АКСИАЛЬНО-ПОРШНЕВОЙ ГИДРОМАШИНЫ

Одной из основных причин снижения надежности гидравлических машин является износ рабочих поверхностей деталей пар трения. Износ деталей в основном определяется шероховатостью, твердостью и прочностью (на срез) поверхностей. Для примера рассмотрена задача оптимизации этих параметров (X_i) деталей пары трения, образованной втулкой и ниграном, торцевого уплотнения вала аксиально-поршневой гидромашины. В качестве критерия оптимизации принята величина суммарного износа $G(X_i)$ контактирующих поверхностей деталей. Величина износа рассчитывается с помощью математической модели, аналогичной [266].

Формулировка задачи условной оптимизации имеет вид:

$$G(X_i) \Rightarrow \min, \\ C_j(X_i) \leq C_j^o, \\ i = 1, 6, \quad j = 1, g, \quad (3.65)$$

где $C_j(X_i)$ - ограничения (например, на шероховатость, твердость, прочность); g - количество ограничений.

1. Определение начальной области изменения независимых переменных.

Начальные области изменения (табл.3.8) шероховатости (R_a , мкм), твердости (по HV - для втулки и по HB - для ниграна) и прочности (σ , Па $\cdot 10^{-5}$) заданы в соответствии с имеющейся априорной информацией о значениях параметров для аналогичных пар трения.

2. Выбор плана проведения имитационных экспериментов.

Для проведения имитационных экспериментов использован план вида 2^{6-3} (табл. 3.8) с генерирующими соотношениями:

$$X_4 = X_1 \cdot X_2 \cdot X_3 ,$$

$$X_5 = X_1 \cdot X_3 ,$$

$$X_6 = X_2 \cdot X_3 ,$$

где X_1 и X_2 – условные обозначения шероховатостей поверхностей; X_3 и X_4 – условные обозначения твердости контактирующих поверхностей; X_5 и X_6 - условные обозначения прочности на срез материалов поверхностей.

3. Проведение имитационных экспериментов.

Таблица 3.8

Факторы	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	Износ, $г \cdot 10^{-3}$
	втулка	нигран	втулка	нигран	втулка	нигран	суммарный
Верхний	0,08	0,16	727	100	1800	1600	
Нижний	0,05	0,09	700	90	1600	1300	
Интервал	0.015	0,035	13,5	5	100	150	
1	+	+	+	+	+	+	0,131
2	+	-	+	-	-	-	0,115
3	-	+	+	-	-	+	0,188
4	-	-	+	+	+	-	0,166
5	+	+	-	-	+	-	0,131
6	-	+	-	+	-	-	0,188
7	+	-	-	+	-	+	0,117
8	-	-	-	-	+	+	0,163
Коэффициенты регрессии							
	2663	938	- 13	38	- 188	13	

В табл. 3.8 приведены результаты расчета суммарного износа для различных сочетаний параметров, которые определяются матрицей планирования, и значения коэффициентов линейной регрессии.

4. Определение составляющих градиента целевой функции.

Коэффициенты регрессионной модели определяют соответствующие составляющие градиента целевой функции. Анализ коэффициентов регрессии показывает, что на величину износа более всего влияет величина шероховатости поверхностей, а также прочность втулки. Твердость материалов и прочность ниграна оказывают меньшее воздействие на величину износа.

5. Выбор шагов движения в направлении градиента.

Шаг движения и направления градиента целевой функции опре-

делен для трех этапов оптимизации, которые позволяют дополнительно исследовать процесс износа деталей и суммарный износ для следующих случаев

- шероховатость изменяется в пределах одного класса:

$$\Delta R_{автулки} = 0,004; \Delta R_{аниграна} = 0,003; \Delta \sigma_{втулки} = 20;$$

- шероховатость изменяется в более широких пределах:

$$\Delta R_{автулки} = 0,008; \Delta R_{аниграна} = 0,006; \Delta \sigma_{втулки} = 20;$$

- оптимизация параметров втулки:

$$\Delta R_{автулки} = 0,005; \Delta HV_{ниграна} = 3; \Delta HB_{ниграна} = 1.$$

6. Движение в направлении градиента.

В табл. 3.9 представлено движение в направлении градиента целевой функции для трех этапов оптимизации.

7. Контроль выполнения условия достижения оптимума.

Оптимизация на первом этапе выполнена при изменении шероховатости в пределах одного класса (движение по остальным параметрам выполнять не будем, так как их влияние на суммарный износ существенно меньше указанных факторов). Движение производится от сочетания значений параметров строки 2 табл. 3.8, которой соответствует минимальный суммарный износ. С уменьшением шероховатости поверхностей и увеличением прочности втулки величина износа уменьшается.

Представляет интерес изменение износа при изменении шероховатости в более широких пределах (второй этап оптимизации). После достижения максимального значения прочности втулки (1800×10^5 Па) дальнейшее увеличение прочности не производится. При уменьшении шероховатостей обеих поверхностей износ отдельных деталей и суммарный износ продолжают уменьшаться. Так как шаг движения в направлении градиента поверхности отклика по шероховатости втулки больше соответствующего шага по шероховатости ниграна, то через некоторое число шагов шероховатость втулки значительно меньше шероховатости ниграна. Далее значение шероховатости втулки фиксировано, а шероховатость ниграна уменьшается. При этом износ ниграна продолжает уменьшаться, а износ втулки начинает медленно увеличиваться. Суммарный износ устанавливается на одном уровне, т.е. можно считать, что достигнута «почти стационарная область» и процесс дальнейшей оптимизации можно прекратить.

Для примера определены оптимальные параметры для втулки (третий этап оптимизации). В этом случае шаг движения в направле-

нии градиента целевой функции установлен для шероховатости поверхности втулки и для твердости втулки и ниграна. Оптимизация по остальным параметрам не выполняется, так как их влияние на износ втулки существенно меньше указанных выше факторов.

Таблица 3.9

Факторы	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	Износ, $г \cdot 10^{-3}$
	втулка	нигран	втулка	нигран	втулка	нигран	суммарный
<i>Движение по градиенту</i>							
<i>Первый этап оптимизации</i>							
9	0,08	0,09			1600		0,115
10	0,076	0,087			1620		0,111
11	0,072	0,084			1640		0,103
12	0,068	0,081			1660		0,097
13	0,064	0,078			1680		0,091
<i>Второй этап оптимизации</i>							
14	0,060	0,075			1700		0,085
15	0,052	0,069			1740		0,081
16	0,044	0,063			1780		0,078
17	0,036	0,057			1800		0,075
18	0,028	0,051			1800		0,073
19	0,020	0,045			1800		0,072
20	0,012	0,039			1800		0,071
21	0,004	0,033			1800		0,070
22	0,004	0,021			1800		0,070
23	0,004	0,016			1800		0,070
24	0,004	0,08			1800		0,070
25	0,004	0,04			1800		0,070
<i>Третий этап оптимизации</i>							
26	0,080		713,5	95			0,115
27	0,075		716,5	96			0,111
28	0,070		719,5	97			0,107
29	0,065		722,5	98			0,102
30	0,060		725,5	99			0,098
31	0,055		727	100			0,0951
32	0,040		727	100			0,0952
33	0,020		727	100			0,0952
34	0,010		727	100			0,0955
35	0,005		727	100			0,0956

При уменьшении величины износа втулки уменьшается до определенного шага и величина суммарного износа (хотя и не так

эффективно, как на первом этапе оптимизации), однако износ ниграна при этом возрастает.

3.4.4. ОПТИМИЗАЦИЯ ПАРАМЕТРОВ ТЕХНОЛОГИЧЕСКОЙ ОСНАСТКИ ДЛЯ ДОВОДКИ ГЛУБОКИХ ПРЕЦИЗИОННЫХ ОТВЕРСТИЙ

Целью решения задачи оптимизации является определение конструктивных параметров технологической оснастки [217], обеспечивающих стабильное качество обработки глубоких прецизионных отверстий. Качество обработки может быть достигнуто, если образующая рабочей части притира (длиной l_2) остается прямолинейной и параллельной оси притира при обработке и в процессе регулирования усилия прижима (P), а деформации сосредоточены на участках l_1 и l_3 (рис. 3.7).

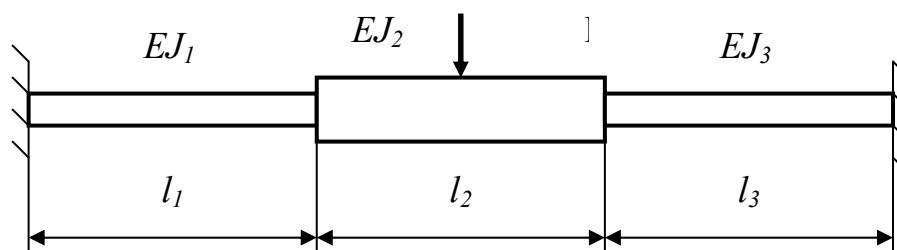


Рис. 3.7. Расчетная схема деформируемого элемента разжимного притира.

Показателем степени непрямолинейности и непараллельности образующей рабочей части притира может служить [217] безразмерная величина, равная отношению разности прогибов в месте приложения силы $V(l-2l_1)/2$ и в начале рабочего участка $V_1(l_1)$ к максимальному прогибу (под силой), которую естественно принять в качестве критерия оптимизации (3.66):

$$T = \frac{[V(l-2 \cdot l_1)/2] - V_1(l_1)}{V(l-2 \cdot l_1)/2} \cdot 100\% \Rightarrow \min ;$$

$$l_1 = l_3 ;$$

$$(3.66)$$

$$EJ_1 = EJ_3 .$$

Учитывая нелинейный вид выражений (3.66), для решения задачи целесообразно использовать метод нелинейной оптимизации (раздел 3.3.2):

1. Определение начальной области изменения независимых переменных.

Начальная область изменения длин (l_1, l_2, l_3 мм), ширины (b , мм) и высот (H_1, H_2 , мм) участков деформируемого элемента притира задана (табл. 3.10) на основании предварительных экспериментальных исследований.

2. Выбор плана проведения имитационных экспериментов.

В качестве плана проведения имитационных экспериментов принята $1/4$ реплики вида 2^{5-2} с генерирующими соотношениями:

$$X_4 = X_1 \cdot X_3; \quad X_5 = X_2 \cdot X_3,$$

где $X_1 \dots X_5$ – условные обозначения оптимизируемых факторов (табл. 3.10).

3. Проведение имитационных экспериментов.

Для построения регрессионных полиномов проводились расчеты по формулам (3.33) для сочетаний значений независимых переменных, установленных матрицей планирования (табл. 3.10).

4. Определение составляющих градиента целевой функции.

Составляющие градиента целевой функции характеризуются коэффициентами линейной регрессионной модели (табл. 3.10).

5. Выбор шагов движения в направлении градиента.

Величины шагов (табл. 3.10), а также их знак, по каждой независимой переменной определены с учетом соответствующих коэффициентов регрессии, интервалов варьирования и необходимости движения в направлении противоположном градиенту (поиск минимума).

6. Движение в направлении градиента.

В качестве начального сочетания факторов при оптимизации выбрана строка 3 табл. 3.10, соответствующая наименьшему значению критерия. Движение в направлении градиента выполнено с установленными шагами.

7. Контроль выполнения условия достижения оптимума.

Сочетание значений параметров: $l_1=60$ мм; $l_2=100$ мм; $l_3=60$ мм; $b=10$ мм; $H_1=0,8$ мм; $H_2=3,5$ мм обеспечило значение критерия оптимизации 0,05%. Дальнейшее изменение параметров нецелесообразно, так как увеличение высоты рабочего участка ограничено размером обрабатываемого отверстия, а уменьшение толщины стенки H_1 деформируемого участка и увеличение длин l_1 и l_3 деформируемых участков невозможно из-за трудно реализуемого стабильного изготовления притиров с такими параметрами. Поэтому достигнутое сочетание параметров притира можно рассматривать как оптимальное (близкое к оптимальному).

Таблица 3.10

Факторы	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	$T, \%$
	$l_1, \text{мм}$	$l_2, \text{мм}$	$b, \text{мм}$	$H_1, \text{мм}$	$H_2, \text{мм}$	
Верхний	50	140	9	1,1	3,4	
Нижний	40	100	8	0,9	2,9	
Интервал варьирования	5	20	0,5	0,1	0,25	
1	+	+	+	+	+	2,912
2	+	-	+	+	-	58,693
3	-	+	+	-	+	0,128
4	-	-	+	-	-	5,181
5	+	+	-	-	-	2,456
6	-	+	-	+	-	0,372
7	+	-	-	-	+	43,091
8	-	-	-	+	+	6,742
Коэффициенты регрессии						
	-13,56	11,92	-1,94	2,16	-1,66	
Шаг движения в направлении градиента						
	5	-10	0,25	-0,025	0,025	
9	40	140	9	0,9	3,4	0,128
10	45	130	9,25	0,875	3,425	0,125
11	50	120	9,5	0,85	3,45	0,103
12	55	110	9,75	0,825	3,475	0,082
13	60	100	10	0,8	3,5	0,051

3.4.5. ОПТИМИЗАЦИЯ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ ДОВОДКИ ПРЕЦИЗИОННЫХ ПОВЕРХНОСТЕЙ

Финишная обработка (доводка) цилиндрических и плоских поверхностей прецизионных деталей имитирует работу пары трения, которая образована деталью и притиром. Основными технологическими параметрами (оптимизируемые переменные), определяющими эффективность доводки, являются диаметр абразива d , давление притира P , линейная скорость V_l и окружная скорость V_0 . В качестве критерия оптимизации целесообразно принять величину съема материала с поверхности обрабатываемой детали $L_{dem}(d, P, V_l, V_0)$. При решении задачи необходимо учитывать ограничения на износ L и шероховатости R_a притира и детали. Расчет величины съема материала $L_{dem}(d, P, V_l, V_0)$ и износа притира L можно производить аналогично [266] и разделу 3.4.3.

Для конкретных прецизионных деталей пар трения гидравлических машин (материал детали – сталь 30ХЗВА, материал притира –

серый чугун, абразив – алмазная паста) задача оптимизации формулируется в следующем виде:

$$\begin{aligned} L_{dem}(d, P, V_l, V_0) &\rightarrow \max; \\ L &\leq 0,2 \text{ мкм}; \\ R_a &\leq 0,32 \text{ мкм (притир)}; \\ R_a &\leq 0,16 \text{ мкм (цилиндр)}; \\ R_a &\leq 0,08 \text{ мкм (плоскость)}, \end{aligned} \quad (3.67)$$

где L – линейный износ притира в направлении, перпендикулярном рабочей поверхности притира; R_a – среднее арифметическое отклонение профиля поверхностей притира или деталей.

Формулировка задачи оптимизации (3.67) содержит нелинейные выражения, поэтому решение выполнено нелинейным методом (раздел 3.3.2).

1. Определение начальной области изменения независимых переменных.

Начальные области значений независимых переменных для цилиндрической и плоской поверхностей, приведенные в табл. 3.11, табл. 3.12, установлены на основании имеющейся априорной информации о режимах доводки аналогичных деталей.

2. Выбор плана проведения имитационных экспериментов.

Для проведения имитационных экспериментов принят план 2^{4-1} с генерирующим соотношением вида

$$X_4 = X_1 X_2 X_3.$$

Здесь $X_1 - X_4$ – условные обозначения соответственно d, P, V_l, V_0 .

3. Проведение имитационных экспериментов.

Результаты расчета съема материала (по математической модели) для цилиндрической и плоской поверхностей при различных сочетаниях параметров приведены в табл. 3.11 и табл. 3.12.

4. Определение составляющих градиента целевой функции.

Составляющие градиента целевой функции определяются величинами соответствующих коэффициентов линейной регрессии (табл. 3.11 и табл. 3.12).

5. Выбор шагов движения в направлении градиента.

Анализ коэффициентов регрессии (табл. 3.11 и табл. 3.12) показывает, что наибольшее влияние на критерий оптимизации оказывают диаметр абразива d и окружная скорость V_0 . Влиянием силы прижима P и линейной скорости V_l можно пренебречь. Для увеличения съема

детали необходимо увеличивать диаметр абразива d и окружную скорость V_0 . Величины шагов движения в направлении градиента целевой функции для цилиндрической и плоской поверхностей приняты одинаковыми (учитывая близкие значения коэффициентов регрессии и интервалов варьирования независимых переменных):

$$\Delta d = 0,4 \text{ мкм}; \Delta V_0 = 0,05 \text{ м/с}.$$

Таблица 3.11

Ход и результаты оптимизации для цилиндрической поверхности

Факторы	d , мкм	P , Н	V_L , м/с	V_0 , м/с	$L_{дет,3}$, $\Gamma \cdot 10^{-3}$	L , мкм	R_a , мкм	$R_{a,}$ мкм
Верхний	4	25	0,015	0,3			деталь	притир
Нижний	2	5	0,005	0,1				
Интервал	1	10	0,005	0,1				
1	+	+	+	+	0,923	0,212	0,17	0,28
2	+	+	-	-	0,274	0,214	0,14	0,26
3	+	-	-	+	0,946	0,209	0,17	0,24
4	-	+	-	+	0,161	0,107	0,14	0,17
5	+	-	+	-	0,713	0,111	0,16	0,20
6	-	-	+	+	0,0597	0,099	0,09	0,22
7	-	+	+	-	0,0024	0,097	0,08	0,23
8	-	-	-	-	0,0022	0,094	0,06	0,23
Коэффициенты регрессии								
	2,63	0,35	0,315	1,10				
Движение по градиенту								
9	2			0,3	0,161	0,107	0,14	0,17
10	2,4			0,35	0,327	0,132	0,145	0,19
11	2,8			0,4	0,524	0,154	0,152	0,21
12	3,2			0,45	0,718	0,169	0,156	0,22
13	3,6			0,5	0,889	0,178	0,160	0,23
14	4			0,55	0,954	0,181	0,164	0,24

6. Движение в направлении градиента.

В качестве исходного варианта выберем сочетания значений независимых переменных в табл. 3.11, табл. 3.12, которым соответствует наибольший съем $L_{дет}$ (при выполнении всех ограничений). Таки-ми строками являются четвертые строки планов проведения имитационных экспериментов. Ход движения по градиенту целевой функции представлен в табл. 3.11 и табл. 3.12.

7. Контроль выполнения условия достижения оптимума.

Движение по градиенту прекращено (достигнуто оптимальное

сочетание параметров) для цилиндрической и плоской поверхностей деталей по одинаковому признаку, а именно, нарушению ограничения по величине шероховатости поверхностей деталей.

В результате решения задачи оптимизации установлено, что при доводке цилиндрических и плоских поверхностей конкретных деталей оптимальные сочетания технологических параметров имеют значения, приведенные в табл. 3.13.

Таблица 3.12

Ход и результаты оптимизации для плоской поверхности.

Факторы	d , мкм	P , Н	V_l , м/с	V_0 , м/с	$L_{дет}$, $г \cdot 10^{-3}$	L , мкм	R_a , мкм	R_a , мкм
Верхний	3	25	0,02	0,6			деталь	притир
Нижний	2	5	0,01	0,3				
Интервал	0,5	10	0,005	0,15				
1	+	+	+	+	0,907	0,194	0,12	0,30
2	+	+	-	-	0,198	0,204	0,13	0,29
3	+	-	-	+	0,798	0,208	0,11	0,28
4	-	+	-	+	0,185	0,134	0,07	0,22
5	+	-	+	-	0,698	0,117	0,11	0,24
6	-	-	+	+	0,0628	0,121	0,10	0,22
7	-	+	+	-	0,00271	0,101	0,07	0,25
8	-	-	-	-	0,00208	0,092	0,06	0,23
Коэффициенты регрессии								
	2,34	0,29	0,487	1,05				
Движение по градиенту								
9	2			0,6	0,185	0,134	0,07	0,22
10	2,4			0,65	0,354	0,157	0,074	0,24
11	2,8			0,7	0,497	0,169	0,077	0,25
12	3,2			0,75	0,601	0,178	0,080	0,26
13	3,6			0,8	0,694	0,187	0,083	0,27

Таблица 3.13

	Цилиндрическая деталь	Плоская деталь
Диаметр абразива, мкм	3-3,6	2,8 – 3,2
Окружная скорость, м/с	0,4 – 0,5	0,7 – 0,75
Усилие прижима, Н	5 – 25	5 – 25
Линейная скорость, м/с	0,005 – 0,015	0,01 – 0,02

3.4.6. ОПТИМИЗАЦИЯ ПАРАМЕТРОВ ОБОРУДОВАНИЯ ДЛЯ ЭЛЕКТРОИСКРОВОГО УПРОЧНЕНИЯ ПОВЕРХНОСТЕЙ

Электроискровое упрочнение поверхностей является прогрессивным методом повышения эксплуатационных свойств ответственных деталей, например, валков прокатных станов. Эффективность метода обуславливается производительностью процесса, которая зависит [215] от параметров электродной системы (m, β, c, G), шероховатости поверхности и физико-механических свойств обрабатываемого материала (F_K), электрических характеристик режима работы источника тока (F_9) и источника возбуждающей силы (F_6).

В качестве критерия оптимизации естественно выбрать производительность процесса обработки. Учитывая, что обработка осуществляется в результате электрических разрядов, то требование максимальной производительности трансформируется в требование минимизации времени пребывания электрода вне искрового промежутка (Δ) или, наоборот, максимизации времени пребывания в искровом промежутке:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n (t_{II} + t_{IV})_i &\Rightarrow \min, \\ \sum_{i=1}^n (t_I + t_{III})_i &\Rightarrow \max. \end{aligned} \quad (3.69)$$

Задача оптимизации в зависимости от конкретной ситуации может иметь различный вид. В частности, представляют интерес варианты задач следующего типа:

- выбор оптимальных параметров электродной системы (m, β, c) при заданных режимах работы источника тока;
- выбор оптимальных параметров работы источника тока при заданной конструкции и параметрах электродной системы.

Первый вариант постановки задачи оптимизации имеет большее распространение. Критерий оптимизации (второе выражение в (3.69)) определяется в результате исследования движения электрода (интегрирования дифференциального уравнения движения) с помощью математической модели (3.70):

$$m \cdot \ddot{x} + \beta \cdot \dot{x} + c \cdot x = \begin{cases} F_K + G, & 0 \geq x, \\ F_9 + G, & 0 < x \leq \Delta, \\ G, & x > \Delta. \end{cases} \quad (3.70)$$

Начальные условия решения дифференциального уравнения:

$$x(0) = \Delta, \quad \dot{x}(0) = 0. \quad (3.71)$$

Пусть исследуемая электродная система не имеет в своем составе устройства для возбуждения колебаний (F_e) и работает от источника тока с параметрами, обеспечивающими возникновение силы

$$F_g = 0,6 \cdot \sin 2500 \cdot t. \quad (3.72)$$

Время контактного взаимодействия мало, а контактная жесткость высока, поэтому усилие контактного взаимодействия воспроизводится упрощенно:

$$F_k = \begin{cases} 0, & x > 0, \\ F_k^{max} = const, & x \leq 0. \end{cases} \quad (3.73)$$

Учитывая нелинейный вид формулировки задачи оптимизации (3.69) – (3.73) для решения использован нелинейный метод. Описанный в разделе 3.3.2.

1. Определение начальной области изменения независимых переменных.

Начальные области значений параметров электродной системы

- приведенной массы m , кг;
- приведенной вязкости связей β , кг/с;
- приведенной жесткости связей c , Н/м

установлены (табл. 3.14) в соответствии с имеющейся априорной информацией для аналогичных схем обработки.

2. Выбор плана проведения имитационных экспериментов.

План проведения имитационных экспериментов (табл. 3.14) представляет собой полуреплику вида 2^{3-1} с генерирующим соотношением:

$$X_3 = X_1 \cdot X_2,$$

где $X_1 \dots X_3$ – условные обозначения оптимизируемых параметров.

3. Проведение имитационных экспериментов.

Значения критерия оптимизации (3.69) при ограничениях (3.70) – (3.73) для сочетаний независимых переменных приведены в табл. 3.14.

4. Определение составляющих градиента целевой функции.

Составляющие градиента целевой функции определяются величинами значимых коэффициентов линейной регрессионной модели (табл. 3.14).

5. Выбор шагов движения в направлении градиента.

Величины шагов движения в направлении градиента целевой функции рассчитываются по значениям коэффициентов регрессии и величинам интервалов варьирования по каждой независимой пере-

менной (табл. 3.14).

6. Движение в направлении градиента.

В качестве исходного варианта сочетаний независимых переменных выбрана первая строка табл. 3.14, которой соответствует наибольшее значение критерия оптимизации. Движение в направлении градиента реализуется путем последовательного изменения исходных значений параметров на величины установленных шагов (табл. 3.14).

Таблица 3.14

Уровни факторов	X_1	X_2	X_3	Время пребывания в искровом промежутке, с
	m , кг	c , Н/м	β , кг/с	
Верхний	$45 \cdot 10^{-3}$	$45 \cdot 10^3$	45	
Нижний	$30 \cdot 10^{-3}$	$30 \cdot 10^3$	30	
Интервал варьирования	$7,5 \cdot 10^{-3}$	$7,5 \cdot 10^3$	7,5	
1	+	+	+	$16,3 \cdot 10^{-3}$
2	-	+	-	$16,2 \cdot 10^{-3}$
3	+	-	-	$15,72 \cdot 10^{-3}$
4	-	-	+	$14,9 \cdot 10^{-3}$
Коэффициенты регрессии	0,115	0,235	-0,09	
Шаг движения	$3 \cdot 10^{-3}$	$7,5 \cdot 10^3$	-3	
5	$48 \cdot 10^{-3}$	$52,5 \cdot 10^3$	42	$16,9 \cdot 10^{-3}$
6	$60 \cdot 10^{-3}$	$90 \cdot 10^3$	30	$18,9 \cdot 10^{-3}$
7	$60 \cdot 10^{-3}$	$135 \cdot 10^3$	30	$19,96 \cdot 10^{-3}$

7. Контроль выполнения условия достижения оптимума.

При движении в направлении градиента происходит увеличение критерия оптимизации (строки 5 – 7 табл. 3.14). Сочетание значений параметров обеспечило наибольшее значение критерия оптимизации $19,96 \cdot 10^{-3}$ с. Оптимальному сочетанию параметров соответствует движение в пределах искрового промежутка (рис. 3.8).

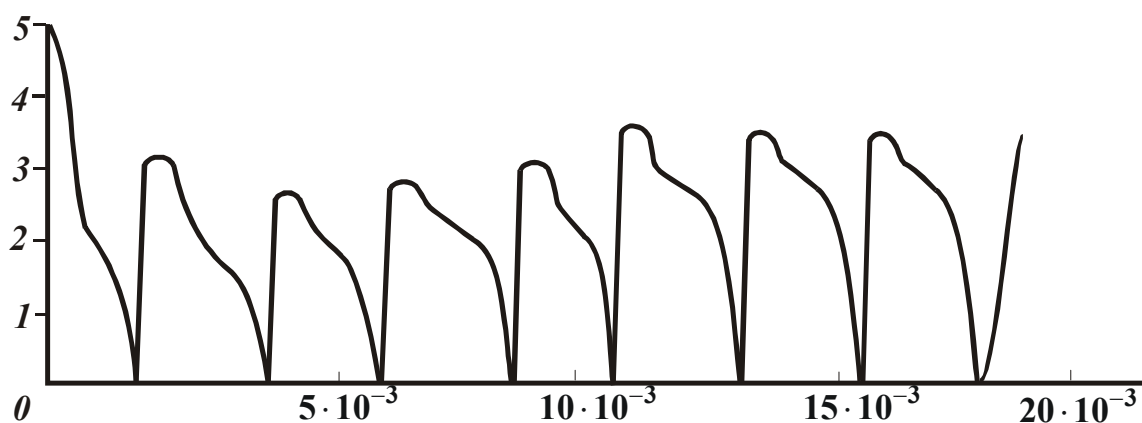


Рис. 3.8. Движение электрода при оптимальном сочетании параметров: $m=60 \cdot 10^{-3}$ кг; $\beta=30$ кг/с; $c=135 \cdot 10^3$ Н/м.

Таким образом, производительность процесса электроискрового упрочнения можно существенно повысить путем согласования основных технологических параметров процесса. Экспериментальная проверка показывает, что повышение производительности может составлять 4-5 раз для электродных систем с различной схемой возбуждения.

3.4.7. ОПТИМИЗАЦИЯ ПАРАМЕТРОВ РАБОЧЕГО ПРОФИЛЯ ИНСТРУМЕНТОВ СТАНОВ ХОЛОДНОЙ ПРОКАТКИ ТРУБ

Современные требования к режиму деформации при холодной прокатке труб предполагают практически постоянное отношение относительных частных обжатий стенки, наружного и внутреннего радиусов трубы и их логарифмов. Эти требования используются в качестве критерия (3.74) при оптимизации параметров кривых рабочего профиля инструментов станов холодной прокатки труб [216]:

$$K_i(x) = [\varphi(x) - f_i(x)]^2 \Rightarrow \min, \quad i = 1, 2, 3, \quad (3.74)$$

где $\varphi(x)$ и $f_i(x)$ - характеристики идеального и реальных (три варианта) режимов прокатки.

Учитывая нелинейный вид формулировки задачи, оптимизация производится нелинейным методом (раздел 3.3.2.)

1. Определение начальной области изменения независимых переменных.

В результате пробных расчетов с помощью математической модели [216] для конкретных условий прокатки установлены начальные области варьирования независимых переменных (табл. 3.15), которыми являются параметры b_1 (для оправки) и b_1 (для ручья) кривых профиля калибровки.

2. Выбор плана проведения имитационных экспериментов.

Матрица планирования имитационных экспериментов (строки 1 - 4 табл. 3.15) соответствует полному факторному эксперименту вида 2^2 (с дублированием - строки 5 - 8 табл. 3.15).

3. Проведение имитационных экспериментов.

Для увеличения объема статистики имитационные эксперименты проведены дважды (строки 1 - 8 табл. 3.15) для значений факторов, различающихся на величину интервала варьирования.

4. Определение составляющих градиента целевой функции.

Коэффициенты уравнений линейной регрессии, рассчитанные по результатам имитационных экспериментов (табл. 3.15), характеризуют составляющие градиентов для каждого варианта целевой функции.

Таблица 3.15

План проведения и результаты имитационных экспериментов

Уровни факторов	b_1 (оправка)	B_1 (ручей)	K_1	K_2	K_3
Верхний	0,25	0,35			
Нижний	0,2	0,3			
Интервал варьирования	0,025	0,025			
1	+	+	118,736	122,644	118,387
2	+	+	210,888	216,122	210,825
3	-	+	1227,44	1240,70	1227,18
4	-	+	1621,86	1636,43	1622,08
5	+	-	16,322	17,65	16,125
6	+	-	15,347	16,696	15,187
7	-	-	150,708	154,918	150,171
8	-	-	121,22	125,02	120,75
Шаг движения	0,008	-0,0095			
Движение по градиенту					
9	0,275	0,325	15,347	16,696	15,187
10	0,283	0,316	4,93	5,669	4,821
11	0,291	0,306	0,880	1,121	0,834
12	0,299	0,297	0,042	0,012	0,051
13	0,307	0,287	1,488	1,138	1,544

5. Выбор шагов движения в направлении градиента.

По значениям коэффициентов регрессии и величинам интервалов варьирования установлены величины шагов в направлении градиентов целевой функции (табл. 3.15).

6. Движение в направлении градиента.

Движение по градиенту начинается при сочетании независимых переменных (строка 6 в табл. 3.15), которые обеспечивают наименьшие значения критериев (3.74). Движение производится последовательным изменением исходных значений независимых переменных на величины соответствующих шагов и последующим расчетом значений критериев оптимизации (строки 9 - 13 табл. 3.15).

7. Контроль выполнения условия достижения оптимума.

При выбранном шаге движения значения критериев быстро уменьшаются (строки 9 - 12 табл. 3.15). Следующий шаг (строка 13 табл. 3.15) приводит к увеличению погрешности, что свидетельствует

о прохождении через минимум критериев. Оптимальные значения параметров (значения параметров b_2 функционально связаны [216] со значениями параметров b_1) составляют:

Таблица 3.16

	b_1	b_2
Оправка	0,299	11,375
Ручей	0,297	12,268

Если достигнутая точность недостаточна, то оптимизация может быть продолжена вблизи найденных значений параметров с уменьшенными интервалами варьирования независимых переменных.

3.4.8. ОПТИМИЗАЦИЯ ПАРАМЕТРОВ ТЕХНОЛОГИЧЕСКОЙ ОСНАСТКИ ДЛЯ ЭЛЕКТРОЭРОЗИОННОГО УПРОЧНЕНИЯ ЗУБЧАТЫХ ПРОФИЛЕЙ

Механизация электроэрозионного упрочнения рабочих поверхностей зубчатых профилей с помощью специальной технологической оснастки [218] предполагает определение оптимальных значений углов α и β , определяющих взаимное положение инструмента и обрабатываемой поверхности. В качестве критерия оптимизации (3.75) выбрана средняя величина разностей Δ текущего значения радиуса кривизны ρ_i и постоянного значения радиуса поворота вершин электродов R_s .

$$\Delta = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n (\rho_i - R_s) \Rightarrow \max. \quad (3.75)$$

Учитывая нелинейный вид выражений [218] в формулировке задачи оптимизации (3.75), для ее решения используется нелинейный метод (раздел 3.3.2).

1. Определение начальной области изменения независимых переменных.

Начальные области и интервалы варьирования переменных заданы на основе имеющейся априорной информации о параметрах аналогичных видов технологической оснастки (табл. 3.17).

2. Выбор плана проведения имитационных экспериментов.

Матрица планирования имитационных экспериментов (строки 1 - 4 табл. 3.17) соответствует полному факторному эксперименту вида 2^2 .

3. Проведение имитационных экспериментов.

Имитационные эксперименты (расчеты по формулам (3.75) и [218]) проведены для сочетаний значений независимых переменных, заданных планом в табл. 3.17. При этом количество текущих значений радиусов кривизны определялось количеством шагов n по переменной y в пределах выделенного диапазона при принятой величине шага ($\Delta y=0,01$ мм).

Таблица 3.17

Уровни факторов	α	β	Δ
Верхний	60	70	
Нижний	50	60	
Интервал варьирования	5	5	
1	+	+	-37,374
2	-	+	-51,613
3	+	-	-42,207
4	-	-	-54,695
Коэффициенты регрессии	1,142	0,346	
Шаг движения	5,712	1,728	
5	61	71	-34,160
Движение по градиенту			
6	66,712	72,728	-11,357
7	72,423	74,456	40,179
8	78,135	76,184	193,397
9	83,846	77,912	1023,34
10	89,558	79,641	1242,18
11	95,269	81,369	1989,99

4. Определение составляющих градиента целевой функции.

По результатам имитационных экспериментов построены линейные регрессионной модели, которые адекватны при уровне значимости 5% и имеют значимые коэффициенты регрессии (табл. 3.17). Коэффициенты регрессии определяют составляющие градиента целевой функции и направление движения по градиенту.

5. Выбор шагов движения в направлении градиента.

Величины шагов движения по градиенту целевой функции определяются значениями коэффициентов регрессии и соответствующими интервалами варьирования независимых переменных (табл. 3.17).

6. Движение в направлении градиента.

В качестве исходного варианта сочетаний факторов при оптимизации выбрана строка 1 табл. 3.17 (дополнительно проведен расчет для

строки 5), которой соответствует наибольшее (по абсолютной величине) значение критерия оптимизации. Движение в направлении градиента выполняется последовательным изменением исходных значений на величины установленных шагов (строки 6 - 11 табл. 3.17).

7. Контроль выполнения условия достижения оптимума.

При движении по градиенту целевой функции обнаруживается увеличение критерия оптимизации (строки 6 - 11 табл. 3.17). Сочетание значений углов:

$$\alpha = 90^0; \beta = 80^0$$

обеспечило наибольшее значение критерия оптимизации. Дальнейшее изменение параметров нецелесообразно, так как представляет трудности при реализации. Поэтому достигнутое сочетание параметров притира можно рассматривать как оптимальное (близкое к оптимальному) для данных условий.

В результате решения аналогичных задач оптимизации для разных типоразмеров зубчатых дисков для рифления проволоки установлены граничные значения технологических параметров (углов поворота в двух взаимно перпендикулярных плоскостях), при которых возможна обработка всех видов дисков этого типа:

$$\alpha = 74 - 90^0; \beta = 74,5 - 90^0.$$

3.4.9. ОПТИМИЗАЦИЯ ПАРАМЕТРОВ ТЕХНИЧЕСКОГО УРОВНЯ ПРОИЗВОДСТВА РЕМОНТНО-МЕХАНИЧЕСКИХ ЦЕХОВ

Определение реального технического уровня производства машиностроительных предприятий, а также путей его совершенствования, может быть выполнено с помощью разработанной математической модели [206]. Совершенствование технического уровня производства (ТУП), которое обеспечивается рациональным выбором номенклатуры и количества технологического оборудования, при ограничениях на стоимость оборудования и производственную площадь, предполагает решение задачи оптимизации. В качестве критерия оптимизации естественно принять обобщенный показатель $K_{ТУП}$ [206]:

$$\begin{aligned} K_{ТУП} &\rightarrow \max \\ F &\leq [F]; \\ Q &\leq [Q], \end{aligned} \quad (3.76)$$

где F и $[F]$ - производственная площадь цеха и ее допустимое значение; Q и $[Q]$ - общая стоимость оборудования цеха и ее допустимое

значение.

Решение этой нелинейной задачи выполнено с помощью нелинейного метода (раздел 3.3.2).

1. Определение начальной области изменения независимых переменных.

Оптимизация выполнена для конкретного ремонтно-механического цеха, имеющего низкое значение обобщенного показателя ТУП. Главной причиной этого является низкий уровень средств производства, который определяется высоким относительным средним возрастом оборудования (b) и степенью его физического износа (u_{ϕ}), которые имеют наибольшие значения «весовых» коэффициентов [206]. Поэтому эти характеристики выбраны в качестве оптимизируемых независимых переменных. Начальные области изменения переменных и интервалы их варьирования заданы (табл.3.18) с учетом имеющейся информации для аналогичных машиностроительных предприятий.

2. Выбор плана проведения имитационных экспериментов.

В качестве плана проведения имитационных экспериментов принят полный факторный эксперимент вида 2^2 (табл. 3.18).

3. Проведение имитационных экспериментов.

Результаты имитационных экспериментов (расчетов по формулам [206] и (3.76)) для сочетаний значений независимых переменных, которые определяются планом (строки 1 - 4 табл. 3.18), приведены в табл. 3.18.

4. Определение составляющих градиента целевой функции.

Составляющие градиента целевой функции определяются величинами коэффициентов линейной регрессионной модели, построенной по результатам имитационных экспериментов (табл. 3.18).

5. Выбор шагов движения в направлении градиента.

Величины шагов в направлении градиента целевой функции рассчитываются по значениям коэффициентов регрессии и величинам соответствующих интервалов варьирования по каждой независимой переменной (табл. 3.18).

6. Движение в направлении градиента.

Движение в направлении градиента целевой функции (строки 6 - 8 табл. 3.18) производится от начального сочетания переменных (строка 4 табл. 3.18), которой соответствует наибольшее значение критерия оптимизации, путем последовательного изменения исходных значений на величины шагов с учетом их знака.

Таблица 3.18

Уровни факторов	X_1	X_2	$K_{усп}$	$K_{туп}$
	b	u_{ϕ}		
Верхний	0,9	0,8		
Нижний	0,8	0,7		
Интервал варьирования	0,05	0,05		
1	+	+	0,362	0,419
2	-	+	0,382	0,428
3	+	-	0,382	0,428
4	-	-	0,402	0,437
Шаг движения	-0,2	-0,2		
Движение по градиенту				
5	0,8	0,7	0,402	0,437
6	0,6	0,5	0,482	0,473
7	0,4	0,3	0,562	0,509
8	0,2	0,1	0,642	0,545

7. Контроль выполнения условия достижения оптимума.

При движении по градиенту происходит увеличение критерия оптимизации (строки 6 - 8 табл. 3.18). Дальнейшее изменение независимых переменных нерационально, так как не может быть реализовано на практике.

Результаты оптимизации (строка 8 табл. 3.18) позволяют рационально изменить структуру оборудования в цехе и увеличить показатели ТУП цеха.

3.4.10. КОМБИНИРОВАННАЯ ОПТИМИЗАЦИИ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ СТРУЙНО-АБРАЗИВНОЙ ОБРАБОТКИ ДЕТАЛЕЙ МАШИН

Эффективность струйно-абразивной обработки, которая применяется как на предварительных, так и на завершающих этапах изготовления деталей машин, зависит от рационального выбора технологических параметров, устанавливаемых, как правило, экспериментальным путем. Опыт применения одного из основных видов струйно-абразивной обработки - гидроабразивной обработки (ГАО), при изготовлении большого числа деталей машин свидетельствует о существенном расхождении значений технологических параметров для различного используемого оборудования. Расширение области применения ГАО обуславливает все большую актуальность задачи опре-

деления оптимальных значений технологических параметров для конкретных условий ГАО.

Для этого предлагается [267] использовать комбинированный подход к оптимизации технологических параметров ГАО, сочетающий достоинства натурной и аналитической оптимизации.

Оптимизация производится в два этапа:

1. Аналитическая оптимизация основных технологических параметров, определяющих съем материала и изменение шероховатости обрабатываемой поверхности (например, диаметр и скорость абразивных частиц, угол наклона струи и т.п.).
2. Натурная оптимизация основных параметров процесса ГАО (длительность обработки, концентрация абразивных частиц, конструктивные параметры оборудования и т.п.) с использованием установленных на первом этапе значений параметров.

Для решения задач аналитической и натурной оптимизации рекомендуется использовать достаточно универсальный градиентный метод, основанный на применении экстремальных имитационных и натуральных экспериментов.

Возможность и эффективность такого подхода показана на примере определения оптимальных технологических параметров ГАО отверстий малого диаметра (две ступени диаметром 1 и 2 мм общей длиной 45 мм) в плунжерах аксиально-поршневых гидравлических машин [267].

На первом этапе оптимизации использована математическая модель ГАО [266], которая адекватно описывает связь между основными входными и выходными переменными процессов изменения размеров и шероховатости обрабатываемой поверхности.

Учитывая симметрию формы обрабатываемой цилиндрической поверхности и практически однородный характер явлений по всей длине отверстия, в качестве критерия оптимизации принята интенсивность съема материала с элементарной площадки поверхности при воздействии отдельных $g_i(d, v)$ абразивных частиц, количество которых должно быть достаточно большим для проявления основных особенностей определенного сочетания технологических параметров ГАО. С учетом опыта имитационного моделирования, таким представительным количеством является число 500 частиц. Оптимизируемыми технологическими параметрами являются величины зернистости абразива (d) и скорости частиц потока (v), обеспечивающие максимальную интенсивность съема материала $G(d, v)$. Особенностью

изучаемого процесса является случайный характер величины угла атаки каждой отдельной частицы, который воспроизводится при моделировании в виде случайной величины с равномерным (в диапазоне $0 - 90^0$) законом распределения вероятностей.

Технической документацией не предусматриваются специальные требования к величине шероховатости поверхности отверстий, поэтому в условиях данной задачи ограничение по шероховатости принимает особый вид условия невозрастания шероховатости при обработке.

Формулировка задачи аналитической оптимизации имеет вид (3.77):

$$G(d, v) = \sum_{i=1}^{500} g_i(d, v) \rightarrow \max; \quad (3.77)$$
$$R_{zi} \leq R_{zi-1}.$$

1. Определение начальной области изменения независимых переменных.

Начальная область изменения оптимизируемых параметров (табл. 3.19) установлена с учетом имеющихся сведений, полученных при предварительных натуральных экспериментах на лабораторной установке. При этом верхний и нижний уровни зернистости абразива выбираются, исходя из стандартного ряда абразивных материалов. Числовым представителем данного вида абразивного материала является оценка математического ожидания (средний диаметр частиц) для соответствующего закона распределения фракций.

2. Выбор плана проведения имитационных экспериментов.

Проведение имитационных экспериментов производится в соответствии с полным факторным экспериментом вида 2^2 (табл. 3.19).

3. Проведение имитационных экспериментов.

Имитационные эксперименты (расчеты) многократно (500 раз) повторяются с помощью ЭВМ при различных случайных значениях параметров (с заданными законами распределения вероятностей, воспроизводимым специальными датчиками псевдослучайных чисел) для каждого сочетания областей значений параметров (табл. 3.19).

4. Определение составляющих градиента целевой функции.

По результатам имитационных экспериментов определены линейные регрессионные модели, коэффициенты которых характеризуют составляющие градиента целевой функции (табл. 3.19).

Таблица 3.19

Ход и результаты аналитической оптимизации

	Средний диаметр частиц, мкм	Средняя скорость потока, м/с	Съем металла, кг
Верхний уровень	32	65	
Нижний уровень	23	55	
1	+	+	$1,040322333 \cdot 10^{-10}$
2	-	+	$0,3259956155 \cdot 10^{-10}$
3	+	-	$0,7764459359 \cdot 10^{-10}$
4	-	-	$0,1969881003 \cdot 10^{-10}$
Параметры градиента			
	$0,3234463 \cdot 10^{-10}$	$0,9822122 \cdot 10^{-10}$	
Шаг движения по градиенту			
	7	2,35	
Движение по градиенту			
5	39	67,35	$2,1715442946 \cdot 10^{-10}$
6	46	69,7	$3,9185381231 \cdot 10^{-10}$

5. Выбор шагов движения в направлении градиента.

Величины шагов движения по градиенту целевой функции (табл. 3.19) определяются значениями коэффициентов регрессии и величинами интервалов варьирования по каждой независимой переменной.

6. Движение в направлении градиента.

Движение по градиенту критерия оптимизации начинается с сочетания параметров, которому соответствует наибольшая величина съема материала (строка № 1 в табл. 3.19) и осуществляется аналогично основным имитационным экспериментам.

7. Контроль выполнения условия достижения оптимума.

При движении проверяются условия монотонного увеличения съема материала и соблюдение ограничений по шероховатости, а также ограничений по допустимому размеру абразивных зерен и достижимой скорости потока.

Практически сразу удалось определить значения зернистости и скорости (строка № 6 в табл. 3.19), обеспечивающие максимальное значение съема материала. Малое число шагов при движении по градиенту объясняется правильным выбором начальной области, на основании имевшихся экспериментальных данных. Дальнейшее движение по градиенту критерия оптимизации нерационально из-за увеличения вероятности заклинивания абразивных частиц при прохожде-

нии через отверстия малого диаметра плунжера. Оптимальными значениями технологических параметров являются:

- средний диаметр частиц 50 мкм (что соответствует стандартному значению зернистости – 100 мкм);
- средняя скорость абразивных частиц – не менее 70 м/с.

На втором этапе осуществляется натурная оптимизация важных для ГАО технологических параметров, которые явно не присутствуют в математической модели [266], с учетом результатов аналитической оптимизации. К оптимизируемым параметрам относятся концентрация абразива в суспензии (K), время обработки (τ), диаметр воздушного сопла (D) и расстояние между торцами сопла и плунжера (H). В качестве критерия оптимизации (A) использован показатель (измеряемый в баллах), характеризующий состояние обработанной поверхности (табл. 3.20). Формулировка задачи оптимизации имеет вид (3.78) с учетом ограничения на достижимую [P] в производственных условиях производительность P :

$$\begin{aligned} A(K, \tau, D, H) &\rightarrow \max; \\ P &\leq [P]. \end{aligned} \quad (3.78)$$

1. Определение начальной области изменения независимых переменных.

Начальная область изменения оптимизируемых параметров (табл. 3.20) установлена с учетом имеющихся сведений, полученных при предварительных натуральных экспериментах на лабораторной установке.

2. Выбор плана проведения натуральных экспериментов.

Проведение натуральных экспериментов производится в соответствии с планом вида 2^{4-1} (табл. 3.20) и генерирующим соотношением:

$$X_4 = X_1 \cdot X_2 \cdot X_3,$$

где $X_1 \dots X_4$ – условные обозначения оптимизируемых параметров.

3. Проведение натуральных экспериментов.

Натурные эксперименты выполняются на лабораторной установке при сочетаниях независимых переменных, которые задаются матрицей планирования (табл. 3.20) с дублированием каждого опыта. Для определения показателя качества после обработки образцы деталей разделяют по плоскости осевой симметрии.

4. Определение составляющих градиента целевой функции.

Составляющие градиента целевой функции характеризуются величинами коэффициентов линейной регрессионной модели (табл. 3.20), построенной по результатам натуральных экспериментов.

Таблица 3.20

Ход и результаты натурной оптимизации

	H , мм	D , мм	K , %	τ , с	Показатель качества обработки
Верхний уровень	+ 0,5	7,8	0,25	600	
Нижний уровень	- 0,5	7,3	0,16	300	
1	+	+	+	+	4
2	+	-	+	-	2
3	-	+	+	-	2
4	-	-	+	+	4
5	+	+	-	-	2
6	+	-	-	+	3
7	-	+	-	+	3
8	-	-	-	-	1
Параметры градиента					
	0,125	0,125	0,375	0,875	
Шаг движения по градиенту					
	0,065	0,035	0,02	150	
Движение по градиенту					
9	0,565	7,835	0,28	750	4
10	0,63	7,87	0,29	900	4
11	0,695	7,905	0,31	1050	5
12	0,760	7,940	0,33	1200	5
13	0,825	7,975	0,35	1200	5
14	0,890	8,01	0,37	1200	5

5. Выбор шагов движения в направлении градиента.

Величины шагов движения в направлении градиента целевой функции рассчитываются по значениям коэффициентов регрессии и величинам интервалов варьирования по каждой независимой переменной (табл. 3.19).

6. Движение в направлении градиента.

Движения по градиенту критерия оптимизации начинается с сочетания параметров, которому соответствует наибольшая величина показателя качества обработки (строка № 1 в табл. 3.20). Движение по градиенту осуществляется аналогично проведению основных экспериментов.

7. Контроль выполнения условия достижения оптимума.

В результате нескольких шагов по градиенту критерия оптимизации удалось (строки 9 - 14 табл. 3.20) приблизиться к области устойчивого получения удовлетворительного качества поверхности и

дальнейшее движение было прекращено. При этом движение по времени обработки ограничено 12 опытом, исходя из производственных возможностей предприятия. Оптимальными значениями технологических параметров (с учетом возможностей производственной реализации) являются:

- расстояние между торцами сопла и плунжера $1_{-0,1}$ мм;
- диаметр воздушного сопла $1^{+0,1}$ мм;
- концентрация абразива в суспензии $0,35 \pm 10\%$;
- время обработки 1200 с.

Оптимальные значения технологических параметров ГАО реализованы на одной из операций технологического процесса изготовления плунжеров аксиально-поршневых гидравлических машин с помощью гидроабразивной установки и обеспечивают стабильное получение характеристик деталей.

ЧАСТЬ 2

ОПТИМИЗАЦИЯ ПРОГРЕССИВНЫХ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ В МАШИНОСТРОЕНИИ

ГЛАВА 1

РАЗРАБОТКА МАТЕМАТИЧЕСКОЙ (АНАЛИТИЧЕСКОЙ) МОДЕЛИ ПРОЦЕССА АЛМАЗНОГО ШЛИФОВАНИЯ

1.1. ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

Создание и промышленное производство абразивных инструментов из синтетических сверхтвердых материалов (СТМ) стало важным фактором ускорения научно-технического прогресса в машиностроении, повышения производительности труда и улучшения качества выпускаемой продукции. В настоящее время проблеме эффективного использования абразивных инструментов из СТМ и в особенности кругов из СТМ на операциях шлифования уделяется значительное внимание, ей посвящены монографии и многочисленные публикации.

Однако разработанные процессы шлифования кругами из СТМ применимы в основном при чистовом шлифовании и доводке, т.е. при съеме относительно небольших припусков. Использование их в условиях предварительного шлифования, т.е. при съеме значительных припусков, как правило, экономически нецелесообразно, что связано с относительно низкой производительностью обработки и высоким износом круга. Вместе с тем, с созданием и использованием новых труднообрабатываемых материалов, повышением требований к качеству обрабатываемых поверхностей и эксплуатационных характеристик деталей машин возникает необходимость перехода на полную обработку кругами из СТМ без предварительной обработки кругами из обычных абразивов. В особой мере это относится к шлифованию твердосплавных и быстрорежущих инструментов и штампов, деталей из технической керамики и высокопрочных графитов, износостойких наплавов и покрытий и других труднообрабатываемых материалов,

когда дефекты предварительной абразивной обработки не всегда удается устранить последующей алмазной или эльборной доводкой.

Все это указывает на необходимость разработки высокопроизводительных процессов шлифования кругами из СТМ, позволяющих существенно повысить производительность обработки, снизить износ круга и обеспечить требуемое качество обрабатываемых поверхностей.

В последние годы перспективным направлением повышения производительности обработки стало создание комбинированных методов шлифования кругами из СТМ на металлических связках, основанных на введении в зону резания или автономно к кругу дополнительной электрической энергии. Данные методы обеспечивают повышение режущей способности круга, снижение силы и температуры резания, улучшение качества обработки. Вместе с тем на практике они осуществляются с применением режимов резания, кинематических схем и способов шлифования, а также шлифовальных станков, традиционных для обычного абразивного и алмазного шлифования. Это не позволяет в полной мере использовать значительные технологические возможности шлифования кругами из СТМ с хорошо развитым режущим рельефом (сформированным за счет применения дополнительной электрофизикохимической энергии) и реализовать максимально возможную производительность обработки, обусловленную прочностными свойствами рабочей поверхности круга из СТМ. В связи с этим представляется важным и актуальным решение проблемы оптимизации режимов шлифования кругами из СТМ с использованием дополнительной электрической энергии для обоснования и реализации условий существенного повышения производительности обработки при съеме значительных припусков.

Целью данной работы является разработка теоретического подхода к расчету оптимальных режимов шлифования кругами из СТМ с использованием дополнительной электрической энергии и на его основе обоснование и реализация условий существенного повышения производительности обработки при съеме значительных припусков.

В основу работы положены методы математического моделирования процесса шлифования, позволившие в достаточной степени раскрыть его физическую сущность и получить ряд важных принципиальных решений, необходимых для разработки высокопроизводительных процессов шлифования кругами из СТМ. Система “круг-заготовка” в расчетах представлена как сложная замкнутая механиче-

ская система, функционирование которой всецело подчинено принципу энергетического равновесия. Закономерности вероятностного участия зерен в резании и съема материала, износа круга и формирования шероховатости обработанной поверхности, силовой и тепловой напряженности процесса шлифования рассмотрены с учетом образования на рабочей поверхности круга установившегося режущего рельефа. Основные физические и технологические параметры шлифования описаны единой замкнутой системой математических уравнений, содержащих наряду с геометрическими и кинематическими параметрами такие характеристики как прочность зерна и обрабатываемого материала, условное напряжение резания при шлифовании и нагрузка, действующая на зерно, величина линейного износа зерна до момента его объемного разрушения или выпадения из связки без разрушения и т.д. Многопараметрической оптимизацией процесса определены новые технологические возможности шлифования кругами из СТМ, обеспечивающие существенное повышение производительности обработки при экономически приемлемом расходе СТМ и высоком качестве обработанных поверхностей.

1.2. ПРИВЕДЕННЫЙ РЕЖУЩИЙ ПРОФИЛЬ КРУГА И ЕГО ХАРАКТЕРИСТИКИ С УЧЕТОМ ИЗНОСА ЗЕРЕН

Общеизвестно, что в процессе шлифования линейный износ круга из СТМ во времени обычно происходит неравномерно. В широком диапазоне изменения режимов шлифования скорость износа зерен постоянно опережает скорость износа связки и круг, как правило, работает в режиме затупления или “засаливания” и требует периодического восстановления режущих свойств. Для определения оптимальных условий обработки, обеспечивающих равномерный износ круга при его работе в режиме самозатачивания или непрерывного электрофизикохимического воздействия на рабочую поверхность, необходимо знать характер изменения скоростей износа зерен и связки в зависимости от условий шлифования, а также величину нагрузки, действующей на максимально выступающее зерно. Последний параметр весьма важен, т.к. определяет степень износа зерен, характеристики установившегося рельефа круга, и, в конечном итоге, его режущие способности и наиболее производительные схемы шлифования. Учитывая, что между скоростью износа зерна, собственно ве-

личиной его линейного износа и нагрузкой, действующей на зерно, должна существовать вполне определенная связь, рассмотрим первоначально закономерности шлифования режущим рельефом круга, характеризующимся различной степенью затупления зерен без учета износа связки. Зная условия стабилизации износа зерен, в дальнейшем определим параметры установившегося режущего рельефа круга, позволяющего продолжительное время сохранять примерное равенство скоростей износа зерен и связки.

При таком подходе задача сводится к поиску предельной величины линейного износа максимально выступающего зерна, при достижении которой зерна будут периодически объемно разрушаться и выпадать из связки или выпадать без разрушения. Для решения задачи стабилизации износа зерен воспользуемся закономерностями образования приведенного режущего профиля круга при различной степени износа зерен.

Для его описания примем, что изношенное зерно имеет форму усеченного конуса. Площадь верхнего основания конуса (“площадка износа”) в стабилизированном процессе шлифования определяется величиной нагрузки, действующей на зерно. Чем больше нагрузка, тем больше “площадка износа”. Очевидно, наибольшую “площадку износа” будет иметь зерно, максимально выступающее над связкой, наименьшую – зерно, высота выступления которого соответствует уровню максимального заглубления радиально движущейся плоскости в рабочую поверхность круга y , рис. 1.1. Для описания такого закона распределения по высоте “площадок износа” введем новую функцию η

$$\eta = \frac{y_a}{y}, \quad (1.1)$$

где y_a - координата вершины изношенного максимально выступающего над связкой зерна, м.

Функция η характеризует степень линейного износа зерна и изменяется в пределах $0 \dots 1$. Учитывая различную силовую нагруженность зерен в процессе шлифования, в первом приближении можно допустить, что функция η для всех режущих зерен, независимо от высоты их выступления над связкой, постоянна. Тогда распределение высот выступления изношенных зерен над уровнем связки будет подчиняться новому композиционному закону с плотностью $\bar{f}(y_s)$, рис. 1.1. Значение плотности распределения $\bar{f}(y_s)$ для участка

$y < y_s < y_a$ получим из выражения

$$\bar{f}(y_s) = \frac{S_1 + S_2}{y - y_a}, \quad (1.2)$$

где $S_1 = \frac{1}{b} \cdot (y - y_a)$; $S_2 = \frac{y_a}{b}$; b - максимальная высота выступания вершин режущих зерен над уровнем связки круга, м.

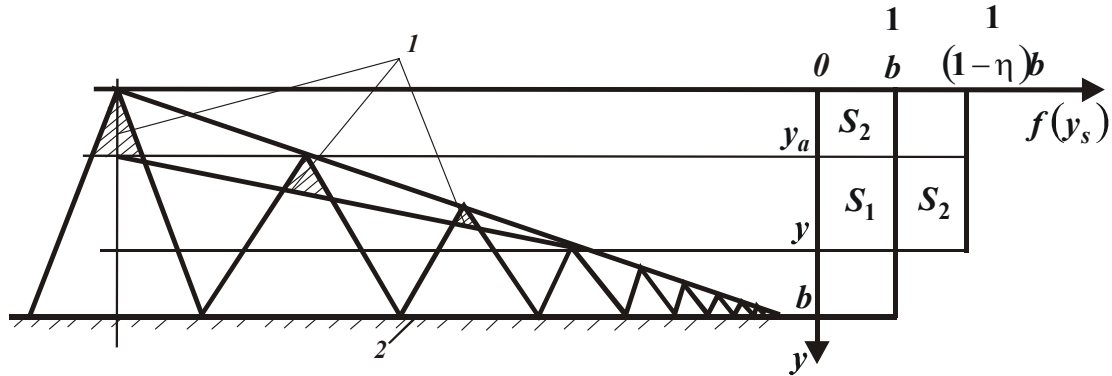


Рис. 1.1. Расчетная схема закона распределения высот выступания зерен над связкой с учетом их износа в процессе шлифования: 1 – изношенные части зерен; 2 – уровень связки.

После соответствующих преобразований с учетом $y_a / y = b$, имеем

$$\bar{f}(y_s) = \frac{1}{(1 - \eta) \cdot b}. \quad (1.3)$$

Зная новый закон распределения вершин зерен над уровнем связки, по методике, приведенной в работе [303], опишем относительную полноту профиля круга. На первом этапе рассмотрим образование относительной полноты профиля круга на движущейся плоскости от наложения зерен, вершины которых расположены в элементарном горизонтальном слое бесконечно малой толщины dy_s , рис. 1.2. Затем – образование суммарной относительной полноты профиля круга от всех элементарных слоев, которыми представлена его рабочая поверхность.

Этап 1. Спроектируем режущие зерна dy_s -того элементарного слоя на радиально движущуюся плоскость. Вследствие равномерного взаимного движения круга и плоскости на последней происходит равномерное с плотностью $\bar{f}(y_i) = \frac{1}{(1 - \eta) \cdot b}$ наложение проекций зерен и образование элементарной относительной полноты профиля. Для ее определения выделим на движущейся плоскости элементар-

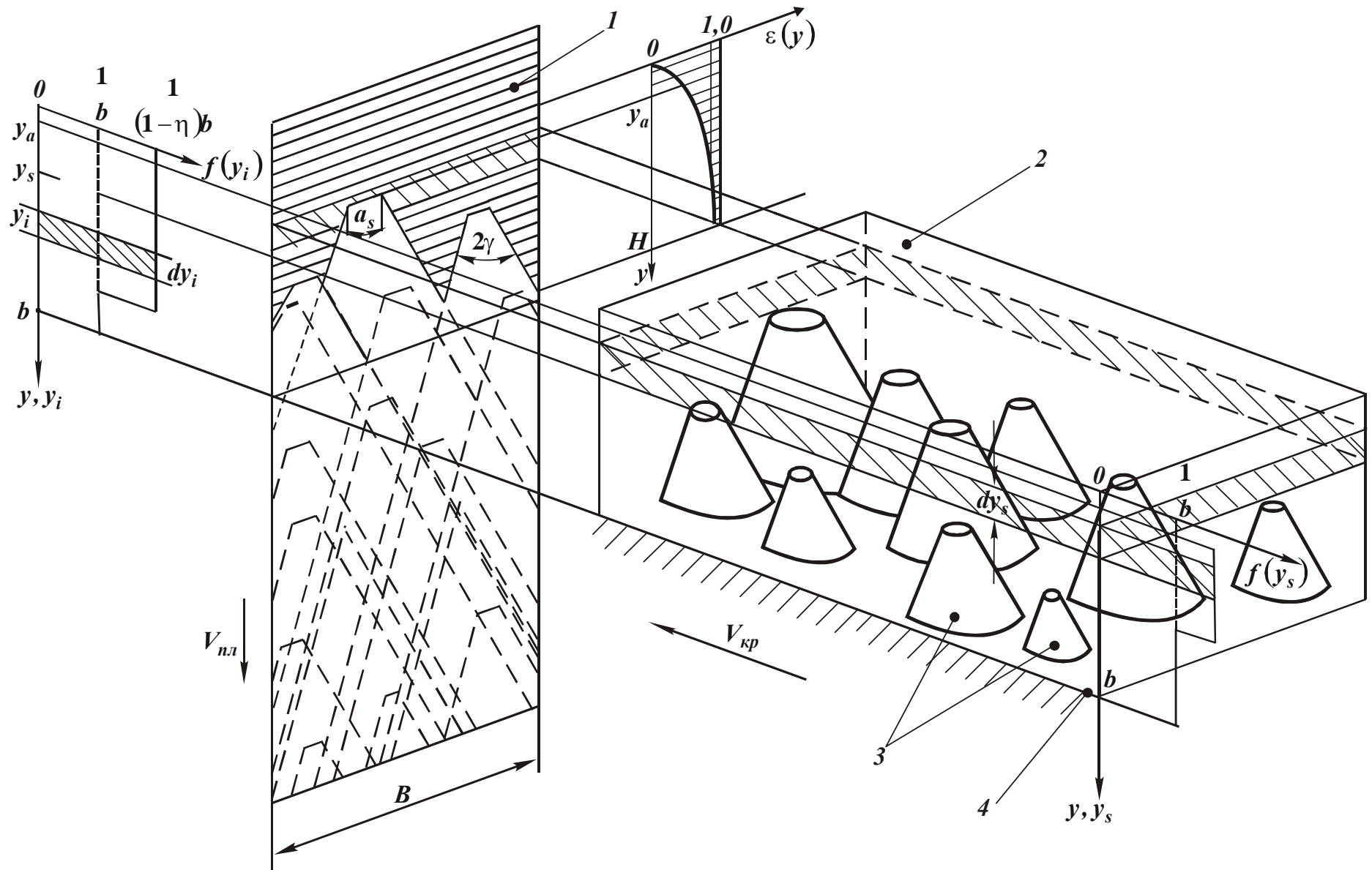


Рис. 1.2. Расчетная схема параметров приведенного режущего профиля круга с учетом износа зерен: 1 – движущая плоскость; 2 – элементарный объем рабочей поверхности круга; 3 – режущие зерна; 4 – уровень связки.

ный горизонтальный слой бесконечно малой толщины dy_i и просуммируем участки от перекрытия зерен этого слоя на уровне y в пределах высоты круга B

$$d\varepsilon_i(y) = \frac{dn_i \cdot [a_s + 2tg\gamma \cdot (y - y_i)]}{B}, \quad (1.4)$$

где a_s - диаметр “площадки износа” зерна, вершина которого расположена в dy_s -ом элементарном слое; $dn_i = dn_s \bar{f}(y_i) \cdot dy_i$ - число зерен, вершины которых находятся в dy_i -том слое; $dn_s = n \cdot \bar{f}(y_s) \cdot dy_s$ - число зерен, вершины которых находятся в dy_s -том слое;

$n = k \cdot B \cdot V_{кр} \cdot \frac{(1-\eta) \cdot b}{V_{пл}}$ - общее число зерен, проконтактировавших с

плоскостью за время, равное перемещению плоскости на величину b ; k - поверхностная концентрация зерен на рабочей поверхности круга, шт/м²; $V_{кр}$, $V_{пл}$ - соответственно скорости круга и плоскости, м/с;

$\bar{f}(y_s) = \frac{1}{(1-\eta) \cdot b}$; y - координата, отсчитываемая от вершины мак-

симально выступающего неизношенного зерна, м; 2γ - угол при вершине конусообразного режущего зерна.

После преобразований, получим

$$d\varepsilon_i(y) = \frac{k}{(1-\eta) \cdot b} \cdot \frac{V_{кр}}{V_{пл}} \cdot dy_s \cdot [a_s + 2tg\gamma \cdot (y - y_i)] \cdot dy_i. \quad (1.5)$$

Приведенная зависимость справедлива для всех элементарных слоев плоскости.

Суммарную $\varepsilon_i(y)$ получим по теореме умножения вероятностей независимых случайных величин, выполняя переход к противоположной функции $d\Phi_i(y) = 1 - d\varepsilon_i(y)$:

$$d\Phi(y) = \prod_{i=1}^{\infty} [1 - \varepsilon_i(y)] = 1 - \beta \cdot \sum_{i=1}^{\infty} [a_s + 2tg\gamma \cdot (y - y_i)] \cdot dy_i + \\ + \beta^2 \cdot \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{j=1}^i [a_s + 2tg\gamma \cdot (y - y_i) \cdot a_s + 2tg\gamma \cdot (y - y_i) \cdot dy_i \cdot dy_j] - \dots \quad (1.6)$$

где $\beta = \frac{k}{(1-\eta) \cdot b} \cdot \frac{V_{кр}}{V_{пл}} \cdot dy_s$.

Заменяя суммирование интегрированием в пределах $y_s \dots y$, по-

сле соответствующих преобразований, имеем

$$d\Phi(y) = \exp \left\{ - \frac{1}{(1-\eta) \cdot b} \cdot \frac{V_{кр}}{V_{нл}} \cdot \left[a_s \cdot (y - y_s) + \text{tg} \gamma \cdot (y - y_s)^2 \right] dy_s \right\}. \quad (1.7)$$

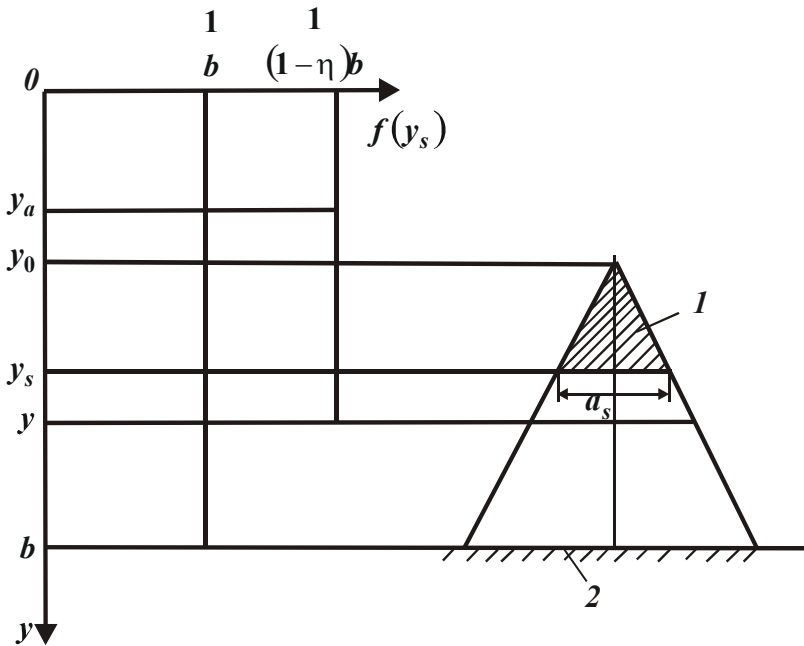


Рис. 1.3. Расчетная схема параметров изношенной части зерна: 1 – изношенная часть зерна; 2 – уровень связки.

Исходя из рис. 1.3, величину a_s представим в виде $a_s = 2\text{tg} \gamma \cdot (y_s - y_0)$, где y_0 – координата вершины неизношенного зерна, м.

Разность координат $(y_s - y_0)$ с учетом некоторых преобразований выразится

$$\frac{\eta}{(1-\eta)} \cdot (y - y_s).$$

Зависимость (1.7) после подстановки в нее a_s принимает вид

$$d\Phi(y) = \exp \left\{ - \frac{\text{tg} \gamma \cdot k}{b} \cdot \frac{(1+\eta)}{(1-\eta)^2} \cdot \frac{V_{кр}}{V_{нл}} \cdot (y - y_s)^2 \cdot dy_s \right\}. \quad (1.8)$$

Этап 2. Относительную полноту профиля круга от наложения зерен всех элементарных горизонтальных слоев рабочей поверхности круга также получим по теореме умножения вероятностей независимых случайных величин, используя противоположную функцию $d\Phi(y)$

$$d\Phi(y) = \prod_{i=1}^{\infty} d\Phi_i(y) = \exp \left[- \frac{\text{tg} \gamma \cdot k}{b} \cdot \frac{(1+\eta)}{(1-\eta)^2} \cdot \frac{V_{кр}}{V_{нл}} \cdot \sum_{s=1}^{\infty} (y - y_s)^2 \cdot dy_s \right]. \quad (1.9)$$

Заменяя суммирование интегрированием в пределах $y_a \dots y$, с учетом $(y - y_a) = (1-\eta) \cdot y$, функция $\varepsilon(y)$ окончательно выразится

$$\varepsilon(y) = 1 - \exp \left[- \frac{\text{tg} \gamma \cdot k \cdot (1-\eta^2)}{3b} \cdot \frac{V_{кр}}{V_{нл}} \cdot y^3 \right]. \quad (1.10)$$

Таким образом, определена относительная полнота профиля круга от наложения проекций зерен, имеющих различные “площадки

износа”. Она содержит множитель $(1 - \eta^2)$, характеризующий степень линейного износа зерен в процессе шлифования.

Максимальную глубину внедрения плоскости в рабочую поверхность круга H , отсчитывая ее от вершины неизношенного максимально выступающего над связкой зерна, получим из условия $\varepsilon(y = H) = 0,895$:

$$H = 3 \sqrt{\frac{6,75 \cdot b \cdot V_{нл}}{\operatorname{tg} \gamma \cdot k \cdot V_{кр} \cdot (1 - \eta^2)}} \quad (1.11)$$

С увеличением η и соответственно величины линейного износа зерна параметр H увеличивается. Однако, из этого еще не следует увеличение фактической максимальной высоты микронеровностей приведенного режущего профиля круга, соответствующей максимальной (приведенной вероятностной) толщине среза H_{max} , которая, исходя из рис. 1.4, определяется зависимостью

$$H_{max} = (1 - \eta) \cdot H = 3 \sqrt{\frac{6,75 \cdot b \cdot V_{нл} \cdot (1 - \eta)^2}{\operatorname{tg} \gamma \cdot k \cdot V_{кр} \cdot (1 + \eta)}} \quad (1.12)$$

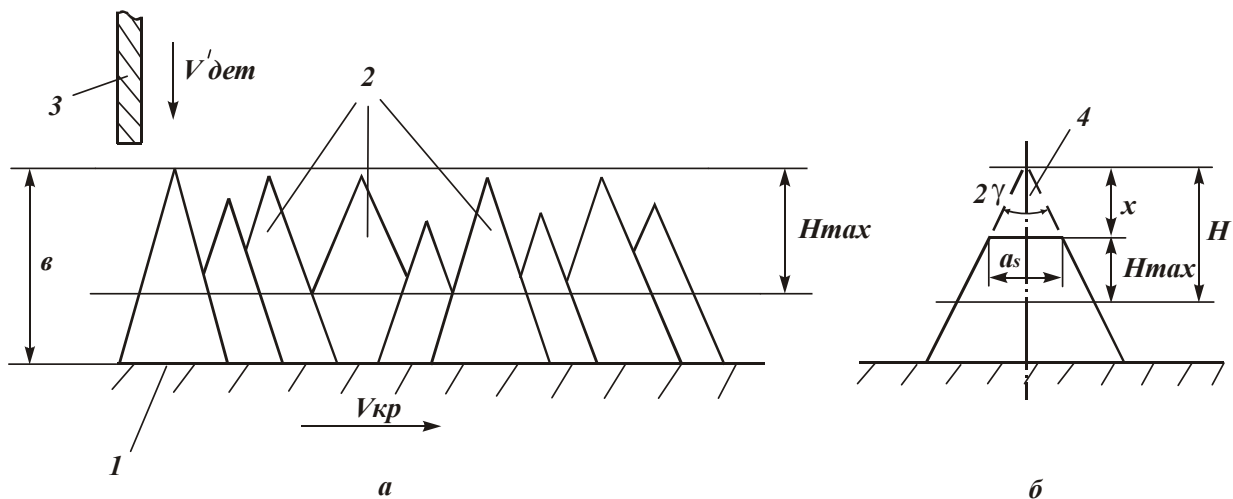


Рис. 1.4. Расчетные схемы шлифования: 1 – связка круга; 2 – режущие зерна; 3 – обрабатываемая пластинка; 4 – изношенная часть зерна.

Как видим, с увеличением η параметр H_{max} уменьшается, что является следствием образования на круге более сглаженного рельефа. Это вытекает из зависимости, описывающей величину линейного износа максимально выступающего зерна x :

$$x = \eta \cdot H = \sqrt[3]{\frac{6,75 \cdot b \cdot V_{пл} \cdot \eta^3}{\text{tg} \gamma \cdot k \cdot V_{кр} \cdot (1 - \eta^2)}} \quad (1.13)$$

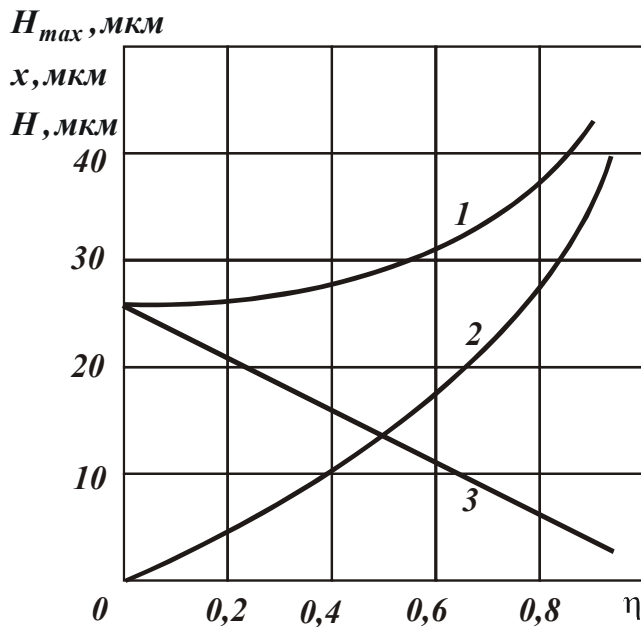


Рис. 1.5. Зависимость параметров H (1), x (2) и H_{max} (3) от η . Исходные данные: $\gamma=45^\circ$; $b=0,05$ мм; $k=10$ шт/мм²; $V_{пл}=1$ м/мин; $V_{кр}=30$ м/с.

Расчетные значения параметров H , H_{max} и x для различных значений η показаны на рис. 1.5. Как видим, с увеличением η от 0 до 0,9 параметр H_{max} уменьшается в 6 раз, что указывает на существенное влияние износа зерен на характеристики приведенного режущего профиля круга и свидетельствует об исключительной важности анализа и оптимизации процесса шлифования с позиций изменения параметра η .

По изменению параметра η можно объяснить многообразие экспериментальных за-

висимостей, зачастую противоречивых, с которыми сталкиваются исследователи при изучении процесса шлифования. Например, противоречия, связанные с неизменностью толщины среза при увеличении производительности обработки в 50 раз, установленного экспериментально Байкаловым А.К. [27]. Действительно, исходя из зависимости (1.12), характер изменения параметра H_{max} зависит в первую очередь от параметра η , который при определенных условиях может нивелировать увеличение H_{max} , связанное с увеличением $V_{пл}$. В этом случае параметр H_{max} будет оставаться неизменным или даже уменьшаться.

Учитывая, что в установившемся процессе шлифования для каждого режима резания, каждой характеристики круга и заготовки существует свой вполне конкретный режущий рельеф, определяемый параметром η , возникает необходимость установления закономерностей изменения параметра η для различных условий обработки с позиций силовой напряженности процесса шлифования.

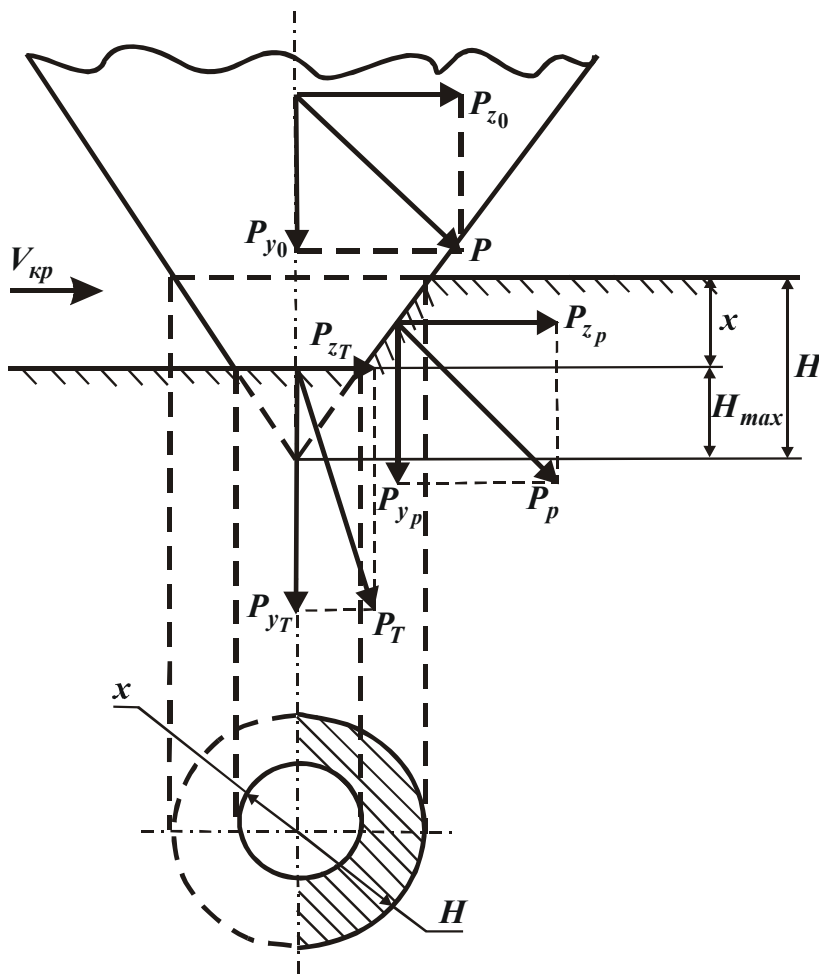
1.3. АНАЛИТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ПАРАМЕТРОВ СИЛОВОЙ НАПРЯЖЕННОСТИ ПРОЦЕССА МИКРОРЕЗАНИЯ ОТДЕЛЬНЫМ ЗЕРНОМ

Для оценки силовой напряженности процесса микрорезания отдельным зерном получим первоначально расчетную зависимость коэффициента резания $K_{ш} = P_z / P_y$, где P_z , P_y - соответственно тангенциальная и радиальная составляющие силы резания, м. Исходя из расчетной схемы (рис. 1.6), составляющие силы резания могут быть описаны

$$P_z = P_{z_p} + P_{z_T}, \quad (1.14)$$

$$P_y = P_{y_p} + P_{y_T}, \quad (1.15)$$

где P_{z_p} , P_{y_p} - соответственно тангенциальная и радиальная составляющие силы резания в зоне стружкообразования, м; P_{z_T} , P_{y_T} - соответственно тангенциальная и радиальная составляющие силы трения зерна с обрабатываемым материалом, м.



ответственно тангенциальная и радиальная составляющие силы трения зерна с обрабатываемым материалом, м.

С учетом соотношения $P_{z_T} = f \cdot P_{y_T}$ (где f - коэффициент трения), а также примерного равенства составляющих P_{z_p} и P_{z_r} (для $2\gamma \cong 90^\circ$), расчет P_z и P_y сводится к установлению соотношения P_{y_p} / P_{y_T} , которое в первом приближении можно рассматривать как отношение длины

Рис. 1.6. Расчетная схема коэффициента резания при шлифовании.

контакта на участке стружкообразования $(H - x)$ к длине контакта “площадки износа” зерна с обрабатываемым материалом $2x$, т.е.

$$\frac{P_{yp}}{P_{yT}} = \frac{(H - x)}{2 \cdot x} = \frac{(1 - \eta)}{2 \cdot \eta}. \quad (1.16)$$

В результате несложных преобразований коэффициент резания принимает вид

$$K_{ш} = \frac{(1 - \eta) + 2 \cdot f \cdot \eta}{(1 + \eta)}. \quad (1.17)$$

Как видим, коэффициент резания $K_{ш}$ определяется двумя параметрами η и f , т.е. степенью линейного износа зерен и коэффициентом трения, и изменяется в пределах $1,0 \dots f$, табл. 1.1.

Таблица 1.1

Расчетные значения $K_{ш}$ (при $f=0,2$)

η	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0
$K_{ш}$	1,0	0,73	0,54	0,4	0,29	0,2

Исходя из зависимости (1.17) параметр $(1 - \eta)$ описывается

$$(1 - \eta) = \frac{2 \cdot (K_{ш} - f)}{(1 + K_{ш} - 2 \cdot f)}. \quad (1.18)$$

С учетом $(1 + K_{ш} - 2 \cdot f) \cong 1$, полученная зависимость по-новому вскрывает физическую сущность процесса шлифования. Это связано с тем, что при подстановке зависимости (1.18) в зависимости (1.11), (1.12) и (1.13) все основные параметры обработки определяются не просто коэффициентом резания $K_{ш}$ или коэффициентом трения f , а их разностью $(K_{ш} - f)$, которая при определенных условиях, в особенности при шлифовании по упругой схеме по мере износа круга, стремится к нулю и приводит к прекращению процесса съема материала.

Учитывая то, что коэффициент трения f для зерен из СТМ изменяется в пределах $0,1 \dots 0,25$ [114], для практического использования в условиях высокопроизводительного шлифования (т.е. когда $\eta \rightarrow 0$) зависимость (1.17) может быть упрощена и представлена в виде

$$K_{ш} = 1 - \eta. \quad (1.19)$$

Для обычного абразивного шлифования, характеризующегося относительно большими значениями f и образованием относительно

больших “площадок износа” на абразивных зернах (т.е. когда $\eta \rightarrow 1$), коэффициент резания $K_{ш}$ следует определять по зависимости (1.17).

Располагая аналитическим выражением для определения $K_{ш}$, установим основной параметр силовой напряженности процесса микрорезания отдельным зерном – условное напряжение резания σ . Для этого рассмотрим расчетную схему процесса стружкообразования (рис. 1.7), в которой отделение элементарных объемов материала происходит по плоскости сдвига от действия системы сил P_z и P_y со стороны отдельного зерна. Касательное напряжение в плоскости сдвига, расположенной под углом β_0 к направлению движения зерна, определится

$$\tau = \frac{(P_z \cdot \cos \beta_0 - P_y \cdot \sin \beta_0)}{S} \cdot \sin \beta_0, \quad (1.20)$$

где S - площадь среза, m^2 .

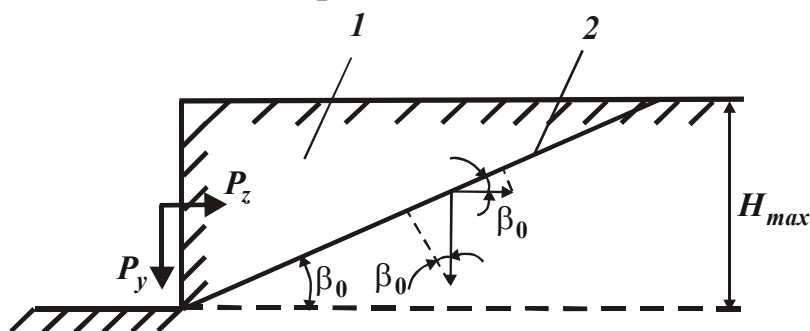


Рис. 1.7. Расчетная схема параметров стружкообразования при шлифовании: 1 – обрабатываемый материал; 2 – плоскость сдвига.

Для определения положения плоскости сдвига, соответствующей экстремальному значению β_0 , при котором касательное напряжение принимает минимум, продифференцируем (1.20)

по β_0 и производную приравняем нулю. В результате получено

$$\operatorname{tg} 2\beta_0 = K_{ш}. \quad (1.21)$$

Таблица 1.2

Расчетные значения β_0

$K_{ш}$	1,0	0,75	0,5	0,3	0,2	0,1
β_0 , рад	0,39	0,32	0,23	0,15	0,1	0,05
β_0 , град	22,5	18,4	13,3	8,3	5,7	2,9

Из табл. 1.2 следует, что экстремальные значения β_0 изменяются в пределах $2,9 \dots 22,5^\circ$. Полученные теоретическим путем данные угла β_0 хорошо согласуются с экспериментальными данными, приведенными в работах [136, 346]. Учитывая то, что в реальных условиях шлифования параметр $K_{ш}$ изменяется в пределах $0,75 \dots 0,1$, с точ-

ностью до 10% экстремальные значения β_0 могут быть определены по зависимости

$$\beta_0 = \frac{K_{ш}}{2}. \quad (1.22)$$

Таким образом, получена весьма удобная для расчетов зависимость, позволяющая по значениям $K_{ш}$ оценивать значения параметра β_0 и соответственно эффективность процесса шлифования.

Для определения максимального касательного напряжения τ_{max} , подставим в зависимость (1.20) экстремальные значения параметра β_0 , принимая с достаточной для практики точностью соотношения: $\sin \beta_0 \cong \beta_0$, $\operatorname{tg} \beta_0 \cong \beta_0$ и $\cos \beta_0 \cong 1$. В результате несложных преобразований, получено

$$\tau_{max} = \frac{P_z}{S} \cdot \frac{K_{ш}}{4}. \quad (1.23)$$

Подчиняя зависимость (1.23) условию сдвига элементарного объема материала $\tau_{max} = \tau_{сдв}$, где $\tau_{сдв}$ - предел прочности обрабатываемого материала на сдвиг, Н/м², с учетом выражения $\sigma = P_z / S$, получено

$$\sigma = \frac{4}{K_{ш}} \cdot \tau_{сдв}. \quad (1.24)$$

Таким образом, получена зависимость, увязывающая условное напряжение резания σ с пределом прочности обрабатываемого материала на сдвиг $\tau_{сдв}$ и условиями шлифования, обобщенно характеризующимися параметром $K_{ш}$. Как видим, условия шлифования (с учетом $K_{ш} = 0, 1 \dots 1, 0$) значительно влияют на параметр σ , который может превышать прочность обрабатываемого материала в 4...10 раз.

Условное напряжение резания σ может быть выражено через предел прочности обрабатываемого материала на сжатие $\sigma_{сж}$. Для этого в зависимости (1.20) значение P_y следует принять нулю, а условие сдвига представить в виде $\sigma = \tau_{max} / 2$ или $\sigma_{сж} = \tau_{сдв} / 2$. Тогда зависимость (1.24) примет вид

$$\sigma = \frac{2}{K_{ш}} \cdot \sigma_{сж}. \quad (1.25)$$

Для высокопроизводительного шлифования (т.е. когда $\eta \rightarrow 0$) зависимость (1.25) с учетом (1.19) опишется

$$\sigma = \frac{2}{(1-\eta)} \cdot \sigma_{сж}. \quad (1.26)$$

Соответственно параметр $(1-\eta)$ примет вид

$$(1-\eta) = \frac{2}{\sigma} \cdot \sigma_{сж}. \quad (1.27)$$

Таким образом, получена зависимость, выражающая связь параметра $(1-\eta)$ с условным напряжением резания σ , определяющим силовую напряженность процесса резания. Используя установленную зависимость, можно определить параметры H , H_{max} , x и другие для установившегося процесса шлифования, характеризующегося периодическим достижением на наиболее выступающем зерне круга предельной нагрузки, обусловленной собственно прочностью зерна или прочностью удержания его в связке.

1.4. ВЗАИМОСВЯЗЬ ОСНОВНЫХ ФИЗИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ ШЛИФОВАНИЯ С ПРЕДЕЛЬНОЙ НАГРУЗКОЙ, ДЕЙСТВУЮЩЕЙ НА ЗЕРНО

Для установления взаимосвязи основных физических параметров, используя расчетную схему, приведенную на рис. 1.4, определим площадь поперечного сечения среза наиболее выступающим зерном

$$S = \operatorname{tg} \gamma \cdot H^2 \cdot (1-\eta^2). \quad (1.28)$$

Тогда тангенциальная составляющая нагрузки P , действующей на максимально выступающее зерно, равна

$$P = S \cdot \sigma = \frac{2 \cdot S}{(1-\eta)} \cdot \sigma_{сж}. \quad (1.29)$$

Разрешая зависимость (1.28) относительно параметра $(1-\eta)$ с учетом зависимостей (1.11) и (1.29) и принимая $2\gamma \cong 90^\circ$, получим

$$(1-\eta) = \frac{6,75 \cdot b \cdot V_{пл}}{k \cdot V_{кр}} \cdot \left(\frac{2 \cdot \sigma_{сж}}{P} \right)^{3/2}. \quad (1.30)$$

Подставляя зависимость (1.30) в зависимости (1.11), (1.12), (1.13) и (1.26), имеем

$$H = \left(\frac{P}{2 \cdot \sigma_{сж}} \right)^{1/2},$$

$$H_{max} = \frac{6,75 \cdot b \cdot V_{нл}}{k \cdot V_{кр}} \cdot \frac{2 \cdot \sigma_{сж}}{P},$$

$$x = \left[1 - \frac{6,75 \cdot b \cdot V_{нл}}{k \cdot V_{кр}} \cdot \left(\frac{2 \cdot \sigma_{сж}}{P} \right)^{3/2} \right] \cdot \left(\frac{P}{2 \cdot \sigma_{сж}} \right)^{1/2}, \quad (1.31)$$

$$\sigma = \frac{k \cdot V_{кр}}{6,75 \cdot b \cdot V_{нл}} \cdot \frac{P^{3/2}}{(2 \cdot \sigma_{сж})^{1/2}}.$$

Таким образом, получена замкнутая система зависимостей, описывающих основные физические параметры шлифования.

С учетом $V_{нл} = V_{заг} \cdot \sqrt{2t\rho}$ и зависимостей [1]:

$$b = (1 - \varepsilon) \cdot \bar{X}, \quad (1.32)$$

$$k = \frac{3 \cdot m \cdot (1 - \varepsilon)}{200 \cdot \pi \cdot \bar{X}^2} \quad (1.33)$$

(где \bar{X} - зернистость круга, м; $(1 - \varepsilon)$ - коэффициент, учитывающий высоту выступания зерен над связкой круга; $V_{заг}$ - скорость заготовки, м/с; t - глубина шлифования, м; $\rho = \frac{1}{R_{кр}} + \frac{1}{R_{заг}}$; $R_{кр}, R_{заг}$ - радиусы круга и заготовки, м) параметры $(1 - \eta)$, H_{max} , x и σ примут вид:

$$(1 - \eta) = \frac{630 \cdot \pi \cdot \bar{X}^3 \cdot V_{заг} \cdot \sqrt{t \cdot \rho}}{m \cdot V_{кр}} \cdot \left(\frac{2 \cdot \sigma_{сж}}{P} \right)^{3/2}, \quad (1.34)$$

$$H_{max} = \frac{630 \cdot \pi \cdot \bar{X}^3 \cdot V_{заг} \cdot \sqrt{t \cdot \rho}}{m \cdot V_{кр}} \cdot \frac{2 \cdot \sigma_{сж}}{P}, \quad (1.35)$$

$$x = \left[1 - \frac{630 \cdot \pi \cdot \bar{X}^3 \cdot V_{заг} \cdot \sqrt{t \cdot \rho}}{m \cdot V_{кр}} \cdot \left(\frac{2 \cdot \sigma_{сж}}{P} \right)^{3/2} \right] \cdot \left(\frac{P}{2 \cdot \sigma_{сж}} \right)^{1/2}, \quad (1.36)$$

$$\sigma = \frac{m \cdot V_{кр}}{630 \cdot \pi \cdot \bar{X}^3 \cdot V_{заг} \cdot \sqrt{t \cdot \rho}} \cdot \frac{P^{3/2}}{(2 \cdot \sigma_{сж})^{1/2}}. \quad (1.37)$$

Анализ полученных зависимостей (1.31), (1.34), (1.35), (1.36) и (1.37) позволяет сделать важные выводы, связанные, во-первых, с независимостью параметра H от режима резания и характеристик круга (за исключением параметра P). Во-вторых, с тем, что параметр H_{max} всегда увеличивается, а параметр x - уменьшается с увеличе-

нием $V_{заг}$ и t , причем, довольно интенсивно. В-третьих, с тем, что на все приведенные параметры $(1-\eta)$, H , H_{max} , x , σ оказывает значительное влияние соотношение $\sigma_{сж} / P$, определяющее прочностные свойства обрабатываемого материала и рабочей поверхности круга. Поскольку параметр $\sigma_{сж}$ постоянный, а P изменяется в процессе шлифования вследствие износа зерна, то можно сделать важный вывод о целесообразности управления нагрузкой, действующей на зерно.

В теории шлифования известен такой подход к управлению процессом, однако, структура управления значительно упрощена. Обычно в исследованиях связывают изменение P с изменением параметров режимов шлифования, характеристик круга и других условий обработки. Между тем, согласно зависимостям (1.34) и (1.36), влияние параметров $V_{заг}$, $V_{кр}$, m и других на P не столь существенно, как, например, влияние параметров η и x . Следовательно, эффект от управления нагрузкой P путем изменения режимов резания ниже, чем от управления нагрузкой P путем изменения параметров η и x . Таким образом, для эффективного ведения процесса шлифования необходимо управлять прежде всего величиной линейного износа зерна. В стабилизированном процессе шлифования величина x должна соответствовать предельному значению P , при котором режущие зерна в зависимости от механизма износа круга будут периодически объемно разрушаться или выпадать из связки без разрушения.

Приведенные зависимости могут быть обоснованно применимы при шлифовании кругами из СТМ на органических и керамических связках, когда в износе круга, как правило, преобладает выпадение зерен из связки без их разрушения от действия предельной тангенциальной нагрузки (в данном случае обозначенной через P). При шлифовании кругами из СТМ на высокопрочных металлических связках, когда в износе круга преобладает объемное разрушение зерен, параметры $(1-\eta)$, H , H_{max} , x , σ , следует рассматривать с точки зрения действия на зерно предельной суммарной нагрузки, равной $P_0 = \sqrt{P_T^2 + P_P^2}$, где $P_T = P$ и P_P - соответственно тангенциальная и радиальная составляющие нагрузки, действующей на зерно, Н. Для установления такой взаимосвязи воспользуемся зависимостями $P_P = P_0 / K_{ш}$ и $K_{ш} = 1 - \eta$. Тогда

$$P = P_0 \cdot \left(\frac{1 - \eta}{2} \right)^{1/2}. \quad (1.38)$$

Разрешая зависимость (1.34) с учетом зависимости (1.38) относительно $(1 - \eta)$, имеем

$$(1 - \eta) = 2,44 \cdot \left(\frac{630 \cdot \pi \cdot \bar{X}^3 \cdot V_{заг} \cdot \sqrt{t \cdot \rho}}{m \cdot V_{кр}} \right)^{4/7} \cdot \left(\frac{\sigma_{сж}}{P_0} \right)^{6/7}. \quad (1.39)$$

Соответственно, параметр P после подстановки зависимости (1.39) в (1.38), определится:

$$P = 1,1 \cdot \left(\frac{630 \cdot \pi \cdot \bar{X}^3 \cdot V_{заг} \cdot \sqrt{t \cdot \rho}}{m \cdot V_{кр}} \right)^{2/7} \cdot P_0^{4/7} \cdot \sigma_{сж}^{3/7}. \quad (1.40)$$

Параметры H , H_{max} , σ с учетом зависимости (1.40) примут вид

$$H = 0,74 \cdot \left(\frac{630 \cdot \pi \cdot \bar{X}^3 \cdot V_{заг} \cdot \sqrt{t \cdot \rho}}{m \cdot V_{кр}} \right)^{1/7} \cdot \left(\frac{P_0}{\sigma_{сж}} \right)^{2/7}, \quad (1.41)$$

$$H_{max} = 1,81 \cdot \left(\frac{630 \cdot \pi \cdot \bar{X}^3 \cdot V_{заг} \cdot \sqrt{t \cdot \rho}}{m \cdot V_{кр}} \right)^{5/7} \cdot \left(\frac{\sigma_{сж}}{P_0} \right)^{4/7}, \quad (1.42)$$

$$\sigma = 0,82 \cdot \left(\frac{m \cdot V_{кр}}{630 \cdot \pi \cdot \bar{X}^3 \cdot V_{заг} \cdot \sqrt{t \cdot \rho}} \right)^{4/7} \cdot P_0^{6/7} \cdot \sigma_{сж}^{1/7}. \quad (1.43)$$

Сравнивая полученные зависимости для определения параметров H и H_{max} с аналогичными зависимостями (1.11) и (1.12), видим, что по структуре построения они идентичны. Отличие состоит лишь в том, что зависимости (1.41) и (1.42) содержат два новых параметра $\sigma_{сж}$ и P_0 , а основное выражение, содержащее параметры режима шлифования и другие параметры, входит в зависимость с иными показателями степени. Причем, в зависимость для определения параметра H это выражение входит с меньшей степенью, чем в зависимость (1.11), а в зависимость H_{max} - наоборот, с большей степенью, чем в зависимость (1.12). Для численной оценки полученных зависимостей, а также для сравнения их с зависимостью (1.12), в табл. 1.3 приведены расчетные значения параметров H , H_{max} , x , η , σ и P в зависимости от глубины шлифования t , полученные с использованием зависимостей (1.39), (1.40), (1.41), (1.42), (1.43). В табл. 1.4 приведены расчетные значения H_{max} при $\eta=0$, полученные по зависимо-

сти (1.12) с учетом $V_{пл} = V_{заг} \cdot \sqrt{2 \cdot t \cdot \rho}$ и зависимостей (1.32) и (1.33) для определения параметров k и b .

Таблица 1.3

Расчетные значения основных физических параметров шлифования
($V_{кр} = 30$ м/с; $V_{заг} = 1$ м/мин; $m = 100$; $\bar{X} = 0,2 \cdot 10^{-3}$ м; $P_0 = 10$ Н;
 $R_{кр} = 0,15$ м; $R_{заг} = 0,1$ м; $\sigma_{сж} = 3260$ МПа)

$t \cdot 10^{-3}$, м	0,05	0,1	0,3	0,5	1,0
$H \cdot 10^{-6}$, м	22,46	23,6	25,53	26,48	27,82
$H_{max} \cdot 10^{-6}$, м	4,98	6,37	9,41	11,31	14,48
$H \cdot 10^{-6}$, м	17,48	17,23	16,12	15,17	13,34
η	0,78	0,73	0,63	0,57	0,48
$K_{ш}$	0,22	0,27	0,37	0,43	0,52
σ , МПа	28930,0	23735,8	17345,5	15000,0	12300,0
P , Н	3,26	3,6	4,2	4,53	5,0

Таблица 1.4

Расчетные значения параметра H_{max} ($V_{кр} = 30$ м/с; $V_{заг} = 1$ м/мин; $m = 100$;
 $\bar{X} = 0,2 \cdot 10^{-3}$ м; $R_{кр} = 0,15$ м; $R_{заг} = 0,1$ м;)

$t \cdot 10^{-3}$, м	0,05	0,1	0,3	0,5	1,0
$H_{max} \cdot 10^{-6}$, м	13,76	15,44	18,54	20,19	22,66

Анализ результатов расчетов, приведенных в табл. 1.3, показывает, что параметр η значительно больше нуля, т.е. на круге в установившемся процессе шлифования всегда образуется режущий рельеф, отличный от исходного (после правки круга). Причем, для каждого режима резания, каждой характеристики круга и марки обрабатываемого материала образуется свой вполне конкретный режущий рельеф, характеризуемый параметром x . Это в полной мере подтверждает сделанный ранее вывод о необходимости анализа процесса шлифования с позиции изменения (стабилизации) режущего рельефа круга из СТМ.

Из всех приведенных в табл. 1.3 параметров, наибольшему изменению (в зависимости от глубины шлифования) подвержен параметр H_{max} . Это указывает на его определяющую роль в формировании физических закономерностей процесса шлифования. Существенное отличие параметров установившегося и исходного режущего рельефа круга предопределяет также значительное отличие значений параметра H_{max} в установившемся процессе шлифования и в началь-

ный момент шлифования, табл. 1.3 и табл. 1.4. Исходя из этого, можно заключить, что расчет параметра H_{max} , не учитывающий изменение (стабилизацию) режущего рельефа круга, является упрощенным и не позволяет достаточно объективно характеризовать закономерности процесса шлифования. Следовательно, анализ процесса следует производить в соответствии с приведенными зависимостями (1.39), (1.40), (1.41), (1.42) и (1.43).

Таблица 1.5

Расчетные значения основных физических параметров шлифования ($V_{кр}=30$ м/с; $V_{заг}=5$ м/мин; $m=100$; $\bar{X}=0,2 \cdot 10^{-3}$ м; $P_0=10$ Н; $R_{кр}=0,15$ м; $R_{заг}=0,1$ м; $\sigma_{сж}=3260$ МПа)

$t \cdot 10^{-3}$, м	0,05	0,1	0,3	0,5
$H \cdot 10^{-6}$, м	28,3	29,74	32,0	-
$H_{max} \cdot 10^{-6}$, м	15,73	20,13	29,74	-
$H \cdot 10^{-6}$, м	12,57	9,61	2,26	-
η	0,45	0,325	0,075	-
$K_{ш}$	0,55	0,675	0,925	-
σ , МПа	11572,0	9494,3	6934,4	-
P , Н	5,15	5,69	6,64	

Таблица 1.6

Расчетные значения параметра H_{max} ($V_{кр}=30$ м/с; $V_{заг}=5$ м/мин; $m=100$; $\bar{X}=0,2 \cdot 10^{-3}$ м; $R_{кр}=0,15$ м; $R_{заг}=0,1$ м;)

$t \cdot 10^{-3}$, м	0,05	0,1	0,3	0,5
$H_{max} \cdot 10^{-6}$, м	23,52	26,4	31,7	-

Для количественной оценки влияния скорости заготовки на основные параметры шлифования, в табл. 1.5 приведены расчетные данные параметров H , H_{max} , x , η , $K_{ш}$, σ и P для $V_{заг}=5$ м/мин. Как видим, увеличение скорости заготовки $V_{заг}$ от 1 м/мин до 5 м/мин приводит к значительному изменению рассматриваемых параметров. Во-первых, при $t=0,5 \cdot 10^{-3}$ параметр η принимает отрицательные значения, что лишено физического смысла, т.е. процесс шлифования не реализуем. Во-вторых, при $t=0,3 \cdot 10^{-3}$ параметр η принимает значения, близкие к нулю, т.е. установившийся режущий рельеф круга почти не отличается от исходного. Значение параметра H_{max} , полученное по зависимости (1.42), и значение H_{max} , полученное по преобра-

зованной зависимости (1.12) для $\eta=0$ и приведенное в табл. 1.6, в этом случае также почти одинаковые. Необходимо отметить, что параметр x при $V_{заг} = 5$ м/мин с изменением глубины шлифования изменяется более интенсивно, чем при $V_{заг} = 1$ м/мин. Параметр H , как при $V_{заг} = 1$ м/мин, так и при $V_{заг} = 5$ м/мин, почти не изменяются с увеличением t .

Таким образом, получены расчетные зависимости основных физических параметров шлифования, которые могут быть использованы при анализе и оптимизации процесса.

1.5. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ФИЗИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ ШЛИФОВАНИЯ НА ОСНОВЕ АППРОКСИМАЦИИ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ ЗАВИСИМОСТИ УСЛОВНОГО НАПРЯЖЕНИЯ РЕЗАНИЯ

В предыдущем параграфе расчет основных физических параметров шлифования произведен с использованием установленных закономерностей стружкообразования при резании отдельным зерном. Для оценки достоверности такого расчета воспользуемся экспериментальными данными об изменении условного напряжения резания в зависимости от толщины среза, приведенными в работах [243, 297], и на их основе определим основные физические параметры шлифования.

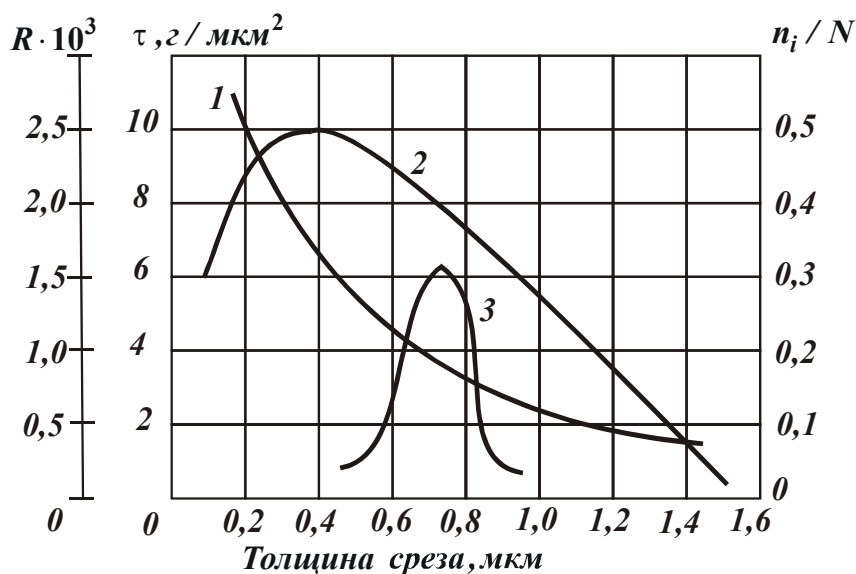


Рис. 1.8. Зависимость условного напряжения резания (1), работоспособности зерна (2) от толщины среза при микроцарапании единичным зерном АС6 250/200 и распределение предельных толщин среза (3) [243].

Как показано в работах [243, 297], с повышением прочностных характеристик обрабатываемого материала, радиуса округления режущей кромки зерна и снижением толщины среза условное напряжение резания возрастает, рис. 1.8. Следовательно, условное

напряжение резания σ может быть аппроксимировано зависимостью

$$\sigma = \sigma_{сж} \cdot \left(\frac{H_{max_0}}{H_{max}} \right)^n, \quad (1.44)$$

где H_{max_0} - значение параметра H_{max} , при котором выполняется условие $\sigma = \sigma_{сж}$; n - параметр, изменяющийся в пределах $0,5 \dots 1,0$.

Обозначим произведение $\sigma_{сж} \cdot H_{max_0}^n$ через параметр A , в общем случае определяющий прочностные свойства обрабатываемого материала и устанавливаемый расчетно-экспериментальным путем. Тогда зависимость (1.44) опишется

$$\sigma = \frac{A}{H_{max}^n}. \quad (1.45)$$

Разрешая зависимость (1.28) относительно $(1-\eta)$ с учетом известного выражения $S = P/\sigma$ и зависимости (1.45), а также с учетом соотношения $H_{max} = (1-\eta) \cdot H$ и зависимости (1.11) и принимая $2\gamma \cong 90^\circ$, получим

$$(1-\eta) = \frac{A}{P} \cdot \left(\frac{6,75 \cdot b \cdot V_{нл} \cdot A^2}{k \cdot V_{кр} \cdot P^2} \right)^{\frac{2-n}{2n-1}}. \quad (1.46)$$

Подставляя зависимость (1.46) в зависимости (1.11), (1.12), (1.13) и (1.45), имеем

$$H = \frac{P}{A} \cdot \left(\frac{6,75 \cdot b \cdot V_{нл} \cdot A^2}{k \cdot V_{кр} \cdot P^2} \right)^{\frac{n-1}{2n-1}}, \quad (1.47)$$

$$H_{max} = \left(\frac{6,75 \cdot b \cdot V_{нл} \cdot A^2}{k \cdot V_{кр} \cdot P^2} \right)^{\frac{1}{2n-1}}, \quad (1.48)$$

$$x = \frac{P}{A} \cdot \left[1 - \frac{A}{P} \cdot \left(\frac{6,75 \cdot b \cdot V_{нл} \cdot A^2}{k \cdot V_{кр} \cdot P^2} \right)^{\frac{n-1}{2n-1}} \right] \cdot \left(\frac{6,75 \cdot b \cdot V_{нл} \cdot A^2}{k \cdot V_{кр} \cdot P^2} \right)^{\frac{n-1}{2n-1}}, \quad (1.49)$$

$$\sigma = A \cdot \left(\frac{k \cdot V_{кр} \cdot P^2}{6,75 \cdot b \cdot V_{пл} \cdot A^2} \right)^{\frac{n}{2n-1}}. \quad (1.50)$$

Значения показателей $\beta_1 = \frac{n-1}{2n-1}$, $\beta_2 = \frac{2-n}{2n-1}$, $\beta_3 = \frac{n}{2n-1}$

приведены в табл. 1.7.

Таблица 1.7

Расчетные значения показателей $\beta_1, \beta_2, \beta_3$

n	0,5	0,75	1,0	1,5	2,0
$\beta_1 = \frac{n-1}{2n-1}$	$-\infty$	-0,5	0	0,25	0,33
$\beta_2 = \frac{2-n}{2n-1}$	∞	2,5	1	0,25	0
$\beta_3 = \frac{n}{2n-1}$	∞	1,5	1	0,75	0,66

Преобразуем полученные выше зависимости с учетом зависимостей (1.32), (1.33) и $V_{пл} = V_{заг} \cdot \sqrt{2 \cdot t \cdot \rho}$

$$H_{max} = \left(\frac{630 \cdot \pi \cdot \bar{X}^3 \cdot V_{заг} \cdot \sqrt{t \cdot \rho} \cdot A^2}{m \cdot V_{кр} \cdot P^2} \right)^{\frac{1}{2n-1}}, \quad (1.51)$$

$$H = \frac{P}{A} \cdot \left(\frac{630 \cdot \pi \cdot \bar{X}^3 \cdot V_{заг} \cdot \sqrt{t \cdot \rho} \cdot A^2}{m \cdot V_{кр} \cdot P^2} \right)^{\frac{n-1}{2n-1}}, \quad (1.52)$$

$$\eta = 1 - \frac{A}{P} \cdot \left(\frac{630 \cdot \pi \cdot \bar{X}^3 \cdot V_{заг} \cdot \sqrt{t \cdot \rho} \cdot A^2}{m \cdot V_{кр} \cdot P^2} \right)^{\frac{2-n}{2n-1}}, \quad (1.53)$$

$$x = \frac{P}{A} \cdot \left[1 - \frac{A}{P} \cdot \left(\frac{630 \cdot \pi \cdot \bar{X}^3 \cdot V_{заг} \cdot \sqrt{t \cdot \rho} \cdot A^2}{m \cdot V_{кр} \cdot P^2} \right)^{\frac{2-n}{2n-1}} \right] \times \quad (1.54)$$

$$\times \left(\frac{630 \cdot \pi \cdot \bar{X}^3 \cdot V_{заг} \cdot \sqrt{t \cdot \rho} \cdot A^2}{m \cdot V_{кр} \cdot P^2} \right)^{\frac{n-1}{2n-1}}$$

$$\sigma = A \cdot \left(\frac{m \cdot V_{кр} \cdot P^2}{630 \cdot \pi \cdot \bar{X}^3 \cdot V_{заг} \cdot \sqrt{t \cdot \rho \cdot A^2}} \right)^{\frac{n}{2n-1}} \quad (1.55)$$

Исходя из рис. 1.9, с изменением n параметры H , H_{max} , x и σ могут изменяться по самым разнообразным зависимостям. Наиболее чувствительным параметром к изменению является H_{max} . Параметр H изменяется незначительно, а при $n=1$ остается неизменным.

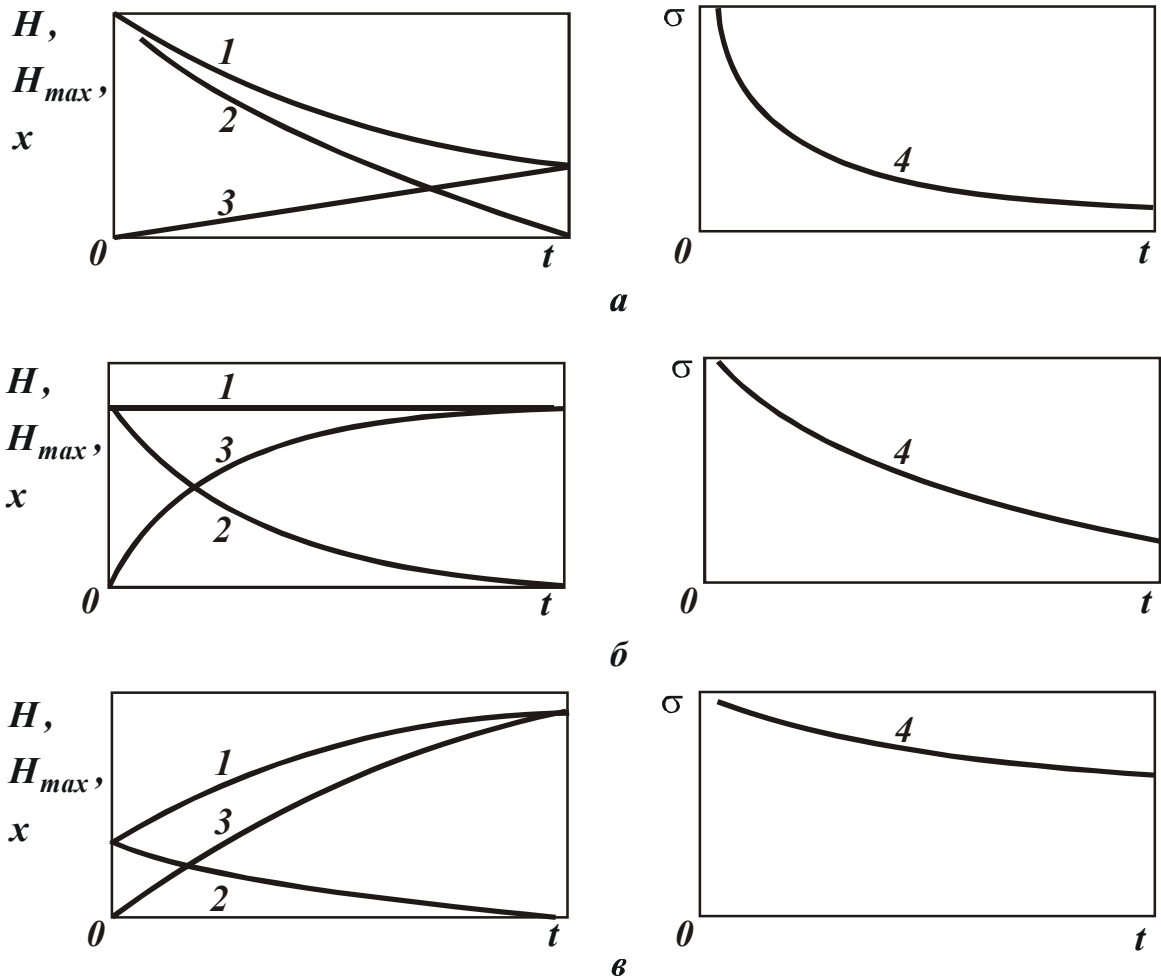


Рис. 1.9. Примерные зависимости параметров H (1), H_{max} (2), η , x (3), σ (4) от t для разных значений n : а - $n=0,75$; б - $n=1,0$; в - $n=1,5$.

Анализ приведенных зависимостей показывает, что с увеличением P , при неизменности условий шлифования, параметры H , η , x и σ возрастают, а H_{max} - снижается. Это указывает на то, что нагрузка P , действующая на максимально выступающее зерно, с течением времени шлифования повышается и достигает своего предельного значения не сразу, а после определенного линейного износа зерен, зависящего от параметров режима шлифования, характеристик

круга и заготовки.

Для анализа основных физических параметров шлифования применительно к шлифованию кругом из СТМ на металлической связке, преобразуем зависимости (1.51), (1.52), (1.53) и (1.55) с учетом зависимости (1.38):

$$H_{max} = \left(\left[\frac{630 \cdot \pi \cdot \bar{X}^3 \cdot V_{заг} \cdot \sqrt{t \cdot \rho}}{m \cdot V_{кр}} \right]^{1,5} \cdot \frac{2A^2}{P_0^2} \right)^{\frac{1}{(2n+0,5)}}, \quad (1.56)$$

$$H = \left(\frac{630 \cdot \pi \cdot \bar{X}^3 \cdot V_{заг} \cdot \sqrt{t \cdot \rho}}{m \cdot V_{кр}} \right)^{\frac{(2n^2-2n+0,5)}{(2n-1) \cdot (2n+0,5)}} \cdot \left(\frac{P_0}{\sqrt{2} \cdot A} \right)^{\frac{1}{(2n+0,5)}}, \quad (1.57)$$

$$\eta = 1 - \left(\frac{630 \cdot \pi \cdot \bar{X}^3 \cdot V_{заг} \cdot \sqrt{t \cdot \rho}}{m \cdot V_{кр}} \right)^{\frac{(2-n)}{(2n+0,5)}} \cdot \left(\frac{\sqrt{2} \cdot A}{P_0} \right)^{\frac{3}{(2n+0,5)}}, \quad (1.58)$$

$$\sigma = A \cdot \left(\left[\frac{m \cdot V_{кр}}{630 \cdot \pi \cdot \bar{X}^3 \cdot V_{заг} \cdot \sqrt{t \cdot \rho}} \right]^{1,5} \cdot \frac{P_0^2}{2 \cdot A^2} \right)^{\frac{n}{(2n+0,5)}}. \quad (1.59)$$

Сравнение приведенных зависимостей с аналогичными зависимостями (1.39), (1.41), (1.42) и (1.43) показывает, что при $n=0,75$ показатели степени входящего во все зависимости выражения $\left(\frac{630 \cdot \pi \cdot \bar{X}^3 \cdot V_{заг} \cdot \sqrt{t \cdot \rho}}{m \cdot V_{кр}} \right)$ практически совпадают. Это свидетель-

ствует о том, что закономерности шлифования с достаточной для практики точностью могут быть описаны аппроксимированной экспериментальной зависимостью $\sigma = \frac{A}{H_{max}^{0,75}}$. В этом случае зависимо-

сти (1.56), (1.57), (1.58) и (1.59) примут вид

$$H_{max} = 1,42 \cdot \left(\frac{630 \cdot \pi \cdot \bar{X}^3 \cdot V_{заг} \cdot \sqrt{t \cdot \rho}}{m \cdot V_{кр}} \right)^{0,75} \cdot \left(\frac{A}{P} \right), \quad (1.60)$$

$$H = 0,84 \cdot \left(\frac{630 \cdot \pi \cdot \bar{X}^3 \cdot V_{заг} \cdot \sqrt{t \cdot \rho}}{m \cdot V_{кр}} \right)^{0,125} \cdot \left(\frac{P_0}{A} \right)^{0,5}, \quad (1.61)$$

$$\eta = 1 - 1,68 \cdot \left(\frac{630 \cdot \pi \cdot \bar{X}^3 \cdot V_{заг} \cdot \sqrt{t \cdot \rho}}{m \cdot V_{кр}} \right)^{0,625} \cdot \left(\frac{A}{P_0} \right)^{1,5}, \quad (1.62)$$

$$\sigma = 0,77 \cdot \left(\frac{m \cdot V_{кр}}{630 \cdot \pi \cdot \bar{X}^3 \cdot V_{заг} \cdot \sqrt{t \cdot \rho}} \right)^{0,56} \cdot P_0^{0,75} \cdot A^{0,25}. \quad (1.63)$$

Таким образом, получены зависимости по структуре построения идентичные зависимостям (1.39), (1.41), (1.42) и (1.43), что свидетельствует о достоверности разработанной математической модели процесса. Приведенная замкнутая система зависимостей позволяет произвести расчет сил и температуры резания, износ круга, шероховатости обработки и других параметров шлифования.

1.6. РАСЧЕТ СИЛЫ РЕЗАНИЯ ПРИ ШЛИФОВАНИИ

Для определения тангенциальной составляющей силы резания воспользуемся расчетной схемой, приведенной в параграфе 1.2. Предположим, что наложение проекций зерен на радиально движущуюся плоскость происходит без их взаимного перекрытия, т.е. каждое зерно оставит на плоскости свою полную проекцию. Такой подход возможен при условии, если в расчетах учитывать не все зерна, прошедшие через радиально движущуюся плоскость, а лишь работающие, как показано в работе [231], 44% от всех зерен.

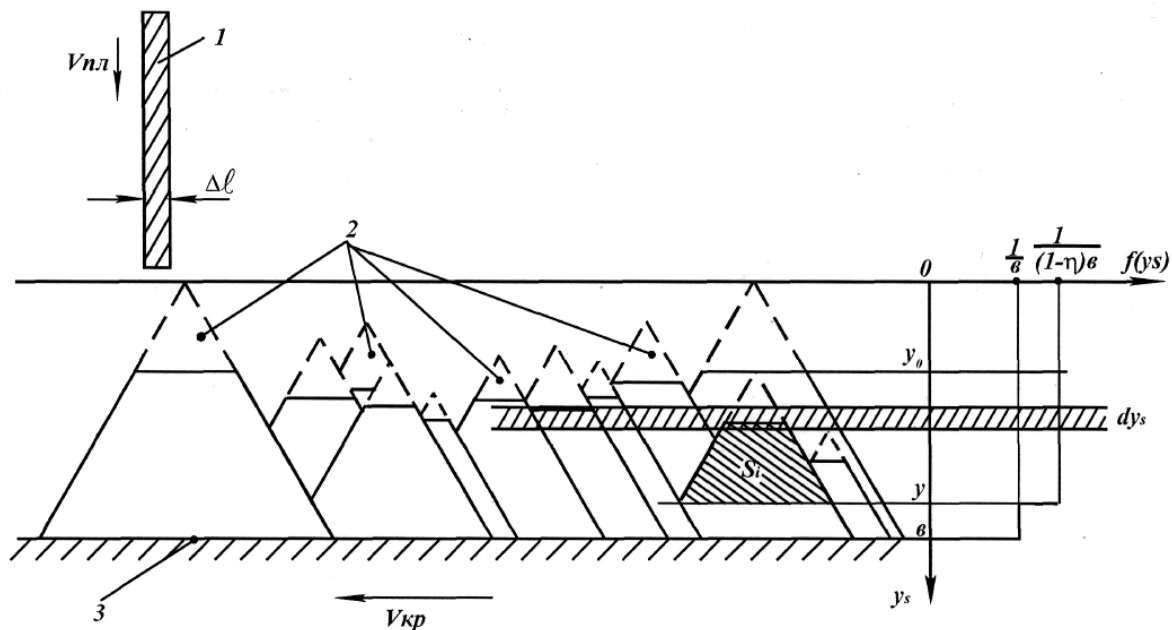


Рис. 1.10. Расчетная схема силы резания при шлифовании радиально движущейся бесконечно тонкой плоскости: 1 – движущаяся плоскость; 2 – изношенные части зерен; 3 – уровень связки.

Рабочую поверхность круга представим множеством элементарных горизонтальных слоев бесконечно малой толщины dy_s , содержащих одинаковое число вершин зерен, рис. 1.10.

Элементарную тангенциальную составляющую силу резания от работы зерен dy_s -того слоя получим по следующей зависимости

$$dP_z = P_i \cdot dn_s, \quad (1.64)$$

где $P_i = S_i \cdot \sigma_i$ - сила резания, действующая на отдельное зерно, Н; S_i - площадь единичного среза, м²; $\sigma_i = A / (y - y_s)^n$ - условное напряжение шлифования зернами dy_s -того элементарного слоя, Н/м²;

$$dn_s = n \cdot f(y_s) \cdot dy_s = 0,44 \cdot k \cdot B \cdot dl \cdot \frac{dy_s}{(1 - \eta) \cdot b};$$

dl - толщина прямоугольной плоскости, м.

Величина S_i , соответствующая площади трапеции, рис. 1.10, определится выражением

$$S_i = \operatorname{tg} \gamma \cdot \left[(y - y_0)^2 - (y_s - y_0)^2 \right], \quad (1.65)$$

где y_0 - координата вершины неизношенного зерна dy_s -того элементарного слоя, м.

С учетом $\left(y - y_0 = \frac{(y_s - y_0)}{\eta} \right)$ и $(y_s - y_0) = \frac{\eta}{(1 - \eta)} \cdot (y - y_s)$, имеем

$$S_i = \operatorname{tg} \gamma \cdot \frac{(1 - \eta^2)}{(1 - \eta)^2} \cdot (y - y_s)^2. \quad (1.66)$$

Окончательно dP_z примет вид

$$dP_z = \frac{0,44 \cdot k \cdot B \cdot \operatorname{tg} \gamma \cdot A \cdot (1 - \eta^2) \cdot dl}{(1 - \eta)^3 \cdot b} \cdot (y - y_s)^{2-n} \cdot dy_s. \quad (1.67)$$

Суммарную силу P_z от всех элементарных горизонтальных слоев получим суммированием dP_z в пределах $y_a \dots y$

$$P_z = \int_{y_a}^y dP_z = \frac{0,44 \cdot k \cdot B \cdot \operatorname{tg} \gamma \cdot A \cdot (1 - \eta^2) \cdot dl}{(1 - \eta)^3 \cdot (3 - n) \cdot b} \cdot (y - y_a)^{3-n} \cdot dy_s. \quad (1.68)$$

Выразим $(y - y_a) = (1 - \eta) \cdot y$, тогда

$$P_z = \frac{0,44 \cdot k \cdot B \cdot \operatorname{tg} \gamma \cdot A \cdot (1 - \eta^2) \cdot dl}{(1 - \eta)^3 \cdot (3 - n) \cdot b} \cdot y^{3-n}. \quad (1.69)$$

Координата y в данном случае равна параметру H , определяемому зависимостью (1.11). После подстановки зависимости (1.11) в (1.69), имеем

$$P_z = \frac{0,44 \cdot B \cdot A \cdot dl}{(3-n)} \cdot \left[\frac{\operatorname{tg} \gamma \cdot k \cdot (1+\eta)}{(1-\eta)^2 \cdot b} \right]^{n/3} \cdot \left(\frac{6,75 \cdot V_{nl}}{V_{кр}} \right)^{1-\frac{n}{3}}. \quad (1.70)$$

Полученная зависимость связывает тангенциальную составляющую силы резания с режимом шлифования, характеристиками круга и заготовки, а также с величиной линейного износа зерен, определяемой функцией η . Как видим, по мере износа зерен, что соответствует увеличению η , тангенциальная составляющая силы резания P_z увеличивается. Учитывая, что η может изменяться в пределах $0 \dots 1$, тангенциальная составляющая силы резания P_z с течением времени шлифования по мере износа зерен круга может увеличиваться в значительных пределах.

Зависимость для определения тангенциальной составляющей силы резания P_z можно получить другим методом. В нашей работе [231] показано, что $P_z = S \cdot \sigma$, где $S = Q/V_{кр}$ - мгновенная площадь среза всеми работающими зернами, m^2 ; $Q = B \cdot \Delta l \cdot V_{nl}$ - производительность шлифования, $m^3/\text{мин}$; σ - среднее условное напряжение шлифования, которое может быть описано в виде $\sigma = A/H_{max}^n$. Тогда с учетом зависимости (1.12) и несложных преобразований сила резания P_z примет вид

$$P_z = \frac{A \cdot B \cdot dl}{6,75} \cdot \left[\frac{\operatorname{tg} \gamma \cdot k \cdot (1+\eta)}{(1-\eta)^2 \cdot b} \right]^{n/3} \cdot \left(\frac{6,75 \cdot V_{nl}}{V_{кр}} \right)^{1-\frac{n}{3}}. \quad (1.71)$$

Сравнение зависимостей (1.71) и (1.72) показывает, что они отличаются только постоянным множителем. Независимо от значения n , изменяющегося в пределах $0,5 \dots 1,0$, тангенциальная составляющая силы резания P_z , рассчитанная по зависимости (1.70), всегда больше аналогичной P_z , рассчитанной по зависимости (1.71). Это обусловлено тем, что в качестве среднего значения σ в (1.71) принято условное напряжение резания максимально выступающим зерном, которое всегда минимально. Для $n=1$ различие значений P_z , полученных по зависимостям (1.70) и (1.71), составляет не более 30%, что

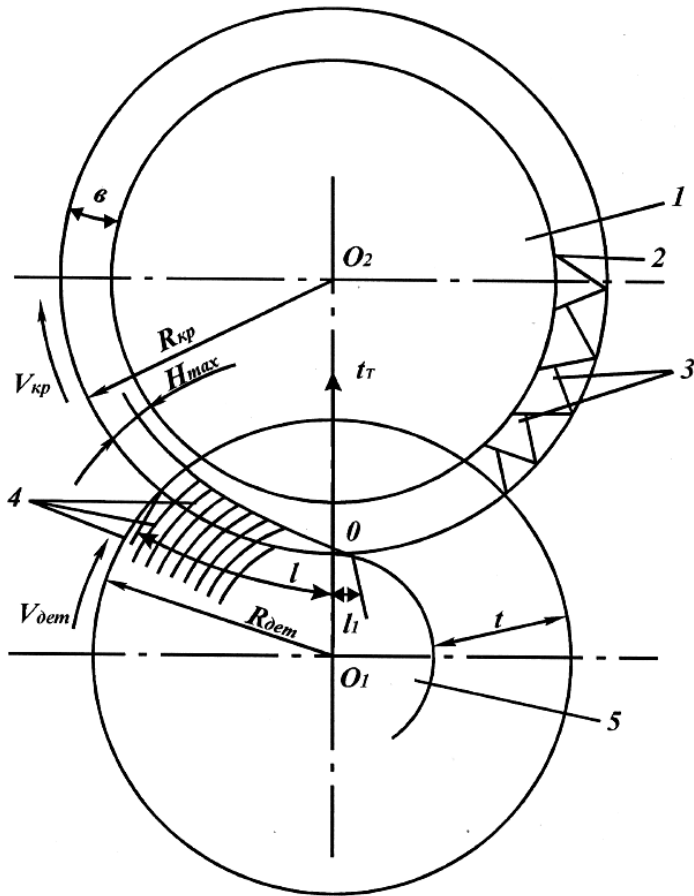


Рис. 1.11. Схема расчета силы резания при круглом наружном шлифовании: 1 – круг; 2 – уровень связки круга; 3 – режущие зерна; 4 – элементарные слои снимаемого припуска; 5 – деталь.

периферийный элементарный слой, наименьшее – слой с координатой $t_T = 0$. Считаем, что $l_1 = 0$ и съем припуска осуществляется в первой половине угла контакта круга с заготовкой. Такое допущение справедливо при условии $t > H_{max}$, т.е. при высокопроизводительном шлифовании.

Тангенциальную составляющую силы резания P_z получим суммированием аналогичных сил резания для всех элементарных слоев припуска. В зависимости (1.70) вместо $V_{нл}$ примем $V_{заг} \cdot \sqrt{2 \cdot t_T \cdot \rho}$, а параметр t_T выразим через l_T - координату входа текущего элементарного слоя в рабочую поверхность круга, отсчитываемую от точки пересечения окружности радиуса $R_{кр}$ с осевой плоскостью шлифова-

ния O_1O_2 . Параметры l_T и l соответственно выражаются $l_T = \sqrt{\frac{2 \cdot t_T}{\rho}}$,

свидетельствует о преобладании максимальных срезов в формировании силовой напряженности процесса шлифования.

Используя зависимость (1.70), определим тангенциальную составляющую силы резания P_z для схемы круглого наружного шлифования. Снимаемый припуск представим пакетом элементарных слоев (в пределах зоны резания) бесконечно малой толщины dl , рис. 1.11. Вследствие различных углов входа таких слоев в рабочую поверхность круга параметры H и H_{max} для каждого из них будут переменны. Наибольшее значение H будет иметь

$l = \sqrt{\frac{2 \cdot t}{\rho}}$. Тогда

$$P_z = \int_0^l \frac{0,44 \cdot B \cdot A}{(3-n)} \cdot \left[\frac{\operatorname{tg} \gamma \cdot k \cdot (1+\eta)}{(1-\eta)^2 \cdot b} \right]^{n/3} \cdot \left(\frac{6,75 \cdot V_{заг} \cdot \rho \cdot l_T}{V_{кр}} \right)^{1-\frac{n}{3}} \cdot dl_T =$$

$$= \frac{2,64 \cdot B \cdot A}{(3-n) \cdot (6-n)} \cdot \left[\frac{\operatorname{tg} \gamma \cdot k \cdot (1+\eta)}{(1-\eta)^2 \cdot b \cdot \sqrt{2 \cdot \rho}} \right]^{n/3} \cdot \left(\frac{6,75 \cdot V_{заг}}{V_{кр}} \right)^{1-\frac{n}{3}} \cdot t^{1-\frac{n}{6}}. \quad (1.72)$$

С учетом зависимостей (1.32) и (1.33) зависимость (1.71) примет вид

$$P_z = \frac{2,64 \cdot B \cdot A}{(3-n) \cdot (6-n)} \cdot \left[\frac{3 \operatorname{tg} \gamma \cdot m \cdot (1+\eta)}{200\pi \cdot \bar{X}^3 \cdot (1-\eta)^2 \cdot \sqrt{2 \cdot \rho}} \right]^{n/3} \cdot \left(\frac{6,75 \cdot V_{заг}}{V_{кр}} \right)^{1-\frac{n}{3}} \cdot t^{1-\frac{n}{6}}. \quad (1.73)$$

В установившемся процессе шлифования зависимость (1.73) видоизменится. Вместо параметра η в нее войдет нагрузка P , действующая на максимально выступающее зерно. Используя зависимость (1.73), с учетом $(1+\eta) \cong 1,0$ сила резания P_z после некоторых преобразований опишется

$$P_z = \frac{2,64 \cdot B \cdot A \cdot V_{заг} \cdot t}{(3-n) \cdot (6-n) \cdot V_{кр}} \cdot \left[\frac{m \cdot V_{кр} \cdot P^2}{630\pi \cdot \operatorname{tg} \gamma \cdot \bar{X}^3 \cdot V_{заг} \cdot \sqrt{t \cdot \rho} \cdot A^2} \right]^{2n-1}. \quad (1.74)$$

Значения показателя $\frac{n}{2n-1}$ приведены в табл. 1.8.

Таблица 1.8

Расчетные значения $\frac{n}{2n-1}$

n	0,5	0,75	1,0	1,5	2,0
$\frac{n}{2n-1}$	∞	1,5	1,0	0,75	0,66

Из зависимости (1.74) следует, что по сравнению с неустановившимся процессом шлифования параметры t и $V_{заг}$, определяющие производительность обработки, в меньшей мере влияют на изменение силы резания P_z . Если в неустановившемся процессе изменение силы резания P_z соответствует зависимости $P_z \approx t^{(0,8...0,9)} \cdot V_{заг}^{(0,6...0,8)}$, то в

установившемся процессе – зависимости $P_z \approx t^{(0,25...0,5)} \cdot V_{заг}^{(-1,0...0)}$. Как видим, с увеличением $V_{заг}$ сила резания P_z может даже уменьшаться, что открывает новые возможности в интенсификации процесса шлифования. Такая закономерность обусловлена тем, что уменьшение условного напряжения шлифования σ с увеличением $V_{заг}$, согласно зависимости $P_z = S \cdot \sigma$, превышает рост мгновенной площади среза S . Интенсивное уменьшение σ в свою очередь связано с соответствующим ростом параметра H_{max} . Зависимость (1.74) подтверждает выдвинутое ранее положение об эффективности управления процессом шлифования с помощью параметра P .

В случае, если в износе круга из СТМ преобладает объемное разрушение зерен, зависимость (1.73) с учетом зависимости (1.62) для $n=0,75$ примет вид

$$P_z = \frac{1,16 \cdot B \cdot A \cdot V_{заг} \cdot t}{V_{кр}} \cdot \left[\frac{m \cdot V_{кр}}{630 \pi \cdot \bar{X}^3 \cdot V_{заг} \cdot \sqrt{t \cdot \rho}} \right]^{0,562} \cdot \left(\frac{P_0}{A} \right)^{0,75} \quad (1.75)$$

Соответственно радиальная составляющая силы резания $P_y = P_z / K_{ш}$, где $K_{ш} = (1 - \eta)$, определится

$$P_y = \frac{0,7 \cdot B \cdot A \cdot V_{заг} \cdot t}{V_{кр}} \cdot \left[\frac{m \cdot V_{кр}}{630 \pi \cdot \bar{X}^3 \cdot V_{заг} \cdot \sqrt{t \cdot \rho}} \right]^{1,19} \cdot \left(\frac{P_0}{A} \right)^{2,25} \quad (1.76)$$

При использовании зависимости (1.26), расчет силы резания P_z существенно упрощается и расчетная зависимость принимает простой вид

$$P_z = \frac{B \cdot V_{заг} \cdot t}{V_{кр}} \cdot \frac{2}{(1 - \eta)} \cdot \sigma_{сж} \quad (1.77)$$

Сравнивая зависимость (1.77) с аналогичной зависимостью (1.73) для $n=0,75$, видим, что по структуре они совпадают. Отличие состоит в значениях показателей степени, с которыми параметры входят в зависимости.

Выразим параметр $(1 - \eta)$ в зависимости (1.77) через величину P_0 в соответствии с зависимостью (1.39)

$$P_z = \frac{0,82 \cdot B \cdot V_{заг} \cdot t}{V_{кр}} \cdot \left[\frac{m \cdot V_{кр}}{630 \pi \cdot \bar{X}^3 \cdot V_{заг} \cdot \sqrt{t \cdot \rho}} \right]^{0,57} \cdot \sigma_{сж}^{0,14} \cdot P_0^{0,86} \quad (1.78)$$

Аналогичным образом определяется радиальная составляющая

силы резания $P_y = P_z / (1 - \eta)$:

$$P_y = \frac{0,34 \cdot B \cdot V_{заг} \cdot t}{V_{кр}} \cdot \left[\frac{m \cdot V_{кр}}{630 \pi \cdot \bar{X}^3 \cdot V_{заг} \cdot \sqrt{t \cdot \rho}} \right]^{1,14} \cdot \sigma_{сж}^{-0,717} \cdot P_0^{1,72}. \quad (1.79)$$

Как видим, зависимости (1.78) и (1.79) практически совпадают с зависимостями (1.76) и (1.77), что подтверждает достоверность разработанной математической модели шлифования. В табл. 1.9 и табл. 1.10 приведены расчетные значения P_z и P_y , а также $K_{ш} = (1 - \eta)$ для $V_{заг} = 1$ м/мин и $V_{заг} = 5$ м/мин.

Таблица 1.9

Расчетные значения составляющих силы резания
($V_{кр} = 30$ м/с; $V_{заг} = 1$ м/мин; $m = 100$; $\bar{X} = 0,2 \cdot 10^{-3}$ м; $P_0 = 10$ Н; $R_{кр} = 0,15$ м;
 $R_{заг} = 0,1$ м; $\sigma_{сж} = 3260$ МПа; $B = 25 \cdot 10^{-3}$ м)

$t \cdot 10^{-3}$, м	0,05	0,1	0,3	0,5	1,0
P_z , Н	20,0	32,7	71,81	103,5	169,7
P_y , Н	90,0	121,1	194,0	240,7	326,4
$K_{ш}$	0,22	0,27	0,37	0,43	0,52

Таблица 1.10

Расчетные значения составляющих силы резания
($V_{кр} = 30$ м/с; $V_{заг} = 5$ м/мин; $m = 100$; $\bar{X} = 0,2 \cdot 10^{-3}$ м; $P_0 = 10$ Н;
 $R_{кр} = 0,15$ м; $R_{заг} = 0,1$ м; $\sigma_{сж} = 3260$ МПа; $B = 25 \cdot 10^{-3}$ м)

$t \cdot 10^{-3}$, м	0,05	0,1	0,3	0,5
P_z , Н	39,9	65,5	143,5	—
P_y , Н	72,5	97,0	155,2	—
$K_{ш}$	0,55	0,675	0,925	—

Отсутствие в табл. 1.10 значений P_z , P_y и $K_{ш}$ для $t = 0,5 \cdot 10^{-3}$, м свидетельствует о том, что в этом случае η принимает отрицательное значение и условия съема припуска нарушаются.

1.7. РАСЧЕТ ТЕМПЕРАТУРЫ РЕЗАНИЯ ПРИ ШЛИФОВАНИИ

При высокопроизводительном шлифовании наряду с обеспечением требуемой точности и шероховатости обработки важное значение имеет управление теплонапряженностью процесса, позволяющее исключить появление прижогов, микротрещин, структурных измене-

ний в поверхностных слоях заготовки и других объектов обработки. Поэтому выбор оптимальных условий обработки необходимо производить с учетом ограничения по температуре резания при шлифовании. Для ее определения воспользуемся известной, широко апробированной зависимостью, предложенной проф. Якимовым А.В. в работе [372]

$$\theta = \frac{q}{2} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot \pi \cdot l}{\lambda \cdot c \cdot \rho_m \cdot V_{заг}}}, \quad (1.80)$$

где $q = \frac{P_z \cdot V_{кр}}{F} \cdot \bar{\psi}$ - плотность теплового потока, характеризующая количество теплоты, проходящей через единицу поверхности заготовки в единицу времени, Вт/м²; $\bar{\psi}$ - коэффициент, показывающий какая часть работы переходит в теплоту, поглощаемую обрабатываемой заготовкой (по данным работы [303] для алмазного шлифования принимаем $\bar{\psi} = 0,4$, поскольку в теплоту переходит 80% от всей работы, с обрабатываемой заготовкой поглощается 50% теплоты); $F = B \cdot l$ - площадь контакта круга с заготовкой, м²; $l = \sqrt{2t/\rho}$ - длина дуги контакта круга с заготовкой, м; λ - коэффициент теплопроводности, Вт/(м·К); c - удельная теплоемкость, Дж/(кг·К); ρ_m - плотность обрабатываемого материала, кг/м³.

Анализируя зависимость (1.80), проф. Якимовым А.В. получен ряд важных решений по управлению теплонапряженностью шлифования, в частности, установлена эффективность применения прерывистых кругов, обеспечивающих за счет периодического прерывания контакта рабочих элементов круга с заготовкой снижение температуры шлифования. Возможности приведенной зависимости (1.80) могут быть значительно расширены (в плане оптимизации процесса), если силу резания P_z выразить через основные параметры шлифования, используя полученные в параграфе 1.6 аналитические зависимости. Для этого подставим зависимость (1.74) в (1.80) при $n=0,75$:

$$\theta = \frac{0,46 \cdot A \cdot V_{заг}^{0,25} \cdot V_{кр}^{0,25} \cdot t^{0,625} \cdot \rho^{0,125} \cdot \bar{\psi}}{\lambda^{0,25} \cdot c^{0,5} \cdot \rho_m^{0,5}} \cdot \left[\frac{tg\gamma \cdot m \cdot (1 + \eta)}{\bar{X}^3 \cdot (1 - \eta)^2} \right]^{0,25}.$$

После преобразований, имеем

$$\theta = 0,46 \cdot A \cdot \bar{\psi} \cdot \left[\frac{tg\gamma \cdot m \cdot V_{заг} \cdot V_{кр} \cdot t^{2,5} \cdot \rho^{0,5} \cdot (1 + \eta)}{\lambda^2 \cdot c^2 \cdot \rho_m^2 \cdot \bar{X}^3 \cdot (1 - \eta)^2} \right]^{0,25}. \quad (1.81)$$

Исходя из полученной зависимости, влияние параметра η на температуру шлифования θ такое же, как на силу резания P_z . Чем больше η , тем больше θ . Такие результаты подтверждаются многочисленными экспериментальными данными [1, 196, 243]. Режимы шлифования оказывают на θ иное влияние, чем на P_z . Так, с увеличением $V_{заг}$ и t температура шлифования θ возрастает в меньшей мере, чем сила резания P_z ; а с увеличением $V_{кр}$ изменяется по зависимости $\theta \approx V_{кр}^{0,25}$, тогда как сила резания P_z с ростом $V_{кр}$ - уменьшается.

Наибольшее влияние на θ , как и на P_z , оказывает параметр η . Следовательно, добиться ощутимого преимущества от управления только параметрами режима шлифования в неустановившемся процессе шлифования чрезвычайно сложно. Гораздо эффективнее управлять параметром η , изменяя по соответствующим зависимостям остальные параметры шлифования и обеспечивая периодическое достижение на максимально выступающем зерне предельной нагрузки P . Для анализа возможностей такого управления получим выражение для определения температуры шлифования θ применительно к стабилизированному процессу шлифования, подставляя в (1.80) зависимость (1.74) при $n=0,75$:

$$\theta = \frac{0,084 \cdot A \cdot \bar{\psi}}{(\lambda \cdot c \cdot \rho_m)^{0,5} \cdot V_{заг} \cdot \rho^{0,5}} \cdot \left(\frac{m \cdot V_{кр}}{630 \cdot \bar{X}^3} \right)^{1,5} \cdot \left(\frac{P}{A} \right)^3. \quad (1.82)$$

Из зависимости (1.82) следует, что характер изменения температуры шлифования от параметров режима шлифования отличается от установленного выше по зависимости (1.81). Если в неустановившемся процессе при $\eta = const$ с увеличением глубины шлифования t температура шлифования θ увеличивалась по зависимости $\theta \approx t^{0,625}$, то в стабилизированном процессе, благодаря соответствующему изменению параметра η при условии $P = const$, температура шлифования θ с ростом t остается неизменной. Аналогичен характер влияния $V_{заг}$ на θ при $\eta = var$. Если в неустановившемся процессе температура шлифования θ с ростом $V_{заг}$ увеличивалась, то в стабилизированном процессе вследствие снижения параметра η - уменьшается, причем весьма интенсивно по зависимости $\theta \approx V_{заг}^{-1}$.

Более значительно влияние на θ в стабилизированном процессе

оказывает также и скорость круга $V_{кр}$. Однако наибольшее влияние из всех входящих в зависимость (1.82) параметров на θ оказывает величина P . С ее изменением температура шлифования θ возрастает по зависимости $\theta \approx P^3$. Поэтому, очевидно, с точки зрения снижения теплонапряженности процесса целесообразно применять прочные алмазы, исключая образование на зернах значительных площадок износа.

Применительно к установившемуся процессу шлифования, когда в износе круга преобладает объемное разрушение зерен, зависимость (1.80) с учетом зависимости (1.74) примет вид

$$\theta = \frac{2,45 \cdot A \cdot \bar{\psi} \cdot V_{заг}^{0,5} \cdot t^{0,75} \cdot \rho^{0,25}}{\lambda^{0,5} \cdot c^{0,5} \cdot \rho_m^{0,5}} \cdot \left(\frac{m \cdot V_{кр}}{630 \cdot \pi \cdot \bar{X}^3 \cdot V_{заг} \cdot \sqrt{t \cdot \rho}} \right)^{0,562} \cdot \left(\frac{P_0}{A} \right)^{0,75} \quad (1.83)$$

Из полученной зависимости следует, что добиться уменьшения θ можно уменьшением параметров t , m , P_0 и увеличением $V_{заг}$ и \bar{X} , т.е. наиболее эффективным методом шлифования, обеспечивающим снижение температуры резания, следует рассматривать многопроходное шлифование с относительно небольшой глубиной шлифования и значительной скоростью заготовки.

Получим теперь расчетную зависимость температуры резания с учетом предела прочности обрабатываемого материала на сжатие $\sigma_{сж}$, для чего подставим зависимость (1.78) в (1.80):

$$\theta = \frac{1,73 \cdot \bar{\psi} \cdot V_{заг}^{0,5} \cdot t^{0,75} \cdot \rho^{0,25} \cdot \sigma_{сж}^{0,14} \cdot P_0^{0,86}}{\lambda^{0,5} \cdot c^{0,5} \cdot \rho_m^{0,5}} \cdot \left(\frac{m \cdot V_{кр}}{630 \cdot \pi \cdot \bar{X}^3 \cdot V_{заг} \cdot \sqrt{t \cdot \rho}} \right)^{0,57} \quad (1.84)$$

Как видим, структурно зависимости (1.83) и (1.84) практически идентичны, что позволяет использовать их для определения температуры резания. В табл. 1.11 приведены расчетные значения θ , которые хорошо согласуются с известными аналогичными экспериментальными данными.

Таблица 1.11

Расчетные значения температуры резания при шлифовании ($V_{кр}=30$ м/с; $V_{заг}=1$ м/мин; $m=100$; $\bar{X}=0,2 \cdot 10^{-3}$ м; $P_0=10$ Н; $R_{кр}=0,15$ м; $R_{заг}=0,1$ м; $\sigma_{сж}=3260$ МПа; $\lambda=50$ Вт/(м·К); $c=175,9$ Дж/(кг·К); $\rho_m=15 \cdot 10^3$ кг/м³)

$t \cdot 10^{-3}$, м	0,05	0,1	0,3	0,5	1,0
θ , К	303,0	417,8	696,5	882,1	1218,2

1.8. ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ИЗНОСА КРУГА ИЗ СТМ

Современная теория шлифования относит вопросы износа круга к числу наиболее сложных и в то же время наименее изученных вопросов, что объясняется разнообразием возникающих при шлифовании факторов механического, теплового, физико-химического происхождения и т.д., которые, воздействуя на рабочую поверхность круга, в зависимости от условий обработки вызывают превалирование того или иного вида износа. Этим обусловлены те сложности, с которыми сталкиваются исследователи при изучении механизма износа круга и в особенности при попытке его аналитического описания с целью установления путей снижения дорогостоящего алмазно-абразивного инструмента и создания инженерно приемлемых методик расчета износа круга [184, 212, 249, 373, 392].

В настоящем параграфе проведен теоретический анализ закономерностей износа круга из СТМ с позиций переменности величины линейного износа зерна до момента его объемного разрушения или выпадения из связки без разрушения при заданном (предельном) значении нагрузки, действующей на отдельное зерно, обусловленном прочностными свойствами рабочей поверхности круга из СТМ.

Выше показано, что в условиях высокопроизводительного шлифования кругами из СТМ, когда в механизме износа круга преобладает механический фактор и износ зерен происходит в основном за счет их объемного разрушения и последующего выпадения из связки или преждевременного выпадения из связки без разрушения, анализ износостойкости круга следует производить с позиций образования установившегося режущего рельефа круга. В этом случае основными факторами, определяющими закономерности изменения износа круга из СТМ, должны стать величина нагрузки, действующей на зерно, и величина линейного износа зерна до момента его объемного разрушения или выпадения из связки без разрушения. Отсутствие образования на зернах значительных площадок износа в условиях высокопроизводительного шлифования предопределяет влияние теплового, адгезионного, диффузионного и других физико-химических факторов в меньшей мере, чем механического фактора. Об этом говорится в многочисленных работах сотрудников ИСМ НАН Украины им. Бакуля В.Н. [27, 95, 212, 285, 289, 302], посвященных вопросам изучения механизма износа круга из СТМ и обоснованию возможностей его снижения.

Поэтому ниже из всего многообразия факторов, определяющих износ круга из СТМ, рассмотрим те факторы, которые обусловлены механикой взаимодействия режущих зерен с обрабатываемым материалом. Диффузионный, адгезионный и другие виды износа зерен, обусловленные тепловыми явлениями в зоне резания, которые довольно обстоятельно изучены в работах проф. Лоладзе Т.Н., проф. Бокучавы Г.В. [136, 184, 185] и других исследователей, в предложенной математической модели не рассматриваются в силу указанных выше причин.

В наших первых работах относительный расход СТМ описан эквивалентной функцией

$$\lambda = \frac{H_{max}}{Q}, \quad (1.85)$$

где Q - производительность обработки, м³/с.

Такое выражение предполагает зависимость линейного износа круга от максимальной толщины среза H_{max} , определяющей статическую нагруженность зерен круга и механизм его износа в виде скалывания и вырывания зерен из связки. После подстановки преобразованной зависимости (1.12) с учетом $Q = B \cdot V_{заг} \cdot t$ в (1.85), получена зависимость

$$\lambda = \sqrt[3]{\frac{630 \cdot \pi \cdot \bar{X}^3 \cdot \sqrt{\rho}}{m \cdot V_{кр}}} \cdot \frac{1}{B_0 \cdot V_{заг}^{2/3} \cdot t^{5/6}}, \quad (1.86)$$

из которой следует неограниченное снижение λ с увеличением глубины шлифования t . Естественно, такой характер изменения λ возможен до определенного значения t_0 , обусловленного достижением предельной (из условий прочности зерна и связки) толщины среза. Дальнейшее увеличение t приведет к превышению предельного значения H_{max} , потере устойчивости зерен в связке и катастрофическому износу круга. Значение t_0 и соответствующее ему значение λ_{min} определяются зависимостями:

$$t_0 = \left(\frac{tg\gamma \cdot m \cdot V_{кр} \cdot H_{max}^3}{630 \cdot \pi \cdot \bar{X}^3 \cdot V_{заг} \cdot \sqrt{\rho}} \right), \quad (1.87)$$

$$\lambda_{min} = \left(\frac{630 \cdot \pi \cdot \bar{X}^3 \cdot \sqrt{\rho}}{tg\gamma \cdot m \cdot V_{кр}} \right)^2 \cdot \frac{V_{заг}}{S_0 \cdot H_{max}^5}. \quad (1.88)$$

Выполненные экспериментальные исследования подтвердили

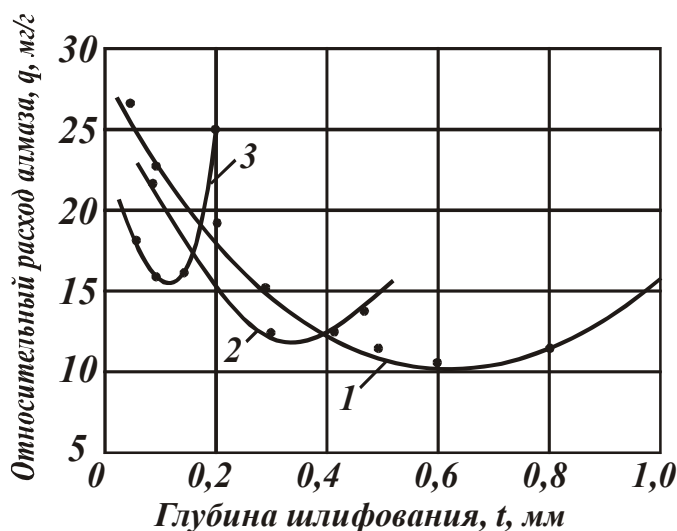


Рис. 1.12. Зависимость относительного расхода алмаза q от глубины шлифования t . Условия проведения экспериментов: круг — 1А1 300 25 АС6 250/200 М1-01 100%; обраб. материал — твердый сплав ВК15; $V_{кр} = 35$ м/с; $S_{np} = 22,5$ мм/об; СОЖ — 3%-ный раствор Na_2NO_3 ; 1 - $V_{заг} = 1$ м/мин; 2 - $V_{заг} = 3$ м/мин; 3 - $V_{заг} = 6$ м/мин.

правомочность теоретических результатов, рис. 1.12. С увеличением t наблюдается экстремальный характер зависимости относительного расхода алмаза q для всех значений $V_{заг}$. С увеличением скорости заготовки $V_{заг}$ минимум q увеличивается и смещается в область меньших значений t .

Анализ зависимости (1.88) показывает аналогичную тенденцию изменения λ , т.е. при сохранении параметра H_{max} постоянным, добиться ощутимого снижения λ_{min} можно при-

менением схемы глубинного шлифования с относительно небольшой скоростью заготовки $V_{заг}$, определяемой величиной снимаемого припуска, характеристиками алмазного круга и обрабатываемого материала. Например, при съеме небольших припусков, следуя зависимости (1.88), целесообразно работать с повышенными значениями $V_{заг}$. С увеличением t_0 значение $V_{заг}$ необходимо уменьшить. При таком представлении относительного расхода алмаза достаточно располагать “банком” исходных данных по предельным толщинам среза для различных обрабатываемых материалов и характеристик круга. Зная эти величины, по соответствующим зависимостям определяются оптимальные условия шлифования.

Предлагаемый метод расчета является упрощенным и его можно рассматривать в качестве первого приближения, т.к. установлено, что в стабилизированном процессе шлифования предельные значения H_{max} переменны не только для различных характеристик круга и обрабатываемых материалов, но и для условий обработки. Переменность H_{max} обусловлена величиной линейного износа зерна до момента его объемного разрушения или выпадения из связки без разру-

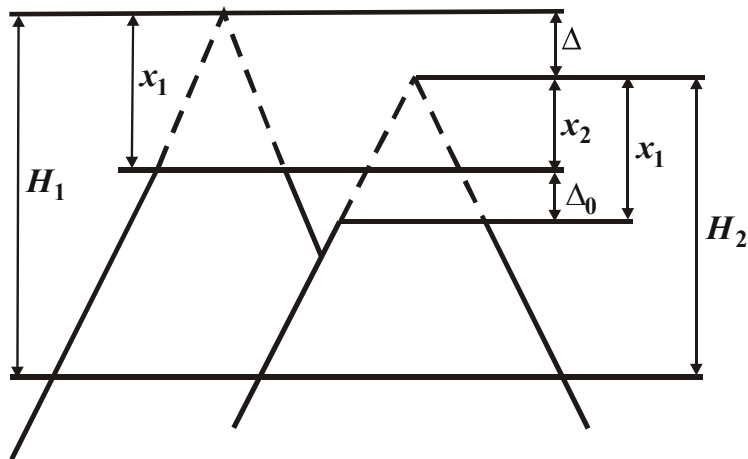


Рис. 1.13. Расчетная схема износа зерен круга.

шения. Таким образом, более достоверно относительный расход СТМ может быть описан с учетом закономерностей износа зерен и стабилизации процесса шлифования.

Рассмотрим расчетную схему, приведенную на рис. 1.13. Пусть величина линейного износа

наиболее выступающего зерна в момент его объемного разрушения равна x_1 , а второго – ниже расположенного, в тот же момент - x_2 , где $x_2 < x_1$. Для того чтобы произошло объемное разрушение второго зерна, оно должно претерпеть дополнительный линейный износ на величину

$$\Delta_0 = x_1 - x_2. \quad (1.89)$$

Очевидно, чем больше Δ_0 , тем больше ресурс работы зерна и меньше интенсивность износа круга. Параметры x_1 и x_2 могут быть выражены $x_1 = \eta \cdot H_1$, $x_2 = \eta \cdot H_2$. Принимая $H_2 = H_1 - \Delta$, где Δ - расстояние между вершинами двух зерен, с учетом (1.89), имеем

$$\Delta_0 = \eta \cdot \Delta. \quad (1.90)$$

Из зависимости (1.90) следует пропорциональное влияние функции η на параметр Δ_0 , определяющий период времени между объемным разрушением двух наиболее выступающих зерен.

Полученная зависимость хорошо согласуется с практикой шлифования. Так известно, что шлифование кругом с развитым режущим рельефом сопровождается повышенным его износом. Аналогичная зависимость вытекает из (1.90), т.к. с уменьшением функции η , соответствующей образованию более развитого рельефа на круге, параметр Δ_0 снижается и повышает износ круга. При $\eta = 0$ линейный износ зерна до момента его объемного разрушения практически отсутствует и круг будет работать в режиме катастрофического износа.

Полученная зависимость (1.90) с учетом приведенных в предыдущих параграфах данных, показывает, что повышенному износу круга, определяемому величиной η , всегда соответствует меньшее

значение нагрузки P , действующей на максимально выступающее зерно. Следовательно, не величина единичной нагрузки, а форма зерна, обусловленная его линейным износом в процессе шлифования, определяет износостойкость круга в целом. Чем более развит рельеф (в смысле остроты режущих зерен), тем выше его износ, несмотря на то, что нагрузка, действующая на зерно, меньше.

Приведенная зависимость позволяет провести анализ износостойкости круга при шлифовании в стабилизированном режиме, т.е. когда нагрузка P периодически достигает предельное значение. Для этого параметр Δ выразим следующим образом

$$\Delta = \frac{b}{n_0}, \quad (1.91)$$

где $n_0 = 2 \cdot \pi \cdot R_{кр} \cdot B \cdot k$ - общее число зерен, расположенных на рабочей поверхности круга.

С учетом зависимостей (1.32), (1.33) и (1.53) параметры Δ и Δ_0 определяются

$$\Delta = \frac{100 \cdot \bar{X}^3}{3 \cdot m \cdot B \cdot V_{кр}}, \quad (1.92)$$

$$\Delta_0 = \frac{100 \cdot \bar{X}^3}{3 \cdot m \cdot B \cdot V_{кр}} \cdot \left[1 - \frac{\text{tg} \gamma \cdot A}{P} \cdot \left(\frac{630 \cdot \pi \cdot \text{tg} \gamma \cdot \bar{X}^3 \cdot V_{заг} \cdot \sqrt{t \cdot \rho} \cdot A^2}{m \cdot V_{кр} \cdot P^2} \right) \right]^{2-n} \cdot (1.93)$$

Из зависимости (1.93) следует важный практический вывод. Если принять $V_{кр} = 2 \cdot \pi \cdot R_{кр} \cdot \omega_{кр}$, где $\omega_{кр} = \text{const}$ - частота вращения круга, с^{-1} , то с увеличением $R_{кр}$ параметр Δ_0 первоначально возрастает (что связано с повышением η), затем, в результате уменьшения расстояния между вершинами зерен, снижается. Такая же закономерность существует для объемной концентрации зерен m и высоты круга B , рассматривая шлифование с долевой продольной подачей

$$S_\delta < 0,5 \cdot \left(V_{заг} = \frac{2 \cdot \pi \cdot R_{заг} \cdot S_{np}}{S_\delta \cdot B} \right). \text{ Следовательно, добиться преимуществ в шлифовании только путем пропорционального увеличения параметров } R_{кр}, m \text{ и } B \text{ - нельзя. Увеличение радиуса и высоты круга, объемной концентрации зерен должно быть связано с соответствующим изменением параметров режимов шлифования, определяемых из условия максимума } \Delta_0 \text{ по зависимости (1.93).}$$

В отличие от объемной концентрации зерен m , зернистость круга \bar{X} оказывает на параметр Δ_0 вполне однозначное влияние. С ее увеличением параметр Δ_0 непрерывно возрастает и ресурс работы зерна повышается. Это происходит вследствие того, что одновременно с увеличением \bar{X} в зависимости (1.93) приблизительно по линейному закону возрастает прочность зерна P .

Увеличение $V_{кр}$ приводит к повышению Δ_0 , а $V_{заг}$ и t - к его уменьшению. Механизм влияния режимных параметров шлифования на Δ_0 заключается в следующем. С увеличением $V_{кр}$ снижаются параметры H и H_{max}

$$H = \frac{P}{tg\gamma \cdot A} \cdot \left(\frac{630 \cdot \pi \cdot tg\gamma \cdot \bar{X}^3 \cdot V_{заг} \cdot \sqrt{t \cdot \rho} \cdot A^2}{m \cdot V_{кр} \cdot P^2} \right)^{\frac{n-1}{2n-1}}, \quad (1.94)$$

$$H_{max} = \left(\frac{630 \cdot \pi \cdot tg\gamma \cdot \bar{X}^3 \cdot \sqrt{t \cdot \rho} \cdot A^2}{m \cdot V_{кр} \cdot P^2} \right)^{\frac{1}{2n-1}}. \quad (1.95)$$

Однако, интенсивность уменьшения H (для всех значений n) по сравнению с H_{max} ниже, в результате чего функция $\eta = 1 - \frac{H_{max}}{H}$ и величина линейного износа зерна до момента его объемного разрушения – увеличиваются. Такая закономерность обусловлена увеличением условного напряжения шлифования

$$\sigma = A \cdot \left(\frac{m \cdot V_{кр} \cdot P^2}{630 \cdot \pi \cdot tg\gamma \cdot \bar{X}^3 \cdot V_{заг} \cdot \sqrt{t \cdot \rho} \cdot A^2} \right)^{\frac{n}{2n-1}} \quad (1.96)$$

и уменьшением площади поперечного сечения единичного среза, необходимой для достижения на максимально выступающем зерне предельной нагрузки P .

С увеличением $V_{заг}$ и t , как следует из зависимостей (1.94), (1.95) и (1.96), наблюдается противоположная картина, что приводит к уменьшению Δ_0 .

Прочность зерна P и обрабатываемого материала, описываемого параметром A , оказывает на Δ_0 различное влияние. С ростом P уменьшается H_{max} , повышаются значения H и η . Это позволяет

увеличить линейный износ зерна \bar{X} и параметр Δ_0 . Увеличение A , наоборот, приводит к повышению H_{max} и снижению H и η , т.е. моменту объемного разрушения зерна предшествует незначительный его износ. Предельное значение нагрузки P достигается практически на неизношенном зерне. Снижение H с ростом A свидетельствует об уменьшении уровня предельной производительности шлифования.

Таким образом, теоретически показано, что основным фактором, определяющим износостойкость круга, является величина линейного износа зерна до момента его объемного разрушения или выпадения из связки круга без разрушения. Для более глубокого изучения закономерностей износа круга проведем анализ относительного расхода СТМ, для чего установим его аналитическое выражение.

1.9. АНАЛИТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ОТНОСИТЕЛЬНОГО РАСХОДА КРУГА ИЗ СТМ, РАБОТАЮЩЕГО В УСЛОВИЯХ ПРЕОБЛАДАЮЩЕГО ВЫПАДЕНИЯ ЗЕРЕН ИЗ СВЯЗКИ БЕЗ РАЗРУШЕНИЯ

Предположим, что за время τ в стабилизированном процессе шлифования произошло объемное разрушение двух наиболее выступающих над связкой зерен, что соответствует линейному износу круга на величину Δ . Потеря СТМ по весу составит

$$P_a = \rho_a \cdot B \cdot 2\pi \cdot R_{кр} \cdot \Delta \cdot \alpha, \quad (1.97)$$

где ρ_a - плотность СТМ, кг/м³; α - коэффициент, учитывающий плотность связки в зависимости от концентрации СТМ в круге [114].

За это же время сошлифован материал весом

$$P_m = \rho_m \cdot B \cdot V_{заг} \cdot t \cdot \tau, \quad (1.98)$$

где ρ_m - плотность обрабатываемого материала, кг/м³; $\tau = \tau_0 \cdot i_0$; $\tau_0 = 2\pi \cdot R_{кр} / V_{кр}$ - время одного оборота круга, с; $i_0 = \Delta_0 / \Delta_i$ - число оборотов круга за время между объемным разрушением двух наиболее выступающих зерен, соответствующее линейному износу зерен на величину Δ ; Δ_i - линейный износ зерна за одно касание с обрабатываемым материалом, первоначально примем его постоянным.

Относительный расход СТМ получим из соотношения P_a и P_m :

$$q = \frac{10^3 \cdot \rho_a \cdot \alpha \cdot \Delta_i \cdot V_{кр}}{\rho_m \cdot V_{заг} \cdot t \cdot \eta}, \text{ мг/г.} \quad (1.99)$$

Аналогично зависимости (1.90), характер изменения зависимости (1.99) определяется функцией η , что подтверждает необходимость выполнения анализа износостойкости круга с позиций износа отдельных зерен до момента их объемного разрушения или выпадения из связки без разрушения. Из приведенной зависимости следует принципиальное для работы алмазно-абразивного инструмента решение: при $\eta \rightarrow 0$ относительный расход СТМ стремится к бесконечности и условия съема материала нарушаются. Катастрофический износ круга имеет место для различных сочетаний параметров процесса шлифования, определяемых условием $\eta = 0$.

Таким образом, теоретически доказано, что основным параметром, определяющим характер изменения зависимости относительного расхода СТМ от режимных параметров (производительности обработки), является величина η (и соответственно величина x). Этим в полной мере подтверждается теоретическая предпосылка о том, что не нагрузка, действующая на зерно, а величина x в установившемся процессе шлифования предопределяет значительный рост относительного расхода СТМ с увеличением производительности обработки. Следовательно, основным параметром оптимизации и управления износом круга следует рассматривать величину x и соответственно величину η .

Второй важной особенностью зависимости (1.99) является ее экстремальность. Нетрудно видеть, что при однофакторном изменении параметров $V_{заг}$, t , $V_{кр}$, $m = f(\alpha)$, $R_{кр} = \frac{V_{кр}}{2\pi \cdot \omega_{кр}}$ относительный расход СТМ принимает минимальное значение. Минимум q обусловлен противоположным изменением указанных параметров и величины η . Преобразуя зависимость (1.99), можно показать экстремальность относительного расхода алмаза от продольной подачи $S_{пр}$ и высоты круга B .

Установим минимум q в зависимости от параметров $V_{заг}$ и t , определяющих производительность шлифования. Предположим, что глубина шлифования t является независимой переменной, связанной с величиной снимаемого припуска, а скорость заготовки $V_{заг}$ - зависимой, соответствующей изменению параметра η в диапазоне $0 \dots 1$. Подчиняя функцию q условию экстремума $q'_V = 0$, получим экстре-

мальное значение $\eta_{экстр}$

$$\eta_{экстр} = \frac{2-n}{1+n}. \quad (1.100)$$

Таблица 1.12

Расчетные значения $\eta_{экстр}$

n	0	0,5	0,75	1,0	1,5	2,0
$\eta_{экстр}$	2	1	0,7	0,5	0,2	0

В отличие от зависимости (1.53), зависимость (1.100) не содержит параметров режимов шлифования и других параметров. В точке q_{min} всегда реализуется одно значение $\eta_{экстр}$. Следуя табл. 1.12, функция q имеет экстремум при изменении η в диапазоне $n=0,5...2,0$. При $n < 0,5$ экстремум вырождается, т.к. η не может быть больше единицы. Аналогично при $n > 2,0$, когда η становится отрицательной величиной (что лишено физического смысла).

С учетом полученных значений $\eta_{экстр}$ скорость заготовки $V_{заг_{экстр}}$, соответствующая точке q_{min} , примет вид

$$V_{заг_{экстр}} = \left(\frac{m \cdot V_{кр} \cdot P^2}{630 \pi \cdot tgy \cdot \bar{X}^3 \cdot \sqrt{t \cdot \rho} \cdot A^2} \right) \cdot \left(\frac{P}{tgy \cdot A} \right)^{\frac{2n-1}{2-n}} \cdot (1 - \eta_{экстр})^{\frac{2n-1}{2-n}}. \quad (1.101)$$

Таблица 1.13

Расчетные значения $(1 - \eta_{экстр})^{\frac{2n-1}{2-n}}$

n	0,5	0,75	1,0	1,5
$(1 - \eta_{экстр})^{\frac{2n-1}{2-n}}$	0	0,6	0,5	0,4

Сравнение значения $V_{заг_{экстр}}$ и значения $V_{заг_{нр}}$, определяемого из условия $\eta=0$, показывает, что независимо от n они отличаются приблизительно в два раза, т.е. оптимальное с точки зрения износоустойчивости круга из СТМ значение $V_{заг_{экстр}}$ меньше предельного значения $V_{заг_{нр}}$ в два раза.

Минимум относительного расхода q определится подстановкой зависимости (1.101) в зависимость (1.99), заменяя η значением $\eta_{экстр}$:

$$q_{min} = \frac{10^3 \cdot \rho_a \cdot \alpha \cdot \Delta_i}{\rho_m \cdot \eta_{экстр}} \times \left(\frac{630 \cdot \pi \cdot \operatorname{tg} \gamma \cdot \bar{X}^3 \cdot \sqrt{\rho} \cdot A^2}{m \cdot P^2 \cdot \sqrt{t}} \right) \cdot \left(\frac{\operatorname{tg} \gamma \cdot A}{P} \right)^{\frac{2n-1}{2-n}} \cdot \left(\frac{1}{1 - \eta_{экстр}} \right)^{\frac{2n-1}{2-n}}. \quad (1.102)$$

Как видим, из параметров режимов шлифования в зависимость (1.102) входит только глубина шлифования t , увеличение которой при соответствующем уменьшении $V_{заг}$ или изменении других параметров, приводит к снижению q_{min} . Следовательно, перспективной схемой высокопроизводительного шлифования кругом из СТМ необходимо рассматривать глубинное шлифование с управляемой скоростью заготовки. Наряду с повышением производительности обработки такая схема позволяет снизить относительный расход СТМ, что весьма важно при съеме значительных припусков на операциях предварительного шлифования.

Установим теперь экстремальное значение глубины шлифования $t_{экстр}$, принимая $V_{заг} = const$, для чего продифференцируем q , описываемое зависимостью (1.99) и производную приравняем нулю. В результате математических преобразований получим экстремальное значение $\eta_{экстр}$:

$$\eta_{экстр} = \frac{2-n}{3n}. \quad (1.103)$$

Таблица 1.14

Расчетные значения $\eta_{экстр}$

n	0	0,5	0,75	1,0	1,5	2,0
$\eta_{экстр}$	∞	1,0	0,55	0,33	0,12	0

Из табл. 1.14 следует, что экстремум функции q при изменении глубины шлифования t существует в диапазоне $0,5 < n < 2,0$. Экстремальная глубина шлифования с учетом $\eta_{экстр}$ опишется зависимостью

$$t_{экстр} = \left[\left(\frac{m \cdot V_{кр} \cdot P^2}{630 \pi \cdot \operatorname{tg} \gamma \cdot \bar{X}^3 \cdot V_{заг} \cdot \sqrt{\rho} \cdot A^2} \right) \cdot \left(\frac{P}{\operatorname{tg} \gamma \cdot A} \right)^{\frac{2n-1}{2-n}} \cdot (1 - \eta_{экстр})^{\frac{2n-1}{2-n}} \right]^2. \quad (1.104)$$

Расчетные значения $(1 - \eta_{экстр})^{\frac{2(2n-1)}{2-n}}$			
n	0,75	1,0	1,5
$(1 - \eta_{экстр})^{\frac{2(2n-1)}{2-n}}$	0,528	0,448	0,359

Учитывая, что для предельной глубины шлифования t_{np} , определяемой из условия $\eta=0$, параметр $(1 - \eta_{экстр})^{\frac{2(2n-1)}{2-n}}$ в зависимости (1.104) равен единице, значения $t_{экстр}$ и t_{np} будут отличаться приблизительно в 2...3 раза. При таком же различии t относительный расход СТМ будет изменяться в бесконечное число раз, т.к. $q(\eta=0) \rightarrow \infty$. Минимум q опишется зависимостью, полученной аналогично зависимости (1.102):

$$q_{min} = \frac{10^3 \cdot \rho_a \cdot \alpha \cdot \Delta_i \cdot V_{заг}}{\rho_m \cdot \eta_{экстр} \cdot V_{кр}} \times \left[\left(\frac{630 \cdot \pi \cdot \text{tg} \gamma \cdot \bar{X}^3 \cdot \sqrt{\rho} \cdot A^2}{m \cdot P^2} \right) \cdot \left(\frac{\text{tg} \gamma \cdot A}{P} \right)^{\frac{2n-1}{2-n}} \cdot \left(\frac{1}{1 - \eta_{экстр}} \right)^{\frac{2n-1}{2-n}} \right]. \quad (1.105)$$

Значения q_{min} при соответствующих условиях шлифования будут идентичны таким же значениям, полученным по зависимости (1.102). На рис. 1.14 показан характер изменения относительного расхода СТМ q в трехмерной системе координат. На плоскости $(V_{заг}, t)$

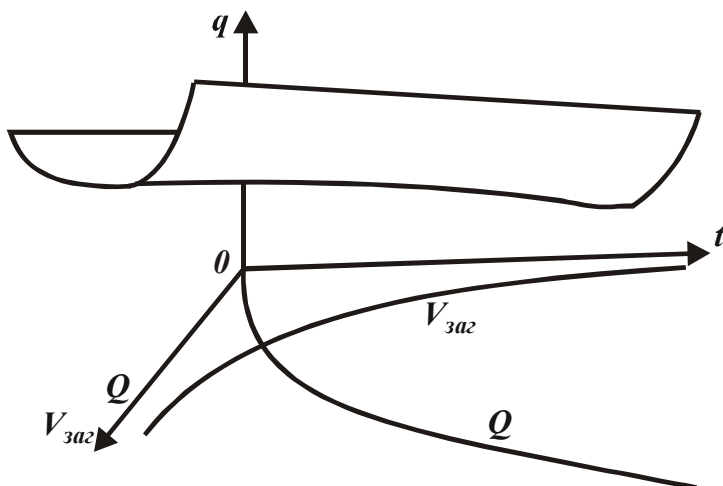


Рис. 1.14. Примерная зависимость относительного расхода СТМ q от глубины шлифования t и скорости заготовки $V_{заг}$.

приведены графики изменения $V_{заг}$ и Q в зависимости от t для точек q_{min} .

Следуя графическому пространственному представлению относительного расхода СТМ, экстремальность функции q в фиксированных плоскостях $V_{заг} = const$ и $t = const$ имеет место во всем диа-

пазоне изменения параметров. С увеличением $V_{заг}$ значение q_{min} возрастает, асимптотически приближаясь к плоскости $t=0$.

Проведенный анализ выполнен для случая $\Delta_i = const$. В действительности параметр Δ_i переменный, зависящий от многих факторов: величины линейного износа зерна x , тангенциальной нагрузки P , действующей на зерно, износостойкости зерна.

Поэтому для более полного анализа q переменность параметра Δ_i необходимо учитывать. Представим Δ_i в виде

$$\Delta_i = \frac{P}{c \cdot S_{изм}}, \quad (1.106)$$

где c - коэффициент, характеризующий износостойкость зерна, Н/м³ (устанавливается расчетно-экспериментальным путем); $S_{изм} = \pi \cdot tg^2 \gamma \cdot x^2$ - площадь верхней изношенной части зерна ("площадки износа"), м².

Подставляя зависимость (1.106) в зависимость (1.99), имеем

$$q = \frac{10^3 \cdot \rho_a \cdot \alpha \cdot P \cdot V_{кр}}{\pi \cdot tg^2 \gamma \cdot c \cdot \rho_m \cdot V_{заг} \cdot t \cdot \eta \cdot x^2}. \quad (1.107)$$

Анализ приведенной зависимости (1.107) показывает, что, независимо от величины x , между параметрами q и $V_{заг}$, t сохраняется экстремальная зависимость. Это обусловлено тем, что величина x , аналогично параметру η , с увеличением $V_{заг}$ и t уменьшается до нуля, вызывая неограниченный рост q . Более интенсивное снижение произведения параметров $\eta \cdot x^2$ в зависимости (1.107) по сравнению с таким же снижением в зависимости (1.102) при увеличении $V_{заг}$ и t приводит к смещению q_{min} в область меньших значений $V_{заг}$ и t . Для определения экстремального значения $V_{заг\ экстр}$, производную q'_V приравняем нулю и получим $\eta_{экстр}$

$$\eta_{экстр} = \frac{3 \cdot (2 - n)}{5 - n}. \quad (1.108)$$

Таблица 1.16

Расчетные значения $\eta_{экстр}$

n	0	0,5	0,75	1,0	1,5	2,0
$\eta_{экстр}$	1,2	1,0	0,88	0,75	0,43	0

Следуя табл. 1.16, минимум q имеет место в диапазоне $0,75 < n < 2,0$. По сравнению с аналогичным решением для случая $\Delta_i = const$, диапазон изменения n уменьшился.

Учитывая, что для реальных условий шлифования $n=0,75; 1,0$ экстремум функции q в зависимости от $V_{заг}$ может отсутствовать, относительный расход СТМ q во всем диапазоне изменения $V_{заг}$ будет непрерывно возрастать и поиск оптимального значения $V_{заг}$ в этом случае следует производить по критерию себестоимости обработки или другим критериям.

Проведем анализ экстремума q при изменении глубины шлифования t . Подчиняя зависимость (1.107) условию экстремума $q'_t = 0$, параметр $\eta_{экстр}$ примет вид

$$\eta_{экстр} = \frac{3 \cdot (2 - n)}{(n + 4)}. \quad (1.109)$$

Таблица 1.17

Расчетные значения $\eta_{экстр}$

n	0	0,5	0,75	1,0	1,5	2,0
$\eta_{экстр}$	1,5	1,0	0,78	0,6	0,27	0

В отличие от зависимости $q - V_{заг}$, зависимость $q - t$ имеет экстремум в более широком диапазоне изменения n . Если в зависимости от скорости заготовки $V_{заг}$ при $n=0,5$ относительный расход СТМ может не принимать экстремальное значение, то в зависимости от глубины шлифования t такой экстремум q существует. Значения $(1 - \eta_{экстр})^{\frac{2(2n-1)}{2-n}}$, соответствующие экстремуму зависимости $q - t$, приведены в табл. 1.18.

Таблица 1.18

Расчетные значения $(1 - \eta_{экстр})^{\frac{2(2n-1)}{2-n}}$

n	0,75	1,0	1,5
$(1 - \eta_{экстр})^{\frac{2(2n-1)}{2-n}}$	0,3	0,16	0,08

Для реальных условий шлифования, определяемых значениями $n=0,75; 1,0$ параметр $(1 - \eta_{экстр})^{\frac{2(2n-1)}{2-n}}$ равен 0,16...0,3, что свиде-

тельствует о значительном превышении предельной глубины шлифования экстремального значения $t_{экстр}$. Такой результат хорошо согласуется с экспериментальными данными и указывает на то, что для выявления экстремума зависимости $q-t$ необходимо проводить экспериментальные исследования в широком диапазоне изменения глубины шлифования. В противном случае экстремум функции q может отсутствовать, как это обычно имеет место при многопроходном шлифовании кругами на органической связке с относительно низкой прочностью алмазов, характеризующихся небольшими значениями $t_{пр}$.

Как показывает практика, наиболее четко выражен минимум относительного расхода СТМ при глубинном шлифовании кругами на металлических связках, когда $t \gg H_{max}$, а на режущих зернах отсутствуют значительные площадки износа. В связи с этим, представляется необходимость анализа износа круга из СТМ на металлической связке, когда в механизме износа круга преобладает объемное разрушение зерен и их последующее выпадение из связки.

1.10. ЗАКОНОМЕРНОСТИ ИЗМЕНЕНИЯ ОТНОСИТЕЛЬНОГО РАСХОДА КРУГА ИЗ СТМ, РАБОТАЮЩЕГО В УСЛОВИЯХ ПРЕОБЛАДАЮЩЕГО ОБЪЕМНОГО РАЗРУШЕНИЯ ЗЕРЕН

В предыдущем параграфе проведен анализ износа круга из СТМ, обусловленного преждевременным выпадением из связки без разрушения зерен от действия на них предельной тангенциальной нагрузки P . Как отмечалось выше, такой анализ справедлив для кругов из СТМ на органических, керамических и других относительно малопрочных связках. Применительно к кругам из СТМ на высокопрочных металлических связках, в основу анализа должно быть положено условие преобладающего объемного разрушения зерен и действия на них предельной суммарной нагрузки P_0 , равной или соизмеримой с собственно прочностью зерен. Исходя из этого, установим закономерности изменения экстремума функции относительного расхода СТМ для различных условий обработки, используя для описания параметра η зависимость (1.39).

Подставляя зависимость (1.39) в (1.107) и дифференцируя функцию относительного расхода СТМ по глубине шлифования t , а затем

приравнивая производную нулю, получено экстремальное значение $\eta_{экстр}$:

$$\eta_{экстр} = 0,22. \quad (1.110)$$

Разрешим зависимость (1.39) относительно параметра t :

$$t = 0,44 \cdot \left(\frac{m \cdot V_{кр}}{630 \cdot \pi \cdot \bar{X}^3 \cdot V_{заг} \cdot \sqrt{\rho}} \right)^2 \cdot (1 - \eta)^{3,5} \cdot \left(\frac{P_0}{\sigma_{сж}} \right)^3. \quad (1.111)$$

С учетом $\eta_{экстр} = 0,22$ зависимость (1.111) примет вид

$$t_{экстр} = 0,018 \cdot \left(\frac{m \cdot V_{кр}}{630 \cdot \pi \cdot \bar{X}^3 \cdot V_{заг} \cdot \sqrt{\rho}} \right)^2 \cdot \left(\frac{P_0}{\sigma_{сж}} \right)^3. \quad (1.112)$$

Сравнивая значения t при $\eta = 0$ и $\eta_{экстр} = 0,22$, видим, что они отличаются в 2,39 раза, т.е. предельное значение t меньше экстремального значения t в 2,39 раза. Такое различие значений параметра t следует рассматривать относительно небольшим по сравнению с различием аналогичных параметров, установленным в предыдущем параграфе.

Таким образом, теоретически показано, что механизм износа круга в значительной степени влияет на закономерности изменения минимума относительного расхода СТМ. С переходом на круги из СТМ на металлических связках весь возможный диапазон изменения

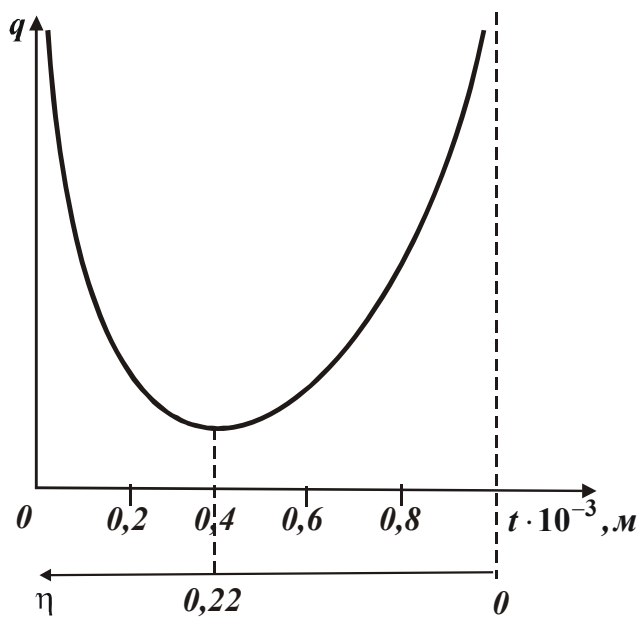


Рис. 1.15. Теоретическая зависимость относительного расхода СТМ от глубины шлифования в случае износа круга от преобладающего объемного разрушения зерен.

глубины шлифования (при постоянных других параметрах обработки) разделяется приблизительно на два одинаковых участка, на первом из которых относительный расход СТМ снижается, а на втором – возрастает, рис. 1.15. В случае шлифования кругами из СТМ на органических и керамических связках соотношение между протяженностью участков существенно изменяется. Первый участок прибли-

зительно в 3,5...6,25 меньше второго, что свидетельствует о недостаточно эффективном использовании режущих свойств круга из СТМ, т.к. практически во всем диапазоне изменения глубины шлифования круг будет работать в режиме повышенного износа.

Для анализа соотношения параметров H и H_{max} в точке минимума относительного расхода СТМ воспользуемся зависимостью $H = (1 - \eta) \cdot H_{max}$, подставляя в нее значение $\eta_{экстр} = 0,22$. Тогда

$$H_{max} = 0,78 \cdot H. \quad (1.113)$$

Из зависимости (1.113) следует, что независимо от условий обработки, соотношение H_{max} / H в точке минимума q всегда постоянно и равно 0,78. Параметры H и H_{max} , определяемые зависимостями (1.41) и (1.42), с учетом зависимости (1.39), опишутся

$$H = 0,59 \cdot (1 - \eta)^{0,25} \cdot \left(\frac{P_0}{\sigma_{сж}} \right)^{0,5}, \quad (1.114)$$

$$H_{max} = 0,59 \cdot (1 - \eta)^{1,25} \cdot \left(\frac{P_0}{\sigma_{сж}} \right)^{0,5}. \quad (1.115)$$

Принимая вместо η значение $\eta_{экстр} = 0,22$, зависимости (1.114) и (1.115) примут вид

$$H = 0,55 \cdot \left(\frac{P_0}{\sigma_{сж}} \right)^{0,5}, \quad (1.116)$$

$$H_{max} = 0,43 \cdot \left(\frac{P_0}{\sigma_{сж}} \right)^{0,5}. \quad (1.117)$$

Как видим, параметры H и H_{max} в точке минимума q зависят только от параметров P_0 и $\sigma_{сж}$. Режимы шлифования и другие условия обработки на указанные параметры влияния не оказывают, что значительно упрощает расчет и оптимизацию процесса шлифования.

Таблица 1.19

Расчетные значения параметров H и H_{max} ($\sigma_{сж} = 3260$ МПа)

$P_0, Н$	1,0	3,0	5,0	10,0	20,0
$H \cdot 10^{-6}, м$	9,6	16,62	21,47	30,36	42,93
$H_{max} \cdot 10^{-6}, м$	7,5	13,0	16,77	23,71	33,54

Приведенные в табл. 1.19 расчетные значения параметров H и H_{max} показывают на их незначительное отличие, что свидетельству-

ет о несущественном отличии установившегося режущего рельефа в точке минимума q от исходного рельефа. Учитывая то, что значения $t_{экстр}$ и $t_{нр}$ различаются приблизительно в два раза, можно сделать вывод о возможности использования минимума относительного расхода СТМ (в первом приближении) в качестве основного критерия оптимизации высокопроизводительного шлифования кругами из СТМ.

1.11. АНАЛИТИЧЕСКОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ ШЕРОХОВАТОСТИ ОБРАБОТАННОЙ ПОВЕРХНОСТИ

Учитывая, что параметры установившегося режущего рельефа круга значительно влияют на все выходные (технологические) параметры шлифования, важно знать закономерности изменения параметров шероховатости обработки в условиях установившегося процесса шлифования.

Для определения параметра шероховатости R_a , воспользуемся методикой, приведенной в работе [231], принимая параметр H_{max} в виде

$$H_{max} = \sqrt[3]{\frac{6,75 \cdot b \cdot V_{заг} \sqrt{2 \cdot t \cdot \rho \cdot (1 - \eta)^2}}{tg \gamma \cdot k \cdot V_{кр} \cdot (1 + \eta)}}. \quad (1.118)$$

Из условия $H_{max} = R_{max} = t$ с учетом того, что в расчетах вместо $V_{заг}$ следует принять $0,5 \cdot V_{заг}$, получим

$$R_{max} = \sqrt[5]{\frac{(1 - \eta)^4}{(1 + \eta)^2} \cdot \left(\frac{6,75 \cdot b \cdot V_{заг}}{\sqrt{2} \cdot tg \gamma \cdot k \cdot V_{кр}} \right)^2} \cdot \rho. \quad (1.119)$$

С учетом зависимостей (1.32) и (1.33) параметр шероховатости $R_a = 0,2 \cdot R_{max}$ выразится

$$R_a = 2 \cdot \sqrt[5]{\frac{(1 - \eta)^4}{(1 + \eta)^2} \cdot \frac{\pi^2 \cdot \bar{X}^6 \cdot V_{заг}^2 \cdot \rho}{tg^2 \gamma \cdot m^2 \cdot V_{кр}^2}}. \quad (1.120)$$

Чем больше параметр η , тем меньше параметр шероховатости R_a , т.е. с увеличением износа зерен параметр шероховатости R_a уменьшается. Для исходного (неизношенного) рельефа круга, характеризующегося $\eta=0$, параметр шероховатости R_a принимает макси-

мальное значение, по которому обычно и ведутся расчеты без учета изменения рельефа круга. Для анализа влияния x на R_a воспользуемся зависимостью (1.13), заменяя в ней параметры k и b через m и \bar{X} , а $V_{нл}$ - выражением $V_{нл} = V_{заг} \cdot \sqrt{2 \cdot t \cdot \rho}$

$$x = 3 \sqrt[3]{\frac{630 \cdot \pi \cdot \bar{X}^3 \cdot V_{заг} \cdot \sqrt{t \cdot \rho} \cdot \eta^3}{\operatorname{tg} \gamma \cdot m \cdot V_{кр} \cdot (1 - \eta^2)}}. \quad (1.121)$$

Установить из полученной зависимости функцию η можно только численным расчетом, задавая x и остальные параметры и подбирая значение η . Для определения приближенного значения η , зависимость следует упростить, принимая $(1 - \eta)^2 \cong 1$. Возможность такого упрощения связана с тем, что функция η^3 в большей степени влияет на x в зависимости (1.121), чем функция $(1 - \eta)^2 \cong 1$. Подставляя упрощенную зависимость (1.121), разрешенную относительно η , в (1.120), имеем

$$R_a = 2 \cdot 5 \sqrt[5]{\frac{\left(1 - x \cdot 3 \sqrt[3]{\frac{\operatorname{tg} \gamma \cdot m \cdot V_{кр}}{630 \cdot \pi \cdot \bar{X}^3 \cdot V_{заг} \cdot \sqrt{t \cdot \rho}}}\right)^4}{\left(1 + x \cdot 3 \sqrt[3]{\frac{\operatorname{tg} \gamma \cdot m \cdot V_{кр}}{630 \cdot \pi \cdot \bar{X}^3 \cdot V_{заг} \cdot \sqrt{t \cdot \rho}}}\right)^2} \cdot \frac{\pi^2 \cdot \bar{X}^6 \cdot V_{заг}^2 \cdot \rho}{\operatorname{tg}^2 \gamma \cdot m^2 \cdot V_{кр}^2}}. \quad (1.122)$$

Из зависимости (1.122) следует весьма чувствительная связь между параметрами x и R_a . С увеличением x параметр R_a непрерывно уменьшается, причем, более интенсивно, когда множитель

$$3 \sqrt[3]{\frac{\operatorname{tg} \gamma \cdot m \cdot V_{кр}}{630 \cdot \pi \cdot \bar{X}^3 \cdot V_{заг} \cdot \sqrt{t \cdot \rho}}} - \text{значителен.}$$

В зависимость (1.122) входит глубина шлифования t . При неизменности остальных параметров и ее увеличении параметр R_a - увеличивается. Этим доказано, что влияние t на R_a обусловлено изменением рельефа круга (величины линейного износа зерна). При $x=0$, следуя зависимости (1.122), параметр R_a не зависит от глубины шлифования t . Приведенные на рис. 1.16 расчетные графики показывают, что с увеличением величины x роль глубины шлифования t в изменении параметра шероховатости R_a усиливается.

В стабилизированном процессе шлифования функция η описывается зависимостью (1.53), тогда параметр R_a с ее учетом выразится

$$R_a = 0,2 \cdot \left[0,25 \cdot t^{\frac{2(2-n)}{(2n-1)}} \cdot \left(\frac{630 \cdot \pi \cdot \operatorname{tg} \gamma \cdot \bar{X}^3 \cdot V_{заг} \cdot \sqrt{\rho} \cdot A^2}{m \cdot V_{кр} \cdot P^2} \right) \right]^{0,2} \quad (1.123)$$

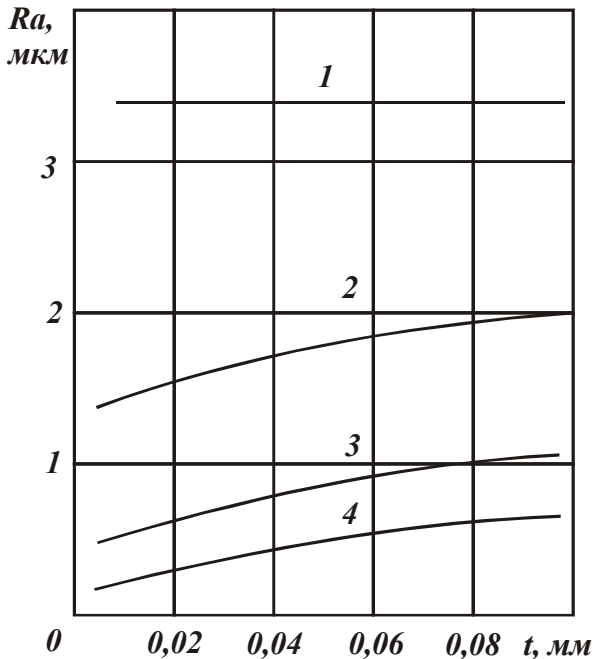


Рис. 1.16. Зависимость параметра шероховатости R_a от глубины шлифования t . Исходные данные: $\gamma = 45^\circ$; $\bar{X} = 0,18$ мм; $m = 100$; $R_{заг} = 80$ мм; $R_{кр} = 150$ мм; $V_{кр} = 35$ м/с; $V_{заг} = 1$ м/мин; 1 - $x = 0$; 2 - $x = 10$ мкм; 3 - $x = 20$ мкм; 4 - $x = 30$ мкм.

Следуя зависимости (1.123), влияние параметров шлифования на шероховатость обработанной поверхности R_a в стабилизированном процессе более значительно, чем в неустановившемся процессе и параметр R_a подчиняется зависимости $R_a \approx t^0 \cdot V_{заг}^{0,4}$. В установившемся процессе при $n = 0,75; 1,0$ параметр шероховатости изменяется по зависимости $R_a \approx t^{(0,4 \dots 1,0)} \cdot V_{заг}^{(1,2 \dots 2,4)}$.

Существенное влияние на параметр R_a оказывает величина P , соответствующая в стабилизированном процессе шлифования прочности удержания зерна в связке. С увеличением P появляется возможность уменьшения параметра шероховатости обработки R_a . Такая закономерность обусловлена тем, что с увеличением P уменьшается параметр H_{max} и увеличивается условное напряжение резания σ , которые в совокупности приводят к увеличению величины линейного износа зерна до момента его объемного разрушения или выпадения из связки и образованию на круге более сглаженного рельефа. Как известно, шлифование кругом с таким рельефом позволяет снизить параметр шероховатости R_a .

Механизм влияния прочности обрабатываемого материала на R_a несколько иной. Согласно зависимости (1.123), с увеличением параметра A , определяющего прочность обрабатываемого материала,

уменьшается условное напряжение резания σ и увеличивается параметр H_{max} , в результате чего уменьшается величина x . Режущий рельеф на круге становится более развитым и шероховатость обработанной поверхности увеличивается.

Аналогичным образом можно провести анализ влияния остальных параметров на шероховатость обработанной поверхности.

Применительно к шлифованию кругами из СТМ на металлических связках, когда параметр η описывается зависимостью (1.39), параметр шероховатости R_a с учетом зависимости (1.39) выразится

$$R_a = \frac{0,3}{t^{0,2}} \cdot \left(\frac{630\pi \cdot \bar{X}^3 \cdot V_{заг} \cdot \sqrt{t \cdot \rho}}{m \cdot V_{кр}} \right)^{0,86} \cdot \left(\frac{\sigma_{сж}}{P_0} \right)^{0,69} \quad (1.124)$$

В табл. 1.20 приведены расчетные значения параметра шероховатости R_a в зависимости от глубины шлифования. Для сравнения, в табл. 1.21 приведены расчетные значения R_a , полученные по зависимости (1.120) при условии $\eta = 0$.

Таблица 1.20

Расчетные значения параметра R_a ($V_{кр} = 30$ м/с; $V_{заг} = 1$ м/мин; $\bar{X} = 0,2 \cdot 10^{-3}$ м; $m = 100$; $P_0 = 10$ Н; $R_{заг} = 0,1$ м; $R_{кр} = 0,15$ м; $\sigma_{сж} = 3260$ МПа)

$t \cdot 10^{-3}$, м	0,05	0,1	0,3	0,5	1,0
$R_a \cdot 10^{-6}$, м	0,49	0,66	1,06	1,32	1,7

Таблица 1.21

Расчетные значения параметра R_a ($V_{кр} = 30$ м/с; $V_{заг} = 1$ м/мин; $\bar{X} = 0,2 \cdot 10^{-3}$ м; $m = 100$; $R_{заг} = 0,1$ м; $R_{кр} = 0,15$ м)

$t \cdot 10^{-3}$, м	0,05	0,1	0,3	0,5	1,0
$R_a \cdot 10^{-6}$, м	1,7	1,7	1,7	1,7	1,7

Как видим, с учетом параметров установившегося режущего рельефа круга параметр шероховатости R_a принимает значения, которые значительно меньше соответствующих значений R_a , полученных без учета износа круга. Этим подтверждается необходимость расчета и оптимизации процесса шлифования с учетом изменения параметров режущего рельефа круга из СТМ.

1.12. ВЗАИМОСВЯЗЬ ОСНОВНЫХ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ ШЛИФОВАНИЯ КРУГАМИ ИЗ СТМ

Анализ зависимостей (1.73), (1.107), (1.120) показывает, что из всех входящих в них параметров на q , P_z и R_a наибольшее влияние оказывает параметр η . С его изменением показатели процесса q , P_z и R_a могут изменяться по самым разнообразным закономерностям, нарушая вытекающие из зависимостей взаимосвязи между q , P_z и R_a , обусловленные однофакторным изменением параметров режимов шлифования, характеристик круга и заготовки. Этим, собственно, и объясняется то многообразие зачастую противоречивых экспериментальных данных, в частности, по характеру изменения относительного расхода алмаза, силам резания и т.д., с которыми сталкиваются исследователи при решении практических задач.

Например, в зависимости от параметра η относительный расход алмаза q с увеличением глубины шлифования t может непрерывно возрастать, уменьшаться или принимать экстремальные значения. Причем, все три указанных случая встречаются на практике, что обусловлено особенностями методики выполнения экспериментов или условиями обработки (различной степенью износа зерен круга).

Выразим параметр η в зависимости (1.120) через тангенциальную составляющую силы резания P_z :

$$q = \frac{10^{-3} \cdot \rho_a \cdot \alpha \cdot V_{кр} \cdot \Delta_i}{\rho_m \cdot V_{заг} \cdot t} \cdot \left\{ 1 - \frac{17,82 \cdot A \cdot S_{np}}{(3-n) \cdot (6-n)} \times \right. \\ \left. \times \left[\left(\frac{3 \cdot m}{200 \cdot \pi \cdot \bar{X}^3 \cdot \sqrt{2\rho}} \right)^{\frac{n}{3}} \cdot \frac{1}{P_z} \cdot \left(\frac{6,75 \cdot V_{заг}}{V_{кр}} \right)^{1-\frac{n}{3}} \cdot t^{1-\frac{n}{6}} \right]^{\frac{3}{2n}} \right\}^{-1}. \quad (1.125)$$

Как следует из зависимости (1.125), с увеличением глубины шлифования t относительный расход алмаза q будет увеличиваться в том случае, если интенсивность роста функции $t^{1-\frac{n}{6}}$ выше интенсивности роста функции P_z . В противном случае относительный расход алмаза q будет уменьшаться или оставаться неизменным. Таким образом, изменение функции q обусловлено изменением отношения

$t^{1-\frac{n}{6}}/P_z$. Чем меньше это изменение, тем меньше q и соответственно выше эффективность шлифования.

Учитывая, что в установившемся процессе шлифования тангенциальная составляющая силы резания P_z подчиняется зависимости

$P_z \approx t^{0,6...0,8}$ и значение n меньше единицы, отношение $t^{1-\frac{n}{6}}/P_z$ с увеличением t будет непрерывно увеличиваться, вызывая (после достижения определенного значения t) интенсивный рост q .

Аналогичным образом можно провести анализ взаимосвязи q с R_a и P_z с R_a . Следовательно, основным параметром, увязывающим все физические и технологические показатели шлифования, является параметр η . Данный параметр может быть положен в основу оптимизации процесса шлифования. Для определения его оптимального значения на практике достаточно использовать одну из экспериментальных зависимостей q , P_z или R_a и приведенные расчетные зависимости.

Таким образом, физическая сущность высокопроизводительного шлифования кругами из СТМ обусловлена, прежде всего, изменением параметров η и x . Зная закономерности их изменения, по соответствующим аналитическим зависимостям несложно определить все остальные физические и технологические параметры шлифования.

1.13. РАСЧЕТНО-ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОСТОЯННЫХ ШЛИФОВАНИЯ НА ОСНОВЕ ИЗМЕРЕНИЯ СИЛ РЕЗАНИЯ И ШЕРОХОВАТОСТИ ОБРАБОТАННОЙ ПОВЕРХНОСТИ

Для расчетно-экспериментального определения параметров A и P воспользуемся зависимостями (1.53), (1.74) и (1.120). Разрешая зависимость (1.120) относительно функции $(1-\eta)$ и подставляя полученное выражение в (1.74), допуская при этом $(1+\eta)=1$, получено

$$A = \frac{4^{\frac{n}{6}} \cdot (3-n) \cdot (6-n) \cdot P_z \cdot R_{max}^{\frac{5n}{6}} \cdot \frac{V_{кр}}{V_{заг}}}{2,64 \cdot B \cdot t^{1-\frac{n}{6}}} \quad (1.126)$$

Для случая $n=0,75$, параметр A опишется:

$$A = \frac{0,675 \cdot P_z}{B \cdot t^{0,875}} \cdot R_{max}^{0,62} \cdot \frac{V_{кр}}{V_{заг}}. \quad (1.127)$$

Для определения параметра P разрешим зависимость (1.53) относительно множителя (A/P) и подставим в нее функцию $(1-\eta)$, полученную из зависимости (1.120). Параметр A выразим зависимостью (1.126). В результате преобразований, получим

$$A = \frac{4^{\frac{n}{6}} \cdot (3-n) \cdot (6-n) \cdot P_z \cdot R_{max}^{\frac{5}{12}}}{2,64 \cdot B \cdot t^{\frac{2}{3}}} \cdot \left(\frac{630 \cdot \pi \cdot \text{tg} \gamma \cdot \bar{X}^3 \cdot V_{кр} \cdot \rho^{\frac{1}{2}}}{m \cdot V_{заг}} \right)^{\frac{1}{2}}. \quad (1.128)$$

Для случая $n=0,75$ параметр P опишется

$$P = \frac{16,87 \cdot P_z}{B \cdot t^{0,665}} \cdot R_{max}^{0,4} \cdot \left(\frac{\pi \cdot \bar{X}^3 \cdot V_{кр} \cdot \rho^{0,5}}{m \cdot V_{заг}} \right)^{0,5}. \quad (1.129)$$

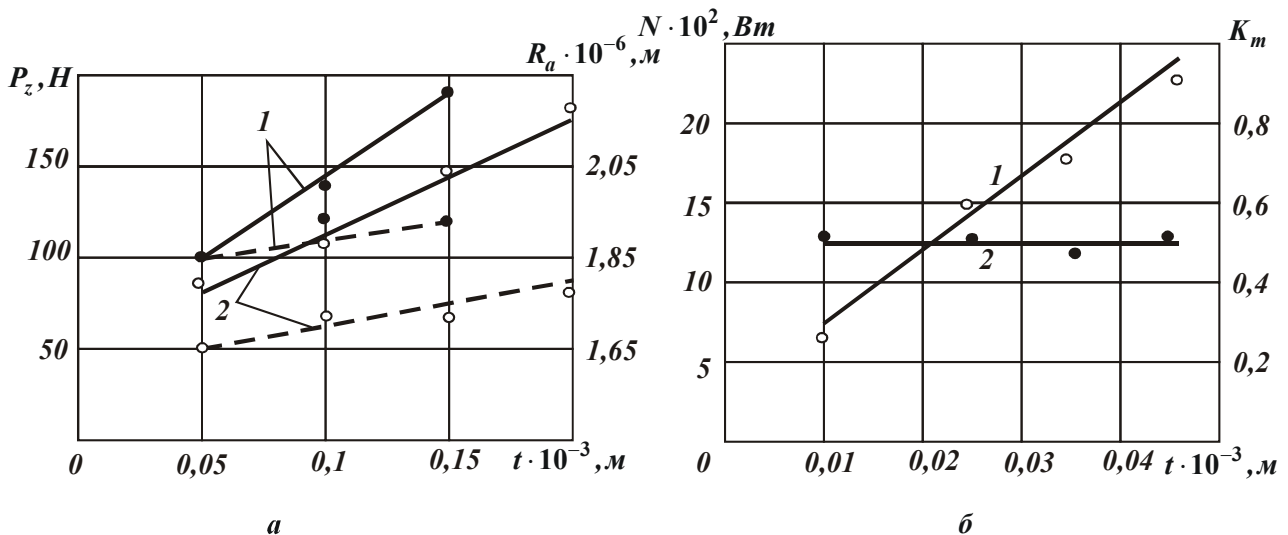


Рис. 1.17. Зависимость P_z и R_a (а), N и $K_{ш}$ (б) от t . Условия проведения экспериментов: а – круг 1А1 300х25 АС6 200/160 МО4 – 100%; обраб. материал – Т5К10; $V_{кр} = 35$ м/с; $S_{\rho} = 0,9$; 1 - $V_{заг} = 10$ м/мин; 2 - $V_{заг} = 5$ м/мин; б – круг КР 160/125 Б8 – 100%; обраб. материал – Р6М5; $V_{заг} = 6$ м/мин; $V_{кр} = 30$ м/с; $B = 8 \cdot 10^{-3}$ м; 1 - N ; 2 - $K_{ш}$.

Как видим, в расчетные зависимости (1.127) и (1.129) вошли параметры P_z и R_{max} , которые следует установить экспериментально для конкретных условий обработки. В связи с этим были проведены экспериментальные исследования, в результате которых получены зависимости P_z-t и R_a-t для различных значений $V_{заг}$, рис. 1.17,а.

Принимая условие $R_{max} \cong 5R_a$ и подставляя соответствующие исходные данные в зависимости (1.127) и (1.129), получены расчетно-экспериментальные значения A и P , табл. 1.22.

Таблица 1.22

Расчетно-экспериментальные значения параметров A и P

($m=100$; $\bar{X}=0,2 \cdot 10^{-3}$ м; $B=22,5 \cdot 10^{-3}$ м; $R_{кр}=0,15$ м; $R_{заг}=0,1$ м; $V_{кр}=35$ м/с)

$V_{заг}$, м/мин	5	5	5	10	10	10
$t \cdot 10^{-3}$, м	0,05	0,1	0,2	0,05	0,1	0,15
$A \cdot 10^5$, Н/м ^{1,25}	36,0	34,7	32,1	30,51	23,7	23,0
P , Н	12,96	11,34	12,0	12,0	10,73	11,2

Анализ полученных результатов показывает, что параметры A и P в исследованном диапазоне изменения режимов резания являются практически постоянными величинами. Это подтверждает достоверность разработанной математической модели шлифования кругом из СТМ.

Аналогичный расчет параметров A и P может быть произведен по экспериментальным значениям силы резания P_z (или мощности шлифования N) и коэффициента шлифования $K_{ш} = P_z / P_y$.

С учетом зависимостей (1.19) и (1.73) параметр A выражается для $tg\gamma=1$, $n=0,75$:

$$A = \frac{4,45 \cdot P_z}{B \cdot t^{0,875}} \cdot \left(\frac{200 \cdot \pi \cdot \bar{X}^3 \cdot K_{ш}^2 \cdot \sqrt{2\rho}}{3 \cdot m} \right)^{0,25} \cdot \left(\frac{V_{кр}}{6,75 \cdot V_{заг}} \right)^{0,75} \quad (1.130)$$

Параметр P получим из зависимости (1.53), принимая $tg\gamma=1$, $(1-\eta)=K_{ш}$, $n=0,75$:

$$P = \left(\frac{630 \cdot \pi \cdot \bar{X}^3 \cdot V_{заг} \cdot \sqrt{t \cdot \rho}}{m \cdot V_{кр} \cdot K_{ш}^{0,38}} \right)^{0,42} \cdot A \quad (1.131)$$

Учитывая, что $P_z = N / V_{кр}$, для расчета параметров A и P получены экспериментальные зависимости $N-t$ и $K_{ш}-t$ при плоском шлифовании заготовки из стали Р6М5, рис. 1.17,б.

Приведенные в табл. 1.23 результаты расчетов показывают, что параметры A и P остаются почти неизменными с изменением глубины шлифования. По сравнению с данными, приведенными в табл. 1.22, параметр A при обработке быстрорежущей стали выше, чем при обработке твердого сплава Т5К10, а параметр P - наоборот, меньше.

Снижение параметра P связано с тем, что обработка производится кругом, во-первых, с менее прочной связкой – Б8, во-вторых, с менее прочными зёрнами КР зернистостью 160/125.

Таблица 1.23

Расчетно-экспериментальные значения параметров A и P (исходные данные: $m=100$; $\bar{X}=0,15 \cdot 10^{-3}$ м; $B=8 \cdot 10^{-3}$ м; $R_{кр}=0,1$ м; $V_{кр}=30$ м/с)

$V_{заг}$, м/мин	6	6	6	6
$t \cdot 10^{-3}$, м	0,01	0,025	0,035	0,045
$A \cdot 10^5$, Н/м ^{1,25}	91,8	81,6	67,5	74,25
P , Н	6,0	7,9	7,6	7,4

Для оценки значений параметров A и P при обработке различных материалов, отличающихся физико-механическими свойствами, воспользуемся экспериментальными данными P_z и R_a , полученными в лаборатории ОКБШС при Харьковском станкостроительном заводе им. Косиора под руководством Пашкова Д.А. Исследовался процесс круглого врезного шлифования различных материалов алмазным кругом 1А1 600x40 АС15 350/300 М2-01 100%, табл. 1.24.

Таблица 1.24

Расчетно-экспериментальные значения параметров A (исходные данные: $m=100$; $\bar{X}=0,3 \cdot 10^{-3}$ м; $B=40 \cdot 10^{-3}$ м; $R_{кр}=0,03$ м; $R_{заг}=0,022$ м; $V_{кр}=40$ м/с)

Обрабатываемый материал	Титановый сплав			Сталь	Сталь 45	Сталь ХВГ	Чугун	
	ВТ-3							
Условия обработки								
$V_{заг}$, м/с	0,47	0,44	0,4	0,72	0,43	0,417	0,35	0,33
$S_{рад} \cdot 10^{-6}$, м/с	2,5	16,6	50	6	30	30	6,6	50
P_z , Н	30	127	364	170	364	364	30	165
R_a , мкм	1,5	1,9	2	2	2,5	1,9	2	1,5
$A \cdot 10^5$, Н/м ^{1,25}	73,5	72,2	89,7	107,3	97,8	89,1	49,2	43,8

Анализ приведенных результатов показывает, что при изменении $S_{рад}$ в больших пределах (в 20 раз) параметр A для титанового сплава ВТ-3 остается почти постоянной величиной. Значения параметра A для сталей выше соответствующих значений для чугуна и титанового сплава ВТ-3. Сопоставимость значений A для стали 45 и стали ХВГ с аналогичными значениями A для быстрорежущей стали Р6М5, приведенными в табл. 1.23, позволяет сделать важный практический вывод: несмотря на различие методов шлифования и условий

обработки параметр A , характеризующий физико-механические свойства обрабатываемого материала, остается почти постоянной величиной.

Таким образом, с достаточной для практики точностью, анализ, расчет и оптимизацию процесса шлифования можно производить по предложенным аналитическим зависимостям, принимая в них стандартные значения P , определяющего прочность зерна на раздавливание (ГОСТ 9206-70), и расчетно-экспериментальные значения параметра A , зависящие от физико-механических свойств обрабатываемого материала.

Правомочность такого подхода подтверждается экспериментальными исследованиями многих авторов [95, 302]. Например, используя результаты работы [95] по исследованию процесса алмазной заточки твердосплавного режущего инструмента совместно со стальной державкой по жесткой схеме, нетрудно показать, что с увеличением поперечной подачи, а также других параметров, значения A и P остаются примерно одинаковыми в исследуемом диапазоне изменения режимов шлифования, рис. 1.18,

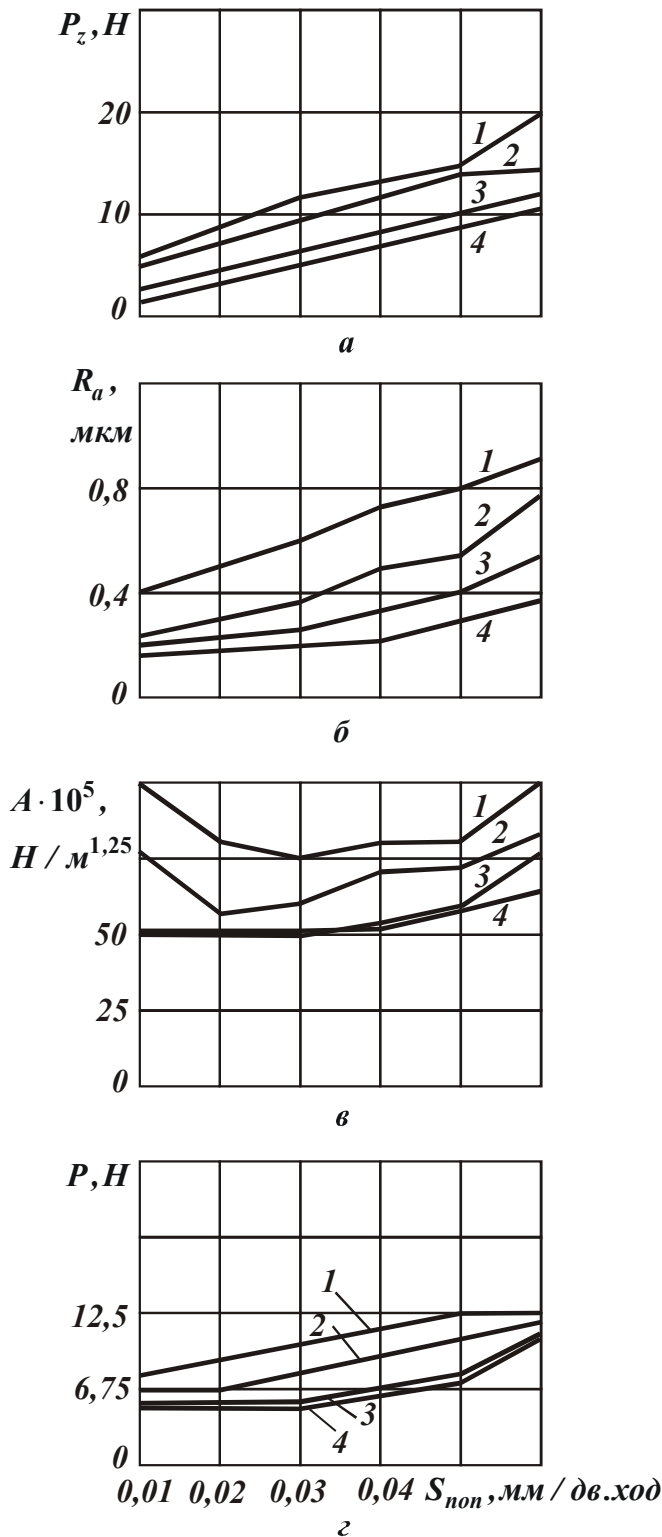


Рис. 1.18. Влияние S_{non} на параметры P_z , R_a , A и P . Условия проведения экспериментов: 1; 2; 3; 4 - $V_{кр} = 15; 20; 30; 40$ м/с; $\bar{X} = 0,18 \cdot 10^{-3}$ м; $S_{np} = 0,03$ м/с.

рис. 1.19. Расчет параметров A и P произведен по зависимостям, полученным применительно к схеме торцового шлифования периферией круга с учетом образования на его рабочей поверхности заборного конуса

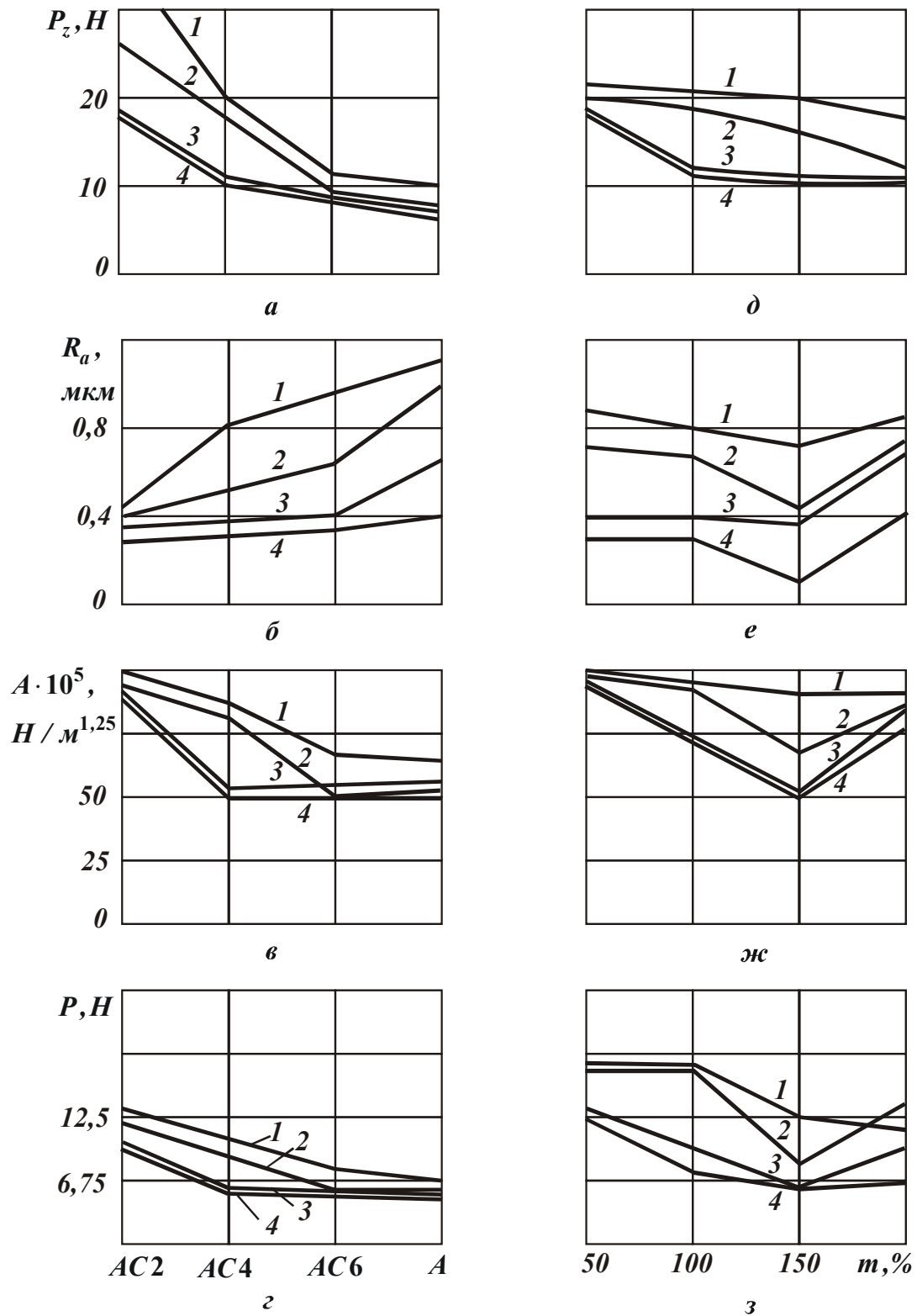


Рис. 1.19. Влияние марки алмаза и концентрации зерен на параметры P_z , R_a , A и P . Условия проведения экспериментов: 1; 2; 3; 4 - $V_{кр} = 15; 20; 30; 40$ м/с; $\bar{X} = 0,18 \cdot 10^{-3}$ м; $S_{np} = 0,03$ м/с.

$$A = \frac{3,37 \cdot B \cdot V_{кр} \cdot P_z \cdot (5 \cdot R_a)^{0,75}}{S_{non} \cdot S_{np} \cdot \Delta S}, \quad (1.132)$$

$$P = 6,75 \cdot P_z \cdot \left(\frac{1575 \cdot \pi \cdot \bar{X}^3 \cdot B \cdot V_{кр} \cdot R_a}{S_{non} \cdot S_{np} \cdot \Delta S \cdot m} \right)^{0,5}, \quad (1.133)$$

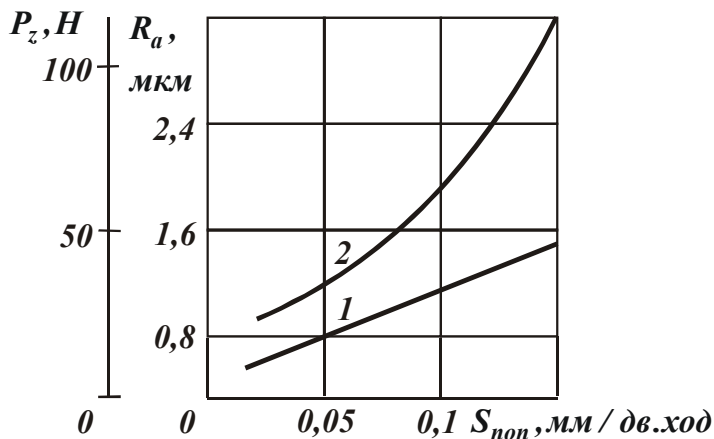


Рис. 1.20. Зависимость тангенциальной составляющей силы резания P_z (1) и параметра шероховатости R_a (2) от поперечной подачи при плоском шлифовании титанового сплава BT16 [302]. Условия проведения экспериментов: круг AC15 250/200 – 100%; обраб. образец – 10x50 мм; $V_{кр}=21$ м/с; $S_{np} = 1$ м/мин.

где ΔS - площадь контакта обрабатываемого материала с кругом, м²; S_{non} - поперечная подача, мм/дв.ход.

Параметр A изменяется в пределах $(54...108) \cdot 10^5$ Н/м^{1,25}, что хорошо согласуется с соответствующими экспериментальными данными, приведенными в табл. 1.22, табл. 1.23. и табл. 1.24.

Аналогичные результаты можно получить, анализируя экспериментальные данные по изменению тангенциальной составляющей силы резания P_z и шероховатости обработанной поверхности R_a ,

приведенные в работе [302], рис. 1.20.

Для подтверждения правильности предложенной зависимости (1.18), воспользуемся экспериментальными значениями шероховатости обработанной поверхности, рис. 1.17,а.

Приведенные на рис. 1.21 графики изменения параметра η в зависимости от глубины шлифования позволили, используя зависимость (1.18), установить значения коэффициента шлифования $K_{ш}$. Сравнивая расчетные значения $K_{ш}$ с соответствующими экспериментальными значениями $K_{ш}$, полученными при тех же условиях обработки (рис. 1.22), можно сделать вывод об их незначительном расхождении (в пределах 5-10%). Это свидетельствует о достоверности разработанной математической модели шлифования кругом из СТМ.

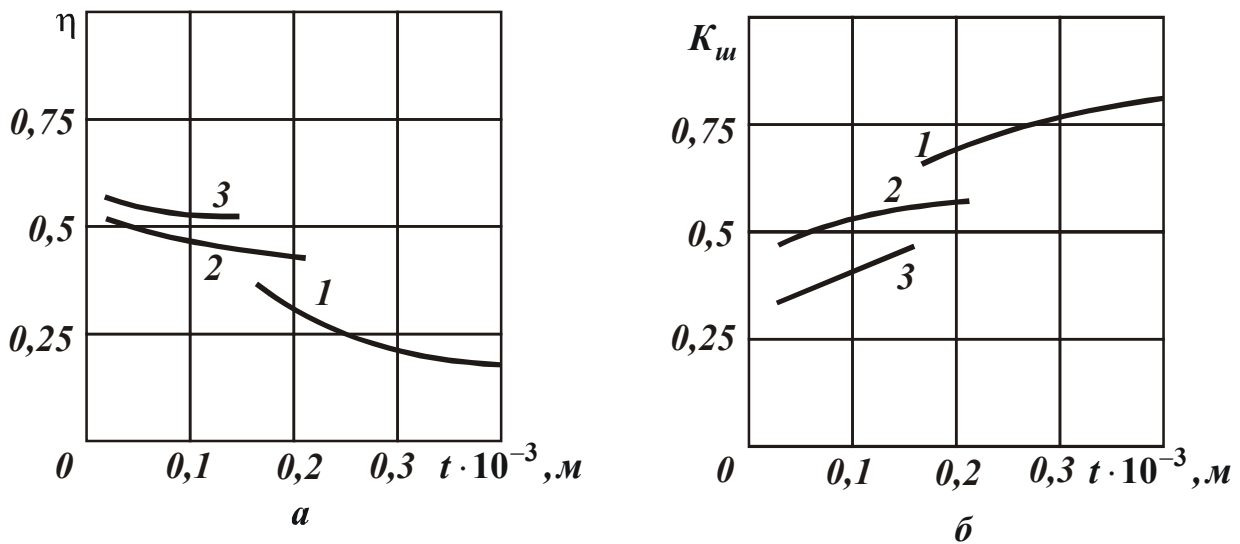


Рис. 1.21. Расчетно-экспериментальные зависимости изменения параметра η (а) и коэффициента резания при шлифовании K_m (б) от глубины шлифования t . Исходные данные: круг – 1А1 300х25 АС6 200/160 МО4 – 100; обраб. материал – Т5К10; $V_{кр} = 35$ м/м; $S_\delta = 1$; 1 - $V_{заг} = 1$ м/мин; 2 - $V_{заг} = 5$ м/мин; 3 - $V_{заг} = 10$ м/мин.

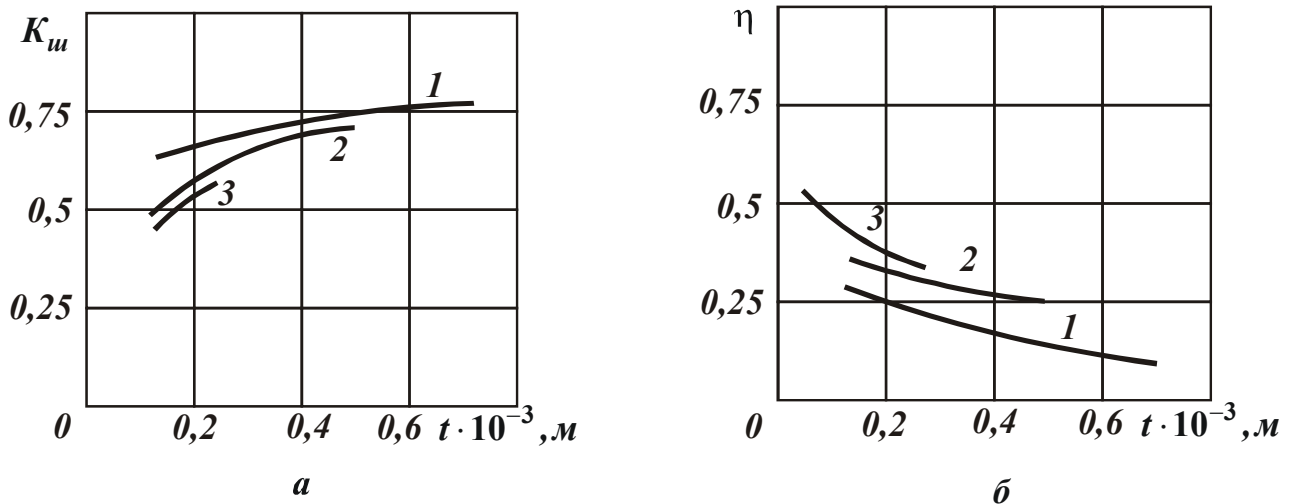


Рис. 1.22. Экспериментальная зависимость изменения коэффициента резания при шлифовании K_m (а) и расчетно-экспериментальная зависимость изменения параметра η (б) от глубины шлифования t . Условия проведения экспериментов: круг – 1А1 300х25 АС6 200/160 МО4 – 100; обраб. материал – Т5К10; $V_{кр} = 35$ м/с; $S_\delta = 1$; 1 - $V_{заг} = 1$ м/мин; 2 - $V_{заг} = 5$ м/мин; 3 - $V_{заг} = 10$ м/мин.

Применим расчетную зависимость (1.18) для анализа процесса плоского абразивного шлифования по упругой схеме. Исходя из табл. 1.25, с течением времени обработки (за 5 мин) глубина шлифования t снизилась с 0,0037 мкм до 0,003 мкм, т.е. в 12 раз. При этом тангенциальная составляющая силы резания P_z и коэффициент шлифования K_m уменьшились лишь в 2 раза (табл. 1.25).

Таблица 1.25

Изменение параметров t , P_z и $K_{ш}$ с течением времени обработки (условия проведения экспериментов: круг – 24А436К5; обраб. материал – Р18; $V_{кр} = 30$ м/с; $V_{заг} = 6$ м/мин; $P_y = 60$ Н)

τ , мин	$t \cdot 10^{-3}$, м	P_z , Н	$K_{ш}$
0,11	0,037	28,8	0,48
0,5	0,013	22,4	0,373
1,0	0,008	21,5	0,358
2,0	0,006	17,9	0,3
3,0	0,005	16,4	0,273
5,0	0,003	15,3	0,256

Для обоснования такого характера изменения экспериментальных значений указанных параметров разрешим зависимость (1.18) относительно η

$$\eta = \frac{(1 - K_{ш})}{(1 + K_{ш} - 2f)}. \quad (1.134)$$

Таблица 1.26

Значения параметра η ($f = 0,25$)

$K_{ш}$	0,48	0,373	0,358	0,3	0,273	0,256
η	0,53	0,718	0,748	0,875	0,94	0,984
$(1 - \eta)$	0,47	0,282	0,252	0,125	0,06	0,016

Приведенные в табл. 1.26 значения η , полученные по зависимости (1.134) с использованием экспериментальных значений $K_{ш}$, показывают, что с изменением $K_{ш}$ в пределах 0,48...0,256 параметр η изменяется в пределах 0,53...0,984, а параметр $(1 - \eta)$ - в пределах 0,47...0,016.

Такое значительное уменьшение параметра $(1 - \eta)$ приводит к тому, что глубина шлифования t , исходя из зависимости (1.73) при $n = 0,75$ с учетом $P_y = P_z / K_{ш} = const$, уменьшается практически до нуля. Этим, собственно, и объясняется значительное уменьшение производительности обработки, обусловленное затуплением абразивного круга. Следует отметить весьма чувствительную связь параметра η с производительностью обработки. Незначительное изменение параметра $K_{ш}$ приводит к существенному изменению η и соответственно производительности обработки.

Таким образом, проведенная экспериментальная проверка подтвердила возможность применения разработанной математической модели для решения оптимизационных задач шлифования и выявления перспективных схем и условий высокопроизводительной алмазно-абразивной обработки.

1.14. МЕТОДИКА И РЕЗУЛЬТАТЫ ДИАГНОСТИКИ ПРОЦЕССА ШЛИФОВАНИЯ

Одним из практических выходов разработанной математической модели является создание научной методики диагностики процесса шлифования кругом из СТМ, которая реализована в виде подсистемы общей системы оптимизации режимов резания и диагностики процесса шлифования. Подсистема диагностики предназначена для установления внутренних физических параметров шлифования, которые обычно в исследованиях не определяются и не анализируются. Анализ процесса, как правило, производится по внешним технологическим параметрам обработки, которые не позволяют вскрыть истинные закономерности функционирования процесса шлифования и определить условия управления процессом. Как отмечалось выше, диагностика процесса шлифования кругом из СТМ производится с использованием параметров H , H_{max} , x , η , σ , A и P , устанавливаемых в соответствии с зависимостями, полученными после преобразования зависимостей (1.120), (1.11), (1.12), а также с применением зависимостей (1.127) и (1.129):

$$H = 15,35 \cdot \left(\frac{\pi \cdot \bar{X}^3 \cdot V_{заг} \cdot \rho^{0,5}}{m \cdot V_{кр}} \right)^{0,67} \cdot \frac{t^{0,17}}{R_a^{0,83}}, \quad (1.135)$$

$$H_{max} = 3,96 \cdot R_a^{0,83} \cdot t^{0,17}, \quad (1.136)$$

$$\eta = 1 - 0,42 \cdot \left(\frac{R_a^{2,5} \cdot m \cdot V_{кр}}{\pi \cdot \bar{X}^3 \cdot V_{заг} \cdot \rho^{0,5}} \right)^{0,5}, \quad (1.137)$$

$$x = H - H_{max}, \quad (1.138)$$

$$A = \frac{0,1 \cdot P_z \cdot R_{max}^{0,62}}{B \cdot t^{0,875}} \cdot \frac{V_{кр}}{V_{заг}}, \quad (1.139)$$

$$P = \frac{2,5 \cdot P_z \cdot R_{max}^{0,4}}{B \cdot t^{0,665}} \cdot \left(\frac{\pi \cdot \bar{X}^3 \cdot V_{кр} \cdot \rho^{0,5}}{m \cdot V_{заг}} \right)^{0,5} \quad (1.140)$$

Для определения указанных параметров необходимо при заданных условиях обработки установить экспериментально значения тангенциальной составляющей силы резания P_z и параметра шероховатости R_a .

В качестве примера в табл. 1.27 приведены расчетно-экспериментальные значения параметров диагностики процесса круглого наружного глубинного алмазного шлифования кругом 1A1 300x25 AC6 200/160 M1-10 – 100% твердосплавной (Т5К10) фрезы. Экспериментальные значения тангенциальной составляющей силы резания P_z и параметра шероховатости R_a для данных условий обработки приведены на рис. 1.17.

Таблица 1.27

Расчетно-экспериментальные значения параметров H , H_{max} , x , η , A и P
(исходные данные: $m=100$; $\bar{X}=0,2 \cdot 10^{-3}$ м; $B=22,5 \cdot 10^{-3}$ м; $R_{кр}=0,15$ м;
 $R_{заг}=0,1$ м; $V_{кр}=35$ м/с)

$V_{заг}=5$ м/мин;	5	5	5	10	10	10
$t \cdot 10^{-3}$, м	0,05	0,1	0,2	0,05	0,1	0,15
$H \cdot 10^{-6}$, м	23,24	25,82	28,35	31,29	34,89	36,97
$H_{max} \cdot 10^{-6}$, м	11,66	13,45	15,87	12,83	14,75	16,15
$x \cdot 10^{-6}$, м	11,57	12,37	12,47	18,46	20,13	20,81
η	0,498	0,479	0,44	0,59	0,57	0,56
$A \cdot 10^5$, Н/м ^{1,25}	36,0	34,7	32,1	30,51	23,7	23,0
P , Н	12,96	11,34	12,0	12,0	10,73	11,2

Из анализа полученных результатов следует, что с увеличением глубины шлифования параметры H , H_{max} и x возрастают, однако интенсивность их роста весьма незначительна. Скорость заготовки оказывает на указанные параметры несколько большее влияние, чем глубина шлифования. Основным фактором, определяющим характер изменения параметров, является величина линейного износа зерна x . В зависимости от того, на каком уровне x происходит стабилизация процесса, параметры H , H_{max} , η и другие могут принимать различные значения. Условием стабилизации процесса шлифования при таком подходе является неизменность параметра P с течением времени обработки.

1.15. ГЛУБИННОЕ ШЛИФОВАНИЕ С ОТНОСИТЕЛЬНО НЕБОЛЬШОЙ СКОРОСТЬЮ ЗАГОТОВКИ

Для обоснования технологических возможностей глубинного шлифования, реализующего условие $t > H_{max}$, проведем анализ функциональных связей параметров процесса с учетом образования на круге установившегося рельефа.

Для определения производительности обработки при шлифовании получим выражение для $V_{заг}$, исходя из зависимости (1.53):

$$V_{заг} = \frac{m \cdot V_{кр}}{630 \cdot \pi \cdot \text{tg} \gamma \cdot \bar{X}^3 \cdot \sqrt{t \cdot \rho}} \cdot \left(\frac{1 - \eta}{\text{tg} \gamma} \right)^{\frac{2n-1}{2-n}} \cdot \left(\frac{P}{A} \right)^{\frac{3}{2-n}}. \quad (1.141)$$

Тогда производительность обработки при шлифовании опишется

$$Q = B \cdot V_{заг} \cdot t = \frac{B \cdot m \cdot V_{кр}}{630 \cdot \pi \cdot \text{tg} \gamma \cdot \bar{X}^3} \cdot \sqrt{\frac{t}{\rho}} \cdot \left(\frac{1 - \eta}{\text{tg} \gamma} \right)^{\frac{2n-1}{2-n}} \cdot \left(\frac{P}{A} \right)^{\frac{3}{2-n}}. \quad (1.142)$$

Как видим, наибольшее влияние на производительность обработки Q оказывает параметр n , характеризующий процесс стружкообразования. При его увеличении от 0,5 до 2,0 показатели степени $\frac{2n-1}{2-n}$ и $\frac{3}{2-n}$ возрастают в неограниченное число раз и приводят к такому же росту производительности обработки Q , табл. 1.28.

Таблица 1.28

Расчетные значения показателей степени $\frac{2n-1}{2-n}$, $\frac{3}{2-n}$

n	0,5	0,75	1,0	1,5	2,0
$\frac{2n-1}{2-n}$	0	0,4	1	4	∞
$\frac{3}{2-n}$	2	2,4	3	6	∞

Это свидетельствует о важной роли процесса стружкообразования в интенсификации процесса шлифования. Искусственно создавая условия резания, при которых $n \rightarrow 2$, можно снизить σ и увеличить производительность шлифования.

Вторыми по степени влияния на производительность Q следует рассматривать параметры A и P . Зависимость (1.142) подтверждает известное положение о значительном снижении режущих возможно-

стей инструмента с увеличением параметра A . В отличие от параметра A , влияние параметра P на производительность обработки Q неоднозначно и зависит от механизма износа круга. Если в износе преобладает периодическое объемное разрушение зерен и затем их выпадение из связки, то с увеличением прочности алмазов можно добиться повышения производительности шлифования по квадратной или кубической параболе. Например, переход на круги, оснащенные высокопрочными алмазными зёрнами AC120 и AC160, потенциально позволяет до 100 раз и более увеличить производительность обработки Q .

В случае, если механизм износа круга обусловлен выпадением малоизношенных зерен из связки без их объемного разрушения, то повышение собственно прочности зерен P не приведет к ощутимому росту Q . Уровень производительности обработки Q и значение P в этом случае будут определяться прочностью удержания зерен в связке. Чем выше эта прочность, тем больше Q . Следовательно, максимальный эффект можно достичь при условии преобладания в механизме износа круга периодического объемного разрушения зерен при одновременном повышении их собственно прочности и прочности удержания их в связке.

Из зависимости (1.142) следует существенное влияние на Q величины линейного износа зерна, определяемой функцией η . Величина $(1 - \eta)$ изменяется в широком диапазоне. Для “острого”, заправленного круга $(1 - \eta) \rightarrow 1$, для затупившегося круга $(1 - \eta)$ значительно меньше единицы и может принимать значения $0,1 \dots 0,01$ и т.д. Поэтому все преимущества шлифования, связанные с повышением физико-механических свойств зерен и связки круга, при определенных условиях могут быть полностью нивелированы таким фактором, как линейный износ зерен, вследствие потери их режущего профиля, рис. 1.23.

Выразим производительность обработки Q через величину линейного износа зерна x , для чего в зависимости (1.54) вместо параметра $V_{заг}$ подставим $Q / B \cdot t$:

$$x = \frac{P}{\operatorname{tg} \gamma \cdot A} \cdot \left[1 - \frac{\operatorname{tg} \gamma \cdot A}{P} \cdot \left(\frac{630 \cdot \pi \cdot \operatorname{tg} \gamma \cdot \bar{X}^3 \cdot Q \cdot A^2}{m \cdot V_{кр} \cdot B \cdot P^2} \cdot \sqrt{\frac{t}{\rho}} \right)^{\frac{2-n}{2n-1}} \right] \times$$

$$\times \left(\frac{630 \cdot \pi \cdot \operatorname{tg} \gamma \cdot \bar{X}^3 \cdot A^2 \cdot Q}{m \cdot V_{кр} \cdot B \cdot P^2} \cdot \sqrt{\frac{\rho}{t}} \right)^{\frac{n-1}{2n-1}}. \quad (1.143)$$

В случае $n=1$ уравнение (1.143) упростится и может быть решено относительно Q :

$$Q = \frac{B \cdot m \cdot V_{кр}}{630 \cdot \pi \cdot \operatorname{tg}^2 \gamma \cdot \bar{X}^3} \cdot \sqrt{\frac{t}{\rho}} \cdot \left(1 - x \cdot \frac{\operatorname{tg} \gamma \cdot A}{P} \right) \cdot \left(\frac{P}{A} \right)^3. \quad (1.144)$$

Как видим, между Q и x существует однозначная связь. С увеличением x производительность обработки Q будет уменьшаться. Максимум Q достигается при $x=0$. Интенсивность изменения Q в зависимости от изменения величины x определяется соотношением параметров $x \cdot \frac{\operatorname{tg} \gamma \cdot A}{P}$. Если $\frac{\operatorname{tg} \gamma \cdot A}{P}$ относительно небольшая величина (значительно меньше единицы), то увеличение x не приведет к заметному уменьшению Q . В противном случае слагаемое $\left(1 - x \cdot \frac{\operatorname{tg} \gamma \cdot A}{P} \right)$ и соответственно Q с ростом x будут стремиться к нулю. Таким образом, снизить неблагоприятное влияние x на Q можно применением высокопрочных марок алмазов и других СТМ, позволяющих, следуя зависимости (1.142), добиться двойного эффекта – путем уменьшения соотношения $\frac{\operatorname{tg} \gamma \cdot A}{P}$ и повышения $\left(\frac{P}{A} \right)^3$.

Сделанный вывод будет справедлив для механизма износа круга с преобладающим объемным разрушением зерен и их последующим выпадением из связки.

Если в механизме износа круга доминирует выпадение неразрушенных зерен из связки, величина P будет изменяться в сравнительно небольших пределах (независимо от типа связки) и управлять слагаемым $\left(1 - x \cdot \frac{\operatorname{tg} \gamma \cdot A}{P} \right)$ будет значительно труднее.

В этом случае необходимо строго регламентировать величину x с учетом основных технологических показателей шлифования. Несомненно, с точки зрения производительности обработки при шлифовании важно обеспечить непрерывное поддержание на рабочей поверхности круга достаточно острых режущих зерен ($x \rightarrow 0$, $\eta \rightarrow 0$).

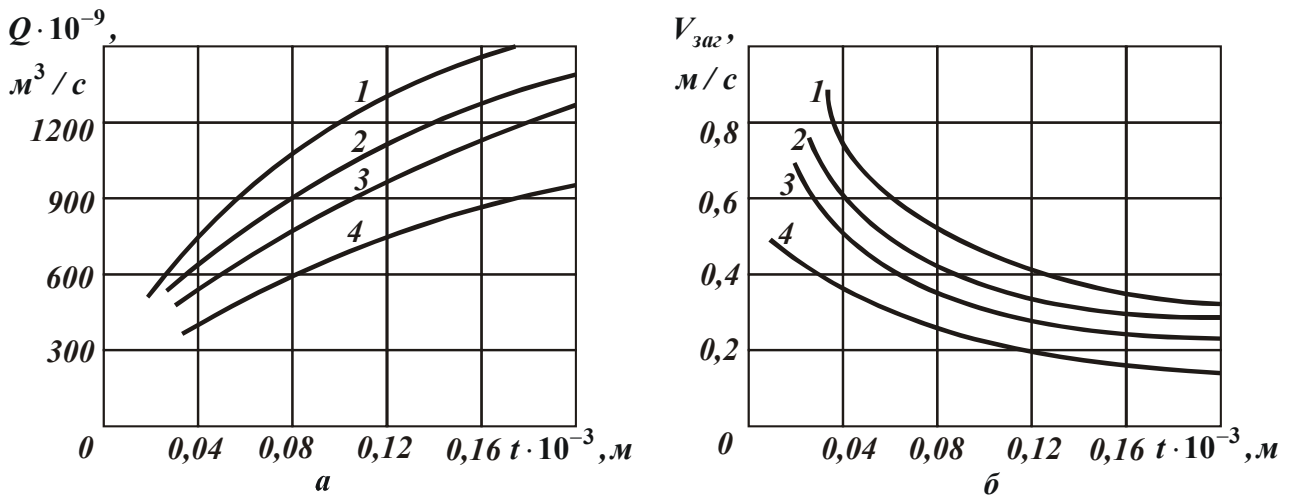


Рис. 1.23. Зависимость Q и $V_{заг}$ от t . Исходные данные: $m=100$; $\bar{X}=0,2 \cdot 10^{-3}$ м; $V_{кр}=30$ м/с; $B=25 \cdot 10^{-3}$ м; $\rho=20$ м⁻¹; $P=2$ Н; $A=5 \cdot 10^5$ Н/м^{1,25}; 1 - $\eta=0$; 2 - $\eta=0,25$; 3 - $\eta=0,5$; 4 - $\eta=0,75$).

Вместе с тем, при этом нельзя не учитывать износостойкость круга. Чем меньше x , тем меньше ресурс работы зерна и, следовательно, выше износ круга в целом. Поэтому величина линейного износа зерна x должна принимать вполне конкретное значение, установленное на основе оптимизации шлифования по всем технологическим параметрам обработки.

Полученная зависимость (1.144) показывает, что при одинаковой производительности обработки величина x для круга из СТМ на органической связке должна быть меньше, чем для круга из СТМ на металлической связке. Противоположное влияние на величину x оказывает прочность обрабатываемого материала, определяемая параметром A . С ее уменьшением для сохранения постоянного значения Q величина x должна возрасть. Установленная закономерность обусловлена тем, что с увеличением x , при неизменности остальных параметров, нагрузка, действующая на зерно и определяемая параметром P , непрерывно растет.

Зависимость (1.144) позволяет вскрыть причину низкой производительности алмазного шлифования по сравнению с абразивным шлифованием при форсированном съеме больших припусков твердосплавных и других труднообрабатываемых материалов, что имеет место на практике. Исходя из приведенной зависимости, это связано с тем, что различие значений x для алмазного и абразивного кругов больше соответствующего различия значений P . Действительно, стоимость абразивного круга ниже стоимости алмазного круга и он

может работать в условиях интенсивного износа практически с величиной $x=0$, тогда как применение алмазного круга эффективно при повышенных значениях x . Различие в P для обоих кругов не столь существенно, особенно если учесть, что в механизме износа абразивного и алмазного круга при форсированном съеме припуска преобладает преждевременное выпадение зерен из связки без их объемного разрушения. В этом случае параметр P определяется прочностными свойствами связок, которые для абразивного и алмазного круга (на органической связке) достаточно близки. Для металлических связок значение P значительно больше и, следовательно, появляется возможность существенного увеличения производительности алмазного шлифования.

ГЛАВА 2

ОПТИМИЗАЦИЯ ПРОЦЕССА АЛМАЗНОГО ШЛИФОВАНИЯ С ПРИМЕНЕНИЕМ АНАЛИТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ

2.1. ПОДХОД К ОПТИМИЗАЦИИ ПРОЦЕССА АЛМАЗНОГО ШЛИФОВАНИЯ

На практике получили применение математические зависимости, установленные методами многофакторного планирования эксперимента. Например, для круглого наружного продольного шлифования технологические параметры обработки описываются

$$\begin{aligned} Q &= A_1 \cdot S_{non}^{a_1} \cdot S_{np}^{a_2} \cdot V_{заг}^{a_3} \cdot V_{кр}^{a_4}, \\ R_a &= A_2 \cdot S_{non}^{b_1} \cdot S_{np}^{b_2} \cdot V_{заг}^{b_3} \cdot V_{кр}^{b_4}, \\ \delta &= A_3 \cdot S_{non}^{c_1} \cdot S_{np}^{c_2} \cdot V_{заг}^{c_3} \cdot V_{кр}^{c_4}, \\ N &= A_4 \cdot S_{non}^{d_1} \cdot S_{np}^{d_2} \cdot V_{заг}^{d_3} \cdot V_{кр}^{d_4}, \end{aligned}$$

где Q - производительность обработки, м³/с; R_a - параметр шероховатости обработки, м; δ - геометрическая погрешность обработки, м; N - мощность шлифования, Вт; S_{non} и S_{np} - соответственно скорости поперечной и продольной подачи, м/с; $V_{заг}$ и $V_{кр}$ - соответственно скорости заготовки и круга, м/с; A_1, A_2, A_3, A_4 - коэффициенты, зависящие от характеристик инструмента и обрабатываемого материала и не зависящие от параметров режима шлифования.

Показатели степени a_i, b_i, d_i, c_i ($i = 1...4$) принимают как положительные, так и отрицательные значения. Зависимости справедливы для заданных пределов изменения параметров режимов шлифования $S_{non}, S_{np}, V_{заг}, V_{кр}$.

Если техническим ограничением является шероховатость обработки R_a , то целевая функция - производительность обработки Q - и реализующая ее, например, поперечная подача S_{non} , описываются зависимостями, вытекающими из приведенной выше системы:

$$Q = A_1 \cdot \left(\frac{R_a}{A_2} \right)^{\frac{a_1}{b_1}} \cdot S_{np}^{a_2 - \frac{a_1 \cdot b_2}{b_1}} \cdot V_{заг}^{a_3 - \frac{a_1 \cdot b_3}{b_1}} \cdot V_{кр}^{a_4 - \frac{a_1 \cdot b_4}{b_1}},$$

$$S_{non} = \left(\frac{R_a}{A_2} \right)^{\frac{1}{\epsilon_1}} \cdot S_{np}^{-\frac{\epsilon_2}{\epsilon_1}} \cdot V_{zag}^{-\frac{\epsilon_3}{\epsilon_1}} \cdot V_{kr}^{-\frac{\epsilon_4}{\epsilon_1}}.$$

Выбор оптимальных значений S_{np} , V_{zag} , V_{kr} производится из условия обеспечения наибольшей производительности обработки Q в заданном диапазоне изменения S_{non} .

Аналогичным образом определяется производительность обработки Q с учетом ограничений по δ или N .

С учетом двух ограничений R_a и δ необходимо производительность обработки Q и параметры S_{non} и S_{np} представить функциями от R_a , δ , V_{zag} и V_{kr} , а с учетом трех ограничений R_a , δ и N - представить параметры Q , S_{non} , S_{np} , V_{zag} функциями от R_a , δ , N , V_{kr} . При этом определяемые значения S_{non} , S_{np} , V_{zag} не должны выходить за пределы, в которых производились эксперименты.

Таким же образом можно установить оптимальные условия шлифования, если целевой функцией является себестоимость обработки. Оптимум соответствует наименьшему значению себестоимости.

Данный подход справедлив для функций, не имеющих точек экстремумов.

Рассмотрим пример. При круглом наружном эльборовом шлифовании многолезвийных инструментов параметры Q и N описываются зависимостями

$$Q = 5,82 \cdot S_{non}^{0,43} \cdot S_{np}^{0,69} \cdot V_{zag}^{0,16} \cdot V_{kr}^{0,18},$$

$$N = 105 \cdot S_{non}^{0,31} \cdot S_{np}^{0,32} \cdot V_{zag}^{0,09} \cdot V_{kr}^{0,29},$$

откуда

$$Q = 5,82 \cdot (0,01 \cdot N)^{1,39} \cdot S_{np}^{0,25} \cdot V_{zag}^{0,04} \cdot V_{kr}^{-0,22},$$

$$S_{non} = (0,01 \cdot N)^{2,33} \cdot S_{np}^{-1,0} \cdot V_{zag}^{-0,29} \cdot V_{kr}^{-0,94}.$$

Увеличить производительность обработки Q при заданном значении мощности N можно за счет увеличения S_{np} и уменьшения V_{kr} . Скорость заготовки V_{zag} почти не влияет на Q . Для обеспечения значения S_{non} , соответствующего заданному диапазону (в котором производились эксперименты), необходимо в первую очередь изме-

нять параметр $V_{заг}$ до предельного значения. Если этого недостаточно – изменять параметры $S_{пр}$ и $V_{кр}$, которые почти в одинаковой степени влияют на Q и S_{non} .

Используя данный подход, в главе произведена аналитическая оптимизация параметров алмазного шлифования по производительности обработки с учетом ограничений по относительному расходу алмаза и себестоимости обработки. Установлены оптимальные соотношения параметров режимов шлифования, характеристик круга и заготовки с величиной линейного износа максимально выступающего над связкой зерна применительно к условиям высокопроизводительного алмазного шлифования, характеризующегося асимптотическим ростом относительного расхода алмаза с увеличением глубины шлифования. Показано влияние технических ограничений: шероховатости и точности обработки, температуры шлифования на характер изменения этих соотношений.

Разработана методология расчета оптимальных режимов алмазного шлифования для различных целевых функций и технических ограничений обработки.

2.2. ОПТИМИЗАЦИЯ ПАРАМЕТРОВ ПРЕДВАРИТЕЛЬНОГО АЛМАЗНОГО ШЛИФОВАНИЯ

2.2.1. ОПРЕДЕЛЕНИЕ МАКСИМАЛЬНОЙ ПРОИЗВОДИТЕЛЬНОСТИ ШЛИФОВАНИЯ С УЧЕТОМ ОГРАНИЧЕНИЙ ПО ОТНОСИТЕЛЬНОМУ РАСХОДУ АЛМАЗА

Установленные в предыдущей главе функциональные связи между основными параметрами шлифования позволяют провести оптимизацию условий высокопроизводительного алмазного шлифования. Для решения оптимизационных задач примем в качестве критерия оптимизации производительность обработки, а в качестве технических ограничений – первоначально относительный расход алмаза, затем себестоимость обработки, которая наиболее полно отражает эффективность шлифования и целесообразность замены обычного абразивного шлифования алмазным. В связи с большим числом переменных, входящих в зависимость для определения относительного расхода алмаза, а также сложной структурой зависимости, перейдем к безразмерным величинам $\alpha = q / q_{min}$; $\alpha_1 = t / t_{экстр}$;

$\alpha_2 = V_{заг} / V_{заг_{экстр}}$. Это позволит привести указанную зависимость к более простому виду.

С учетом преобразованной зависимости (1.107) отношение q / q_{min} примет вид

$$\frac{q}{q_{min}} = \frac{V_{заг_{экстр}} \cdot t_{экстр} \cdot \eta_{экстр}^3 \cdot H_{экстр}^2}{V_{заг} \cdot t \cdot \eta^3 \cdot H^2}. \quad (2.1)$$

В данном случае параметр $H_{экстр}$ описывается той же зависимостью (1.52), что и параметр H , принимая вместо значений t и $V_{заг}$ соответственно значения $t_{экстр}$ и $V_{заг_{экстр}}$. Параметр η выражается через $\eta_{экстр}$, для чего зависимость (1.53) преобразуется к виду

$$\frac{tg \alpha}{P} \cdot \left(\frac{630 \cdot \pi \cdot tg \gamma \cdot \bar{X}^3 \cdot \sqrt{\rho} \cdot A^2}{m \cdot V_{кр} \cdot P^2} \right)^{\frac{2-n}{2n-1}} = \frac{(1 - \eta_{экстр})}{V_{заг_{экстр}}^{\frac{(2-n)}{2n-1}} \cdot t_{экстр}^{\frac{(2-n)}{2n-1}}}$$

и затем подставляется в исходную зависимость (1.53), описывающую параметр η . В результате несложных преобразований, имеем

$$\eta = 1 - \alpha_1^{\frac{(2-n)}{2(2n-1)}} \cdot \alpha_2^{\frac{(2-n)}{2(2n-1)}} \cdot (1 - \eta_{экстр}). \quad (2.2)$$

С учетом соответствующих зависимостей для определения параметров H , $H_{экстр}$ и η параметр $\alpha = q / q_{min}$ окончательно выразится

$$\alpha = \frac{\eta_{экстр}^3}{\alpha_1^{\frac{(3n-2)}{2n-1}} \cdot \alpha_2^{\frac{(4n-3)}{2n-1}} \cdot \left[1 - \alpha_1^{\frac{(2-n)}{2(2n-1)}} \cdot \alpha_2^{\frac{(2-n)}{2n-1}} \cdot (1 - \eta_{экстр}) \right]^3}. \quad (2.3)$$

При $\alpha_1 = \alpha_2 = 1$ параметр α равен единице, что свидетельствует о правильности выполненных преобразований. Используя значения $\eta_{экстр}$, приведенные в табл. 1.17, построим график функции q / q_{min} в зависимости от параметра α_1 при $n = 0,75; 1,0; 1,5$.

Как следует из рис. 2.1, характер изменения параметра α в рассматриваемом диапазоне изменения параметра α_1 - различен. При увеличении параметра α_1 до значения $\alpha_1 = 1,0$ происходит уменьше-

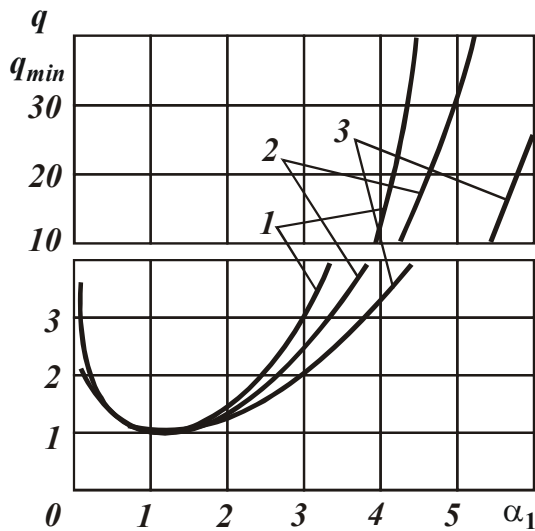


Рис. 2.1. Зависимость q/q_{min} от α_1 : 1 - $n=0,75$; 2 - $n=1,0$; 3 - $n=1,5$.

ние функции α , а при $\alpha_1 > 1,0$ – ее непрерывный рост, причем, весьма интенсивный при $\alpha_1 > 2,0$ (для $n=0,75$). При $\alpha_1=5,45$ функция стремится к бесконечности. Такой результат получен из преобразованной зависимости (2.3) для случая $n=0,75$:

$$\alpha = \frac{0,68}{\alpha_1^{0,5} \cdot (1 - 0,12 \cdot \alpha_1^{1,25} \cdot \alpha_2^{2,5})^3} \quad (2.4)$$

Не нарушается экстремальный характер изменения функции α и для других значений α_2 , рис. 2.2. Минимум α с уменьшением α_2 непрерывно снижается и смещается в область более высоких значений α_1 (табл.2.1).

Таблица 2.1

Значения α_1 , α и $\alpha_1 \cdot \alpha_2$ в точках минимума функции α

α_2	1,0	0,8	0,6	0,4	0,2	0,1
α_1	1,0	1,56	2,78	6,25	25	100
α	1,0	0,8	0,6	0,4	0,2	0,1
$\alpha_1 \cdot \alpha_2$	1,0	1,248	1,668	2,5	5	10

Значения α_1 и α в точках минимума функции α , исходя из

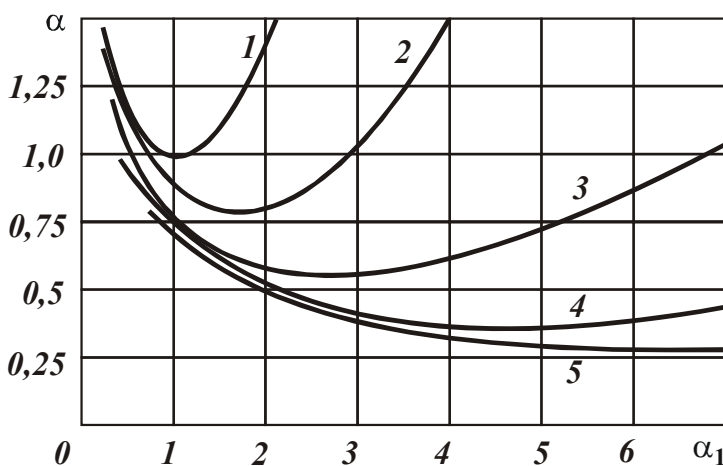


Рис. 2.2. Зависимость α от α_1 : 1 - $\alpha_2=1,0$; 2 - $\alpha_2=0,8$; 3 - $\alpha_2=0,6$; 4 - $\alpha_2=0,4$; 5 - $\alpha_2=0,2$.

условия экстремума зависимости (2.4), определяются

$$\alpha = \alpha_2, \quad (2.5)$$

$$\alpha_1 = \frac{1}{\alpha_2^2}. \quad (2.6)$$

Производительность обработки, соответствующая точкам минимума α и определяемая произведением параметров α_1 и α_2 , с увеличением α_1

возрастает по зависимости $1/\alpha_2$, табл. 2.1.

Как видим, характер изменения безразмерных параметров идентичен изменению соответствующих зависимостей, описывающих относительный расход алмаза и производительность шлифования, установленных в предыдущей главе, т.е. не прибегая к частным значениям параметров шлифования $m, \bar{X}, V_{кр}, \rho$ и т.д., получены общие решения, справедливые для всего диапазона варьируемых переменных.

Используя полученные аналитические решения, определим характер изменения параметра α_2 , а также произведения $\alpha_1 \cdot \alpha_2$ и величины η при $\alpha = const$ с увеличением α_1 . Для этого зависимость (2.4) разрешим относительно α_2

$$\alpha_2 = 2,34 \cdot \alpha_1^{-0,5} \cdot \left[1 - \left(\frac{0,68}{\alpha \cdot \alpha_1^{0,5}} \right)^{0,33} \right]^{0,4}. \quad (2.7)$$

Расчеты произведем для правой ветви зависимости $\alpha - \alpha_1$, описывающей условия высокопроизводительного алмазного шлифования.

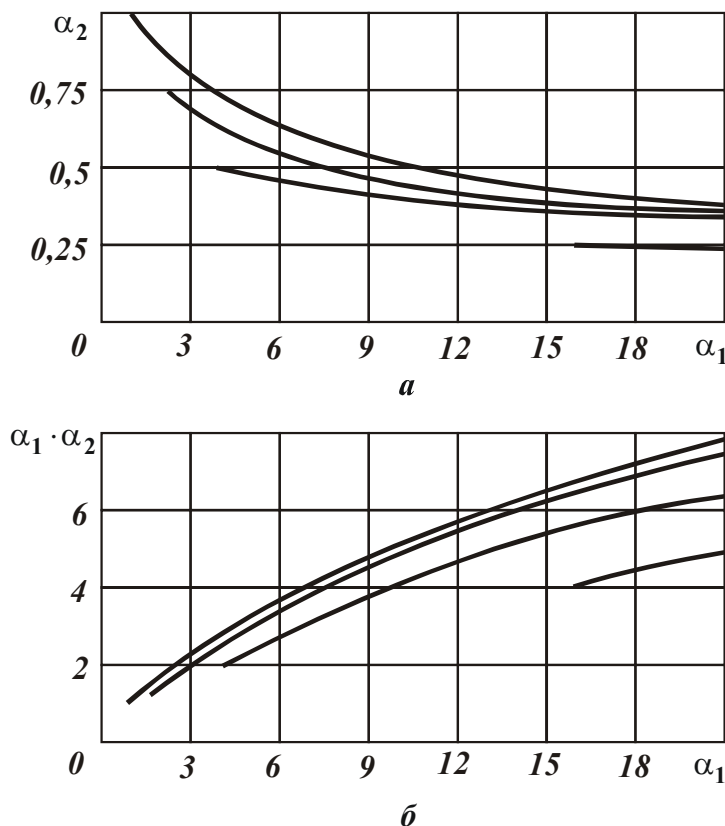


Рис. 2.3. Зависимость α_2 (а) и $\alpha_1 \cdot \alpha_2$ (б) от α_1 : 1 - $\alpha = 1,0$; 2 - $\alpha = 0,75$; 3 - $\alpha = 0,5$; 4 - $\alpha = 0,25$.

Как следует из рис. 2.3, параметр α_2 с увеличением α_1 непрерывно уменьшается, а произведение $\alpha_1 \cdot \alpha_2$, определяющее производительность обработки, увеличивается, причем более интенсивно, чем по аналогичной зависимости, полученной для точек минимума функции α . Это свидетельствует о том, что в качестве условия оптимизации целесообразно рассматривать не минимум функции α , а ее значения, соответствующие правой ветви зависимости.

Исходя из рис. 2.3, с увеличением α при $\alpha_1 = const$ произведение параметров $\alpha_1 \cdot \alpha_2$ увеличивается, однако интенсивность роста значительно ниже по сравнению с ростом $\alpha_1 \cdot \alpha_2$ от увеличения α_1 (случай $\alpha = const$). Следовательно, добиться ощутимого увеличения производительности обработки путем повышения относительного расхода алмаза весьма сложно, поскольку интенсивность роста функции α с увеличением α_1 существенно превышает интенсивность роста произведения параметров $\alpha_1 \cdot \alpha_2$. Более эффективным путем интенсификации шлифования является увеличение параметра α_1 при

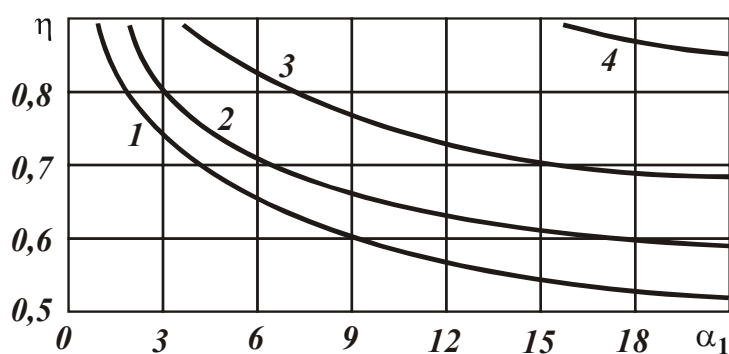


Рис. 2.4. Зависимость η от α_1 : 1 - $\alpha = 1,0$; 2 - $\alpha = 0,75$; 3 - $\alpha = 0,5$; 4 - $\alpha = 0,25$.

уменьшении по соответствующему закону (рис. 2.4) параметра α_2 .

В этом случае повышение производительности обработки достигается без увеличения относительного расхода алмаза, определяемого безразмерным параметром α . Кроме того, применение

глубинного шлифования с управляемой скоростью заготовки (определяемой безразмерным параметром α_2) практически нивелирует имеющийся разброс значений $\alpha_1 \cdot \alpha_2$ для различных α , т.е. при соответствующем сочетании параметров шлифования относительный расход алмаза оказывает незначительное влияние на характер изменения производительности обработки. Установленные закономерности обусловлены изменением параметра η , характеризующего степень линейного износа максимально выступающего зерна до его объемного разрушения или выпадения из связки без разрушения. С увеличением α_1 и α_2 параметр η непрерывно снижается от значения $\eta = 0,88$, определяющего точку минимума функции α , до нулевого значения, соответствующего условию $\alpha \rightarrow \infty$, рис. 2.4. Зависимость для определения параметра η имеет вид

$$\eta = 1 - 0,12 \cdot \alpha_1^{1,25} \cdot \alpha_2^{2,5}. \quad (2.8)$$

В соответствии с проведенным анализом, определение максимальной производительности обработки и оптимальных условий обработки с учетом ограничения по относительному расходу алмаза

необходимо производить следующим образом. При известных значениях $t_{экстр}$, $V_{заг_{экстр}}$, q_{min} и т.д. принимается максимально возможное (исходя из величины снимаемого припуска) значение α_1 и для него по графику определяется произведение параметров $\alpha_1 \cdot \alpha_2$, соответствующее заданному значению α . Зная $\alpha_1 \cdot \alpha_2$, устанавливается α_2 , затем – оптимальные значения $t, V_{заг}, Q$ и т.д. В общем случае, когда переменными являются не только $t, V_{заг}$, а и остальные параметры шлифования - $m, \bar{X}, A, P, V_{кр}$ и т.д., алгоритм расчета производительности и оптимальных условий обработки несколько видоизменится. Для этого введем новые безразмерные параметры:

$$\alpha_3 = \frac{V_{кр}}{V_{кр_{экстр}}}; \quad \alpha_4 = \frac{m}{m_{экстр}}; \quad \alpha_5 = \frac{\bar{X}}{\bar{X}_{экстр}}; \quad \alpha_6 = \frac{P}{P_{экстр}};$$

$$\alpha_7 = \frac{A}{A_{экстр}}; \quad \alpha_8 = \frac{tg\gamma}{tg\gamma_{экстр}}; \quad \alpha_9 = \frac{\rho}{\rho_{экстр}}; \quad \alpha_{10} = \frac{\rho_a}{\rho_{a_{экстр}}};$$

$$\alpha_{11} = \frac{\alpha}{\alpha_{экстр}}; \quad \alpha_{12} = \frac{C}{C_{экстр}}; \quad \alpha_{13} = \frac{\rho_m}{\rho_{m_{экстр}}}.$$

Зависимость (1.53) для $n=0,75$ и $\eta_{экстр}=0,88$ представим в виде

$$\eta = 1 - 0,12 \cdot \left(\frac{\alpha_1^{0,5} \cdot \alpha_2 \cdot \alpha_5^3 \cdot \alpha_7^{2,4} \cdot \alpha_8^{1,4} \cdot \alpha_9^{0,5}}{\alpha_3 \cdot \alpha_4 \cdot \alpha_6^{2,4}} \right)^{2,5}. \quad (2.9)$$

С учетом сделанных преобразований параметр α опишется

$$\alpha = \frac{0,68 \cdot \alpha_5^3 \cdot \alpha_7^4 \cdot \alpha_8 \cdot \alpha_9^{0,5} \cdot \alpha_{10} \cdot \alpha_{11}}{\alpha_1^{0,5} \cdot \alpha_4 \cdot \alpha_6^3 \cdot \alpha_{12} \cdot \alpha_{13} \cdot \eta^3}. \quad (2.10)$$

Разрешим зависимость (2.10) относительно α_2 :

$$\alpha_2 = \frac{2,34 \cdot \alpha_3 \cdot \alpha_4 \cdot \alpha_6^{2,4}}{\alpha_1^{0,5} \cdot \alpha_5^3 \cdot \alpha_7^{2,4} \cdot \alpha_8^{1,4} \cdot \alpha_9^{0,5}} \times$$

$$\times \left(1 - \frac{\alpha_5 \cdot \alpha_7^{1,33} \cdot \alpha_8^{0,33} \cdot \alpha_9^{0,17} \cdot \alpha_{10}^{0,33} \cdot \alpha_{11}^{0,33} \cdot 0,88}{\alpha^{0,33} \cdot \alpha_1^{0,17} \cdot \alpha_4^{0,33} \cdot \alpha_6 \cdot \alpha_{12}^{0,33} \cdot \alpha_{13}^{0,33}} \right)^{0,4}. \quad (2.11)$$

При известных значениях $\alpha \dots \alpha_{13}$ по зависимости (2.11) определяется α_2 , затем $\alpha_1 \cdot \alpha_2$. Глубину шлифования, как и в предыдущем случае, следует принимать равной величине снимаемого припуска.

Таким образом, получена удобная для инженерных расчетов зависимость, описывающая α_2 и соответственно $V_{заг}$ во всем диапазоне изменения варьируемых переменных. Задавая значение α , по ней несложно определить $V_{заг}$, максимальную производительность обработки Q для различных характеристик алмазного круга и обрабатываемых материалов.

Как видим, зависимость (2.11) имеет сложный вид. Характер изменения α_2 определяется в основном слагаемым, заключенным в скобки, которое может принимать значения $0 \dots 1$. Чем меньше это слагаемое, тем меньше влияние параметров, стоящих перед указанным слагаемым в зависимости (2.11), на α_2 . Так, например, с увеличением α_4 , когда все параметры равны единице, параметр α_2 может возрастать более чем по линейной зависимости. При условии, что слагаемое в скобках равно единице, влияние α_4 на α_2 меньше и подчиняется линейной зависимости. Аналогично влияние на α_2 и других параметров. Следовательно, входящие в зависимость (2.11) параметры взаимосвязаны и выбор оптимального значения α_2 необходимо производить, прежде всего, с учетом величины слагаемого, заключенного в скобки. Такой вывод весьма важен, поскольку предполагает при определенных условиях отсутствие связи между α_2 и α , т.е. влияние относительного расхода алмаза на α_2 и соответственно $\alpha_1 \cdot \alpha_2$ можно практически исключить.

Исходя из приведенной зависимости (2.11), добиться увеличения α_2 при $\alpha = const$ можно повышением параметров α , α_3 , α_4 , α_6 , α_{12} , α_{13} и уменьшением α_5 , α_7 , α_{10} , α_{11} . Более эффективно, очевидно, увеличение параметров α_3 , α_4 , α_6 , оказывающих влияние на α_2 в наибольшей степени.

2.2.2. АНАЛИЗ МАКСИМАЛЬНОЙ ПРОИЗВОДИТЕЛЬНОСТИ ОБРАБОТКИ С УЧЕТОМ ОГРАНИЧЕНИЙ ПО СЕБЕСТОИМОСТИ ОБРАБОТКИ

Для определения себестоимости обработки воспользуемся зависимостью, приведенной в работе [101]

$$C = a_1 \cdot q + \frac{a_2}{Q \cdot \rho_m}, \quad (2.12)$$

где a_1 - стоимость алмаза в инструменте, коп/мг; a_2 - заработная плата рабочего, коп/с; ρ_m - плотность обрабатываемого материала, г/м³.

По аналогии с решениями, приведенными в предыдущем параграфе, себестоимость обработки представим безразмерной величиной $C/C_{экстр}$, где $C_{экстр}$ - себестоимость обработки, соответствующая точке минимума относительного расхода алмаза q_{min} , описываемая зависимостью

$$C_{экстр} = a_1 \cdot q_{min} + \frac{a_2}{Q_{экстр} \cdot \rho_m}, \quad (2.13)$$

$Q_{экстр}$ - производительность обработки, соответствующая точке минимума q .

Преобразуем отношение $C/C_{экстр}$, для чего параметры C и $C_{экстр}$ выразим

$$C = a_1 \cdot q \cdot \left[1 + \frac{a_2}{a_1 \cdot \rho_m} \cdot \frac{1}{q_{min} \cdot Q_{экстр}} + \frac{a_2}{a_1 \cdot \rho_m} \cdot \left(\frac{1}{q \cdot Q} - \frac{1}{q_{min} \cdot Q_{экстр}} \right) \right], \quad (2.14)$$

$$C_{экстр} = a_1 \cdot q_{min} \cdot \left(1 + \frac{a_2}{a_1 \cdot \rho_m} \cdot \frac{1}{q_{min} \cdot Q_{экстр}} \right). \quad (2.15)$$

С учетом несложных преобразований, окончательно получим

$$\frac{C}{C_{экстр}} = \alpha \cdot \left[1 - \frac{\left(1 - \frac{1}{\alpha \cdot \alpha_1 \cdot \alpha_2} \right)}{\left(1 + \frac{a_1 \cdot \rho_m}{a_2} \cdot q_{min} \cdot Q_{экстр} \right)} \right]. \quad (2.16)$$

Анализируя зависимость (2.16), не трудно видеть, что с изменением α_1 функция $C/C_{экстр}$, аналогично функции α , принимает экстремальное значение. В то же время, в отличие от функции α , функция $C/C_{экстр}$ кроме безразмерных параметров α , α_1 , α_2 содержит

безразмерное слагаемое $\frac{a_1 \cdot \rho_m}{a_2} \cdot q_{min} \cdot Q_{экстр}$, которое в общем случае

может изменяться в широких пределах. В зависимости от этой величины функция $C/C_{экстр}$ будет описываться следующими выражениями.

При $\frac{a_1 \cdot \rho_m}{a_2} \cdot q_{min} \cdot Q_{экстр} \rightarrow 0$, когда преобладающим в зависимости (2.12) является второе слагаемое, функция $C / C_{экстр}$ равна

$$\frac{C}{C_{экстр}} = \frac{1}{\alpha_1 \cdot \alpha_2}. \quad (2.17)$$

Функция $C / C_{экстр}$ в этом случае не имеет экстремума.

При $\frac{a_1 \cdot \rho_m}{a_2} \cdot q_{min} \cdot Q_{экстр} \rightarrow \infty$, когда себестоимость обработки, описываемая зависимостью (2.12), определяется первым слагаемым, функция $C / C_{экстр}$ равна

$$\frac{C}{C_{экстр}} = \alpha. \quad (2.18)$$

При условии $0 < \frac{a_1 \cdot \rho_m}{a_2} \cdot q_{min} \cdot Q_{экстр} < \infty$ функция $C / C_{экстр}$ определяется зависимостью (2.16).

Проведем подробный анализ полученной зависимости. Входящее в зависимость отношение $1 / (\alpha \cdot \alpha_1 \cdot \alpha_2)$ с увеличением α_1 изменяется в пределах $0 \dots 1$, рис. 2.5,а. В тех же пределах изменяется выражение $\left(1 - \frac{1}{\alpha \cdot \alpha_1 \cdot \alpha_2}\right)$, рис. 2.5,б. Учитывая, что выражение

$\left(1 + \frac{a_1 \cdot \rho_m}{a_2} \cdot q_{min} \cdot Q_{экстр}\right)$, стоящее в знаменателе, может изменяться в

диапазоне $1 \dots \infty$, второе слагаемое в квадратных скобках принимает значения $0 \dots 1$, рис. 2.5,в. Следовательно, полное выражение, стоящее в квадратных скобках, изменяется в пределах $0 \dots 1$, что приводит к снижению минимума функции $C / C_{экстр}$ по сравнению с минимумом функции α и смещению его в область более высоких значений α_1 , рис. 2.5,г. Значения α_1 , соответствующие условиям $C / C_{экстр} \rightarrow \infty$ и $\alpha \rightarrow \infty$, совпадают. Это свидетельствует о том, что интенсивность роста значений $C / C_{экстр}$ (для правой ветви зависимости) с увеличением α_1 выше, чем аналогичных значений α .

Для количественного анализа полученной зависимости (2.16) положим $\left(1 + \frac{a_1 \cdot \rho_m}{a_2} \cdot q_{min} \cdot Q_{экстр}\right) = 2$ (выполнение такого условия

достигается соответствующим выбором q_{min} и $Q_{экстр}$), тогда $C / C_{экстр}$ опишется

$$\frac{C}{C_{экстр}} = 0,5 \cdot \left(\alpha + \frac{1}{\alpha_1 \cdot \alpha_2} \right). \quad (2.19)$$

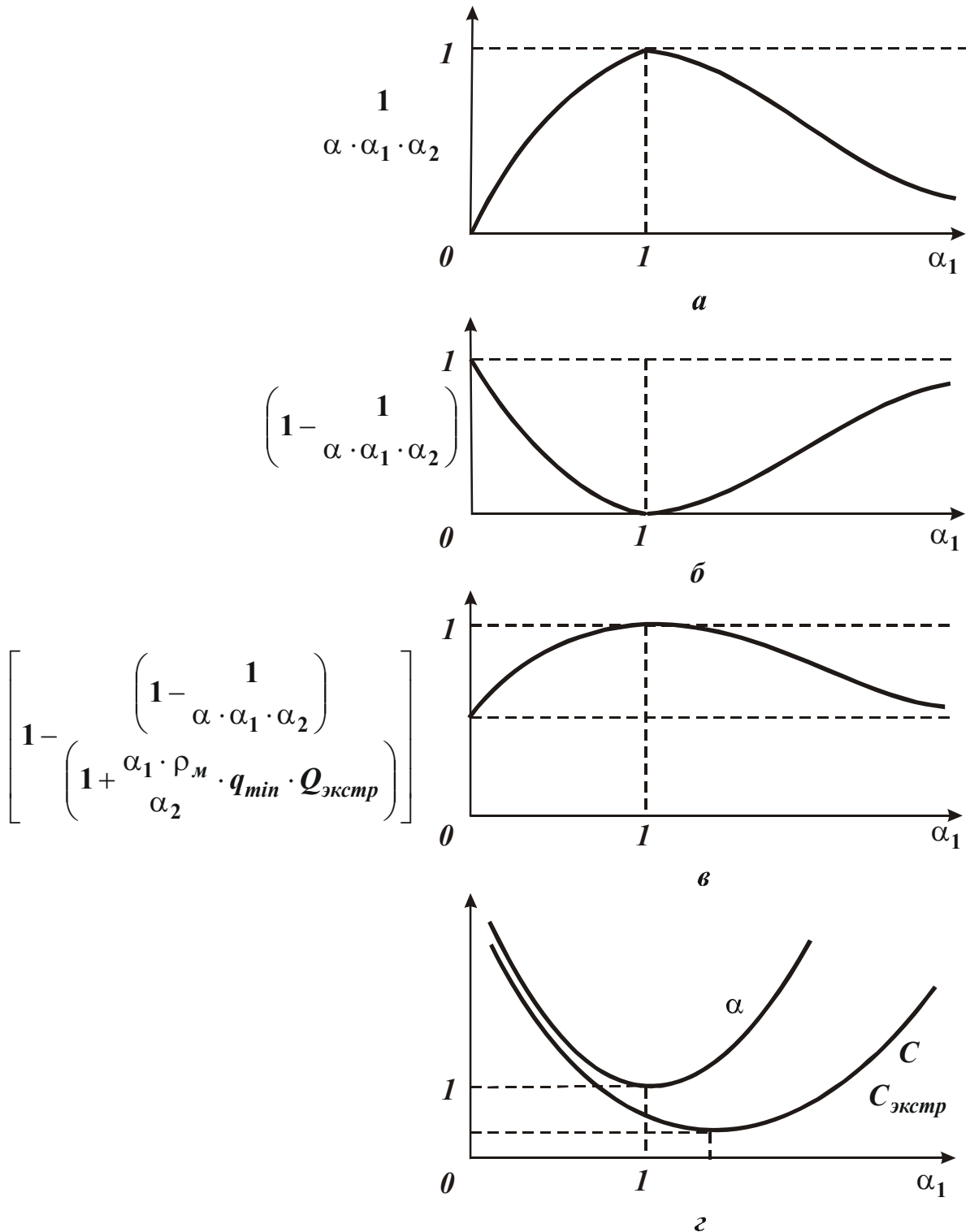


Рис. 2.5. Характер изменения функции $C / C_{экстр}$ (г) и ее компонентов (а, б, в) в зависимости от α_1 .

С учетом зависимости (2.4) зависимость (2.19) примет вид

$$\frac{C}{C_{экстр}} = \frac{0,34}{\alpha_1^{0,5} \cdot (1 - 0,12 \cdot \alpha_1^{1,25} \cdot \alpha_2^{2,5})^3} + \frac{0,5}{\alpha_1 \cdot \alpha_2}. \quad (2.20)$$

Установим экстремальные значения функции $C / C_{экстр}$, для чего зависимость (2.20) продифференцируем по α_1 и производную приравняем нулю. В результате преобразований, имеем

$$\frac{0,34 \cdot (1 - \alpha_1^{1,25} \cdot \alpha_2^{2,5})}{(1 - 0,12 \cdot \alpha_1^{1,25} \cdot \alpha_2^{2,5})^3} + \frac{1}{\alpha_1^{0,5} \cdot \alpha_2} = 0. \quad (2.21)$$

Обозначая в уравнении (4.21) $\alpha_0 = \alpha_1 \cdot \alpha_2^2$, получим

$$\frac{0,34 \cdot (1 - \alpha_0^{1,25})}{(1 - 0,12 \cdot \alpha_0^{1,25})^3} + \frac{1}{\alpha_0^{0,5} \cdot \alpha_2} = 0. \quad (2.22)$$

Решая численным методом уравнение (2.22), определено значение α_0 , которое равно $\alpha_0 = 1,73$. Тогда параметр α_1 , определяющий положение точек минимума функции $C / C_{экстр}$, опишется зависимостью

$$\alpha_1 = \frac{1,73}{\alpha_2^2}. \quad (2.23)$$

Экстремальные значения $C / C_{экстр}$ определяются из зависимости (2.20) с учетом зависимости (2.23):

$$\frac{C}{C_{экстр}} = 0,874 \cdot \alpha_2. \quad (2.24)$$

Как видим, экстремальные значения α_1 и $C / C_{экстр}$ отличаются от аналогичных экстремальных значений α и α_1 , описанных зависимостями (2.6) и (2.5), только постоянными множителями, что существенно упрощает решение оптимизационных задач. Экстремальные значения α_1 и $\alpha_1 \cdot \alpha_2$ для функции $C / C_{экстр}$ больше соответствующих значений для функции α в 1,73 раза, а экстремальные значения $C / C_{экстр}$, наоборот, меньше аналогичных значений α в 0,874 раза, табл. 2.6.

Значения η в точках минимума функции $C / C_{экстр}$, исходя из зависимости (2.8) с учетом $\alpha_0 = \alpha_1 \cdot \alpha_2^2$, определяются зависимостью

$$\eta = 1 - 0,12 \cdot \alpha_0^{1,25}. \quad (2.25)$$

Таблица 2.6

Экстремальные значения α_1 и $\alpha_1 \cdot \alpha_2$, $C/C_{экстр}$ для функции $C/C_{экстр}$

α_2	1,0	0,8	0,6	0,4	0,2
α_1	1,73	2,7	4,8	10,81	43,25
$\alpha_1 \cdot \alpha_2$	1,73	2,16	2,88	4,33	8,65
$C/C_{экстр}$	0,874	0,7	0,52	0,35	0,18

Для $\alpha_0=1,73$ параметр η равен 0,762. Следовательно, $\eta=0,762 < \eta_{экстр}=0,88$, т.е. оптимизация параметров шлифования с

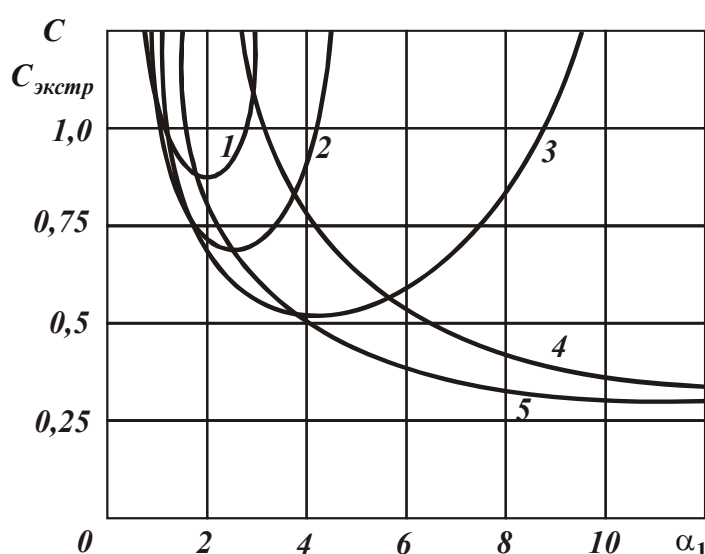


Рис. 2.6. Зависимость $C/C_{экстр}$ от α_1 : 1 - $\alpha_2=1,0$; 2 - $\alpha_2=0,8$; 3 - $\alpha_2=0,6$; 4 - $\alpha_2=0,4$; 5 - $\alpha_2=0,2$.

учетом ограничения по себестоимости обработки по сравнению с ограничением величины относительного расхода алмаза позволяет более полно использовать режущие возможности алмазного круга, определяемые параметром η .

Характер изменения функции $C/C_{экстр}$ в зависимости от параметра α_1 для различных значений α_2 показан на рис. 2.6.

Полученные аналитические решения позволяют установить закономерности изменения произведения $\alpha_1 \cdot \alpha_2$ от параметра α_1 для условия $C/C_{экстр} = const$.

Для этого зависимость (2.20) с учетом $\alpha_0 = \alpha_1 \cdot \alpha_2^2$ представим в виде

$$\alpha_1 = \left\{ \frac{0,5}{\left(\frac{c}{C_{экстр}} \right)} \left[\frac{0,68}{\left(1 - 0,12 \cdot \alpha_0^{1,25} \right)^3} + \frac{1}{\alpha_0^{0,5}} \right] \right\}^2, \quad (2.26)$$

а зависимость для определения α_2 - соответственно в виде

$$\alpha_2 = \left(\frac{\alpha_0}{\alpha_1} \right)^{0,5} \quad (2.27)$$

Тогда произведение параметров $\alpha_1 \cdot \alpha_2$ выразится:

$$\alpha_1 \cdot \alpha_2 = \frac{0,5}{\left(\frac{C}{C_{экстр}} \right)} \left[1 + \frac{0,68 \cdot \alpha_0^{0,5}}{\left(1 - 0,12 \cdot \alpha_0^{1,25} \right)^3} \right] \quad (2.28)$$

Таблица 2.7

Расчетные значения α_1 для различных значений $C / C_{экстр}$

α_0	1,73	2,0	2,5	3,0	3,5
	$C / C_{экстр} = 1,0$				
α_1	1,32	1,65	2,88	6,87	21,77
	$C / C_{экстр} = 0,75$				
α_1	2,35	2,93	5,134	12,22	38,7
	$C / C_{экстр} = 0,5$				
α_1	5,28	6,6	11,55	27,5	87,08
	$C / C_{экстр} = 0,25$				
α_1	21,12	26,4	46,21	110	348,32

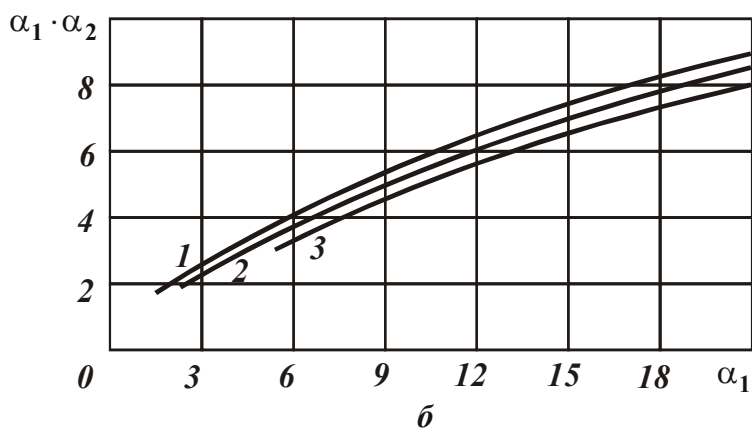
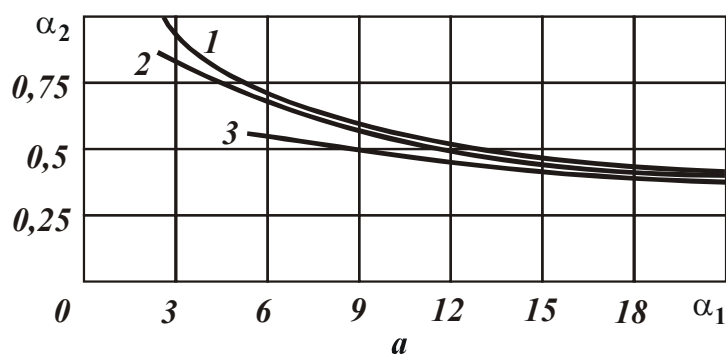


Рис. 2.7. Зависимости α_2 (а) и $\alpha_1 \cdot \alpha_2$ (б) от α_1 :
1 - $\alpha = 1,0$; 2 - $\alpha = 0,75$; 3 - $\alpha = 0,5$; 4 - $\alpha = 0,25$.

Приведенные в табл. 2.7 и на рис. 2.7 расчетные значения параметров α_1 , α_2 и их произведения $\alpha_1 \cdot \alpha_2$, определяющего производительность обработки, показывают, что перспективным направлением интенсификации обработки является применение глубинного шлифования с управляемой скоростью заготовки (в данном случае определяемой безразмерным

параметром α_2). Следовательно, оптимизация процесса шлифования с учетом ограничения по себестоимости обработки не вносит принципиальных отличий в характер изменения оптимальных параметров шлифования, установленных с учетом ограничения по величине относительного расхода алмаза. Производительность обработки $\alpha_1 \cdot \alpha_2$ по-прежнему увеличивается с увеличением параметра α_1 (при уменьшении по соответствующему закону параметра α_2). Однако, интенсивность увеличения $\alpha_1 \cdot \alpha_2$ с увеличением α_1 при условии $C/C_{экстр} = const$ выше, чем интенсивность увеличения этого же

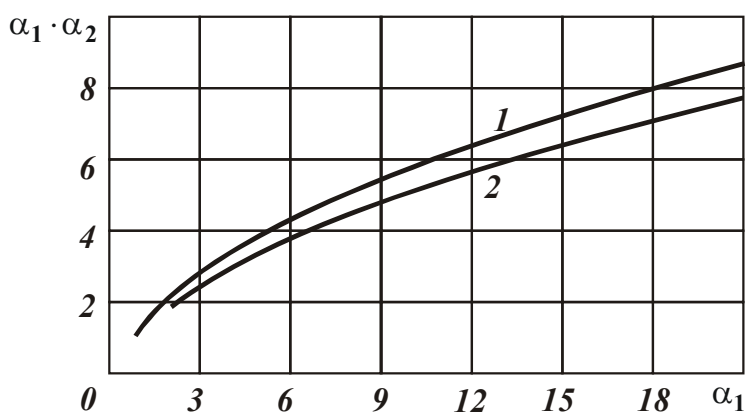


Рис. 2.8. Зависимость $\alpha_1 \cdot \alpha_2$ от α_1 : 1 - $C/C_{экстр} = 1,0$; 2 - $\alpha = 1,0$.

произведения параметров $\alpha_1 \cdot \alpha_2$ при условии $\alpha = const$, рис. 2.8. Это следует из зависимости (2.19), в которой при условии $\alpha = const$ первое слагаемое остается неизменным, а второе $1/\alpha_1 \cdot \alpha_2$ - уменьшается с ростом α_1 , поскольку произведение параметров $\alpha_1 \cdot \alpha_2$ с увеличением α_1 при условии $\alpha = const$ непрерывно возрастает. Наблюдаемое снижение $C/C_{экстр}$ при условии $\alpha = const$ дает приращение произведению параметров $\alpha_1 \cdot \alpha_2$ при условии $C/C_{экстр} = const$, что и определяет его более интенсивный рост.

Характер изменения функции $C/C_{экстр}$ с увеличением α_1 при

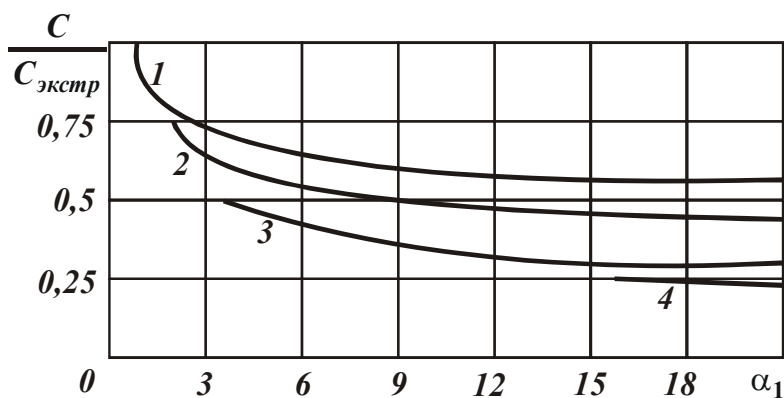


Рис. 2.9. Зависимость $C/C_{экстр}$ от α_1 : 1 - $\alpha = 1,0$; 2 - $\alpha = 0,75$; 3 - $\alpha = 0,5$; 4 - $\alpha = 0,25$.

условии $\alpha = const$ графически показан на рис. 2.9. Как видим, чем больше α , тем выше $C/C_{экстр}$. Функция $C/C_{экстр}$ с увеличением α_1 в зависимости от α может уменьшаться в несколько раз, что сви-

дет

детельствует о возможности более полного использования режущих свойств алмазного круга, оптимизируя параметры процесса с учетом ограничения по себестоимости обработки. Относительный расход алмаза, определяемый безразмерным параметром α , в точках $C/C_{экстр} = const$ с увеличением α_1 непрерывно увеличивается, смещаясь от точки минимума функции α в область более высоких значений α_1 , рис. 2.10.

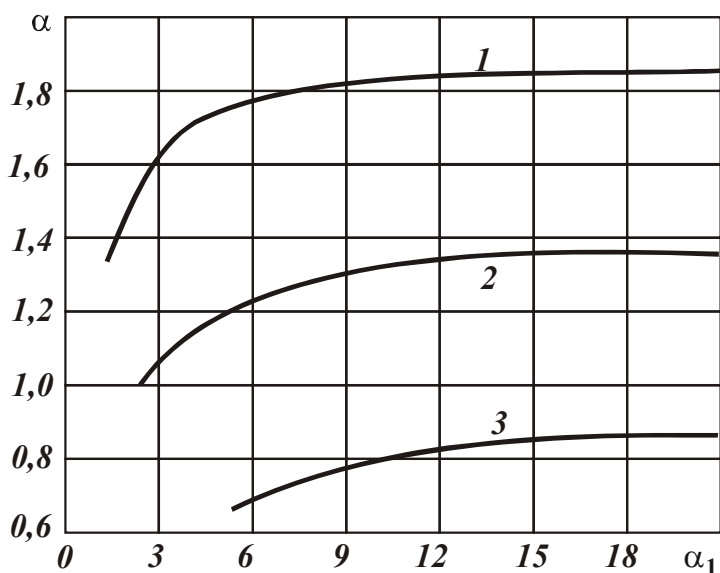


Рис. 2.10. Зависимость α от α_1 : 1 - $C/C_{экстр} = 1,0$; 2 - $C/C_{экстр} = 0,75$; 3 - $C/C_{экстр} = 0,5$.

Приведенные на рис. 2.10 графики получены из преобразованной зависимости (2.19):

$$\alpha = 2 \cdot \frac{C}{C_{экстр}} - \frac{1}{\alpha_1 \cdot \alpha_2} \quad (2.29)$$

При анализе полученной зависимости заслуживает внимания тот факт, что производительность обработки при условии $C/C_{экстр} = const$ еще в меньшей мере зависит от себестоимости обработки, чем от величины относительного расхода алмаза при условии $\alpha = const$.

Особенно значительно это проявляется при глубинном шлифовании, когда разброс значений $\alpha_1 \cdot \alpha_2$ при изменении $C/C_{экстр}$ в 4 раза снижается до 40%. Данная закономерность связана с тем, что значения η , соответствующие условию $C/C_{экстр} = const$, всегда меньше аналогичных значений η для условия $\alpha = const$, полученных при одних и тех же значениях α_1 . Причем, значения η не зависят от величины $C/C_{экстр}$, а определяются только безразмерным параметром α_0 , табл. 2.8.

Таблица 2.8

Расчетные значения η					
α_0	1,73	2,0	2,5	3,0	3,5
η	0,762	0,715	0,623	0,526	0,426

Таким образом, проведенный анализ позволил обосновать и

установить экономически выгодные условия обработки, выявить основные тенденции интенсификации процесса алмазного шлифования.

2.2.3. АЛГОРИТМ РАСЧЕТА ОПТИМАЛЬНЫХ ПАРАМЕТРОВ ШЛИФОВАНИЯ С УЧЕТОМ ОГРАНИЧЕНИЯ ПО СЕБЕСТОИМОСТИ ОБРАБОТКИ

Условно расчет может быть выполнен в два этапа. На первом этапе для заданных значений $t_{экстр}$ и q_{min} устанавливаются значения $V_{заг_{экстр}}$, $Q_{экстр}$ и $C_{экстр}$. На втором этапе – для известных значений $C/C_{экстр}$ и α_1 определяются параметры α_2 , $V_{заг}$ и Q .

Этап 1. Задаем значения $t_{экстр}$, q_{min} и по зависимости (1.107) при $\eta_{экстр}=0,88$ определяем $V_{заг_{экстр}}$. Затем, из условия

$$\left(1 + \frac{a_1 \cdot \rho_m \cdot q_{min} \cdot Q_{экстр}}{a_z} = 2 \right) \text{ для заданных значений } a_1, a_z, \rho_m,$$

q_{min} устанавливаем $Q_{экстр}$. Подставляя $Q_{экстр}$ и q_{min} в зависимость (2.15), устанавливаем $C_{экстр}$.

Этап 2. Задаем значение C и принимаем глубину шлифования t , равной величине снимаемого припуска. Определяем $C/C_{экстр}$ и $\alpha_1 = t/t_{экстр}$. По зависимости (2.26) подбором параметра α_0 добиваемся равенства искомого значения α_1 с заданным α_1 . Зная α_0 , по зависимостям (2.27) и (2.28) определяем параметры α_2 , $\alpha_1 \cdot \alpha_2$ и соответственно $V_{заг}$ и Q .

2.3. ОПТИМИЗАЦИЯ ПАРАМЕТРОВ ОКОНЧАТЕЛЬНОГО АЛМАЗНОГО ШЛИФОВАНИЯ

В параграфе установлена аналитическая взаимосвязь между производительностью, шероховатостью, точностью обработки и температурой шлифования. Показано раздельное и совместное влияние этих технологических ограничений на производительность обработки. Установлены наиболее эффективные пути интенсификации шлифования при одновременном обеспечении требуемых параметров качества обработки.

2.3.1. ВЗАИМОСВЯЗЬ ПРОИЗВОДИТЕЛЬНОСТИ И ШЕРОХОВАТОСТИ ОБРАБОТКИ

Получим зависимость, увязывающую производительность обработки с параметром шероховатости обработки, в которую входят: величина линейного износа максимально выступающего зерна x , параметр η и нагрузка P , действующая на максимально выступающее зерно. Для этого воспользуемся зависимостью (1.120), разрешив ее относительно $V_{заг}$

$$V_{заг} = \frac{0,18 \cdot tg\gamma \cdot m \cdot V_{кр} \cdot R_a^{2,5}}{\pi \cdot \bar{X}^3 \cdot \rho^{0,5}} \cdot \frac{(1+\eta)}{(1-\eta)^2}. \quad (2.30)$$

Тогда производительность обработки $Q = B \cdot V_{заг} \cdot t$ примет вид

$$Q = \frac{0,18 \cdot tg\gamma \cdot m \cdot V_{кр} \cdot t \cdot R_a^{2,5} \cdot B}{\pi \cdot \bar{X}^3 \cdot \rho^{0,5}} \cdot \frac{(1+\eta)}{(1-\eta)^2}. \quad (2.31)$$

Приведенная зависимость содержит безразмерный множитель $\frac{(1+\eta)}{(1-\eta)^2}$, который может изменяться в значительных пределах, табл. 2.9.

Таблица 2.9

Расчетные значения $\frac{(1+\eta)}{(1-\eta)^2}$, $V_{заг}$, Q (исходные данные: $tg\gamma=1$; $m=100$;

$\bar{X}=0,2 \cdot 10^{-3}$ м; $V_{кр}=35$ м/с; $t=0,1 \cdot 10^{-3}$ м; $B=25 \cdot 10^{-3}$ м; $\rho=20$ м⁻¹; $R_a=1,56 \cdot 10^{-6}$ м)

η	0	0,2	0,5	0,7	0,9
$\frac{(1+\eta)}{(1-\eta)^2}$	1,0	1,875	6,0	18,89	190
$V_{заг}$, м/с	0,017	0,031	0,1	0,315	3,17
$Q \cdot 10^{-9}$, м ³ /с	42,5	77,5	250	787,5	7925

Как видим, с увеличением η параметры $\frac{(1+\eta)}{(1-\eta)^2}$, $V_{заг}$ и Q уве-

личиваются, т.е. с увеличением величины линейного износа зерен, определяемой η , добиться требуемой шероховатости обработанной поверхности можно при большей производительности обработки.

В общем случае параметр η связывает величину линейного износа зерна x с условиями обработки. Поэтому выразим параметр η через x . После несложных преобразований, получим

$$\eta = \frac{1}{\left(1 + 4,8 \cdot \frac{1}{x} \cdot t^{0,16} \cdot R_a^{0,83}\right)}. \quad (2.32)$$

С учетом зависимости (2.31) производительность обработки выразится:

$$Q = \frac{7,8 \cdot 10^{-3} \cdot \operatorname{tg} \gamma \cdot m \cdot V_{кр} \cdot B \cdot t^{0,68} \cdot R_a^{0,84} \cdot x^2}{\pi \cdot \bar{X}^3 \cdot \rho^{0,5}} \times \left[2 + 14,4 \cdot \frac{t^{0,16}}{x} \cdot R_a^{0,83} + 23 \cdot \frac{t^{0,32}}{x^2} \cdot R_a^{1,66} \right]. \quad (2.33)$$

Сравнение зависимостей (2.31) и (2.33) показывает, что при $x=0$ и $\eta=0$ они совпадают, т.е. расчеты выполнены правильно. В отличие от зависимости (2.31), влияние параметров t и R_a на Q по зависимости (2.33) меньше и определяется соотношением параметров $\frac{t^{0,16}}{x} \cdot R_a^{0,83}$.

Установлено, что с увеличением глубины шлифования t параметры η , $\frac{(1+\eta)}{(1-\eta)^2}$ и соответственно $V_{заг}$ - уменьшаются, а производительность обработки Q - увеличивается, причем, более интенсивно при повышенных значениях x . С увеличением величины линейного износа максимально выступающего зерна x все рассматриваемые параметры η , $\frac{(1+\eta)}{(1-\eta)^2}$, $V_{заг}$, Q - увеличиваются.

Параметр шероховатости R_a оказывает на рассматриваемые параметры различное влияние. С его уменьшением параметр η увеличивается, а $V_{заг}$ и Q - уменьшаются, т.е. уменьшение параметра шероховатости R_a требует снижения производительности обработки Q .

При условии $\frac{t^{0,16}}{x} \cdot R_a^{0,83} \rightarrow 0$ зависимость (2.33) упрощается:

$$Q = \frac{15,6 \cdot 10^{-3} \cdot \operatorname{tg} \gamma \cdot m \cdot V_{кр} \cdot B \cdot t^{0,68} \cdot R_a^{0,84} \cdot x^2}{\pi \cdot \bar{X}^3 \cdot \rho^{0,5}}. \quad (2.34)$$

Из всех входящих в зависимость (2.34) параметров наибольшее влияние на Q оказывают зернистость круга \bar{X} и величина линейного

износа максимально выступающего зерна x . Это свидетельствует о целесообразности применения мелкозернистых алмазных кругов и управления шлифованием с помощью параметра x , который в установившемся процессе определяется нагрузкой P . Для установления характера изменения Q в зависимости от R_a в стабилизированном процессе шлифования выразим η через P , используя зависимость (1.53) и пренебрегая изменением множителя $(1 + \eta) \approx 1$ в (2.30) и (2.31) для $n=0,75$

$$V_{заг} = \frac{0,003 \cdot m \cdot V_{кр}}{\pi \cdot \bar{X}^3 \cdot \rho^{0,5} \cdot tg^{1,16} \gamma} \cdot \left(\frac{R_a}{t} \right)^{0,416} \cdot \left(\frac{P}{A} \right)^2, \quad (2.35)$$

$$Q = \frac{0,003 \cdot m \cdot V_{кр} \cdot B}{\pi \cdot \bar{X}^3 \cdot \rho^{0,5} \cdot tg^{1,16} \gamma} \cdot t^{0,58} \cdot R_a^{0,416} \cdot \left(\frac{P}{A} \right)^2. \quad (2.36)$$

По структуре зависимость (2.36) идентична зависимости (2.34). Вместо параметра x в нее входит параметр P , оказывающий на Q такое же влияние, как и x . Влияние зернистости круга \bar{X} на Q по зависимости (2.36) значительно меньше, чем по зависимости (2.34), т.к. одновременно с изменением \bar{X} происходит изменение прочностных свойств зерен и соответственно нагрузки P . Следовательно, наиболее эффективным путем интенсификации процесса шлифования с учетом ограничения по шероховатости обработанной поверхности является управление нагрузкой P в соответствии с установленной зависимостью (2.35). Эффективность такого управления обусловлена еще и тем, что входящий в зависимость (2.36) параметр шероховатости R_a изменяет производительность обработки Q в меньшей степени, чем по аналогичной зависимости (2.34). Максимальная производительность обработки в таких условиях достигается при съеме припуска за один проход со скоростью заготовки $V_{заг}$, определяемой зависимостью (2.35). При этом значение P следует принимать равным предельной нагрузке, обусловленной собственно прочностью зерна или прочностью удержания его в связке.

Поскольку параметры P и A в зависимости (2.36) в одинаковой степени влияют на Q , получим расчетные значения производительности обработки Q для различных значений R_a и t при $P/A = const$, табл. 2.10 (в числителе приведено значение $V_{заг}$, м/с; в знаменателе - $Q \cdot 10^{-9}$, м³/с).

Таблица 2.10

Расчетные значения $V_{заг}$ и Q (исходные данные: $tg\gamma=1$; $m=100$;
 $\bar{X}=0,2 \cdot 10^{-3}$ м; $V_{кр}=35$ м/с; $B=25 \cdot 10^{-3}$ м; $\rho=20$ м⁻¹; $P/A=1,7 \cdot 10^{-6}$ м^{1,25})

$R_a \cdot 10^{-6}$, м	2,5	1,25	0,63	0,32	0,16	0,08
$t \cdot 10^{-3}$, м						
0,01	0,167	0,106	0,0943	0,0713	0,053	0,04
	209,57	157,0	118,0	89,12	66,739	50,05
0,02	0,125	0,0794	0,07	0,0534	0,0397	0,03
	157,07	118,0	89,12	66,73	50,0	37,475
0,05	0,0858	0,0543	0,0483	0,0365	0,0273	0,0205
	107,29	80,42	60,42	45,625	34,167	25,625
0,1	0,0643	0,0483	0,0365	0,0273	0,0205	0,0154
	160,84	120,83	91,25	68,34	51,25	38,34
0,3	0,0406	0,0305	0,023	0,0173	0,013	0,0097
	305	228,75	172,5	130	97,5	72,5
0,5	0,0328	0,0246	0,0185	0,014	0,0105	0,00783
	410,416	308,33	231,25	175	131,25	97,917
1,0	0,0246	0,0185	0,014	0,0105	0,00783	0,00583
	616,67	462,5	350	262,5	195,83	137,5

Для других исходных данных приведенные в табл. 2.10 значения $V_{заг}$ и Q необходимо увеличить или уменьшить в соответствующее число раз, определяемое зависимостью (2.35).

Исходя из приведенных в табл. 2.10 значений производительности обработки Q , в условиях установившегося процесса шлифования наиболее производительной схемой обработки является схема глубинного шлифования. Причем, чем больше глубина шлифования, тем выше производительность обработки при заданной шероховатости обработанной поверхности.

Установленным значениям $V_{заг}$ и Q соответствуют следующие значения параметров H , H_{max} , η и x , табл. 2.11 (первым в числителе приведено значение $H \cdot 10^{-6}$, м; вторым - $H_{max} \cdot 10^{-6}$, м; первым в знаменателе приведено значение η , вторым - $x \cdot 10^{-6}$, м). Расчет параметров H , H_{max} , η и x , произведен по зависимостям, полученным из соответствующих зависимостей (1.32), (1.33) с учетом зависимости (2.35) для $n=0,75$:

$$H = \frac{0,727 \cdot tg^{0,08} \gamma \cdot P}{R_a^{0,208} \cdot t^{0,042} \cdot A}, \quad (2.37)$$

$$H_{max} = \frac{3,572 \cdot R_a^{0,832} \cdot t^{0,168}}{tg^{0,032} \gamma}, \quad (2.38)$$

$$\eta = 1 - \frac{H_{max}}{H}, \quad (2.39)$$

$$x = \eta \cdot H. \quad (2.40)$$

Как видим, из параметров режима шлифования на параметры H , H_{max} , η и x оказывает влияние только глубина шлифования t . Из характеристик круга в приведенные зависимости входит величина P , определяющая собственно прочность зерен или прочность удержания их в связке круга.

Таблица 2.11

Расчетные значения параметров H , H_{max} , η и x (исходные данные:

$tg\gamma=1$; $m=100$; $\bar{X}=0,2 \cdot 10^{-3}$ м; $V_{кр}=35$ м/с; $B=25 \cdot 10^{-3}$ м; $\rho=20$ м⁻¹;

$P/A=1,7 \cdot 10^{-6}$ м^{1,25})

$R_a \cdot 10^{-6}$, м	2,5		1,25		0,63	
$t \cdot 10^{-3}$, м						
0,05	28,8	14,58	33,36	8,19	38,49	4,62
	0,493	14,22	0,749	25,17	0,879	33,87
0,1	28,0	16,38	32,37	9,25	37,25	5,27
	0,415	11,62	0,714	23,12	0,858	31,98
0,3	26,8	19,64	30,96	11,05	35,65	6,28
	0,267	7,16	0,643	19,91	0,823	29,37
0,5	26,26	21,34	30,3	12,04	34,99	6,77
	0,187	4,92	0,602	18,26	0,806	28,22
1,0	25,48	24,09	29,42	13,55	33,82	7,76
	0,054	1,39	0,539	15,87	0,77	26,06
$R_a \cdot 10^{-6}$, м	0,32		0,16		0,08	
$t \cdot 10^{-3}$, м						
0,05	44,29	2,63	51,19	1,47	59,11	0,83
	0,94	41,66	0,971	49,72	0,985	58,28
0,1	43,04	2,95	49,7	1,66	57,47	0,93
	0,931	40,09	0,966	48,04	0,983	56,54
0,3	41,07	3,56	47,42	2,0	55,0	1,11
	0,913	37,51	0,957	45,42	0,979	53,89
0,5	40,22	3,88	46,44	2,18	53,77	1,21
	0,903	36,34	0,953	44,26	0,977	52,56
1,0	39,05	4,36	45,21	2,42	52,39	1,34
	0,888	34,69	0,946	42,79	0,974	51,05

В случае действия двух технических ограничений: себестоимости обработки и шероховатости обработанной поверхности выбор оптимальных параметров шлифования необходимо производить следующим образом:

1. Глубину шлифования принять равной величине снимаемого припуска.
2. Из условия равенства скоростей заготовки, обеспечивающих шлифование с заданными значениями себестоимости обработки и шероховатости обработанной поверхности, определить оптимальное значение P .
3. По известной величине P определить оптимальную скорость заготовки $V_{заг}$ и производительность обработки Q .

В случае значительного расхождения установленного значения P с соответствующим предельным значением P выполнения равенства скоростей заготовки следует добиться изменением параметров m и \bar{X} таким образом, чтобы оптимальное и предельное значения P были соизмеримы.

2.3.2. ОПРЕДЕЛЕНИЕ МАКСИМАЛЬНОЙ ПРОИЗВОДИТЕЛЬНОСТИ ОБРАБОТКИ С УЧЕТОМ ОГРАНИЧЕНИЯ ПО ТОЧНОСТИ ОБРАБОТКИ

Точность обработки будем определять величиной взаимного перемещения круга и заготовки в радиальном направлении

$$\delta = \frac{P_y}{c}, \quad (2.41)$$

где P_y - радиальная составляющая силы резания, Н; c - приведенная жесткость технологической системы в точке контакта круга с заготовкой, Н/м.

Принимая $P_y = P_z / K_{ш}$, где $K_{ш}$ - коэффициент шлифования, с учетом зависимости (1.73) и рассматривая глубину шлифования t как $S_\delta \cdot t$ (где S_δ - долевая продольная подача), перемещение δ для $n=0,75$ определится:

$$\delta = \frac{1,5 \cdot A \cdot B \cdot V_{заг}^{0,75} \cdot (S_\delta \cdot t)^{0,875}}{c \cdot K_{ш} \cdot V_{кр}^{0,75}} \cdot \left[\frac{tg\gamma \cdot m \cdot (1 + \eta)}{630 \cdot \pi \cdot \bar{X}^3 \cdot \rho^{0,5} \cdot (1 - \eta)^2} \right]. \quad (2.42)$$

Разрешая полученную зависимость относительно $V_{заг}$, имеем

$$V_{заг} = \frac{V_{кр}}{(S_{\delta} \cdot t)^{1,16}} \cdot \left(\frac{c \cdot K_{ш} \cdot \delta}{1,5 \cdot A \cdot B} \right)^{1,33} \cdot \left[\frac{630 \cdot \pi \cdot \bar{X}^3 \cdot \rho^{0,5} \cdot (1-\eta)^2}{\text{tg} \gamma \cdot m \cdot (1+\eta)} \right]^{0,33} \quad (2.43)$$

Тогда производительность обработки $Q = B \cdot S_{\delta} \cdot V_{заг} \cdot t$ выразится:

$$Q = \frac{V_{кр}}{(S_{\delta} \cdot t)^{1,16}} \cdot \left(\frac{c \cdot K_{ш} \cdot \delta}{1,5 \cdot A} \right)^{1,33} \cdot \left[\frac{630 \cdot \pi \cdot \bar{X}^3 \cdot \rho^{0,5} \cdot (1-\eta)^2}{\text{tg} \gamma \cdot m \cdot B \cdot (1+\eta)} \right]^{0,33} \quad (2.44)$$

Анализ зависимости (2.44) показывает, что добиться повышения Q при заданном значении δ можно увеличением параметров $V_{кр}$, c , \bar{X} и снижением m , B , t , S_{δ} , η , $K_{ш}$. По сравнению с аналогичным решением, полученным с учетом ограничения по шероховатости обработанной поверхности, параметр η оказывает на Q противоположное влияние. Чем больше η , тем меньше Q , табл. 2.12.

Таблица 2.12

Расчетные значения $\left[\frac{(1-\eta)^2}{(1+\eta)} \right]^{0,33}$, $V_{заг}$ и Q (исходные данные: $\text{tg} \gamma = 1$;

$m = 100$; $\bar{X} = 0,2 \cdot 10^{-3}$ м; $t = 0,1 \cdot 10^{-3}$ м; $S_{\delta} = 1,0$; $V_{кр} = 35$ м/с; $B = 25 \cdot 10^{-3}$ м;

$\rho = 20$ м⁻¹; $K_{ш} = 0,5$; $c = 10^7$ Н/м; $A = 5,623 \cdot 10^6$ Н/м^{1,25}; $\delta = 20 \cdot 10^{-6}$ м)

η	0	0,2	0,5	0,7	0,9
$\left[\frac{(1-\eta)^2}{(1+\eta)} \right]^{0,33}$	1	0,811	0,55	0,375	0,174
$V_{заг}$, м/с	0,0545	0,0442	0,03	0,02	0,0095
$Q \cdot 10^{-9}$, м ³ /с	136,3	110,5	75,0	51,1	23,72

Следовательно, максимальная производительность обработки Q достигается при условии $\eta = 0$ и определяется зависимостью

$$Q = \frac{V_{кр}}{(S_{\delta} \cdot t)^{1,16}} \cdot \left(\frac{c \cdot K_{ш} \cdot \delta}{1,5 \cdot A} \right)^{1,33} \cdot \left[\frac{630 \cdot \pi \cdot \bar{X}^3 \cdot \rho^{0,5}}{\text{tg} \gamma \cdot m \cdot B} \right]^{0,33} \quad (2.45)$$

Приведенные в табл. 2.13 расчетные значения $V_{заг}$, м/с и $Q \cdot 10^{-9}$, м³/с, показывают, что с повышением точности обработки производительность обработки резко снижается, т.е. совместить условия высокопроизводительного алмазного шлифования с одновременным обеспечением требуемой точности обработки чрезвычайно сложно.

Вместе с тем, при выполнении соответствующих условий шлифования такое совмещение возможно. Например, при повышении жесткости технологической системы c в 10 раз, с 10^7 Н/м до 10^8 Н/м, производительность обработки Q при заданном значении δ возрастает в 21,4 раза, что позволяет обработку производить в одну операцию.

Таблица 2.13

Расчетные значения $V_{заг}$ и Q (исходные данные: $tg\gamma=1$; $m=100$; $\bar{X}=0,2 \cdot 10^{-3}$ м; $S_\delta=1,0$; $V_{кр}=35$ м/с; $B=25 \cdot 10^{-3}$ м; $\rho=20$ м⁻¹; $K_{ш}=0,5$; $c=10^7$ Н/м; $A=5,623 \cdot 10^6$ Н/м^{1,25})

$\delta \cdot 10^{-6}$, м	1,0	5,0	10,0	20,0	50,0	100
$t \cdot 10^{-3}$, м						
0,05	0,00225	0,02	0,0485	0,122	0,412	1,035
	2,82	24	60,5	152,2	513,9	1294
0,1	0,001	0,0086	0,022	0,0545	0,185	0,464
	2,53	21,56	54,2	136,3	461	1159,2
0,3	0,0003	0,0024	0,006	0,0152	0,052	0,13
	2,12	18,1	45,4	114,2	386,2	970,9
0,5	0,00016	0,00133	0,0033	0,0085	0,0285	0,0716
	1,95	16,6	41,86	105,24	365,99	895
1,0	0,00007	0,0006	0,015	0,00377	0,0127	0,032
	1,75	14,9	37,5	94,19	318,61	801

Для определения оптимальных условий обработки, соответствующих такому шлифованию, выразим скорость заготовки $V_{заг}$ и производительность обработки Q через нагрузку P , действующую на максимально выступающее зерно, которая в установившемся процессе шлифования принимает предельное значение, обусловленное прочностью зерен связки.

Разрешая зависимость (1.53) относительно $V_{заг}$ при $n=0,75$, и сравнивая ее с зависимостью (2.43), получим выражение для определения глубины шлифования t :

$$t = \frac{1}{S_\delta} \cdot \left(\frac{c \cdot K_{ш} \cdot \delta}{1,5 \cdot A \cdot B} \right)^2 \cdot \left[\frac{630 \cdot \pi \cdot \bar{X}^3 \cdot \rho^{0,5}}{m} \right]^2 \cdot \left(\frac{A}{P} \right)^{3,636} \cdot \frac{(1-\eta)^{0,4}}{(1+\eta)^{0,5}} \quad (2.46)$$

Тогда скорость заготовки $V_{заг}$ с учетом зависимости (2.43) примет вид

$$V_{заг} = V_{кр} \cdot \left(\frac{m}{630 \cdot \pi \cdot \bar{X}^3 \cdot \rho^{0,5}} \right)^2 \cdot \left(\frac{1,5 \cdot A \cdot B}{c \cdot K_{ш} \cdot \delta} \right) \times$$

$$\times \left(\frac{P}{A}\right)^{4,22} \cdot (1-\eta)^{0,2} \cdot (1+\eta)^{0,25}. \quad (2.47)$$

Соответственно производительность обработки определится:

$$Q = \left(\frac{0,667 \cdot V_{кр} \cdot c \cdot K_{ш} \cdot \delta}{A}\right) \cdot \left(\frac{P}{A}\right)^{0,58} \cdot \frac{(1-\eta)^{0,6}}{(1+\eta)^{0,25}}. \quad (2.48)$$

Как видим, максимальная производительность обработки Q , определяемая из условия $\eta = 0$, за исключением скорости круга $V_{кр}$ не зависит от параметров режимов шлифования. Скорость заготовки $V_{заг}$ и глубина шлифования t также не взаимосвязаны между собой. При фиксированной величине P , заданному значению δ соответствует лишь одно значение каждого из параметров $V_{заг}$, t и Q , определяемых зависимостями (2.46), (2.47) и (2.48). Такой характер изменения указанных параметров обусловлен действием двух ограничивающих факторов - $P = const$ и $\delta = const$. При наложении большего числа технологических ограничений количество невзаимосвязанных параметров возрастет.

Анализируя зависимость (2.48), нетрудно видеть, что наиболее эффективным путем повышения производительности обработки Q является увеличение жесткости технологической системы c , поскольку увеличение $V_{кр}$, как правило, ограничено техническими возможностями станка, а влияние P на Q не столь значительно.

Аналогично параметру c , существенное влияние на Q оказывает параметр δ . С его увеличением происходит пропорциональный рост Q . Основной причиной такого роста Q , как показано в табл. 2.14, является увеличение t и соответственно уменьшение $V_{заг}$. При таком характере изменения параметров t и $V_{заг}$ величина P остается постоянной, а параметр η принимает нулевые значения.

Таблица 2.14

Расчетные значения Q , $V_{заг}$ и t (исходные данные: $tg\gamma=1$; $m=100$;
 $\bar{X}=0,2 \cdot 10^{-3}$ м; $S_\delta=1,0$; $V_{кр}=35$ м/с; $B=25 \cdot 10^{-3}$ м; $\rho=20$ м⁻¹; $c=10^7$ Н/м;
 $K_{ш}=0,5$; $A=5,623 \cdot 10^6$ Н/м^{1,25}; $P/A=1,7 \cdot 10^{-6}$ м^{1,25})

$\delta \cdot 10^{-6}$ м	1,0	5,0	10,0	20,0	50,0	100
$Q \cdot 10^{-9}$, м ³ /с	8,07	40,38	80,75	161,5	403,77	807,54
$V_{заг}$, м/с	0,032	0,006	0,0032	0,0016	0,00064	0,00032
$t \cdot 10^{-3}$, м	0,01	0,25	1,0	4,037	25,17	100,0

Исходя из табл. 2.14, для обеспечения точности обработки равной $\delta=(20\dots100)\cdot 10^{-6}$ м требуется изменение глубины шлифования в пределах $t=(4,037\dots100)\cdot 10^{-3}$, м. Естественно, реализовать на практике указанные значения t не представляется возможным ввиду отсутствия таких больших припусков под шлифование.

Поэтому при определении оптимальных условий обработки необходимо варьировать входящими в зависимость (2.46) параметрами, добиваясь уменьшения глубины шлифования t до значения, не превышающего величины снимаемого припуска. Следуя приведенной зависимости (2.46), эффективным путем уменьшения t может быть уменьшение \bar{X} и увеличение B , m и P , поскольку параметры \bar{X} , B и m не оказывают влияния на производительность обработки Q , а увеличение P , более того, приводит к росту Q .

В случае, если пределы изменения параметров \bar{X} , B , m и P весьма ограничены и не позволяют уменьшить глубину шлифования t до заданного значения, в зависимости (2.46) необходимо увеличить параметр η . Это приведет к уменьшению параметров t , $V_{заг}$ и Q , определяемых в соответствии с зависимостями (2.46), (2.47) и (2.48)

безразмерными множителями $\frac{(1-\eta)^{0,4}}{(1+\eta)^{0,5}}$, $(1-\eta)^{0,2} \cdot (1+\eta)^{0,25}$ и $\frac{(1-\eta)^{0,6}}{(1+\eta)^{0,25}}$, табл. 2.15.

Таблица 2.15

Расчетные значения $\frac{(1-\eta)^{0,4}}{(1+\eta)^{0,5}}$, $(1-\eta)^{0,2} \cdot (1+\eta)^{0,25}$ и $\frac{(1-\eta)^{0,6}}{(1+\eta)^{0,25}}$

η	0	0,2	0,5	0,7	0,9
$\frac{(1-\eta)^{0,4}}{(1+\eta)^{0,5}}$	1	0,835	0,619	0,473	0,289
$(1-\eta)^{0,2} \cdot (1+\eta)^{0,25}$	1	0,99	0,963	0,898	0,74
$\frac{(1-\eta)^{0,6}}{(1+\eta)^{0,25}}$	1	0,834	0,596	0,425	0,214

Несомненно, такой путь уменьшения t недостаточно эффективен, т.к. следуя расчетным данным, приведенным в табл. 2.15, с увеличением η наблюдается относительно небольшое уменьшение параметра t . Например, для $\delta=20\cdot 10^{-6}$ м при увеличении η от 0 до

0,9 глубина шлифования t уменьшилась лишь с $4,037 \cdot 10^{-3}$ м, до $1,17 \cdot 10^{-3}$ м, что не позволяет производить обработку при съеме припусков величиной $(0,1 \dots 1,0) \cdot 10^{-3}$ м.

Вместе с тем, при указанном увеличении η имеет место довольно существенное уменьшение производительности обработки Q . Следовательно, к увеличению параметра η необходимо прибегать лишь в том случае, когда все резервы повышения параметров B , m , P и снижения \bar{X} - исчерпаны.

Учитывая, что в реальных условиях шлифования обеспечить выполнение условия $\eta=0$ весьма сложно, проведем анализ изменения Q для случая $\eta>0$, выражая в (2.44) параметр $(1-\eta)$ зависимостью (1.53) при $\eta=0,75$ и принимая $(1+\eta) \cong 1$

$$V_{заг} = V_{кр} \cdot (S_{\delta} \cdot t)^{0,5} \cdot \left(\frac{1,5 \cdot A \cdot B}{c \cdot K_{ш} \cdot \delta} \right)^2 \cdot \left(\frac{m}{630 \cdot \pi \cdot \bar{X}^3 \cdot \rho^{0,5}} \right)^3 \cdot \left(\frac{P}{A} \right)^6, \quad (2.49)$$

$$Q = B \cdot V_{кр} \cdot (S_{\delta} \cdot t)^{0,5} \cdot \left(\frac{1,5 \cdot A \cdot B}{c \cdot K_{ш} \cdot \delta} \right)^2 \cdot \left(\frac{m}{630 \cdot \pi \cdot \bar{X}^3 \cdot \rho^{0,5}} \right)^3 \cdot \left(\frac{P}{A} \right)^6. \quad (2.50)$$

Исходя из полученной зависимости (2.50), производительность обработки Q с уменьшением t - уменьшается. Аналогичный характер изменения $V_{заг}$ от t . Следовательно, максимальная производительность обработки Q при заданном значении δ достигается при условии равенства глубины шлифования t и величины снимаемого припуска. Глубина шлифования t при этом не должна превышать предельное значение t , при котором $\eta=0$. В противном случае режущие зерна круга не успеют полностью снять металл, подводимый в зону резания.

Приведенная зависимость (2.50) принципиально отличается от зависимостей (2.44) и (2.48). Здесь параметры c , \bar{X} , B , m , t , S_{δ} связаны с производительностью обработки обратной зависимостью. Противоположное влияние на Q оказывает и параметр δ . С его уменьшением производительность обработки Q увеличивается, т.е. достижение более высокой точности обработки предполагает повышение Q . Некоторая парадоксальность полученного решения имеет вполне определенный физический смысл, который вытекает из анализа зависимостей, описывающих параметры H , H_{max} , η и x :

$$H = \frac{420 \cdot \pi \cdot \bar{X}^3 \cdot \rho^{0,5}}{m \cdot (S_\delta \cdot t)^{0,5}} \cdot \frac{c \cdot K_{ш} \cdot \delta}{B \cdot P}, \quad (2.51)$$

$$H_{max} = \left[\frac{m \cdot (S_\delta \cdot t)^{0,5}}{420 \cdot \pi \cdot \bar{X}^3 \cdot \rho^{0,5}} \cdot \frac{A \cdot B}{c \cdot K_{ш} \cdot \delta} \cdot \left(\frac{P}{A} \right)^2 \right]^4, \quad (2.52)$$

$$\eta = 1 - \left[\frac{m \cdot (S_\delta \cdot t)^{0,5}}{420 \cdot \pi \cdot \bar{X}^3 \cdot \rho^{0,5}} \cdot \frac{A \cdot B}{c \cdot K_{ш} \cdot \delta} \right]^5 \cdot \left(\frac{P}{A} \right)^9, \quad (2.53)$$

$$x = \frac{420 \cdot \pi \cdot \bar{X}^3 \cdot \rho^{0,5}}{m \cdot (S_\delta \cdot t)^{0,5}} \cdot \frac{c \cdot K_{ш} \cdot \delta}{B \cdot P} \times \\ \times \left(1 - \left[\frac{m \cdot (S_\delta \cdot t)^{0,5}}{420 \cdot \pi \cdot \bar{X}^3 \cdot \rho^{0,5}} \cdot \frac{A \cdot B}{c \cdot K_{ш} \cdot \delta} \right]^5 \cdot \left(\frac{P}{A} \right)^9 \right). \quad (2.54)$$

С увеличением δ параметры H , η и x увеличиваются, а H_{max} - снижается, т.е. для установления равновесия радиальной составляющей силы резания P_y и упруго-восстанавливающей силы $c \cdot \delta$ в условиях $P = const$ требуется снижение H_{max} и соответственно повышение условного напряжения шлифования $\sigma = \frac{A}{H_{max}^{0,75}}$, что дости-

гается увеличением величины линейного износа максимально выступающего зерна x и параметра H . Уменьшение H_{max} , следуя зависимости (2.52), при $t = const$ приводит к уменьшению параметров $V_{заг}$ и Q . Аналогичный механизм влияния и других, входящих в зависимость (2.50), параметров на производительность обработки Q .

Таким образом, в условиях шлифования, обеспечивающих полное использование прочностных свойств режущих зерен круга - $P = const$, при повышении точности обработки необходимо стремиться к снижению параметра x и увеличению H_{max} , что достигается повышением Q . Естественно, более предпочтительным путем увеличения Q является увеличение параметров S_δ и t , т.е. применение глубинного шлифования с долевой продольной подачей, близкой к единице, и скоростью заготовки $V_{заг}$, определяемой зависимостью (2.49).

Определение оптимальных параметров шлифования, обеспечивающих требуемую точность обработки, необходимо производить

следующим образом:

1. Задается глубина шлифования, равная величине снимаемого припуска.
2. По соответствующей зависимости определяется параметр η . В случае $\eta < 0$ значения S_δ или P необходимо уменьшить и обеспечить выполнение условия $\eta \geq 0$.
3. По установленным значениям t , S_δ и P определяются значения $V_{заг}$ и Q .

Рассмотрим характер изменения параметров шлифования при одновременном наложении двух технических ограничений – точности и шероховатости обработки. Примем в качестве невзаимосвязанных параметров $V_{заг}$, t и B . Тогда производительность обработки Q опишется прежней зависимостью (2.48), поскольку в нее не входит высота круга B , а параметры $V_{заг}$, t и B определяются из условия равенства скоростей заготовки для $R_a = const$ и $\delta = const$. Сравнивая зависимости (2.30), (2.47) и разрешая полученное уравнение относительно B , имеем

$$B = \frac{47,628 \cdot 10^3 \cdot \pi \cdot c \cdot K_{ш} \cdot \delta \cdot \bar{X}^3 \cdot \rho^{0,5} \cdot R_a^{2,5}}{A \cdot m} \cdot \left(\frac{A}{P}\right)^{4,22} \cdot \frac{(1+\eta)^{0,75}}{(1-\eta)^{2,2}}. \quad (2.55)$$

Глубина шлифования t и скорость заготовки $V_{заг}$ с учетом зависимостей (2.46) и (2.47) определяются:

$$t = \frac{7,8 \cdot 10^{-5}}{S_\delta \cdot R_a^5} \cdot \left(\frac{P}{A}\right)^{4,8} \cdot \frac{(1-\eta)^{4,8}}{(1+\eta)^2}, \quad (2.56)$$

$$V_{кр} = \frac{0,18 \cdot m \cdot V_{кр} \cdot R_a^{2,5}}{\pi \cdot \bar{X}^3 \cdot \rho^{0,5}} \cdot \frac{(1+\eta)}{(1-\eta)^2}. \quad (2.57)$$

Как видим, параметр δ непосредственного влияния на t и $V_{заг}$ не оказывает. Его влияние на t и $V_{заг}$ обусловлено изменением параметра η , который входит во все приведенные зависимости. Аналогичным образом оказывает влияние на Q параметр R_a .

Максимум производительности обработки, следуя зависимости (2.48), достигается при $\eta=0$, что идентично такому же решению, полученному с учетом одного ограничения – точности обработки. Однако, в отличие от указанного решения, влияние параметра η на t и $V_{заг}$ в данном случае более значительно, что позволяет изменять t ,

$V_{заг}$ и соответственно B в широких пределах без существенного уменьшения Q , табл. 2.16.

Таблица 2.16

Расчетные значения $\frac{(1-\eta)^{0,6}}{(1+\eta)^{0,25}}$, $\frac{(1+\eta)^{0,75}}{(1-\eta)^{2,2}}$, $\frac{(1-\eta)^{4,8}}{(1+\eta)^2}$, $\frac{(1+\eta)}{(1-\eta)^2}$

η	0	0,2	0,5	0,7	0,9
$\frac{(1-\eta)^{0,6}}{(1+\eta)^{0,25}}$	1	0,836	0,596	0,426	0,213
$\frac{(1+\eta)^{0,75}}{(1-\eta)^{2,2}}$	1	1,874	6,226	21,1	256,4
$\frac{(1-\eta)^{4,8}}{(1+\eta)^2}$	1	0,238	0,16	0,001	0,00004
$\frac{(1+\eta)}{(1-\eta)^2}$	1	1,875	6,0	18,89	190

Учитывая, что параметр η входит во все зависимости и оказывает на глубину шлифования t , скорость детали $V_{заг}$, высоту круга B наибольшее влияние, его необходимо рассматривать в качестве основного параметра управления процессом шлифования. Для определения оптимальных условий шлифования проведем некоторые аналитические преобразования, принимая для удобства анализа невзаимосвязанными параметры η , P , $V_{заг}$. Сравнивая зависимости (2.30), (2.47) и разрешая полученное уравнение относительно $\frac{(1+\eta)}{(1-\eta)^2}$, имеем

$$\frac{(1+\eta)}{(1-\eta)^2} = \frac{12 \cdot \pi \cdot c \cdot K_{ш} \cdot \delta \cdot \bar{X}^3 \cdot \rho^{0,5} \cdot R_a^{2,5}}{A \cdot B \cdot t} \cdot \left[\frac{1}{R_a^{2,5} \cdot (S_\delta \cdot t)^{1,16}} \right]^{0,752}. \quad (2.58)$$

Тогда скорость заготовки $V_{заг}$ после подстановки зависимости (2.58) в (2.30), выразится

$$V_{заг} = \frac{2,16 \cdot V_{кр} \cdot c \cdot K_{ш} \cdot \delta}{A \cdot B \cdot (S_\delta \cdot t)^{0,872}} \cdot R_a^{0,62}. \quad (2.59)$$

Соответственно параметры P и Q с учетом зависимостей (1.52) для $\eta=0,75$ и (2.44) определяются:

$$P = 24,6 \cdot A \cdot \left(\frac{\pi \cdot c \cdot K_{ш} \cdot \delta \cdot \bar{X}^3 \cdot \rho^{0,5}}{A \cdot B \cdot m} \right)^{0,5} \cdot \frac{R_a^{0,1}}{t^{0,178}}, \quad (2.60)$$

$$Q = \frac{2,16 \cdot V_{кр} \cdot c \cdot K_{ш} \cdot \delta}{A} \cdot R_a^{0,62} \cdot (S_\delta \cdot t)^{0,128}. \quad (2.61)$$

Анализ зависимости (2.61) показывает, что входящие параметры режима шлифования S_δ и t оказывают незначительное влияние на производительность обработки Q . Это свидетельствует о том, что независимо от изменения режимов шлифования, принимая $V_{кр} = const$, производительность обработки Q остается практически постоянной величиной и определяется лишь параметрами, характеризующими жесткость технологической системы, прочность обрабатываемого материала, коэффициент шлифования $K_{ш}$, точность и шероховатость обработки. Все остальные параметры выражаются через $V_{заг}$ и P .

Следовательно, добиться заданных значений δ и R_a практически при одинаковой производительности обработки Q можно различными сочетаниями параметров $V_{заг}$, S_δ и t . Причем, изменением глубины шлифования t можно всегда обеспечить выполнение требуемых условий, определяемых зависимостями (2.58), (2.59) и (2.60), практически не изменяя при этом производительность обработки.

Как видим, действие двух технических ограничений: точности обработки и шероховатости обработанной поверхности принципиально по-новому формирует закономерности изменения производительности обработки. Если в условиях ограничения по себестоимости обработки производительность обработки определяется главным образом глубиной шлифования, то ограничения по параметрам качества обработки нивелирует преимущества глубинного шлифования.

Основными резервами интенсификации процесса шлифования в этом случае при заданных значениях δ и R_a являются увеличение параметров $V_{кр}$, c , $K_{ш}$. Учитывая возможные пределы изменения указанных параметров, более эффективным путем повышения производительности обработки необходимо рассматривать увеличение жесткости технологической системы c и в определенной степени – увеличение коэффициента шлифования $K_{ш}$,

который для вновь заправленного алмазного круга может принимать значения, близкие к единице. Добиться существенного роста Q путем увеличения $V_{кр}$ гораздо сложнее, поскольку пределы изменения этого параметра “жестко” ограничены техническими возможностями станка.

Таблица 2.17

Расчетные значения Q и $V_{заг}$ (исходные данные: $S_{\delta}=1,0$; $t=0,1 \cdot 10^{-3}$ м; $V_{кр}=35$ м/с; $B=25 \cdot 10^{-3}$ м; $c=10^7$ Н/м; $K_{ш}=0,5$; $A=5,623 \cdot 10^6$ Н/м^{1,25}; $B=25 \cdot 10^{-3}$ м)

$R_a \cdot 10^{-6}, \text{м}$	2,5	1,25	0,63	0,32	0,16	0,08
$\delta \cdot 10^{-6}, \text{м}$						
10	0,026	0,017	0,01	0,007	0,0046	0,0029
	63,35	42,4	27,5	17,85	11,58	7,51
20	0,052	0,033	0,0216	0,014	0,0092	0,006
	130,7	84,8	55,0	35,7	23,16	15,03
50	0,13	0,083	0,054	0,035	0,023	0,015
	326,8	212,0	137,56	89,25	57,9	37,56
100	0,258	0,17	0,11	0,07	0,046	0,03
	653,5	424,0	275,1	178,5	115,8	75,13

Приведенные в табл. 2.17 значения $V_{заг}$ и Q (в числителе - $V_{заг}$, м/с; в знаменателе - $Q \cdot 10^{-9}$ м³/с) определяют максимальную производительность обработки при обеспечении требуемых параметров R_a и δ . Для других исходных данных значения $V_{заг}$ и Q необходимо увеличить или уменьшить в соответствующее число раз, определяемое зависимостями (2.59) и (2.61).

2.3.3. ОПТИМИЗАЦИЯ УСЛОВИЙ ШЛИФОВАНИЯ С УЧЕТОМ ОГРАНИЧЕНИЯ ПО ТЕМПЕРАТУРЕ РЕЗАНИЯ И СОВМЕСТНОГО НАЛОЖЕНИЯ ОСНОВНЫХ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ОГРАНИЧЕНИЙ

Для выбора оптимальных условий шлифования установим взаимосвязь производительности обработки Q с температурой шлифования θ . Разрешая зависимость (1.81) относительно скорости заготовки $V_{заг}$, рассматривая вместо параметра t произведение ($S_{\delta} \cdot t$), получим

$$V_{заг} = \frac{126 \cdot \bar{X}^3 \cdot \lambda^2 \cdot c^2 \cdot \rho_m^2 \cdot \theta^4}{\text{tgy} \cdot m \cdot A^4 \cdot V_{кр} \cdot (S_{\delta} \cdot t)^{2,5} \cdot \rho^{0,5} \cdot \bar{\psi}^4} \cdot \frac{(1-\eta)^2}{(1+\eta)}. \quad (2.62)$$

Тогда производительность обработки Q выразится

$$Q = \frac{126 \cdot \bar{X}^3 \cdot B \cdot \lambda^2 \cdot c^2 \cdot \rho_m^2 \cdot \theta^4}{\operatorname{tg} \gamma \cdot m \cdot A^4 \cdot V_{кр} \cdot (S_\delta \cdot t)^{1,5} \cdot \rho^{0,5} \cdot \bar{\psi}^4} \cdot \frac{(1-\eta)^2}{(1+\eta)} \quad (2.63)$$

Как видим, максимальная производительность обработки Q , аналогично решению с учетом ограничения по точности обработки, достигается при $\eta=0$ и описывается зависимостью

$$Q = \frac{126 \cdot \bar{X}^3 \cdot B \cdot \lambda^2 \cdot c^2 \cdot \rho_m^2 \cdot \theta^4}{\operatorname{tg} \gamma \cdot m \cdot A^4 \cdot V_{кр} \cdot (S_\delta \cdot t)^{1,5} \cdot \rho^{0,5} \cdot \bar{\psi}^4} \quad (2.64)$$

Данную зависимость следует рассматривать промежуточной, поскольку она не содержит параметра P , определяющего предельные режущие возможности алмазного круга при $\eta=0$. Выразим Q через P , для чего в зависимости (1.53) при $\eta=0$ и $n=0,75$ подставим (2.62) при $\eta=0$ и разрешим ее относительно глубины шлифования t

$$t = \frac{500 \cdot \bar{X}^3 \cdot \lambda \cdot c \cdot \rho_m \cdot \theta^2}{S_\delta \cdot m \cdot A^2 \cdot V_{кр} \cdot \bar{\psi}^2} \cdot \left(\frac{A}{P} \right)^{1,2} \quad (2.65)$$

Тогда Q , описываемая зависимостью (2.64), с учетом зависимости (2.65), определится

$$Q = \frac{0,011 \cdot B \cdot \lambda^{0,5} \cdot c^{0,5} \cdot \rho_m^{0,5} \cdot m^{0,5} \cdot V_{кр}^{0,5} \cdot \theta}{\bar{X}^{1,5} \cdot A \cdot \rho^{0,5} \cdot \bar{\psi}} \cdot \left(\frac{P}{A} \right)^{1,8} \quad (2.66)$$

Скорость заготовки $V_{заг}$ соответственно выразится

$$V_{заг} = 2,25 \cdot 10^{-5} \cdot \frac{m^{1,5} \cdot V_{кр}^{1,5} \cdot A \cdot \bar{\psi}}{\bar{X}^{4,5} \cdot \lambda^{0,5} \cdot c^{0,5} \cdot \rho_m^{0,5} \cdot \rho^{0,5} \cdot \theta} \cdot \left(\frac{P}{A} \right)^3 \quad (2.67)$$

Как видим, из параметров режима шлифования в зависимость (2.66) входит только скорость круга $V_{кр}$. Скорость заготовки $V_{заг}$ и глубина шлифования t определяются условиями обработки и значением температуры шлифования θ . Добиться заданного значения θ , следуя приведенным зависимостям, можно лишь при вполне конкретных значениях $V_{заг}$ и t , между которыми отсутствует функциональная связь. Такой характер взаимосвязи, подобно аналогичному решению с учетом ограничения по точности обработки, обусловлен наложением двух ограничивающих факторов $P = \text{const}$ и $\theta = \text{const}$.

Анализ зависимости (2.66) показывает, что наибольшее влияние на Q оказывают параметры A и P , т.е. основным резервом увеличе-

ния производительности обработки Q в данном случае является применение кругов на высокопрочных металлических связках, обеспечивающих удержание зерна в связке до момента его объемного разрушения. Все остальные факторы способствуют увеличению Q в значительно меньшей степени, включая и зернистость круга \bar{X} , с уменьшением которой одновременно в зависимости (2.66) снижается параметр P , что не позволяет повысить Q .

Производительность обработки Q увеличивается по линейному закону с увеличением θ . Выполненные расчеты показали, что увеличение Q происходит вследствие увеличения t и уменьшения $V_{заг}$, т.е. увеличение θ предусматривает применения схемы глубинного шлифования. При этом, чем выше θ , тем выше допустимая глубина шлифования t , табл. 2.18.

Таблица 2.18

Расчетные значения параметров Q , $V_{заг}$ и t (исходные данные: $tg\gamma=1$; $m=100$; $\bar{X}=0,2 \cdot 10^{-3}$ м; $V_{кр}=35$ м/с; $S_{\delta}=1,0$; $A=5,623 \cdot 10^6$ Н/м^{1,25}; $\rho=20$ м⁻¹; $\lambda=50$ Вт/(м·К); $c=175,9$ Дж/(кг·К); $\rho_m=15 \cdot 10^3$ кг/м³)

θ , К	373	473	573	773	1273
$Q \cdot 10^9$, м ³ /с	100	126,8	153,6	207,2	341,3
$V_{заг}$, м/с	0,115	0,09	0,075	0,056	0,034
$t \cdot 10^{-3}$, м	0,0347	0,0558	0,0819	0,149	0,4

Приведенные в табл. 2.18 значения $V_{заг}$ и t соответствуют максимальной производительности обработки Q .

При других значениях $V_{заг}$ и t производительность обработки Q уменьшится, а параметр η - увеличится. Скорость заготовки $V_{заг}$ в этом случае определится:

$$V_{заг} = 2,25 \cdot 10^{-5} \cdot \frac{A \cdot \bar{\psi}}{(\lambda \cdot c \cdot \rho_m)^{0,5} \cdot \rho^{0,5} \cdot \theta} \cdot \left(\frac{m \cdot V_{кр}}{\bar{X}^3} \right)^{1,5} \cdot \left(\frac{P}{A} \right)^3. \quad (2.68)$$

Производительность обработки Q соответственно выразится:

$$Q = 2,25 \cdot 10^{-5} \cdot \frac{A \cdot B \cdot S_{\delta} \cdot t \cdot \bar{\psi}}{(\lambda \cdot c \cdot \rho_m \cdot \rho)^{0,5} \cdot \theta} \cdot \left(\frac{m \cdot V_{кр}}{\bar{X}^3} \right)^{1,5} \cdot \left(\frac{P}{A} \right)^3. \quad (2.69)$$

Сравнивая зависимости (2.67) и (2.68), видим, что они идентичны. Это свидетельствует о том, что, независимо от величины линейного износа максимально выступающего зерна, характеризующегося

в данном случае параметром η , при $P = const$ скорость заготовки $V_{заг}$ остается постоянной величиной, определяемой температурой шлифования θ . Этим, собственно, и обусловлено отсутствие в зависимости (2.68) глубины шлифования t , поскольку различным значениям t при $\theta = const$ соответствует одно значение $V_{заг}$. Производительность обработки Q при этом с увеличением t увеличивается по линейному закону.

Рассмотрим характер изменения параметров H , H_{max} , η , x , для чего в зависимости (1.51)...(1.54) при $n=0,75$ подставим зависимость (2.68):

$$H = 4,74 \cdot \left[\frac{\lambda \cdot c \cdot \rho_m \cdot \bar{X}^3 \cdot \theta^2}{m \cdot V_{кр} \cdot t \cdot A^2 \cdot \bar{\psi}^2} \cdot \left(\frac{P}{A} \right)^2 \right]^{0,25}, \quad (2.70)$$

$$H_{max} = 2 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{m \cdot V_{кр} \cdot t \cdot A^2 \cdot \bar{\psi}^2}{\lambda \cdot c \cdot \rho_m \cdot \bar{X}^3 \cdot \theta^2} \cdot \left(\frac{P}{A} \right)^2, \quad (2.71)$$

$$\eta = 1 - 4,2 \cdot 10^{-4} \cdot \left[\frac{m \cdot V_{кр} \cdot t \cdot A^2 \cdot \bar{\psi}^2}{\lambda \cdot c \cdot \rho_m \cdot \bar{X}^3 \cdot \theta^2} \right]^{1,25} \cdot \left(\frac{P}{A} \right)^{1,5}, \quad (2.72)$$

$$x = 4,74 \cdot \left[\frac{\lambda \cdot c \cdot \rho_m \cdot \bar{X}^3 \cdot \theta^2}{m \cdot V_{кр} \cdot t \cdot A^2 \cdot \bar{\psi}^2} \cdot \left(\frac{P}{A} \right)^2 \right]^{0,25} \times \\ \times \left(1 - 4,2 \cdot 10^{-4} \cdot \left[\frac{m \cdot V_{кр} \cdot t \cdot A^2 \cdot \bar{\psi}^2}{\lambda \cdot c \cdot \rho_m \cdot \bar{X}^3 \cdot \theta^2} \right]^{1,25} \cdot \left(\frac{P}{A} \right)^{1,5} \right). \quad (2.73)$$

Таблица 2.19

Расчетные значения параметров H , H_{max} , η , x (исходные данные: $tg\gamma=1$; $m=100$; $\bar{X}=0,2 \cdot 10^{-3}$ м; $V_{кр}=35$ м/с; $S_\theta=1,0$; $A=5,623 \cdot 10^6$ Н/м^{1,25}; $\rho=20$ м⁻¹; $\lambda=50$ Вт/(м·К); $c=175,9$ Дж/(кг·К); $\rho_m=15 \cdot 10^3$ кг/м³; $\theta=343$ К)

$t \cdot 10^{-3}$, м	0,0347	0,03	0,02	0,01	0,005
$H \cdot 10^{-6}$, м	24,3	25,2	27,89	33,17	39,44
$H_{max} \cdot 10^{-6}$, м	24,3	21,0	14,0	7,0	3,5
η	0	0,167	0,498	0,789	0,911
$x \cdot 10^{-6}$, м	0	4,2	13,89	26,17	35,94

Приведенные в табл. 2.19 расчетные данные показывают, что параметры H , η и x с уменьшением t увеличиваются, а параметр

H_{max} - уменьшается. При $t=0,0347 \cdot 10^{-3}$ м параметры H и H_{max} равны между собой, а η и x принимают нулевые значения. Таким образом показано, что с увеличением величины линейного износа зерна x при выполнении условий $\theta = const$ и $P = const$ глубина шлифования t , а следовательно, и производительность обработки Q уменьшаются.

Скорость заготовки $V_{заг}$ при этом остается неизменной и определяется зависимостью (2.69).

Установим характер изменения производительности обработки и соответственно пути интенсификации процесса шлифования при наложении трех технических ограничений - R_a , δ и θ .

Для этого выразим производительность обработки Q через указанные параметры с учетом P и η , принимая в качестве независимых параметров $V_{заг}$, t , B и $V_{кр}$. Сравним зависимости для определения $V_{заг}$ - (2.57), (2.62) и разрешим полученное уравнение относительно $V_{кр}$, выражая глубину шлифования t зависимостью (2.56)

$$V_{кр} = \frac{2 \cdot 10^6 \cdot \bar{X}^3 \cdot \lambda \cdot c \cdot \rho_m \cdot \theta^2 \cdot R_a^5}{m \cdot A^2 \cdot \bar{\psi}^2} \cdot \left(\frac{A}{P}\right)^6 \cdot \frac{(1+\eta)^{1,5}}{(1-\eta)^4}. \quad (2.74)$$

Соответственно производительность шлифования Q после подстановки зависимости (2.74) в (2.48) принимает вид:

$$Q = \frac{1,334 \cdot 10^6 \cdot \bar{X}^6 \cdot \lambda \cdot c \cdot \rho_m \cdot \theta^2 \cdot R_a^5 \cdot c_{жс} \cdot K_{ш} \cdot \delta}{m \cdot A^3 \cdot \bar{\psi}^2} \cdot \left(\frac{A}{P}\right)^{5,42} \cdot \frac{(1+\eta)^{2,25}}{(1-\eta)^{4,2}}, \quad (2.75)$$

где $c_{жс}$ - новое обозначение приведенной жесткости технологической системы, Н/м.

Как видим, в установившемся процессе шлифования, т.е. при $P = const$, влияние параметра η на Q , такое же как и в аналогичной зависимости (2.31), полученной с учетом ограничений по шероховатости и точности обработки. С увеличением η производительность обработки Q увеличивается, причем, более интенсивно, чем в зависимости (2.31). Полученный результат свидетельствует о том, что для различных условий обработки имеется определенное значение η , при достижении которого Q принимает максимальное значение. Для установления такого значения Q воспользуемся зависимостью (2.61), выражая независимые параметры η , P , $V_{заг}$ и B через температуру шли-

фования θ . Для этого сравним зависимости (2.59), (2.62) с учетом зависимости (2.58) и разрешим полученное уравнение относительно B :

$$B = \frac{0,81 \cdot A \cdot V_{кр} \cdot c_{жс} \cdot K_{ш} \cdot \delta \cdot (S_{\delta} \cdot t)^{0,38} \cdot \bar{\psi}^2 \cdot \rho^{0,5}}{\lambda \cdot c \cdot \rho_m \cdot R_a^{0,63} \cdot \theta^2}. \quad (2.76)$$

Параметры $\frac{(1+\eta)}{(1-\eta)^2}$, P и $V_{заг}$ определяются прежними зависимостями (2.58), (2.59) и (2.60) с учетом переменности параметра B , выражаемого зависимостью (2.76).

Как видим, параметр θ вошел в зависимости для определения параметров η , P , $V_{заг}$, B и отсутствует в зависимости для определения производительности обработки Q . Такой результат обусловлен тем, что в качестве независимых параметров приняты параметры η , P , $V_{заг}$ и B . При других аналогичных параметрах зависимость для определения Q будет содержать θ .

В данном случае влияние параметра θ на Q необходимо рассматривать через изменение глубины шлифования t .

Таблица 2.20

Расчетные значения основных параметров шлифования (исходные данные: $m=100$; $\bar{X}=0,2 \cdot 10^{-3}$ м; $V_{кр}=35$ м/с; $t=20 \cdot 10^{-6}$ м; $S_{\delta}=1,0$; $A=5,623 \cdot 10^6$ Н/м^{1,25}; $\rho=20$ м⁻¹; $c_{жс}=10^7$ Н/м; $K_{ш}=0,5$; $\lambda=50$ Вт/(м·К); $c=175,9$ Дж/(кг·К); $\rho_m=15 \cdot 10^3$ кг/м³; $R_a=1,25 \cdot 10^{-6}$ м; $\delta=10 \cdot 10^{-6}$ м)

θ , К	373	473	573	773	1273
$B \cdot 10^{-3}$, м	31,88	19,8	13,5	7,42	2,47
$V_{заг}$, м/с	0,056	0,09	0,132	0,24	0,65
P , Н	4,3	5,46	6,6	8,9	14,66
η	0,588	0,675	0,732	0,8	0,879
$H \cdot 10^{-6}$, м	38,83	49,23	59,7	80,0	132,2
$H_{max} \cdot 10^{-6}$, м	16,0	16,0	16,0	16,0	16,0
$x \cdot 10^{-6}$, м	22,83	33,23	43,7	64,0	116,23

Это связано с тем, что добиться технически приемлемых значений параметров η , P , $V_{заг}$ и B в зависимости от θ можно лишь с помощью глубины шлифования t , изменяя ее в пределах величины снимаемого припуска. Такое изменение глубины шлифования t , как следует из зависимости (2.61), оказывает незначительное влияние на Q , поскольку параметр t входит в зависимость в степени 0,128. Следовательно, при заданных значениях R_a и δ температура шлифова-

ния θ мало изменяет производительность обработки. Определяющими факторами здесь являются шероховатость и точность обработки.

В табл. 2.20 приведены расчетные значения основных параметров шлифования при $Q=35,7 \cdot 10^{-9}$ м³/с, полученные по зависимостям (2.76), (2.59), (2.60), (2.58) и (1.51)...(1.54) для $n=0,75$.

Судя по результатам расчетов, установленные значения B , $V_{заг}$ и P вполне реализуемы на практике, учитывая, что допустимая температура шлифования при обработке твердых сплавов изменяется в диапазоне $473 \div 773$ К.

2.4. ОПТИМИЗАЦИЯ ПАРАМЕТРОВ ШЛИФОВАНИЯ С УЧЕТОМ СУММАРНОЙ НАГРУЗКИ, ДЕЙСТВУЮЩЕЙ НА ОТДЕЛЬНОЕ ЗЕРНО КРУГА

2.4.1. ОПРЕДЕЛЕНИЕ МАКСИМАЛЬНОЙ ПРОИЗВОДИТЕЛЬНОСТИ ОБРАБОТКИ И ОПТИМАЛЬНЫХ РЕЖИМОВ РЕЗАНИЯ С УЧЕТОМ ОГРАНИЧЕНИЙ ПО МОЩНОСТИ ШЛИФОВАНИЯ И СЕБЕСТОИМОСТИ ОБРАБОТКИ

При высокопроизводительном глубинном шлифовании в условиях съема больших припусков существенным ограничивающим фактором является мощность приводов станка. Ограничение по мощности шлифования резко снижает производительность обработки и приводит к недоиспользованию режущих возможностей круга из СТМ. В связи с этим приобретает важность решение задачи по определению максимально возможной производительности обработки для заданной мощности шлифования N с учетом минимума себестоимости обработки. Для определения производительности обработки воспользуемся зависимостью (1.74) для случая $n=0,75$ с учетом $N = P_z \cdot V_{кр}$:

$$V_{заг} = \frac{0,05 \cdot A^2 \cdot B^2 \cdot t^{0,5}}{N^2} \cdot \left(\frac{m \cdot V_{кр} \cdot P^2}{630 \cdot \pi \cdot \bar{X}^3 \cdot A^2 \cdot \rho^{0,5}} \right)^3. \quad (2.77)$$

Используя зависимость для определения производительности обработки $Q = B \cdot V_{заг} \cdot t$, имеем

$$Q = \frac{0,05 \cdot A^2 \cdot B^3 \cdot t^{1,5}}{N^2} \cdot \left(\frac{m \cdot V_{кр} \cdot P^2}{630 \cdot \pi \cdot \bar{X}^3 \cdot A^2 \cdot \rho^{0,5}} \right)^3. \quad (2.78)$$

Для ограничения интенсивности износа на приведенные соотношения следует наложить дополнительное условие, обусловленное минимумом себестоимости обработки - $\eta=0,61$. Тогда невзаимосвязанных параметра будет два – скорость заготовки и глубина шлифования. Глубину шлифования получим из зависимости (1.53), принимая $n=0,75$

$$t = 0,47 \cdot \left(\frac{m \cdot V_{кр} \cdot P^2}{630 \cdot \pi \cdot \bar{X}^3 \cdot A^2 \cdot V_{заг} \cdot \sqrt{\rho}} \right)^2 \cdot \left(\frac{P}{A} \right)^{0,8} \quad (2.79)$$

Разрешая зависимости (2.77) и (2.79) относительно $V_{заг}$ и t , окончательно получим

$$V_{заг} = \frac{0,186 \cdot A \cdot B}{N \cdot \rho} \cdot \left(\frac{m \cdot V_{кр} \cdot P^2}{630 \cdot \pi \cdot \bar{X}^3 \cdot A^2} \right) \cdot \left(\frac{P}{A} \right)^{0,2}, \quad (2.80)$$

$$t = \frac{13,6 \cdot N^2 \cdot \rho}{A^2 \cdot B^2} \cdot \left(\frac{630 \cdot \pi \cdot \bar{X}^3 \cdot A^2}{m \cdot V_{кр} \cdot P^2} \right) \cdot \left(\frac{P}{A} \right)^{0,4} \quad (2.81)$$

Производительность обработки с учетом полученных зависимостей определится

$$Q = \frac{2,52 \cdot N}{A} \cdot \left(\frac{P}{A} \right)^{0,6} \quad (2.82)$$

Как видим, максимальная производительность обработки определяется мощностью шлифования, прочностью обрабатываемого материала, описываемого параметром A , и прочностью зерна P . Параметры режима резания и другие характеристики круга на производительность обработки Q непосредственного влияния не оказывают, они лишь определяют соотношение параметров $V_{заг}$ и t (в соответствии с зависимостями (2.80) и (2.81)), при которых достигается максимальная производительность обработки. Следовательно, соблюдая вполне однозначное соотношение между параметрами $V_{заг}$ и t , может быть реализована максимальная производительность обработки Q , которая имеет место при заданной мощности шлифования N и минимальной себестоимости обработки.

Из всех входящих в зависимость (2.82) параметров наибольшее влияние на Q оказывает прочность обрабатываемого материала, определяемая параметром A , что свидетельствует о резком снижении производительности шлифования труднообрабатываемых мате-

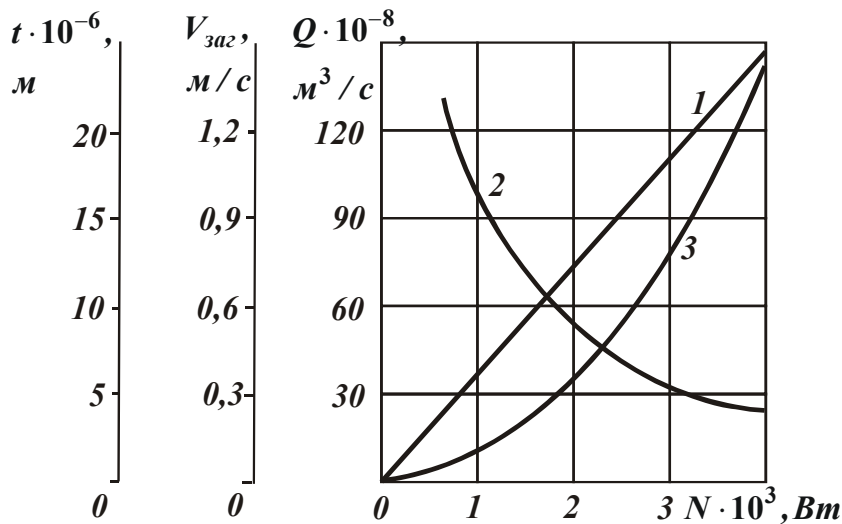


Рис. 2.11. Зависимость Q (1), V_{zag} (2) и t (3) от N . Исходные данные: $\bar{X}=0,2 \cdot 10^{-3}$ м; $m=100$; $P=1$ Н; $A=4,5 \cdot 10^5$ Н/м^{1,25}; $V_{кр}=35$ м/с; $B=25 \cdot 10^{-3}$ м; $R_{кр}=0,15$ м.

риалов. Причем, увеличение N , исходя из приведенной зависимости, не всегда позволяет в достаточной степени компенсировать снижение Q , т.к. N входит в зависимость с меньшей степенью. Весьма незначительно влияют на Q и характеристики круга, определяемые параметром P .

Приведенные на рис. 2.11 графики изменения параметров V_{zag} , t и Q в зависимости от N показывают, что увеличение N и соответственно Q требует применения схемы глубинного шлифования, которая позволяет в максимальной степени использовать режущие возможности круга.

Полученные зависимости (2.80) и (2.81) следует рассматривать основными при расчете оптимальных параметров режима резания предварительного шлифования кругами из СТМ.

2.4.2. ОПРЕДЕЛЕНИЕ МАКСИМАЛЬНОЙ ПРОИЗВОДИТЕЛЬНОСТИ ОБРАБОТКИ И ОПТИМАЛЬНЫХ РЕЖИМОВ РЕЗАНИЯ С УЧЕТОМ ОГРАНИЧЕНИЯ ПО ТЕМПЕРАТУРЕ ШЛИФОВАНИЯ

Для решения задач, связанных с оптимизацией параметров глубинного шлифования с учетом ограничения по температуре резания, воспользуемся зависимостью (1.81), выражая в ней параметр V_{zag} через величину $(1-\eta)$ в соответствии с зависимостью (1.62). После несложных преобразований с учетом $tg\gamma=1$, имеем

$$\theta = \frac{0,055 \cdot A \cdot \bar{\psi}}{(1-\eta)^{0,1}} \cdot \left(\frac{m \cdot V_{кр} \cdot t}{\lambda \cdot c \cdot \bar{X}^3 \cdot \rho_m} \right) \cdot \left(\frac{P_0}{A} \right)^{0,6} \quad (2.83)$$

Таким образом, получена весьма важная для анализа и оптимизации процесса глубинного шлифования зависимость, устанавливающая функциональную связь между температурой резания θ и всеми параметрами обработки для случая $P_0 = const$, т.е. для случая, когда в максимальной степени используются прочностные свойства рабочей поверхности круга.

Из приведенной зависимости следует, что на θ при условии $P_0 = const$ практически не оказывает влияния величина $(1 - \eta)$. Это чрезвычайно важный вывод, т.к. указывает на то, что независимо от степени затупления зерен, температура резания будет оставаться приблизительно постоянной. Для того, чтобы реализовать на практике такой режим работы зерен, т.е. постоянно поддерживать параметр P_0 неизменным, скорость заготовки $V_{заг}$ по мере износа зерен должна изменяться в соответствии с зависимостью

$$V_{заг} = \frac{0,44 \cdot m \cdot V_{кр} \cdot (1 - \eta)^{1,6}}{630\pi \cdot \bar{X}^3 \cdot \sqrt{t \cdot \rho}} \cdot \left(\frac{P_0}{A} \right)^{2,4}. \quad (2.84)$$

Зависимость (2.84) получена после преобразований зависимости (1.62). Как видим, по мере износа зерен, т.е. с увеличением параметра η , скорость заготовки должна уменьшаться, причем, довольно интенсивно, поскольку параметр η входит в зависимость (2.84) в степени 1,6. Таким образом доказано, что поддержание в процессе шлифования постоянной температуры резания θ , при условии максимального использования прочностных свойств рабочей поверхности круга, требует значительного уменьшения $V_{заг}$ и соответственно производительности обработки.

Из параметров режима обработки, оказывающих существенное влияние на θ , следуя зависимости (2.83), являются скорость круга $V_{кр}$ и глубина шлифования t . Учитывая то, что глубину шлифования в условиях глубинного шлифования, как показано выше, рекомендуется устанавливать равной величине снимаемого припуска, основным параметром управления температурой резания следует рассматривать скорость круга.

Как видим, для снижения температуры резания θ скорость круга необходимо уменьшать. При этом скорость круга для обеспечения заданного значения θ необходимо устанавливать в соответствии с зависимостью

$$V_{кр} = \frac{330,6 \cdot \lambda \cdot c \cdot \rho_m \cdot \bar{X}^3 \cdot \theta^2 \cdot (1-\eta)^{0,2}}{m \cdot A^2 \cdot \bar{\psi}^2 \cdot t} \cdot \left(\frac{A}{P_0} \right)^{1,2}. \quad (2.85)$$

Из приведенной зависимости следует, что чем больше глубина шлифования t , тем меньше должна быть скорость круга $V_{кр}$. С увеличением прочности обрабатываемого материала, т.е. с увеличением параметра A , скорость круга $V_{кр}$ должна быть уменьшена. Увеличение параметра P_0 , по аналогии с параметром P_0 , предполагает снижение $V_{кр}$.

Таким образом установлено, что обеспечение заданной (допустимой) температуры резания накладывает существенные ограничения на скорость круга, а через нее, в соответствии с зависимостью (2.84), и на другие параметры обработки.

Для оценки производительности обработки при глубинном шлифовании с учетом ограничения по температуре резания при обеспечении максимального использования прочностных свойств рабочей поверхности круга, т.е. при выполнении условия $P_0 = const$, подставим зависимость (2.85) в (2.84). Тогда

$$V_{заг} = \frac{0,074 \cdot \lambda \cdot c \cdot \rho_m \cdot \theta^2 \cdot (1-\eta)^{1,8}}{A^2 \cdot \bar{\psi}^2 \cdot t^{1,5} \cdot \rho^{0,5}} \cdot \left(\frac{P_0}{A} \right)^{1,2}. \quad (2.86)$$

Производительность обработки соответственно определится

$$Q = \frac{0,074 \cdot B \cdot \lambda \cdot c \cdot \rho_m \cdot \theta^2 \cdot (1-\eta)^{1,8}}{A^2 \cdot \bar{\psi}^2 \cdot t^{0,5} \cdot \rho^{0,5}} \cdot \left(\frac{P_0}{A} \right)^{1,2}. \quad (2.87)$$

Как видим, с увеличением температуры резания θ производительность обработки увеличивается. Увеличение глубины шлифования t , наоборот, приводит к уменьшению Q . К уменьшению Q приводит также увеличение параметра η . При этом уменьшение Q происходит примерно по той же зависимости, что и в случае отсутствия ограничения по температуре резания, т.е. случая, описываемого зависимостью (2.84).

Необходимо отметить, что уменьшение производительности обработки в случае действия ограничивающего фактора – температуры резания – будет иметь место тогда, когда скорость круга, установленная в соответствии с зависимостью (2.85), будет меньше традиционно

применяемых на практике значений $V_{кр} = 30 \dots 60$ м/с. В случае, если $V_{кр}$ больше указанных значений, производительность обработки, определяемая через скорость заготовки в соответствии с зависимостью (2.84), будет оставаться неизменной, независимо от наложения ограничения по температуре резания.

Покажем, что реализация условия $P_0 = const$ при глубинном шлифовании, т.е. реализация управляемого процесса глубинного шлифования, более эффективна по сравнению с традиционным подходом, когда величина P_0 в процессе обработки переменна. Для этого сравним зависимости (1.81) и (2.83). Как видим, входящая в обе зависимости величина $(1 - \eta)$ имеет различную степень. В зависимости (2.83) она равна 0,1, а в зависимости (1.81) – 0,5. Следовательно, в управляемом процессе глубинного шлифования величина $(1 - \eta)$ практически не оказывает влияния на температуру резания, тогда как при обычном ведении процесса глубинного шлифования величина $(1 - \eta)$ оказывает на θ ощутимое влияние, т.е. по мере износа зерен параметр θ будет увеличиваться и процесс шлифования по этой причине необходимо периодически прекращать и производить частую правку круга. В условиях же управляемого процесса глубинного шлифования, т.е. при выполнении условия $P_0 = const$, с износом зерен температура резания практически не изменяется и, следовательно, гарантированно обеспечивается высокое качество обработки.

2.4.3. ОПРЕДЕЛЕНИЕ МАКСИМАЛЬНОЙ ПРОИЗВОДИТЕЛЬНОСТИ ОБРАБОТКИ И ОПТИМАЛЬНЫХ РЕЖИМОВ РЕЗАНИЯ С УЧЕТОМ ОГРАНИЧЕНИЙ ПО ШЕРОХОВАТОСТИ И ТОЧНОСТИ ОБРАБОТКИ

Как показано в предыдущих параграфах главы, применение глубинного шлифования позволяет добиться повышения производительности обработки при одновременном снижении износа круга из СТМ (себестоимости обработки) и обеспечении заданной температуры резания. С учетом возможности улучшения шероховатости обработанной поверхности это позволяет рекомендовать процесс глубинного шлифования не только для чернового, но и для чистового шлифования, совмещая таким образом две традиционно существующие технологические операции шлифования в одну. Для более углубленного анализа возможностей повышения качества обработки при глубин-

ном шлифовании, проведем оптимизацию процесса с учетом совместного действия двух ограничивающих факторов – шероховатости и точности обработки.

Точность обработки будем определять величиной взаимного перемещения круга и заготовки в радиальном направлении

$$\delta = \frac{P_y}{c}, \quad (2.88)$$

где P_y - радиальная составляющая силы резания, Н; c - приведенная жесткость технологической системы в точке контакта круга с заготовкой, Н/м.

Принимая $P_y = P_z / K_{ш}$, с учетом зависимости (1.73) для $n=0,75$, зависимость (2.88) выразится

$$\delta = \frac{0,3 \cdot A \cdot B}{c \cdot K_{ш}} \cdot \left[\frac{tg\gamma \cdot m \cdot (1 + \eta)}{\pi \cdot \bar{X}^3 \cdot (1 - \eta)^2 \cdot \sqrt{\rho}} \right]^{0,25} \cdot \left(\frac{V_{заг}}{V_{кр}} \right)^{0,75} \cdot t^{0,875}. \quad (2.89)$$

Разрешим зависимость (2.89) относительно $V_{заг}$ с учетом $K_{ш} = 1 - \eta$:

$$V_{заг} = \frac{5 \cdot V_{кр}}{t^{1,16}} \cdot \left[\frac{c \cdot \delta \cdot (1 - \eta)}{A \cdot B} \right]^{1,33} \cdot \left[\frac{\pi \cdot \bar{X}^3 \cdot (1 - \eta)^2 \cdot \sqrt{\rho}}{tg\gamma \cdot m \cdot (1 + \eta)} \right]^{0,33}. \quad (2.90)$$

Для установления взаимосвязи скорости заготовки $V_{заг}$ с параметром шероховатости обработки R_a , разрешим зависимость (1.120) относительно $V_{заг}$. После несложных преобразований, имеем

$$V_{заг} = \frac{0,18 \cdot tg\gamma \cdot m \cdot V_{кр} \cdot R_a^{2,5} \cdot (1 + \eta)}{\pi \cdot \bar{X}^3 \cdot \sqrt{\rho} \cdot (1 - \eta)^2}. \quad (2.91)$$

Сравнивая зависимости (2.90), (2.91) и разрешая их относительно глубины шлифования t , получим

$$t = \frac{17,4}{R_a^{2,15}} \cdot \left[\frac{c \cdot \delta \cdot (1 - \eta)}{A \cdot B} \right]^{1,15} \cdot \left[\frac{\pi \cdot \bar{X}^3 \cdot (1 - \eta)^2 \cdot \sqrt{\rho}}{tg\gamma \cdot m \cdot (1 + \eta)} \right]^{1,15}. \quad (2.92)$$

Учитывая, что в зависимость (2.91) не входит глубина шлифования t , скорость заготовки $V_{заг}$ будет определяться этой зависимостью (без изменений).

Таким образом, установлены зависимости (2.91) и (2.92) для определения двух невзаимосвязанных параметров $V_{заг}$ и t , обеспечи-

вающих выполнение двух ограничений – шероховатости и точности обработки.

Как следует из зависимости (2.92), с “ужесточением” требований к точности обработки, т.е. уменьшением параметра δ , глубина шлифования t должна уменьшаться. С уменьшением же параметра шероховатости R_a - наоборот, глубина шлифования t увеличивается, что является отличительной особенностью процесса глубинного шлифования. Причем, увеличение t с уменьшением параметра R_a происходит более интенсивно, чем уменьшение t с уменьшением параметра δ . Таким образом, за счет уменьшения параметра шероховатости R_a можно всегда добиться (независимо от значения параметра δ) реализации глубинного (однопроходного) шлифования, что подтверждает ранее выдвинутое предположение об эффективности совмещения чернового и числового шлифования в одну технологическую операцию.

Производительность обработки при этом определится по зависимости $Q = B \cdot V_{заг} \cdot t$ с учетом зависимостей (2.91) и (2.92):

$$Q = 3,43 \cdot V_{кр} \cdot (1 - \eta)^{1,43} \cdot \left[\frac{c \cdot \delta}{A} \right]^{1,15} \cdot R_a^{0,35} \cdot \left[\frac{\pi \cdot \bar{X}^3 \cdot \sqrt{\rho}}{tg\gamma \cdot m \cdot B \cdot (1 + \eta)} \right]^{0,15} \quad (2.93)$$

Как видим, основное влияние на Q оказывают параметры $V_{кр}$, η , c , δ , A . Параметр шероховатости обработки R_a , а также параметры \bar{X} , m , B , ρ не являются лимитирующими интенсификации обработки. Следуя зависимости (2.93), в условиях действия двух ограничивающих факторов – шероховатости и точности обработки - необходимо стремиться к поддержанию на круге острого режущего рельефа (т.е. выполнить условие $\eta \rightarrow 0$) и увеличению параметров $V_{кр}$ и c . Увеличение последнего параметра весьма важно, т.к. позволяет компенсировать достаточно “чувствительную” связь между Q и δ и практически исключить ограничения в повышении производительности обработки Q в связи с действием ограничивающего фактора – точности обработки.

Из проведенного анализа следует, что благодаря возможности увеличения параметра c производительность обработки Q , определяемая зависимостью (2.93), может быть увеличена до значения, превышающего значения Q , установленные по зависимостям (2.82), (2.87) и т.д. с учетом ограничений по мощности и себестоимости об-

работки, температуре резания.

Таким образом показано, что независимо от требований по шероховатости и точности обработки могут быть реализованы условия глубинного (однопроходного) шлифования, обеспечивающие совмещение высокопроизводительного съема припуска с высококачественной обработкой. В случае невозможности увеличения жесткости технологической системы c до заданного значения, глубину шлифования t , определяемую зависимостью (2.92), следует уменьшить в кратное (величине снимаемого припуска) число раз в соответствии с зависимостью (2.92).

2.5. УСЛОВИЯ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ ПРОЦЕССОМ ГЛУБИННОГО ШЛИФОВАНИЯ КРУГАМИ ИЗ СТМ

2.5.1. ГЛУБИННОЕ ШЛИФОВАНИЕ С ПЕРЕМЕННОЙ СКОРОСТЬЮ ЗАГОТОВКИ

Существенным ограничением в реализации потенциальных возможностей глубинного шлифования является износ зерен и изменение режущего рельефа круга в процессе обработки. В этом несложно убедиться, анализируя зависимость для определения суммарной нагрузки, действующей на зерно, полученной после определенных преобразований зависимости (1.62):

$$P_0 = \frac{A}{(1-\eta)^{0,67}} \cdot \left(\frac{1,43 \cdot 10^3 \cdot \pi \cdot \bar{X}^3 \cdot V_{заг} \cdot \sqrt{t \cdot \rho}}{m \cdot V_{кр}} \right)^{0,42}. \quad (2.94)$$

Как видим, с увеличением параметра η суммарная нагрузка P_0 неограниченно увеличивается. В определенный момент она превысит предельное значение, что приведет к прекращению процесса шлифования. Вполне очевидно, что обеспечить поддержание постоянным параметра P_0 можно путем изменения в процессе шлифования одного из параметров режима шлифования, входящих в зависимость (2.94).

Наиболее просто это реализуется на основе изменения скорости заготовки, которая с течением времени обработки, т.е. по мере увеличения η , должна уменьшаться. Учитывая то, что величина $(1-\eta)$ равна коэффициенту шлифования $K_{ш}$, реализовать условие $P_0 = const$ можно следующим образом. Первоначально (в начальный момент обработки) по зависимости (2.84) устанавливается значение

$V_{заг}$, соответствующее условию $K_{ш} = 1 - \eta \cong 1$. В процессе шлифования непрерывно измеряется тангенциальная и радиальная составляющие силы резания и устанавливается коэффициент шлифования $K_{ш} = P_z / P_y$. В случае расхождения установленного значения $K_{ш}$ с первоначальным значением $K_{ш}$, изменяют скорость заготовки в соответствии с зависимостью (2.84). Изменение $V_{заг}$ производят до тех пор, пока установленное на станке значение $V_{заг}$ не станет равным расчетному значению, полученному по зависимости (2.84). Изменение скорости заготовки $V_{заг}$ производят периодически по мере изменения коэффициента шлифования $K_{ш}$.

Для обеспечения выполнения двух условий: $P_0 = const$ и $\theta = const$ в процессе шлифования необходимо изменять два параметра: скорость заготовки и скорость круга в соответствии с зависимостями (2.85) и (2.86).

Для этого, как и в предыдущем случае, в процессе шлифования измеряются тангенциальная и радиальная составляющие силы резания и определяется коэффициент шлифования $K_{ш}$ при значениях $V_{заг}$ и $V_{кр}$, установленных в соответствии с зависимостями (2.85) и (2.86) для случая $K_{ш} = 1 - \eta \cong 1$. Полученные значения $K_{ш}$ сравнивают с начальным (заданным) значением и в случае рассогласования изменяют $V_{заг}$ и $V_{кр}$ до тех пор, пока расчетное и экспериментальное значения $V_{заг}$ и соответственно $V_{кр}$ не совпадут.

Необходимо отметить, что, следуя зависимости (2.85), скорость круга $V_{кр}$ весьма мало изменяется с увеличением параметра $(1 - \eta)$, т.к. последний входит в зависимость в степени 0,2. Следовательно, для обеспечения поддержания в процессе шлифования заданного значения температуры резания не обязательно изменение скорости круга. Для этого достаточно обеспечить изменение скорости заготовки с целью реализации условия $P_0 = const$.

2.5.2. ГЛУБИННОЕ ШЛИФОВАНИЕ С ПОСТОЯННЫМ КАСАТЕЛЬНЫМ УСИЛИЕМ

Выполнение условия $P_0 = const$ в процессе глубинного шлифования по “жесткой” схеме требует применения сложных адаптивных

систем управления, как это показано в предыдущем параграфе. Такой путь недостаточно эффективен в силу сложности его реализации. Значительно проще установить такие условия обработки, которые бы автоматически “поднастраивали” систему и обеспечивали выполнение условия $P_0 = const$. Для определения этих условий обратимся к упругой схеме глубинного шлифования. Установим зависимость тангенциальной силы резания P_z , для чего в зависимость (1.73) при $n=0,75$ подставим зависимость (2.84). После преобразований, имеем

$$P_z = \frac{4 \cdot 10^{-4} \cdot A \cdot B \cdot m \cdot t^{0,5} \cdot (1 - \eta)^{0,7}}{\bar{X}^3 \cdot \rho^{0,5}} \cdot \left(\frac{P_0}{A} \right)^{1,8}. \quad (2.95)$$

Разрешим полученную зависимость относительно параметра P_0

$$P_0 = \frac{74 \cdot \bar{X}^{1,66} \cdot \rho^{0,28} \cdot A^{0,45}}{(1 - \eta)^{0,385} \cdot t^{0,28}} \cdot \left(\frac{P_z}{B \cdot m} \right)^{0,55}. \quad (2.96)$$

Как видим, при глубинном шлифовании с постоянным касательным усилием P_z влияние параметра η на суммарную нагрузку P_0 значительно меньше, чем при глубинном шлифовании по “жесткой” схеме (следуя зависимости (2.94)).

Такой результат указывает на то, что, применяя схему глубинного шлифования с постоянным касательным усилием, можно, независимо от степени затупления зерен, практически обеспечивать выполнение условия $P_0 = const$, т.е. в максимальной степени использовать прочностные свойства рабочей поверхности круга. Такой путь реализации условия $P_0 = const$ значительно проще, чем применение адаптивных систем управления.

Кроме того, анализируя зависимость (2.95), можно видеть, что в нее не входит ни скорость круга, ни скорость заготовки, т.е. независимо от $V_{кр}$ и $V_{заг}$ в процессе шлифования всегда будет обеспечиваться условие $P_0 = const$. Отсутствие взаимосвязи между параметрами P_z и $V_{кр}$ указывает на то, что в процессе шлифования будет постоянно поддерживаться заданная температура резания, т.к. будет обеспечиваться выполнение условия $P_0 = const$ в зависимости (2.85).

Важной особенностью схемы глубинного шлифования с постоянным касательным усилием является то, что с увеличением глубины шлифования t при заданном значении P_z параметр P_0 снижается и появляется возможность снижения износа круга и повышения произ-

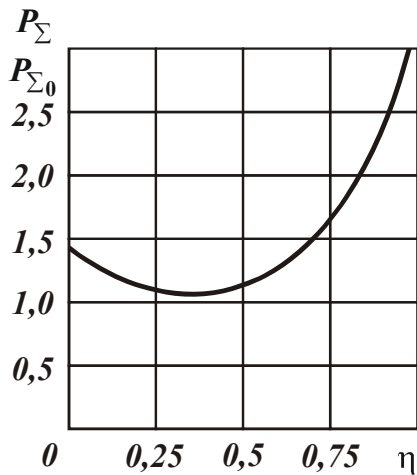


Рис. 2.12. Зависимость изменения величины $\frac{P_{\Sigma}}{P_{\Sigma_0}}$ от η .

водительности обработки.

Одним из недостатков предлагаемой схемы шлифования является то, что с увеличением параметра η возрастает радиальная составляющая силы резания P_y и снижается точность обработки. Такой вывод следует из зависимости

$$P_y = \frac{P_z}{(1-\eta)}. \quad (2.97)$$

Следовательно, для обеспечения заданной точности обработки величину $(1-\eta)$ необходимо ограничить определенными пределами изменения. Для

этого установим суммарную силу резания P_{Σ}

$$P_{\Sigma} = \sqrt{P_z^2 + P_y^2}. \quad (2.98)$$

Подставляя в (2.98) зависимости (2.95) и (2.97), имеем

$$P_{\Sigma} = \frac{4 \cdot 10^{-4} \cdot A \cdot B \cdot m \cdot t^{0,5}}{\bar{X}^3 \cdot \rho^{0,5}} \cdot \left(\frac{P_0}{A}\right)^{1,8} \cdot \sqrt{(1-\eta)^{1,4} + \frac{1}{(1-\eta)^{0,6}}}. \quad (2.99)$$

Как видим, зависимость (2.99) носит экстремальный характер. Представляя зависимость (2.99) в виде

$$P_{\Sigma} = P_{\Sigma_0} \cdot \sqrt{(1-\eta)^{1,4} + \frac{1}{(1-\eta)^{0,6}}}, \quad (2.100)$$

на рис. 2.12 графически показан характер изменения параметра P_{Σ} , из которого следует, что всегда существуют экстремальное значение η , при достижении которого параметр P_{Σ} принимает минимум.

Для определения экстремального значения η продифференцируем функцию P_{Σ} по η и производную приравняем нулю. После несложных преобразований, имеем

$$\eta_{\text{экстр}} = 0,35. \quad (2.101)$$

Тогда оптимальное значение P_{Σ} будет равно

$$P_{\Sigma} = \frac{5,43 \cdot 10^{-4} \cdot A \cdot B \cdot m \cdot t^{0,5}}{\bar{X}^3 \cdot \rho^{0,5}} \cdot \left(\frac{P_0}{A}\right)^{1,8}. \quad (2.102)$$

Соответственно, оптимальное значение параметра P_{Σ} опреде-

лится:

$$P_z = \frac{3 \cdot 10^{-4} \cdot A \cdot B \cdot m \cdot t^{0,5}}{\bar{X}^3 \cdot \rho^{0,5}} \cdot \left(\frac{P_0}{A} \right)^{1,8} \quad (2.103)$$

Таким образом, для эффективного ведения процесса глубинного шлифования с постоянным касательным усилием необходимо стремиться к тому, чтобы величина $(1 - \eta)$ или $K_{ш}$ не были меньше значения 0,65. В этом случае будет обеспечиваться требуемая точность обработки и выполняться условия $P_0 = const$ и $\theta = const$.

В заключение предлагается новое техническое решение, которое может быть использовано при создании адаптивной системы управления процессом шлифования. Сущность решения состоит в обеспечении поддержания в процессе шлифования постоянной суммарной силы резания P_Σ , которая описывается зависимостью

$$P_\Sigma = P_z \cdot \sqrt{1 + \frac{1}{K_{ш}^2}} \quad (2.104)$$

Как следует из зависимости (2.104), при условии $P_z = const$, т.е. при глубинном шлифовании по упругой схеме, по мере затупления круга коэффициент шлифования $K_{ш}$ будет уменьшаться и приводить к росту составляющих силы резания P_y и P_z . Причем, при значительном снижении коэффициента шлифования $K_{ш}$ (в пределах 1,0...0,1) и ниже, что имеет место на практике), суммарная сила резания P_Σ будет возрастать существенно, а это приведет к росту температуры резания, потере точности обработки, снижению качества обработки и возможно к “заклиниванию” круга.

Таким образом, при работе круга в режиме затупления (для поддержания P_Σ в заданном оптимальном диапазоне изменения) касательную силу P_z в процессе шлифования необходимо изменять в зависимости от степени уменьшения коэффициента шлифования $K_{ш}$. Для этого необходимо в процессе шлифования непрерывно измерять радиальную составляющую силы резания P_y , по известным значениям P_z и P_y определять $K_{ш}$ и в соответствии с зависимостью

$$P_z = \frac{P_\Sigma}{\sqrt{1 + \frac{1}{K_{ш}^2}}} \quad (2.105)$$

изменять в процессе шлифования касательную силу P_z . Такое техническое решение может быть реализовано при условии, что в начальный момент обработки вновь заправленным кругом, когда $K_{ш} \cong 1$, значение P_{z0} равно

$$P_{z0} = \frac{P_{\Sigma}}{\sqrt{2}}. \quad (2.106)$$

Таким образом, поддержание в процессе обработки постоянным оптимального значения суммарной силы резания P_{Σ} позволит обеспечить требуемое качество обработки при шлифовании с максимальной производительностью обработки.

2.5.3. ГЛУБИННОЕ ШЛИФОВАНИЕ С ПОСТОЯННЫМ РАДИАЛЬНЫМ УСИЛИЕМ

Проведем анализ возможностей использования упругой схемы глубинного шлифования с постоянным радиальным усилием с целью обеспечения условия $P_0 = const$. Для этого в зависимость (2.95) вместо параметра t подставим соответствующее выражение, полученное из зависимости (2.84):

$$P_z = \frac{8,8 \cdot 10^{-8} \cdot A \cdot B \cdot m^2 \cdot V_{кр} \cdot (1 - \eta)^{2,3}}{\bar{X}^6 \cdot \rho \cdot V_{заг}} \cdot \left(\frac{P_0}{A} \right)^{4,2}. \quad (2.107)$$

Радиальная составляющая силы резания P_y с учетом зависимости (2.97) определится:

$$P_y = \frac{8,8 \cdot 10^{-8} \cdot A \cdot B \cdot m^2 \cdot V_{кр} \cdot (1 - \eta)^{1,3}}{\bar{X}^6 \cdot \rho \cdot V_{заг}} \cdot \left(\frac{P_0}{A} \right)^{4,2}. \quad (2.108)$$

Разрешая зависимость (2.108) относительно параметра P_0 , имеем

$$P_0 = \frac{58,8 \cdot A^{0,76} \cdot \bar{X}^{1,44}}{(1 - \eta)^{0,312}} \cdot \left(\frac{P_y \cdot \rho \cdot V_{заг}}{B \cdot m^2 \cdot V_{кр}} \right)^{0,24}. \quad (2.109)$$

Сравнивая зависимости (2.96) и (2.109), видим, что при глубинном шлифовании с постоянным радиальным усилием P_y влияние параметра η на P_0 меньше, чем при глубинном шлифовании с постоянным касательным усилием P_z . Однако, различие весьма незначитель-

но, что позволяет рассматривать две приведенные схемы с точки зрения обеспечения условия $P_0 = const$ как равноценные.

Таким образом показано, что наиболее полно технологические возможности глубинного шлифования реализуются на основе применения упругой схемы с постоянным касательным или радиальным усилием. На наш взгляд, наиболее приемлемой следует рассматривать схему с постоянным касательным усилием, поскольку в этом случае задается глубина шлифования, а переменной величиной (по мере износа зерен) является скорость заготовки. При глубинном шлифовании по схеме с постоянным радиальным усилием переменной величиной является глубина шлифования, что требует введения дополнительных финишных операций, тогда как в случае $P_z = const$ весь припуск может быть снят за один проход с требуемой шероховатостью и точностью обработки.

Для реализации установленных оптимальных режимов шлифования кругами из СТМ в работе предлагается управление оптимальными значениями параметров x и P путем введения в зону резания или автономно дополнительной электрофизикохимической энергии. Сущность данного управления состоит в поддержании в процессе шлифования постоянным (за счет использования электрофизикохимической энергии) оптимального значения мощности шлифования, установленного по соответствующим расчетным зависимостям, приведенным в настоящей главе, с учетом оптимальных значений параметров x и P . Такой подход к управлению отличается от известных подходов, не учитывающих и не реализующих оптимальные значения параметров x , P и соответствующих им оптимальных параметров режима шлифования кругами из СТМ, позволяющих в максимальной степени использовать прочностные свойства рабочей поверхности круга с учетом основных технологических ограничений обработки.

ГЛАВА 3

ОПТИМИЗАЦИЯ ПАРАМЕТРОВ АЛМАЗНОГО ШЛИФОВАНИЯ НА ОСНОВЕ МЕТОДА ПЛАНИРОВАНИЯ ЭКСПЕРИМЕНТОВ

3.1. МЕТОДИКА ПРОВЕДЕНИЯ ЭКСПЕРИМЕНТОВ

В главе приведены результаты экспериментальных исследований и оптимизации параметров алмазно-искрового шлифования (АИШ), основанного на введении в зону резания дополнительной электрической энергии в форме электрических разрядов [31]. Исследовался процесс АИШ композиции “твердый сплав - сталь”, включающей в себя традиционный вольфрамсодержащий твердый сплав Т15К6, безвольфрамовый твердый сплав ТН-20. Исследования проводились по упругой схеме шлифования, что позволило более полно раскрыть потенциальные возможности алмазных кругов по сравнению с процессом шлифования по жесткой схеме [302]. Работоспособность кругов оценивалась производительностью обработки Q мм³/мин, относительным расходом алмазов q мг/г, удельной себестоимостью обработки C коп/см³. Основным критерием оптимизации работоспособности кругов принята удельная себестоимость обработки, которая является наиболее обобщенным показателем процесса шлифования [143, 296]. Оптимизация работоспособности кругов заключалась в определении оптимальных режимов шлифования и соответствующих им характеристик кругов, обеспечивающих минимальную удельную себестоимость обработки. При этом исследовалось влияние нормального давления P , скорости резания V , зернистости z и концентрации K кругов на Q , q , C .

Поиск оптимальных условий алмазно-искрового шлифования композиции “твердый сплав-сталь” осуществляется с помощью многофакторного планирования экспериментов 2-го порядка. Эта методика позволяет наиболее эффективно найти оптимальные режимы управления процессом алмазно-искрового шлифования [143, 296]. Среди планов 2-го порядка для проведения экспериментов был принят план, близкий по свойствам к D -оптимальному и обозначаемый как B_4 . Достоинством плана является возможность варьирования факторами на целочисленных уровнях. В процессе исследования такое свойство плана позволяет использовать стандартные значения зернистостей и концентраций алмазных кругов, что значительно

упрощает определение оптимальных характеристик кругов. Работоспособность алмазных кругов исследовалась по плану B_4 с четырьмя переменными факторами: P, V, z, K . Реализация плана B_4 позволяет получить математическую модель параметров оптимизации в виде уравнений регрессии для производительности относительного расхода алмазов и удельной себестоимости обработки. В общем случае поверхность отклика описывается уравнением второго порядка [85, 86]:

$$\hat{y} = b_0 + \sum_{i=1}^K b_i x_i + \sum_{1 \leq i < j \leq K} b_{ij} x_i x_j + \sum_{i=1}^K b_{ii} x_i^2, \quad (3.1)$$

где \hat{y} - выборочная оценка изучаемой функции; b_0, b_i, b_{ij}, b_{ii} - выборочные коэффициенты регрессии (оценки для генеральных значений коэффициентов регрессии $\beta_0, \beta_i, \beta_{ij}, \beta_{ii}$); x_i, x_j - независимые переменные; K - общее число независимых переменных.

Коэффициенты уравнения регрессии рассчитывались на ЭВМ по стандартной программе – “Парный и многофакторный линейный и нелинейный многошаговый регрессионный анализ”.

Гипотеза об адекватности модели проверялась по критерию Фишера [86]:

$$F = \frac{S_{ad}^2}{S^2\{y\}}, \quad (3.2)$$

где S_{ad}^2 - остаточная дисперсия или дисперсия адекватности; $S^2\{y\}$ - дисперсия воспроизводимости.

Дисперсия адекватности S_{ad}^2 рассчитывалась по формуле [85, 86]:

$$S_{ad}^2 = \frac{\sum_{u=1}^N (\bar{y}_u - \hat{y}_u)^2}{N - \lambda}, \quad (3.3)$$

где \bar{y} - среднее значение отдельного наблюдения; \hat{y} - расчетное значение критерия по уравнению регрессии; n - число повторений данного опыта; N - общее число опытов; λ - число коэффициентов уравнения.

Дисперсия воспроизводимости определяется по формуле [85, 86]:

$$S^2\{y\} = \frac{\sum_1^N \sum_1^n (y_{uj} - \bar{y}_u)^2}{N(n-1)}, \quad (3.4)$$

где N - общее число опытов; n - число повторений данного опыта; y_{uj} - результаты отдельного наблюдения; y_u - среднее арифметическое значение критерия.

Значение критерия Фишера $F_{расч}$, полученное из уравнения (3.2), сравнивалось с табличным значением $F_{табл}$. Гипотеза об адекватности модели 2-го порядка считалась справедливой, если $F_{расч} < F_{табл}$. В противном случае модель не адекватна.

Для исключения грубых ошибок из экспериментальных результатов для каждой строки матрицы вычислялись дисперсии и проверялась гипотеза об их однородности по G -критерию Кохрена [7, 85]:

$$G = \frac{S_{u_{max}}^2}{\sum_{u=1}^N S_u^2}, \quad (3.5)$$

где S_u^2 - дисперсия для каждой u -й серии опытов ($u = 1, 2, \dots$); $S_{u_{max}}^2$ - максимальное значение дисперсии для данных наблюдений.

Дисперсию и среднее значение результатов наблюдений u -го опыта находили из следующих зависимостей

$$S_u^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n_u} (y_{ui} - \bar{y})^2}{(n_u - 1)}, \quad (3.6)$$

$$\bar{y}_u = \frac{\sum_{i=1}^{n_u} y_{ui}}{n_u}, \quad (3.7)$$

где y_{ui} - значение результатов наблюдений для отдельного опыта; n_u - число опытов.

Если $G < G_{табл}$ при выбранном уровне значимости и заданном общем числе серий опытов N и числе степени свободы $f = n - 1$, то гипотеза однородности дисперсии принималась. При нарушении данного неравенства ($G > G_{табл}$) гипотеза однородности дисперсии отвергалась.

После нахождения адекватной модели процесса АИШ, исследовалась поверхность отклика в окрестности оптимума методами аналитической геометрии и линейной алгебры, которые позволяют установить форму этой поверхности и наметить пути оптимизации данного процесса.

Исследование поверхности отклика начиналось с преобразования уравнения 2-го порядка в каноническую форму, т.е. с отыскания уравнения, характеризующего форму поверхности и позволяющего разделить все K -мерные поверхности отклика на имеющие экстремум, минимаксные, типа возрастающего возвышения (“гребня”) [85, 86].

Каноническое преобразование уравнения регрессии соответствует переходу от старой системы координат к новой путем переноса начала координат в экстремальную точку факторного пространства и поворота новых координатных осей относительно старых на определенный угол. После соответствующих преобразований [39, 85, 86, 207] уравнение (3.1) принимает канонический вид:

$$y - y_s = \sum_{i=1}^K \lambda_{ii} x_{ii}^2, \quad (3.8)$$

где y - текущее значение параметра оптимизации; y_s - значение параметра оптимизации в новом начале координат; λ_{ii} - коэффициенты уравнения регрессии при квадратичных членах в каноническом виде; x_{ii} - новые оси координат, имеющие новый центр и повернутые на некоторый определенный угол относительно старых осей.

Начало координат канонического уравнения совпадает с центром поверхности отклика и вычисляется решением системы уравнений, состоящих из частных производных, которые приравниваем нулю:

$$\begin{aligned} \frac{\partial y}{\partial x_1} &= 0 \\ \frac{\partial y}{\partial x_2} &= 0 \\ &\dots \\ \frac{\partial y}{\partial x_K} &= 0 \end{aligned} \quad (3.9)$$

Канонические коэффициенты λ_{ii} определялись решением ха-

стины; S - продольная подача.

3.2. ОПТИМИЗАЦИЯ ПАРАМЕТРОВ ПРОЦЕССА АЛМАЗНО-ИСКРОВОГО ШЛИФОВАНИЯ КОМПОЗИЦИИ “Т15К6-СТАЛЬ 45”

В технологическом процессе изготовления напайного твердосплавного инструмента, а также при его переточках в процессе эксплуатации пластина твердого сплава шлифуется совместно со стальным корпусом.

Отсутствие надежных технологических рекомендаций по выбору оптимальной характеристики алмазных кругов и соответствующих им режимов работы при шлифовании композиции “твердый сплав-сталь” снижает эффективность применения кругов из синтетических алмазов на металлической связке.

В связи с этим проведено исследование работоспособности алмазных кругов формы 12А2-45° с алмазами марки АС6 на металлической связке М1-01 при алмазно-искровом шлифовании по упругой схеме твердого сплава Т15К6 совместно со сталью 45.

Установленные особенности взаимодействия единичных алмазных зерен с твердым сплавом и композицией “твердый сплав-сталь”, а также установленные основные физические закономерности, позволяют выполнить оптимизацию работоспособности алмазных кругов при алмазно-искровом шлифовании. Для этого на основании результатов исследований [94, 143, 300] приняты уровни факторов и интервалы их варьирования табл. 3.1. При этом учитывались и технологические возможности оборудования. Матрица планирования и результаты экспериментов приведены в табл. 3.2.

Таблица 3.1

Обозначение факторов, уровней и интервалов их варьирования

Факторы	Давление P , МПа	Скорость V , м/с	Зернистость z , мкм	Концентрация K , %
Условное обозначение факторов	x_1	x_2	x_3	x_4
Нулевой уровень (0)	0,7	30	120(100/80)	100
Верхний уровень (+)	1,0	40	200(160/125)	150
Нижний уровень (-)	0,4	20	40(50/40)	50
Интервал варьирования	0,3	10	80	50

Таблица 3.2

Матрица планирования и результаты экспериментов при АИШ композиции
“твердый сплав Т15К6 – сталь 45”

№ опыта	Факторы				Значения параметров оптимизации		
	x_1	x_2	x_3	x_4	Q	q	C
1	-	-	-	-	195	1,67	13,74
2	-	-	-	+	255	5,14	13,95
3	-	-	+	-	474	2,04	9,89
4	-	-	+	+	544	5,25	10,74
5	-	+	-	-	169	1,70	15,26
6	-	+	-	+	174	4,36	16,41
7	-	+	+	-	230	1,82	13,39
8	-	+	+	+	205	3,59	14,53
9	+	-	-	-	605	2,06	9,13
10	+	-	-	+	459	5,79	12,16
11	+	-	+	-	1285	3,08	10,79
12	+	-	+	+	1265	3,94	6,97
13	+	-	-	-	880	2,03	8,17
14	+	+	-	+	723	5,43	10,13
15	+	+	+	-	702	1,02	5,55
16	+	+	+	+	974	2,73	5,67
17	+	0	0	0	779	1,80	5,59
18	-	0	0	0	370	2,43	9,10
19	0	+	0	0	574	1,91	6,45
20	0	-	0	0	718	2,72	7,37
21	0	0	+	0	762	2,65	7,13
22	0	0	-	0	414	4,75	12,90
23	0	0	0	+	763	4,09	8,30
24	0	0	0	-	343	1,54	9,67

Реализация плана, близкого к D -оптимальному (B_4), позволила получить математическую модель параметра оптимизации в виде следующих уравнений регрессии:

$$\begin{aligned}
 & - \text{ для производительности } Q = 666 + 86,7 \cdot x_1 - 95,5 \cdot x_2 + \\
 & + 90 \cdot x_3 + 9,5 \cdot x_4 - 12,1 \cdot x_1 \cdot x_2 - 2,925 \cdot x_1 \cdot x_3 - \\
 & - 16,7 \cdot x_1 \cdot x_4 - 44,2 \cdot x_2 \cdot x_3 + 7,44 \cdot x_2 \cdot x_4 + 30,7 \cdot x_3 \cdot x_4 - 90,5 \cdot x_1^2 - \\
 & - 19,5 \cdot x_2^2 - 77,5 \cdot x_3^2 - 112,5 \cdot x_4^2; \quad (3.14)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & - \text{ для относительного расхода алмазов } q = 2,74 - 0,468 \cdot x_1 - \\
 & - 0,449 \cdot x_2 - 0,165 \cdot x_3 + 1,07 \cdot x_4 - 0,119 \cdot x_1 \cdot x_2 -
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& - 0,031 \cdot x_1 \cdot x_2 - 0,342 \cdot x_1 \cdot x_4 + 0,175 \cdot x_2 \cdot x_3 - \\
& - 0,133 \cdot x_2 \cdot x_4 + 0,022 \cdot x_3 \cdot x_4 - 0,65 \cdot x_1^2 - 0,432 \cdot x_2^2 + \\
& + 0,957 \cdot x_3^2 + 0,065 \cdot x_4^2; \tag{3.15}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& - \text{ для удельной себестоимости обработки } C = 7 - 2,143 \cdot x_1 + \\
& + 0,371 \cdot x_2 - 1,427 \cdot x_3 + 0,115 \cdot x_4 + 0,327 \cdot x_1 \cdot x_3 - \\
& - 0,094 \cdot x_1 \cdot x_4 + 0,408 \cdot x_2 \cdot x_3 + 0,116 \cdot x_2 \cdot x_4 - \\
& - 0,332 \cdot x_3 \cdot x_4 - 0,062 \cdot x_1^2 - 0,714 \cdot x_1 \cdot x_2 + 2,988 \cdot x_3^2 + \\
& + 1,188 \cdot x_4^2 - 0,117 \cdot x_2^2. \tag{3.16}
\end{aligned}$$

Адекватность уравнений регрессии проверялась по F - критерию Фишера, статистические характеристики уравнений представлены в табл. 3.3.

Таблица 3.3

Статистические характеристики уравнений регрессии

Параметр оптимизации	Дисперсия адекватности $S_{ад}^2$	Дисперсия воспроизводимости $S^2\{y\}$	Значение F - критерия Фишера	
			расчетное	табличное
Q	17027	7700	2,2	2,3
q	0,763	1,113	0,685	2,3
C	3,2928	3,2988	0,998	2,3

Статистический контроль выборочных дисперсий по критерию Кохрена показал, что они однородны.

Гипотезу об адекватности моделей 2-го порядка можно считать справедливой, так как расчетные значения критерия Фишера $F_{расч} < F_{табл}$. Таким образом, найденные уравнения (3.14), (3.15) и (3.16) являются адекватными моделями исследуемого процесса АИШ.

Наиболее обобщенным параметром оптимизации является удельная себестоимость обработки, определяемая уравнением регрессии (3.16). Зависимости (3.14) и (3.15) позволяют проанализировать процесс шлифования и объяснить физический смысл закономерностей, описанных уравнениями (3.14) и (3.15). Для определения оптимального значения критерия оптимизации C необходимо найти координаты центра поверхности отклика, описанной уравнением (3.16).

Центр поверхности отклика определяли решением системы уравнений (3.9). Расчеты показали, что центр найденной поверхности отклика лежит за пределами принятых интервалов варьирования. По-

этому одно из минимальных значений удельной себестоимости обработки, обеспечивающей наибольшую производительность, определялось методом перебора на ЭВМ и составило $5,02 \text{ коп/см}^3$. При этом значения уровней факторов равны: $x_1=1$, $x_2=-1$, $x_3=0$, $x_4=0$ ($P=1,0$ МПа, $V=20$ м/с, $z=100/80$ мкм, $K=100\%$).

Анализ влияния режимов алмазно-искрового шлифования и характеристик кругов на работоспособность торцовых алмазных кругов наиболее удобно выполнять с помощью двумерных сечений поверхности отклика и однофакторных зависимостей [7, 39, 85, 86, 207]. В качестве примера рассмотрим исследование поверхностей отклика, описываемых зависимостями $C = f(P, V)$ и $Q = f(P, V)$. В дальнейшем остальные поверхности отклика исследовались аналогично. Исследование поверхности отклика начиналось с преобразования уравнений (3.14) и (3.16) в каноническую форму и определения уравнений, характеризующих форму поверхностей отклика при фиксированных значениях $x_3 = x_4 = 0$. Каноническая форма уравнений (3.14) и (3.16), полученная с помощью ЭВМ в плоскости x_1x_2 при $x_3=0$ и $x_4=0$ имеет вид:

$$C = 4,68 + 0,28 \cdot \tilde{x}_1^2 - 0,46 \cdot \tilde{x}_2^2, \quad (3.17)$$

$$Q = 821 - 91 \cdot \tilde{x}_1^2 - 19 \cdot \tilde{x}_2^2, \quad (3.18)$$

Анализ канонического уравнения (3.17) показывает, что поверхность отклика представляет собой гиперболический параболоид, т.к. знаки у коэффициентов при x_1 , x_2 - противоположные. Для поверхностей типа минимакса особая точка не является оптимальной. В сечениях поверхности отклика $C = f(P, V)$ плоскостями, параллельными координатным осям \tilde{x}_1 и x_2 , получаются гиперболы, а в центре поверхности отклика – минимакс (рис. 3.1).

Анализ канонического уравнения (3.18) показывает, что поверхность отклика $Q = f(P, V)$ - эллиптический параболоид [85, 86], т.к. знаки у коэффициентов при \tilde{x}_1 и \tilde{x}_2 одинаковые. В сечении поверхности отклика плоскостями, параллельными координатным осям \tilde{x}_1 и \tilde{x}_2 , будет эллипс, а в центре поверхности отклика – максимум (рис. 3.1).

Углы поворота осей определялись по формуле (3.12): для $C - \alpha = 42^\circ 48'$, $Q - \alpha = 4^\circ 50'$.

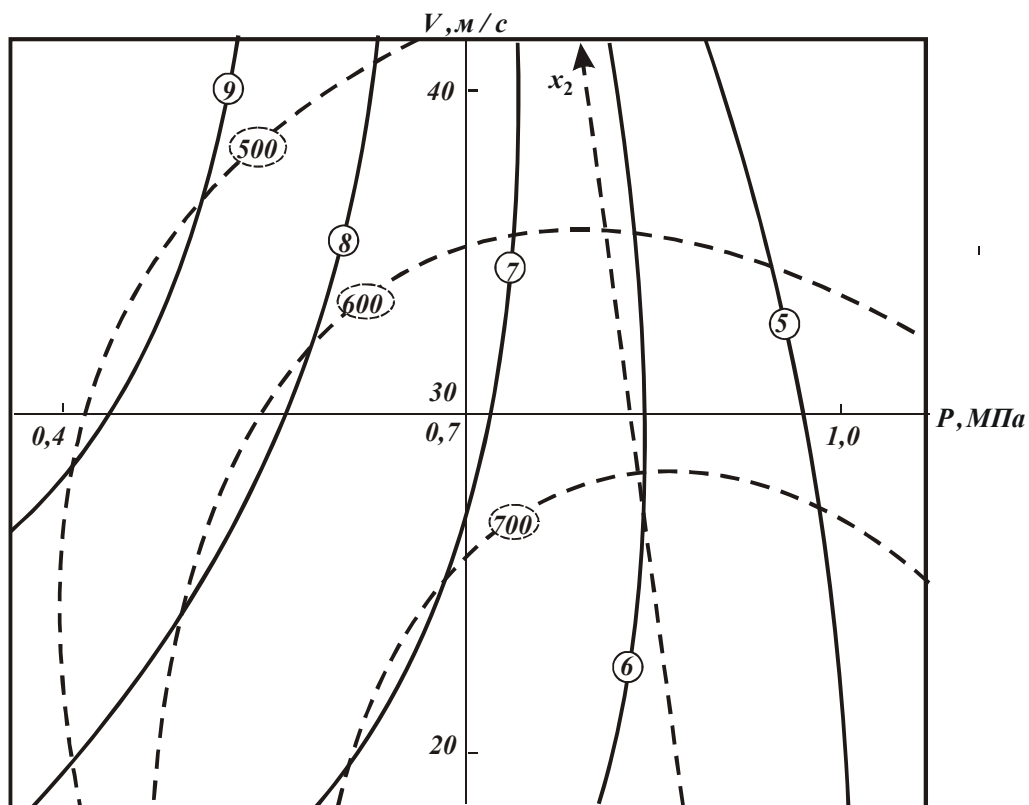


Рис. 3.1. Двухмерные сечения поверхности отклика $Q = f(P, V)$, $C = f(P, V)$: - - - линии равной производительности; — линии равной удельной себестоимости обработки. Условия расчета: $z = 100/80$ мкм; $K = 100\%$; обрабатываемый материал – Т15К6-сталь 45.

Двухмерные сечения поверхности отклика $Q = f(P, V)$ и $C = f(P, V)$ (рис. 3.1) позволяют выбирать различные сочетания режимов алмазно-искрового шлифования для получения заданной производительности, сбалансированной с удельной себестоимостью обработки. Например, производительность, равную $600 \text{ мм}^3/\text{мин}$ можно получить при скорости, равной $35,8 \text{ м/с}$ и давлении $P = 0,58 \text{ МПа}$. При этом соответственно получим удельную себестоимость обработки $7,25 \text{ коп/см}^3$ и $8,09 \text{ коп/см}^3$. Варьирование режимами шлифования дает возможность более рационально использовать технологические возможности оборудования с учетом получения заданной производительности при минимальной удельной себестоимости обработки.

Характер расположения линий равного отклика позволяет оценить влияние нормального давления и скорости резания на производительность и удельную себестоимость обработки. По мере повышения нормального давления увеличивается производительность, т.к. возрастает глубина внедрения алмазных зерен в обрабатываемый материал. Увеличение производительности приводит к снижению удельной себестоимости, поскольку интенсивность съема материала

опережает рост износа круга. Повышение скорости резания уменьшает производительность обработки и незначительно увеличивает удельную себестоимость обработки (рис. 3.1).

Характер изменения производительности можно объяснить следующим образом. При обработке твердого сплава совместно со сталью стальная стружка, срезаемая алмазными зернами, приближается к сливной и интенсивно заполняет межзеренное пространство в отличие от твердого сплава, при шлифовании которого образуется мелкоэлементная стружка, состоящая из отдельных слабо связанных карбидов. Увеличение скорости резания уменьшает время мгновенного контакта обрабатываемой поверхности и алмазного круга, что снижает интенсивность воздействия импульсных разрядов на режущую поверхность круга. В результате режущая поверхность круга плохо очищается от налипшей стали и производительность процесса уменьшается. Повышение скорости резания приводит к более интенсивному разрушению субмикроромок алмазных зерен и образованию на режущей части алмазных зерен площадок износа. Интенсивному разрушению субмикроромок способствует и высокая температура в зоне резания, а также адгезионные и диффузионные явления в зоне контакта одной из составляющих композиций (стали) и алмаз-

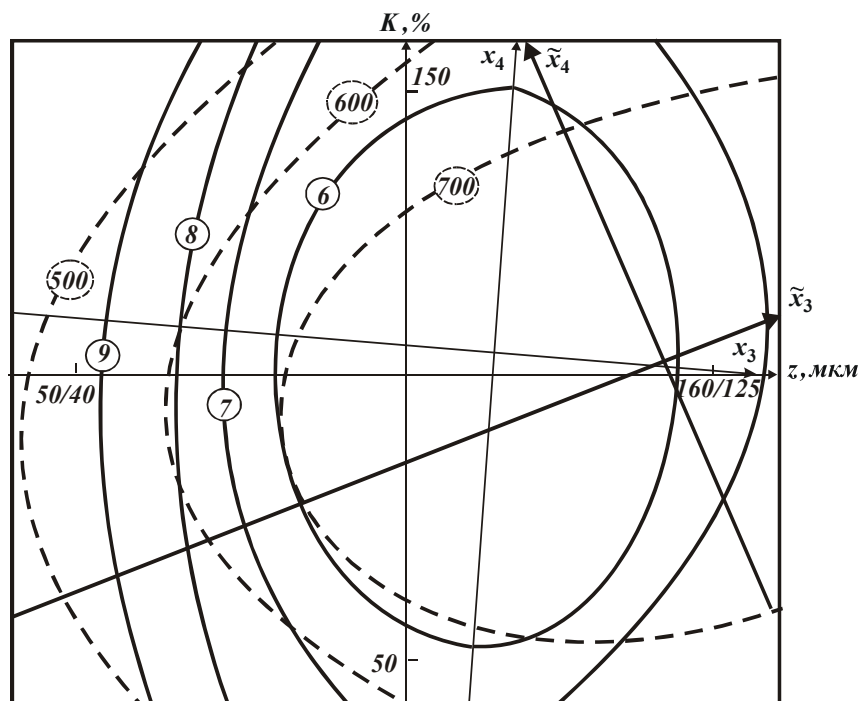


Рис. 3.2. Двухмерные сечения поверхности отклика $Q = f(z, K)$ и $C = f(z, K)$: - - - линии равной производительности; — линии равной удельной себестоимости. Условия расчета: $P = 1,0$ МПа; $V = 20$ м/с; обрабатываемый материал – Т15К6 – сталь 45.

ного круга. Уменьшение производительности алмазно-искрового шлифования с увеличением скорости резания приводит к повышению удельной себестоимости обработки.

Двухмерные сечения поверхности отклика $Q = f(z, K)$ и $C = f(z, K)$ (рис. 3.2) позволяют выбирать различные сочетания ха-

рактик алмазных кругов для получения заданной производительности с соответствующей ей удельной себестоимостью обработки. Характер расположения линии равного отклика (рис. 3.2), а также однофакторные зависимости свидетельствуют о сложном влиянии зернистости и концентрации на работоспособность кругов при алмазно-искровом шлифовании твердого сплава совместно со стальной державкой. С увеличением зернистости производительность процесса возрастает. Относительный расход и удельная себестоимость при увеличении зернистости до 100/80 уменьшаются, а при дальнейшем возрастании зернистости до 160/125 повышаются, причем, удельная себестоимость обработки и относительный расход алмазов при малой зернистости 50/40 больше, чем при зернистости 160/125 (рис. 3.4,в; рис. 3.5,в). По мере уменьшения зернистости уменьшается межэлектродный зазор, ухудшается прокачка охлаждающей жидкости и затрудняется удаление стружки жидкостью из зоны резания, усиливаются электроэрозионные и электроконтактные явления. Увеличение температуры в зоне резания, в результате этого, а также за счет адгезии между сталью и алмазными зернами усиливает износ круга и снижает производительность процесса. С увеличением размера зерна растет сила, вызывающая его разрушение. Более крупные зерна имеют большую площадь контакта со связкой и лучше удерживаются. Изменение зернистости кругов выше 100/80 в условиях алмазно-искрового шлифовании твердого сплава совместно со сталью приводит к тому, что рост толщины единичного среза, а, следовательно, и силы, приходящейся на каждое зерно, опережает увеличение размеров зерна. Поэтому зерна у крупнозернистых кругов изнашиваются в основном вследствие их сколов и дробления. Этим можно объяснить рост удельного расхода алмазов и удельной себестоимости обработки при работе кругами зернистостью 100/80.

Влияние концентрации на работоспособность алмазных кругов объясняется количественным фактором (числом зерен). Повышение концентрации увеличивает интенсивность воздействия алмазных зерен на обрабатываемую поверхность и уменьшает число импульсных разрядов в процессе шлифовании. Уменьшение производительности при увеличении концентрации свыше 100% связано с тем, что в результате преобладающего влияния количественного фактора режущая способность круга менее интенсивно восстанавливается под воздействием импульсных разрядов. Характер влияния концентрации алмазов в круге на удельную себестоимость обработки такой же, как

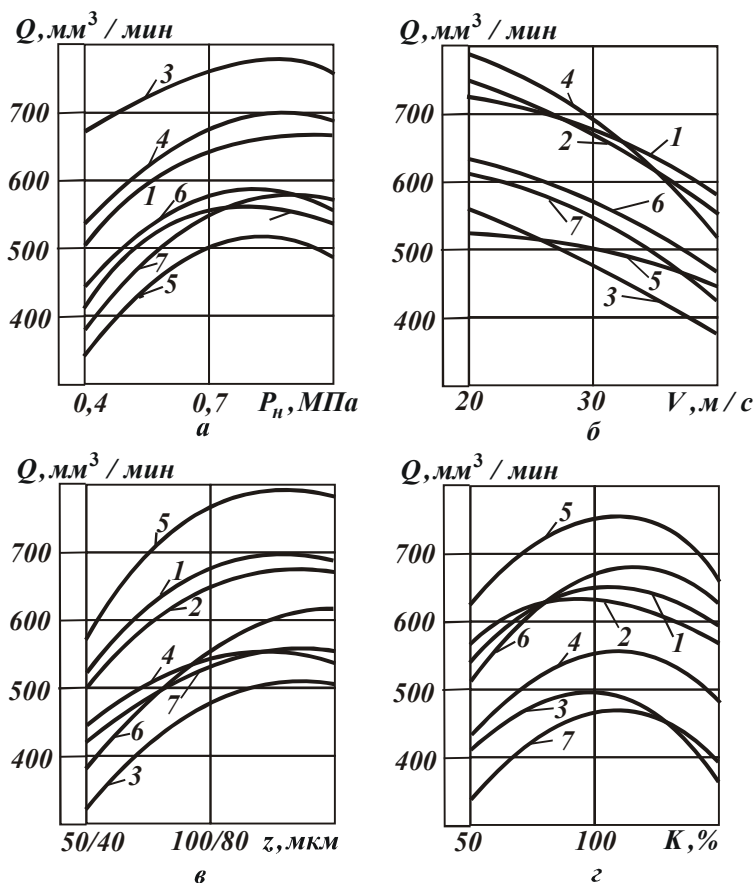


Рис. 3.3. Зависимости производительности обработки Q от условий алмазного шлифования композиции “Т15К6 – сталь 45”.

нормальными нагрузками.

Исследование работоспособности алмазных кругов формы 12А2-45° с алмазами марки АС6 на металлической связке М1-01 при алмазно-искровом шлифовании твердого сплава Т15К6 совместно со сталью 45 позволило установить следующие оптимальные условия обработки: $P=1,0$ МПа, $V=20$ м/с; $z=120$ (100/80) мкм; $K=100\%$.

Анализ влияния исследуемых факторов на работоспособность алмазных кругов позволил выявить некоторые особенности алмазно-искрового шлифования композиции “твердый сплав - сталь”. Это относится к зависимости $Q = f(V)$, имеющей монотонно-убывающий вид, и к зависимостям $Q = f(z)$, $Q = f(K)$, имеющим экстремальный характер. Основной причиной таких зависимостей является неоднозначное влияние импульсного тока на режущую способность алмазных кругов при изменении V , z и K . В целом алмазно-искровое шлифование является эффективным способом обработки и обеспечивает высокую работоспособность алмазных кругов на металлической связке при обработке композиции “Т15К6-сталь45”.

и зернистости круга, но концентрация алмазов в круге влияет на удельную себестоимость меньше, чем зернистость (рис. 3.5,г). Износ и относительный расход алмазов в круге с повышением концентрации увеличивается однозначно. Анализ работоспособности алмазных кругов в зависимости от концентрации показывает, что наиболее рационально использовать круги со 100% концентрацией алмазов в круге. Круги с высокой концентрацией алмазов целесообразно применять в случаях шлифования с большими

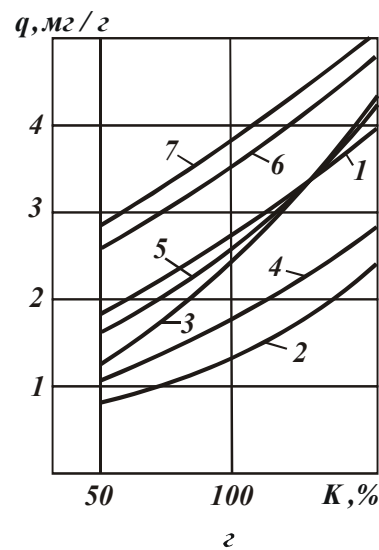
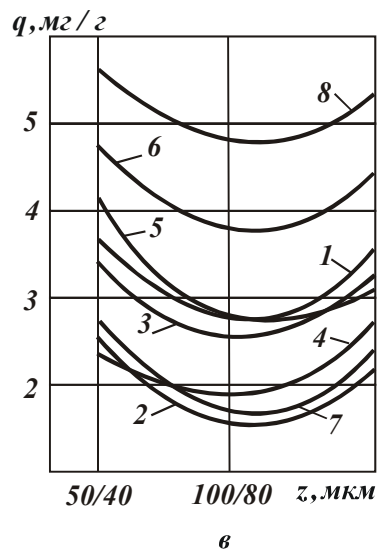
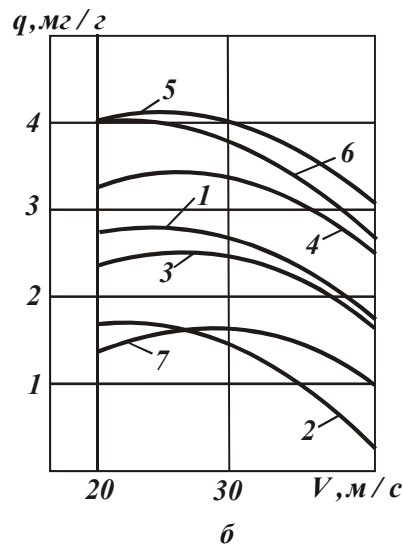
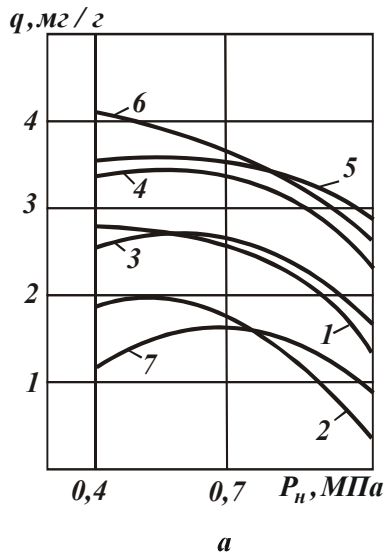


Рис. 3.4. Зависимости удельного расхода алмазов q от условий алмазного шлифования композиции “Т15К6 – сталь 45”.

3.3,б; рис. 3.4,б; рис. 3.5,б) получены для следующих условий обработки: 1 - $P = 0,7$ МПа, $z = 100/80$ мкм, $K = 100\%$; 2 - $P = 1,0$ МПа, $z = 100/80$ мкм, $K = 100\%$; 3 - $P = 0,4$ МПа, $z = 100/80$ мкм, $K = 100\%$; 4 - $P = 0,7$ МПа, $z = 160/125$ мкм, $K = 100\%$; 5 - $P = 0,7$ МПа, $z = 50/40$ мкм, $K = 100\%$; 6 - $P = 0,7$ МПа, $z = 100/80$ мкм, $K = 150\%$; 7 - $P = 0,7$ МПа, $z = 100/80$ мкм, $K = 50\%$.

Зависимости Q , q и C от зернистости алмазного круга z (рис. 3.3,в; рис. 3.4,в; рис. 3.5,в) получены для следующих условий обработки: 1 - $P = 0,7$ МПа, $V = 30$ м/с, $K = 100\%$; 2 - $P = 1,0$ МПа, $V = 30$ м/с, $K = 100\%$; 3 - $P = 0,4$ МПа, $V = 30$ м/с, $K = 100\%$; 4 - $P = 0,7$ МПа, $V = 40$ м/с, $K = 100\%$; 5 - $P = 0,7$ МПа, $V = 20$ м/с, $K =$

Зависимости Q , q и C от нормального давления P (рис. 3.3,а; рис. 3.4,а; рис. 3.5,а) получены для следующих условий обработки: 1 - $V = 30$ м/с, $z = 100/80$ мкм, $K = 100\%$; 2 - $V = 40$ м/с, $z = 100/80$ мкм, $K = 100\%$; 3 - $V = 20$ м/с, $z = 100/80$ мкм, $K = 100\%$; 4 - $V = 30$ м/с, $z = 160/125$ мкм, $K = 100\%$; 5 - $V = 30$ м/с, $z = 50/40$ мкм, $K = 100\%$; 6 - $V = 30$ м/с, $z = 100/80$ мкм, $K = 150\%$; 7 - $V = 30$ м/с, $z = 100/80$ мкм, $K = 50\%$.

Зависимости Q , q и C от скорости резания V (рис.

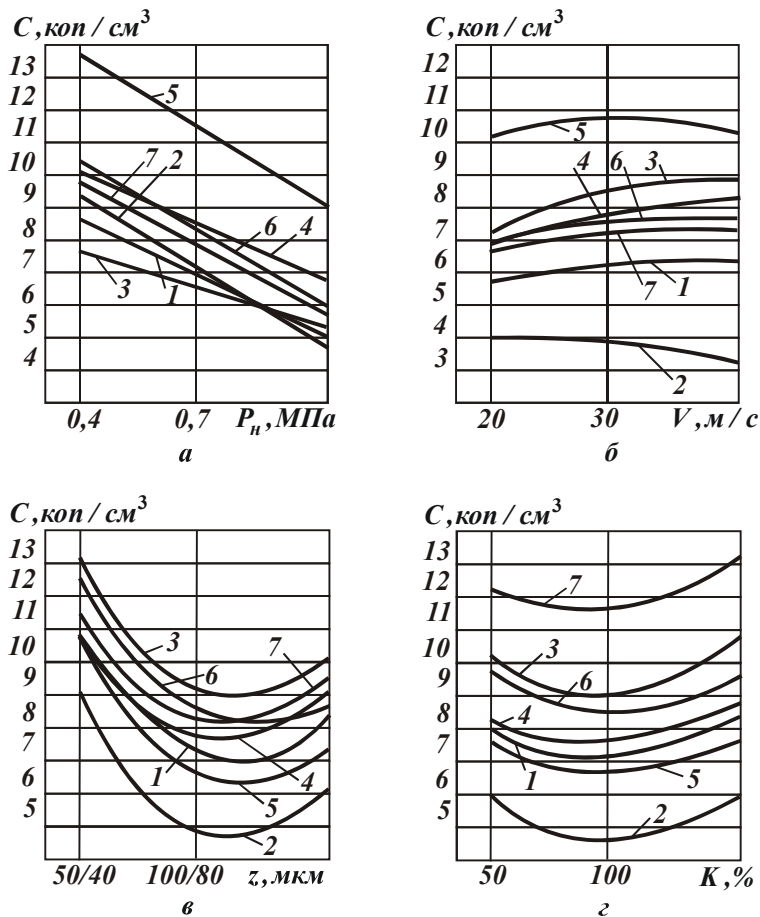


Рис. 3.5. Зависимости удельной себестоимости обработки C от условий алмазного шлифования композиции “Т15К6 – сталь 45”.

МПа, $V = 30$ м/с, $z = 50/40$ мкм.

3.3. ОПТИМИЗАЦИЯ ПАРАМЕТРОВ ПРОЦЕССА АЛМАЗНО-ИСКРОВОГО ШЛИФОВАНИЯ КОМПОЗИЦИИ “ТН-20 – СТАЛЬ 45”

Исследование работоспособности алмазных кругов в процессе алмазно-искрового шлифования резцов из безвольфрамового твердого сплава ТН-20 совместно со стальной державкой выполнялось с применением методики многофакторного планирования экспериментов, изложенной в параграфе 3.1. Как показали результаты исследования процесса микрорезания и основных закономерностей АИШ, шлифование безвольфрамового твердого сплава целесообразно проводить с большими толщинами срезов и нормальным давлением. Поэтому факторное пространство для реализации плана эксперимента выбирали с учетом имеющихся в литературе [94, 143, 296, 300] сведений о шлифовании безвольфрамового твердого сплава композиции “твердый сплав - сталь”.

100%; 6 - $P = 0,7$ МПа, $V = 30$ м/с, $K = 150\%$; 7 - $P = 0,7$ МПа, $V = 30$ м/с, $K = 50\%$.

Зависимости Q , q и C от концентрации алмазного круга K (рис. 3.3,г; рис. 3.4,г; рис. 3.5,г) получены для следующих условий обработки: 1 - $P = 0,7$ МПа, $V = 30$ м/с, $z = 100/80$ мкм; 2 - $P = 1,0$ МПа, $V = 30$ м/с, $z = 100/80$ мкм; 3 - $P = 0,4$ МПа, $V = 30$ м/с, $z = 100/80$ мкм; 4 - $P = 0,7$ МПа, $V = 40$ м/с, $z = 100/80$ мкм; 5 - $P = 0,7$ МПа, $V = 20$ м/с, $z = 100/80$ мкм; 6 - $P = 0,7$ МПа, $V = 30$ м/с, $z = 160/125$ мкм; 7 - $P = 0,7$

Таблица 3.4

Обозначение факторов, уровней и интервалов их варьирования

Факторы	Давление P , МПа	Скорость резания V , м/с	Зернистость z , мкм	Концентрация K , %
Условное обозначение факторов	x_1	x_2	x_3	x_4
Нулевой уровень (0)	1,0	30	120(100/80)	100
Верхний уровень (+)	1,3	40	200(160/125)	150
Нижний уровень (-)	0,7	20	40(50/40)	50
Интервал варьирования	0,3	10	80	50

Таблица 3.5

Матрица планирования и результаты экспериментов при АИШ композиции "твердый сплав ТН-20 – сталь 45"

№ опыта	Факторы				Значения параметров оптимизации		
	x_1	x_2	x_3	x_4	Q	q	C
1	-	-	-	-	277	15,80	40,12
2	-	-	-	+	310	21,81	27,24
3	-	-	+	-	375	9,86	25,73
4	-	-	+	+	412	14,66	18,74
5	-	+	-	-	289	7,00	21,00
6	-	+	-	+	293	6,41	12,16
7	-	+	+	-	365	4,16	13,56
8	-	+	+	+	532	9,46	12,60
9	+	-	-	-	464	15,85	37,73
10	+	-	-	+	392	7,02	11,27
11	+	-	+	-	520	3,88	11,60
12	+	-	+	+	675	11,19	13,68
13	+	+	-	-	526	14,86	35,14
14	+	+	-	+	383	3,62	8,02
15	+	+	+	-	864	6,43	15,86
16	+	+	+	+	979	9,44	11,16
17	+	0	0	0	958	6,14	10,14
18	-	0	0	0	735	6,28	11,05
19	0	+	0	0	530	7,42	12,75
20	0	-	0	0	515	10,82	17,23
21	0	0	+	0	585	8,06	12,80
22	0	0	-	0	462	12,17	18,65
23	0	0	0	+	603	6,51	9,03
24	0	0	0	-	456	4,81	13,56

В качестве параметра оптимизации принята удельная себестоимость обработки C [299]. Переменные факторы и уровни их варьирования приведены в табл. 3.4, матрица планирования и результаты экспериментов показаны в табл. 3.5.

В процессе исследования использовались алмазные круги формы 12А2-45° на металлической связке М1-01. Коэффициенты уравнений регрессии рассчитаны на ЭВМ по формуле:

$$B = (X^1 X) X Y, \quad (3.19)$$

где B - вектор коэффициентов регрессии; X - матрица планирования; Y - вектор наблюдений результатов экспериментов.

Получены следующие уравнения:

$$Q = 648 + 118,5 \cdot x_1 - 45,6 \cdot x_2 + 106,2 \cdot x_3 + 24,6 \cdot x_4 + \\ + 37,3 \cdot x_1 \cdot x_2 + 47,4 \cdot x_1 \cdot x_3 - 14,1 \cdot x_1 \cdot x_4 + \\ + 44,4 \cdot x_2 \cdot x_3 - 0,625 \cdot x_2 \cdot x_4 + 40,8 \cdot x_3 \cdot x_4 + 18,55 \cdot x_1^2 - \\ - 125,45 \cdot x_2^2 - 9,45 \cdot x_3^2 - 53,45 \cdot x_4^2; \quad (3.20)$$

$$q = 7 - 0,943 \cdot x_1 - 2,336 \cdot x_2 - 1,520 \cdot x_3 + 0,413 \cdot x_4 - \\ - 0,796 \cdot x_1^2 + 2,114 \cdot x_2^2 + 3,109 \cdot x_3^2 - 1,346 \cdot x_4^2 + \\ + 1,972 \cdot x_1 \cdot x_2 + 0,157 \cdot x_1 \cdot x_3 - 1,582 \cdot x_1 \cdot x_4 + 1,158 \cdot x_2 \cdot x_3 + \\ + 0,803 \cdot x_2 \cdot x_4 + 2,289 \cdot x_3 \cdot x_4; \quad (3.21)$$

$$C = 10,961 - 1,533 \cdot x_1 - 3,394 \cdot x_2 - 4,2 \cdot x_3 - 5,023 \cdot x_4 - \\ - 0,369 \cdot x_1^2 + 4,026 \cdot x_2^2 + 4,761 \cdot x_3^2 + 0,331 \cdot x_4^2 + \\ + 3,026 \cdot x_1 \cdot x_2 - 1,658 \cdot x_1 \cdot x_4 + 1,467 \cdot x_2 \cdot x_3 + \\ + 0,164 \cdot x_2 \cdot x_4 + 4,046 \cdot x_3 \cdot x_4 - 0,623 \cdot x_1 \cdot x_3. \quad (3.22)$$

Данные модели процесса шлифования (3.20)...(3.22) адекватно описывают его, что установлено проверкой по критерию Фишера.

Для нахождения оптимума по критерию оптимизации необходимо найти центр поверхности отклика, описанной уравнением (3.21). Он может быть определен решением системы уравнений:

$$\frac{\partial c}{\partial x_1} = 0, \quad \frac{\partial c}{\partial x_2} = 0, \quad \frac{\partial c}{\partial x_3} = 0, \quad \frac{\partial c}{\partial x_4} = 0.$$

На основании проведенных расчетов установлено, что центр найденной поверхности отклика обобщенного параметра оптимизации лежит за пределами принятых интервалов варьирования факторов. Минимальное значение удельной себестоимости определено методом перебора на ЭВМ и составило 2,71 коп/см³.

При этом производительность обработки равна $742 \text{ мм}^3/\text{мин}$, а относительный расход алмазов в круге составляет $2,75 \text{ мг/г}$. Оптимальные условия алмазно-искрового шлифования следующие: $P = 1,3 \text{ МПа}$; $V = 30 \text{ м/с}$; $z = 125/100 \text{ мкм}$; $K = 150\%$.

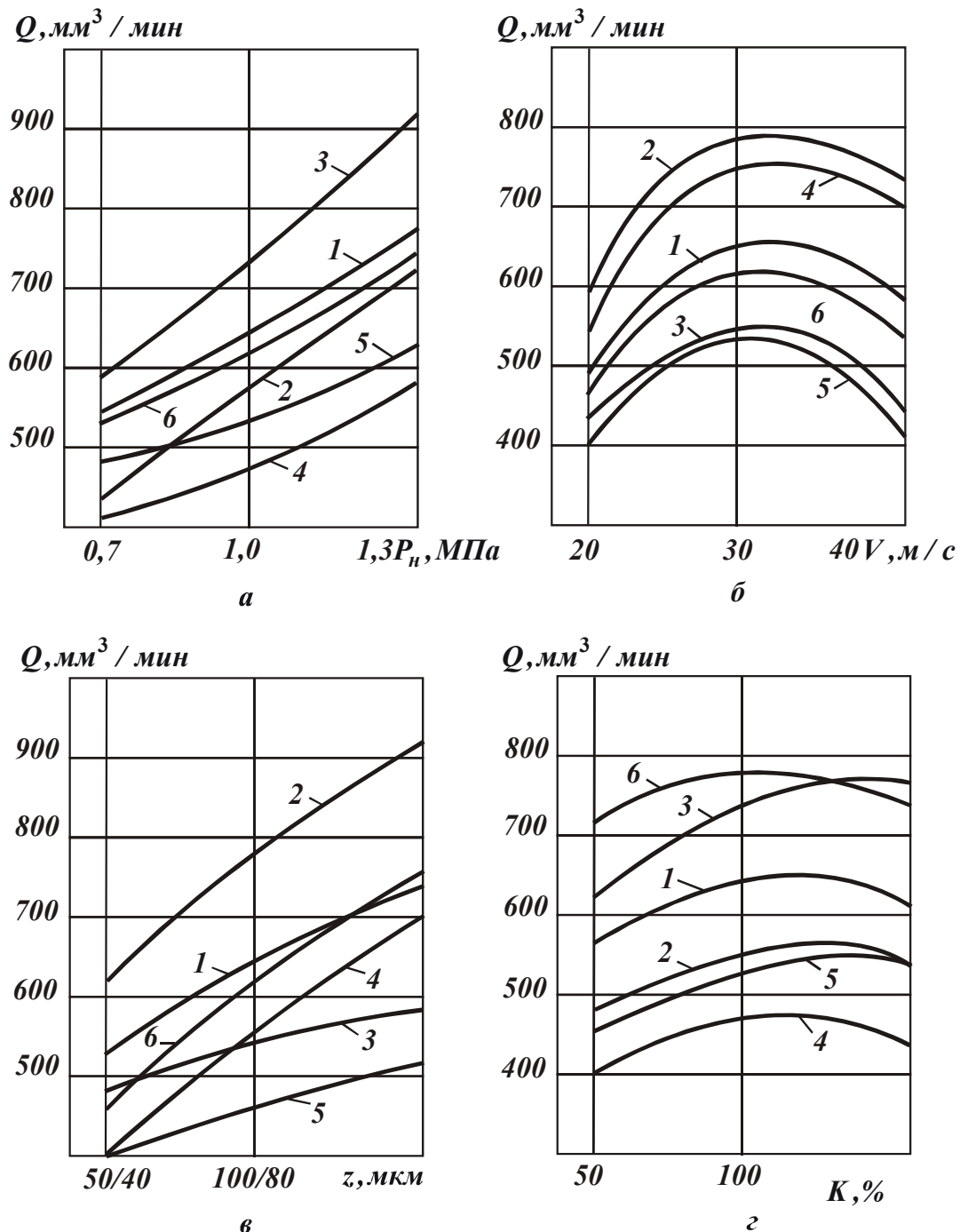


Рис. 3.6. Зависимости производительности обработки Q от условий алмазного шлифования композиции “ТН-20 – сталь 45”.

Зависимости Q , q и C от нормального давления P (рис. 3.6,а; рис. 3.7,а; рис. 3.8,а) получены для следующих условий обработки: 1 - $V = 30 \text{ м/с}$, $z = 100/80 \text{ мкм}$, $K = 100\%$; 2 - $V = 40 \text{ м/с}$, $z = 100/80 \text{ мкм}$, $K = 100\%$; 3 - $V = 30 \text{ м/с}$, $z = 160/125 \text{ мкм}$, $K = 100\%$;

4 - $V = 20$ м/с, $z = 100/80$ мкм, $K = 100\%$; 5 - $V = 30$ м/с, $z = 50/40$ мкм, $K = 100\%$; 6 - $V = 30$ м/с, $z = 100/80$ мкм, $K = 150\%$.

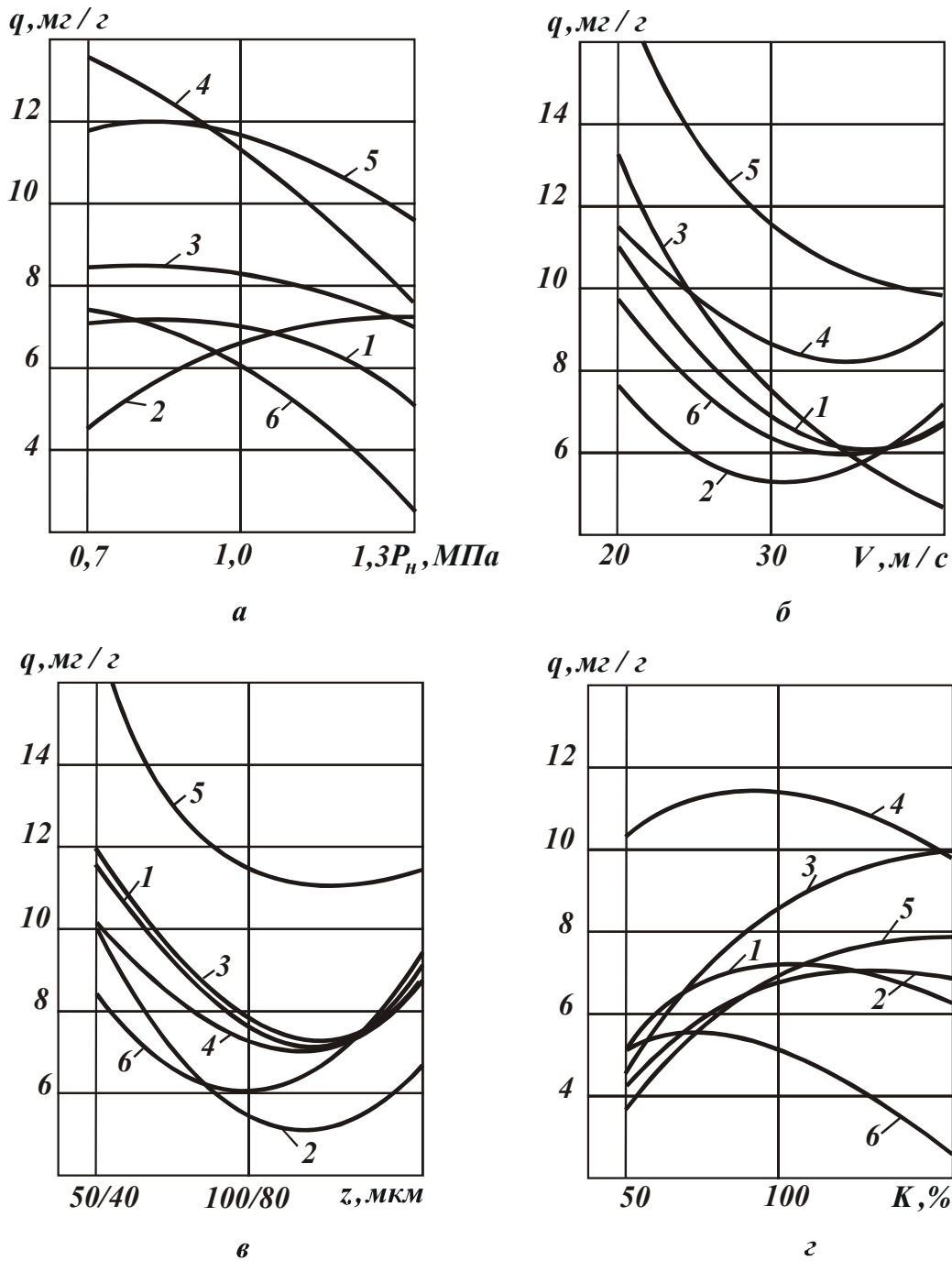


Рис. 3.7. Зависимости удельного расхода алмазов q от условий алмазного шлифования композиции “ТН-20 – сталь 45”.

Зависимости Q , q и C от скорости резания V (рис. 3.6,б; рис. 3.7,б; рис. 3.8,б) получены для следующих условий обработки: 1 - $P = 1,0$ МПа, $z = 100/80$ мкм, $K = 100\%$; 2 - $P = 1,3$ МПа, $z = 100/80$ мкм, $K = 100\%$; 3 - $P = 0,7$ МПа, $z = 100/80$ мкм, $K = 100\%$; 4 - $P = 1,0$ МПа, $z = 160/125$ мкм, $K = 100\%$; 5 - $P = 1,0$ МПа, $z = 50/40$ мкм, $K = 100\%$; 6 - $P = 1,0$ МПа, $z = 100/80$ мкм, $K = 150\%$.

Зависимости Q , q и C от зернистости алмазного круга z (рис. 3.6,в; рис. 3.7,в; рис. 3.8,в) получены для следующих условий обработки: 1 - $P=1,0$ МПа, $V=30$ м/с, $K=100\%$; 2 - $P=1,3$ МПа, $V=30$ м/с, $K=100\%$; 3 - $P=0,7$ МПа, $V=30$ м/с, $K=100\%$; 4 - $P=1,0$ МПа, $V=40$ м/с, $K=100\%$; 5 - $P=1,0$ МПа, $V=20$ м/с, $K=100\%$; 6 - $P=1,0$ МПа, $V=30$ м/с, $K=150\%$.

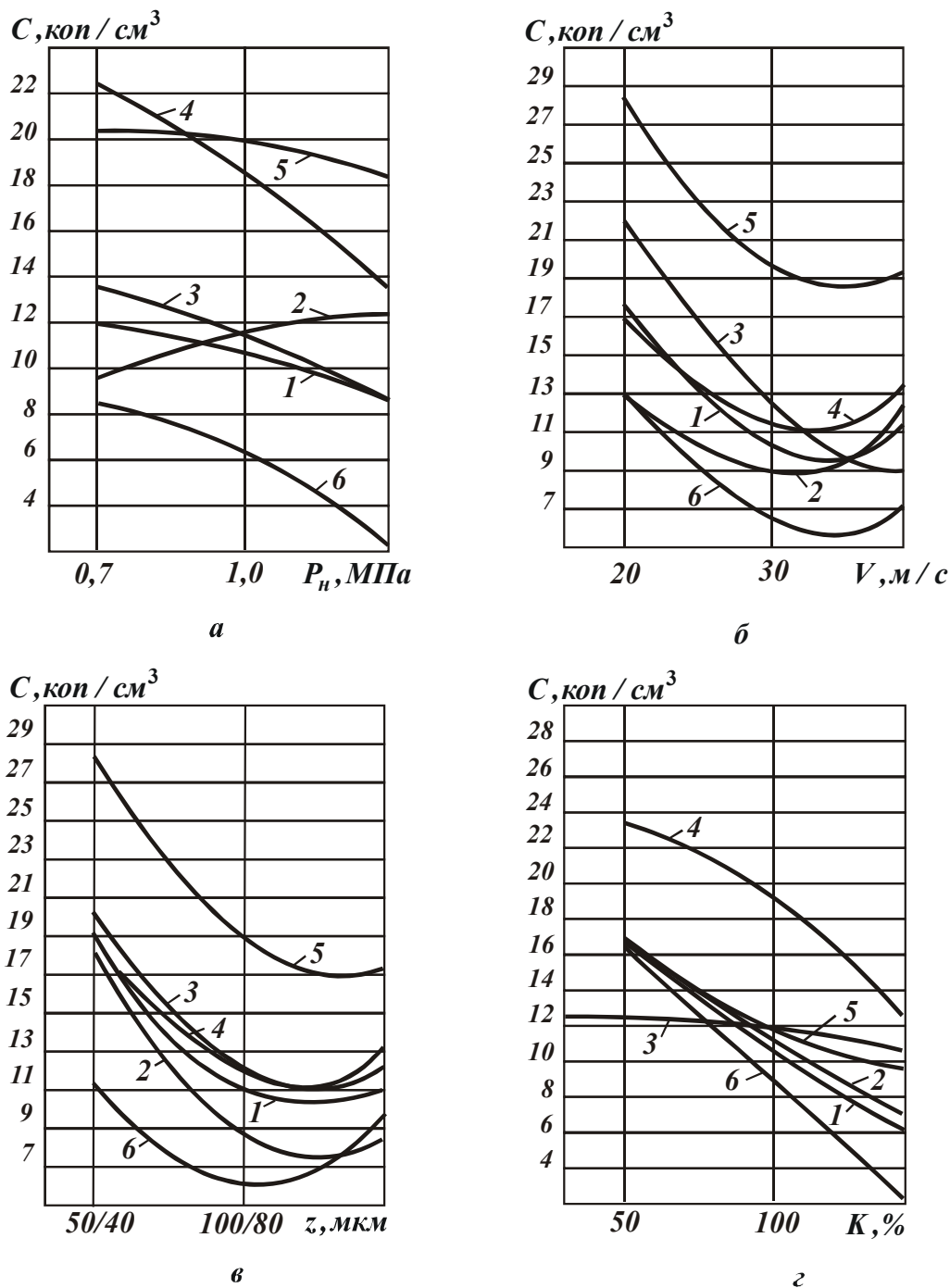


Рис. 3.8. Зависимости удельной себестоимости обработки C от условий алмазного шлифования композиции “ТН-20 – сталь 45”.

Зависимости Q , q и C от концентрации алмазного круга K (рис. 3.6,г; рис. 3.7,г; рис. 3.8,г) получены для следующих условий

обработки: 1 - $P = 1,0$ МПа, $V = 30$ м/с, $z = 100/80$ мкм; 2 - $P = 1,0$ МПа, $V = 40$ м/с, $z = 100/80$ мкм; 3 - $P = 1,0$ МПа, $V = 30$ м/с, $z = 160/125$ мкм; 4 - $P = 1,0$ МПа, $V = 20$ м/с, $z = 100/80$ мкм; 5 - $P = 0,7$ МПа, $V = 30$ м/с, $z = 100/80$ мкм; 6 - $P = 1,3$ МПа, $V = 30$ м/с, $z = 100/80$ мкм.

Анализ влияния режимов шлифования и характеристик кругов на работоспособность торцовых алмазных кругов осуществлен с помощью однофакторных зависимостей (рис. 3.6, рис. 3.7, рис. 3.8), получаемых из уравнений (3.20)...(3.22). Фиксируя три фактора на интересующем нас уровне, получаем уравнение с одним неизвестным, из которого вычисляем значение функции при различных значениях аргумента.

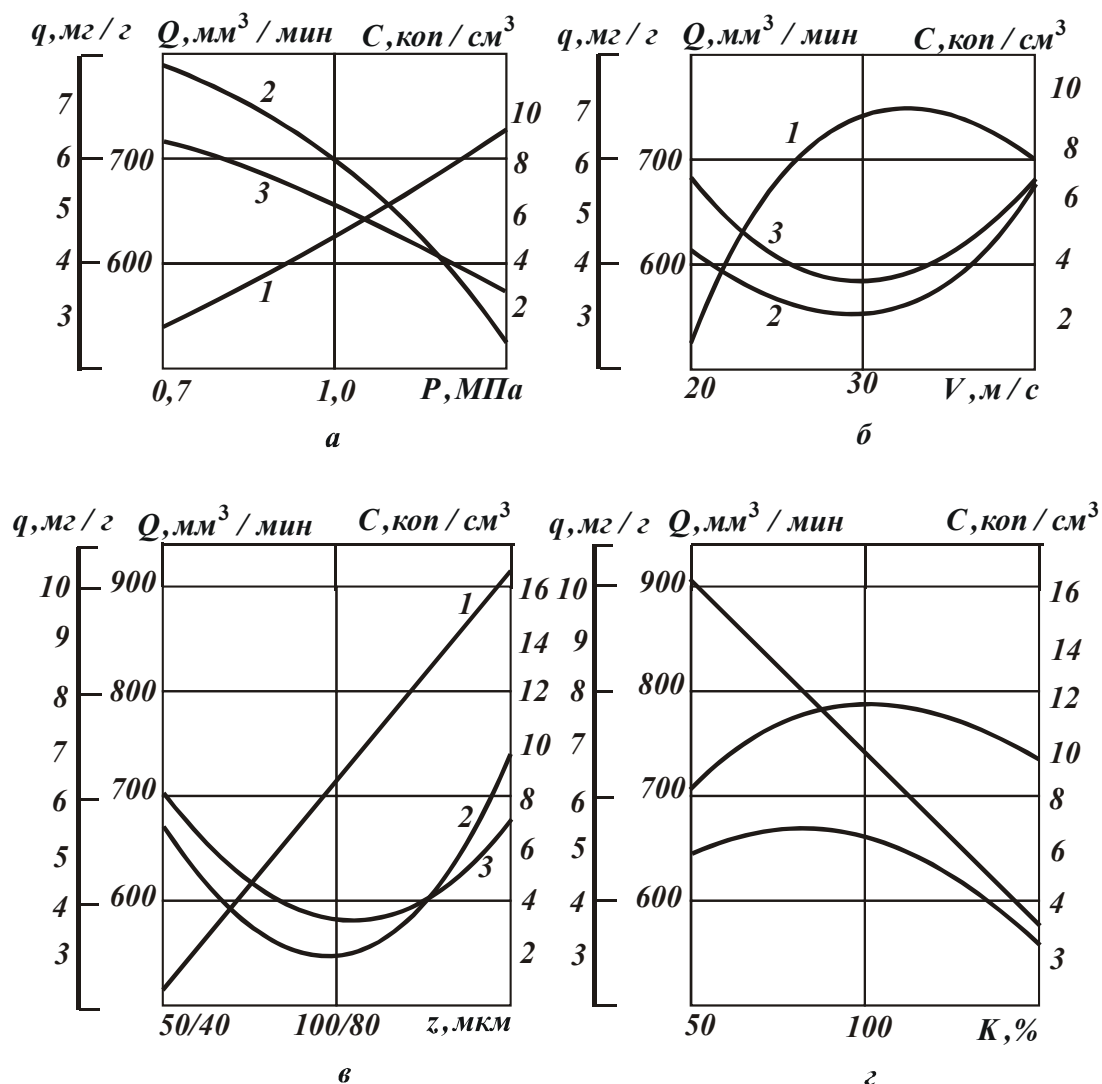


Рис. 3.9. Зависимости Q (1), q (2) и C (3) от условий алмазного шлифования композиции “ТН-20 – сталь 45”: а - $V = 30$ м/с, $z = 100/80$ мкм, $K = 150\%$; б - $P = 1,3$ МПа, $z = 100/80$ мкм, $K = 150\%$; в - $P = 1,3$ МПа, $V = 30$ м/с, $K = 150\%$; г - $P = 1,3$ МПа, $V = 30$ м/с, $z = 100/80$ мкм.

Полученные однофакторные зависимости удельной себестоимости обработки, производительности процесса алмазно-искрового шлифования и относительного расхода алмазов от условий шлифования хорошо согласуются с качественной оценкой физики данного процесса.

Монотонное увеличение производительности с ростом нормального давления (рис. 3.9,а) вызвано увеличением сечения единичного среза в результате более интенсивного внедрения алмазных зерен в обрабатываемый материал. Рост износа круга незначителен по сравнению с увеличением производительности, поэтому экономия от увеличения производительности превосходит затраты на расход алмазов и удельная себестоимость обработки, относительный расход алмазов уменьшаются с увеличением нормального давления (рис. 3.9,а; рис. 3.7,а; рис. 3.8,а).

Зависимости $Q = f(V)$ и $C = f(V)$ имеют оптимальные значения в области скоростей порядка 30...35 м/с (рис. 3.9,б). При более низких скоростях шлифования $V < 30$ м/с количество тепла, выделяющегося в зоне резания, уменьшается, что приводит в силу специфических теплофизических свойств безвольфрамовых твердых сплавов к существенному снижению производительности. При скоростях свыше 35 м/с, во-первых, уменьшается время воздействия на круг электроэрозионных разрядов и ослабляется его самозатачивание, а во-вторых, в три - пять раз возрастают динамические ударные нагрузки на режущую часть зерна, а выделяющееся в зоне резания тепло интенсифицирует графитизацию алмазных зерен. В результате этого увеличивается расход алмазов и снижается производительность обработки. Последнее замечание достаточно хорошо иллюстрируется зависимостью $q = f(V)$ (рис. 3.9,б; рис. 3.7,б).

Зависимость производительности обработки от зернистости алмазов носит монотонно - возрастающий характер (рис. 3.9), так как с увеличением размера зерен растет сечение единичных срезов и съем материала. Относительный же расход алмазов и себестоимость обработки при увеличении зернистости до 100/80 уменьшаются, а при дальнейшем увеличении зернистости до 160/125 увеличивается, причем удельная себестоимость и относительный расход алмазов при малой зернистости 50/40 больше, чем при зернистости 160/125 (рис. 3.7,в; рис. 3.8,в). Влияние концентрации алмазов в круге на производительность обработки и относительный расход алмазов незначительно. При этом зависимости $Q = f(K)$, $q = f(K)$ (рис. 3.6,г;

рис. 3.7,г) имеют слабо выраженный экстремальный характер с максимумом в области средних концентраций. Зависимость удельной себестоимости обработки от концентрации алмазов в круге имеет монотонно - убывающий характер, так как интенсивность увеличения производительности обработки значительно выше интенсивности увеличения линейного износа алмазного круга (рис. 3.9,г).

Таким образом, анализ полученных данных позволил не только установить общие закономерности процесса алмазно-искрового шлифования композиции “ТН-20 – сталь 45”, но и выявить некоторые особенности. Прежде всего, оптимальные условия шлифования находятся в области больших давлений, скоростей и высокой концентрации алмазов в круге.

Процесс резания композиции “ТН-20 – сталь 45” протекает более напряженно, чем шлифование вольфрамсодержащего твердого сплава совместно со сталью 45, о чем свидетельствуют значения производительности обработки, относительного расхода алмазов и удельной себестоимости обработки. Проведенные исследования позволили выполнить теоретический анализ производительности обработки и показали экономическую целесообразность совместного шлифования твердого сплава ТН-20 и стали 45.

3.4. ОПТИМИЗАЦИЯ ПАРАМЕТРОВ АЛМАЗНО-ИСКРОВОГО ШЛИФОВАНИЯ С ПРИМЕНЕНИЕМ КРУГОВ СО СТЕКЛОПОКРЫТИЕМ АЛМАЗНЫХ ЗЕРЕН

Шлифование твердых сплавов совместно со сталью является традиционно технологически сложной задачей. Одним из путей повышения эффективности алмазного шлифования является разработка и создание алмазных кругов с улучшенной конструкцией алмазносносного слоя. Поэтому целесообразным представляется проверить возможность повышения работоспособности алмазно-абразивных инструментов за счет применения стеклопокрытия алмазных зерен. Созданию стеклопокрытий предшествовали работы по исследованию смачиваемости и контактного взаимодействия в системе силикатный расплав – алмаз. Данные исследования позволили определить адгезивно-активные к алмазу стекла, а также выявить возможность их взаимодействия с алмазом по реакциям восстановления при нагреве.

Для покрытия порошков алмазов используются стекла, которые хорошо смачивают алмаз ($\psi = 60^\circ$) и не взаимодействуют с ним по

реакциям восстановления в интервале температур 500...1200°C.

Результаты опытов по шлифованию кругами на металлических связках представлены на рис. 3.10. Видно, что во всех случаях круги со стеклопокрытием алмазных зерен показывают более высокую работоспособность по сравнению с обычными алмазными кругами. Это проявляется и в величине относительного расхода алмазов, и удельной себестоимости, которые за счет применения стеклопокрытий могут снижаться в 1,5 раза. Наибольшее снижение этих параметров имеет место при обработке композиции “ТН-20 – сталь 45” алмазным кругом на металлической связке М1-01 (рис. 3.10).

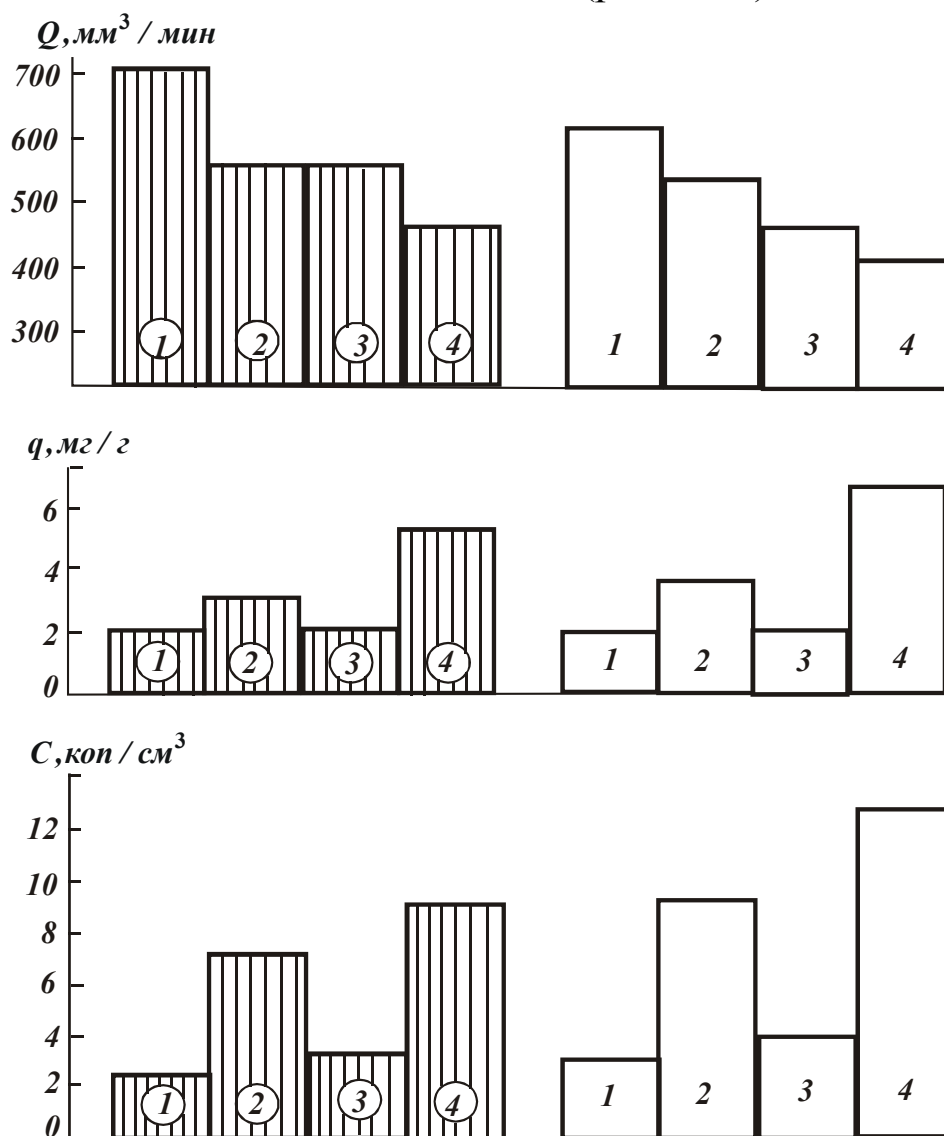


Рис. 3.10. Влияние стеклопокрытия алмазных зерен круга на металлической связке М1-01 на параметры шлифования Q , q и C . Условия обработки: $P=1,0$ МПа, $V=30$ м/с. Обрабатываемый материал: 1 – Т15К6, 2 – Т15К6 – сталь 45, 3 – ТН-20, 4 – ТН-20 – сталь 45.

- АИШ кругом со стеклопокрытием алмазных зерен АС6 С22,
- АИШ кругом с обычными алмазными зёрнами АС6.

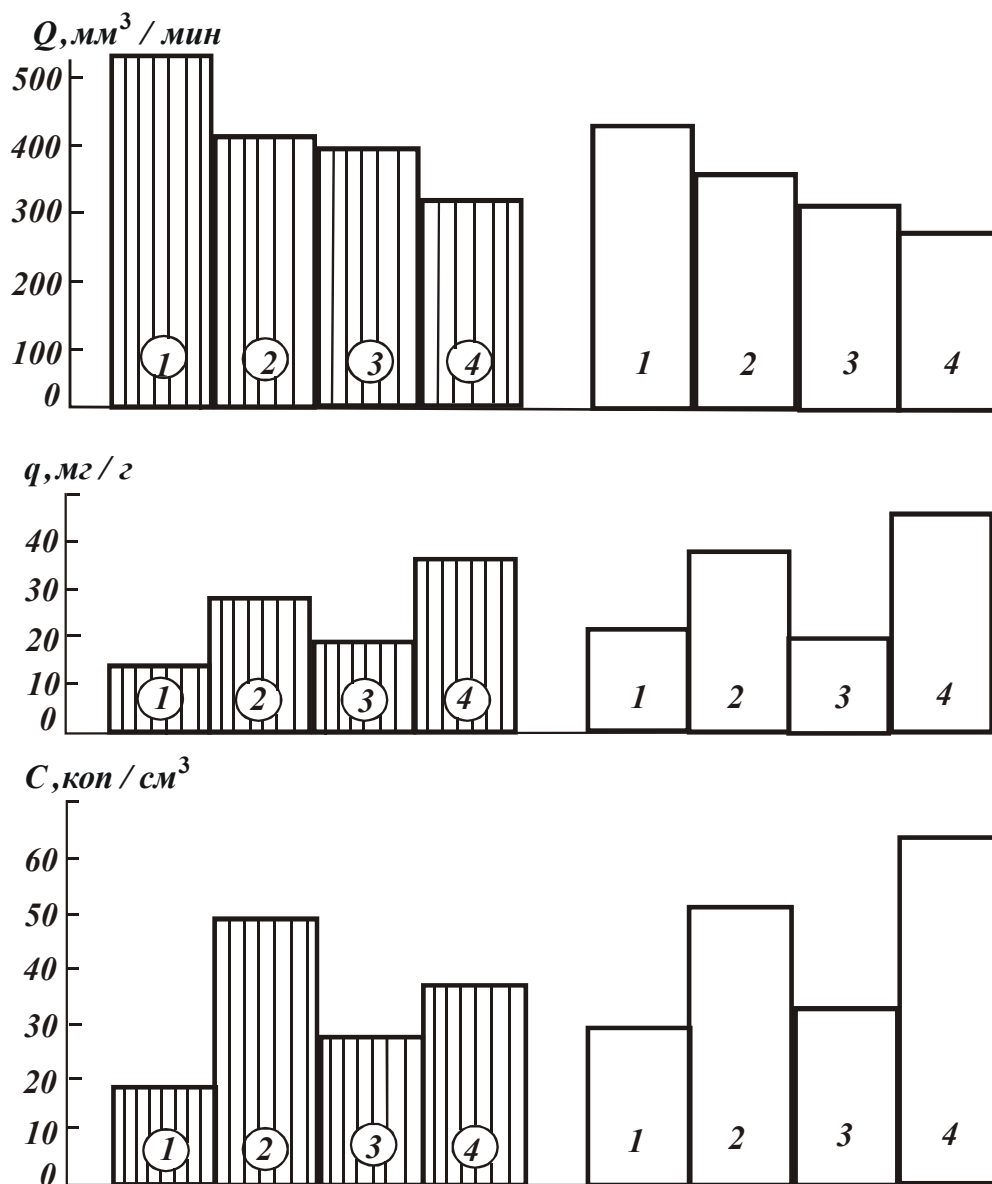


Рис. 3.11. Влияние стеклопокрытия алмазных зерен круга на органической связке Б1 на параметры шлифования Q , q и C . Условия обработки: $P = 0,5$ МПа, $V = 30$ м/с. Обрабатываемый материал: 1 – Т15К6, 2 – Т15К6 – сталь 45, 3 – ТН-20, 4 – ТН-20 – сталь 45.

- ▨ шлифование кругом со стеклопокрытием зерен АС6 С22,
- шлифование кругом с обычными алмазными зернами АС6.

Результаты опытов по шлифованию алмазными кругами на органических связках представлены на рис. 3.11. Видно, что и в этом случае стеклопокрытие алмазных зерен обеспечивает значительное повышение работоспособности алмазных кругов. Это выражается в снижении относительного расхода алмазов и удельной себестоимости обработки на 10...30%. Наибольший эффект стеклопокрытие дает при обработке композиции “Т15К6 – сталь 45” кругами на связке Б1 (рис. 3.10). Удельная себестоимость снижается в 1,5 раза, относительный расход в 1,4 раза. Круги на металлической связке Б156 пока-

зывают более высокую работоспособность, чем круги на органической связке Б1. Особенно ярко их преимущество проявляется при обработке композиции “Т15К6 – сталь 45”.

Результаты экспериментов по шлифованию композиции “ТН-20 – сталь 45”, “Т15К6 – сталь 45” позволяют сделать вывод о том, что применение стеклопокрытий алмазных зерен существенно повышает работоспособность алмазных кругов за счет повышения работоспособности алмазных зерен.

Следует отметить, что увеличение производительности имеет место как для менее прочных алмазов АС4, которые слабо удерживаются в органических связках Б1 и Б156, так и для более прочных алмазов АС6, которые более прочно удерживаются металлическими связками М1-01 и М2-01.

Эффект повышения производительности обработки наблюдается как при алмазном шлифовании, при котором контакт связки с обрабатываемым материалом вероятен, так и при алмазно-искровом шлифовании, когда такой контакт практически исключен. Это можно считать подтверждением положения о том, что превалирующим эффектом, обеспечивающим повышение работоспособности кругов за счет применения стеклопокрытий, является увеличение прочности зерен, прежде всего усталостной. Как и для других случаев, работоспособность алмазных кругов со стеклопокрытием алмазов при обработке твердых сплавов совместно со сталью значительно (2...4 раза по относительному расходу алмазов) ниже, чем при обработке этих же твердых сплавов без стали. Например, при обработке твердого сплава ТН-20 алмазным кругом АС6 100/80 С22 М2-01 100% относительный расход алмазов был равен 1,2 мг/г, а при обработке композиции “ТН-20 – сталь 45” – 3,5 мг/г. Это еще раз подтверждает положение о том, что композиция “твердый сплав - сталь” имеет более низкую по сравнению с твердыми сплавами шлифуемость. Причем, это характерно как для вольфрамосодержащих, так и безвольфрамовых твердых сплавов.

Таким образом, на основе результатов многофакторного планирования эксперимента проведена оптимизация и определены оптимальные параметры процесса алмазно-искрового шлифования композиции “твердый сплав - сталь”.

ГЛАВА 4

ОПТИМИЗАЦИЯ ПАРАМЕТРОВ ЭЛЕКТРОЭРОЗИОННОГО УПРОЧНЕНИЯ ДЕТАЛЕЙ

4.1. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОПТИМАЛЬНОГО ПОКРЫТИЯ

Для повышения износостойкости деталей, работающих в неблагоприятных условиях, необходимо применять материалы, стойкие против действия высоких температур, абразивных и агрессивных сред. Однако получение деталей из этих материалов часто затруднительно по технологическим и экономическим соображениям [292].

Одним из перспективных методов повышения долговечности таких деталей является электроэрозионное упрочнение их поверхностей.

Сущность электроэрозионного упрочнения заключается в насыщении поверхностного слоя детали в результате протекания электрического импульсного разряда износостойкими материалами электрода–инструмента, а также повышения его твердости за счет микрозакалки, так как температура в зоне разряда, протекающего со скоростью $10^{-4} \div 10^{-5}$ с составляет $10\ 000 \div 50\ 000^\circ\text{C}$.

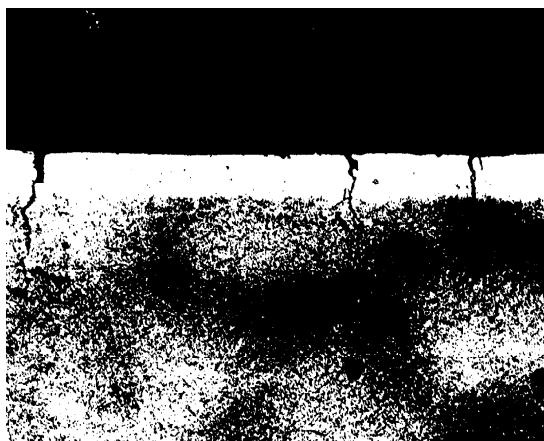
Для определения оптимального покрытия был исследован механизм разрушения цилиндров из хромоникелемолибденовых сталей и разработаны способы повышения их долговечности [158].

4.1.1. ИССЛЕДОВАНИЕ МЕХАНИЗМА РАЗРУШЕНИЯ

Цилиндры, как с хромовым покрытием внутренних поверхностей, так и без него, изношенные до потери эксплуатационных свойств, были порезаны на образцы для металлографического анализа и определения механизма разрушения. Металлографический анализ выполнялся способами оптической микроскопии (микроскоп АКСИОМАТ, структурный анализатор ЭПИКВАНТ, Германия). Идентификация фаз производилась методом микрорентгеноспектрального анализа (РСМА КАМЕКА, Франция). Детальные металлографические исследования и фрактографический анализ осуществляли на растровом электронном микроскопе фирмы Джеол (Япония).

4.1.2. ИССЛЕДОВАНИЕ ЦИЛИНДРОВ БЕЗ ХРОМОВОГО ПОКРЫТИЯ ВНУТРЕННЕЙ ПОВЕРХНОСТИ

Установлено наличие на внутренней цилиндрической поверхности слаботравящейся зоны (белого слоя), имеющего непрерывный характер толщиной 40-42 мкм (рис. 4.1). Микротвердость белого слоя



x 100



x 250

Рис. 4.1. Микроструктура внутренней поверхности цилиндра.

Рис. 4.2. Определение микротвердости поверхности цилиндра.

составляет 610-680 HV, микротвердость внутренних слоев 403-433 HV (рис. 4.2). Содержание основных химических элементов (Fe, Cr, Ni, Mo, W) одинаково (рис. 4.3). Это свидетельствует о том, что белый слой является результатом происходящего при работе нагрева внутренней цилиндрической поверхности и ее самозакалки.

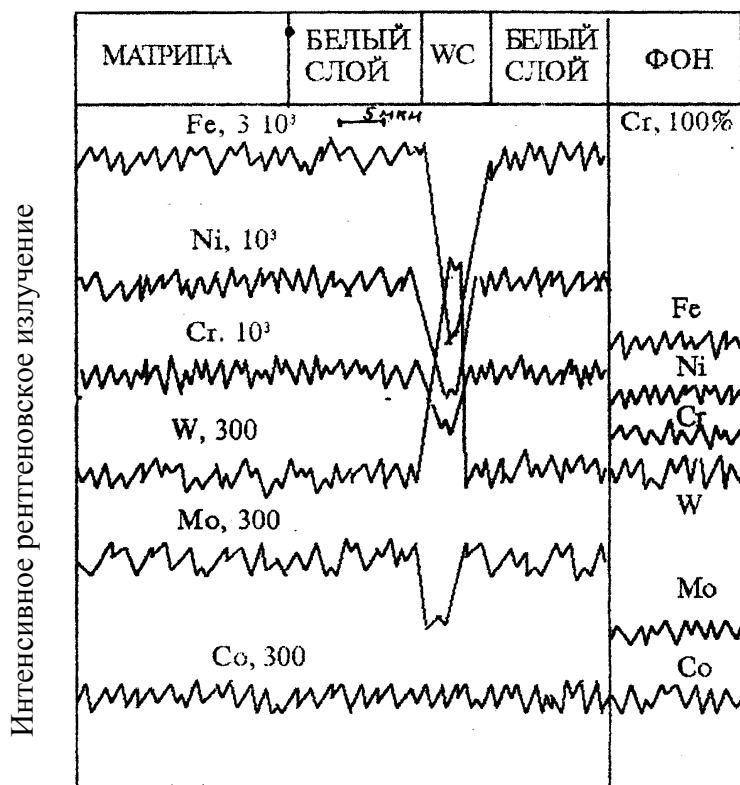


Рис. 4.3. Распределение элементов в структуре внутренней поверхности цилиндра.

Анализ рабочей среды показал, что при нагреве стали на процесс ее самозакалки может накладываться диффузия углерода, азота, водорода, кислорода, а также отдельных галогенов. Так как микрорентгеноспек-

тральный анализ не выявил наличие галогеносодержащих соединений и нитридных фаз, то можно сделать заключение о преимущественном влиянии на долговечность цилиндров углерода и кислорода. Это подтверждается исследованием избыточных фаз, образующихся на внутренней поверхности детали.



а х 60



б х 800

Рис. 4.4. Межкристаллитное разрушение поверхности цилиндра без хромового покрытия.

Микрорентгеноспектральный анализ показал присутствие цементитной фазы, свидетельствующей о поверхностном науглероживании стали, а также на поверхности обнаружены оксиды хрома, железа и кремния. Учитывая, что перечисленные элементы являются легирующими компонентами стали и не входят в состав среды, наличие



х 20

Рис. 4.5. Рабочая поверхность цилиндра без хромового покрытия.

оксидов объясняется лишь процессами избирательного окисления слоев, прилегающих к рабочей поверхности детали.

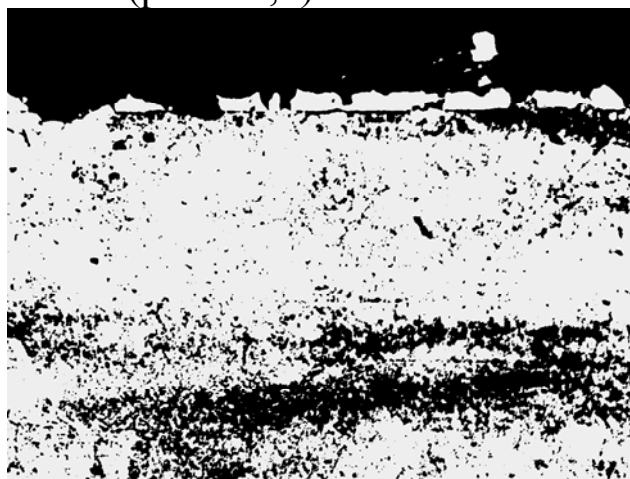
В структуре металла поверхностной зоны выявлены распространяющиеся от поверхности вглубь изделия "ручьи" избирательной коррозии. Глубина их проникновения в металл больше толщины белого слоя и достигает 350 мкм. Разрушение поверхности детали идет преимущественно по

участкам межкристаллической коррозии (рис.4.4,а). Начало коррозионных процессов разрушения внутренней поверхности детали происходит по границам первичных зерен (рис.4.4,б). На это указывает наблюдаемая с помощью растровой электронной микроскопии на внутренней поверхности детали характерная коррозионная сетка, напоминающая первичную структуру (рис.4.5).

Отсутствие данного вида эрозии на внешней поверхности детали однозначно свидетельствует о том, что явление обусловлено процессами, происходящими во внутренней полости детали при эксплуатации изделий.

4.1.3. ИССЛЕДОВАНИЕ ДЕТАЛЕЙ С ВНУТРЕННИМ ХРОМОВЫМ ГАЛЬВАНИЧЕСКИМ ПОКРЫТИЕМ

На внутренней поверхности детали имеется белый слой (рис. 4.6,а) с четко выраженной линией раздела от металла внутренних слоев (рис 4.6,б).



а x 100



б x 500

Рис. 4.6. Структура рабочей поверхности цилиндра.

Микротвердость белого слоя составляет порядка 1000 HV, внутренних слоев существенно меньше – 350-375 HV. В наиболее нагруженных участках встречаются области, в которых белый слой полностью отсутствует. Белый слой деталей покрыт густой сеткой мелких трещин. Проведенный микрорентгеноспектральный анализ показал, что белый слой представляет собой высокохромистую фазу, в которой присутствует незначительное количество железа. Из чего следует, что данный слой является частично разрушенным в ходе эксплуатации защитным хромовым покрытием.

4.1.4. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПРЕИМУЩЕСТВЕННОГО МЕХАНИЗМА РАЗРУШЕНИЯ ДЕТАЛЕЙ

Преимущественный механизм разрушения поверхностей изделий без покрытия и с покрытием различен.

Разрушение деталей с хромовым покрытием происходит за счет постепенного растрескивания и отрыва защитного хромового покрытия и основного металла. При этом, вследствие хорошего сцепления покрытия и основного металла, в ряде случаев при отрыве покрытия происходит также вынос металла из глубинных слоев.

Разрушение деталей без покрытия происходит преимущественно за счет процессов межкристаллической эрозии, обусловленных жесткими условиями эксплуатации (высокие температуры, давление и агрессивные среды). На начальных стадиях эксплуатации разрушение внутренней поверхности определяется охрупчиванием в результате происходящей при нагружении детали самозакалки поверхностного слоя и насыщения его углеродом. В результате этого поверхностный слой теряет свои упругие свойства и становится менее трещиностойким. Поэтому при последующей эксплуатации происходит выкрашивание внутреннего поверхностного слоя по границам зерен (по участкам межкристаллической коррозии).

4.1.5. ВЫБОР МАТЕРИАЛА ДЛЯ ЭЛЕКТРОЭРОЗИОННОГО УПРОЧНЕНИЯ

Проведены исследования образцов, упрочненных электроэрозионными методами следующими материалами: № 1 – 360X2C2Г4ТД; № 2 – 300X4C2Г4ФВМБД1; № 3 – Х9Н58В10К10М2Ю6Т2Б; № 4 – 320X20Н2М3; № 5 – 300X3Н2С3Г5ТД; № 6 - Ni; № 7 – 300X4Н2С4Г4ТД; № 8 – 300X4Н2С3Г5Ю3Д; № 9 – 300X3С3Г6ТД; № 10 – ЭП966; № 11 – Ni, а затем ВК8; № 12 – Ni и затем W+Co (Сe-8%).

Наиболее приемлемые результаты получены при анализе образцов № 6, 11 и 12.

Образец 6: Слой тонкий до 50 мкм, загрязнен неметаллическими включениями, обогащен Ni, содержит и железо.

Образец 11: Имеет трещину 50÷80 мкм. Изредка видны трещины в верхней части слоя. Имеются поры и неметаллические включения. Слой достаточно ровный.

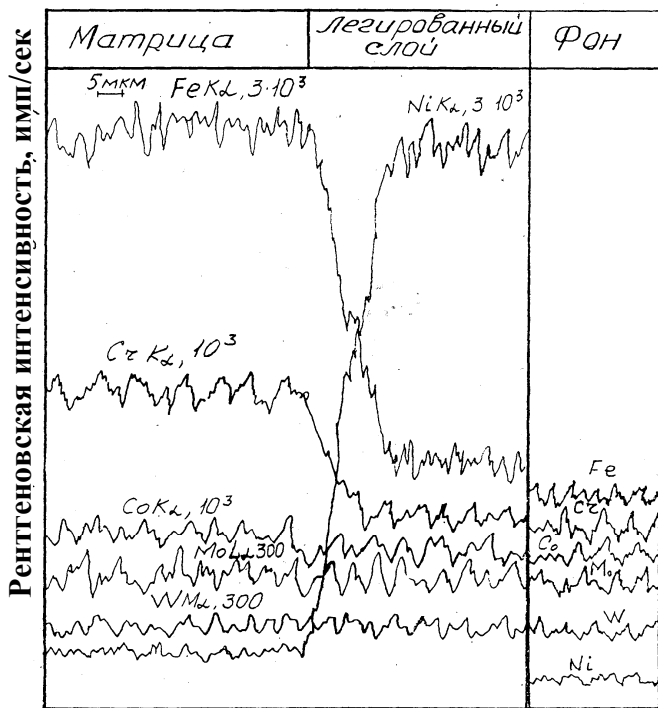
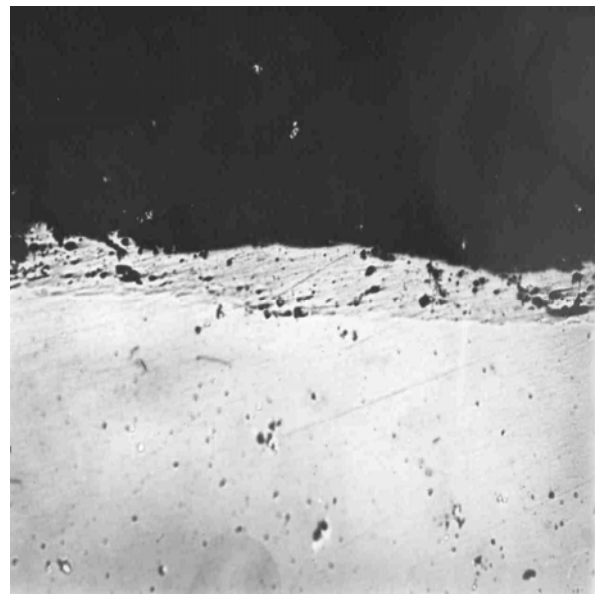


Рис. 4.7. Распределение элементов в структуре образца, легированного Ni.



х 200

Рис. 4.8. Микроструктура образца из стали 38ХНЗМФ легированного Ni.

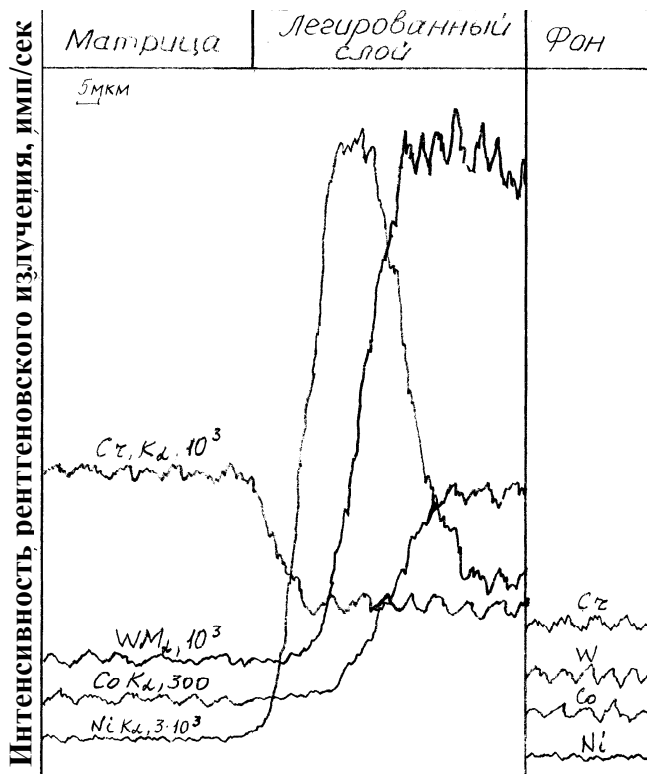


Рис. 4.9. Распределение элементов в структуре образца из стали 38ХНЗМФ легированного Ni затем BK8.



х 200

Рис. 4.10. Микроструктура образца из стали 38ХНЗМФ легированного Ni затем BK8.

Образец 12: Слой 30÷150мкм. Трещины в верхней части слоя, трещины больше, чем в образце № 11. Слой Ni трещин не имеет.

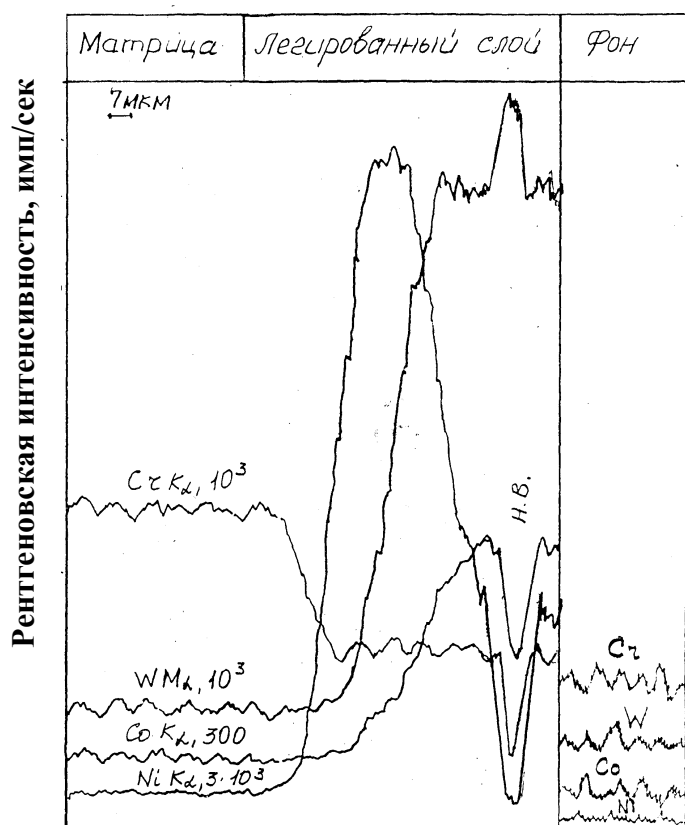
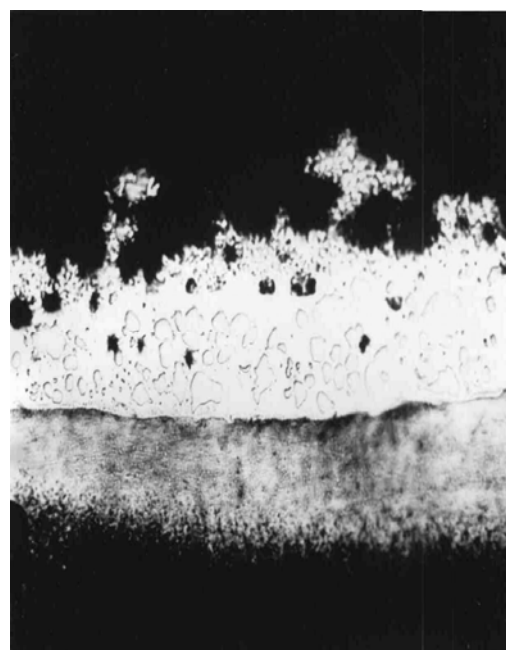


Рис. 4.11. Распределение элементов в структуре образца легированного Ni затем W + Co.



х 200

Рис. 4.12. Микроструктура образца из стали 38ХНЗМФ легированного Ni затем W + Co.

Имеются включения интерметаллидов.

Кривые распределения материалов в легированном слое и фотографии микроструктуры поверхностей при обработке образцов наиболее перспективными материалами – Ni представлены на рис. 4.7 и 4.8; Ni и затем ВК8 на рис. 4.9 и 4.10; Ni и затем W+Co на рис. 4.11 и 4.12.

4.1.6 ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОПТИМАЛЬНОГО ПОКРЫТИЯ

Для легирования выбирались материалы, при упрочнении которыми обеспечивается хорошая растворимость легирующего металла в материале детали, высокая теплопроводность и теплостойкость.

Покрытия, нанесенные электроэрозионным способом, в первую очередь такими материалами, как ВК-8 и W + Co, обеспечивают значительное повышение износостойкости деталей, работающих в условиях трения, но не повышают их долговечности при коррозионном механизме разрушения. Поэтому покрытие надо нанести многослойное.

Материал первого слоя должен обеспечить создание коррозионной защиты. Предпочтительным является использование Ni, обеспечивающего более равномерное по толщине покрытие.

Для повышения долговечности изделий была выбрана следующая методика электроэрозионного нанесения покрытия. Покрытие наносится несколькими слоями на деталь, как с хромовой подложкой, так и без нее.

Первый слой - Ni (для повышения коррозионной стойкости деталей без хромовой подложки и увеличения трещиностойкости хрома при ударных нагрузках для деталей с хромовой подложкой).

Второй слой - сплав ВК-8 или W + Co (уменьшение износа трения). Предложенная методика опробована при упрочнении различных деталей, которые испытаны в широком диапазоне эксплуатационных условий. Результаты испытаний показали, что электроэрозионное упрочнение поверхностей деталей без хромовой подложки может дать положительные результаты при высокой плотности покрытия с первичным никелевым слоем. Износостойкость деталей с хромовой подложкой, работающих в агрессивных средах в условиях повышенных давлений и температур, с учетом высокой растворимости никеля в хrome повышается в 1,8-2,2 раза.

Выводы. Для повышения долговечности внутренних поверхностей изделий как с хромовым покрытием так и без него предлагается наносить электроэрозионным способом многослойное покрытие. Первый слой должен обеспечивать повышение коррозионной стойкости на деталях без хромового покрытия или увеличивать трещиностойкость хрома при ударных нагрузках для деталей с хромовой подложкой (например, Ni). Вторым слоем необходимо наносить такими материалами, которые уменьшают износ трения (например, ВК-8 или W + Co).

4.2. ВЛИЯНИЕ МЕЖЭЛЕКТРОДНОЙ СРЕДЫ НА ЭЛЕКТРОЭРОЗИОННОЕ УПРОЧНЕНИЕ

Электроэрозионное упрочнение деталей обеспечивает значительное повышение их износостойкости и реализуется с помощью достаточно простого оборудования. Этот способ повышения долговечности деталей найдет еще большее применение при понижении шероховатости обрабатываемой поверхности и увеличении ее тол-

щины с повышением сплошности покрытия.

Для оценки влияния межэлектродной среды на качество упрочнения были проведены эксперименты в жидких, аэрозольных и газообразных средах.

Для определения влияния вязкости межэлектродной среды на качество покрытия было выполнено упрочнение единичными разрядами в этиловом спирте, керосине и в масле «Индустриальное – 20». Образцы выполнялись из стали ШХ-15 с координатной сеткой. Цены деления 0,02 мм. Материал электрода ВК-8. Обработка проводилась при одинаковых режимах.

С уменьшением вязкости диэлектрики улучшаются условия переноса материала инструмента на деталь. При этом степень заполнения лунки катода анодным материалом увеличивается, благодаря чему уменьшается шероховатость поверхности.

Наибольший эффект получен при упрочнении в этиловом спирте, имеющем низкую вязкость, что обеспечивало обработку с малой величиной разряда [154].

При упрочнении деталей в аэрозольных средах распыленные капельки жидкости электризуются, наиболее мелкие получают отрицательный заряд, крупные – положительный (эффект Гезехуса). Поэтому межэлектродное пространство уже в начале процесса упрочнения представляет собой ионизированную среду, а сами электроды покрыты очень тонким слоем жидкости [17]. Положительно заряженные капли жидкости в процессе работы концентрируются у поверхности детали-катода, отрицательные у поверхности анода. Это создает

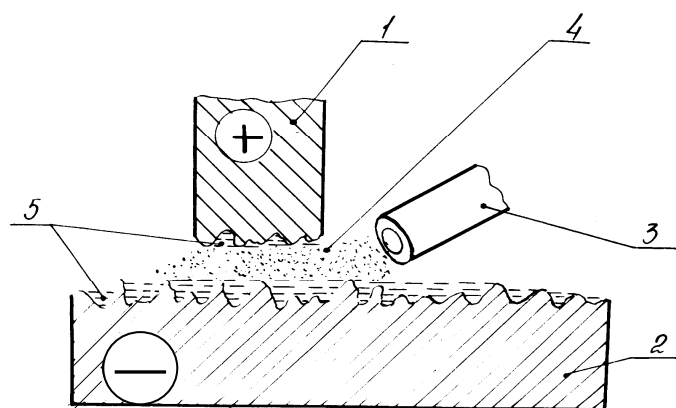


Рис.4.13. Схема электроэрозионного упрочнения: 1 - электрод-инструмент, 2 - электрод-деталь, 3 - распылитель, 4 - среда (аэрозоль, газ, пар и т.д.), 5 - пленка антикоррозионной жидкости (для аэрозоли).

условия для пробоя при меньших напряжениях и для уменьшения шероховатости обрабатываемой поверхности. Тонкая пленка антикоррозионной жидкости, образующаяся на поверхности электродов, сглаживает поверхность материала и препятствует окислению неровной поверхности. Вследствие образования более ровной поверхности на электродах искровые разряды равномер-

но распределяются по поверхностям электродов, что делает покрытые детали более равномерным.

Большое значение для увеличения толщины покрытия имеет температурное воздействие межэлектродной среды. Нагревание поверхностного слоя детали уменьшает остаточное напряжение в нем, увеличивает его электропроводимость. За счет этого толщина слоя насыщения увеличивается. Нагрев поверхностного слоя инструмента благоприятно влияет на повышение его эрозии и протеканию ее преимущественно в капельножидкой фазе. Схема для экспериментального упрочнения в аэрозольных и других средах показана на рис. 4.13.

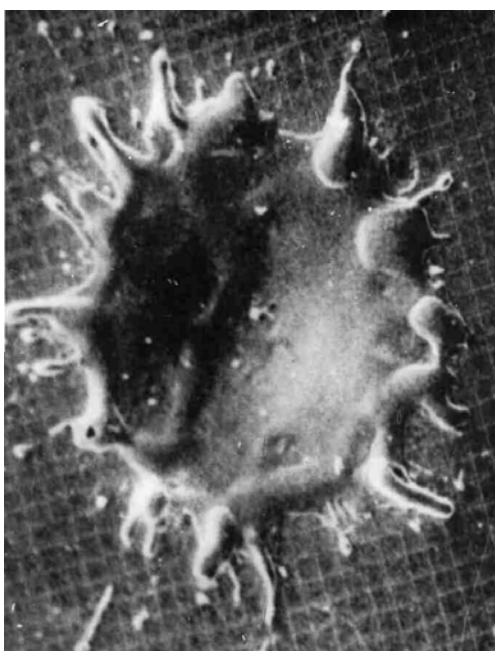


Рис. 4.14. Характер покрытия образца при 20°C.

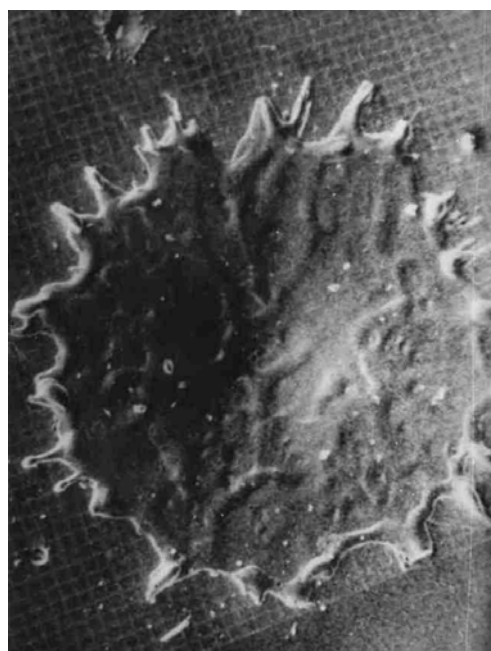


Рис. 4.15. Характер покрытия нагретого образца.

При искровом разряде в воздушной среде с температурой 20°C металл, перенесенный на катод покрывал площадку в 18200 мкм² (рис.4.14), разряд в воздушной среде, нагретой до температуры 380°C покрыл площадь в 462400 мкм² (рис. 4.15), что примерно в 25 раз превышает площадь покрытия при нормальной температуре. Это объясняется тем, что жидкий металл, попадая на подогретую подложку, кристаллизуется более медленно. Следовательно, подогрев деталей и межэлектродной среды положительно влияет на возрастание сплошности покрытия и уменьшение его шероховатости.

Для определения изменения максимальной величины переноса при воздействии температурного фактора была проведена обработка образцов из стали У8 и 40Х. В качестве анода применялись сплавы ВК-8 и ВК-6. Образцы взвешивались до и после обработки. Установ-

лено, что при температуре 380°С привес образцов увеличился в 1,15 раза.

Упрочнение в водяном паре с ингибитором коррозии, нагретом до температуры 280÷300°С и в масляной аэрозоли (цилиндровое тяжелое масло), нагретой до температуре 220÷250°С приводит к увеличению привеса материала соответственно в 1,05 и 1,1 раза. При прохождении разряда через масляные пары они, взрываясь, увеличивают температуру и давление в зоне действия искры. На рис. 4.16 показан характер нанесения покрытия на образце при единичном разряде в масляной аэрозоли.



Рис. 4.16. Характер покрытия в масляной аэрозоли.

Для уменьшения шероховатости обрабатываемой поверхности и повышения толщины нанесенного слоя часто используются инертные газы при нормальном (атмосферном) или пониженном давлении.

Применение инертных газов в этом случае технически затруднительно из-за необходимости полной изоляции межэлектродного промежутка. На практике при атом инертные газы в зоне переноса материала оказываются смешанными с воздухом.

Было исследовано влияние на качество поверхности, упрочненной

электроэрозионным способом, использования в качестве межэлектродной среды различных инертных газов, находящихся в зоне обработки под избыточным давлением [155]. Проводилась электроискровая обработка внутренних поверхностей цилиндров, изготовленных из стали 40Х хромовым сплавом. Цилиндры закреплялись на шпинделе токарного станка модели 16К20. Частота вращения шпинделя с деталью составляла 16 об/мин при продольном перемещении вибратора, закрепленного на суппорте - 0,15 мм/об. В качестве генератора электрических импульсов использовалась установка «Элитрон-50», режим работы которой не изменялся. Расход инертного газа регулировался перед началом упрочнения таким образом, чтобы создать во внутренней полости цилиндров строго определенное значение превышения давления. Результаты, полученные при обработке, приведены в табл. 4.1.

Таблица 4.1

Результаты обработки внутренних поверхностей цилиндров в среде инертных газов, нагнетаемых под избыточным давлением

№ п/п	Материал межэлектродной среды	Избыточное давление, МПа	Толщина нанесен. слоя, мкм	Шероховатость по R_a , мкм	Сплошность покрытия, %
1	аргон	0,004	8	3	81
2	аргон	0,005	13	2,5	92
3	-«-	0,01	13	2,5	95
4	-«-	0,025	12	2,5	93
5	-«-	0,026	8	3,5	82
6	гелий	0,004	7	3,5	82
7	-«-	0,005	10	3	91
8	-«-	0,01	10	3	91
9	-«-	0,025	10	3	91
10	-«-	0,026	8	4	78
11	неон	0,004	8	3,5	82
12	-«-	0,005	11	3	91
13	-«-	0,01	11	3	92
14	-«-	0,025	10	3	92
15	-«-	0,026	7	3,5	80

Анализ экспериментальных данных показал:

1. Электроэрозионное упрочнение в аргоне по сравнению с упрочнением в гелиевой или неоновой среде обеспечивает повышение производительности процесса на 10-20%, уменьшает шероховатость обработанной поверхности на 20% и увеличивает сплошность покрытия на 4-5%.

Причиной этого является сравнительно меньшая теплопроводность аргона. Это увеличивается скорость испарения материала анода и обеспечивает перенос большей части материала инструмента на деталь в жидкой фазе.

2. Оптимальным при электроэрозионном упрочнении в среде инертных газов является создание избыточного давления в зоне обработки в пределах 0,005-0,025 МПа.

При работе под избыточным давлением 0,005 МПа и выше обеспечивается вытеснение воздуха из межэлектродной среды, что дает возможность использовать для изоляции межэлектродного пространства простейшие технические решения. Использование при упрочнении инертного газа под избыточным давлением, превышающим 0,025 МПа, приводит к увеличению его диэлектрической проницаемости и

теплопроводности. Увеличение диэлектрической проницаемости приводит к уменьшению количества электрических разрядов между электродами при одновременном увеличении их мощности. При этом уменьшается производительность процесса и увеличивается шероховатость обработанной поверхности. Увеличение теплопроводности уменьшает количество теплоты, идущей на нагрев материала инструмента, что уменьшает его перенос на поверхность детали. Кроме того, увеличивается величина твердой фазы переносимого металла. Это приводит к получению на поверхности детали пористого покрытия, уменьшает его сцепляемость с материалом детали [253].

Для реализации электроэрозионного упрочнения цилиндров было предложено устройство, изображенное на рис. 4.17.

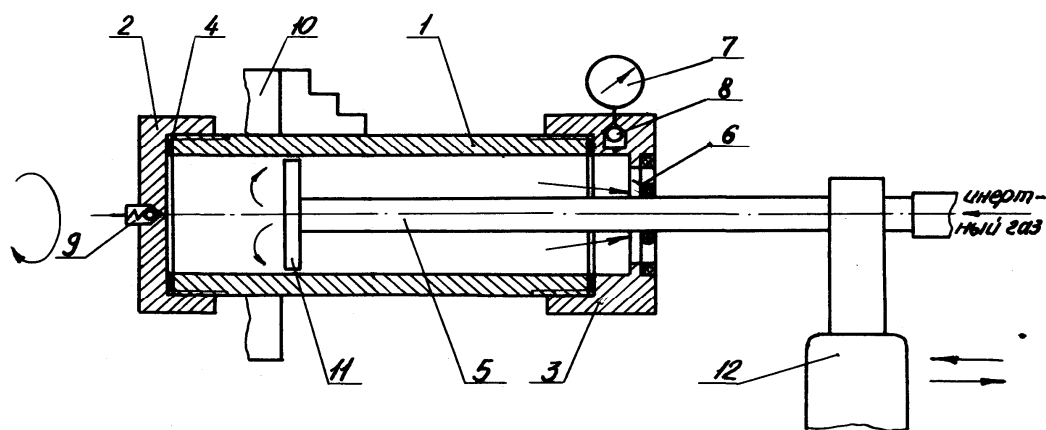


Рис.4.17. Схема электроэрозионного упрочнения внутренних цилиндрических поверхностей.

Обрабатываемую поверхность детали (трубы) 1 изолируют от окружающего пространства с помощью крышек 2 и 3 с резиновыми прокладками 4. Для ввода электрододержателя 5, представляющего полую трубу, в крышке 3 устанавливается резиновая мембрана 6. Уточнение величины избыточного давления осуществляется манометром 7 типа МТИ 1218 ТУ 25.03.1481-77, который через канал с обратным клапаном 8 в крышке 3 связан с внутренней полостью трубы. Регулирование давления в процессе работы осуществляется предохранительным клапаном 9. Деталь 1 закрепляется в трехкулачковом патроне 10 токарного станка. Электрододержатель 5 с электродом 11 прикрепляется к вибратору 12 установки «Электрон 50», который устанавливается на суппорте токарного станка. Ток к электроду подводится через вибратор, к детали – через патрон (не показано).

4.3. КОНТРОЛЬ И УПРАВЛЕНИЕ ЭЛЕКТРОЭРОЗИОННЫМ УПРОЧНЕНИЕМ

На качество поверхностей деталей, упрочненных электроэрозионным способом, существенно влияет удельное время обработки. При большем, чем необходимо, времени упрочнения происходит растрескивание обрабатываемой поверхности. В результате этого уменьшается износостойкость деталей. Увеличивается шероховатость из-за того, что материал инструмента переходит на уже обработанные в результате упрочнения выступы. Меньшее, чем необходимо, время упрочнения обуславливает получение покрытий малой сплошности, что также приводит к уменьшению износостойкости деталей.

4.3.1. СУЩНОСТЬ СПОСОБА АКУСТИЧЕСКОГО КОНТРОЛЯ КАЧЕСТВА ОБРАБАТЫВАЕМОЙ ПОВЕРХНОСТИ

Для повышения качества обработки разработан способ, позволяющий точно определить момент прекращения обработки деталей [24]. Сутью его является контроль интенсивности звукового сигнала в зоне обработки, фиксируемого на определенной частоте, и прекращение упрочнения при получении значения интенсивности звука, соответствующего оптимальному качеству обрабатываемой поверхности.

Изучение акустических характеристик процесса электроэрозионной обработки проводилось на установке, предназначенной для упрочнения тел вращения. Схема установки приведена на рис.4.18. Установка содержит механизм вращения обрабатываемых деталей 1, вибратор с электродом-инструментом 2, безконтактные датчики 3, волновод 4, блок фиксации и усиления акустических сигналов 5, блок анализа 6, световую 7 и звуковую 8 сигнализацию, исполнительный орган 9.

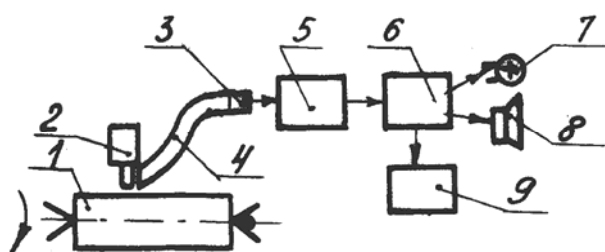


Рис. 4.18. Схема экспериментальной установки с акустическим контролем обработки.

В качестве датчика, регистрирующего шум процесса электроэрозионной обработки, использовали микрофон динамической системы М-101. Этот микрофон весьма чувстви-

лен и надежен в эксплуатации. Диапазон измеряемых частот 20÷1800 Гц. Магнитная система микрофона легко притягивает к себе мелкую пыль. Поэтому микрофон М-101 требует помещения его в непроницаемый чехол. В качестве такового использована полиэтиленовая пленка толщиной 0,3 мм, покрывающая без складок приемную решетку микрофона.

С точки зрения получения наиболее достоверной информации необходимо максимально приблизить датчик (микрофон) к источнику звука. В промышленных условиях это часто бывает затруднительно. Поэтому, наиболее целесообразным в данном случае является применение волновода. Последний позволяет удалить микрофон на требуемое безопасное расстояние, сохранив уровень сигнала, соответствующий уровню в месте расположения приемного конца волновода. В отличие от открытого пространства, для которого характерно ослабление волнового поля из-за геометрического расхождения волн во все стороны, при волноводном распространении этого ослабления не происходит.

Характер распространения звуковых колебаний довольно сложен. Он определяется геометрической конфигурацией волновода, свойствами граничных поверхностей и способом возбуждения акустических колебаний.

В качестве волновода использовали стальную трубу круглого сечения. Для изучения законов распространения волн в круглых трубах целесообразно использовать цилиндрическую систему координат, где волновое уравнение имеет вид:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \Phi}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} = 0, \quad (4.1)$$

где $\Phi(r, z, \varphi, t)$ – потенциал скорости.

Его решение представляется конечными и дифференциальными функциями координат для области $0 \leq r \leq \alpha$, $0 \leq \varphi \leq 2\pi$, $-\infty \leq z < +\infty$ (α - радиус трубы). Причем, для жесткой трубы эти функции должны удовлетворять условию исчезновения радиальной составляющей скорости на поверхности трубы, т.е.

$$\left. \frac{\partial \Phi}{\partial r} \right|_{r=\alpha} = 0. \quad (4.2)$$

Для установившихся гармонических колебаний представим потенциал скорости $\Phi(r, z, \varphi, t)$ в виде:

$$\Phi = \psi(r, z, \varphi) e^{j\omega t}$$

и после подстановки в волновое уравнение получим уравнение Гельмгольца относительно амплитудной части $\psi(r, z, \varphi)$ в цилиндрических координатах:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} + \frac{\omega^2}{c^2} \psi = 0. \quad (4.3)$$

Если искомую функцию представить в виде:

$$\psi(r, z, \varphi) = R(r) \cdot X(\varphi) \cdot Z(z),$$

то уравнение Гельмгольца преобразуется на три обыкновенных дифференциальных уравнения второго порядка функций R, X, Z

$$\frac{d^2 X}{d\varphi^2} + m^2 X = 0, \quad (4.4)$$

$$\frac{d^2 Z}{dz^2} + j^2 Z = 0, \quad (4.5)$$

$$\frac{d^2 R}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dR}{dr} + \left(R_r^2 - \frac{m^2}{r^2} \right) R = 0, \quad (4.6)$$

где

$$R_r^2 + j^2 = \frac{\omega^2}{c^2}; \quad m = 0, 1, 2, \dots, \infty. \quad (4.7)$$

Решения этих уравнений известны. Первое имеет решение в виде гармонических функций $\sin m\varphi$ и $\cos m\varphi$ при перечисленных значениях параметра m , второе можно найти в виде $Z = Ae^{-j\gamma z} + De^{j\gamma z}$. Оно представляет собой сумму двух волновых функций, соответствующих волнам, распространяющимся по направлению оси трубы навстречу друг другу. Ради упрощения ограничиваются только слагаемым $Ae^{-j\gamma z}$ в сторону положительных значений z .

Что касается уравнения (4.6), то его при различных значениях параметра m можно привести к уравнению Бесселя m -го порядка относительно переменной $x = R_r \cdot r$. Частное решение этого уравнения, как известно, есть сумма, содержащая функции Бесселя и Ней-

мана m -го порядка. Но поскольку функция Неймана при $Z = 0$ равна $-\infty$, то второе слагаемое отбрасывается, как не отвечающее условию конечности функций $\Phi(r, z, \varphi, t)$. В итоге можно сделать вывод, что все возможные типы волн в трубах круглого сечения могут описываться следующими волновыми функциями:

$$\Phi_m(r, z, \varphi, t) = A_m I_m(R_r \cdot r) \frac{\cos}{\sin} \cdot m \varphi e^{j(\omega t - jz)}. \quad (4.8)$$

Используя (4.3), получено дисперсное уравнение:

$$\left. \frac{dI_m(X)}{dx} \right|_{x=R_r \alpha} = 0. \quad (4.9)$$

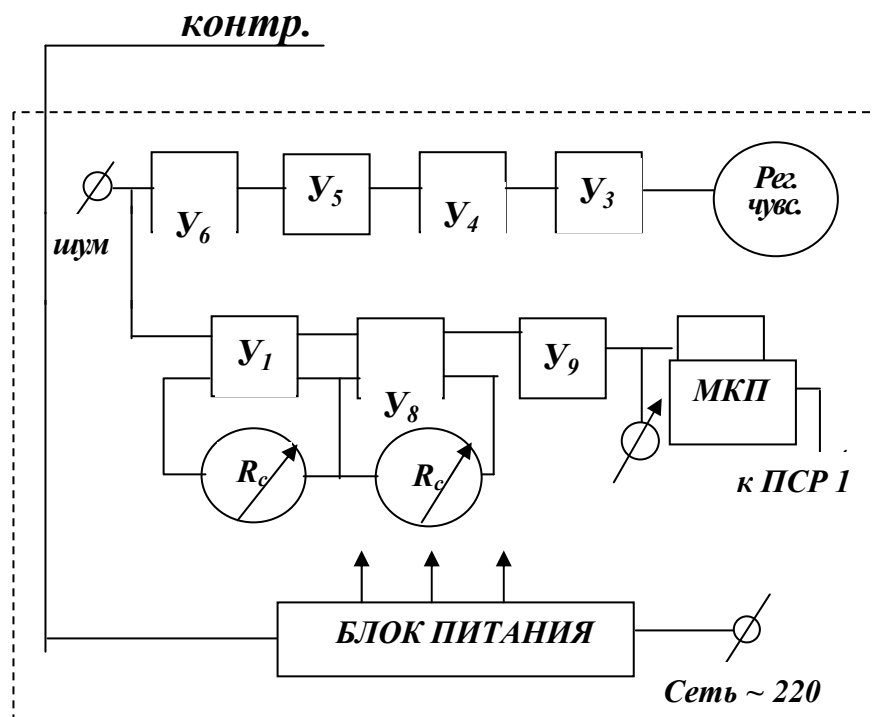


Рис. 4.19. Блок-схема приборов акустического контроля.

Блок-схема приборов акустического контроля изображена на рис. 4.19. Сигнал шума от микрофона по проводу попадает на вход 4-х каскадного усилителя со стабильным коэффициентом усиления. На входе усилителя включен потенциометрический ступенчатый регулятор чувствительности на 11 ступеней. Каждая ступень изменяет усиление на 4 ДБ (1,585 раза). Такой регулятор позволяет при любом уровне входного сигнала и его составляющих получить запись акустической характеристики в наилучших масштабах. С выхода 4-х каскадного усилителя сигнал шума поступает на вход частотно-избирательных усилителей и на гнездо для возможности использо-

вания дополнительных анализаторов. Часто избирательные усилители представляют собой трехкаскадные резисторные усилители, каждый из которых охвачен глубокой частотно зависимой обратной связью. В цепь обратной связи включен T-образный мост, график коэффициента передачи напряжения которого в зависимости от частоты соответствует перевернутой резонансной кривой колебательного контура. Такой мост зависимости от величины входящих в него конденсаторов и резисторов имеет определенную частоту, коэффициент передачи на которой минимален, а следовательно, отрицательная обратная связь отсутствует. Если в спектре сигнала шума, поступающего на вход этих усилителей, содержится составляющая частоты настройки моста, то эта составляющая будет усилена и поступит на выход. Чем больше отличается какая-либо составляющая от частоты настройки моста, тем сильнее она будет ослаблена действием обратной связи. Следовательно, частотная характеристика такого типа усилителя имеет явно выраженный резонансный характер. Для расширения полосы прозрачности усилителей частоты настройки мостов их несколько сдвинуты.

Смена полос пропускания осуществляется одновременно переключением в T-образных мостах обоих усилителей конденсаторов и резисторов. При этом весь частотный рабочий диапазон оказывается разбит на 25 полос, каждая из которых отличается от смежной на $1/3$ октавы (26%) (40, 50, 64, 80, 100, 125, 160, 200, 250, 315, 400, 640, 800, 1000, 1250, 1600, 2000, 2500, 3150, 4000, 5000, 6400, 8000 и 10000 Гц).

Выделенные таким образом составляющие шума усиливаются однокаскадным усилителем и поступают на циферблатный показывающий прибор с децибельной шкалой и на выход мощного катодового повторителя МКП. Последний согласует относительно высокое сопротивление усилителя с низким (100 Ом) входным сопротивлением регистрирующего прибора типа ПСРІ.

Переменное напряжение с выхода катодного повторителя через выпрямляющий мост, преобразующий переменное напряжение в постоянное, на которое и рассчитан ПСРІ, подводится к клеммам выхода. В приборах принято питание накалов всех радиоламп постоянным током, это значительно снижает фон переменного тока. Анодное напряжение стабилизировано электронным стабилизатором, благодаря чему колебания сети практически не влияют на изменение анодного напряжения.

4.3.2. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЧАСТОТ, НА КОТОРЫХ НЕОБХОДИМО ПРОВОДИТЬ КОНТРОЛЬ КАЧЕСТВА

Для измерения и частотного анализа параметров шума использован стандартный измеритель шума ВШВ-003. С помощью полосовых октавных фильтров проводился анализ шума на частотах 16, 31, 63, 125, 250, 500, 1000, 2000, 4000, 8000 Гц.

Источником шума при электроэрозионном упрочнении являются: удар электронной лавины по поверхности анода, выброс материала анода, его удар по поверхности детали. Кроме того, при упрочнении инструментом, контактирующим с обрабатываемой поверхностью, важной составляющей является удар инструмента о поверхность детали.

В процессе электроэрозионного упрочнения изменяются свойства поверхностного слоя детали из-за внедрения в него материала анода и продуктов его взаимодействия с окружающей средой, а также теплового воздействия искры. В связи с этим меняется интенсивность звука в процессе упрочнения.

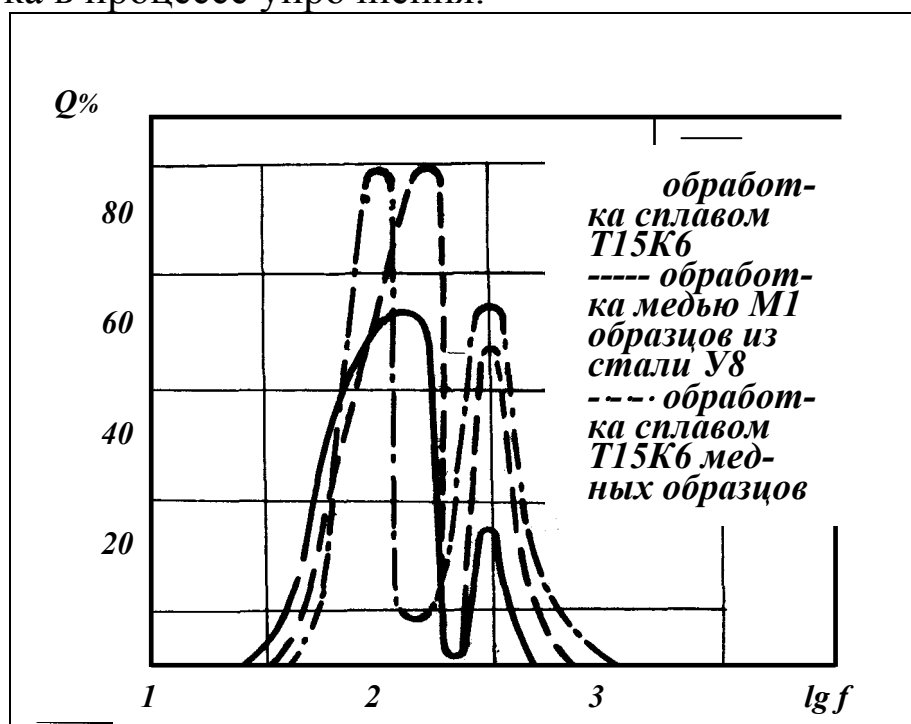


Рис. 4.20. Частотное распределение интенсивности звука при обработке образцов.

Экспериментально установлено, что в процессе электроэрозионного упрочнения интенсивность шума изменяется. Например, для стали первоначально возрастает, что связано с изменением условий

возникновения шума от ударного воздействия (изменяются свойства поверхностного слоя детали - шероховатость, твердость и химический состав), а затем убывает, так как свойства поверхностного слоя изменяются еще раз (происходит его растрескивание из-за пересыщения элементами межэлектродной среды и интенсивного термического воздействия).

Для точного определения момента прекращения обработки любого участка детали было исследовано частотное изменение интенсивности звуковых колебаний в процессе электроэрозионной обработки для некоторых пар материалов. Из рис. 4.20 видно, что частотное распределение имеет два характерных максимума.

Первый, в более низкочастотном интервале $160 \div 500$ Гц, определяется генерированием звука в процессе удара материала анода по поверхности детали и его внедрения в деталь. Второй, в более высокочастотном диапазоне $650 \div 1000$ Гц, вызван генерированием звука при механическом ударе без искры (рис.4.21).

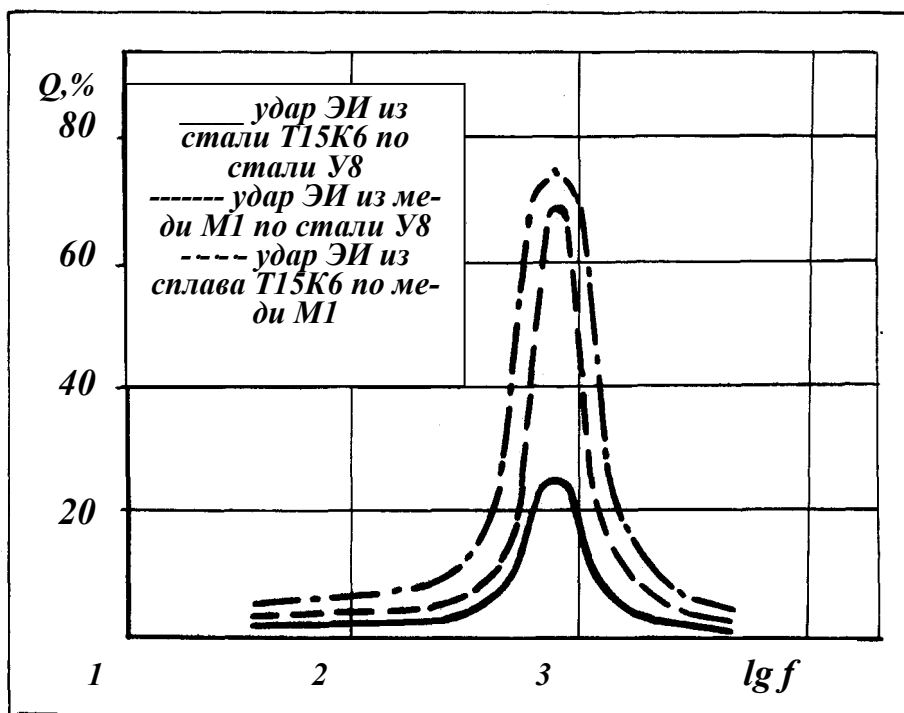


Рис. 4.21. Частотное распределение интенсивности звука при механическом ударе электродов.

При механическом ударе распределение интенсивности звука носит характер, близкий к нормальному закону распределения, а характерной частотой является диапазон $650 \div 1000$ Гц.

На частотах выше 500 и ниже 160 Гц изменение интенсивности звука в зоне обработки при электроэрозионном упрочнении либо не происходит, либо такое изменение незначительно и нестабильно.

Изменение интенсивности звука в диапазоне частот 160÷500 Гц наиболее существенно и характерно.

Таким образом, если осуществлять контроль интенсивности звука на частоте 160÷500 Гц, то величина интенсивности звука в процессе обработки может использоваться для характеристики удара материала-анода по поверхности детали-катода и связанного с ним качеством покрытия поверхности детали, а также обеспечить получение постоянной информации о процессе обработки и состоянии обрабатываемой поверхности.

4.3.3. ПРОВЕДЕНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТОВ

Для подтверждения связи между качеством обрабатываемой поверхности детали, производительностью процесса и изменением интенсивности звука при электроэрозионном упрочнении проведена обработка контрольных образцов, изготовленных из стали У8 и меди М1 [159]. В качестве электродов использовался твердый сплав Т15К6. После упрочнения контрольных образцов осуществляется проверка качества обработанной поверхности и выбирается тот образец, где получено наилучшее по качеству покрытие. При нанесении покрытия использовался шестой режим установки ЭФИ-10М. Сила рабочего тока – 2,5А, напряжение холостого хода – 200 В.

Затем, используя записи уровней шума, полученных при обработке контрольных образцов, определяют интенсивность звука, соответствующую наилучшему качеству обрабатываемой поверхности. Эта интенсивность соответствует той, которую имеет звуковой сигнал, записанный в конце обработки образца.

Полученные экспериментальные данные приведены в табл. 4.2.

Результаты проведенных экспериментов показывают, что положительный эффект достигается в интервале 160 ÷ 500 Гц.

При упрочнении деталей производится измерение интенсивности звука в зоне обработки на частоте 160 ÷ 500 Гц и сравнивается текущее значение уровня звука с интенсивностью шума, характеризующего наилучшее качество упрочненной поверхности.

Момент достижения изменяющимся сигналом уровня, соответствующего наилучшему качеству обрабатываемой поверхности, является информацией о необходимости прекращения обработки. Чтобы исключить влияние случайных изменений звукового сигнала на

момент окончания обработки целесообразно изменение режима упрочнения или его окончания осуществлять после дополнительного упрочнения $1 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$ поверхности детали в течение 10-15 с.

Таблица 4.2

Влияние качества и производительности обработки на частоту звуковых колебаний, соответствующих максимальной интенсивности звука

№ п/п	Материал детали-катода	Материал инструмента-анода	Частота изменения звука, Гц	Сплошность покрытия следами единичных импульсов %	Шероховатость поверхности по R_a , мкм	Производительность обработки, $\text{г/см}^2 \cdot 10^{-3}$
1	Сталь У8	Т15К6	630	85	20	9
2			500	100	20	21
3			400	100	20	21
4			160	100	20	21
5			125	100	20	21
6	Медь М1	Т15К6	630	95	12	9
7			500	100	14	14
8			400	100	14	14
9			160	100	14	14
10			125	90	10	8
11	Сталь У8	Медь М1	630	90	10	8
12			500	100	12	13
13			400	100	12	13
14			160	100	12	13
15			125	93	10	8

Выводы: 1) осуществление контроля интенсивности звука на определенной частоте позволяет использовать величину интенсивности в процессе электроэрозионной обработки для характеристики режима упрочнения и связанного с ними качества покрытия; 2) контроль интенсивности звукового сигнала при электроэрозионном упрочнении обеспечивает точное определение момента прекращения обработки любого участка поверхности; 3) полученные зависимости изменения интенсивности звука позволяют использовать их для получения постоянной информации о процессе обработки и состоянии обрабатываемой поверхности.

4.4. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТЕРМИЧЕСКОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ ПОКРЫТИЙ

Большое значение для повышения износостойкости деталей, которые работают в условиях скачкообразного изменения температуры и давления имеет термическое сопротивление покрытий. Термическое сопротивление определяет падение температуры при прохождении через препятствие теплового потока, равного единице [210].

Для определения термического сопротивления покрытий можно использовать два метода определения теплофизических свойств: метод оболочки и метод баланса сил.

4.4.1. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИХ СВОЙСТВ ТЕЛ ПО МЕТОДУ ОБОЛОЧКИ

Идея метода оболочки заключается в том, что оболочка с неизвестными теплофизическими свойствами заполняется материалом с известными свойствами (эталоном). Поскольку теплоемкость является более стабильным свойством, чем другие, будем по возможности пользоваться только известной теплоемкостью.

Так как неизвестных свойств образца два (теплоемкость и коэффициент теплопроводности), необходимо реализовать два эксперимента с двумя эталонными материалами.

Для получения расчетных формул будем обращать решение прямой задачи теплопроводности относительно теплофизических свойств. В качестве решения прямой задачи выберем решение, полученное Гольдфарбом Э.М. для слоистых систем при нагреве постоянным тепловым потоком [58]. Это решение получено в предположении, что в регулярном периоде скорость нагрева в разных точках тела одинакова и равна скорости уменьшения температуры всего тела. Такое упрощение задачи эквивалентно допущению о наличии в нагреваемом слое мгновенного регулярного режима, при котором скорость изменения температуры в различных точках слоя одинакова.

Воспользуемся выражением [58] для перепада температур в i -том слое нагреваемого тела в конце инерционного периода, так как далее в регулярном периоде при нагреве в режиме $q = \text{const}$ он останется постоянным:

$$\Delta t_i = q_{i+1} \frac{S_i}{\lambda_i} \left[\frac{\omega_i^{2\nu+1}}{k_2(\omega_i)} + \frac{1}{k_2\left(\frac{1}{\omega_i}\right)} \right] - \frac{(q_i - q_{i+1}\omega^{2\nu+1})S_i}{k_2(\omega_i)\lambda_i}, \quad (4.10)$$

где q_i и q_{i+1} – входящий и выходящий тепловые потоки; λ_i и S_i – коэффициент теплопроводности и толщина слоя; $k_2(\omega_i)$ и $k_2\left(\frac{1}{\omega_i}\right)$ – коэффициенты усреднения теплового потока по толщине слоя при нагреве снаружи и изнутри; $\omega_i = 1 - \frac{S_i}{r_i} = \frac{r_{i+1}}{r_i}$, r_i – радиус обогреваемой поверхности; r_{i+1} – радиус охлаждаемой поверхности; ν – коэффициент формы, равный соответственно $-\frac{1}{2}$; 0 ; $\frac{1}{2}$ для пластины, цилиндра и шара.

Коэффициент усреднения теплового потока по толщине слоя для сплошных тел $k_2(\omega_i) = 2$, для цилиндрической оболочки при нагреве снаружи:

$$k_2(\omega_i) = \frac{2(1 - \omega_i)(1 - \omega_i^2)}{1 - \omega_i^2 + 2\omega_i^2 \ln \omega_i}, \quad (4.11)$$

для шаровой оболочки:

$$k_2(\omega_i) = \frac{2(1 + \omega_i + \omega_i^2)}{1 + 2\omega_i}. \quad (4.12)$$

Коэффициент усреднения теплового потока при нагреве оболочек изнутри можно получить, если в выражениях (4.11) и (4.12) вместо ω_i подставить $\frac{1}{\omega_i}$.

Раскрывая скобки и упрощая выражение (4.10), получим:

$$\Delta t_i \frac{\lambda_i}{S_i} = \frac{q_i}{k_2(\omega_i)} + \frac{q_{i+1}}{k_2\left(\frac{1}{\omega_i}\right)}. \quad (4.13)$$

Рассмотрим цилиндрическую оболочку, заполненную материалом известной теплоемкостью (рис 4.22). При величине наружной поверхности оболочки F' и времени теплового воздействия τ_1 коли-

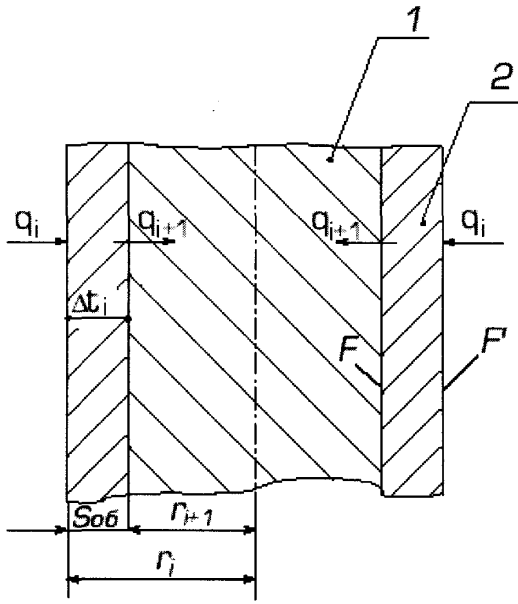


Рис. 4.22. Схема расположения цилиндрической оболочки и эталонного материала: 1 - материал с известной теплоемкостью (эталон); 2 - оболочка с неизвестными теплофизическими свойствами.

чество тепла, вошедшее в оболочку:

$$q_i F' \tau_1. \quad (4.14)$$

Количество тепла, вышедшее из оболочки равно:

$$q_{i+1} F' \tau_1, \quad (4.15)$$

где F - внутренняя поверхность оболочки.

Тепло, вошедшее в оболочку, расходуется на нагрев оболочки ($c_{об} t_{об} M_{об}$) и нагрев материала ($c_1 t_1 M_1$):

$$q_i F' \tau_1 = c_{об} t_{об} M_{об} + c_1 t_1 M_1. \quad (4.16)$$

Тепло, вышедшее из оболочки, расходуется только на нагрев эталонного материала:

$$q_{i+1} F' \tau_1 = c_1 t_1 M. \quad (4.17)$$

Из выражения (4.7) находим:

$$q_i = \frac{c_{об} t_{об} M_{об} + c_1 t_1 M_1}{F' \tau_1}, \quad (4.18)$$

а из формулы (4.17):

$$q_{i+1} = \frac{c_1 t_1 M_1}{F \tau_1}, \quad (4.19)$$

Величины входящего и выходящего тепловых потоков связываем с перепадом температур в оболочке по выражению (4.13), обозначив его в первом опыте Δt_1 и опуская индекс i , так как все последующие рассуждения будут относиться к слою оболочки:

$$\Delta t_1 \frac{\lambda_{об}}{S_{об}} = \frac{c_{об} t_{об} M_{об} + c_1 t_1 M_1}{F' \tau_1 k_2(\omega_i)} + \frac{c_1 t_1 M_1}{F \tau_1 k_2 \left(\frac{1}{\omega_i} \right)}. \quad (4.20)$$

Умножая выражение (4.20) на $F' \tau_1 k_2(\omega_i)$, учтем $\omega_i = \frac{r_{i+1}}{r_i} = \frac{F}{F'}$

и, заменяя первое эталонное вещество вторым с известной теплоемкостью c_2 и массой M_2 , во втором эксперименте получим:

$$\Delta t_2 F' \tau_2 k_2(\omega_i) \frac{\lambda_{o\delta}}{S_{o\delta}} = c_{o\delta} t_{o\delta} M_{o\delta} + c_2 t_2 M_2 \left[1 + \frac{k_2(\omega_i)}{k_2\left(\frac{1}{\omega_i}\right)\omega_i} \right], \quad (4.21)$$

где Δt_2 – перепад температур в оболочке во втором эксперименте; t_2 – среднемассовая температура оболочки в момент времени τ_2 .

Уравнение (4.21) содержит две неизвестных величины: теплоемкость ($c_{o\delta}$) и коэффициент теплопроводности ($\lambda_{o\delta}$) оболочки. Они равны:

$$c_{o\delta} = \frac{c_2 t_2 M_2 \Delta t_1 \tau_1 - c_1 t_1 M_1 \Delta t_2 \tau_2}{t_{o\delta} M_{o\delta} (\Delta t_2 \tau_2 - \Delta t_1 \tau_1)} \left[1 + \frac{k_2(\omega_i)}{k_2\left(\frac{1}{\omega_i}\right)\omega_i} \right], \quad (4.22)$$

$$\lambda_{o\delta} = \frac{c_2 t_2 M_2 - c_1 t_1 M_1}{\Delta t_2 \tau_2 - \Delta t_1 \tau_1} \cdot \frac{S_{o\delta}}{F'} \left[\frac{1}{k_2(\omega_i)} + \frac{1}{k_2\left(\frac{1}{\omega_i}\right)\omega_i} \right]. \quad (4.23)$$

С целью упрощения расчетных формул рассмотрим нагрев цилиндрической оболочки, когда в первом эксперименте производится нагрев пустой оболочки. В этом случае все тепло, вошедшее в оболочку, идет на ее нагрев, а выходящий тепловой поток имеет вид:

$$q_{i+1} = 0. \quad (4.24)$$

Входящий тепловой поток в первом эксперименте:

$$q_i = \Delta t_1 \frac{\lambda_{o\delta}}{S_{o\delta}} k_2(\omega_i). \quad (4.25)$$

Умножая на $F' \tau_1$, получим количества тепла, идущее на нагрев оболочки:

$$\Delta t_1 \frac{\lambda_{o\delta}}{S_{o\delta}} k_2(\omega_i) F' \tau_1 = c_{o\delta} t_{o\delta} M_{o\delta}. \quad (4.26)$$

Для оболочки, заполненной материалом массой M_2 с известной теплоемкостью c_2 запишем уравнение баланса тепла аналогично (4.21):

$$\Delta t_2 \frac{\lambda_{об}}{S_{об}} k_2(\omega_i) F' \tau_2 = c_{об} t_{об} M_{об} + c_2 t_2 M_2 \left[1 + \frac{k_2(\omega_i)}{k_2\left(\frac{1}{\omega_i}\right) \omega_i} \right]. \quad (4.27)$$

Решая совместно уравнения (4.26) и (4.27) с целью исключения теплоемкости оболочки ($c_{об}$) получим:

$$\frac{\lambda_{об}}{S_{об}} (\Delta t_2 \tau_2 - \Delta t_1 \tau_1) F' k_2(\omega_i) = c_2 t_2 M_2 \left[1 + \frac{k_2(\omega_i)}{k_2\left(\frac{1}{\omega_i}\right) \omega_i} \right]. \quad (4.28)$$

Отсюда находим неизвестный коэффициент теплопроводности оболочки:

$$\lambda_{об} \frac{c_2 t_2 M_2}{\Delta t_2 \tau_2 - \Delta t_1 \tau_1} \cdot \frac{S_{об}}{F'} \left[\frac{1}{k_2(\omega_i)} + \frac{1}{k_2\left(\frac{1}{\omega_i}\right) \omega_i} \right]. \quad (4.29)$$

После подстановки выражения (4.29) в (4.26), получаем расчетную формулу для теплоемкости оболочки:

$$c_{об} = \frac{c_2 t_2 M_2}{\Delta t_{об} M_{об}} \cdot \frac{\Delta t_1 \tau_1}{\Delta t_2 \tau_2 - \Delta t_1 \tau_1} \left[1 + \frac{k_2(\omega_i)}{k_2\left(\frac{1}{\omega_i}\right) \omega_i} \right] \quad (4.30)$$

или, сопоставив выражения (4.29) и (4.30), получаем простое выражение:

$$c_{об} = \frac{\lambda_{об}}{t_{об} M_{об}} \Delta t_1 \tau_1 \cdot \frac{F'}{S_{об}} k_2(\omega_i). \quad (4.31)$$

4.4.2. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИХ СВОЙСТВ ТЕЛ ПО МЕТОДУ БАЛАНСА ТЕПЛА

Так как изготавливать образцы в форме оболочки не всегда удобно, поступим наоборот, поместив образец с неизвестными теплофизическими свойствами в оболочку с неизвестными или заранее

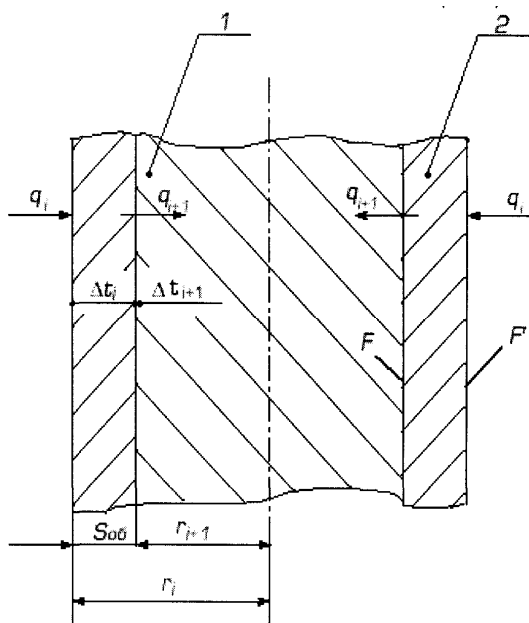


Рис. 4.23. Схема расположения исследуемого материала в цилиндрической оболочке: 1 - исследуемый материал; 2 - оболочка с известными теплофизическими свойствами.

определенными свойствами (рис.4.23)

Здесь образец помещен на место эталона, а в качестве эталона выступает оболочка. Кроме того, с целью определения коэффициента теплопроводности образца предусматривается измерение перепада температур в слое образца Δt_{i+1} . В этом опыте, который далее мы будем называть рабочим, для определения неизвестных теплоемкости и коэффициента теплопроводности образца необходимо составить два балансовых уравнения.

Количество тепла, входящее в оболочку, расходуется на нагрев оболочки и материала, помещенного в нее:

$$q_i F' \tau_3 = c_{об} t_{об} M_{об} + c \cdot t \cdot M, \quad (4.32)$$

где c, t, M – параметры исследуемого материала.

Откуда входящий в оболочку тепловой поток равен:

$$q_i = \frac{c_{об} t_{об} M_{об} + ctM}{F' \tau_3}. \quad (4.33)$$

Количество тепла, выходящее из оболочки, расходуется на нагрев материала:

$$q_{i+1} F' \tau_3 = c \cdot t \cdot M, \quad (4.34)$$

откуда:

$$q_{i+1} = \frac{c \cdot t \cdot M}{F' \tau_3}. \quad (4.35)$$

Свяжем тепловые потоки с перепадом температур по выражению (4.13):

$$\Delta t_i \frac{\lambda_{об}}{S_{об}} = \frac{c_{об} t_{об} M_{об} + c \cdot t \cdot M}{F' \tau_3 k_2(\omega_i)} + \frac{c \cdot t \cdot M}{F \tau_3 k_2\left(\frac{1}{\omega_i}\right)}. \quad (4.36)$$

Умножим на $qF'\tau_3k_2(\omega_i)$ и учтем, что $\frac{F}{F'} = \omega_i$, сгруппируем члены, содержащие $c t M$, и найдем неизвестную теплоемкость исследуемого материала:

$$c = \frac{\lambda_{об}}{S_{об}} \cdot \frac{F'}{\frac{1}{k_2(\omega_i)} + \frac{1}{k_2\left(\frac{1}{\omega_i}\right)\omega_i}} \cdot \frac{\Delta t_i \tau_3}{tM} - \frac{c_{об} t_{об} M_{об}}{1 + \frac{k_2(\omega_i)}{k_2\left(\frac{1}{\omega_i}\right)\omega_i}} \cdot \frac{1}{tM}, \quad (4.37)$$

где $\lambda_{об}$, $t_{об}$, $M_{об}$ - известны или определены предварительно.

Тепловой поток, выходящий из оболочки, входит в исследуемый материал и остается там

$$q_{i+1} = \frac{\Delta t_{i+1} k_2}{r_{i+1}} \lambda, \quad (4.38)$$

где $k_2=2$ - коэффициент усреднения теплового потока для сплошных тел; λ - коэффициент теплопроводности материала.

Теплота, входящая в образец, расходуется на нагрев:

$$\frac{\Delta t_{i+1} k_2}{r_{i+1}} F \tau_3 \lambda = c \cdot t \cdot M, \quad (4.39)$$

где F - обогреваемая поверхность исследуемого материала.

Из уравнения (4.37) определяем коэффициент теплопроводности исследуемого материала:

$$\lambda = \frac{ctM}{\Delta t_{i+1} \tau_3} \cdot \frac{r_{i+1}}{k_2 F}. \quad (4.40)$$

С использованием выражения (4.39) получаем:

$$\lambda = \frac{\frac{\lambda_{об}}{S_{об}} \cdot \frac{F'}{\frac{1}{k_2(\omega_i)} + \frac{1}{k_2\left(\frac{1}{\omega_i}\right)\omega_i}} \cdot \Delta t_i \tau_3 - \frac{c_{об} t_{об} M_{об}}{1 + \frac{k_2(\omega_i)}{k_2\left(\frac{1}{\omega_i}\right)\omega_i}}}{\Delta t_{i+1} \tau_3} \cdot \frac{r_{i+1}}{k_2 F}. \quad (4.41)$$

Если теплофизические свойства оболочки определяются предварительно, из формул (4.22) и (4.23) можно определить комплексы Z и A , содержащие теплоемкость и коэффициент теплопроводности оболочки:

$$Z = \frac{c_{об} t_{об} M_{об}}{1 + \frac{k_2(\omega_i)}{k_2\left(\frac{1}{\omega_i}\right)\omega_i}} = \frac{c_{об} t_{об} M_{об}}{\Delta t_2 \tau_2 - \Delta t_1 \tau_1}, \quad (4.43)$$

$$A = \frac{\lambda_{об}}{S_{об}} \frac{F'}{\frac{1}{k_2(\omega_i)} + \frac{1}{k_2\left(\frac{1}{\omega_i}\right)\omega_i}} = \frac{c_2 t_2 M_2}{\Delta t_2 \tau_2 - \Delta t_1 \tau_1}. \quad (4.44)$$

С использованием этих выражений формулы теплоемкости и коэффициента теплопроводности исследуемого материала приобретают простой вид:

$$c = \frac{A \Delta t_i \tau_3 - Z}{t \cdot M}, \quad (4.45)$$

$$\lambda = \frac{A \Delta t_i \tau_3 - Z}{\Delta t_{i+1} \tau_3} \cdot \frac{r_{i+1}}{k_2 F}. \quad (4.46)$$

4.4.3. СХЕМА И ОПИСАНИЕ УСТАНОВКИ ОТСМ-1 ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИХ СВОЙСТВ МАТЕРИАЛОВ

Установка ОТСМ-1 (определение теплофизических свойств материалов) предназначена для определения комплекса теплофизических характеристик в зависимости от температуры. Используется не-

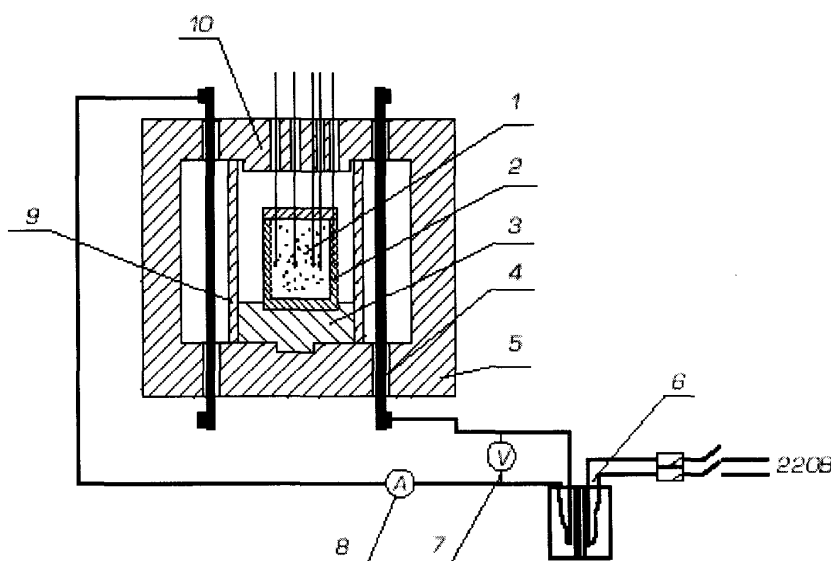


Рис.4.24. Схема установки для определения теплофизических свойств материалов.

традиционный метод баланса тепла в образце, суть которого состоит в том, что образец, выполненный в форме цилиндра, помещается в оболочку и вместе с ней нагревается постоянным тепловым потоком в электрической печи [156]. При этом

температура в любой точке образца монотонно возрастает по линейному закону.

Схема установки представлена на рис. 4.24 [102]. Образец 1 помещается в оболочку (стакан) 2, выполненный из пеношамота. Стакан устанавливается на подставку 3 внутри цилиндрического рабочего пространства электрической печи, оборудованной шестью карборундовыми нагревателями 4. Кладка печи 5 выполнена всухую из пеношамота, мощность печи регулируется с помощью автотрансформатора 6 и измеряется вольтметром 7 и амперметром 8. Равномерность нагрева исследуемого материала по окружности достигается установкой экрана 9, на который устанавливается пробка 10 с тем, чтобы полностью изолировать стакан от прямого излучения нагревателей.

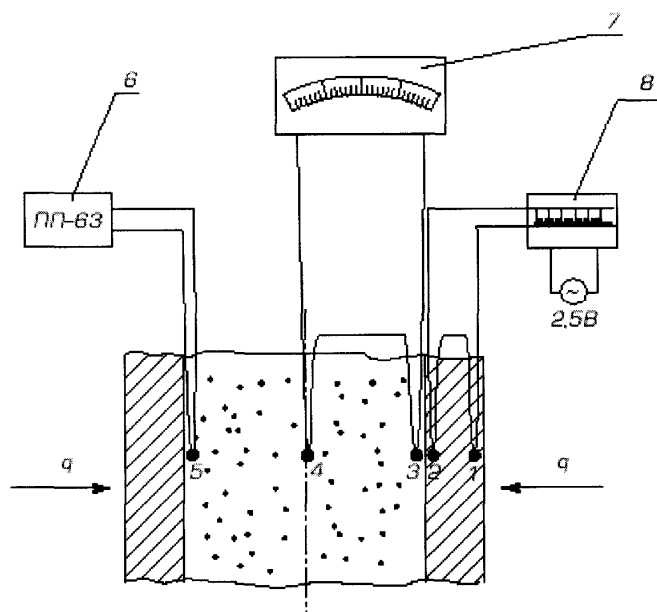


Рис. 4.25. Схема измерительного участка установки ОТСМ-1.

Стакан устанавливается против середины рабочей части нагревателей в условиях равномерного нагрева по высоте.

На рисунке 4.25 показана схема измерительного участка установки ОТСМ-1.

Дифференциальная термопара 1-2 измеряет перепад температур в стенке стакана, 3-4 - по сечению образца. Термопара 5 измеряет температуру поверхности образца, которая фиксируется переносным потенциометром 6. Показания дифференциальной термопары 3-4 передаются на указывающий милливольтметр 7 типа М1109, а термопары 1-2 на милливольтметр 8 типа М136 со световой шкалой. Термопары фиксируются на половине высота образца.

Дифференциальная термопара 1-2 измеряет перепад температур в стенке стакана, 3-4 - по сечению образца. Термопара 5 измеряет температуру поверхности образца, которая фиксируется переносным потенциометром 6. Показания дифференциальной термопары 3-4 передаются на указывающий милливольтметр 7 типа М1109, а термопары 1-2 на милливольтметр 8 типа М136 со световой шкалой. Термопары фиксируются на половине высота образца.

4.4.4. МЕТОДИКА ИЗМЕРЕНИЙ И ОБРАБОТКА ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ДАННЫХ

Измерения теплофизических свойств материалов по методу оболочки и по методу баланса тепла в образце производятся на установке ОТСМ-1.

В методе оболочки реализуются два эксперимента на каждом образце: один с пустой оболочкой, второй с эталонным материалом (глиноземом). Фиксируются перепад температур на оболочке и температура поверхности оболочки, время, ток и напряжение, подаваемые на нагреватели установки.

Определяется средняя температура оболочки:

$$t_{cp} = t_{нов} - \frac{1}{2} \Delta t, \quad (4.47)$$

где $t_{нов}$ - температура поверхности оболочки; Δt - перепад температур в оболочке.

По полученным данным строится температурная диаграмма $t_{cp} = f(\tau)$, по которой определяется время нагрева образца до температуры 100, 200, 300°C и т.д., как это показано на рис.4.26.

Подсчитываются средние значения перепада температур на момент времени τ , т.е. в интервале 0-100, 0-200, 0-300°C и т. д.

Находятся произведения Δt_r и заносятся в соответствующей строке журнала наблюдений. После проведения второго эксперимента с эталонным материалом, заполняющим полый образец, рассчитываются теплофизические свойства образца по формулам (4.29), (4.30).

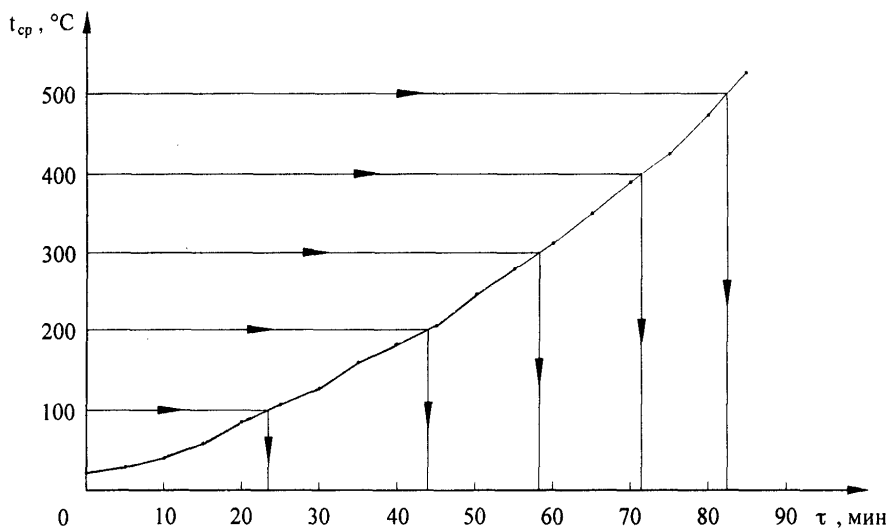


Рис. 4.26. Температурная диаграмма эксперимента.

При исследовании теплофизических свойств образцов, выполненных в форме сплошного цилиндра (метод баланса тепла) вначале проводятся два тарировочных эксперимента на оболочке: один с

пустой оболочкой, второй с оболочкой, заполненной эталонным веществом (глиноземом). В результате определяются вспомогательные величины Z и A по формулам (4.43) и (4.44).

При реализации рабочего опыта, в котором цилиндрический сплошной образец помещается в полую цилиндрическую оболочку, измерению подлежат: время, ток и напряжение, подаваемые на нагре-

ватели установки, температура поверхности образца и перепады температур в стенке оболочки и по сечению образца.

Рассчитывается средняя температура образца по формуле:

$$t'_{cp} = t'_{нов} - \frac{1}{2} \Delta t_{обр}, \quad (4.48)$$

где $t'_{нов}$ - температура поверхности образца; $\Delta t_{обр}$ - перепад температур по сечению образца.

Строится температурная диаграмма $t'_{cp} = f(r_3)$ и по ней определяется время нагрева образца до температур 100, 200°C и т. д. Усредняются перепады температур на образце и в оболочке в интервале 0-100, 0-200°C и т.п. Подсчитываются произведения $\Delta t_{cm} \cdot r_3$ и $\Delta t_{обр} \cdot r_3$, где Δt_{cm} - перепад температур в оболочке.

Данные заносятся в журнал наблюдений, а теплофизические свойства образца подсчитываются по формулам (4.45) и (4.46).

Сравнивая методы оболочки и баланса тепла можно отметить, что измерительная схема в методе оболочки проще, чем в методе баланса тепла, но затраты времени на эксперимент несколько большие, так как в методе оболочки на каждый образец приходится два эксперимента, а в методе баланса тепла выполняются два тарировочных и 5-6 рабочих опытов на одной оболочке.

4.4.5. РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЯ ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИХ СВОЙСТВ СТАЛЬНЫХ ОБРАЗЦОВ

Было проведено исследование теплофизических свойств образцов из стали 38ХН5МФА. По методу оболочки исследован полый стальной образец с внутренним диаметром 30 мм, наружным - 50 мм, высотой - 100 мм. По методу баланса тепла исследован цилиндрический образец диаметром 50 мм и высотой 100 мм. В табл. 4.3 и на рис. 4.27 приведены результаты исследования коэффициента теплопроводности этих образцов.

Как видно из табл. 4.3 и рис. 4.27 результаты исследования коэффициента теплопроводности образцов по обоим методикам дают достаточно совпадающие результаты. Значительное расхождение в результатах наблюдается при первой опорной температуре 100°C. Это объясняется большой массивностью образца в методе баланса тепла (около 1,5 кг). В сплошном массивном образце регулярный режим наступает значительно позже, чем в полом.

Таблица 4.3

Коэффициент теплопроводности [Вт/м-град] стальных образцов

$t, ^\circ\text{C}$	Метод оболочки (полый образец)	Метод баланса тепла (сплошной образец)	Разность, %
100	21,02	26,65	- 26,78
200	20,87	23,70	-13,56
300	23,60	21,10	+10,59
400	22,07	21,02	+4,76
500	23,87	22,45	+5,95

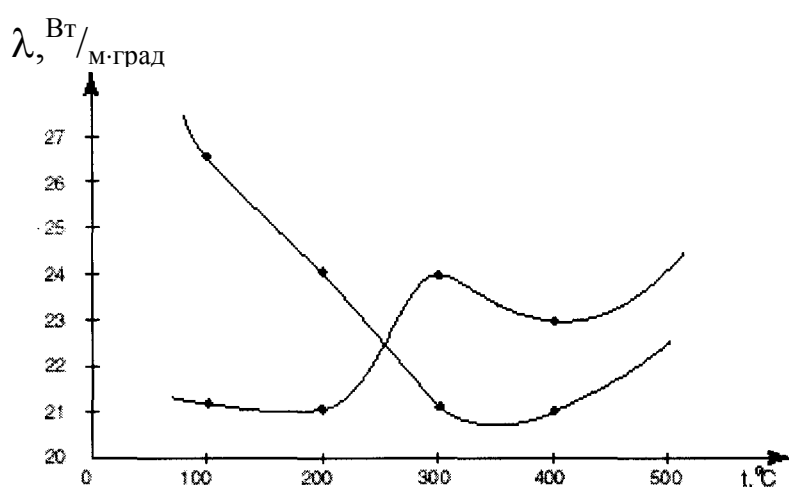


Рис. 4.27. Зависимость коэффициента теплопроводности стальных образцов от температуры: 1 - по методу оболочки; 2 - по методу баланса тепла.

Поскольку экспериментально было установлено, что метод оболочки пригоден для исследования теплофизических свойств высокотеплопроводных материалов, он использовался для исследования образцов из стали 38ХН5МФА с нанесенными на внутреннюю поверхность износостойкими покрытиями.

Использование метода оболочки являлось более предпочтительным еще и потому, что форма образца соответствует форме изделия.

Исследовались стальные полые образцы с внутренним диаметром 30 мм, наружным - 50 мм и высотой 100 мм. Исследованию подвергались три образца: № 1 - без покрытия, № 2 - с трехслойным покрытием ВК-8 и № 3 - покрытый мелкозернистым феррохромом. Покрытия наносились электроэрозионным методом с использованием генератора электрических импульсов «Элитрон-50».

Опыты на образцах повторялись, всего было проведено 15 экспериментов. В результате нагрева образцы №1 и №2 значительно окислились.

На рис. 4.28 нанесены усредненные значения коэффициента теплопроводности стальных образцов с износостойким покрытием и

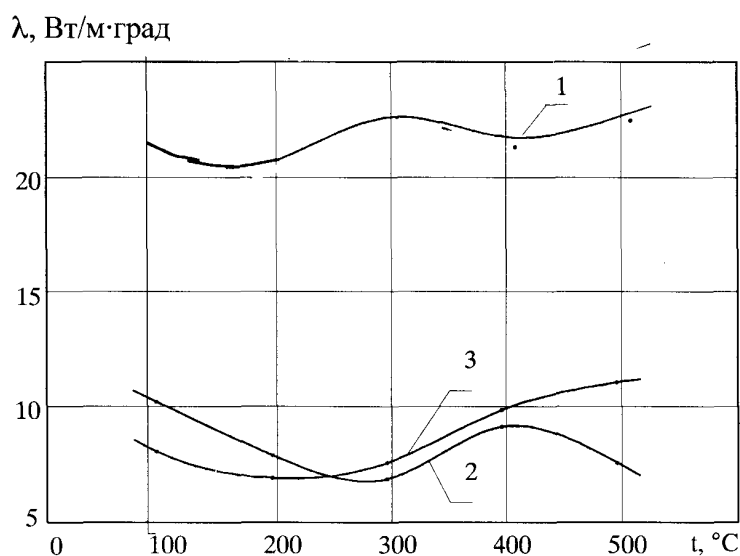


Рис. 4.28. Зависимость коэффициента теплопроводности стальных образцов от температуры: 1 - образец без покрытия; 2 - образец с трехслойным износостойким покрытием ВК-8; 3 - образец с покрытием мелкозернистым феррохромом.

без него. Для образцов № 1 без покрытия и № 3 с покрытием мелкозернистым феррохромом представлены данные, усредненные по четырем измерениям, а для образца № 2 с покрытием ВК-8 - по двум измерениям. Как видно из рисунка образцы с износостойким покрытием имеют гораздо более низкий коэффициент теплопроводности, чем образец без по-

крытия.

В табл. 4.4 представлены данные по уменьшению коэффициента теплопроводности стальных образцов в результате нанесения износостойкого покрытия.

Таблица 4.4

Уменьшение коэффициента теплопроводности стальных образцов с износостойким покрытием, %

Температура, °C	Трехслойное покрытие ВК-8	Покрытие мелкозернистым феррохромом
100	42,4	58,2
200	56,3	61,3
300	64,5	61,9
400	52,3	48,5
500	62,7	48,6

Как следует из данных табл.4.4, износостойкое покрытие существенно снижает коэффициент теплопроводности стального образца. По сравнению с образцом без покрытия трехслойное покрытие ВК-8 снижает коэффициент теплопроводности в зависимости от температуры от 42,4 до 62,7 %, а покрытие мелкозернистым феррохромом от 48,5 до 61,9 %.

4.4.6. РАСЧЕТ ТЕПЛООВОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ ИЗНОСОСТОЙКОГО ПОКРЫТИЯ

Тепловое сопротивление цилиндра, отнесенное к тепловому потоку на внутреннюю поверхность, рассчитывается по формуле:

$$R = \frac{d_{вн}}{2\lambda} \ln \frac{d_n}{d_{вн}}, \quad (4.49)$$

где λ - измеренный коэффициент теплопроводности, $d_{вн}$ и d_n - внутренний и наружный диаметры изделия (рис. 4.29).

Это тепловое сопротивление для изделия с покрытием складывается из сопротивления обрабатываемого слоя толщиной $\delta_n = 200$ мкм (покрытия):

$$R_n = \frac{d_{вн}}{2\lambda_n} \ln \frac{d_n}{d_{вн}} \quad (4.50)$$

и теплового сопротивления основной массы стали

$$R_c = \frac{d_n}{2\lambda_c} \ln \frac{d_n}{d_n}, \quad (4.51)$$

где d_n - диаметр покрытия; λ_n и λ_c - коэффициент теплопроводности покрытия и стали.

При этом внутренний диаметр изделия равен:

$$d_{вн} = d_n - 2\delta_n, \quad (4.52)$$

где δ_n - толщина покрытия.

Формулой (4.50) для определения теплового сопротивления покрытия воспользоваться нельзя, так как неизвестен коэффициент теплопроводности покрытия λ_n . Поэтому сопротивление покрытия можно определить по разности:

$$R_n = R - R_c. \quad (4.53)$$

Неизвестный коэффициент теплопроводности

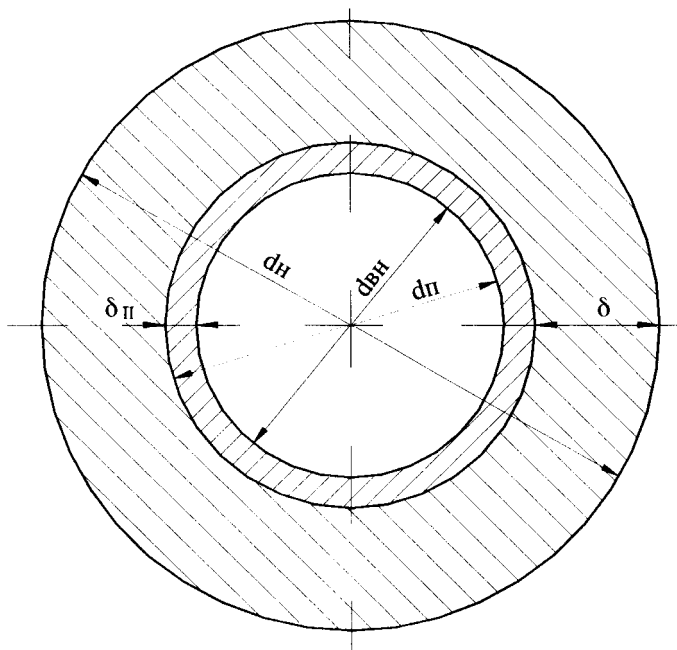


Рис. 4.29 Сечение изделия с покрытием.

покрытия определяем из выражения:

$$\lambda_n = \frac{d_{вн}}{2R_n} \ln \frac{d_n}{d_{вн}}. \quad (4.54)$$

В табл. 4.5 приведены геометрические размеры рассчитываемых изделий из стали 38 ХН5МФА.

Тепловое сопротивление рассчитывалось при температуре 300°С.

Результаты расчета тепловых сопротивлений и коэффициента теплопроводности покрытия ВК-8 приведены в табл. 4.6. $d_{вн}$ – диаметр покрытого изделия; d_n – исходный диаметр изделия; d_n – наружный диаметр изделия; δ_n – толщина износостойкого покрытия; δ – исходная толщина стенки изделия.

Таблица 4.5

Геометрические размеры изделий

Вариант	Толщина стенки δ , мм	Наружный диаметр d_n , мм	Внутренний диаметр $d_{вн}$, мм	Диаметр покрытия d_n , мм
1	15	60	29,9996	30
2	25	80		
3	50	225	124,9996	125
4	80	285		

Таблица 4.6

Результаты расчета теплового сопротивления [$\text{м}^2 \cdot \text{град}/\text{Вт}$] и коэффициента теплопроводности покрытия [$\text{Вт}/\text{м} \cdot \text{град}$]

Вариант	$R \cdot 10^4$	$R_c \cdot 10^4$	$R_n \cdot 10^4$	$R_n / R, \%$	λ_n
1	3,288	2,941	0,347	10,522	5,764
2	4,653	4,162	0,491	10,552	4,073
3	11,618	10,392	1,266	10,522	1,580
4	16,291	14,572	1,719	10,552	1,163

Если отложить тепловое сопротивление слоев в координатах $t - R$, то зависимость температуры от сопротивления будет линейной. Это дает возможность графически определить температуру в любом месте изделия.

На рис. 4.30 показана температура на границе покрытия и изделия, которая составляет 1300°С. Это означает, что износостойкое покрытие позволяет снизить температуру на 200 °С.

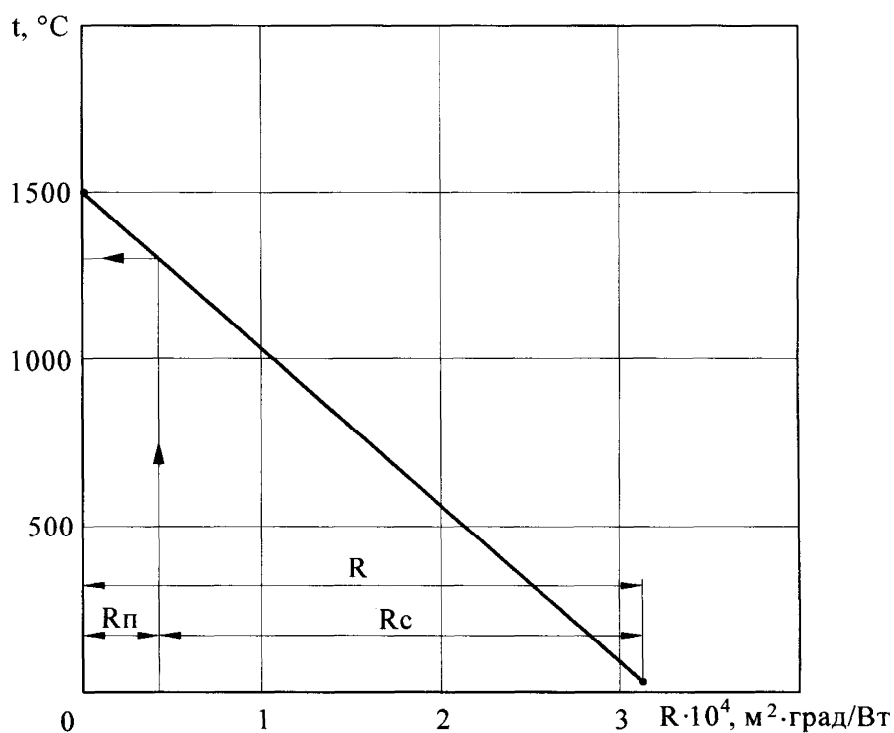


Рис. 4.30. Тепловое сопротивление изделия: R - тепловое сопротивление изделия; R_c - тепловое сопротивление стали; R_n - тепловое сопротивление покрытия.

Выводы: 1) экспериментально доказана возможность применения метода оболочки к определению теплофизических свойств высокотеплопроводных материалов; 2) выполнено сравнение результатов исследования теплофизических свойств стальных образцов по методу оболочки и по методу баланса тепла; 3) исследованы теплофизические свойства стальных образцов в форме полого цилиндра с различными износостойкими покрытиями и без них; 4) рассчитано тепловое сопротивление изделий с износостойким покрытием и определен коэффициент теплопроводности покрытия; 5) выполненные исследования показали, что нанесение износостойкого покрытия на стальные изделия снижает их коэффициент теплопроводности, повышает тепловое сопротивление и позволяет снизить температуру на рабочей поверхности изделия.

4.5. МЕХАНИЗАЦИЯ ЭЛЕКТРОЭРОЗИОННОГО УПРОЧНЕНИЯ СЛОЖНОПРОФИЛЬНЫХ ПОВЕРХНОСТЕЙ

В настоящее время достаточно широко используется механизированное электроэрозионное упрочнение деталей сложной формы, например, зубьев шестерен, звездочек, шлицевых валов [23, 218]

многоэлектродным дисковым инструментом. Основным недостатком такой обработки является низкая производительность, обусловленная ограничением количества электродов, одновременно контактирующих с обрабатываемой поверхностью. Для устранения этого недостатка известны примеры использования многоэлектродных инструментов с пространственным расположением электродов вдоль винтовой линии [350]. Лучшими из них для обработки зубчатых колес являются те, которые обеспечивают реализацию способа обкатки. Работа такими инструментами позволяет получить наиболее плавный контакт с обрабатываемой поверхностью. Это уменьшает шероховатость обработки. Анализ качества детали, упроченной таким инструментом, показывает, что вблизи основания зуба поверхность, как правило, переупрочняется, тогда как у вершин зубьев имеет место недостаточная сплошность покрытия и его толщина. Для устранения этого недостатка предложено электрододержатели располагать по винтовой линии неравномерно, с увеличивающимся шагом от торцов к середине инструмента. Это обеспечивает одинаковое увеличение глубины захода каждого последующего электрода в обрабатываемую впадину и равномерную обработку боковых поверхностей. Исключается появление переупрочненных участков, что позволяет повысить мощность генератора и тем самым увеличить производительность [157].

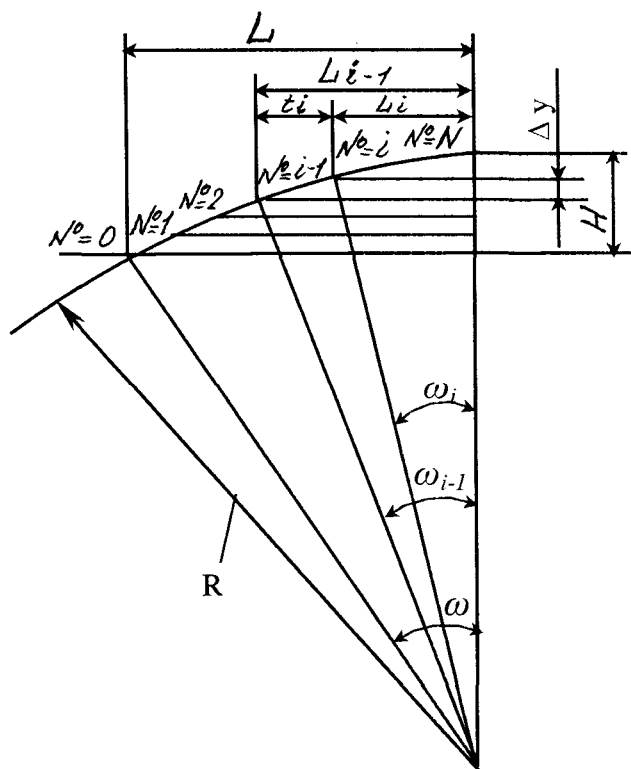


Рис. 4.31. Схема определения осевого шага между электродами.

Определив расстояние от центра инструмента (межэлектродного перпендикуляра) до $i-1$ и i -ого электродов можно определить осевой шаг между электродами t_i , а затем, для удобства разметки положения электрододержателей перейти к угловому шагу (рис.4.31).

Каждый электрод углубляется во впадины на величину Δy

$$\Delta y = \frac{H}{N}, \quad (4.55)$$

где: H - глубина обработки зубьев; N - количество шагов (промежутков между электродами) на входной или выходной

ветви инструмента.

Длина входной ветви инструмента L равна половине хорды окружности диаметра выступов обрабатываемых зубьев с радиусом R и высотой сегмента H (рис.4.31)

$$L = R \cdot \sin \omega, \quad (4.56)$$

где ω - угол между межосевым перпендикуляром и координатой расположения электрода № 0

$$\omega = \arccos \frac{R - H}{R}. \quad (4.57)$$

Следовательно,

$$L = R \cdot \sin(\arccos \frac{R - H}{R}). \quad (4.58)$$

Приняв нумерацию электродов на входной ветви 0, 1, 2... i ... N (рис.4.31) по аналогии с предыдущим, определим расстояние от центра инструмента (межосевого перпендикуляра) до $i-1$ -ого и i -ого электрода

$$L_{i-1} = R \cdot \sin \cdot \arccos \frac{R - [H - \Delta y(i-1)]}{R}, \quad (4.59)$$

$$L_i = R \cdot \sin \cdot \arccos \frac{R - (H - \Delta y \cdot i)}{R}. \quad (4.60)$$

Осевой шаг между $i - 1$ -ым и i - ым электродами определяется из выражения:

$$t_i = l_{i-1} - l_i = R \times \left(\sin \left(\arccos \left[1 - \frac{H(N-i+1)}{N \cdot R} \right] \right) - \sin \left(\arccos \left[1 - \frac{H(N-i)}{N \cdot R} \right] \right) \right). \quad (4.61)$$

Для удобства разметки положения электродов перейдем от осевого шага t_i к угловому φ_i , используя следующую зависимость

$$\varphi_i = \frac{t_i}{r \cdot \operatorname{tg} \tau}, \quad (4.62)$$

где r - радиус крепления осей электродов; τ - угол подъема винтовой линии расположения осей электродов на корпусе.

После преобразования получаем:

$$\varphi_i = \frac{R}{r \cdot \operatorname{tg} \tau} \times$$

$$\times \left(\sin \left(\arccos \left[1 - \frac{H(N-i+1)}{N \cdot R} \right] \right) - \sin \left(\arccos \left[1 - \frac{H(N-i)}{N \cdot R} \right] \right) \right). \quad (4.63)$$

Для удобства изготовления инструмента параметры винтовой линии из условия обкатки (осевой шаг – t_{oc} и угол подъема – τ) определяются для цилиндра, на поверхности которого расположены центры вращения электрододержателей. Так как электрододержатели с электродами расположены радиально, что аналогично фрезе с нулевым углом профиля, и обеспечивает увеличение длины активной части линии профилирования (то есть увеличивает время контакта электродов с обрабатываемой поверхностью), то при обработке, например, эвольвентных зубчатых колес осевой шаг винтовой линии t_{oc} выбирается из выражения

$$t_{oc} = \frac{\pi m \cdot \cos(\alpha)}{\cos(\tau)}, \quad (4.64)$$

где m – модуль обрабатываемого колеса; α - угол профиля обрабатываемого колеса.

Угол подъема винтовой линии τ , в случае обработки зубчатых колес, определяется из соотношения

$$\tau = \arcsin \frac{m}{2r}. \quad (4.65)$$

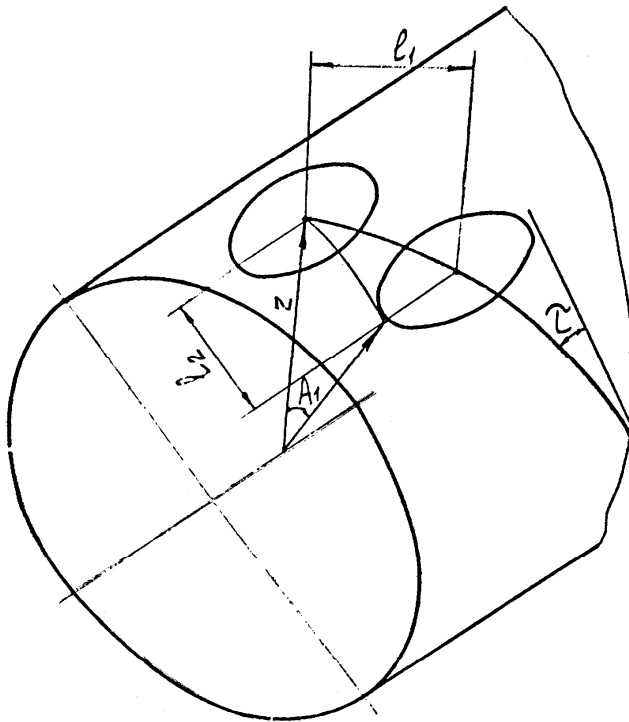


Рис. 4.32. Схема определения 1-го граничного условия: $l_1 = x$, $\varphi_1 \geq A_1$.

Для определения граничных условий, необходимых при расчете оптимального конструкторского варианта, принималось следующее допущение - кривые линии на поверхности цилиндра приравнивались к прямым, соединяющим конечные точки кривых. Первое ограничение формулировалось следующим образом - угол в торцевой плоскости между первым и нулевым электрододержателем “ A_1 ” должен быть

выбран таким образом, чтобы гнезда под разъемные втулки не попали одно на другое (рис. 4.32).

Для этого конструктивно назначаем расстояние l_1 , тогда l_2 равно $l_1 \cdot \cos \tau$.

$$l_2 = l_1 \cdot \cos \tau, \quad (4.66)$$

$$A_1 = \frac{180}{\pi} \cdot \frac{l_2}{r} = \frac{180}{\pi} \cdot \frac{l_1 \cdot \cos \tau}{r}, \quad (4.67)$$

$$\varphi_1 = \frac{180}{\pi} \cdot \frac{l_2}{r} = \frac{180}{\pi} \cdot \frac{l_1 \cdot \cos \tau}{r}. \quad (4.68)$$

Второе ограничение заключается в следующем: гнезда электрододержателей на соседних ветвях не должны накладываться одно на другое (рис. 4.33). То есть для всех электрододержателей на предшествующей ветви должно соблюдаться условие

$$P - A_{min} < \varphi_2' < P + A_{max}, \quad (4.69)$$

$$\varphi_2 - 360^\circ - A_{min} < \varphi_2' < \varphi_2 - 360^\circ + A_{max}, \quad (4.70)$$

где P – угловое положение точки крепления электрододержателей, которое отображено на соседнюю предшествующую ветвь; φ_2 – суммарная угловая координата точки крепления электрододержателя; φ_2' – суммарная угловая координата точки крепления электрододержателя на предшествующей ветви; A_{min} – угловое допустимое положение в торцевой плоскости между точкой крепления электрододержателя, отображенной на соседнюю предшествующую ветвь, и предшествующим электрододержателем; A_{max} – угловое допустимое положение в торцевой плоскости между точкой крепления электрододержателя, отображенной на соседнюю предшествующую ветвь, и последующим электрододержателем.

Определяем l_2' и l_2''

$$l_2' = \sqrt{l_1^2 - t_H^2} - \operatorname{tg} \tau \cdot t_H, \quad (4.71)$$

$$l_2'' = \sqrt{l_1^2 - t_H^2} + \operatorname{tg} \tau \cdot t_H. \quad (4.72)$$

Зная l_2' и l_2'' , можем определить l_3' и l_3''

$$l'_3 = \cos \tau \left(\sqrt{l_1^2 - t_H^2} - \operatorname{tg} \tau \cdot t_H \right), \quad (4.73)$$

$$l''_3 = \cos \tau \left(\sqrt{l_1^2 - t_H^2} + \operatorname{tg} \tau \cdot t_H \right). \quad (4.74)$$

Тогда

$$A_{\min} = \frac{180}{\pi \cdot r} \cdot l'_3 = \frac{180}{\pi \cdot r} \cdot \cos \tau \left(\sqrt{l_1^2 - t_H^2} - \operatorname{tg} \tau \cdot t_H \right), \quad (4.75)$$

$$A_{\max} = \frac{180}{\pi \cdot r} \cdot l''_3 = \frac{180}{\pi \cdot r} \cdot \cos \tau \left(\sqrt{l_1^2 - t_H^2} + \operatorname{tg} \tau \cdot t_H \right). \quad (4.76)$$

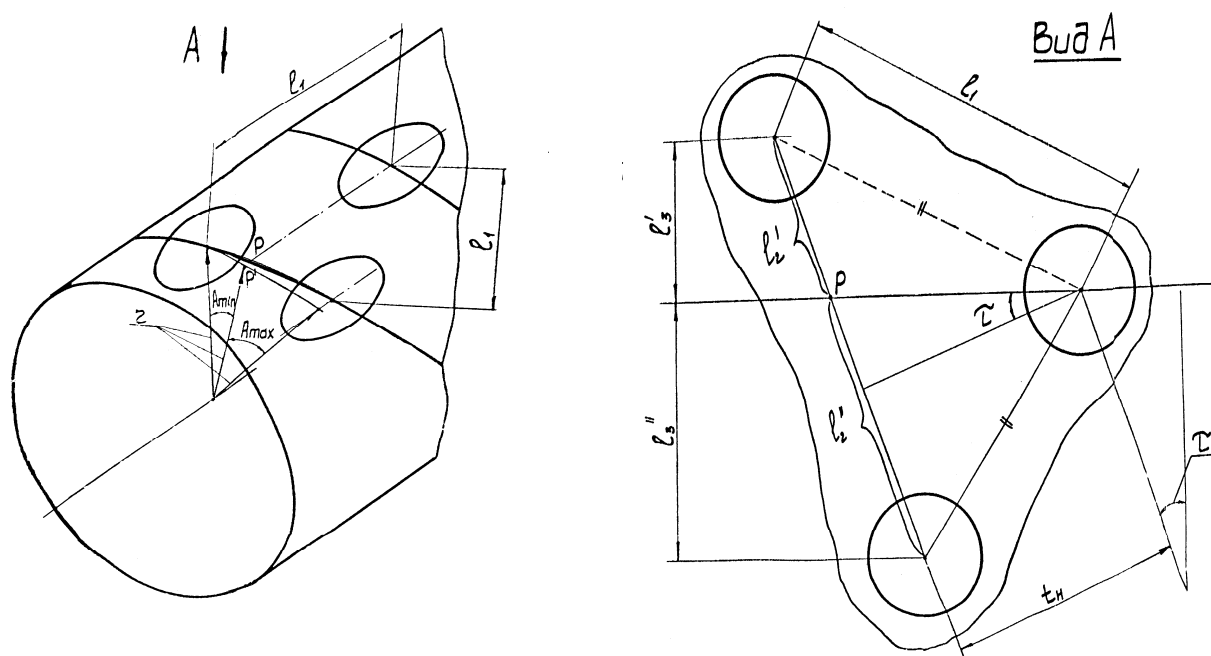


Рис. 4.33. Определение 2-ограничения.

На основании предложенных рассуждений была разработана программа для проектирования многоэлектродного инструмента с расположением электрододержателей по винтовой линии, блок-схема которой представлена на рис. 4.34.

На рис. 4.35 приведена конструкторская разработка инструмента. Инструмент состоит из корпуса цилиндрической формы 1, закрепленного посредством крышек 2, 3 и нетокопроводящих втулок 4, 5 на валу 6. На корпусе 1 по винтовой линии 7 с углом подъема τ и осевым шагом t_{oc} , выбираемыми из условия обкатки, закреплены шарнирно в разъемных нетокопроводящих втулках 8 электрододержатели

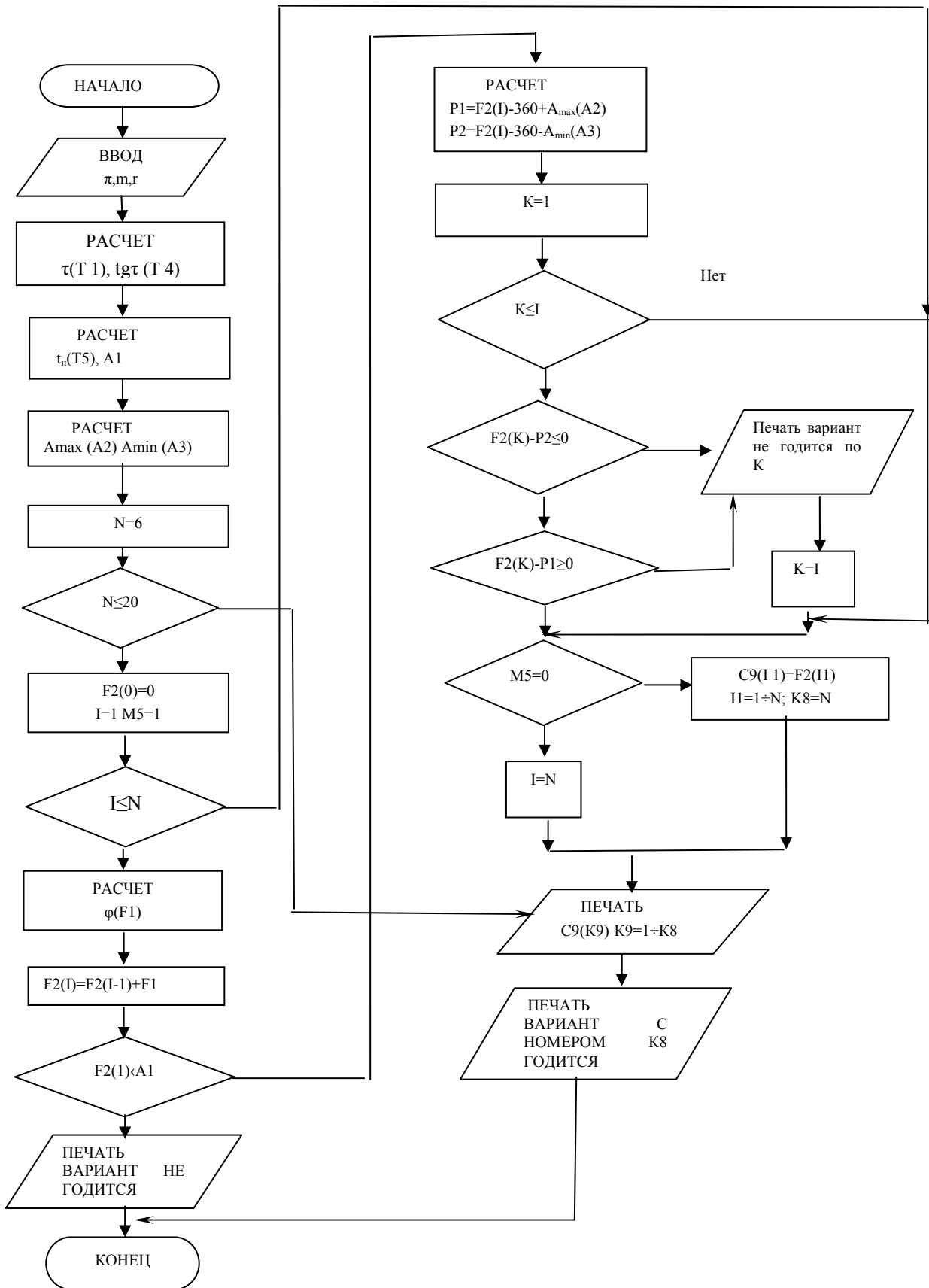


Рис. 4.34. Блок-схема расчета количества и расположения электродов.

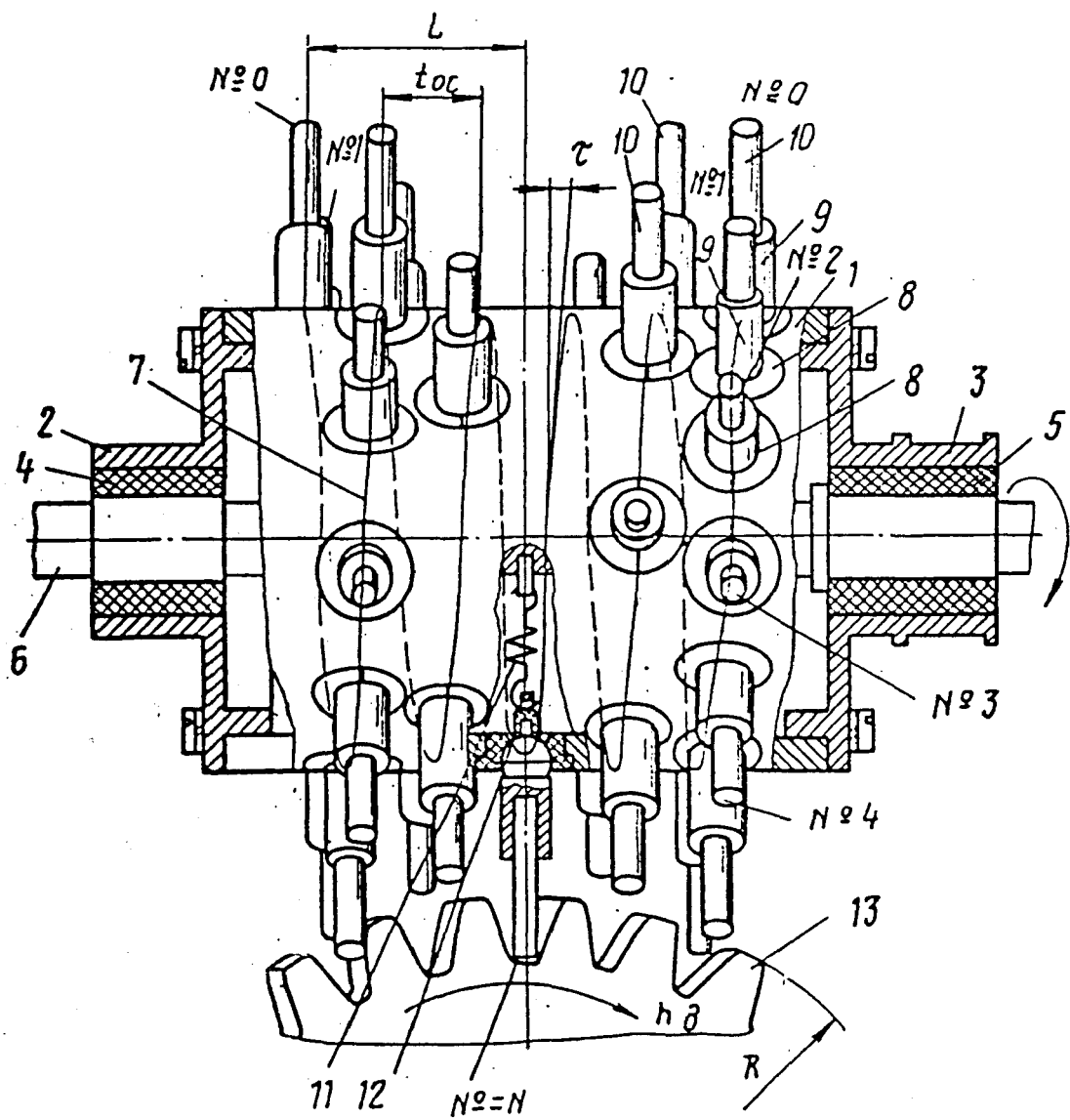


Рис. 4.35. Инструмент для электроэрозионного упрочнения зубчатых колес.

9 с электродами 10. Электрододержатели 9 ориентированы в радиальном и осевом направлениях пружинами 11, соединенными с электрододержателями 9 переходными нетокопроводящими втулками 12. Вследствие контакта электродов 10 с обрабатываемой поверхностью детали 13 за счет электроискровых разрядов происходит упрочнение детали.

ГЛАВА 5

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ И ОПТИМИЗАЦИЯ В ЗАДАЧАХ ОРГАНИЗАЦИОННО-ТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО ПРОЕКТИРОВАНИЯ ПРОИЗВОДСТВЕННЫХ СИСТЕМ

5.1. СЕТЕВОЕ МНОГОУРОВНЕВОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ОРГАНИЗАЦИОННО-ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ СТРУКТУР ПРОИЗВОДСТВЕННЫХ СИСТЕМ

Процессы, протекающие в современных механосборочных производствах, имеют различную физическую, организационно-техническую и технологическую природу. В гибких производственных системах структуры технологических процессов тесно связаны с управляющими воздействиями на них. Поэтому комплексная оптимизация технологических процессов на основе обобщенных аналитических моделей, как правило, приводит к необходимости декомпозиции производственной системы на ряд однородных подсистем. После этого для каждой из подсистем решается своя оптимизационная задача, а полученные решения согласовываются на этапе опытной эксплуатации системы обработки. Это является причиной большого количества итераций при выборе оптимальных структур технологических процессов (ТП), адаптированных к конкретным производственным условиям, и приводит к потере точности управляющей подсистемы и понижению мобильности системы обработки.

Вторым немаловажным аспектом является динамическое изменение структуры и параметров производственной системы в ходе выполнения производственного задания. Эти изменения связаны как со случайными процессами, протекающими в ней (сбоями оборудования и неадекватной реакцией обслуживающего персонала) так и с плановым изменением ее организационно-технической и технологической структур.

Оптимальное решение производственных задач с учетом выше перечисленных факторов основывается на комбинации аналитических и имитационных математических моделей поведения системы обработки, имеющих детерминированную либо стохастическую основу.

Наибольшей информативностью и высокой степенью достоверности обладает имитационное моделирование. Однако оно имеет ряд негативных особенностей: большую размерность по числу перемен-

ных и связей между элементами модели; стохастический характер, нелинейность, ограничения различных типов, различное математическое описание элементов модели, реакции, зависящие от времени.

К положительным свойствам имитационного моделирования в реальном времени можно отнести: возможность экспериментального исследования сложных внутренних взаимодействий в рассматриваемой системе; возможность изучать воздействие на функционирование системы информационных и организационных изменений и изменений характера взаимодействия с внешней средой; возможность лучше понять систему, оценить, какие из факторов наиболее существенны и как они взаимодействуют; возможность оценить поведение системы в новых ситуациях, проверять новые стратегии и правила принятия решения; возможность осуществлять стохастическое моделирование.

Формирование дерева целей функционирования, свойственных каждой производственной системе, является ключевым в системе оптимального управления. И здесь на первое место, вне зависимости от типа производственного процесса, всегда выходят задачи управления в качестве связующих элементов различных подсистем в единую систему. Они имеют разноплановый характер: от расчета параметров отдельных узлов и механизмов до согласования работы различных технологических переделов (линий сборки, участков штамповки и т.д.) (рис. 5.1).

Элементарной составляющей любого производственного процесса является рабочее место (am_i^j). Функциональная структура системы обработки на уровне рабочего места ограничена решением задач обработки, контроля, использования рабочих сред (СОЖ, сжатого воздуха и др.), уборки стружки.

На следующем уровне рабочие места объединяются в участок либо линию (Am_i). Функции участка определяются функциям рабочих мест, а так же дополняются транспортными функциями и функциями управления гибким производственным модулем (ГПМ) и автоматизированным складом (АС).

На следующем уровне участки объединяются в цех (АМ). Его функции формируются на основе функций участков и дополняются хозяйственной функцией, технологической подготовкой производства, инструментальным обеспечением и обеспечением оснасткой.

Тогда общую задачу формирования имитационной модели производственной системы можно сформулировать в виде:

$$\Sigma = \{T, X, U, \Omega, Y, \Gamma, H, G\}, \quad (5.1)$$

где T - множество моментов времени, на котором анализируется производственная система; X - множества состояний элементов производственной системы (АС, автоматизированного транспортного модуля (АТМ), ГПМ); U - входные воздействия на АС, АТМ, ГПМ (команды на обработку, загрузку, разгрузку и пр.); Ω - множество допустимых входных воздействий на АС, АТМ, ГПМ; Y, Γ - мгновенные значения реакций АС, АТМ, ГПМ на допустимые входные воздействия; H - вектор мгновенных состояний ГПС; G - модели преобразования входных сигналов АС, АТМ, ГПМ в выходные.

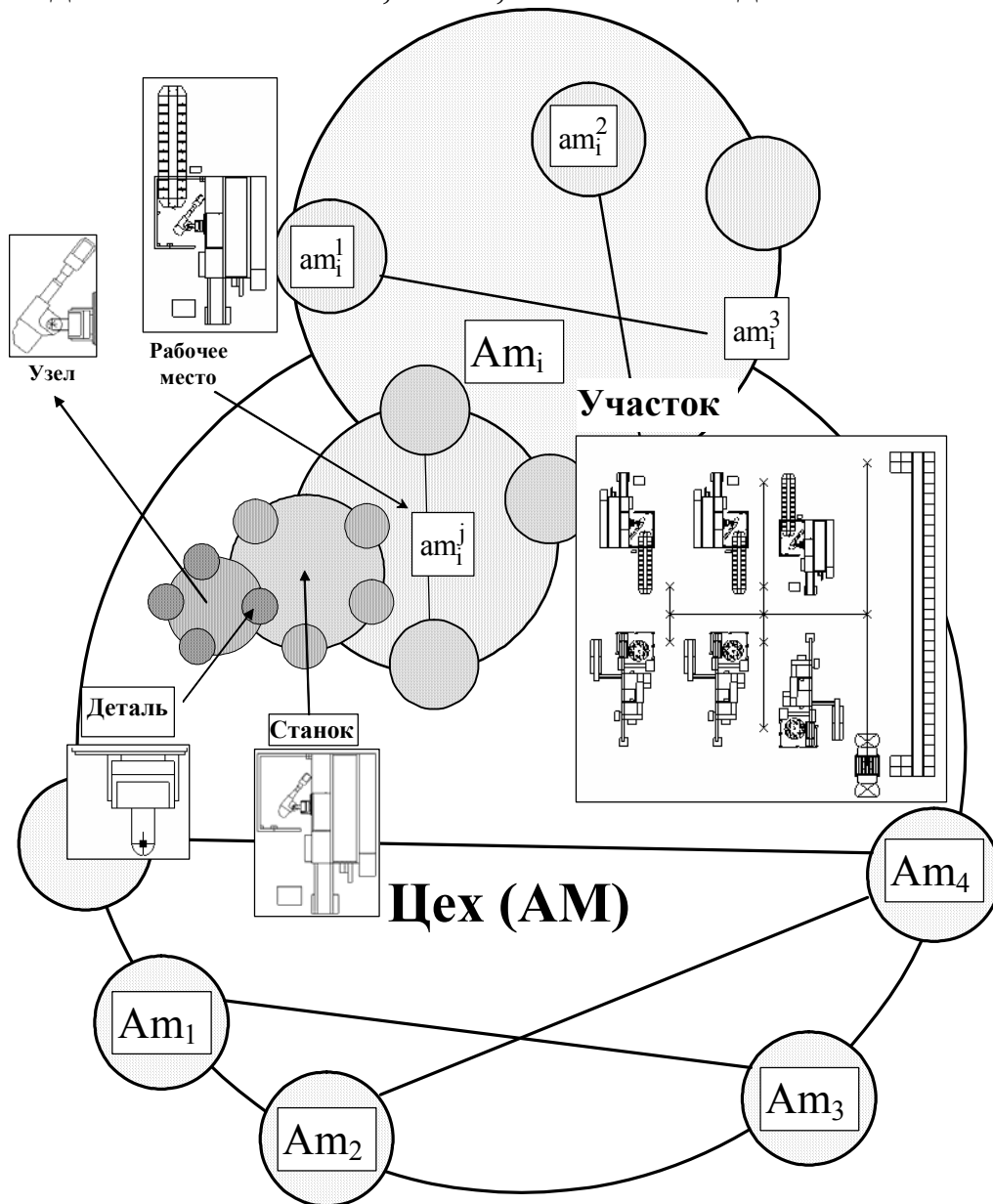


Рис. 5.1. Структуры имитационной модели механосборочного цеха.

Широкий диапазон целей управления порождает множество ло-

кальных стратегий, которые подчас трудно, а порой и невозможно согласовать. Для создания области компромисса частных критериев эффективности $K = \{k_1, k_2, \dots, k_n\}$ использована модель согласования:

$$X^c = \bigcup_{a \in A} f^{-1} \left[\begin{array}{c} \text{opt} \\ x \in X \end{array} \sum_{i=1}^n a_i k_i(x) \right], \quad (5.2)$$

где $a = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ - вектор параметров, определенный на множестве $A = \left\{ a \mid a > 0; \sum_{i=1}^n a_i = 1 \right\}$; f^1 - оператор, устанавливающий связь

$x = f^{-1}(K)$; x - вектор допустимых состояний подсистем.

Основная трудоемкость при разработке имитационной модели приходится на создание имитатора движения исполнительных механизмов. Проблема заключается в сопоставлении точности имитации с трудоемкостью создания такой модели и затрачиваемыми на это вычислительными ресурсами.

Анализ существующих систем имитационного моделирования показывает, что высокой точностью имитации обладают либо многокомпонентные изотропные системы, либо анизотропные системы с небольшим количеством элементов. Поэтому говорить о возможности точной имитации производственных систем на уровне цеха с количеством рабочих мест от 100 до 500 единиц оборудования, как правило, не приходится. Чаще всего в таких случаях модель системы обработки "огрубляется". После чего прибегают к аналитическому моделированию циклических процессов в ней с использованием классических либо нагруженных сетей Петри (для моделирования циклических процессов), либо обращаются к теории расписаний (в случае моделирования асинхронных технологических процессов). Последний из перечисленных методов наиболее точен, но трудоемок в расчетах и ориентирован на детерминированную постановку задачи управления, т.е. структура и последовательность действий рассчитываемой системы не меняется на расчетном отрезке времени. В реальных условиях это требование практически невыполнимо.

Предлагается концепция создания имитационной модели производственной системы на основе принципа минимальной достаточности декомпозиции моделируемой системы.

В основу моделирования положены два типа алгоритмов:

- алгоритм моделирования транспортных перемещений с нежесткой (адаптивной) последовательностью выполнения операций (АА),

который построен на модифицированном алгоритме оптимизации транспортных путей (алгоритме Дейкстры);

- алгоритм с "жесткой" последовательностью выполнения операций (АЖ), который построен на принципах традиционного программирования с использованием нагруженных сетей Петри.

В семантике языка моделирования (АМ) использована рекурсивная форма, сочетающая алгоритмы типа АА и АЖ:

$$\left\langle \begin{aligned} & \text{АМ} = \{ \text{АМ}_1, \text{АМ}_2, \dots, \text{АМ}_N \} \\ & \text{АМ}_i = \{ \text{АА}_i^1, \text{АА}_i^2, \dots, \text{АА}_i^K, \text{АЖ}_i^1, \text{АЖ}_i^2, \dots, \text{АЖ}_i^L \} \\ & \text{АА}_i^j = \{ \text{АА}_i^f \{ \text{АА}_i^m, \dots, \text{АЖ}_i^p \} \} \\ & \text{АЖ}_i^j = \{ \text{АЖ}_i^j \{ \text{АЖ}_i^d, \dots, \text{АЖ}_i^g \} \} \end{aligned} \right\rangle. \quad (5.3)$$

Декомпозиция задачи проектирования ТП является основным методом его проектирования. Она приводит к необходимости координации решений, получаемых на каждом уровне, что выражается в необходимости создания механизма, обеспечивающего согласованность работы автономно функционирующих подсистем (формирования перед подсистемами целей, согласованных с глобальными целями системы). При этом гибкость модели организационно-технологической подготовки производственного процесса может быть достигнута за счет использования динамической модели межуровневой координации подсистем ГПС. Исходя из этого, был - бы логичным перенос методов проектирования организационных систем на технологическое проектирование, и, прежде всего, использование имитационного моделирования и связанного с ним математического аппарата.

Представим математическую формулировку процесса функционирования производственной системы в виде:

$$\left[\begin{array}{ccc} & \{x_5, x_6\} & \\ x_7(x_4\{3\}) & \otimes & \{x_1, x_2, x_3\} \\ & \min(A, N, T, C) & \end{array} \right] \Rightarrow x_7(x_4\{D\}), \quad (5.4)$$

где x_1 - ГПМ; x_2 - АТМ; x_3 - АС; x_4 - объект обработки; x_5 - технологическая операция (ТО); x_6 - ТП; x_7 - партия изделий (ПИ); состояние партии изделий (ПИ): заготовка (З), деталь (Д); критерии формирования организационно-технических и технологических решений в процессе функционирования ГПС: работа формообразования (А), мощность энергетической установки оборудования, затраченная на процессы обработки и транспортирования (N), время обработки и транспортирования (Т), приведенные затраты на создание и поддержание произ-

водственной системы в работоспособном состоянии (C); \otimes - знак взаимодействия элементов ГПС; \Rightarrow - знак следования.

Используя определение имитационной динамической модели ГПС, построенной на временных сетях Петри с приоритетами переходов, для модели (5.1) выпишем структурные и временные компоненты:

$$\left. \begin{aligned} TN &= \{T, P, I, O, M_0, \tau, PR\}; \\ P &= \{p_i\}, i = \overline{1, n}; \\ T &= \{t_j\}, j = \overline{1, m}; \\ I &: T \times P \rightarrow \{0, 1\}; \\ O &: P \times T \rightarrow \{0, 1\}; \\ M_0 &: P \rightarrow Z_0; \\ \tau &: T \rightarrow R_0, \end{aligned} \right\} , \quad (5.5)$$

где P – конечное множество позиций (состояний ГПС); T – конечное множество переходов (методов преобразования объектов обработки в ГПС); I – функция следования (результаты применения функции T к объектам ГПС в состоянии P); O – функция предшествования (перечень условий – наличие состояний P , необходимых для применения функции T); M_0 – начальное маркирование, задающее начальное распределение меток по позициям сети (состояние ГПС до начала моделирования); Z_0 – множество неотрицательных чисел (значений характеристик элементов и структур ГПС до начала моделирования); τ – функция, сопоставляющая каждому переходу его время срабатывания (функция времен срабатывания); R_0 – множество рациональных неотрицательных чисел (множество значений характеристик элементов и структур ГПС, получаемых в ходе имитационного моделирования); PR – отношение приоритетности (порядка), задаваемое на множестве переходов T и определяющее порядок потребления меток возбужденными переходами (последовательность выполнения технологических операций) в условиях конфликта меток (критерии выбора оптимальных параметров и структур ГПС для сформировавшихся организационно-технических и технологических условий на момент принятия решения).

Тогда применительно к гибкому автоматизированному участку механической обработки резанием (ГАУ) деталей типа "Вал" (рис. 5.2) модель (5.5) может быть представлена в виде семантической сети

(рис. 5.3), а состояние ее элементов могут быть описаны кортежем S (табл. 5.1).

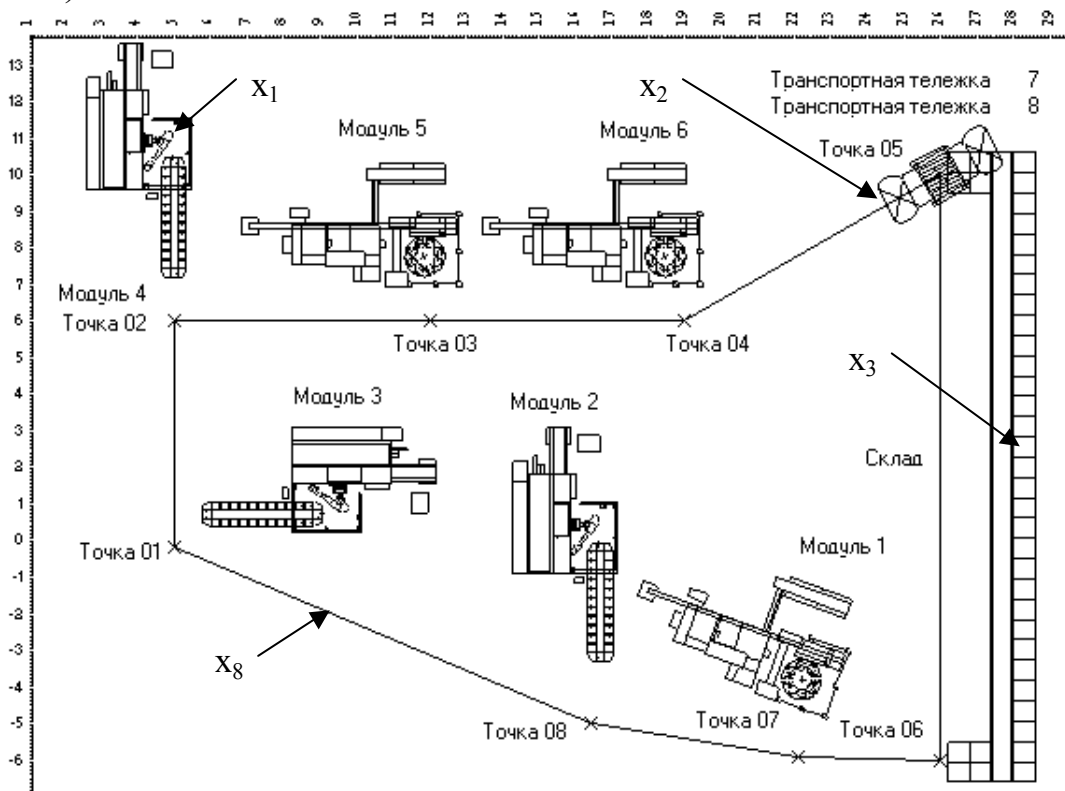


Рис. 5.2. Пример планировки ГАУ деталей типа "Тела вращения": x_8 - трасса перемещения АТМ.

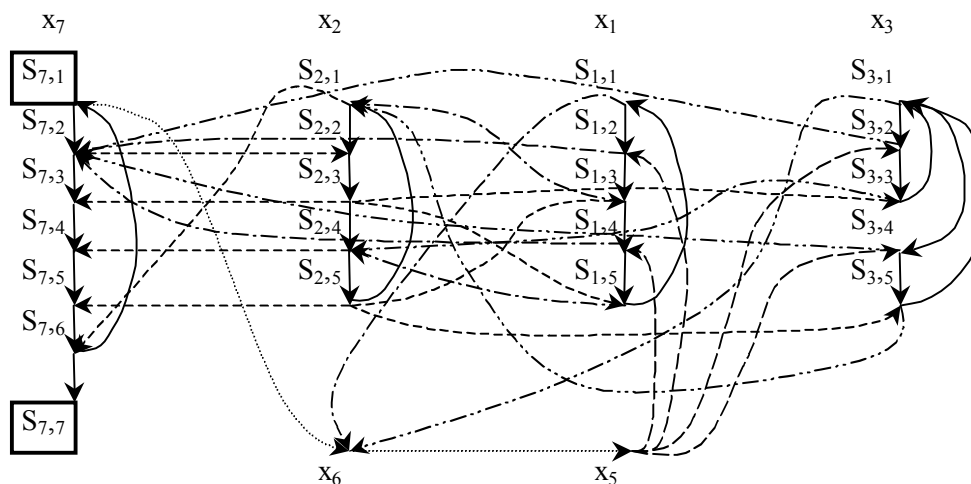


Рис. 5.3. Семантическая сеть изменения состояния элементов ГПС: x_1, \dots, x_7 - обозначение элементов и процессов, протекающих в ГПС; $S_{1,1}, \dots, S_{7,7}$ - обозначение состояний элементов ГПС по табл. 5.1;

- \longrightarrow - векторы изменения состояний элементов ГПС ;
- \dashrightarrow - векторы управляющих воздействий со стороны элементов и процессов, протекающих в ГПС, на состояния элементов и процессов, связанных с ними в момент опроса состояния ГПС.

Таблица 5.1

Состояния элементов ГПС

Обозначение предмета	Описание состояния	Обозначение состояния
x_1	Ожидание	$S_{1,1}$
	Ожидание загрузки	$S_{1,2}$
	Загрузка - Обработка	$S_{1,3}$
	Ожидание разгрузки	$S_{1,4}$
	Разгрузка	$S_{1,5}$
x_2	Ожидание	$S_{2,1}$
	Перемещение	$S_{2,2}$
	Загрузка	$S_{2,3}$
	Транспортирование	$S_{2,4}$
	Разгрузка	$S_{2,5}$
x_3	Ожидание	$S_{3,1}$
	Ожидание разгрузки	$S_{3,2}$
	Транспортирование - Разгрузка	$S_{3,3}$
	Ожидание загрузки	$S_{3,4}$
	Загрузка - Транспортирование	$S_{3,5}$
x_7	Заготовка	$S_{7,1}$
	Ожидает разгрузки	$S_{7,2}$
	Разгружается	$S_{7,3}$
	Транспортируется	$S_{7,4}$
	Загружается	$S_{7,5}$
	Обрабатывается (складируется)	$S_{7,6}$
	Деталь	$S_{7,7}$

5.2. Многоуровневое представление организационно-технологической структуры ГПС

На основе графического представления модели (5.5) рис. 5.3, сформулируем временной и организационный признаки, по которым происходит выделение подсистем. Структурные компоненты системы, выделенные при декомпозиции по временному признаку, будем называть слоями.

Если на l -м слое во временном диапазоне $t [T_i + t]$ решается i -я задача технологического проектирования, то ему соответствует T_i – i -й горизонт проектирования технологического процесса (где T_i – момент начала решения i -й задачи). Горизонты проектирования возрастают по мере продвижения вверх по уровням иерархии, т. е. выполняются неравенства: $T_1 \geq T_2 \geq \dots \geq T_L$, где L – общее количество слоев, выделен-

ных в ГПС. Так как слои выделяются по типу решаемых задач, то они не совпадают с организационной иерархией системы (рис. 5.1).

Определяющим фактором при выборе оптимальных организационно-технологических характеристик ГПС является ее производительность. Оценка абсолютных значений ее составляющих, как правило, не дает ответ на вопрос о методах достижения уровня оптимальных параметров ГПС.

Поэтому для оценки факторов, влияющих на эффективность применения ГПС в механообрабатывающем производстве, рассмотрим относительное изменение баланса временных составляющих цикла обработки в ГПС по сравнению с обработкой на оборудовании, имеющем как ручное управление (РУ), так и числовое программное управление (ЧПУ). Для этого используем систему относительных показателей.

Структура затрат времени при обработке деталей в ГПС рассматривается, как производная от структуры затрат времени на заменяемом оборудовании (универсальном), из которой вычтены элементы, измеряющие время приемов, не встречающихся при обработке деталей в ГПС.

Анализ баланса времени обработки деталей на оборудовании с различными системами управления приведен в табл. 5.2.

Коэффициенты a_i , b_i , c_i , ..., s_i ($i=1, 2, 3$) характеризуют изменение относительных затрат составляющих времени обработки на оборудовании с различными системами управления. Баланс времени обработки деталей на станках с РУ составлен на основе данных о структуре времени их работы в течение смены. Для ГПС такой баланс выполнен на основе типовой процедуры фиксации картины производственного процесса до внедрения ГПС.

В табл. 5.2 обозначены: T_0 - основное время обработки деталей на оборудовании с РУ; a_1 - коэффициент повышения режимов резания за счет уменьшения экономической стойкости режущего инструмента, обратно пропорционален увеличению стоимости автоматизированного оборудования, а также стоимости одного периода стойкости инструмента, применяемого на автоматизированном оборудовании и налаживаемом вне станка ($a_1 < 1$).

Для станков с РУ период стойкости, соответствующий оптимальным режимам обработки (T_s) определяется из зависимости:

$$T_s = (\mu - 1) \left(t_{cm} + \frac{S_u}{E} \right), \quad (5.6)$$

Таблица 5.2.

Составляющие затрат времени, связанные с циклом изготовления деталей

Оборудование	Штучно-калькуляционное время $T_{шк}$										
	Штучное $T_{шт}$										Подготовительно-заключительное время
	Основное (технологическое) время	Вспомогательное время $T_в$			Время на обслуживание рабочего места $T_{обс}$		Потери времени $T_{пт}$				
		на установку и снятие детали	на холостые перемещения	связанное с переходом	организационное	техническое	Зависящие от рабочего	Зависящие от организации производства	Время на отдых	Потери, связанные с браком	
Универсальное с РУ	T_o	T_δ	T_x	T_n	$T_{об}$	$T_{об'}$	T_p	$T_{орг}$	$T_{отд}$	T_δ	$T_{п.з.}$
Автоматизированное с ЧПУ	$a_1 a_2 T_o$	$b_1 T_\delta$	$c_1 c_2 c_3 T_x$	$d_1 d_2 d_3 T_n$	$e T_{об}$	$f_1 f_2 T_{об'}$	$h T_p$	$g_1 T_{орг}$	$\frac{T_{отд}}{y}$	$k T_\delta$	$l_1 T_{п.з.}$
ГПС	$a_1 a_2 a_3 a_4 T_o$	$b_1 b_2 b_3 T_\delta$	$c_1 c_2 c_3 c_4 T_x$	$d_1 d_2 d_3 T_n$	$e T_{об}$	$f_1 f_2 T_{об'}$	$h T_p$	$g_1 g_2 g_3 T_{орг}$	$\frac{T_{отд}}{y}$	$k T_\delta$	$l_1 T_{п.з.}$

Продолжение табл. 5.2.

Оборудование	Затраты времени вне цикла обработки							Потери рабочего времени на восстановление работоспособности
	Пролеживание деталей в незавершенном производстве	транспортирование деталей	контроль обработки	Подготовка производства		Операции смежные с обработкой деталей		
				технологическая	организационная	предшествующие	последующие	
Универсальное	τ_{np}	τ_{mp}	τ_k	$\tau_{n.m}$	$\tau_{n.o}$	τ_3	$\tau_{сб}$	τ_n
Автоматизированное с ЧПУ	$m_1 \tau_{np}$	$n_1 \tau_{mp}$	$p_1 p_2 \tau_k$	$q_1 q_2 \tau_{n.m}$	$q_1 q_2 \tau_{n.o}$	$s \tau_3$	$t \tau_{сб}$	$u \tau_n$
ГПС	$m_1 m_2 \tau_{np}$	$n_1 n_2 \tau_{mp}$	$p_1 p_2 \tau_k$	$q_1 q_2 q_3 \tau_{n.m}$	$q_1 q_2 q_3 \tau_{n.o}$	$s \tau_3$	$t \tau_{сб}$	$u \tau_n$

где μ - величина, обратная показателю степени в зависимости скорости от стойкости, характеризующая обрабатываемый и режущий материалы; E - стоимость единицы времени работы оборудования; t_{cm} - время смены инструмента; S_u - стоимость работы режущего инструмента за период стойкости.

Очевидно, что с увеличением стоимости оборудования при прочих неизменных параметрах возрастает стоимость единицы времени его работы, а следовательно, уменьшается величина стойкости, соответствующей оптимальным режимам работы станков (она стремится к величине $(\mu-1) \cdot t_{cm}$, соответствующей максимальной производительности резания). Для обеспечения этой стойкости режимы резания на оборудовании должны быть увеличены, что должно привести к росту производительности обработки. Коэффициент a_1 служит мерой увеличения производительности; a_2 - коэффициент, учитывающий изменение технологических характеристик системы обработки на основе автоматизированного оборудования (ГПМ и станков с ЧПУ) относительно аналогичных характеристик станков с РУ (допустимые мощности, скорости и нагрузки) ($a_2 < 1$); a_3 - коэффициент, учитывающий возможность роста производительности ГПС при адаптивном управлении процессом резания ($a_3 < 1$); a_4 - коэффициент, учитывающий изменение основного (технологического) времени за счет замены последовательной одноинструментной обработки многошпиндельной ($a_4 < 1$); T_g - вспомогательное время при обработке на станках с РУ (T_d, T_x, T_n); T_d - время на установку и снятие деталей на оборудовании с РУ; T_x - время выполнения холостых перемещений на оборудовании с РУ; T_n - время обработки на станках с РУ в рамках технологического перехода.

Изменение структуры и величины вспомогательного времени T_g при обработке деталей на автоматизированном оборудовании учитывается с помощью следующих коэффициентов:

$(b_i, i = \overline{1,3})$ - коэффициенты, учитывающие изменение времени на установку и снятие деталей: за счет концентрации одно - ($i=1$) и разноименных ($i=2$) операций, за счет автоматизации приемов установки деталей ($i=3$), ($b_i < 1$);

$(c_i, i = \overline{1,4})$ - коэффициенты, учитывающие изменение времени выполнения холостых перемещений: при автоматизации их выполнения ($i=1$), за счет минимизации на ЭВМ длин холостых перемещений при расчете траекторий движения исполнительных механизмов станков с ЧПУ ($i=2$), при изменении числа холостых перемещений путем кон-

центрации операций ($i=3$), за счет применения многошпиндельной обработки ($i=4$), ($c_i < 1$);

$(d_i, i = \overline{1,3})$ - коэффициенты, учитывающие уменьшение затрат времени на технологическом переходе: за счет автоматизации позиционирования с целью установки инструмента на размер ($i=1$), за счет исключения пробных проходов при обработке деталей по управляющей программе ($i=2$), за счет автоматизации выбора и смены инструментов, а также управления циклом работы станка ($i=3$), ($d_i < 1$).

$T_{об}$ - время организационного обслуживания рабочего места;

$T'_{об}$ - время технического обслуживания рабочего места;

T_p - потери времени, зависящие от рабочего;

$T_{орг}$ - потери времени по организационным причинам.

Уменьшение времени обслуживания рабочего места ($T_{об}$, $T'_{об}$) и потери рабочего времени (T_p , $T_{орг}$) при обработке на автоматизированных станках определяется следующими коэффициентами:

e - коэффициент, учитывающий увеличение затрат времени на организационное обслуживание рабочего места в связи с наличием пристаночных электронных управляющих устройств ($e > 1$);

$(f_i, i = \overline{1,3})$ - коэффициенты, учитывающие изменение затрат времени: связанных с техническим обслуживанием операций: обусловленных увеличением и регламентацией числа подналадок в связи с уменьшением периода экономической стойкости режущего инструмента ($i=1$), связанных с уменьшением продолжительности одной подналадки, выполняемой посредством ручной отработки команд с пульта системы управления ($i=2$), обусловленных уменьшением продолжительности одной автоматической подналадки посредством замены затупившегося инструмента на инструмент-дублер ($i=3$);

h — коэффициент, учитывающий уменьшение потерь рабочего времени по причинам, зависящим от рабочего, обусловленных его утомляемостью, невниманием и пр. ($h < 1$);

$(g_i, i = \overline{1,3})$ - коэффициенты, учитывающие уменьшение потерь рабочего времени по организационным причинам: в результате фиксации цикла обработки детали с помощью программ управления станками (модулями) ($i=1$), упорядочения цикла обработки деталей с помощью программ управления производственной системой ($i=2$), оптимизации маршрутов обработки деталей в системе ($i=3$);

$T_{отд}$ - время на отдых и другие надобности.

Удельный вес времени на отдых и другие надобности при введении автоматизированного оборудования уменьшается пропорцио-

нально росту производительности у ГПС по сравнению с заменяемым оборудованием.

При обработке деталей на станках с РУ значительная часть фонда времени расходуется на устранение брака. Внедрение автоматизированного оборудования с ЧПУ позволяет пропорционально коэффициенту k уменьшить эти потери за счет стабилизации отработки размеров по программе управления станком (модулем) в автоматическом цикле:

k - коэффициент, учитывающий уменьшение фонда времени, расходуемого на устранение брака, за счет стабилизации отработки размеров по программе управления станком (модулем) в автоматическом цикле ($k < 1$);

$T_{н.з.}$ — подготовительно-заключительное время.

При замене оборудования с ручным управлением на автоматизированное оборудование, оснащенное устройствами автоматической смены инструментов, обрабатывающих заданную группу изделий, необходимо учитывать изменение составляющих подготовительно-заключительного времени.

l_1 - коэффициент, учитывающий изменение времени наладки оборудования: на многооперационных станках, занятых обработкой группы из z наименований конкретных деталей заказчика, магазин инструментов комплектуется множеством налаженных вне станка инструментов, необходимых и достаточных для обработки этой группы деталей.

При анализе повышения производительности обработки деталей за счет использования автоматизированного оборудования взамен станков с РУ будем учитывать изменение затрат времени, связанное с производственным циклом изготовления деталей, не относящимся к штучно-калькуляционному времени обработки:

τ_{np} - пролеживание деталей в незавершенном производстве как во время их обработки, так и между выполняемыми операциями;

τ_{mp} - транспортирование деталей в процессе их изготовления;

τ_k - межоперационный контроль деталей.

Составляющие потерь времени (τ_{np} , τ_{mp} , τ_k) будем учитывать группой коэффициентов:

$(m_i, i = \overline{1,3})$ - коэффициенты, учитывающие: перевод обработки детали со станков с РУ на автоматизированное оборудование ($i=1$, $m_1 < 1$), упорядоченность технологических процессов в ГПС, управляемых от ЭВМ по критерию максимизации загрузки оборудования ($i=2$, $m_2 < 1$),

фактор выпуска продукции оптимальными партиями с учетом требований последующего передела ($i=3, m_3 < 1$);

$(n_i, i = \overline{1,3})$ - коэффициенты, учитывающие: внедрение автоматизированного оборудования ($i=1, n_1 < 1$), рациональное транспортирование путем размещения оборудования, мест хранения и выбора эффективных средств перемещения полуфабрикатов внутри производственных объектов ($i=2, n_2 < 1$), создание автоматизированных средств транспортирования заготовок и полуфабрикатов в автоматизированных станочных системах с помощью ПР, включенных в транспортно-накопительную систему, управляемую от ЭВМ ($i=3, n_3 < 1$);

$(p_i, i = \overline{1,2})$ - коэффициенты, учитывающие: сокращение затрат, связанных с выполнением контрольных операций, за счет перекрытия времени контроля временем автоматического цикла обработки и уменьшения числа контрольных переходов вследствие концентрации операций ($i=1, p_1 < 1$), повышения уровня стабильности отработки размеров по УП ($i=2, p_2 < 1$);

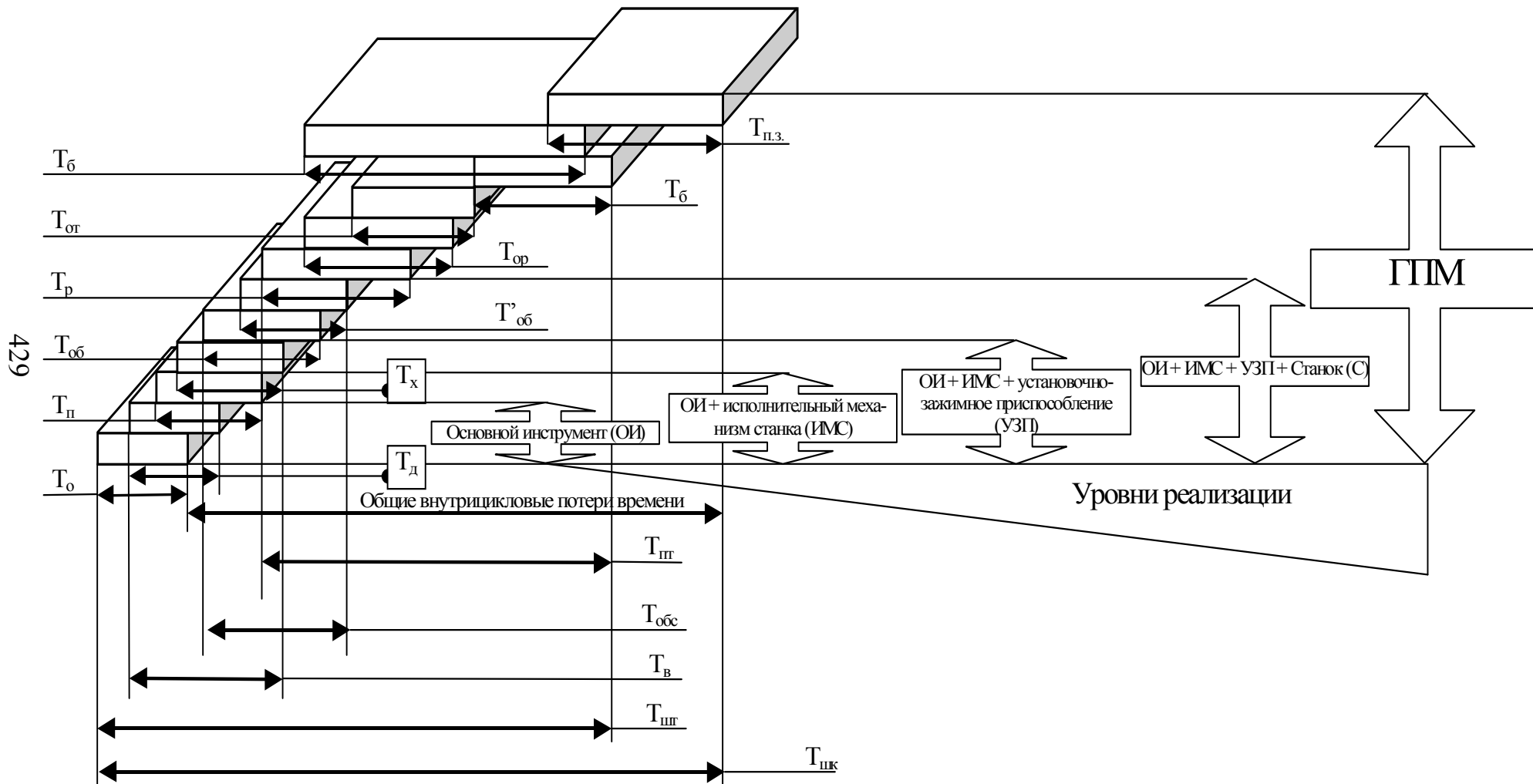
$(q_i, i = \overline{1,3})$ - коэффициенты, учитывающие: изменение затрат времени на проектирование и изготовление оснастки $i=1$ ($q_1 < 1$), автоматизированную подготовку УП для станков и ГПС $i=2$ ($q_2 < 1$), увеличение объемов проработки хода технологического процесса, необходимое для автоматизированного оборудования $i=3$ ($q_3 < 1$).

При внедрении автоматизированного оборудования в механических цехах машиностроительных заводов меняются не только условия их работы, но и условия работы смежных производств - заготовительных и сборочных цехов. Это положение отражается коэффициентами:

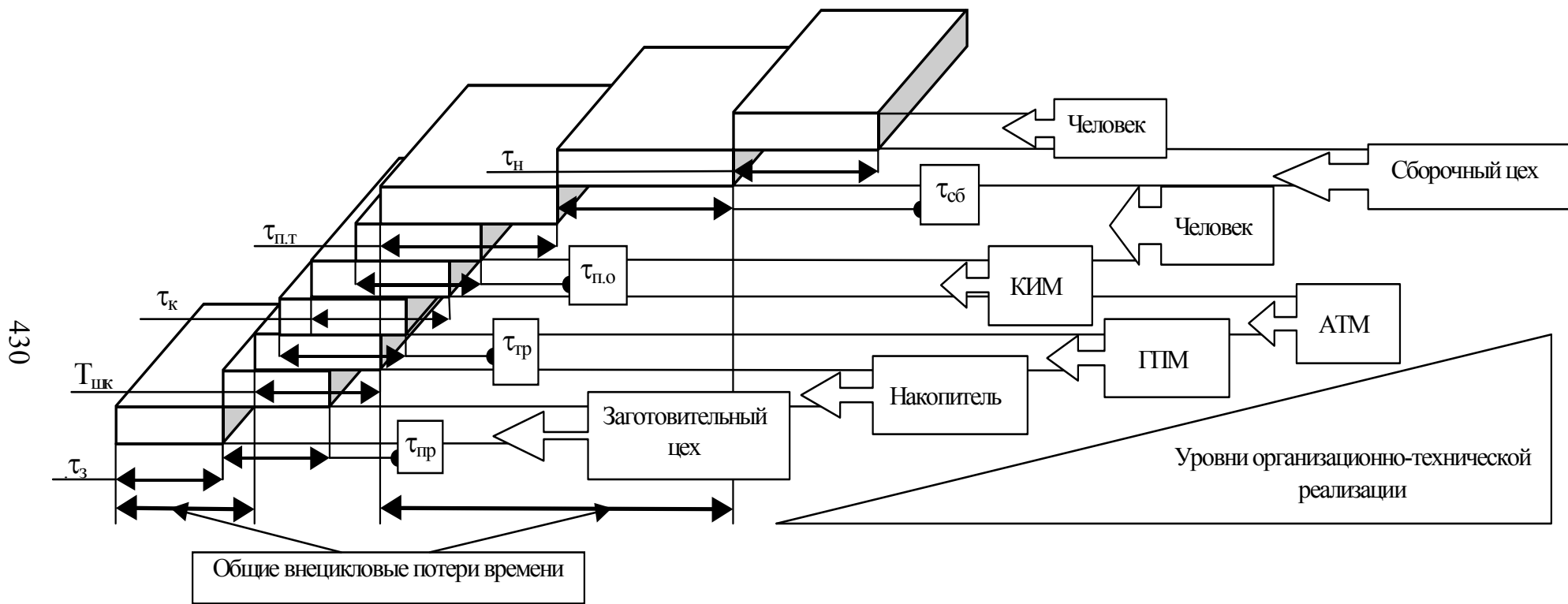
s - коэффициент, учитывающий увеличение трудоемкости изготовления деталей, связанное с повышением требований к точности их базирования при обработке ($s > 1$);

t - коэффициент, учитывающий уменьшение трудоемкости сборочных операций при обработке партии деталей на автоматизированном оборудовании за счет повышения стабильности качества обработки ($t < 1$).

Автоматизированное оборудование, отличающееся от станков с РУ наличием исполнительных и электронных управляющих узлов и агрегатов, имеет более низкую надежность и большую интенсивность отказов в единицу рабочего времени. Это приводит к снижению про-



а



б

Рис. 5.4. Структура временных характеристик ГПС: а - структура штучно-калькуляционного времени работы ГПМ; б - структура времени вне цикла обработки в ГПМ.

изводительности оборудования, которое учитывается коэффициентом: U - коэффициент, учитывающий снижение производительности оборудования за счет устранения неисправностей станков и модулей, а также агрегатов ГПС, осуществляемого при частичной либо полной остановке машин.

Таким образом, структуру временных характеристик, соответствующих функциональной структуре ГПС, можно представить в виде диаграммы (рис. 5.4).

5.3. ДИНАМИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО ПРОЦЕССА НА ОСНОВЕ СЕМАНТИЧЕСКОЙ СЕТИ

Для математического исследования проблемы координации требуется описать процедуру координации элементов в пределах слоя и взаимодействие между слоями. Модель слоя складывается из моделей центра и элементов нижнего уровня, описания взаимодействия между элементами и взаимодействия между центром и элементами.

Начнем с рассмотрения моделей элементов нижнего уровня (рис. 5.5), где L - количество слоев, выделенных в технологическом процессе; l - номер слоя; t_l - время моделирования i -й технологической операции ($l=1,2, \dots,5$); i - номер технологической операции; $z_i^l(t)$ - входной вектор характеристик технологической операции; $u_i^l(t)$ - вектор воздействий, управляющих состоянием технологической операции; $y_i^l(t)$ - выходной вектор характеристик технологической операции. Если $x_i^l(t) = \Delta(z_i^l(t), u_i^l(t))$, тогда $X_i^l(t)$ - допустимое множество состояний технологического процесса, которому должен принадлежать вектор $x_i^l(t)$, т. е. $x_i^l(t) \in X_i^l(t)$.

Зависимость между выходным вектором $y_i^l(t)$ и вектором $x_i^l(t)$ описывается некоторым дифференциальным, разностным или алгебраическим уравнением:

$$\left. \begin{aligned} y_i^l &= f_i(y_i^l, x_i^l), t \in [0, T_i]; \\ y_i^l(t+1) &= f_i(y_i^l(t), x_i^l(t+1)), t = 0, 1, \dots; \\ y_i^l &= f_i(x_i^l) \end{aligned} \right\} \quad (5.7)$$



Рис. 5.5. Временной граф-дерево формирования технологического процесса получения поверхности детали.

Пусть F_{li} - вектор показателей работы технологического оборудования, реализующего i -ю технологическую операцию на l -м слое проектирования. При этом взаимодействия между станками, реализующими операции обработки, могут быть двух типов: децентрализованными (горизонтальные связи) и централизованными (вертикальные связи) (рис. 5.6).

Горизонтальное взаимодействие отражается соотношениями, позволяющими определить вход i -й операции z_i^l через выходы прочих операций y_i^l :

$$z_i^l = \varphi_i^l(y_0^l, y_1^l, \dots, y_N^l), \quad (5.8)$$

где y_0^l — вектор ресурсов i -го станка.

Вертикальное взаимодействие между операциями отражается глобальными ограничениями, в которые входят показатели различных элементов системы обработки (операций, транспортных и накопительных устройств, обрабатывающего оборудования и др.). Такими ограничениями (H_k^l) являются ограничения на общее количество имеющихся в системе обработки ресурсов, суммарный выпуск товарной продукции и т. д., которые можно записать в виде глобальных ограничений:

$$H_k^l(F_1^l, \dots, F_N^l) \geq b_k^l; \quad k = 1, \dots, M. \quad (5.9)$$

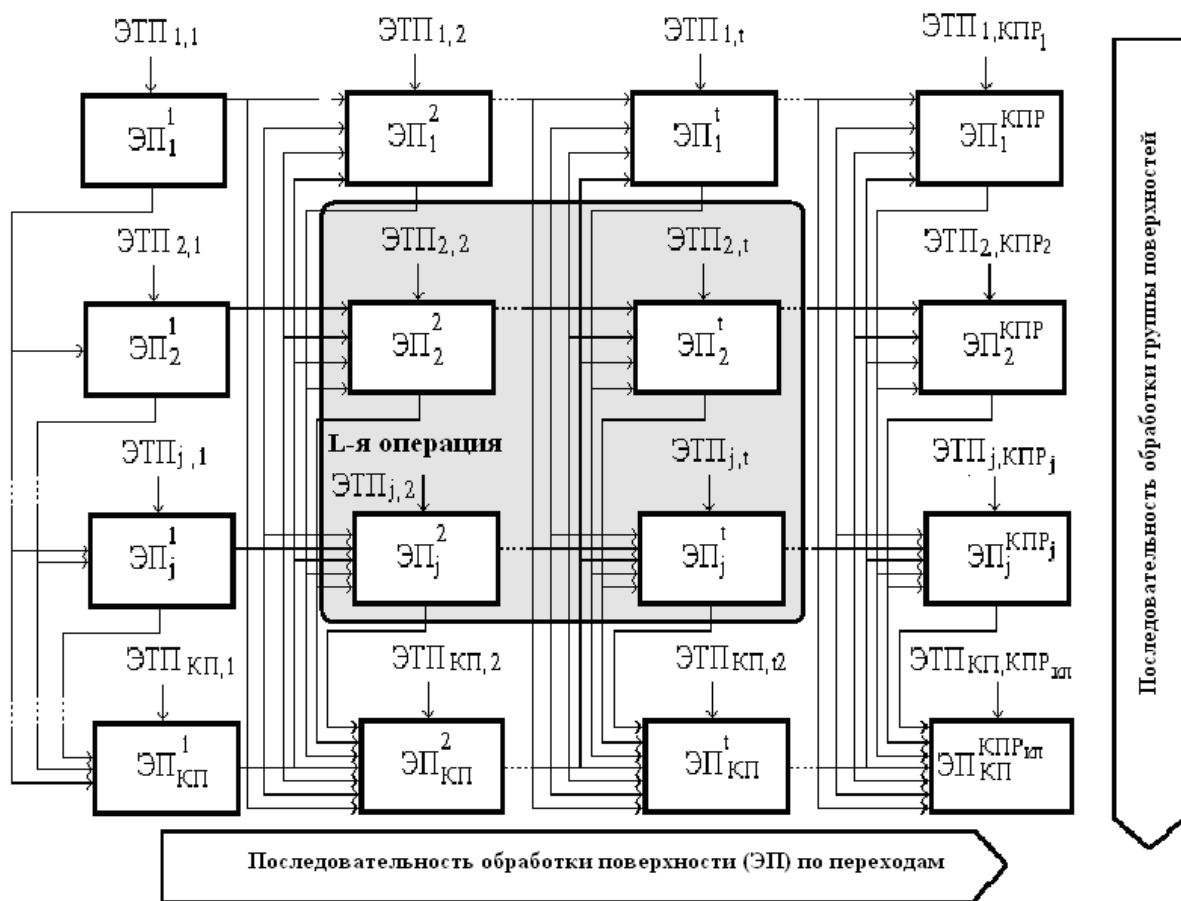


Рис. 5.6. Структура связей технологических операций в процессе выполнения производственного задания в ГПС: КП – количество поверхностей; КПР – количество переходов.

Очевидно, что цели, стоящие перед центром, являются целями функционирования производственной системы.

Рассмотрим цели первого (верхнего) слоя. Обычно при математическом исследовании задач управления под целью понимается нахождение оптимального значения целевого функционала (J) и соответствующих оптимальных переменных. Функционал задается или в виде интеграла

$$J = \int_0^{T_1} H_0(F_1^l(t), \dots, F_N^l(t)) dt \rightarrow opt, \quad (5.10)$$

или через значение целевых показателей в конечном моменте времени (T_1)

$$J = H_0(F_1^l(T_1), \dots, F_N^l(T_1)) \rightarrow opt. \quad (5.11)$$

Будем рассматривать функционал в форме (5.11) тогда задачей первого слоя является задача (5.7) ÷ (5.9), (5.11), где в соотношениях (5.7) ÷ (5.9) полагается $l=1$. эта задача называется задачей межуровневой координации (координа-

ции работы различных элементов в пределах одного слоя) и является задачей оптимального управления специальной структуры.

На следующем этапе рассмотрим задачу межслойной координации (определения целей и показателей нижестоящих слоев, согласованных с целями и показателями первого слоя).

Пусть на горизонте проектирования ТП первого слоя $[0, T_1]$ (рис. 5.5) укладывается не более чем R_2 горизонтов проектирования ТП второго слоя, т. е. $R_2 T_2 < T_1$. В результате решения задачи межуровневой координации первого слоя становится известной оптимальная траектория движения потоков изделий в системы обработки на интервале $[0, T_1]$ (со степенью подробности, принятой на первом слое). Становятся известными оптимальные значения вектора показателей первого слоя $\bar{F}^l(\cdot)$ в моменты времени $rT_2, r \in [1: R_2]$.

Тогда целью второго слоя является достижение в моменты времени $rT_2, r \in [1: R_2]$ оптимальных показателей, определенных на первом слое. При продвижении вниз по иерархии слоев горизонты проектирования технологических процессов убывают, и модели становятся более детализированными, так как требуется учитывать детали, несущественные для вышестоящих слоев. Поэтому вектор показателей второго слоя F^2 отличается от вектора показателей первого слоя F^1 , что не позволяет непосредственно использовать вектор \bar{F}^l в модели второго слоя.

В задаче адаптивного проектирования структур технологических процессов на уровне: ГПМ, ГАУ, ГАЦ можно не учитывать переходные процессы, существенные при решении задачи нижнего слоя - задачи регулирования на уровне технологического перехода или прохода, и в то же время необходимо учитывать циркуляцию потоков изделий между элементами ГПС. Будем считать, что если в момент t известен вектор показателей на l -м слое $F^l(t)$, то можно определить вектор показателей на верхнем, $(l-1)$ -м слое:

$$F^{l-1}(t) = \tau^l(F^l(t)), \quad (5.12)$$

где τ^l - операторы агрегирования.

При $l=2$ и $t=T_2$ получим:

$$F^1(T_2) = \tau^2(F^2(T_2)). \quad (5.13)$$

Таким образом, в качестве цели второго слоя на интервале $[0, T_2]$ можно принять

$$J^2(F^2(T_2)) = \rho(\bar{F}^1(T_2), \tau^2(\bar{F}^2(T_2))) \rightarrow \min, \quad (5.14)$$

где $\rho(\cdot)$ задает расстояние в пространстве показателей первого слоя.

Функция $J^2(\cdot)$ является целевой функцией второго слоя и на этом слое решается задача межуровневой координации (5.7) ÷ (5.9), (5.11), где в соотношениях (5.7) ÷ (5.9) полагается $l=2$.

Если значение целевой функции этой задачи $J^2(\cdot)$ окажется больше нуля, то это значит, что достигнуть запланированные на первом слое показатели в момент T_2 невозможно. В этом случае необходимо проведение анализа ситуации на первом слое. Этот анализ проводится с учетом определенных на втором слое достижимых значений показателей в момент T_2 и возможных корректирующих воздействий на интервале $[T_2, T_1]$. В результате анализа определяется, требуется ли вносить изменения в модель первого слоя. В случае необходимости эти изменения вносятся, и производится новое решение задачи межуровневой координации на первом слое. Заметим, что внесение изменений в модель первого слоя происходит с учетом результатов решения задачи межуровневой координации на втором слое. Подобный итеративный процесс продолжается до нахождения согласованного решения между первым и вторым слоями на интервале времени $[0, T_2]$ (рис. 5.5). Согласование на последующих интервалах $[rT_2, (r+1)T_2]$, $r \in [1: R_2-1]$ происходит по мере наступления этих интервалов с учетом фактического состояния системы на начало соответствующего интервала.

Далее по аналогичной схеме происходит согласование показателей второго и третьего слоев. Здесь надо иметь в виду, что если при этом выявится необходимость внесения существенных изменений в модель второго слоя, то необходимо проверить, не приведет ли это к нарушению согласованности между первым и вторым слоем. Подобная процедура продолжается до достижения согласования между всеми слоями системы.

Используя модель (5.7)÷(5.14), рассмотрим механизм функционирования семантической сети (рис. 5.3) для случая обработки одной партии изделий. Все элементы ГПС находится в состоянии ожидания ($S_{1,1}, S_{2,1}, S_{3,1}$), а партия изделий находится на складе в состоянии "Заготовка" ($S_{7,1}$).

Для перехода ПИ из состояния "Заготовка" - $S_{7,1}$ в состояния: "Ожидание разгрузки" - $S_{7,2}$ (вектор перехода состояния (из состоя-

ния $S_{7,1}$ в состояние $S_{7,2}$) - $BC = \overline{S_{7,1}S_{7,2}}$) или "Деталь" - $S_{7,7}$ ($BC = \overline{S_{7,1}S_{7,7}}$) необходимо создать вектор управления поиском ТП ($BY = \overline{S_{7,1}x_6}$).

Если выбрана очередная технологическая операция ($BY = \overline{x_6x_5}$), то нею реализуется поиск свободного технологического оборудования, соответствующего ее структуре и параметрам. При этом элемент ГПС, на котором предстоит выполнить обработку, переходит в состояние "Ожидание загрузки" (5.15), рис. 5.3:

$$(BY = \overline{x_5S_{1,2}} \rightarrow BC = \overline{S_{1,1}S_{1,2}}) \vee (BY = \overline{x_5S_{3,4}} \rightarrow BC = \overline{S_{3,1}S_{3,4}}), (5.15)$$

где: \rightarrow - связка "если ..., то ..."; \vee - связка "или".

Партия изделий переходит в состояние "Деталь" - $S_{7,7}$ если все технологические операции, соответствующие данному ТП, уже выполнены

$$BY = \overline{x_6S_{7,7}} \rightarrow BC = \overline{S_{7,1}S_{7,7}}. (5.16)$$

Партия изделий в состоянии "Ожидания разгрузки" - $S_{7,2}$ управляет переходом ГПМ (АС), на котором она находится, в состояние "Ожидание разгрузки":

$$(BY = \overline{S_{7,2}S_{1,4}} \rightarrow BC = \overline{S_{1,3}S_{1,4}}) \vee (BY = \overline{S_{7,2}S_{3,2}} \rightarrow BC = \overline{S_{3,1}S_{3,2}}). (5.17)$$

Она также инициирует поиск такого АТМ, находящегося в состоянии "Ожидание" - $S_{2,1}$, который мог бы обеспечить ее транспортирование к месту выполнения очередной ТО. При этом АТМ переходит в состояние "Перемещение" - $S_{2,2}$ с целью загрузки текущей партией изделий:

$$BY = \overline{S_{7,2}S_{2,2}} \rightarrow BC = \overline{S_{2,1}S_{2,2}}. (5.18)$$

Перемещение АТМ к месту разгрузки АС (ГПМ) переводит его в состояние "Загрузка" - $S_{2,3}$, соответствующее загрузке транспортного модуля ожидающей партией изделий ($BC = \overline{S_{2,2}S_{2,3}}$). При этом могут быть сформированы следующие векторы управления: $BY_1 = \overline{S_{2,3}S_{7,3}}$ - переход ПИ в состояние "Разгружается" - $S_{7,3}$; $BY_2 = \overline{S_{2,3}S_{3,3}}$ - переход склада в состояние "Транспортирование - Разгрузка" - $S_{3,3}$ если ПИ находится на складе; $BY_3 = \overline{S_{2,3}S_{1,5}}$ - переход ГПМ в состояние "Разгрузка" - $S_{1,5}$ если ПИ находится в ГПМ:

$$\left(\overline{BY_1 = S_{2,3}S_{7,3}} \rightarrow \dots \right) \wedge \left[\left(\overline{BY_2 = S_{2,3}S_{3,3}} \rightarrow \overline{BC = S_{3,2}S_{3,3}} \right) \vee \dots \right] \wedge \left[\dots \vee \left(\overline{BY_3 = S_{2,3}S_{1,5}} \rightarrow \overline{BC = S_{1,4}S_{1,5}} \right) \right]. \quad (5.19)$$

Состояние АС "Разгрузка-транспортирование" - $S_{3,3}$ характеризуется двумя фазами: поиском партии изделий на стеллажах АС (t_{pi}^{AC}) и перекладкой ПИ с транспортного устройства АС на накопитель АТМ (t_{pr}^{AC}). Состояние ГПМ "Разгрузка" - $S_{1,5}$ характеризуется перекладкой ПИ из накопителя ГПМ на накопитель АТМ. Это приводит к тому, что АТМ находится в месте разгрузки ГПМ (АС) на протяжении времени перегрузки партии изделий ($t_{pr}^{ГПМ}(t_{pr}^{AC})$). При этом АТМ, как правило, является пассивным элементом в системе АТМ - ГПМ (АС). Поэтому переход ($\overline{BC = S_{2,3}S_{2,4}}$) АТМ в состояние "Транспортирование" - $S_{2,4}$ осуществляется под управление ГПМ (АС): ($\overline{BY = S_{1,5}S_{2,4}}$) \vee ($\overline{BY = S_{3,3}S_{2,4}}$). При этом ГПМ (АС) порождает вектор управления ($\overline{BY = S_{1,5}S_{7,4}}$) \vee ($\overline{BY = S_{3,3}S_{7,4}}$), который переводит ПИ в состояние транспортирования ($\overline{BC = S_{7,3}S_{7,4}}$):

$$\left. \begin{aligned} & \left[\left(\overline{BY = S_{1,5}S_{2,4}} \right) \vee \left(\overline{BY = S_{3,3}S_{2,4}} \right) \right] \xrightarrow{t_{pr}^{ГПМ} \vee (t_{pr}^{AC} + t_{pi}^{AC})} \left(\overline{BC = S_{2,3}S_{2,4}} \right) \\ & \left[\left(\overline{BY = S_{1,5}S_{7,4}} \right) \vee \left(\overline{BY = S_{3,3}S_{7,4}} \right) \right] \xrightarrow{t_{pr}^{ГПМ} \vee (t_{pr}^{AC} + t_{pi}^{AC})} \left(\overline{BC = S_{7,3}S_{7,4}} \right) \end{aligned} \right\}, \quad (5.20)$$

где: $A \xrightarrow{t} B$ - если выполняется условие A , то выполняется условие B с задержкой во времени на величину t .

Перемещение АТМ к месту загрузки АС (ГПМ) переводит его в состояние "Разгрузка" - $S_{2,5}$, соответствующее его разгрузке от транспортируемой ПИ ($\overline{BC = S_{2,4}S_{2,5}}$). При этом могут быть сформированы следующие векторы управления: $\overline{BY_1 = S_{2,5}S_{7,5}}$ - переход ПИ в состояние "Загружается" - $S_{7,5}$; $\overline{BY_2 = S_{2,5}S_{3,5}}$ - переход склада в состояние "Загрузка - Транспортирование" - $S_{3,5}$ если АТМ находится в месте загрузки АС партией изделий; $\overline{BY_3 = S_{2,3}S_{1,3}}$ - переход ГПМ в состояние "Загрузка - Обработка" - $S_{1,3}$ если АТМ находится в месте

загрузки ГПМ партией изделий:

$$\begin{aligned} & \left(BY_1 = \overline{S_{2,5}S_{7,5}} \rightarrow BC = \overline{S_{7,4}S_{7,5}} \right) \wedge \dots \\ & \dots \wedge \left[\left(BY_2 = \overline{S_{2,5}S_{3,5}} \rightarrow BC = \overline{S_{3,4}S_{3,5}} \right) \vee \dots \right] \\ & \dots \wedge \left[\dots \vee \left(BY_3 = \overline{S_{2,5}S_{1,3}} \rightarrow BC = \overline{S_{1,2}S_{1,3}} \right) \right] \end{aligned} \quad (5.21)$$

Режим загрузки ГПМ (АС), в отличие от режима разгрузки, характеризуется только перекладкой ПИ из накопителя АТМ в накопитель ГПМ ("Загрузка - Обработка" - $S_{1,3}$) либо на транспортное устройство АС ("Загрузка - Транспортирование" - $S_{3,5}$). АТМ находится в пассивном состоянии в месте загрузки ГПМ (АС) на протяжении времени перегрузки партии изделий $\left(t_{pr}^{ГПМ} \left(t_{pr}^{АС} \right) \right)$ с АТМ на ГПМ (АС), а процесс перегрузки протекает под управлением ГПМ (АС). Поэтому переход АТМ в состояние "Ожидание" - $S_{2,1}$ $\left(BC = \overline{S_{2,5}S_{2,1}} \right)$ осуществляется под управление ГПМ (АС): $\left(BY = \overline{S_{1,3}S_{2,1}} \right) \vee \left(BY = \overline{S_{3,5}S_{2,1}} \right)$. Он также порождает вектор управления $\left(BY = \overline{S_{1,3}S_{7,6}} \right) \vee \left(BY = \overline{S_{3,5}S_{7,6}} \right)$, переводящий ПИ в состояние "Обрабатывается (складируется)" - $S_{7,6}$ $\left(BC = \overline{S_{7,5}S_{7,6}} \right)$:

$$\left. \begin{aligned} & \left[\left(BY = \overline{S_{1,3}S_{2,1}} \right) \vee \left(BY = \overline{S_{3,5}S_{2,1}} \right) \right] \xrightarrow{t_{pr}^{ГПМ} \vee t_{pr}^{АС}} \left(BC = \overline{S_{2,5}S_{2,1}} \right) \\ & \left[\left(BY = \overline{S_{1,3}S_{7,6}} \right) \vee \left(BY = \overline{S_{3,5}S_{7,6}} \right) \right] \xrightarrow{t_{pr}^{ГПМ} \vee t_{pr}^{АС}} \left(BC = \overline{S_{7,5}S_{7,6}} \right) \end{aligned} \right\} (5.22)$$

По окончании обработки $\left(BC = \overline{S_{1,3}S_{1,4}} \right)$ (складирования) $\left(BC = \overline{S_{3,5}S_{3,1}} \right)$ ПИ, под управлением ГПМ (АС), переходит в состояние "Заготовка" - $S_{7,6}$ $\left(BC = \overline{S_{7,6}S_{7,1}} \right)$:

$$\left(BY = \overline{S_{1,4}S_{7,1}} \vee BY = \overline{S_{3,1}S_{7,1}} \right) \rightarrow BC = \overline{S_{7,6}S_{7,1}}. \quad (5.23)$$

Таким образом, реализация метода межуровневой координации к проектированию организационно-технологических структур ГПС на основе имитационного моделирования в режиме реального времени позволяет решить следующие задачи:

- определить оптимальную номенклатуру обрабатываемых изделий и структуры технологических процессов их механической обработки в условиях единичного и мелкосерийного производства;

- определить оптимальный состав обрабатывающего оборудования на участке заданных размеров;
- выполнить организационно-техническую планировку оборудования;
- определить структуры и параметры основного и вспомогательного оборудования, при которых потери времени и затраты энергии на выполнение производственного задания будут минимальными.

5.4. ВЫБОР МЕХАНИЗМА СИСТЕМНОГО ВРЕМЕНИ ПРИ ИМИТАЦИОННОМ МОДЕЛИРОВАНИИ ГПС В РЕЖИМЕ РЕАЛЬНОГО ВРЕМЕНИ

Поскольку в имитационных моделях производственных систем имитируется поведение системы на некотором отрезке времени, одной из наиболее важных задач при создании модели является определение механизма регламентации событий и процессов. В имитационном моделировании понятие "регламентация" включает в себя два аспекта: "продвижение" времени, или корректирование временной координаты состояния системы, и обеспечение согласованности различных объектов и событий в системе. Поскольку действия, выполняемые различными объектами, зависят от действий и состояний других элементов, они должны быть скоординированы во времени или синхронизированы.

Таким образом, функционирование модели должно протекать в искусственном времени, обеспечивая появление событий в надлежащем порядке и с надлежащими временными интервалами между ними. Эта проблема не является тривиальной задачей, т.к. необходимо переносить на цифровую вычислительную машину, действия в которой протекают последовательно, параллельные, последовательные и параллельно-последовательные процессы.

Существует два основных метода задания времени - с помощью фиксированных и переменных интервалов времени (соответственно методами фиксированного шага и шага до следующего события). По методу фиксированного временного шага отсчет системного времени ведется через заранее определенные временные интервалы постоянной длины (моделирование протекает в обычном времени с фиксированным шагом). При использовании метода переменного шага или

шага до следующего появления события, состояние моделируемой системы обновляется с появлением каждого существенного события независимо от интервалов времени между ними (моделирование протекает во времени событий).

Имитационное моделирование производственных систем обработки металлов резанием можно классифицировать по следующим категориям: модели с непрерывным изменением состояния, модели с дискретным изменением состояния.

В первых используются механизмы фиксированных приращений временных интервалов; ими удобно описывать поведение систем, представляемых непрерывными потоками информации или материальными потоками, состоящими не из единичных, а из агрегированных элементов. Модели второго вида находят применение тогда, когда исследователя интересует поведение отдельных элементов в системе. В большинстве моделей с дискретным изменением состояний используется метод отсчета времени до следующего события.

Анализ процесса функционирования ГПС позволяет говорить о том, что в имитационных моделях их описания могут присутствовать оба типа моделей.

На рис. 5.7 показаны способы представления и управления временем в обоих случаях. По оси времени отложена одна и та же последовательность событий e_i . Как видно, два события, e_4 и e_5 появляются одновременно. Стрелки указывают на точки, в которых происходит приращение на один такт, и моменты наступления очередных событий в обеих моделях. В модели, использующей принцип шага до следующего события, имитируемое время при изменении сдвигается вперед точно на момент наступления самого раннего из последующих событий. При этом последовательность моментов системного времени s_i такова:

$$s_1 = e_1, \quad s_2 = e_2, \quad s_3 = e_3, \quad s_4 = e_4 = e_5 = s_5, \quad s_6 = e_6,$$

где конкретные значения времени в точности равны величинам e_1, e_2, \dots , соответствующим моментам появления событий. В другой модели, использующей метод фиксированного временного шага, моменты модельного времени будут последовательно принимать значения

$$s'_1 = \Delta t, \quad s'_2 = 2\Delta t, \quad s'_3 = 3\Delta t, \quad s'_4 = 4\Delta t, \quad s'_5 = 5\Delta t.$$

Эти моменты времени не связаны с моментами появления событий e_1, e_2, \dots , которые имитируют модель производственной системы. Модельное время здесь получает постоянное приращение на заранее выбранную величину Δt .

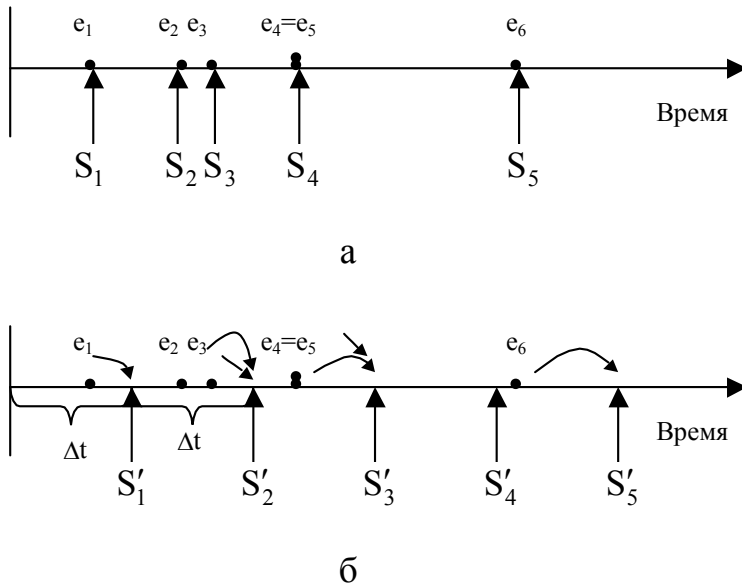


Рис.5.7. Течение модельного времени: а - в модели с шагом до следующего события; б - в модели с фиксированным шагом.

У каждого из этих методов есть свои преимущества. В модели, использующей метод задания шага до следующего события, обработка событий идет последовательно и время имитации каждый раз смещается вперед на начало следующего события, каждое из которых обслуживается по очереди. В модели с фиксированным шагом обработка событий происходит пакетами

или множествами событий.

Пусть задано некоторое время s'_k , тогда обработка всех событий с началом в e_p, e_q, e_r, \dots , таких, что $s'_{k-1} < e_p, e_q, e_r, \dots \leq s'_k$, производится перед тем, как модельное время получило очередное приращение до s'_{k+1} . Величина Δt оказывает решающее влияние на процесс моделирования, так как всякое положительное приращение времени заставляет процесс моделирования двигаться вперед. Если величина Δt выбрана неправильно, результаты могут получаться такими же

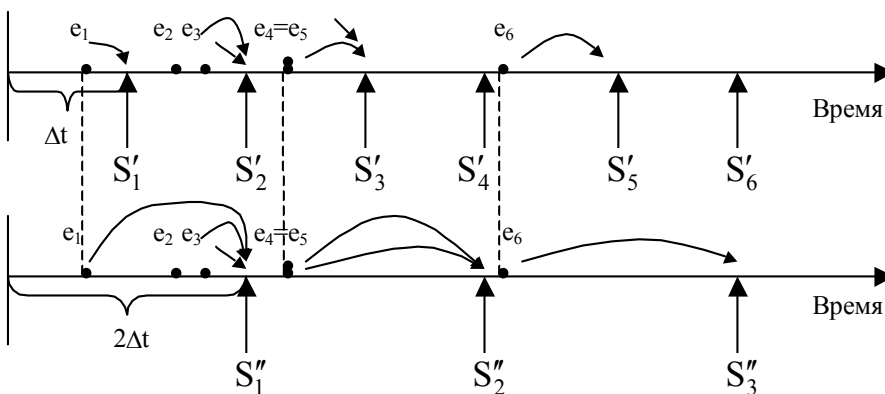


Рис. 5.8. Влияние изменения Δt на модельное время.

же неправильными, потому что все события будут появляться в точке, соответствующей верхней границе интервала. Рис. 5.8 показывает, что может про-

изойти при изменении Δt .

Модель с заданием времени до следующего события не требует выбора произвольного искусственного приращения времени. Это позволяет избежать опасности того, что выбранная без ведома пользователя величина приращения времени изменит результаты моделирования. У модели с заданием времени до следующего события есть также то преимущество, что в ней события рассматриваются и обслуживаются как одновременные только в том случае, если они маркируются одинаковым временем появления.

Таким образом, одновременность имеет место лишь там, где она наблюдается в действительности. Это позволяет избежать введения в систему в целях построения имитационной модели какого-либо искусственного правила, определяющего, какое из одновременно появившихся событий следует считать появившимся первым.

В случае моделирования гибких производственных систем обработки металлов резанием приходится останавливаться на выборе модели с заданным шагом Δt . Это решение обосновывается следующими факторами:

- исходя из числа компонент системы обработки, способных генерировать существенные события, можно сказать, что существует многоуровневое моделирование: верхний уровень - транспортная система и система управления участка (цеха), средний уровень - транспортные системы управления отдельных модулей, нижний уровень - транспортная система, система обработки и управления отдельных станков;
- число событий на единичном интервале времени, порождаемое каждым элементом ГПС, все время колеблется;
- средняя продолжительность событий не имеет строгого математического описания, так как она зависит от целого ряда случайных факторов (моментов запуска отдельных ГПМ, выполняемых операций, порядка работы и обслуживания транспортными модулями элементов ГПС и др.).

С нашей точки зрения, наиболее рациональным является выбор модели ГПС с фиксированным шагом $\Delta t=1$ с. Опыт расчетов характеристик ГПС показывает, что все временные параметры (продолжительность обработки, холостых перемещений, транспортирования и др.) без существенной потери точности можно округлять до секунд и следовательно, с учетом неравномерности наступления событий, в качестве такта опроса состояния системы обработки можно принять одну секунду.

5.5. ФОРМАЛЬНОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ОРГАНИЗАЦИОННО-ТЕХНОЛОГИЧЕСКОЙ СТРУКТУРЫ ПРОИЗВОДСТВЕННОЙ СИСТЕМЫ

Предположим, что управление $\{x_{t-s}, x_{t-s+1}, \dots, x_t\}$ системой обработки осуществляется на каждой t -й операции технологического процесса $(P_t, t = \overline{1, T})$ и переводит систему обработки из состояния y_{t-1} после выполнения $t-1$ - й операции в состояние y_t после выполнения t -й операции, а уравнение ее состояния в процессе выполнения t -й операции описывается зависимостью

$$y_t = P_t(y_{t-1}, x_{t-s}, \dots, x_t), \quad t = \overline{1, T}.$$

Тогда для всех $t = \overline{1, T}$ уравнения состояний системы обработки описывают возможные задержки процесса выполнения производственного задания и учитывают влияние принятых ранее решений на формирование состояния объекта обработки и оборудования в текущий момент времени.

Таким образом, состояние системы обработки y_t будем определять на множестве ее возможных состояний Y_t , областей формируемых допустимых технологических процессов X_t , а так же на множестве состояний объектов обработки на выходе из производственной системы на t -м этапе — Z_t . При этом будем считать, что множество технологических процессов X_t конечно и прогнозируемо.

Определим множества X_t, Y_t, Z_t на основе описания организационно-технологической структуры ГПС и формальных правил ее функционирования (рис. 5.3).

К базовым определениям понятия "Гибкая производственная система" отнесены следующие предикаты:

- выражение (5.4) формально можно представить в виде утверждения: объекты a_1 и a_2 совместны, то есть допускают создание общей системы на данном этапе обработки

$$Qt_1(a_1, a_2) | a_1 \leftrightarrow a_2, \quad (5.24)$$

где $|$ - связка "тождественность", \leftrightarrow - связка "эквивалентность" [например, этап транспортирования партии обработки (x_7) на АТМ (x_2) от склада (x_3) к ГПМ (x_1), (рис. 5.2) можно представить в виде множества предикат $Qt_1(x_3, x_7), Qt_1(x_2, x_7), Qt_1(x_1, x_7), Qt_1(x_7, x_3), Qt_1(x_7, x_2), Qt_1(x_7, x_1)$];

- объект a_1 управляет процессом образованием общей системы с объектом a_2 , если характеристики объекта a_1 определяют

структуру и параметры объекта a_2

$$Qt_2(a_1, a_2) | a_1 \rightarrow a_2, \quad (5.25)$$

например, если технологический процесс (x_6) предопределяет перемещение АТМ (x_2), рис. 5.2, то их взаимодействие можно представить в виде предиката $Qt_2(x_6, x_2)$;

- объект a_1 включает в себя объект a_2

$$Qt_3(a_1, a_2) | a_1 \overset{v}{\leftarrow} a_2, \quad (5.26)$$

где $\overset{v}{\leftarrow}$ - связка "включает в себя" [например, если ГПМ (x_1) включает в себя локальный транспортный модуль - манипулятор (x_2), (рис. 5.2), то их отношение можно описать предикатом $Qt_3(x_1, x_2)$];

- объект a_2 следует за объектом a_1

$$Qt_4(a_1, a_2) | a_1 \prec a_2, \quad (5.27)$$

где \prec - связка "ранжирование" [например, последовательное выполнение технологических операций x_6^j и x_6^{j+1} можно описать предикатом $Qt_4(x_6^j, x_6^{j+1})$];

- объекты a_1 и a_2 тождественны в смысле реализуемых функций

$$Qt_5(a_1, a_2) | a_1 = a_2, \quad (5.28)$$

например, если тактовый стол (x_1) в рамках ГПМ (рис. 5.2) реализует такие же функции, что и АС (x_2) в рамках ГПС, тогда они тождественны - $Qt_5(x_1, x_2)$;

- отношение, описываемое предикатом Qt_i , является свойством объекта a_1 - (Pt_i) если в двухместном предикате Qt_i в качестве аргументов используется один и тот же объект

$$Pt_i(a_1) | Qt_i(a_1, a_2) \wedge 1 \leq i \leq 4, \quad (5.29)$$

например, ГПМ (x_1) включает в себя обрабатывающее оборудование (x_1), тогда предикат (5.26) может быть записан в виде $Qt_3(x_1, x_1)$, что эквивалентно записи $Pt_3(x_1)$.

Для идентификации процесса обработки необходимо задать начальные условия, определяющие состояние системы обработки Y^0 в момент $t=0$, а так же необходимо описать структуры технологических процессов x_t^0 , запускаемых на выполнение в моменты времени $t=1-s, 2-s, \dots, 0$. Тогда развитие процесса обработки в момент времени t можно описать декартовым произведением $Y_{t-1} \times X_{t-s} \times \dots \times X_t$, которое формируется на основе отношений между предметами x_1, \dots, x_8 (табл. 5.3).

Таблица 5.3

Перечень допустимых отношений между элементами ГПС

Обозначение предмета - a_1/a_2	Имя и обозначение предмета							
	ГПМ - x_1	АТМ - x_2	АС - x_3	Объект обработки - x_4	Технологическая операция - x_5	Технологический процесс - x_6	Партия обработки - x_7	Трасса перемещения АТМ - x_8
x_1	$Pt_1(x_1)$ $Pt_2(x_1)$ $Pt_3(x_1)$ $Pt_5(x_1)$	$Qt_1(x_2, x_1)$	$Qt_1(x_3, x_1)$	$Qt_1(x_4, x_1)$ $Qt_2(x_4, x_1)$	$Qt_1(x_5, x_1)$ $Qt_2(x_5, x_1)$	$Qt_1(x_6, x_1)$ $Qt_2(x_6, x_1)$	$Qt_1(x_7, x_1)$ $Qt_2(x_7, x_1)$ $Qt_3(x_7, x_1)$	$Qt_1(x_8, x_1)$ $Qt_4(x_8, x_1)$
x_2	$Qt_1(x_1, x_2)$ $Qt_2(x_1, x_2)$	$Pt_1(x_2)$ $Pt_2(x_2)$ $Pt_5(x_2)$	$Qt_1(x_3, x_2)$	$Qt_1(x_4, x_2)$ $Qt_2(x_4, x_2)$	$Qt_1(x_5, x_2)$	$Qt_1(x_6, x_2)$	$Qt_1(x_7, x_2)$ $Qt_2(x_7, x_2)$ $Qt_3(x_7, x_2)$	$Qt_1(x_8, x_2)$ $Qt_4(x_8, x_2)$
x_3	$Qt_1(x_1, x_3)$ $Qt_2(x_1, x_3)$	$Qt_1(x_2, x_3)$	$Pt_1(x_3)$ $Pt_2(x_3)$ $Pt_3(x_3)$ $Pt_5(x_3)$	$Qt_1(x_4, x_3)$ $Qt_2(x_4, x_3)$	$Qt_1(x_5, x_3)$	$Qt_1(x_6, x_3)$ $Qt_2(x_6, x_3)$	$Qt_1(x_7, x_3)$ $Qt_2(x_7, x_3)$ $Qt_3(x_7, x_3)$	$Qt_1(x_8, x_3)$ $Qt_2(x_8, x_3)$ $Qt_4(x_8, x_3)$
x_4	$Qt_1(x_1, x_4)$ $Qt_2(x_1, x_4)$	$Qt_1(x_2, x_4)$ $Qt_3(x_2, x_4)$	$Qt_1(x_3, x_4)$	$Pt_1(x_4)$ $Pt_2(x_4)$ $Pt_3(x_4)$ $Pt_5(x_4)$	$Qt_1(x_5, x_4)$ $Qt_2(x_5, x_4)$	$Qt_1(x_6, x_4)$ $Qt_2(x_6, x_4)$	$Qt_1(x_7, x_4)$ $Qt_3(x_7, x_4)$	

x_5	$Qt_1(x_1, x_5)$ $Qt_3(x_1, x_5)$	$Qt_1(x_2, x_5)$	$Qt_1(x_3, x_5)$ $Qt_2(x_3, x_5)$	$Qt_1(x_4, x_5)$ $Qt_2(x_4, x_5)$	$Pt_1(x_5)$ $Pt_2(x_5)$ $Pt_3(x_5)$ $Pt_4(x_5)$ $Pt_5(x_5)$	$Qt_1(x_6, x_5)$ $Qt_2(x_6, x_5)$ $Qt_3(x_6, x_5)$	$Qt_1(x_7, x_5)$	
x_6	$Qt_1(x_1, x_6)$ $Qt_2(x_1, x_6)$	$Qt_1(x_2, x_6)$	$Qt_1(x_3, x_6)$	$Qt_1(x_4, x_6)$ $Qt_2(x_4, x_6)$	$Qt_1(x_5, x_6)$ $Qt_2(x_5, x_6)$	$Pt_1(x_6)$ $Pt_2(x_6)$ $Pt_3(x_6)$ $Pt_4(x_6)$ $Pt_5(x_6)$	$Qt_1(x_7, x_6)$ $Qt_3(x_7, x_6)$	
x_7	$Qt_1(x_1, x_7)$ $Qt_2(x_1, x_7)$ $Qt_3(x_1, x_7)$	$Qt_1(x_2, x_7)$ $Qt_2(x_2, x_7)$ $Qt_3(x_2, x_7)$	$Qt_1(x_3, x_7)$ $Qt_2(x_3, x_7)$	$Qt_1(x_4, x_7)$ $Qt_2(x_4, x_7)$	$Qt_1(x_5, x_7)$ $Qt_2(x_5, x_7)$ $Qt_3(x_5, x_7)$	$Qt_1(x_6, x_7)$ $Qt_2(x_6, x_7)$	$Pt_1(x_7)$ $Pt_2(x_7)$ $Pt_4(x_7)$ $Pt_5(x_7)$	
x_8	$Qt_1(x_1, x_8)$ $Qt_2(x_1, x_8)$ $Qt_3(x_1, x_8)$ $Qt_4(x_1, x_8)$	$Qt_1(x_2, x_8)$ $Qt_2(x_2, x_8)$ $Qt_3(x_2, x_8)$	$Qt_1(x_3, x_8)$ $Qt_2(x_3, x_8)$ $Qt_3(x_3, x_8)$ $Qt_4(x_3, x_8)$					$Pt_1(x_8)$ $Pt_2(x_8)$ $Pt_3(x_8)$ $Pt_4(x_8)$ $Pt_5(x_8)$

В табл. 5.3 на пересечении строк и столбцов указаны допустимые правила преобразования и взаимодействия объектов и процессов, входящих в систему обработки.

Используя данные табл. 5.3, можно сформулировать следующие организационно-технологические утверждения (табл. 5.4).

Таблица 5.4.

Основные технологические утверждения

№	Описание	Выражение
1	Каждый элемент ГПС (x_j) обладает хотя бы одним свойством (Pt_n)	$\bigvee_{j=1}^J x_j \exists_{n \in I} Pt_n [Pt_n(x_j) \in X_{ГПС ОМР}]$
2	Каждый элемент системы обработки (x_j) связан каким-либо отношением (Qt_n) с другим элементом ГПС (x_k)	$\bigvee_{j=1}^J x_j \exists_{\substack{k \in J \\ k \neq j}} x_k \exists_{n \in I} Qt_n [Qt_n(x_j, x_k) \in X_{ГПС ОМР}]$
3	Для каждого элемента системы обработки (x_j) найдется другой элемент (x_k), совместимый с первым в процессе функционирования ГПС	$\bigvee_{j=1}^J x_j \exists_{\substack{k \in J \\ k \neq j}} x_k \exists_{n \in I} Qt_n [Qt_n(x_j, x_k) = Qt_1(x_j, x_k)]$
4	Существуют элементы (x_j и x_k), предопределяющие друг друга в процессе функционирования ГПС	$\bigvee_{j=1}^J x_j \exists_{\substack{k \in J \\ k \neq j}} x_k [Qt_2(x_j, x_k) = Qt_2(x_j, x_k)]$
5	Существуют одинаковые (одни и те же) элементы ГПС	$\bigvee_{j=1}^J x_j \exists_{k \in J} x_k [Qt_5(x_j, x_k)]$

Где $X_{ГПС}$ - множество свойств ГПС; $J=8$ - количество элементов модели ГПС;

$I=5$ - количество базовых утверждений; $\bigvee_{j=1}^J x_j$ - предикат всеобщности "для всех X из множества J существует ...";

$\exists_{n \in I} Pt_n$ - предикат существования

"найдется хотя бы один P из множества I , для которого существует ..."

Математическая постановка задачи функционирования ГПС приводит к немарковской динамической задаче дискретной оптимизации ее функциональной структуры

$$\left. \begin{aligned} \sum_{t=1}^T f_t(y_{t-1}, x_{t-s}, \dots, x_t) + f_0(y_T) &\rightarrow opt, \\ y_t = P_t(y_{t-1}, x_{t-s}, \dots, x_t), \quad x_t \in X_t, \quad y_t \in Y_t, \\ (y_{t-1}, x_{t-s}, \dots, x_t) &\in Z_t, \quad t = \overline{1, T}, \\ x_t = x_t^0, \quad t = 1-s, \dots, 0, \quad y_0 = y^0. \end{aligned} \right\} \quad (5.30)$$

Задача (5.30) реализована в виде алгоритма выбора и управления (x_t) правилами формирования и развития активных структур ГПС (y_t) во времени при условии наложения на этот процесс временных, организационно-технических и технологических ограничений X_t, Y_t, Z_t , а так же начальных условий функционирования системы обработки (Y^0).

Сформулируем основные правила создания организационно-технических и технологических структур ГПС (табл. 5.5), используя описание семантической сети (рис. 5.3), (5.15) - (5.23), а так же базовые определения и утверждения (табл. 5.3), (5.24) - (5.29).

Свободным АТМ (x_2^{opt}) будем называть один из АТМ (x_2^n) в состоянии ожидания ($S_{2,1}$), суммарное время перемещения которого $\left(t_{\Sigma}^{x_2^n} \right)$, состоящее из времени перемещения АТМ без изделий из текущего положения (ТпАТМ) к АС (ГПМ) $\left(t_{pr}^{x_2^n} = t_{АС(ГПМ)}^{TnАТМ} \right)$ и

времени транспортирования партии изделий от АС (ГПМ) к АС (ГПМ) $\left(t_{tr}^{x_2^n} = t_{АС(ГПМ)}^{АС(ГПМ)} \right)$, будет минимальным на множестве всех возможных маршрутов перемещения (N).

Процесс разгрузки автоматизированного склада состоит из четырех фаз: перемещение штабелера к ячейке склада с искомой партией изделий, транспортирование ПИ в зону разгрузки склада, разгрузка АС, перемещение штабелера в исходное положение.

Так как склад начинает функционировать в момент появления АТМ в месте его разгрузки, транспортный модуль будет простаивать на протяжении первых трех фаз.

Правила формирования и развития активных структур ГПС

Правило №	Описание правила
	Формальное выражение
1	<p>Элементы a_1 и a_2 образуют технологическую систему, если при их взаимодействии элемент a_2 является частью конструктивной структуры и системы управления элемента a_1</p> $Qt_1(a_1, a_2)Qt_2(a_1, a_2) \wedge Qt_3(a_1, a_2)$
2	<p>Технологическая операция (ТО) - x_1^i может быть поставлена в очередь на выполнение (т.е. партия изделий (ПИ) переходит в состояние "Ожидание разгрузки" - $S_{7,2}$; оборудование (гибкий производственный модуль (ГПМ) - x_1^i или автоматизированный склад (АС) - x_3^j), на котором она должна быть реализована, переходит в состояние "Ожидание загрузки" - $S_{1,2}$ ($S_{3,4}$)) в том случае, если оно свободно и находится в состоянии "Ожидание" - $S_{1,1}$ ($S_{3,1}$), а ТО является очередной в технологическом процессе (ТП) - (x_6^l) обработки ПИ - (x_7^n), находящейся в состоянии "Заготовка" - $S_{7,1}$ (рис. 5.11)</p> $\exists_{i \in I} x_1^i \exists_{j \in J} x_3^j \exists_{k \in K} x_5^k \exists_{l \in L} x_6^l \exists_{n \in M} x_7^n \left\{ \left[\left[\left[(x_7^n = S_{7,1}) \wedge Qt_2(x_7^n, x_6^l) \wedge \dots \right] \wedge \dots \wedge \left[\dots \wedge Qt_2(x_6^l, x_5^k) \wedge Qt_3(x_6^l, x_5^k) \right] \right] \wedge \dots \wedge \left[\left[\left[Qt_3(x_5^k, x_1^i) \wedge \dots \right] \vee \dots \right] \right] \wedge \dots \wedge \left[\left[\left[(x_7^n = S_{7,2}) \right] \wedge \dots \right] \wedge \left[\left[(x_1^i = S_{1,1}) \right] \right] \right] \vee \dots \right] \right] \Rightarrow \left[\left[\left[(x_7^n = S_{7,2}) \right] \wedge \dots \right] \wedge \left[\left[\left[(x_1^i = S_{1,2}) \right] \vee \dots \right] \right] \right] \vee \dots \right] \wedge \left[\left[\left[\left[Qt_3(x_5^k, x_3^j) \wedge \dots \right] \right] \right] \vee \dots \right] \right] \wedge \left[\left[\left[\left[\dots \wedge (x_3^j = S_{3,1}) \right] \right] \right] \right] \right] \right\}$
3	<p>Партия изделий переходит в состояние "Деталь" - $S_{7,7}$, если автоматизированный склад - x_3^j, на котором она находится, пребывает в состоянии "Ожидание" - $S_{3,1}$, а технологический процесс ее обработки (x_6^l) пуст ("\emptyset"), т.е. больше не содержит ни одной операции, (рис.5.3)</p> $\exists_{j \in J} x_3^j \exists_{l \in L} x_6^l \exists_{n \in M} x_7^n \left\{ \left[\left[\left[(x_7^n = S_{7,1}) \right] \wedge Qt_4(x_6^l, \emptyset) \wedge \dots \right] \right] \wedge \dots \wedge \left[\left[\left[\left[\dots \wedge (x_3^j = S_{3,1}) \right] \right] \right] \right] \right] \Rightarrow (x_7^n = S_{7,7}) \right\}$

<p>4</p>	<p>Если партия изделий - x_7^n находится в состоянии "Ожидание разгрузки" ($S_{7,2}$) на технологическом оборудовании (ГПМ - x_1^p или АС - x_3^r), а АТМ - x_2^{opt}, на котором ПИ может быть перемещена к месту выполнения ТО (ГПМ - x_1^i или АС - x_3^j), находится в состоянии "Ожидание" - $S_{2,1}$, то он переходит в состояние "Перемещение" - $S_{2,2}$ и находится в нем до тех пор, пока не достигнет места разгрузки технологического оборудования. При этом технологическое оборудование переходит в состояние "Ожидания разгрузки" - $S_{1,4}(S_{3,2})$.</p>
	$\exists_{\substack{p \in I \\ p \neq i}} x_1^p \exists_{x_2^{opt}} \exists_{\substack{r \in J \\ r \neq j}} x_3^r \exists_{n \in M} x_7^n \left\{ \left[(x_7^n = S_{7,2}) \wedge Q_{t_1}(x_7^n, x_2^{opt}) \wedge (x_2^{opt} = S_{2,1}) \wedge \dots \wedge \left[\begin{array}{l} Q_{t_3}(x_1^p, x_7^n) \wedge (x_1^p = S_{1,1}) \\ \dots \vee \left[\begin{array}{l} Q_{t_3}(x_3^r, x_7^n) \wedge (x_3^r = S_{3,1}) \end{array} \right] \end{array} \right] \right] \Rightarrow \left[\begin{array}{l} Tpr(x_2^{opt}) \wedge \dots \\ \dots \wedge \left[\begin{array}{l} (x_1^p = S_{1,4}) \\ \dots \vee (x_3^r = S_{3,2}) \end{array} \right] \end{array} \right] \right\}$
<p>5</p>	<p>Транспортный модуль (x_2^{opt}) переходит в состояние "Загрузка" ($S_{2,3}$) и образует с ПИ и АС (ГПМ) организационно-техническую систему, если в момент времени $t_{pr_{x_2^{opt}}}$ он находится в точке разгрузки АС (ГПМ) в состоянии "Перемещение" - $S_{2,2}$. При этом ПИ и АС (ГПМ) переходят соответственно в состояния: "Разгружается" - $S_{7,3}$, "Транспортирование - Разгрузка" ("Разгрузка") - $S_{3,3}(S_{1,5})$.</p> $\forall x_2^{opt} \exists_{r \in J} x_3^r \exists_{n \in M} x_7^n \left\{ \left[Pl(x_2^{opt}, t_{pr_{x_2^{opt}}}) \wedge (x_3^r = S_{3,2}) \wedge (x_7^n = S_{7,2}) \right] \Rightarrow \dots \Rightarrow \left[\begin{array}{l} (x_2^{opt} = S_{2,3}) \wedge (x_3^r = S_{3,3}) \wedge (x_7^n = S_{7,3}) \wedge \dots \\ \dots \wedge Q_{t_1}(x_2^{opt}, x_3^r) \wedge Q_{t_1}(x_2^{opt}, x_7^n) \end{array} \right] \right\}$ $x_2^{opt} \exists_{p \in I} x_1^p \exists_{n \in M} x_7^n \left\{ \left[Pl(x_2^{opt}, t_{pr_{x_2^{opt}}}) \wedge (x_1^p = S_{1,4}) \wedge (x_7^n = S_{7,2}) \right] \Rightarrow \dots \Rightarrow \left[\begin{array}{l} (x_2^{opt} = S_{2,3}) \wedge (x_1^p = S_{1,5}) \wedge (x_7^n = S_{7,3}) \wedge \dots \\ \dots \wedge Q_{t_1}(x_2^{opt}, x_1^p) \wedge Q_{t_1}(x_2^{opt}, x_7^n) \end{array} \right] \right\}$
<p>6</p>	<p>Автоматизированный транспортный модуль (x_2^{opt}) переходит из состояния "Загрузка" - $S_{2,3}$ в состояние "Транспортирование" - $S_{2,4}$, если к моменту окончания разгрузки АС (x_3^r) ($t = t_{tr_{x_3^r}} + t_{rg_{x_3^r}}$) партия изделий ($x_7^n$) из состояния "Разгружается" - $S_{7,3}$ переходит в состояние "Транспортируется" - ($S_{7,4}$)</p>

6	$\forall x_2^{opt} \exists_{r \in J} x_3^r \exists_{n \in M} x_7^n \exists_{s \in S} x_8^s \left\{ \left[\begin{aligned} & Q_{t_1}(x_2^{opt}, x_3^r) \wedge Q_{t_1}(x_2^{opt}, x_7^n) \wedge (x_3^r = S_{3,3}) \wedge \dots \\ & \dots \wedge (x_7^n = S_{7,3}) \wedge \left(t = t_{tr_{x_3^r}} + t_{rg_{x_3^r}} \right) \end{aligned} \right] \Rightarrow \dots \Rightarrow \left[(x_2^{opt} = S_{2,4}) \wedge (x_7^n = S_{7,4}) \wedge Q_{t_1}(x_2^{opt}, x_7^n) \wedge Q_{t_1}(x_2^{opt}, x_8^s) \right] \right\}$
7	<p>Автоматизированный склад (x_3^r) переходит из состояния "Транспортирование - Разгрузка" - $S_{3,3}$ в состояние "Ожидание" - $S_{3,1}$ тогда и только тогда, когда к моменту времени $\left(t = t_{tr_{x_3^r}} + t_{rg_{x_3^r}} + t_{pr_{x_3^r}} \right)$ он свободен от разгружаемой партии изделий (x_7^n), а его транспортное устройство (штабелер) находится в исходном положении.</p> $\forall x_2^{opt} \exists_{r \in J} x_3^r \exists_{n \in M} x_7^n \left\{ \left[\begin{aligned} & \left[Q_{t_1}(x_3^r, x_2^{opt}) \rightarrow \neg Q_{t_1}(x_3^r, x_2^{opt}) \right] \wedge \dots \\ & \dots \wedge \left(t = t_{tr_{x_3^r}} + t_{rg_{x_3^r}} + t_{pr_{x_3^r}} \right) \wedge \dots \\ & \dots \wedge (x_3^r = S_{3,3}) \wedge \dots \\ & \dots \wedge \left[Q_{t_1}(x_3^r, x_7^n) \rightarrow \neg Q_{t_1}(x_3^r, x_7^n) \right] \end{aligned} \right] \Rightarrow \left[(x_3^r = S_{3,1}) \right] \right\}. \quad (3.24)$
8	<p>Если партия изделий - x_7^n и АТМ - x_2^{opt}, на котором она расположена, в момент времени ($t=0$) находятся в состояниях: "Транспортируется" - $S_{7,4}$ и "Транспортирование" - $S_{2,4}$, то они в этих состояниях будут находиться до тех пор $t = t_{tr_{x_2^{opt}}}$, пока АТМ не достигнет места загрузки АС (ГПМ).</p> $\forall x_2^{opt} \exists_{p \in I} x_1^p \exists_{r \in J} x_3^r \exists_{n \in M} x_7^n \left\{ \left[(x_7^n = S_{7,4}) \wedge Q_{t_1}(x_7^n, x_2^{opt}) \wedge (x_2^{opt} = S_{2,4}) \wedge \dots \wedge (t = 0) \wedge \left[(x_1^p = S_{1,2}) \vee \dots \right] \right] \Rightarrow \left[\begin{aligned} & Ttr(x_2^{opt}) \wedge (t > 0) \wedge \dots \\ & \dots \wedge \left(t < t_{tr_{x_2^{opt}}} \right) \end{aligned} \right] \right\}$

9	<p>Транспортный модуль (x_2^{opt}) переходит в состояние "Разгрузка" ($S_{2,5}$) и образует с ПИ и АС (ГПМ) организационно-техническую систему, если в момент времени $t_{tr_{x_2^{opt}}}$ он находится в точке разгрузки АС (ГПМ) в состоянии "Транспортирование" - $S_{2,4}$. При этом ПИ и АС (ГПМ) переходят соответственно в состояния: "Загружается" - $S_{7,5}$, "Загрузка - Транспортирование" ("Загрузка - Обработка") - $S_{3,5}(S_{1,3})$.</p>
9	$\forall x_2^{opt} \exists_{r \in J} x_3^r \exists_{n \in M} x_7^n \left\{ \left[Pl \left(x_2^{opt}, t_{tr_{x_2^{opt}}} \right) \wedge (x_3^r = S_{3,4})^f \wedge (x_7^n = S_{7,4})^f \right] \Rightarrow \dots \Rightarrow \left[\left(x_2^{opt} = S_{2,5} \right)^f \wedge (x_3^r = S_{3,5})^f \wedge (x_7^n = S_{7,5})^f \wedge \dots \right] \right\}$ $\forall x_2^{opt} \exists_{p \in I} x_1^p \exists_{n \in M} x_7^n \left\{ \left[Pl \left(x_2^{opt}, t_{tr_{x_2^{opt}}} \right) \wedge (x_1^p = S_{1,2})^f \wedge (x_7^n = S_{7,4})^f \right] \Rightarrow \dots \Rightarrow \left[\left(x_2^{opt} = S_{2,5} \right)^f \wedge (x_1^p = S_{1,3})^f \wedge (x_7^n = S_{7,5})^f \wedge \dots \right] \right\}$
10	<p>Автоматизированный транспортный модуль (x_2^{opt}) из состояния "Разгрузка" - $S_{2,5}$ переходит в состояние "Ожидание" - $S_{2,1}$, если к моменту окончания загрузки АС (x_3^r) $\left(t = t_{tr_{x_3^r}} + t_{zg_{x_3^r}} \right)$ партия изделий (x_7^n) из состояния "Загружается" - $S_{7,5}$ переходит в состояние "Обрабатывается (складируется)" - ($S_{7,6}$)</p>
11	<p>Автоматизированный склад (x_3^r) из состояния "Загрузка - Транспортирование" - $S_{3,5}$ переходит в состояние "Ожидание" - $S_{3,1}$ в том случае, если к моменту времени $\left(t = t_{tr_{x_3^r}} + t_{zg_{x_3^r}} + t_{pr_{x_3^r}} \right)$ партия изделий (x_7^n) находится в ячейке склада, а его транспортное устройство (штабелер) находится в исходном положении.</p>

	$\forall x_2^{opt} \exists_{r \in J} x_3^r \exists_{n \in M} x_7^n \left\{ \left[\left[\left[Q_{t_1}(x_3^r, x_2^{opt}) \rightarrow \neg Q_{t_1}(x_3^r, x_2^{opt}) \right] \wedge \dots \right. \right. \right. \\ \left. \left. \left. \dots \wedge \left(t = t_{tr_{x_3^r}} + t_{zg_{x_3^r}} + t_{pr_{x_3^r}} \right) \wedge \dots \right] \Rightarrow \dots \Rightarrow \left[\begin{array}{l} (x_3^r = S_{3,1})^f \wedge \dots \\ (x_7^n = S_{7,1})^f \end{array} \right] \right. \right. \\ \left. \left. \left. \dots \wedge (x_3^r = S_{3,5})^f \right] \right. \right. \left. \right.$
12	<p>Автоматизированный транспортный модуль (x_2^{opt}) из состояния "Загрузка" - $S_{2,3}$ переходит в состояние "Транспортирование" - $S_{2,4}$, если к моменту окончания разгрузки ГПМ (x_1^p) $(t = t_{rg_{x_1^p}})$ партия изделий (x_7^n) из состояния "Разгружается" - $S_{7,3}$ переходит в состояние "Транспортируется" - $(S_{7,4})$. При этом ГПМ из состояния "Разгрузка" - $S_{1,5}$ переходит в состояние "Ожидание" - $S_{1,1}$</p>
	$\forall x_2^{opt} \exists_{p \in I} x_1^p \exists_{n \in M} x_7^n \exists_{s \in S} x_8^s \left\{ \left[\left[\left[Q_{t_1}(x_2^{opt}, x_1^p) \wedge Q_{t_1}(x_2^{opt}, x_7^n) \wedge (x_1^p = S_{1,5})^f \wedge \dots \right. \right. \right. \\ \left. \left. \left. \dots \wedge (x_7^n = S_{7,3})^f \wedge \left(t = t_{rg_{x_1^p}} \right) \right] \Rightarrow \dots \Rightarrow \left[\begin{array}{l} (x_2^{opt} = S_{2,4})^f \wedge (x_7^n = S_{7,4})^f \wedge (x_1^p = S_{1,1})^f \wedge \dots \\ \dots \wedge Q_{t_1}(x_2^{opt}, x_7^n) \wedge Q_{t_1}(x_2^{opt}, x_8^s) \end{array} \right] \right. \right. \left. \right.$
13	<p>Автоматизированный транспортный модуль (x_2^{opt}) из состояния "Разгрузка" - $S_{2,5}$ переходит в состояние "Ожидание" - $S_{2,1}$, если к моменту окончания загрузки ГПМ (x_1^p) $(t = t_{zg_{x_1^p}})$ партия изделий (x_7^n) из состояния "Загружается" - $S_{7,5}$ переходит в состояние "Обрабатывается (складируется)" - $(S_{7,6})$</p>
	$\forall x_2^{opt} \exists_{p \in I} x_1^p \exists_{n \in M} x_7^n \left\{ \left[\left[\left[Q_{t_1}(x_2^{opt}, x_1^p) \wedge Q_{t_1}(x_2^{opt}, x_7^n) \wedge (x_1^p = S_{1,3})^f \wedge \dots \right. \right. \right. \\ \left. \left. \left. \dots \wedge (x_7^n = S_{7,5})^f \wedge \left(t = t_{zg_{x_1^p}} \right) \right] \Rightarrow \dots \Rightarrow \left[\begin{array}{l} (x_2^{opt} = S_{2,1})^f \wedge (x_7^n = S_{7,6})^f \wedge Q_{t_1}(x_1^p, x_7^n) \end{array} \right] \right. \right. \left. \right.$

14	<p>ГПМ (x_1^p) из состояния "Загрузка - Обработка" - $S_{1,3}$ переходит в состояние "Ожидание разгрузки" - $S_{1,4}$ тогда и только тогда, когда к моменту времени $\left(t = t_{zg_{x_1^p}} + t_{ob_{x_1^p}} \right)$ партия изделий (x_7^n) после обработки находится в выходном накопителе ГПМ в состоянии "Ожидание разгрузки" - $S_{7,2}$, а его транспортное устройство (манипулятор) находится в исходном положении</p> $\forall x_2^{opt} \left\{ \begin{array}{l} \exists x_1^p \quad \exists x_7^n \\ p \in I \quad n \in M \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} \left[\left[Q_{t_1}(x_1^p, x_2^{opt}) \rightarrow \neg Q_{t_1}(x_1^p, x_2^{opt}) \right] \wedge \dots \right. \\ \left. \dots \wedge \left(t = t_{zg_{x_1^p}} + t_{ob_{x_1^p}} \right) \wedge \dots \right. \\ \left. \dots \wedge (x_1^p = S_{1,3})^f \wedge (x_7^n = S_{7,6})^f \right] \Rightarrow \dots \Rightarrow \left[\begin{array}{l} (x_1^p = S_{1,4})^f \wedge \dots \\ (x_7^n = S_{7,2})^f \end{array} \right] \end{array} \right.$
----	---

Где I, J, K, L, M - количество ГПМ, АС, ТО, ТП, ПИ; x_g^f - характеристика состояния f -го объекта g -го типа; $(\dots)^t$ - выражение в скобках зависит от времени протекания процесса моделирования; $Tr(x_2^{opt})$ - одноместный предикат - свойство АТМ - x_2^{opt} перемещаться по трассе - x_8^f между местами загрузки/разгрузки АС (ГПМ) без партии изделий в течение времени $t_{pr_{x_2^{opt}}}$; $Pl(x_2^{opt}, t)$ - двухместный предикат нахождения АТМ в месте загрузки (разгрузки) АС (ГПМ) в момент времени $t = \left(t_{pr_{x_2^{opt}}} \vee t_{tr_{x_2^{opt}}} \right)$; $t_{tr_{x_3^r}}$ - время перемещения штабелера к ячейке склада с искомой партией изделий, транспортирования ПИ в зону разгрузки склада; $t_{rg_{x_3^r}}$ - время разгрузки АС; $t_{pr_{x_3^r}}$ - время перемещения штабелера в исходное положение (рис. 5.9); $Tr(x_2^{opt})$ - одноместный предикат - свойство АТМ - x_2^{opt} перемещаться по трассе - x_8^f между местами загрузки/разгрузки АС (ГПМ) с партией изделий в течение времени $t_{tr_{x_2^{opt}}}$; $t_{zg_{x_3^r}}$ - время разгрузки АС; $t_{tr_{x_3^r}}$ - суммарное время перемещения штабелера в место загрузки АС с партией изделий, поиска и перемещения штабелера к ячейке склада для ее загрузки партией изделий и общее время транспортирования ПИ.

гии с тем, как это сделано при описании аналогичных процессов для автоматизированного склада (правила 6, 7, 10, 11).

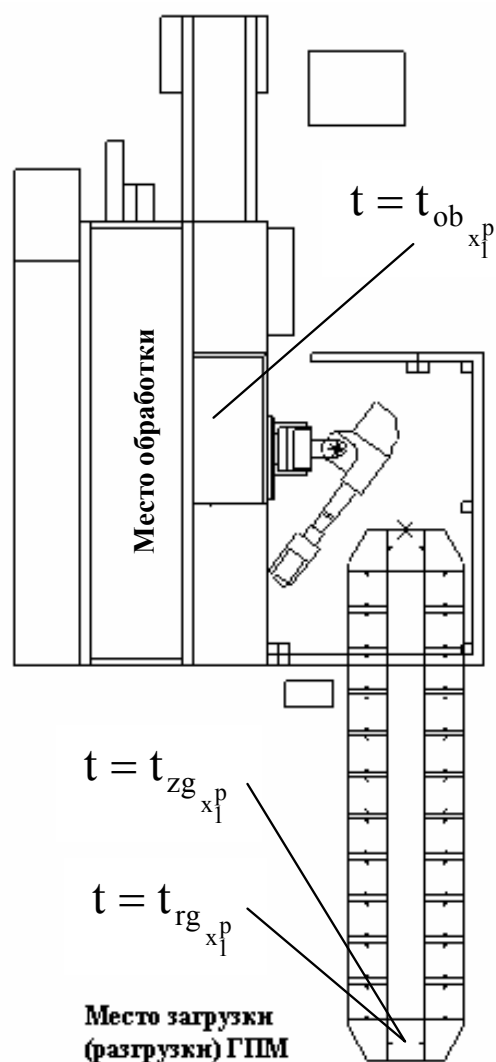


Рис. 5.10. Распределение времени разгрузки (загрузки) ГПМ (t).

Процесс функционирования ГПМ состоит из трех фаз (рис. 5.10): загрузки $\left(t_{zg_{x_1^p}} \right)$ и разгрузки $\left(t_{rg_{x_1^p}} \right)$ тактового стола, а так же обработки ПИ на металлорежущем станке $\left(t_{ob_{x_1^p}} \right)$.

Фазы загрузки и обработки ПИ протекают последовательно без временных разрывов. Фаза разгрузки ГПМ может иметь временной разрыв с фазой обработки ПИ, так как она связана с присутствием транспортного модуля в позиции разгрузки ГПМ.

Так как ГПМ начинает функционировать в момент появления АТМ в месте его загрузки, транспортный модуль будет простаивать на протяжении фазы загрузки.

Фазы загрузки и обработки на ГПМ протекают последовательно и не разделены временем ожидания транспортного устройства, как это происходит при переходе ГПМ из фазы обработки в фазу разгрузки. Поэтому их формальное описание для ГПМ полностью идентично описанию разгрузки АС (правила 10, 11) с той разницей, что во времени функционирования ГПМ (t) вместо t_{tr} фигурирует t_{ob} .

Очевидно, что точность имитационной модели ГПС зависит не только от полноты описания взаимодействий в системе обработки (5.5), но и от глубины описания имитируемых подсистем (АТМ, ГПМ и АС) и процессов управления ними (технологических и организационных).

5.6. СТРУКТУРА ОРГАНИЗАЦИОННО-ТЕХНИЧЕСКОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ СИСТЕМЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ ГПС

Отправной точкой формирования имитационной модели производственной системы является организационно-техническая структура цеха. В ее состав входят структура и параметры транспортно-накопительной и обрабатывающей подсистем, а также их планировка. Поэтому процесс создания имитационной модели начинается с накопления выше перечисленной информации. Для этого используются следующие подсистемы:

Управление подготовкой исходной информации и моделированием поведения производственной системы в процессе выполнения задания осуществляет системный монитор (СМ), рис. 5.11.

Генератор имитационной модели транспортной системы (ГИМТС) располагает на планировке цеха транспортно-накопительное и обрабатывающее оборудование, а также позволяет создать транспортные пути, по которым перемещаются материальные потоки в ходе выполнения производственного задания.

Транспортно-накопительное и обрабатывающее оборудование имеет свои управляющие модели, синтезируемые генератором имитационных моделей производственных модулей (ГИМПМ).

Основой для его работы являются графические изображения примитивов узлов и механизмов, хранящиеся в базе данных (БД *оборудование*), а также технологическая информация о режиме их работы (БД *процесс*). Источниками информации для БД об оборудовании и технологических процессах являются графический редактор векторных изображений (ГРВИ), подсистема проектирования типовых технологических процессов (ППТП), подсистема нормирования ручного труда (ПНРТ). Они реализованы в виде автономных подсистем и управляются системным монитором. ГРВИ генерирует графические 2D-примитивы динамических и статических объектов визуальной части имитационной модели. ППТП осуществляет поиск типовых технологических маршрутов обработки изделий в базе данных (БД *процесс*) как для начальной стадии проектирования, так и в ходе имитации процесса обработки.

В результате работы подсистемы имитационного моделирования (ПИМ) формируется новый технологический процесс, который в качестве типового процесса заносится в базу данных (БД *процесс*).

Моделирование обрабатывающих и транспортных модулей с ис-

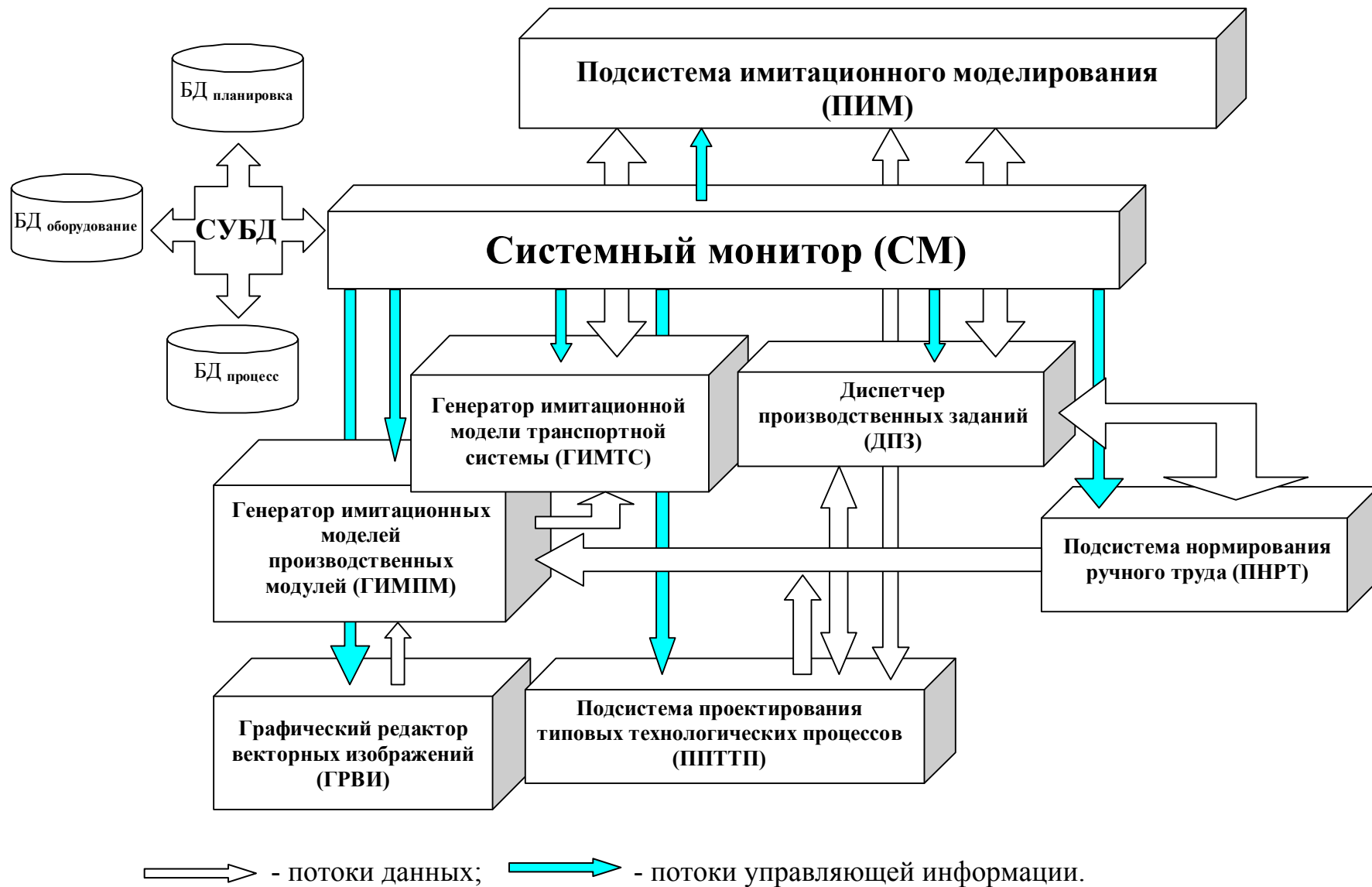


Рис. 5.11. Структурно-функциональная схема системы имитационного моделирования производственных процессов.

пользованием ручного труда предполагает знание функциональных характеристик рабочих (скоростей перемещения, поворота, подъема и опускания груза, грузоподъемности, ошибкоустойчивости, утомляемости и др.). Эти характеристики нормируются в подсистеме нормирования ручного труда (ПНРТ) и передаются ГИМТС и ГИМПМ.

В функции ГИМТС также входит решение задачи создания транспортных путей и "привязки" к ним технологического оборудования. С этой целью для каждого производственного подразделения (цеха, участка, обрабатывающего модуля) создается своя транспортная сеть и за ней закрепляются обрабатывающие модули, склады и транспортное оборудование. В рамках транспортной сети указываются места загрузки — разгрузки оборудования, перечисляются технологические и складские модули, обслуживаемые различными видами транспортных устройств. Вся выше перечисленная информация хранится в БД оборудование и БД планировка.

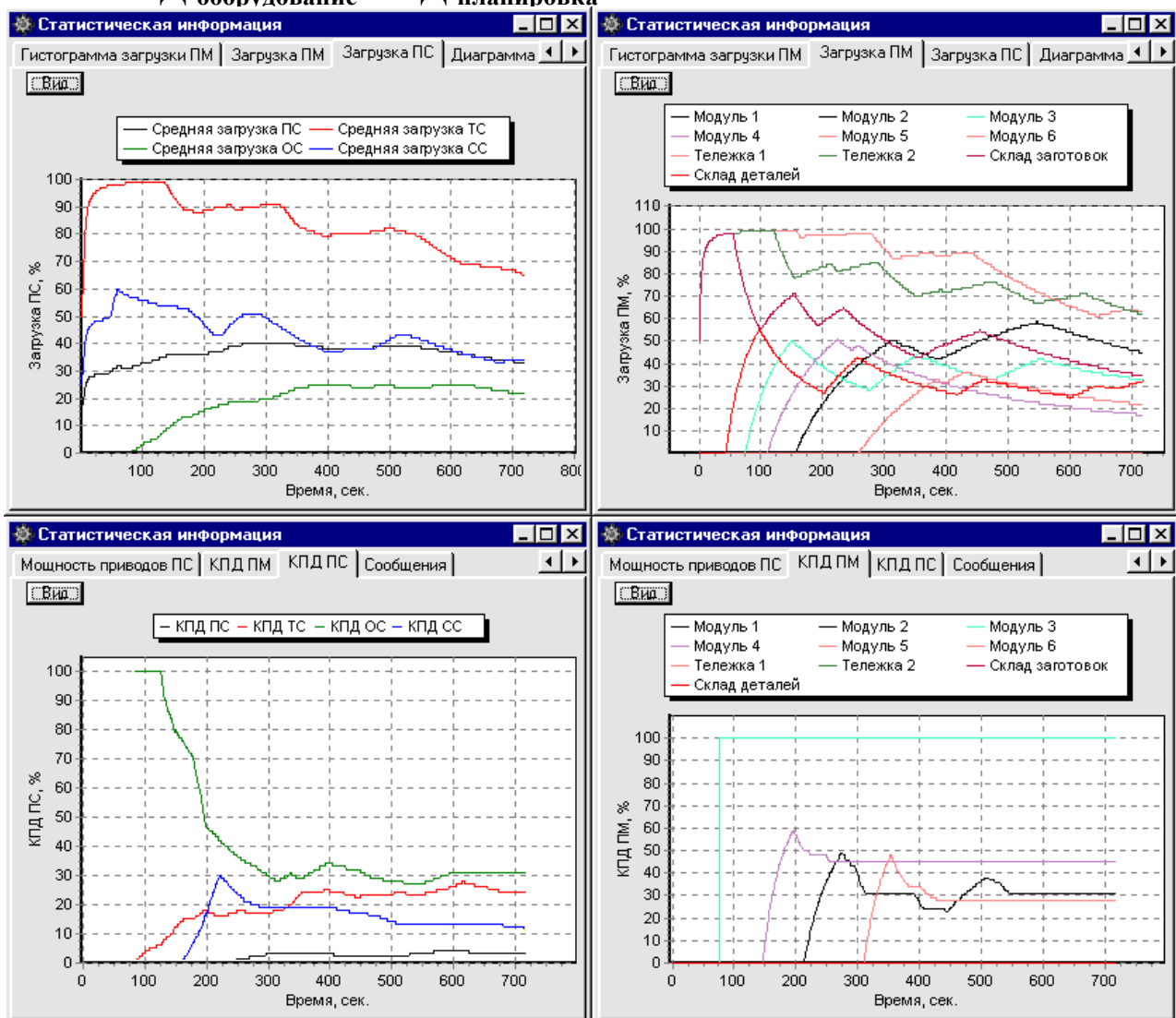


Рис. 5.12. Примеры расчета коэффициентов полезного действия и уровней загрузки отдельных модулей и производственной системы в целом.

Диспетчер производственных заданий (ДПЗ) реализует функции планирования процесса обработки в ГПС и контроля его выполнения. Задания на обработку изделий могут быть сформированы не только к моменту запуска ПИМ, но и в ходе моделирования производственного процесса. ДПЗ "привязывает" производственные задания к конкретным технологическим процессам и ставит их в очередь. Извлечение заданий из очереди осуществляется ПИМ в соответствии с концепцией максимальной пропускной способности системы обработки. ДПЗ фиксирует состояние партий обработки на момент прерывания процесса моделирования. Он позволяет сохранить эту информацию в базе данных и в последующем запустить процесс моделирования не с начала, а с точки останова. Такой подход к моделированию особенно актуален в тех случаях, когда процесс имитации совмещается с работой производственной системы.

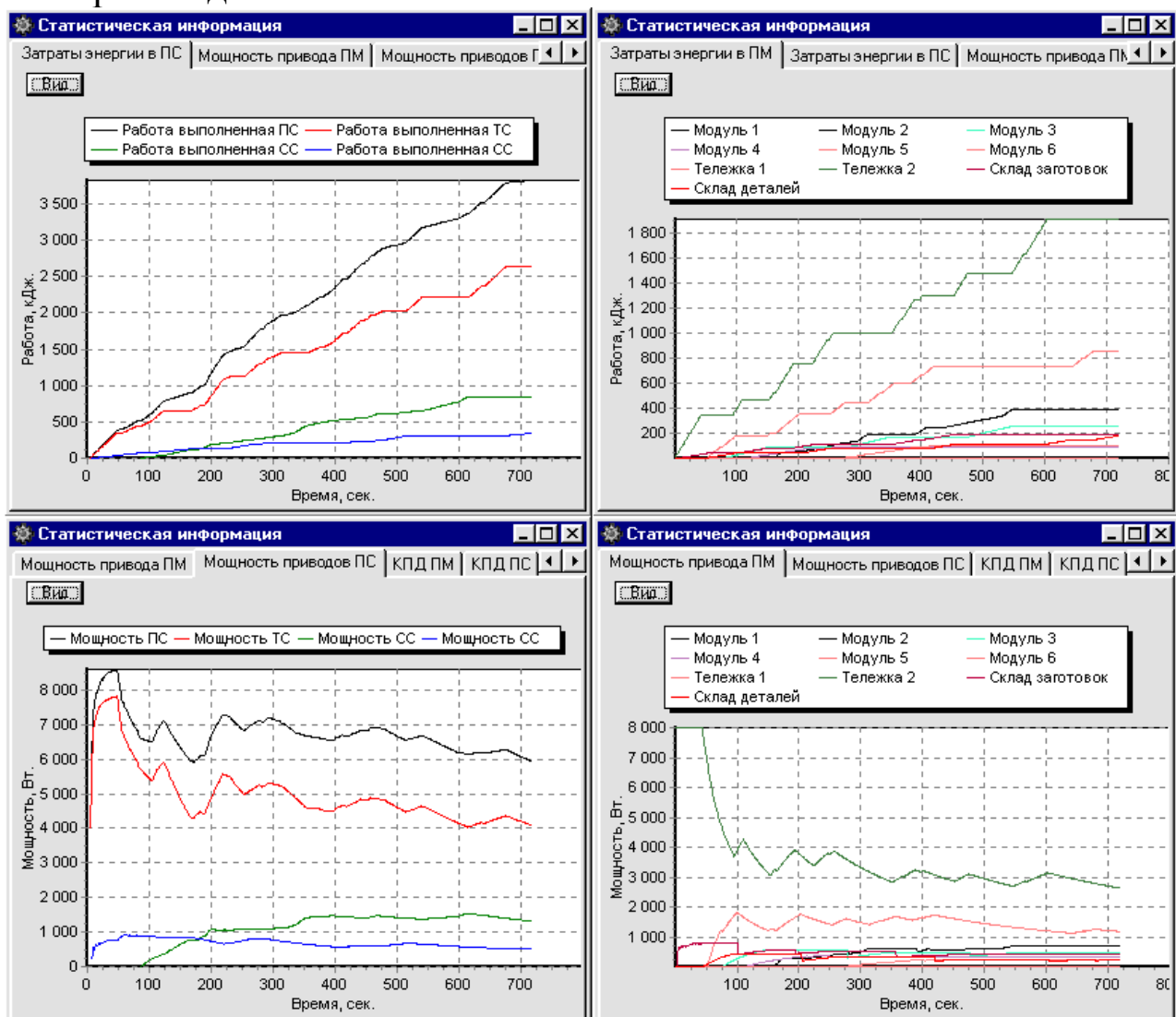


Рис. 5.13. Примеры расчетов затрат энергии в процессе производства и средних уровней потребляемых мощностей отдельными модулями и производственной системой в целом.

Перемещение информации между подсистемами, контроль ее целостности и актуальности осуществляет система управления базой данных (СУБД).

После того, как все структурно-параметрические составляющие модели введены, системный монитор тестирует ее и передает управление ПИМ.

В состав ПИМ входят визуальная, текстовая и графическая компоненты.

Визуальная компонента ПИМ позволяет наблюдать за процессом моделирования по действиям, происходящим на планировке. Она реализована в виде 2D-динамической векторной графики.

Графическая компонента представляет собой многооконный интерфейс, содержащий параметрическую информацию об объектах моделирования различного уровня в виде графиков, гистограмм, диаграммы Ганта (рис. 5.12, ... , 5.14), счетчиков времени выполнения задания и др. По ним можно отслеживать загрузку модулей и отдельных видов оборудования (рис. 5.12, 5.14), определять уровень потребляемой электроэнергии, контролировать состояние транспортно-накопительной и обрабатывающей подсистем (рис. 5.13).

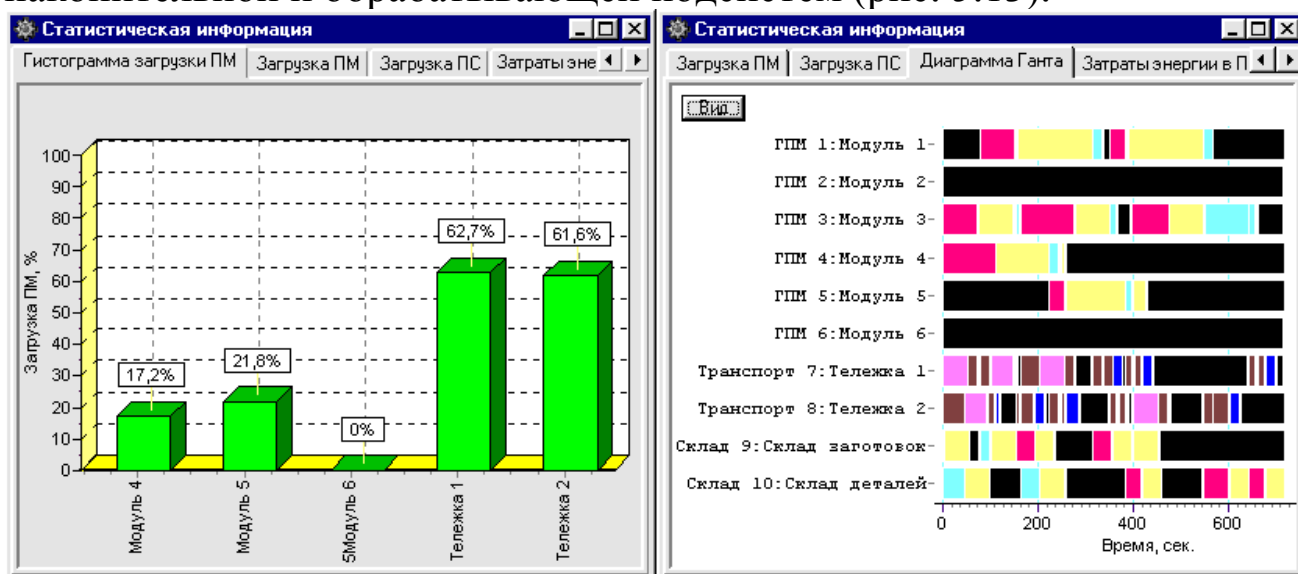


Рис. 5.14. Пример диаграммы средней загрузки оборудования и диаграмма ГАНТА.

Текстовая компонента формирует текстовый отчет о работе узлов и механизмов моделируемого комплекса. Она позволяет детально анализировать циклограмму работы производственной системы и ее составляющих, анализировать моделируемые отказы, а также причины их возникновения и последствия для производственного процесса.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Абразивно-алмазная обработка материалов: Справочник / Под ред. А.Н. Резникова. – М.: Машиностроение, 1977. – 390 с.
2. Абрамов В.В. Остаточные напряжения и деформации в металлах (расчеты методом расчленения тела). – М.: Машгиз, 1963. – 355 с.
3. Аваков А.А. Физические основы теории стойкости режущих инструментов. – М.: Машгиз, 1960. – 306 с.
4. Аврутин Ю.Д. Рельеф шлифовального круга и его связь с шероховатостью шлифовальной поверхности. – Автореф. дис. ... канд. техн. наук. – Л.: ЛПИ, 1977. – 23 с.
5. Адам Н.К. Физика и химия поверхностей. – М.: Гостехиздат, 1947. – 420 с.
6. Адаптивное управление технологическими процессами (на металлорежущих станках) / Ю.М. Соломенцев, В.Г. Митрофанов, С.П. Протопопов и др. - М.: Машиностроение, 1980. - 536 с.
7. Адлер Ю.П., Маркова В.В., Грановский Ю.В. Планирование эксперимента при поиске оптимальных условий. – М.: Наука, 1976. – 279 с.
8. Акоф Р., Сасиени М. Основы исследования операций. - М.: Мир, 1971.
9. Активный контроль в машиностроении: Справочник / Педь Е.И., Высоцкий А.В., Машинистов В.М. и др. / Под ред. Е.И. Педь. - М.: Машиностроение, 1978. - 352 с.
10. Андреев Г.С. Повышение производительности обработки деталей в условиях периодического прерывистого резания. – Вестник машиностроения, 1978, №12. – С. 48-52.
11. Анельчик В.Д. Повышение эффективности шлифования деталей с молибденовым покрытием. - Дис. ... канд. техн. наук. - Одесса: ОПИ, 1985. – 242 с.
12. Армареги И. Дж. А., Браун Р.Х. Обработка металлов резанием. Пер. с англ. В.А. Пастунова. – М.: Машиностроение, 1977. – 325 с.
13. Арсенин В.Я. Математическая физика. Основные уравнения и специальные функции. – М.: Наука, 1966. – 346 с.
14. Артемьев Б.Г., Голубев С.М. Справочное пособие для работников метрологических служб. – Изд. 2-е, перераб. и доп. в двух книгах. – Кн. 1. - М.: Изд-во стандартов, 1986. – 352 с.
15. Аршанский М.М., Щербаков В.П. Вибродиагностика и управление точностью обработки на металлорежущих станках. - М.: Машиностроение, 1984. - 224 с.
16. Аршинов В.А., Алексеев Г.А. Резание металлов. – М.: Машгиз, 1959. – 490 с.
17. А.С. № 621525 СССР МКИ В23Р 1/18. Способ электроискрового легирования / В.Н. Морозенко, С.П. Лапшин и А.Е. Проволоцкий – Оpub. 1978. Бюл. № 32.
18. А.С. 747706 СССР МКИ В24В 49/00. Устройство для ограничения перемещений шлифовального круга / А.В. Якимов, В.П. Ларшин, А.А. Якимов. - Оpubл. 15.07.80. Бюл. № 26. – 3 с.

19. А.С. 764942 СССР МКИ В24В 1/00. Способ абразивной обработки / Ю.М. Ермаков. – Оpubл. 23.09.80. Бюл. № 35. – 3с.
20. А.С. 1155421 СССР МКИ В23Q 11/04, 49/00. Способ защиты инструмента от перегрузок и устройство для его реализации / Е.Т. Шаров, В.А. Тараненко. - Оpubл. 15.05.85. Бюл. № 18. - 3 с.
21. А.С. 1202745 СССР МКИ В23В 49/00. Устройство для контроля состояния инструмента / В.А. Остафьев, В.В. Кокаровцев, К.Г. Махмудов, А.И. Александров. - Оpubл. 03.01.86. Бюл. № 1. - 2 с.
22. А.С. 1288039 А1 СССР МКИ В24В 51/00. Способ управления шлифованием / А.В. Якимов, В.П. Ларшин, В.Ф. Соколов, А.М. Скляр, Д.А. Севрюгин. - Оpubл. 07.02.87. Бюл. №5. – 4 с.
23. А.С. № 1340953 СССР МКИ В23Н 9/00. 9/12. Способ электроэрозионного упрочнения зубчатых колес / В.Н. Морозенко, В.А. Мартыненко, С.П. Лапшин и др. - Оpubл. 1987. Бюл. №36.
24. А.С. № 1710242 СССР МКИ В23Н 9/00. Способ электроэрозионного упрочнения / А.Е. Проволоцкий, С.П. Лапшин, А.Г. Величко и В.С. Гришин – Оpub. 1992. Бюл. №5.
25. Ахматов А.С. Молекулярная физика граничного трения. – М.: Изд-во физ.-мат. лит., 1963. – 470 с.
26. Бабаков И.М. Теория колебаний. – М.: Наук, 1968. – 560 с.
27. Байкалов А.К., Сукенник И.Л. Алмазный правящий инструмент на гальванической связке. – К.: Наук. думка, 1976. – 203 с.
28. Балакин В.А. Трение и износ при высоких скоростях скольжения. - М.: Машиностроение, 1980.
29. Балакшин Б.С. Основы технологии машиностроения. – М.: Машиностроение, 1969. – 359 с.
30. Бахвалов В.Л. Исследование влияния параметров процесса зубошлифования конусным кругом и исходного состояния материала на качество поверхностного слоя. – Дис. ... канд. техн. наук. - Одесса: ОПИ, 1977. –340 с.
31. Беззубенко Н.К. К вопросу выбора режима работы режущих зерен при алмазно-искровом шлифовании. – Резание и инструмент, 1979, вып. 22. – С. 3-6.
32. Бекишев Г.А., Кратко М.И. Элементарное введение в геометрическое программирование.– М.: Наука, 1980. – 144 с.
33. Беллман Р., Калаба Р. Динамическое программирование и современная теория управления.– М.: Наука, 1969.–118 с.
34. Беллман Р., Кук К. Дифференциально-разностные уравнения. – М.: Мир, 1967. – 548 с.
35. Беляев М.М. Основы теплопередачи. - К.: Вища шк., 1989. - 343 с.
36. Беляев Н.М., Рядно А.А. Методы теории теплопроводности. - М.: Высш. шк., 1982.- 304 с.
37. Бобров В.Ф. Основы теории резания металлов. - М.: Машиностроение, 1975.- 344 с.
38. Большев Л.Н., Смирнов Н.В. Таблицы математической статистики. - М.:

- Наука, 1983. - 416 с.
39. Бондарь А.Г., Статюка Г.А. Планирование эксперимента в химической технологии. – К.: Вища школа, 1976. – 184 с.
 40. Бояршинов Ю.А. Разработка и исследование способов повышения качества поверхностного слоя при шлифовании высокоточных зубчатых колес. - Дис. ... канд. техн. наук. – Пермь: ППИ, 1970. – 250 с.
 41. Браилов А.Ю., Астахов В.П. Семиотическая модель оперативного контроля процесса сверления. -Технология и автоматизация машиностроения: Респ. межвед. науч.- техн. сб. - К.: Техника, 1987, вып.40. -С. 24 -27.
 42. Бронштейн И.Н., Семендяев К.А. Справочник по математике для инженеров и учащихся ВТУзов. – 13-е изд. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1986. - 544 с.
 43. Бугров Я.С., Никольский С.М. Высшая математика. Дифференциальные уравнения. Кратные интегралы. Ряды. Функции комплексного переменного. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1981. – 448 с.
 44. Вальков В.М. Контроль в ГАП. - Л.: Машиностроение, 1986. - 232 с.
 45. Ватсон Г.Н. Теория Бесселевых функций. - Т. 1.– М.: Изд-во ин. лит. – 1949.
 46. Вентцель Е.С. Исследование операций. - М.: Советское радио,1972.
 47. Вентцель Е.С. Теория вероятностей. – М.: Наука, 1969. – 576 с.
 48. Верещака А.С. Работоспособность режущего инструмента с износостойкими покрытиями. – М.: Машиностроение, 1993. – 336 с.
 49. Виттенберг Ю.Р. Применение корреляционной теории для оценки шероховатости шлифованной поверхности. – Вестник машиностроения, 1969, вып. 1.
 50. Виттенберг Ю.Р. Шероховатость поверхности и методы ее оценки. – Л.: Судостроение, 1971. – 108 с.
 51. Волосов С.С., Гейлер З.Ш. Управление качеством продукции средствами активного контроля. - М.: Изд. стандартов, 1989. - 263 с.
 52. Воронин А.А., Марков А.И. Влияние ультразвуковых колебаний на процесс резания жаропрочных сплавов. – Станки и инструмент, 1960, №11. – С. 15-17.
 53. Воронцов А.П., Мурзаков Х.Е. Влияние тепловых деформаций на технологическую надежность токарно-револьверных станков. - Станки и инструмент, 1982, № 10. - С. 5.
 54. Выгодский М.Я. Справочник по высшей математике: 4-е изд. – М.: Гос. изд. физ.-мат. лит., 1959. – 783 с.
 55. Гантмахер Ф.Р. Теория матриц. – М.: Наука, 1988. – 552 с.
 56. Гольдрайх Г.М., Джугурян Т.Г., Капительман Л.В. Станки глубокого сверления. - Техника машиностроения. - М., 1996, № 3. - С. 39-41.
 57. Гельфанд А.О. Исчисление конечных разностей. – М.: ФМГ, 1967. – 320 с.
 58. Гольдфарб Э.М. Теплотехника металлургических процессов. – М.: Металлургия, 1967.- 439 с.
 59. Генкин М.Д., Рыжов М.А., Рыжов Н.М. Повышение надежности тяжело нагруженных зубчатых колес. – М.: Машиностроение, 1981. – 232 с.

60. Горбачевич А.Ф., Шкред В.А. Курсовое проектирование по технологии машиностроения: Учеб. пособие для машиностроит. спец. вузов.– 4-е изд., перераб. и доп. –Минск: Высшая школа, 1983. –256 с.
61. Грабченко А.И. Расширение технологических возможностей алмазного шлифования. – Харьков: Вища шк., 1985. – 184 с.
62. Градштейн И.С., Рыжик И.М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. - М.: Физматгиз, 1961.- 1020 с.
63. Грановский Г.И., Белодед В.В., Даниленко Б.Д. и др. Температурное состояние сверл из различных быстрорежущих сталей. - Вестник машиностроения, 1975, № 6.- С. 64-66.
64. Грановский Г.И., Грановский В.Г. Резание металлов. – М.: Высш. шк., 1985. – 304 с.
65. Грановский В.А., Сирая Т.Н. Методы обработки экспериментальных данных при измерениях. – Л.: Энергоатомиздат, Ленингр. отд-ние, 1990. – 288 с.
66. Гродзинский Э.Я., Голубев И.В., Маковицкая А.Т. Станки и оснастка для шлифования с электрической активацией рабочей поверхности круга. – Станки и инструмент, 1981, №4. – С. 10-12.
67. Грувер М., Зиммерс Э. САПР и автоматизация производства. Пер. с англ.– М.: Мир, 1987.– 528 с.
68. Гюнтер Ю., Маркарян Г.К. Влияние скорости и направления изменения толщины и ширины среза на силы и температуру резания. – Промышленность Армении, 1975, №7. – С. 32-35.
69. Даниелян А.М. Теплота и износ инструментов в процессе резания металлов. – М.: Машгиз, 1954. – 276 с.
70. Даниелян А.М., Бобрик П.И. Особенности тепловых явлений при резании жаропрочных сплавов. - Станки и инструмент, 1961, № 12.- С. 25-27.
71. Данилевский В.В. Технология машиностроения: Учебник для техникумов. – 5-е изд. перераб. и доп. – М.: Высш. шк., 1989. – 416 с.
72. Даффин Р., Питерсон Э., Зенер К. Геометрическое программирование. Перевод с англ. Д.А. Бабаева. – М.: Мир, 1972 . – 312 с.
73. Дацьк Ю. Стопорные кольца не только стопорят. - Автоцентр (Украинский автомобильный еженедельник), 2000, № 50. – С.37.
74. Девин Л.Н. Прогнозирование работоспособности металлорежущего инструмента. – К.: Техніка, 1992. – 132 с.
75. Демкин Н.Б. Контактное шлифование шероховатых поверхностей. – М.: Наука, 1970. – 227 с.
76. Держук В.А. Исследование технологических путей повышения производительности и качества процесса сверления глубоких отверстий малых диаметров. - Дис... канд. техн. наук. - К., 1976. - 335 с.
77. Джонсон Н., Лион Ф. Статистика и планирование эксперимента в технике и науке. Методы обработки данных. - М.: Мир, 1980. – 610 с.
78. Джугурян Т.Г. Технологічні основи керування точністю та якістю обробки при прецизійному розточуванні. - Дис... докт. техн. наук. –

- Одеса: ОДПУ, 2001. - 467 с.
79. Диагностика технического состояния автомобилей / Н.Я. Говорущенко. – М.: Транспорт, 1970. – 256 с.
 80. Диткин В.А., Прудников А.П. Справочник по операционному исчислению. - М.: Высш. шк., 1965. – 465 с.
 81. ДСТУ 3514-97. Статистичні методи контролю та регулювання. Терміни та визначення. - К.: Держстандарт України, 1997.
 82. Дудко П.Д. Исследование процесса доводки стальных цилиндрических деталей свободным абразивом с осциллирующим движением притира. – Дис. ... канд. техн. наук. – Харьков: ХПИ, 1970. – 300 с.
 83. Дунин-Барковский И.В. и др. К вопросу о нормировании и контроле неровностей декоративных поверхностей. – Сб. “Метрология и свойства обработанных поверхностей”. - Труды НИИ Метрологии, 1977, вып 15. – С. 124-127.
 84. Дунин-Барковский И.В., Карташова А.Н. Измерение и анализ шероховатости, волнистости и некруглости поверхности. – М.: Машиностроение, 1978. – 223 с.
 85. Душинский В.В., Пуховский Е.С., Радченко С.Г. Оптимизация технологических процессов в машиностроении / Под общ. ред. Г.Э. Таурита. – К.: Техніка, 1977. – 176 с.
 86. Евдокимов Ю.А., Колеников В.И., Тетерин А.И. Планирование и анализ экспериментов при решении задач трения и износа. – М.: Наука, 1980. – 228 с.
 87. Евсеев Д.Г. Формирование свойств поверхности при абразивной обработке. – Саратов: СГУ, 1975. – 127 с.
 88. Евсеев Д.Г., Сальников А.И. Физические основы процесса шлифования. – Саратов: СГУ, 1978. – 128 с.
 89. Елифанов Г.И., Ребиндер П.Л. Об энергетическом балансе процесса резания металлов. – Доклады АН СССР, 1949, т. 69, № 4.
 90. Ермаков С.М., Жиглявский А.А. Математическая теория оптимального эксперимента: Учеб. пособие. – М.: Наука, 1987. – 320 с.
 91. Зангвилл У.И. Нелинейное программирование. – М.: Советское радио, 1973.
 92. Захаренко И.П. Алмазные инструменты и процессы обработки. – К.: Техніка, 1980. – 212 с.
 93. Захаренко И.П. Рациональное использование сверхтвердых абразивных материалов в инструментальном производстве. – К.: Наук. думка, 1979. – 156 с.
 94. Захаренко И.П., Савченко Ю.Я. Алмазно-электролитическая обработка инструмента. – К.: Наук. думка, 1978. – 224 с.
 95. Захаренко И.П., Шепелев А.А. Алмазная заточка твердосплавного инструмента совместно со стальной державкой. – К.: Наук. думка, 1976. – 219с.
 96. Зенер К. Геометрическое программирование и техническое проектиро-

- вание. Пер. с англ. Д.А. Бабаева. – М.: Мир, 1973. – 112 с.
97. Зорин Е.П. Исследование свойств инструмента и технологических параметров при прецизионном резании высокопрочных и нержавеющей сталей. – Автореф. дис. ... канд. техн. наук. – Воронеж: ВПК, 1974. – 23 с.
 98. Зуховицкий С.И., Авдеева Л.И. Линейное и выпуклое программирование. – М.: Наука, 1965.
 99. Иванов В.В. Методы вычислений на ЭВМ. – К.: Наук. думка, 1986.
 100. Игумнов Б.Н. Расчет оптимальных режимов обработки для станков и автоматических линий. – М.: Машиностроение, 1974. – 200 с.
 101. Израилович М.Я. Оптимизация процессов механической обработки алмазным и твердосплавным инструментом. – М.: ВНИИТЭМР, 1985. – 44 с.
 102. Ильченко К.Д., Розенгарт Ю.И. Установки для исследования теплофизических свойств дисперсных материалов. - Механика сыпучих тел: Тез. докл. IV Всесоюз. конф. – Одесса, 1980.- С. 274.
 103. Ипполитов Г.М. Абразивно-алмазная обработка. – М.: Машиностроение, 1969. – 336 с.
 104. Исаченко В.В., Осипова В.А., Сукомел А.С. Теплопередача. – М.: Энергоиздат, 1981. – 416 с.
 105. Калинин Е.П. Исследование процесса зубошлифования на станках с червячным абразивным кругом в связи с нахождением путей устранения прижогов. – Автореф. дис. ... канд. техн. наук. – Пермь: ППИ, 1966. – 34с.
 106. Карлов Р.Ф. Адаптивная система управления обработкой глубоких отверстий. - Станки и инструмент, 1974, № 8. - С. 23-24.
 107. Карманов В.Г. Математическое программирование. – М.: Наука, 1975. – 272 с.
 108. Карслоу Х.С., Егер Д.К. Теплопроводность твердых тел. – М.: Наука, 1984. – 487 с.
 109. Касаткін М.М. Натуральний ряд чисел: Навчальний посібник. – Одеса: Астропринт, 2002. – 24 с. – Рос. мовою.
 110. Качество и производительность абразивно-алмазной обработки: Учеб. пособие / А.В. Якимов, Ф.В. Новиков, Г.В. Новиков, А.А. Якимов. - Одесса: ОГПУ, 1999. – 212 с.
 111. Качество машин: Справочник. В 2 т. Т.1 / А.Г. Суслов, Э.Д. Браун, Н.А. Виткевич и др. – М.: Машиностроение, 1995. – 256 с.
 112. Качество поверхности при алмазно-абразивной обработке / Э.В. Рыжов, А.А. Сагарда, В.Б. Ильицкий, И.Х. Чеповецкий. – К.: Наук. думка, 1979. – 244 с.
 113. Качество продукции автоматизированного машиностроительного производства / А.С. Зенкин, И.В. Петко, И.П. Стародуб, И.В. Мельниченко. - К.: Техніка, 1988. - 175 с.
 114. Кащук В.А., Мелехин А.Д., Бармин Б.П. Справочник заточника. – М.: Машиностроение, 1982. – 232 с.
 115. Каяшев Л.И., Митрофанов В.Г., Схиртладзе А.Г. Методы адаптации при управлении автоматизированными станочными системами. - М.: Ма-

- шиностроение, 1995. - 240 с.
116. Кедров С.М. Средства повышения производительности доводки металлов. – Станки и инструмент, 1987, №6.
 117. Кибербелье от Айболита. - Мир связи, 2003, № 11. – С.10.
 118. Кирсанов С.В, Гречишников В.А., Схиртладзе А.Г., Кокарев В.И. Инструменты для обработки точных отверстий. - М.: Машиностроение, 2003. - 330 с.
 119. Кларк Ф. Оптимизация и негладкий анализ. – М.: Наука, 1988. – 280 с.
 120. Ковальгонов В.Н. Повышение эффективности совмещенного шлифования с применением СОЖ путем термостабилизации зоны обработки. - Дис. ... канд. техн. наук. - Ульяновск: УлГТУ, 2000. – 244 с.
 121. Кожевников Д.В. Современная технология и инструмент для обработки глубоких отверстий. Обзор. - М.: НИИМаш, 1981. - 60 с.
 122. Кожевников С.Н. Теория механизмов и машин. – М.: Машиностроение, 1973. – 592 с.
 123. Колев К.С., Горчаков Л.М. Точность обработки и режимы резания. Изд. 2-е, перераб. и доп. – М.: Машиностроение, 1976. –145 с.
 124. Колесов И.М. Основы технологии машиностроения: Учеб. для машиностроит. спец. вузов.— 2-е изд., испр.— М.: Высш. шк., 1999.— 559 с.
 125. Колкер Я.Д. Математический анализ точности механической обработки деталей. - К.: Техніка, 1976.—200 с.
 126. Коллатц Л., Карбс В. Теория приближений. – М.: Наука, 1978. – 272 с.
 127. Колуэлл А. Влияние высокочастотных вибраций на процесс шлифования. – Т., 1955. – 87. - № 2243.
 128. Коновалов Е.Г., Чачин В.Н. Динамика вибрационного шлифования твердых сплавов. – Сб. научн. тр. АН БССР, 1959, вып. 1. – С. 84-90.
 129. Конструкция, расчет и методы проверки шпиндельных узлов с опорами качения: Метод. указ. / А.М. Фигатнер, Е.А. Фискин, С.Е. Бондарь и др. - М.: ЭНИМС, 1970. - 152 с.
 130. Контроль качества продукции в машиностроении /Артес А.Э., Агапов Ю.Н., Гончаров Э.Н. и др. / Под ред. А.Э. Артеса. - М.: Изд-во стандартов, 1974. - 448 с.
 131. Кордыш Л.М., Марголин Л.В. Тепловой расчет исполнительных механизмов приводов станков с ЧПУ. - Станки и инструмент, 1983, №5. - С. 22-24.
 132. Королев А.В. Исследование процессов образования поверхностей инструмента и детали при абразивной обработке. – Саратов: Изд-во Саратов. ун-та, 1984. – 106 с.
 133. Королев А.В., Новоселов Ю.К. Теоретико-вероятностные основы абразивной обработки. Часть 1. Состояние рабочей поверхности абразивного инструмента. – Саратов: Изд-во Саратов. ун-та, 1987. – 160 с.
 134. Королев А.В., Новоселов Ю.К. Теоретико-вероятностные основы абразивной обработки. Часть 2. Взаимодействие инструмента и заготовки при абразивной обработке. – Саратов: Изд-во Саратов. ун-та, 1989. – 160 с.
 135. Корчак С.Н. Прогрессивная технология и автоматизация круглого шли-

- фования. – М.: Машиностроение, 1968. – 108 с.
136. Корчак С.Н. Производительность процесса шлифования стальных деталей. – М.: Машиностроение, 1974. – 280 с.
137. Костецкий Б.И. Шлифование закаленных сталей. – К.: Техніка, 1947. – 84с.
138. Костецкий Б.И. Трение, смазка и износ в машинах. – К.: Техніка, 1970. – 396 с.
139. Кохтев А.А. Основы стандартизации в машиностроении. - Изд. 3-е перераб. и доп. – М.: Машиностроение, 1967. – 492 с.
140. Кошин А.А. Исследование функциональных связей между предельными режимами и тепловыми критериями процессов алмазно-абразивной обработки. - Автореф. дис. ... канд. техн. наук. - Челябинск, 1974. - 23 с.
141. Кошляков Н.С., Глинсер Э.Б., Смирнов М.М. Уравнения в частных производных математической физики. – М.: Высш. шк., 1985. – 712 с.
142. Кравченко Б.А., Светличнов Б.П. Остаточные напряжения при обработке жаропрочных материалов точением. - В кн.: Обработываемость жаропрочных и титановых сплавов. – Куйбышевское обл. книжное издательство, 1962. – С. 385-397.
143. Краснощек Ю.С. Исследование особенностей процесса алмазного шлифования безвольфрамовых твердых сплавов. – Дис. ... кан. техн. наук. – Харьков: ХПИ, 1981. – 213 с.
144. Кривоухов В.А. Ускоренный метод нахождения стойкости и силовых зависимостей для составления нормативов по режимам резания. – Станки и инструмент, 1960, № 6. – С. 26-28.
145. Круг Г.К. Планирование эксперимента в задачах идентификации и экстраполяции. - М: Наука, 1977. – 208 с.
146. Крюк А.Г., Браташевский А.Ю., Дудко П.Д. Особенности химико-механического полирования кремниевых пластин. – Труды 6-й междунар. научно-техн. конф. “Физические и компьютерные технологии в народном хозяйстве”. – Харьков: ХНПК “ФЭД”, 2002. – С. 26-27.
147. Кузнецов А.П. Методы оценки тепловых деформаций металлорежущих станков и пути их снижения: Обзор. - М.: НИИМаш, 1983.- 68 с.
148. Кулаков Ю.М. и др. Предотвращение дефектов при шлифовании. – М.: Машиностроение, 1975. – 144 с.
149. Курицкий Б.Я. Оптимизация вокруг нас. – Л.: Машиностроение, 1989. – 145 с.
150. Кушнер В.С. Термомеханическая теория процесса непрерывного резания пластичных материалов. – Иркутск: Изд-во Иркутского ун-та, 1982. – 170 с.
151. Лаврентьев М.А., Шабат Б.В. Методы теории функций комплексного переменного. – М.: Наука, 1973. – 736 с.
152. Лавріненко В.І. Наукові основи шліфування інструментальних матеріалів із спрямованою зміною характеристик контактних поверхонь. - Автореф. дис. ... докт. техн. наук. – К.: ІНМ НАН України, 2000. – 35 с.
153. Лакирев С.Г. Обработка отверстий: Справочник. - Л.: Машиностроение, 1984. - 208 с.

154. Лапшин С.П. Влияние среды на электроэрозионную обработку. - Химическая и электрохимическая обработка проката: Тез. докл. республ. научно-техн. конф. – Днепропетровск, 1987.- С. 116-117.
155. Лапшин С.П., Бондаренко Л.И. Электроэрозионное упрочнение деталей в нейтральных средах. – Прогрессивные технологические процессы в механосборочном производстве: Тез. докл. научно-техн. конф.- М., 1991.- С. 49-51.
156. Лапшин С.П., Ильченко К.Д. Определение термического сопротивления покрытий. - Вісті Академії Інженерних наук України, 2002, вип. 4. - С. 75-91.
157. Лапшин С.П., Проволоцкий А.Е. Механизация электроэрозионного упрочнения сложнопрофильных поверхностей. – Високі технології в машинобудуванні: Збірник наукових праць НТУ “ХПІ”.- Харків, 2002, вип.1.- С. 190-194.
158. Лапшин С.П., Проволоцкий А.Е. Электроэрозионное упрочнение внутренних цилиндрических поверхностей. - Прогрессивные технологии и системы машиностроения. - Донецк: ДонГТУ, 2002, вып. № 21. – С. 51-57.
159. Лапшин С.П., Проволоцкий А.Е., Диденко Е.И. Контроль и управление электроэрозионным упрочнением. - Вісті Академії Інженерних наук України, 1999, вип. 4.- С.107-116.
160. Ларшин В.П. Диагностика операций многониточного шлифования резьбы шариковых винтов. - Диагностика технологических процессов в машиностроении: материалы семинара. – М.: Изд. МДНТП, 1990. – С. 82-88.
161. Ларшин В.П. Интегрированная технологическая система шлифования сложнопрофильных деталей (на примере резьбошлифования). - Автореф. дис. ... докт. техн. наук. – Одесса: ОГПУ, 1995. – 34 с.
162. Ларшин В.П. Повышение производительности плоского шлифования на основе анализа трудоёмкости процесса. - Тр. Одес. политехн. ун-та.— Одесса, 2002, вып.1(17).— С .60-64.
163. Ларшин В.П. Управление температурной погрешностью шага резьбы ходовых винтов при резьбошлифовании. – Сб. “Процессы абразивной обработки, абразивные инструменты и материалы”. – Волжский, 1999. – С. 132-135.
164. Ларшин В.П. Интегрированные технологические системы в машиностроении. – Тр. Одес. политехн. ун-та. – Одесса, 1999, вып. 3(9). – С. 55-58.
165. Ларшин В.П. Новая технология автоматизированного шлифования сложнопрофильных деталей. – Научно-технологические технологии в машиностроении и приборостроении: Тез. докл. российской научн. – техн. конф. – Рыбинск: РАТИ, 1994. – С. 102-103.
166. Ларшин В.П. Оптимизация режимов зубошлифования на станках типа “МАОГ”. - Механическая обработка деталей машин и приборов: Тез. докл. республ. научн. конф. – К.:РДЭНТП,1976. – С.16.
167. Ларшин В.П., Андрусенко А.М. Проектирование, изготовление и эксплуатация технологических систем на основе общей теории управления. – Тр. 5-й Междунар. научн.-техн. конф.: Физические и компьютерные

- технологии в народном хозяйстве. – Харьков: ХНПК “ФЭД”, 2002. – С. 19-23.
168. Ларшин В.П., Гречиха А.А. Повышение эффективности шлифования вырубных штампов при использовании твердых технологических смазок. - Тр. Одес. политехн. ун-та. — Одесса, 2000, вып. 3(12).— С. 45-48.
169. Ларшин В.П., Лищенко Н.В. Компьютерная диагностика технологического процесса механообработки по критерию стабильности. - Вісник інженерної академії України, 2001, № 3. – С.43-47.
170. Ларшин В.П., Лищенко Н.В. Разработка математического обеспечения для системы компьютерной диагностики процесса резбошлифования. - Збірник наукових праць Кіровогр. держ. техн. ун-ту. – Кіровоград, 2003, вип. 12. – С. 113-119.
171. Ларшин В.П., Лищенко Н.В., Мочуляк А.В. Автоматизация наладки металлорежущих станков с ЧПУ типа «обрабатывающий центр». - Вісник інженерної академії України, 2000, спец. вип.– С.23-24.
172. Ларшин В.П., Ткаченко Б.О. Диагностика технологической операции финишного резбошлифования на основе микроЭВМ. - Вестник машиностроения, 1992, №3. – С. 58-61.
173. Ларшин В.П., Якимов А.В. Управление процессом проектирования технологических систем в машиностроении. - Новые технологии в машиноприборостроении и на транспорте: Материалы междунар. конф. – Севастополь: Сев ГТУ, 2001. – С. 22-25.
174. Ларшин В.П., Якимов А.В. Технология ремонта машин, как раздел технологии машиностроения.– Физические и компьютерные технологии в народном хозяйстве. - Тр.8-й Междунар. научн.- техн. конф.– Харьков: ХНПК “ФЭД”, 2003. – С. 25-28.
175. Ларшин В.П., Якимов В.А., Ковальчук Е.Н., Якимов А.В. Выбор геометрических параметров многониточных резбошлифовальных кругов. – Вестник машиностроения, 1986, №3. – С. 44-47.
176. Ларшин В.П., Якимов А.А., Акимова М.Н. Интегрированная технологическая система зубошлифования. – Научно-технические проблемы станкостроения, производство технологической оснастки и инструмента: Материалы междунар. конф. – К.: АТМ Украины, 2002. – С. 70-72.
177. Лебедев В.Г., Клименко Н.М. Некоторые вопросы моделирования процесса образования напряжений и трещин при шлифовании закаленной стали. – Вісник інженерної академії України, 2000, спец. вип. – С. 52-55.
178. Лебедев В.Г., Клименко Н.М. Природа возникновения шлифовочных дефектов и выбор режимов шлифования для деталей с Ti-Ni-Cu покрытием. – Вісник інженерної академії України, 2001, вип.3 (частина1). – С. 52-55.
179. Лебедев Н.Н. Специальные функции и их приложение. - М.: Госиздат техн.-теор. лит., 1953. – 380 с.
180. Лезвийный инструмент из сверхтвердых материалов: Справочник / Винников Н.П., Грабченко А.И., Гриценко Э.И. и др. / Под общ. ред. Н.В. Новикова. - К.: Техніка, 1988. - 118 с.
181. Леонов В.Н. Исследование термоконтактных явлений в процессе тонко-

- го точения металлов резцами из твердого сплава и эльбора. – Автореф. дис. ... канд. техн. наук. – Куйбышев, 1973. – 28 с.
182. Лепихов В.Г. Самоустанавливающиеся инструменты. - М.: Машиностроение, 1974. - 77 с.
 183. Липцер Р.Ш., Ширяев А.Н. Статистика случайных процессов. – М.: Наука, 1974. – 696 с.
 184. Лоладзе Т.Н., Бокучаева Г.И. Износ алмазов и алмазных кругов. – М.: Машиностроение, 1967. – 110 с.
 185. Лоладзе Т.Н. Прочность и износостойкость режущего инструмента. – М.: Машиностроение, 1982. – 320 с.
 186. Лурье Г.Б. Прогрессивные методы круглого наружного шлифования. – Изд. 2-е, перераб. доп. – Л.: Машиностроение, Ленинград. отд-ние, 1984. – 103 с.
 187. Лурье Г.Б. Шлифование металлов. – М.: Машиностроение, 1969. – 172 с.
 188. Лыков А.В. Теплообмен: Справочник. – М.: Энергия, 1972. – 500 с.
 189. Лысак Л.И., Николин Б.И. Физические основы термической обработки стали. – К.: Техніка, 1975. – 223 с.
 190. Лысов Б.Н. Исследование электрических явлений, сопровождающих процесс шлифования и пути их использования. – Дис. ... канд. техн. наук. – Челябинск: ЧПИ, 1972. – 180 с.
 191. Макаров А.Д. Износ и стойкость режущих инструментов. – М.: Машиностроение, 1966. – 263 с.
 192. Макаров А.Д. Оптимизация процессов резания. – М.: Машиностроение, 1976. – 178 с.
 193. Малыхин В.В. Повышение эффективности шлифования вольфрамосодержащих твердых сплавов совместно со сталью алмазными кругами. - Дис. ... канд. техн. наук. – Харьков: ХПИ, 1985. – 266 с.
 194. Маркова Л.Г. Исследование процесса тонкого точения закаленных сталей резцами из эльбора. – Дис. ... канд. техн. наук. – Л., 1971.
 195. Маслов Е.Н. Механизм работы абразивного зерна при шлифовании. – В кн.: Основные вопросы высокопроизводительного шлифования. – М.: Машгиз, 1960. – 196 с.
 196. Маслов Е.Н. Теория шлифования металлов. – М.: Машиностроение, 1974. – 320 с.
 197. Маслов Е.Н. Основы теории шлифования металлов. – М.: Машиностроение, 1980. – 310 с.
 198. Маталин А.А. Шероховатость поверхности деталей машин в приборостроении. – М.-Л.: Машгиз, 1949. – 192 с.
 199. Маталин А.А. Качество поверхности и эксплуатационные свойства машин. – М.: Машгиз, 1956. – 256 с.
 200. Маталин А.А. Технологические методы повышения долговечности деталей машин. – К.: Техніка, 1971. – 144 с.
 201. Маталин А.А. Технология машиностроения: Учебник. – Л.: Машиностроение, 1985. – 496 с.
 202. Маталин А.А., Линчевский П.А., Ломакин К.В. Тонкое и алмазное рас-

- тачивание. - К.: Техніка, 1973. - 80 с.
203. Матвеев Д.Д. Автоматизированное управление процессом обработки резанием. - М.: Машиностроение, 1980. - 143 с.
204. Математика и кибернетика в экономике: Словарь-справочник. Изд. 2-е, перераб. и доп. – М.: Экономика, 1975. – 700 с.
205. Математическое моделирование технических систем / А.В. Усов, Л.И. Плотникова, В.А. Вайсман, В.Д. Дмитришин, Г.А. Оборский. – К.: Техніка, 1995. – 328 с.
206. Матяш А.Е., Ясев А.Г., Шилов Е.П. Анализ технического уровня производства механических цехов. - Сборник "Технология и организация производства", 1985, №3. - 11 с. Деп. В УкрНИИТИ 1985, №67 Ук285Деп.
207. Мельников О.В., Алешкин В.Р., Рошин П.М. Планирование эксперимента в исследованиях сельскохозяйственных процессов. – Л.: Колос, 1972. – 200 с.
208. Методические указания к изучению раздела "Оптимизация режимов резания" курса "Нормирование труда рабочих"/ Сост. Б.Н. Игумнов, Т.П. Завгородняя. – Хмельницкий: ХТИ, 1989. – 128 с.
209. Михайлов О.П., Цейтлин Л.Н. Измерительные устройства в системах адаптивного управления станками. - М.: Машиностроение, 1978. - 152 с.
210. Михеев М.А., Михеева И.М. Основы теплопередачи. - М.: Энергия, 1973. - 320 с.
211. Михелькевич В.Н. Автоматическое управление шлифованием. – М.: Машиностроение, 1975. – 304 с.
212. Мишнаевский Л.Л. Износ шлифовальных кругов. – К.: Наук. думка, 1982. – 192 с.
213. Моделювання й оптимізація в машинобудуванні: Навч. посібник / В.В. Душинський, С.Г. Кравченко. – К.: НМК ВО, 1992. – 304 с. – Рос. мовою.
214. Морозенко В.Н., Лапшин С.П., Мартыненко В.А., Ясев А.Г. Механизация электроэрозионного упрочнения зубчатых профилей. – Электронная обработка материалов, 1989, №4. - С.84-87.
215. Морозенко В.Н., Ясев А.Г. Оптимизация процесса движения электрода при электроискровом легировании. - Электронная обработка материалов, 1985, №2. - С. 20-23.
216. Морозенко В.Н., Ясев А.Г., Кириченко В.В. Оптимизация калибровки инструментов станов холодной прокатки труб. - Известия высших учебных заведений. Черная металлургия, 1986, №9. - С. 69-73.
217. Морозенко В.Н., Ясев А.Г., Радзиховская Т.Ю., Молоткин Н.А. Оптимизация параметров притира для доводки глубоких прецизионных отверстий. - Известия высших учебных заведений. Машиностроение, 1989, №3. - С. 142-146.
218. Морозенко В.Н., Лапшин С.П., Мартыненко В.А., Ясев А.Г. Механизация электроэрозионного упрочнения зубчатых профилей. - Электронная обработка материалов, 1989, №4. - С. 84-87.
219. МРЗ в твоём телефоне. – Сота, 2004, № 2. – С. 46-49.

220. Мубаракшин Р.М. Исследование процесса и разработка методов повышения качества и производительности профильного шлифования: Автореф. дис. ... канд. техн. наук. – Одесса: ОПИ, 1978. – 16 с.
221. Мухортов В.Н. Повышение точности профиля и производительности шлифования резьбы ходовых винтов ШВП. - Дис. ... канд. техн. наук. – Одесса: ОПИ, 1986. – 140 с.
222. Невельсон М.С. Автоматическое управление точностью обработки на металлорежущих станках. - Л.: Машиностроение, 1982. -184 с.
223. Новиков Г.В. Задачи точности и производительности обработки в технологии машиностроения. – Авиационно-космическая техника и технология. Труды Государственного аэрокосмического университета им. Н.Е. Жуковского “ХАИ”. Выпуск 14. – Харьков: Государственный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского “ХАИ”, 2000. – С. 31-35.
224. Новиков Г.В. Математическая модель процесса шлифования с учетом упругих перемещений в технологической системе. – Труды Одесского политехнического университета. - Одесса, 2001. – Вып. 5. – С. 38-42.
225. Новиков Г.В. Повышение эффективности алмазно-искрового шлифования деталей с высокопрочными покрытиями. – Автореф. дис. ... канд. техн. наук. – Одесса: ОПИ, 1990. – 16 с.
226. Новиков Г.В. Расчет и анализ температуры резания при шлифовании. – Вестник Харьковского госуд. политехн. ун-та. Серия “Новые решения в современных технологиях”. Сборник научных трудов. Выпуск 75. – Харьков: ХГПУ, 1999. – С. 38-43.
227. Новиков Г.В. Энергетический баланс процессов резания материалов. – Фізичні аспекти сучасних технологій: Вісник Харківського державного політехнічного університету. Збірка наукових праць. Випуск 103. – Харків: ХДПУ, 2000. – С. 71-80.
228. Новиков Ф.В. Кинетика образования режущего рельефа круга в процессе шлифования. – Контактные процессы при больших пластических деформациях. – Харьков: ХАИ, 1982. – С. 40-46.
229. Новиков Ф.В. Режущий рельеф алмазного круга и его роль в формировании технологических показателей шлифования. – Резание и инструмент, 1984, вып. 32. – С. 64-70.
230. Новиков Ф.В. Теоретический анализ износа и стабилизации рельефа алмазного круга. – Резание и инструмент. – К.: Вища шк., 1986, вып. 36. – С. 19-24.
231. Новиков Ф.В. Физические и кинематические основы высокопроизводительного алмазного шлифования. – Автореф. дис. ... докт. техн. наук. – Одесса: ОГПУ, 1995. – 36 с.
232. Новиков Ф.В., Гасанов М.И. Физические закономерности процесса резания при алмазном шлифовании. - Вісник Харківського держ. техн. ун-ту сільск. господ., 2004, вип. 26. – С. 31-40.
233. Новиков Ф.В., Ткаченко В.П. Энергетический поход к оценке шероховатости поверхности при алмазно-абразивной обработке. – Вісник національного технічного університету “Харківський політехнічний інсти-

- тут”. Збірка наукових праць. – Харків, 2002, №19. – С. 142-145.
234. Новиков Ф.В., Якимов А.В., Новиков Г.В., Якимов А.А. Перспективы развития процессов резания лезвийными и абразивными инструментами. – Вісник Харківського держ. техн. ун-ту сільск. господ., 2002, вип. 10. – С. 24-29.
235. Новоселов Ю.К. Динамика формообразования поверхностей при абразивной обработке. – Изд-во Саратов. ун-та, 1979. – 232 с.
236. Новоселов Ю.К., Братан С.М., Крылов И.В. Адаптивное регулирование процессом шлифования валов. – Резание и инструмент в технологических системах. – Межд. научн.-техн. сборник. – Харьков: ХГПУ, 1999, вып. 55. – С. 173-182.
237. Нормативы времени и режимов резания при работе на станках с программным управлением. – М.: Изд-во НИИТ, 1975. – 144 с.
238. Общемашиностроительные нормативы режимов резания, нормы износа и расхода инструмента для глубокого сверления и растачивания (сверлами одностороннего резания с внутренним и эжекторным отводом стружки диаметром 20-60 мм, расточными головками диаметром 50-125 мм) / А.Д. Локтев, Н.Н. Кирич, В.Р. Гарибов и др. - М.: НИИМаш, 1984. - 81 с.
239. Одинцов Л.Г. Финишная обработка деталей алмазным выглаживанием и вибровыглаживанием. - М.: Машиностроение, 1981. - 160 с.
240. Оптимизация технологии глубинного шлифования / С.С. Силин, Б.Н. Леонов, В.А. Хрульков и др. – М.: Машиностроение, 1989. – 120 с.
241. Оптимизация технологических процессов в гальванотехнике / А.М. Гинберг, Ю.В. Грановский, Н.Я. Федотов, В.С. Калмуцкий. – М.: Машиностроение, 1972. – 128 с.
242. Оптимизация технологических процессов в машиностроении для студентов специальности 1201, 1202: Учеб. пособие / А.В. Якимов, В.П. Ларшин, А.А. Якимов, Б.О. Ткаченко, Н.И. Решетнев. – Одесса: ОГПУ, 1995. – 105 с.
243. Основы алмазного шлифования / М.Ф. Семко, А.И. Грабченко, А.Ф. Раб, М.Д. Узунян, М.С. Пивоваров. – К.: Техніка, 1978. – 190 с.
244. Основы кибернетики. Математические основы кибернетики: Учеб. пособие для втузов. / Под ред. К.А. Пупкова. – М.: Высшая школа, 1974. – 416 с.
245. Основы прикладной теории колебаний и удара / Я.Г. Пановко. – 4-е изд. – Л.: Политехника, 1990. – 272 с.
246. Остафьев В.А., Пономаренко А.И. Обработка точных отверстий в приборостроении. - К.: Техніка, 1972. - 137 с.
247. Остафьев В.А., Антонюк В.С. Тымчик Г.С. Диагностика процесса металлообработки. - К.: Техніка, 1991. - 151 с.
248. Отделочные операции в машиностроении: Справочник / П.А. Руденко, М.Н. Шуба, В.А. Огнivec и др. / Под общ. ред. П.А. Руденко. - К.: Техніка, 1990. - 150 с.
249. Островский В.И. Теоретические основы процесса шлифования. – Л.:

- Изд-во Ленингр. ун-та, 1981. – 139 с.
250. Папшев Д.Д. Отделочно-упрочняющая обработка поверхностным пластическим деформированием. - М.: Машиностроение, 1978. - 152 с.
251. Паршаков А.Н., Свирцев В.И. К вопросу управления автоколебанием при шлифовании. – Сб. тр. ППИ: Повышение эффективности технологических процессов в машиностроении. – Пермь, 1980. – С. 69-76.
252. Паршаков А.Н., Якимов А.В. Колебания при шлифовании, производительность и качество обработки. – Вестник машиностроения, 1979, №8. – С. 44-47.
253. Патент на винахід України № 3445 МКІ В23Н9/00. Спосіб електроерозійного зміцнення поверхонь деталей / Проволоцький О.Є., Бондаренко Л.І., Гавриш А.П. та ін. - Опубл. в Бюл. 1994, № 6-1.
254. Пахалин Ю.А. Алмазное контактно-эрозионное шлифование. – Л.: Машиностроение, Ленингр. отд-ние, 1985. – 178 с.
255. Писаренко Г.С., Лебедев А.А. Деформирование и прочность материалов при сложном напряженном состоянии. – М.: Машиностроение, 1974. – 186 с.
256. Пичугин Е. Д. Методы оптимизации: Учеб. пособ. для ВУЗов. – Одесса: ОГПУ, 1998. – 196 с.
257. Пляскин И.И. Оптимизация технических решений в машиностроении. – М.: Машиностроение, 1982. – 176 с.
258. Поверхностный слой и эксплуатационные свойства деталей машин / А.М. Сулима, В.А. Шулов, Ю.Д. Ягодкин. – М.: Машиностроение, 1988. – 240 с.
259. Подзей А.В. Технологические остаточные напряжения. – М.: Машиностроение, 1973. – 216 с.
260. Подкорытов А.Н., Якимов А.А., Вайсман В.А. Технологическое обеспечение точности и качества изготовления зубчатых колес: Учеб. пособие. – Одесса: ОГПУ, 1996. – 276 с.
261. Подстригач Я.С., Коляко Ю.М. Обобщенная термомеханика. - К.: Наук. думка, 1976. – 310 с.
262. Подураев В.Н. Автоматически регулируемые и комбинированные процессы резания. – М.: Машиностроение, 1977. – 304 с.
263. Подураев В.Н., Барзов А.А., Горелов В.А. Технологическая диагностика резания методом акустической эмиссии. - М.: Машиностроение, 1988. - 56с.
264. Попов С.А., Малевский Н.П., Терещенко Л.М. Алмазно-абразивная обработка металлов и твердых сплавов. – М.: Машиностроение, 1977. – 263 с.
265. Портер У. Современные основания общей теории систем. – М.: Наука, 1974. – 556 с.
266. Проволоцкий А.Е., Ясев А.Г., Гришин В.С., Маринченко И.А. Имитационное моделирование процесса обработки потоком абразивных частиц. - Известия высших учебных заведений. Машиностроение, 1987, №4. - С.

112-117.

267. Проволоцкий А.Е., Ясев А.Г. Комбинированная оптимизация технологических параметров струйно-абразивной обработки деталей машин. - Новые технологии и материалы в металлургии и машиностроении, 2004.
268. Прогрессивные методы шлифования пропитанным абразивным инструментом. – М.: НИИмаш, 1981. – 42 с.
269. Проников А.С. Надежность машин. – М.: Машиностроение, 1978. – 460 с.
270. Развитие науки о резании металлов / В.Ф. Бобров, Г.И. Грановский, Н.Н. Зорев и др. – М.: Машиностроение, 1967. - 415 с.
271. Размерный анализ конструкций: Справочник / С.Г. Бондаренко, О.Н. Чередников, В.П. Губий, Г.М. Игнатьев. – К.: Техніка, 1989. – 150 с.
272. Размерная настройка элементов технологических систем в машиностроении / А.М. Дальский, М.И. Лещенко, Г.Д. Василюк, В.Е. Лоев. - К.: Техніка, 1991. - 175 с.
273. Расчет глубины дефектного слоя при шлифовании / Якимов А.В., Ларшин В.П., Скляр А.М., Ковальчук Е.Н. - Станки и инструмент, 1986, № 9. – С. 26-27.
274. Рего К.Г. Метрологическая обработка результатов технических измерений: Справ. пособие. – К.: Техніка, 1987. – 128 с.
275. Резание металлов и инструмент / Под ред. А.М. Розенберга. – М.: Машиностроение, 1964. – 226 с.
276. Резников А.Н. Теплообмен при резании и охлаждении инструментов. – М.: Машгиз, 1963. – 199 с.
277. Резников А.Н. Теплофизика процессов механической обработки материалов. – М.: Машиностроение, 1981. – 279 с.
278. Резников А.Н., Резников Л.А. Основы расчета шлифовальных процессов в технологических расчетах: Учебное пособие. – Куйбышев: КуАИ, 1986. – 153 с.
279. Резников А.Н., Федосеев Ю.Б., Щипанов В.В. Теоретико-вероятностное описание режущего аппарата шлифовальных инструментов, толщины среза и усилия резания. – Физ. и хим. обр. материалов, 1976, №4. – С. 93-102.
280. Реклейтис Г., Рейвиндран А., Рэгсдел К. Оптимизация в технике: в 2-х кн. Кн. 1.- М.: Мир, 1986. – 349 с.
281. Реклейтис Г., Рейвиндран А., Рэгсдел К. Оптимизация в технике: в 2-х кн. Кн. 2. - М.: Мир, 1986. – 320 с.
282. Робочі процеси високих технологій в машинобудуванні: Навч. посібник / За редакцією А.І. Грабченка. – Харків: ХДПУ, 1990. – 436 с.
283. Розенберг А.М., Розенберг О.А. Механика пластического деформирования в процессе резания и деформирующего протягивания. - К.: Наук. думка, 1990. - 319 с.
284. Рыжов Э.В. Контактная жесткость деталей машин. – М.: Машиностроение, 1966. – 193 с.
285. Рыжов Э.В., Сагарда А.А., Ильицкий В.Б., Чеповецкий И.Х. Качество поверхности при алмазно-абразивной обработке. – К.: Наук. думка, 1979. – 224 с.

286. Сабиров З.И. Исследование обрабатываемости эльборовыми резцами закаленных сталей тонким точением и растачиванием. – Дис. ...канд. техн. наук. – Л., 1974. – 148 с.
287. Сазонов Б.Г. Обеспечение качества поверхностного слоя при шлифовании деталей с диффузионными покрытиями. – М.: Машиностроение, 1981. – 144 с.
288. Сазонов И.П. Обеспечение качества поверхностного слоя при шлифовании деталей с диффузионным покрытием. – Автореф. дис. ...канд. техн. наук. – Одесса: ОПИ, 1987. – 35 с.
289. Сагарда А.А. Закономерности микрорезания единичным алмазным зерном. – Синтетические алмазы, 1969, №2. – С.9-14.
290. Самарский А.А. Теория размерных схем: Учеб. пособие. – М.: Наука, 1983. – 616 с.
291. Самоподнастраивающиеся станки / Под ред. Б.С. Балакшина. - М.: Машиностроение, 1967. - 399 с.
292. Самсонов Г.В., Верхотуров А.Д., Бовкун Г.А., Сычев В.С. Электроискровое легирование металлургических поверхностей. - К.: Наук. думка, 1976. - 219 с.
293. Свирщев В.И. Исследование геометрических показателей качества процесса плоского прерывистого шлифования с учетом его динамических особенностей. – Автореф. дис. ... канд. техн. наук. – Одесса: ОПИ, 1977. – 19 с.
294. Седов Л.И. Методы подобия и размерности в механике. – М.: Наука, 1977. - 440 с.
295. Сегерлинд Л. Применение метода конечных элементов. – М.: Мир, 1979. – 370 с.
296. Семко М.Ф., Узунян М.Д., Краснощек Ю.С. Алмазно-искровое шлифование безвольфрамовых твердых сплавов. – Сверхтвердые материалы, 1980, №1. – С. 42-47.
297. Семко М.Ф., Узунян М.Д., Сизый Ю.А. Взаимосвязь условного напряжения резания и прочности микрокромки алмазных зерен с их работоспособностью. – Синтетические алмазы, 1975, вып. 2. – С. 16-19.
298. Семко М.Ф., Узунян М.Д., Сизый Ю.А., Пивоваров М.С. Работоспособность алмазных кругов. – К.: Техніка, 1983. – 95 с.
299. Семко М.Ф., Узунян М.Д., Юфа Э.Ф. Экономическое обоснование выбора алмазного круга. – Харьков: Прапор, 1971. – 99 с.
300. Сизый Ю.А. Исследование работоспособности алмазных шлифовальных кругов. – Дис. ... канд. техн. наук. – Харьков: ХПИ, 1975. – 237 с.
301. Силин С.С., Хрульков В.А., Лосанов А.В., Рыкунов Н.С. Глубинное шлифование деталей из труднообрабатываемых материалов. – М.: Машиностроение, 1984. – 64 с.
302. Синтетические алмазы в машиностроении / Под ред. В.Н. Бакуля. – К.: Наук. думка, 1976. – 352 с.
303. Сипайлов В.А. Тепловые процессы при шлифовании и управление качеством поверхности. - М.: Машиностроение, 1978. – 167 с.
304. Системы автоматизированного проектирования технологических про-

- цессов, приспособлений и режущих инструментов / С.Н. Корчак, А.А. Кошин, А.Г. Ракович, Б.И. Сеницын. Под общ. ред. С.Н. Корчака. – М.: Машиностроение, 1988. – 352 с.
305. Смирнов В.И. Курс высшей математики. Т.1 и Т. 2. – М.: Наука, 1974. – 450 с. и 656 с.
306. Снеддон И. Преобразование Фурье. – М.: Иностран. лит., 1955. – 610 с.
307. Соренков Э.И., Телига А.И., Шаталов А.С. Точность вычислительных устройств и алгоритмов. - М.: Машиностроение, 1976. – 200 с.
308. Сосонкин В.Л. Программное управление технологическим оборудованием: Учебник для ВУЗов по специальности "Автоматизация технологических процессов и производств". - М.: Машиностроение, 1991. - 512 с.
309. Сошников С.А. Повышение работоспособности алмазных кругов при шлифовании твердосплавных изделий с прерывистыми поверхностями. – Автореф. дис. ... канд. техн. наук. – Тула: ТПИ, 1984. – 23 с.
310. Справочник инструментальщика / И.А. Ординарцев, Г.В. Филиппов, А.Н. Шевченко и др.; под общей ред. И.А. Ординарцева. – Л.: Машиностроение, 1987. – 846 с.
311. Справочник по производственному контролю в машиностроении / Под ред. А.К. Кубая. – Л.: Машиностроение, 1974. – 676 с.
312. Справочник по САПР / А.П. Будя, А.Е. Кононюк, Г.П. Куценко и др., под ред. В.И. Скурихина. – К: Техніка, 1988. – 375 с.
313. Справочник технолога – машиностроителя. В 2-х т. Т. 1 / Под ред. А.Г. Косиловой и Р.К. Мещерякова. – 4-е изд. перераб. и доп. – М.: Машиностроение, 1986. – 656 с.
314. Справочник технолога-машиностроителя. В 2-х т. Т.2. /Под ред. А.Г. Косиловой, Р.К. Мещерякова.- 4-е изд., перераб. и доп. - М.: Машиностроение, 1986. - 496 с.
315. Справочник технолога по автоматическим линиям / А.Г. Косилова, А.Г. Лыков, О.М. Деев и др. / Под ред. А.Г. Косиловой. - М.: Машиностроение, 1972. - 216 с.
316. Старков В.К. Обработка резанием. Управление стабильностью и качеством в автоматизированном производстве. - М.: Машиностроение, 1989. - 296 с.
317. Сулима А.М., Евстигнеев М.И. Качество поверхностного слоя и усталостная прочность деталей из жаропрочных и титановых сплавов. – М.: Машиностроение, 1974. – 256 с.
318. Сю Д., Мейер А. Современная теория автоматического управления и ее применение. – М.: Машиностроение, 1972. – 544 с.
319. Тверской М.М. Автоматическое управление режимами обработки деталей на станках. - М.: Машиностроение, 1982. - 208 с.
320. Теоретические основы резания и шлифования материалов: Учеб. пособие / А.В. Якимов, Ф.В. Новиков, Г.В. Новиков, Б.С. Серов, А.А. Якимов. – Одесса: ОГПУ, 1999. – 450 с.
321. Теоретические основы технологии машиностроения: Учебник / А.В. Якимов, Ф.В. Новиков, А.А. Якимов, Г.В. Новиков, Н.И. Решетнев. –

- Одесса: ОНПУ, 2002. – 491 с.
322. Тепловые и механические процессы при резании металлов: Учеб. пособие / Ф.В. Новиков, А.А. Якимов, Г.В. Новиков, С.Г. Зимин, В.А. Вайсман. – Одесса: ОГПУ, 1997. – 179 с.
323. Теплофизика механической обработки: Учеб. пособие / А.В. Якимов, П.Т. Слободяник, А.В. Усов. – К.- Одесса: Лыбидь, 1991. – 240 с.
324. Терган В.С. Плоское шлифование: Учебник для профессионально-технических училищ. – 3-е изд., перераб. и доп. – М.: Высш. школа, 1980. – 168 с.
325. Техническая механика. Теоретическая механика. Сопротивление материалов: Учеб. для машиностр. спец. техникумов / А.А. Эрдеди, Ю.А. Медведев, Н.А. Эрдеди. – 3-е изд., перераб. и доп. – М.: Высш. шк., 1991. – 304 с.
326. Технологические методы повышения износостойкости деталей машин / Э.В. Рыжов. – К.: Наук. думка, 1984. – 272 с.
327. Технологический классификатор деталей машиностроения и приборостроения. - Изд-во стандартов, 1987. – 256 с.
328. Технологическое обеспечение качества продукции в машиностроении. Активный контроль / Г.Д. Бурдун, С.С. Волосов, Н.Н. Марков и др. / Под ред. Г.Д. Бурдуна и С.С. Волосова. - М.: Машиностроение, 1975. - 279 с.
329. Технологія конструкційних матеріалів / За ред. М.А. Сологуба. – К.: Вища шк., 1993.
330. Технологія автоматизованого машинобудування: Підручник / О.В. Якимов, В.С. Гусарев, О.О. Якимов та інші. – Одеса: ОДПУ, 1999. – 402 с.
331. Технология машиностроения: Учебник / А.В. Якимов, В.Н. Царюк, А.А. Якимов, Г.А. Оборский, В.П. Ларшин, А.В. Самойленко. – Одесса: Астропринт, 2001. – 608 с.
332. Тимошенко С.П., Гудьер Дж. Теория упругости. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1975. – 576 с.
333. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. – М.: Наука, 1972.
334. Тищенко Н. М. Введение в проектирование сложных систем автоматизации. – М.: Энергия, 1976. – 305 с.
335. Ткаченко Б.О. Повышение стабильности высокопроизводительного резьбошлифования прецизионных ходовых винтов. – Автореф. дис. ... канд. техн. наук. – Одесса: ОГПУ, 1994.
336. Торбило В. М. Алмазное выглаживание. - М.: Машиностроение, 1972. - 105 с.
337. Точность и производственный контроль в машиностроении: Справочник / Под ред. А.К. Кутая, Б.М. Сорочкина. - Л.: Машиностроение, 1983. - 368 с.
338. Трент Е.М. Резание металлов / Пер. с англ. Г.И. Айзенштока. – М.: Машиностроение, 1980. – 263 с.
339. Управление процессом шлифования / А.В. Якимов, А.Н. Паршаков, В.И. Свирщев, В.П. Ларшин. – К.: Техніка, 1983. – 184 с.

340. Усов А.В. Повышение эффективности процесса бездефектного шлифования материалов и сплавов, предрасположенных к трещинообразованию. – Дис. ... докт. техн. наук. – Одесса: ОПИ, 1991. – 350 с.
341. Федосеев О.Б. Шлифование синтетическими сверхтвердыми материалами. – Изв-я высш. учебн. заведений / Машиностроение, 1977, №5. – С. 104-106.
342. Физико-математическая теория процессов обработки материалов и технологии машиностроения / Под общ. ред. Ф.В. Новикова и А.В. Якимова. В десяти томах. –Т.2. “Теплофизика резания материалов”.– Одесса: ОНПУ, 2003. – 625 с.
343. Физико-математическая теория процессов обработки материалов и технологии машиностроения / Под общ. ред. Ф.В. Новикова и А.В. Якимова. В десяти томах. – Т.4. “Теория абразивной и алмазно-абразивной обработки материалов”. – Одесса: ОНПУ, 2002. – 802 с.
344. Физические свойства сталей и сплавов, применяемых в энергетике: Справочник / Под ред. Б.Е. Неймарка. – М.: Энергия, 1967. – 240 с.
345. Филимонов Л.Н. Стойкость шлифовальных кругов. – М.: Машиностроение, 1973. – 134 с.
346. Филимонов Л.Н. Высокоскоростное шлифование. – Л.: Машиностроение, 1979. – 245 с.
347. Филимонов Л.Н. Плоское шлифование / Под ред. В.И. Мутянка. – Л.: Машиностроение, Ленингр. отд-ние, 1985. – 109 с.
348. Филоненко С.Н. Резание металлов. - К.: Техніка, 1975. - 231 с.
349. Фридель Ж. Дислокации. – М.: Мир, 1967. – 467 с.
350. Фурсов С.П., Парамонов А.М., Семенчук А.В. Источники питания для электроискрового легирования. – Кишинев.: Штница, 1983. - 141 с.
351. Хедли Дж. Нелинейное и динамическое программирование. – М.: Мир, 1967.
352. Худобин Л.В., Хусаинов А.Ш. Плоское шлифование тонкостенных заготовок. – СТИН, 1997, № 9. – С. 20-22.
353. Хусаинов А.Ш. Повышение эффективности операций шлифования заготовок тонкостенных деталей путем снижения теплонапряженности процесса обработки. - Дис. ... канд. техн. наук. - Ульяновск: УЛГТУ, 1996. – 161 с.
354. Хусу А.П., Витенберг Ю.Р., Пальмов В.А. Шероховатость поверхностей. Теоретико-вероятностный подход. – М.: Наука, 1975. – 344 с.
355. Черепанов Г.П. Механика хрупкого разрушения. – М.: Наука, 1974. – 640 с.
356. Чернов Е.А., Кузьмин В.П. Комплектные электроприводы станков с ЧПУ: Справочное пособие. - Горький: Волго-Вятское кн. изд-во, 1989. - 320 с.
357. Чудов В.А., Цидулко Д.В., Фрейдгейм Н.И. Размерный контроль в машиностроении. - М.: Машиностроение, 1982. - 328 с.
358. Шальнов В.А. Шлифование и полирование высокопрочных материалов. – М.: Машиностроение, 1972. – 272 с.

359. Шарков В.А. Повышение производительности и качества заточки режущего инструмента. - Дис. ... канд. техн. наук. – Одесса: ОПИ, 1984. – 21 с.
360. Шегал М.Я. Доводка измерительных инструментов. – М.: Машиностроение, 1987.
361. Шеннон Р. Имитационное моделирование систем – искусство и наука. – М.: Мир, 1978. – 420 с.
362. Шторм Р. Теория вероятностей, математическая статистика, статистический контроль качества (пер. с нем.). – М.: Мир, 1976.
363. Щеголев В.А., Уланова М.Е. Эластичные абразивные и алмазные инструменты. – М.: Машиностроение, 1977. – 184 с.
364. Эльянов В.Д. Эксплуатационные возможности шлифовальных кругов. – М.: НИИМаш, 1976. – 55 с.
365. Юдин Д.Б., Гольштейн Е.Г. Линейное программирование. – М.: Наука, 1969.
366. Якимов А.А. Повышение эффективности прерывистого шлифования деталей, закаленных до высокой твердости. – Автореф. дис. ... канд. техн. наук. – Одесса: ОПИ, 1991. – 16 с.
367. Якимов А.А. Основы теории и стабилизации качества поверхностного слоя при прерывистом шлифовании зубчатых колес. – Харьков, 1997. – 209 с.
368. Якимов А.А. Основы теории обеспечения и стабилизации качества поверхностного слоя при прерывистом шлифовании зубчатых колес. – Одесса: ОГПУ, 1997. – 212 с.
369. Якимов А.А. Технологические основы обеспечения и стабилизации качества поверхностного слоя при шлифовании зубчатых колес. – Одесса: Астропринт, 2003. – 453 с.
370. Якимов А.А., Новиков Ф.В. Повышение эффективности прерывистого шлифования. – Вестник машиностроения, 1988, №7. – С. 45-47.
371. Якимов А.В. Абразивно-алмазная обработка фасонных поверхностей. – М.: Машиностроение, 1984. – 312 с.
372. Якимов А.В. Оптимизация процесса шлифования. – М.: Машиностроение, 1975. – 176 с.
373. Якимов А.В. Прерывистое шлифование. – К.: Вища школа, 1986. – 175 с.
374. Якимов А.В. и др. Тепловые процессы при обычном и прерывистом шлифовании. – Одесса: ОГПУ, 1998. – 272 с.
375. Якимов А.В., Ларшин В.П., Ковальчук Е.Н., Скляр А.М. Повышение точности шага резьбы ходовых винтов при многониточном резьбошлифовании. – Вестник машиностроения, 1989, №8. – С. 35-38.
376. Якимов А.В., Ларшин В.П., Русавский Ю.П., Якимов В.А. Регулирование режущей способности шлифовальных кругов.– Сверхтвердые материалы, 1980, № 6.– С. 34-38.
377. Якимов А.В., Ларшин В.П., Скляр А.М., Ковальчук Е.Н. Расчет глубины дефектного слоя при шлифовании. – Станки и инструмент, 1986, №9. – С. 26-27.

378. Якимов А.В., Ларшин В.П., Скляр А.М. Влияние формы поверхности обрабатываемой детали на температуру при шлифовании. – Сверхтвердые материалы, 1986, №4. – С. 38-43.
379. Якимов А.В., Ларшин В.П., Скляр А.М. Обеспечение качества поверхности путем выбора глубины шлифования. - Вестник машиностроения, 1988, № 2. - С. 48 -50.
380. Якимов А.В., Линчевский П.А., Якимов А.А. Обоснование маршрута обработки и размерный анализ технологических процессов: Учебн. пособие. – К.: НМК ВО, 1993. –128 с.
381. Якимов А.В., Новиков Ф.В., Якимов А.А. Высокопроизводительная обработка абразивно-алмазными инструментами. – К.: Техніка, 1993. - 152 с.
382. Якимов А.В., Новиков Ф.В., Новиков Г.В., Якимов А.А. Алмазная обработка: Учеб. пособие. – К.: ІЗМН, 1996. – 168 с.
383. Якімов О.В., Новиков Ф.В., Новиков Г.В., Якімов О.О. Високопродуктивне шліфування: Навч. посібник. – К.: ІСДО, 1995. – 180 с.
384. Якимов А.В., Русавский Ю.П., Ларшин В.П. Влияние погрешности резьбы на качество ее поверхностного слоя при шлифовании. – Прогрессивные методы повышения качества, долговечности и надежности деталей машин при алмазно-абразивной обработке: Тез. докл. конф. – Волжский, 1981. – С. 99-100.
385. Якимов А.В., Смирнов Л.П., Бояршинов Ю.А. и др. Качество изготовления зубчатых колес. – М.: Машиностроение, 1979. – 191 с.
386. Якимов О.В., Усов А.В., Слободяник П.Т., Юргачов Д.В. Теплофізика механічної обробки. – Одеса: Астропринт, 2000. – 256 с.
387. Якушев А.И. Взаимозаменяемость, стандартизация и технические измерения: Учебник. – 5-е издание перераб. и доп. – М.: Машиностроение, 1979. –343 с.
388. Ярмонов Н.А. Исследование нестационарных тепловых режимов при шлифовании прерывистыми кругами. – Автореф. дис. ... канд. техн. наук. – Пермь: ППИ, 1974. – 17 с.
389. Ясев А.Г. Исследование технологических особенностей композиционных материалов при механической обработке. - Известия высших учебных заведений. Машиностроение, 1996, №4-6. - С. 65-71.
390. Ясев А.Г. Оптимизация технологических параметров механической обработки композиционных материалов. - Известия высших учебных заведений. Машиностроение, 1996, №7-9. - С. 122-127.
391. Ясев А.Г. Соответствие математических моделей и технологических процессов в металлургии и машиностроении. - Днепропетровск: Днепр-VAL, 2001. – 237 с.
392. Ящерицин П.И., Жальнерович Е.А. Шлифование металлов. – Минск: Изд-во Беларусь, 1970. – 249 с.
393. CALS (Continuous Acquisition and Life cycle Support – непрерывная информационная поддержка жизненного цикла продукции) в авиастроении / Научн. ред. А.Г. Братухин. – М.: Изд-во МАИ, 2002. – 676 с.
394. Dorsch H. Schwingquarz-Temperatur sensoren // Sensor Rept., 1987,2, № 5.

- S. 9-10.
395. Kato S., Yamaguchi K., Watanabe Y., Hiraiwa Y. Measurement of Temperature Distribution Within Tool Using Powders of Constant Melting Point. // Trans. ASME. 1976.vol. 10, №2. – P.239-245.
 396. Nawara L., Ryniewicz A. Zastosowanie termowizji do badan cieplnych w urzadzeniach technologicznych // Mechanik. 1987. 60, №3. – 113-115 s.
 397. Ueda T., Hosokawa A., Yamamoto A. Measurement of grinding temperature using infrared radiation pyrometer with optical fiber // Trans. ASME: I. Eng. ing. 1986. 108, №4. – P. 247-251.
 398. Vieregge G. Zerspanung der Eisenwerkstoffe. Bd. 16. der Stahleisen – Bucher, 2 Aufl. Verlag Stahleisen. – Dusseldorf, 1970. – 363 s.
 399. Jacobus K., Devor R.E., Kapoor S.G. Machining – Induced residual stress: Experimentation and modeling // Transaction of the ASME: Journal of manufacturing science and engineering. 2000. Vol. 122, 1. P. 20 – 31.
 400. Park I.W., Dornfeld D.A. A study of burr formation processes using the finite element method. // Transaction of the ASME: Journal of Engineering materials and technology. 2000. Vol.122, 2. Part 1: P. 221 – 228, Part 2: P. 229 – 237.
 401. Boothroyd G., 1975, Fundamentals of Metal Cutting and Machine Tools, Hemisphere, Washington, Chapter 3.
 402. Koch U., 1970, “Experimental and Theoretical Analysis of Lathe Tool Temperature in Oblique Cutting”, Proc. 11th MTDR Conference, pp. 533-540.
 403. Stoiber F., Duke T. SPC for quality plastic parts. – Machine Design. – 1989 Volume 61. – №2. – P.43-47.
 404. Baier J., Milnickel R., Müller P. Konzept einer digitalen AC - Grenzregeilung für Tiefbohrmaschinen // Ind. - Anz. - 1985. - 107. - № 40. - S. 39-40.
 405. Feinbearbeitung mit System Mapal Dr. Kress KG und WWS. Проспекты и каталоги. - 1980 - 1996 гг.
 406. Pfluegar F. The aspect of stability in designing deep hole drilling and boring tools // Proc. 2 nd Ind. Conf. “Deep Hole Drill. and Boring”. - Brunel Univ., 1977. - s. i., s. a., 21 p.
 407. Schneider H.P. Werkzeuge automatisch überwachen // Ind. - Anz. - 1986. - 108. - № 10. - S. 44-46.
 408. Takata S., Nakajima T., Ahn J.H., Sata T. Tool breakade monitoring by means of fluctuations in spindle rotational speed // Annals of the CIRP. – 1987. - 36. - № 1. - P.49-52.
 409. Tuffentsammer Karl. Präzisionsschneidwerkzeuge Die Herstellung und Bearbeitung Zylindrischer Innenflächen// Techn. Zbl. prakt. für Metallbearb. - 1981. - 36. - № 3. - S. 35-37, 39-42.
 410. Katsundo Hitomi. Strategic integrated manufacturing systems: the concept and structures // International Journal of Production Economics. – Volume 25 – NOS. 1–3, December 1991. – P. 5 –12.

ЗНАЧЕНИЯ ФУНКЦИИ ЛАПЛАСА

t	$\Phi(t)$	t	$\Phi(t)$	t	$\Phi(t)$	t	$\Phi(t)$
0,00	0,0000	0,31	0,1217	0,72	0,2642	1,80	0,4641
0,01	0,0040	0,32	0,1255	0,74	0,2703	1,85	0,4678
0,02	0,0080	0,33	0,1293	0,76	0,2765	1,90	0,4713
0,03	0,0120	0,34	0,1331	0,78	0,2823	1,95	0,4744
0,04	0,0160	0,35	0,1368	0,80	0,2881	2,00	0,4772
0,05	0,0199	0,36	0,1406	0,82	0,2939	2,10	0,4821
0,06	0,0239	0,37	0,1443	0,84	0,2995	2,20	0,4861
0,07	0,0279	0,38	0,1480	0,86	0,3051	2,30	0,4893
0,08	0,0319	0,39	0,1517	0,88	0,3106	2,40	0,4918
0,09	0,0359	0,40	0,1554	0,90	0,3159	2,50	0,4938
0,10	0,0398	0,41	0,1591	0,92	0,3212	2,60	0,4953
0,11	0,0438	0,42	0,1628	0,94	0,3264	2,70	0,4965
0,12	0,0478	0,43	0,1654	0,96	0,3315	2,80	0,4974
0,13	0,0517	0,44	0,1700	0,98	0,3365	2,90	0,4981
0,14	0,0557	0,45	0,1736	1,00	0,3413	3,00	0,49865
0,15	0,0596	0,46	0,1772	1,05	0,3531	-	-
0,16	0,0636	0,47	0,1808	1,10	0,3643	3,20	0,49931
0,17	0,0675	0,48	0,1844	1,15	0,3749	3,40	0,49966
0,18	0,0714	0,49	0,1879	1,20	0,3849	3,60	0,499841
0,19	0,0753	0,50	0,1915	1,25	0,3944	3,80	0,499928
0,20	0,0793	0,52	0,1985				
0,21	0,0832	0,54	0,2054	1,30	0,4032	4,50	0,499997
0,22	0,0871	0,56	0,2123	1,35	0,4115	5,00	0,49999997
0,23	0,0910	0,58	0,2190	1,40	0,4192	-	-
0,24	0,0948	0,60	0,2257	1,45	0,4265	-	-
0,25	0,0987	-	-	1,50	0,4332	-	-
0,26	0,1026	0,62	0,2324	1,55	0,4394	-	-
0,27	0,1064	0,64	0,2389	1,60	0,4452	-	-
0,28	0,1103	0,66	0,2464	1,65	0,4505	-	-
0,29	0,1141	0,68	0,2517	1,70	0,4554	-	-
0,30	0,1179	0,70	0,2580	1,75	0,4599	-	-

ЭТАПЫ СОЗДАНИЯ ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНЫХ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ СИСТЕМ

1. Объяснение. Этап создания теории. Асинхронный процесс создания математических моделей. Мыслительный эвристический интеллектуальный процесс с использованием фундаментальных и прикладных наук. Прерогатива эксперта (ученого). Понятие технологии не определено. Критерий этапа - отсутствие алгоритмов (формализация знаний).

2. Интерпретация. Этап создания алгоритмов на основе созданной ранее теории и их преобразование без потери (или без существенной потери) информации. Синхронный информационный процесс, сопровождающийся расчетами. Технология расчетов. Критерий этапа: информационное решение не принимается, не считая тривиального.

3. Управление.

3.1. Принятие решения. Этап определения регулирующего воздействия на основе созданных алгоритмов. Информационный процесс, представляющий собой часть интерпретации, достаточную для формирования элементарного управляющего воздействия, но без реализации этого воздействия. Понятие условно как часть этапа 3. Технология принятия решения. Критерий этапа: величина регулирующего воздействия - следствие процедур выбора и вычислений.

3.2. Регулирование. Этап реализации (осуществления) регулирующего воздействия. Неусиленное действие с использованием незначительной энергии, которое полностью предопределяет будущее действие (обработку детали). Технология преобразования информационного сигнала в уставку регулятора (привода станка). Критерий этапа: незначительные затраты энергии на входе регулятора (усилителя).

4. Обработка как действие (материальный энергетический процесс). Этап обработки, на котором изменяется форма или состояние заготовки и имеют место существенные затраты энергии (по сравнению с этапом 3.2). Протекает одновременно с управлением или содержит этап самообучения технологической системы. Технология механической обработки. Критерий этапа - изменение формы и состояния заготовки.

Таким образом, на интеллектуальные технологические системы, реализующие высокие технологии механической обработки, распространяются этапы 3 и 4, а также отдельные элементы этапов 1 и 2.

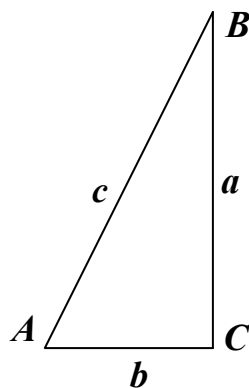
Описанные этапы создания интеллектуальных технологических систем следует рассматривать в контексте с разработанным системным методом CAD/CAM/CAT, в соответствии с которым этапы проектирования (CAD) и обработки (CAM) являются последовательными этапами предварительного (CAD) и окончательного (CAM) управления технологическими процессами механообработки. Причем, на этапе проектирования решается задача определения структуры, параметров и условий обработки (обеспечивавших наивысшую ее произ-

водительность с учетом технологических требований к качеству и точности деталей), а на этапе обработки решается задача стабилизации указанных параметров и условий обработки с учетом индивидуальных особенностей заготовок, которые предложено учитывать на дополнительном этапе управления САТ (Computer Aided Training), где САТ - автоматизированное обучение (Training), дополняющие САМ.

ТРИГОНОМЕТРИЯ

1. Тригонометрические функции острого угла

Отношение катета a к гипотенузе c прямоугольного треугольника ABC (рисунок) есть *синус* угла A : $\frac{a}{c} = \sin A$; отношение катета b к гипотенузе c есть *косинус* угла A : $\frac{b}{c} = \cos A$; отношение катета a к катету b есть *тангенс* угла A : $\frac{a}{b} = \operatorname{tg} A$.



2. Таблицы тригонометрических функций

Угол	Синус	Косинус	Тангенс	Угол	Синус	Косинус	Тангенс	Угол	Синус	Косинус	Тангенс
0°	0,0000	1,0000	0,0000	15°	0,2588	0,9659	0,2679	30°	0,5000	0,8660	0,5774
1	0,0175	0,9998	0,0175	16	0,2756	0,9613	0,2867	31	0,5150	0,8572	0,6009
2	0,0349	0,9994	0,0349	17	0,2924	0,9563	0,3057	32	0,5299	0,8480	0,6249
3	0,0523	0,9986	0,0524	18	0,3090	0,9511	0,3249	33	0,5446	0,8387	0,6494
4	0,0698	0,9976	0,0699	19	0,3256	0,9455	0,3443	34	0,5592	0,8290	0,6745
5	0,0872	0,9962	0,0875	20	0,3420	0,9397	0,3640	35	0,5736	0,8192	0,7002
6	0,1045	0,9945	0,1051	21	0,3584	0,9336	0,3839	36	0,5878	0,8090	0,7265
7	0,1219	0,9925	0,1228	22	0,3746	0,9272	0,4040	37	0,6018	0,7986	0,7536
8	0,1392	0,9903	0,1405	23	0,3907	0,9205	0,4245	38	0,6157	0,7880	0,7813
9	0,1564	0,9877	0,1584	24	0,4067	0,9135	0,4452	39	0,6293	0,7771	0,8098
10	0,1736	0,9848	0,1763	25	0,4226	0,9063	0,4663	40	0,6428	0,7660	0,8391
11	0,1908	0,9816	0,1944	26	0,4384	0,8988	0,4877	41	0,6561	0,7547	0,8693
12	0,2079	0,9781	0,2126	27	0,4540	0,8910	0,5095	42	0,6691	0,7431	0,9004
13	0,2250	0,9744	0,2309	28	0,4695	0,8829	0,5317	43	0,6820	0,7314	0,9325
14	0,2419	0,9703	0,2493	29	0,4848	0,8746	0,5543	44	0,6947	0,7193	0,9657
15°	0,2588	0,9659	0,2679	30°	0,5000	0,8660	0,5774	45°	0,7071	0,7071	1,0000

Продолжение

45°	0,7071	0,7071	1,0000	60°	0,8660	0,50000	1,7320	75°	0,9659	0,2588	3,7320
46	0,7193	0,6947	1,0355	61	0,8746	0,4848	1,804	76	0,9703	0,2419	4,011
47	0,7314	0,6820	1,0724	62	0,8829	0,4695	1,881	77	0,9744	0,2250	4,331
48	0,7431	0,6691	1,1106	63	0,8910	0,4540	1,963	78	0,9781	0,2079	4,705
49	0,7547	0,6561	1,1504	64	0,8988	0,4384	2,050	79	0,9816	0,1908	5,145
50	0,7660	0,6428	1,1918	65	0,9063	0,4226	2,145	80	0,9848	0,1736	5,671
51	0,7771	0,6293	1,2349	66	0,9135	0,4067	2,246	81	0,9877	0,1564	6,314
52	0,7880	0,6157	1,2799	67	0,9205	0,3907	2,356	82	0,9903	0,1392	7,115
53	0,7986	0,6018	1,3270	68	0,9272	0,3746	2,475	83	0,9925	0,1219	8,144
54	0,8090	0,5878	1,3764	69	0,9336	0,3584	2,605	84	0,9945	0,1045	9,514
55	0,8192	0,5736	1,4281	70	0,9397	0,3420	2,747	85	0,9962	0,0872	11,43
56	0,8290	0,5592	1,4826	71	0,9455	0,3256	2,904	86	0,9976	0,0698	14,30
57	0,8387	0,5446	1,5399	72	0,9511	0,3090	3,078	87	0,9986	0,0523	19,08
58	0,8480	0,5299	1,6003	73	0,9563	0,2924	3,271	88	0,9994	0,0349	28,64
59	0,8572	0,5150	1,6643	74	0,9613	0,2756	3,487	89	0,9998	0,0175	57,29
60°	0,8660	0,5000	1,732	75°	0,9659	0,2588	3,732	90°	1,0000	0,0000	∞

3. Формулы прямоугольных треугольников

Основные формулы для решения прямоугольного треугольника (кроме формул $\angle A + \angle B = 90^\circ$ и $a^2 + b^2 = c^2$):

$$a = c \cdot \sin A, \quad b = c \cdot \cos A, \quad a = b \cdot \operatorname{tg} A;$$

$$b = c \cdot \sin B, \quad a = c \cdot \cos B, \quad b = a \cdot \operatorname{tg} B.$$

Умея по данному углу находить из таблиц значения его тригонометрических функций или по значению какой-нибудь функции находить из таблиц величину угла, можно при помощи этих формул по данному острому углу и одной из сторон прямоугольного треугольника находить другие стороны и по данным двум сторонам находить углы и третью сторону.

4. Решение прямоугольных треугольников

Данные	Решение		
c, A	$B = 90^\circ - A;$	$a = c \cdot \sin A;$	$b = c \cdot \cos A.$
a, A	$B = 90^\circ - A;$	$b = a \cdot \operatorname{tg} B;$	$c = a / \sin A.$
c, a	$\sin A = a / c;$	$B = 90^\circ - A;$	$b = c \cdot \cos A.$
a, b	$\operatorname{tg} A = a / b;$	$B = 90^\circ - A;$	$c = a / \sin A.$

5. Тригонометрические функции углов, превышающих 90°

Если угол больше 90°, но меньше 360°, то его синус, косинус и тангенс определяются следующим образом:

- 1) находится разность между данным углом и ближайшим к нему из углов 180° или 360° и вычисляется соответствующая функция от этой разности;

2) перед результатом ставится знак “+” или “-” по таблице:

Функция	2-я четверть (от 90° до 180°)	3-я четверть (от 180° до 270°)	4-я четверть (от 270° до 360°)
Синус	+	-	-
Косинус	-	-	+
Тангенс	-	+	-

Например:

$$\sin 300^\circ = -\sin 60^\circ = -0,8660 \quad [360^\circ - 300^\circ = 60^\circ];$$

$$\cos 140^\circ = -\cos 40^\circ = -0,7660 \quad [180^\circ - 140^\circ = 40^\circ];$$

$$\operatorname{tg} 200^\circ = +\operatorname{tg} 20^\circ = +0,3640 \quad [200^\circ - 180^\circ = 20^\circ].$$

Если же угол больше 360°, то из его величины вычитается целое число “полных оборотов” по 360° и рассматривается только величина остатка, меньшего 360°.

Например:

$$\sin 1000^\circ = \sin 280^\circ = -\sin 80^\circ = -0,9848$$

$$[1000^\circ - 2 \cdot 360^\circ = 280^\circ; \quad 360^\circ - 280^\circ = 80^\circ].$$

6. Основные формулы тригонометрии

Основные соотношения между тригонометрическими функциями одного и того же угла:

$$\sin^2 A + \cos^2 A = 1, \quad \operatorname{tg} A = \frac{\sin A}{\cos A}.$$

Свойство дополнительных углов (дающих в сумме 90°):

$$\sin(90^\circ - \alpha) = \cos \alpha, \quad \cos(90^\circ - \alpha) = \sin \alpha.$$

Формулы суммы и разности углов:

$$\sin(x + y) = \sin x \cdot \cos y + \cos x \cdot \sin y,$$

$$\sin(x - y) = \sin x \cdot \cos y - \cos x \cdot \sin y,$$

$$\cos(x + y) = \cos x \cdot \cos y - \sin x \cdot \sin y,$$

$$\cos(x - y) = \cos x \cdot \cos y + \sin x \cdot \sin y,$$

$$\operatorname{tg}(x + y) = \frac{\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} y}{1 - \operatorname{tg} x \cdot \operatorname{tg} y},$$

$$\operatorname{tg}(x - y) = \frac{\operatorname{tg} x - \operatorname{tg} y}{1 + \operatorname{tg} x \cdot \operatorname{tg} y}.$$

Формулы двойных углов:

$$\sin 2x = 2 \sin x \cdot \cos x,$$

$$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x,$$

$$(\text{или: } \cos 2x = 1 - 2 \sin^2 x, \quad \cos 2x = 2 \cos^2 x - 1),$$

$$\operatorname{tg} 2x = \frac{2 \operatorname{tg} x}{1 - \operatorname{tg}^2 x}.$$

Формулы половинных углов:

$$\sin \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos x}{2}}, \quad \cos \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos x}{2}}, \quad \operatorname{tg} \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos x}{1 + \cos x}}.$$

Употребительны также формулы:

$$\operatorname{tg} \frac{x}{2} = \frac{1 - \cos x}{\sin x}, \quad \operatorname{tg} \frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1 + \cos x}.$$

Формулы преобразования алгебраических сумм тригонометрических функций в произведения (“приведение к виду, удобному для логарифмирования”):

$$\begin{aligned} \sin x + \sin y &= 2 \sin \frac{x+y}{2} \cdot \cos \frac{x-y}{2}, \\ \sin x - \sin y &= 2 \cos \frac{x+y}{2} \cdot \sin \frac{x-y}{2}, \\ \cos x + \cos y &= 2 \cos \frac{x+y}{2} \cdot \cos \frac{x-y}{2}, \\ \cos x - \cos y &= 2 \sin \frac{x+y}{2} \cdot \sin \frac{y-x}{2} = -2 \sin \frac{x+y}{2} \cdot \sin \frac{x-y}{2}, \\ \operatorname{tg} x + \operatorname{tg} y &= \frac{\sin(x+y)}{\cos x \cdot \cos y}, \\ \operatorname{tg} x - \operatorname{tg} y &= \frac{\sin(x-y)}{\cos x \cdot \cos y}. \end{aligned}$$

Формулы преобразования произведений тригонометрических функций в алгебраические суммы:

$$\begin{aligned} \sin x \cdot \cos y &= \frac{1}{2} [\sin(x+y) + \sin(x-y)], \\ \cos x \cdot \cos y &= \frac{1}{2} [\cos(x+y) + \cos(x-y)], \\ \sin x \cdot \sin y &= -\frac{1}{2} [\cos(x+y) - \cos(x-y)]. \end{aligned}$$

7. Формулы косоугольных треугольников

Теорема синусов:
$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}.$$

Теорема косинусов:
$$\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}.$$

Теорема тангенсов:
$$\frac{a+b}{a-b} = \frac{\operatorname{tg} \frac{A+B}{2}}{\operatorname{tg} \frac{A-B}{2}}.$$

ИССЛЕДОВАНИЕ ФУНКЦИЙ НА ЭКСТРЕМУМ [54]

1. Возрастание и убывание функции

Определение 1. Функция $f(x)$ называется возрастающей в точке $x = a$, если в достаточной близости от этой точки значениям x , большим a , соответствуют значения $f(x)$, большие $f(a)$, а меньшим – меньшие.

Функция $f(x)$ называется убывающей в точке $x = a$, если в достаточной близости от этой точки значениям x , большим a , соответствуют значения $f(x)$, меньшие $f(a)$, а меньшим – большие.

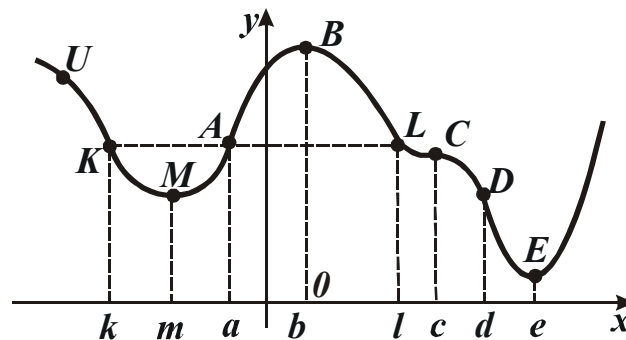


Рис.1.

Пример 1. Функция, изображенная на рис. 1, возрастает в точке $x = a$, ибо в право от A точки графика лежат выше, чем A , а влево – ниже. При этом рассматриваются лишь те точки графика, ординаты которых достаточно близки к ординате aA ; в данном примере – это те точки, которые не выходят за пределы дуги KL . За пределами последней указанное соотношение нарушается; так, точка C лежит правее точки A , но ниже ее, точка U – левее, но выше.

Та же функция убывает в точке $x = d$, ибо в достаточной близости от D точки графика справа лежат ниже, чем D , а слева – выше.

Рассматриваемая функция убывает также в точке $x = c$.

В точках $x = d$, $x = e$, $x = m$ функция не является ни возрастающей, ни убывающей (в точке $x = b$ она имеет максимум, а в точках $x = e$ и $x = m$ – минимум).

Определение 2. Функция называется возрастающей в промежутке (a, b) , если она возрастает в каждой точке внутри промежутка (на концах она может не возрастать).

Аналогично определяется функция, убывающая в промежутке (a, b) .

Пример 2. Функция, изображенная на рис. 1, убывает в промежутке (l, d) , ибо она убывает в каждой точке внутри промежутка (и на ее концах). В промежутке (b, e) данная функция также убывает, ибо она убывает в каждой точке внутри промежутка (на концах b и e функция не убывает). В промежутке (m, b) функция возрастает, в промежутке (a, d) она не является ни возрастающей, ни убывающей. Если же этот промежуток разбить на два: (a, b) и (b, d) , то в первом функция возрастает, во втором – убывает.

Если функция возрастает в промежутке (a, b) , то в этом промежутке большему значению аргумента соответствует всегда большее значение функции; обратно, если в промежутке (a, b) большему значению аргумента соответствует всегда большее значение функции, то функция возрастает в промежутке (a, b) .

Если функция убывает в промежутке (a, b) , то большему значению аргумента соответствует всегда меньшее значение функции, и обратно.

Определение 3. Как возрастающая, так и убывающая (в данном промежутке) функция называется монотонной (в рассматриваемом промежутке).

2. Признаки возрастания и убывания функции в точке

Достаточный признак. Если производная $f'(x)$ положительна в точке $x = a$, то функция $f(x)$ в этой точке возрастает, если отрицательна, то убывает.

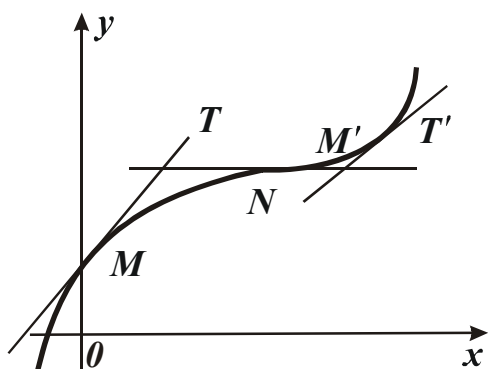


Рис. 2.

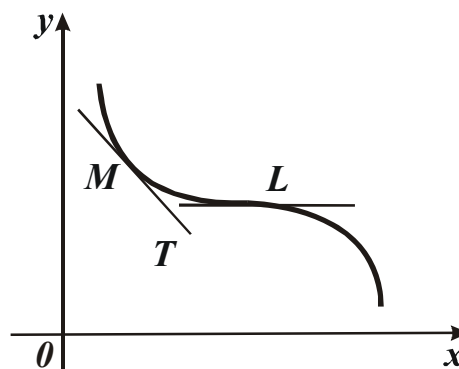


Рис. 3.

Геометрически: если угловой коэффициент касательной MT (рис. 2) положителен, то вблизи от M график лежит выше точки M справа и ниже – слева; если угловой коэффициент отрицателен (рис. 3), то вблизи от M график лежит ниже M справа и выше – слева.

Замечание. Если $f'(a) = 0$, то при $x = a$ функция может быть возрастающей (точка N на рис. 2); она может быть и убывающей (точка L на рис. 3). Но, как правило, функция не будет при $x = a$ ни убывающей, ни возрастающей (точки B и C на рис. 4).

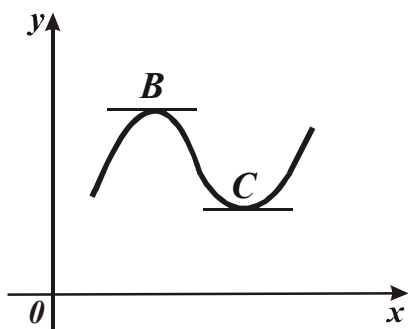


Рис. 4.

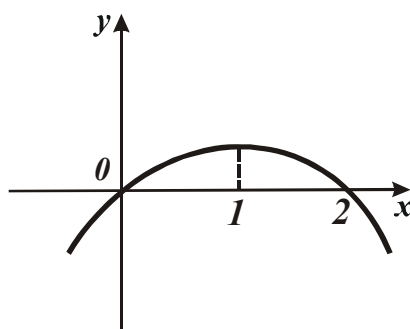


Рис. 5.

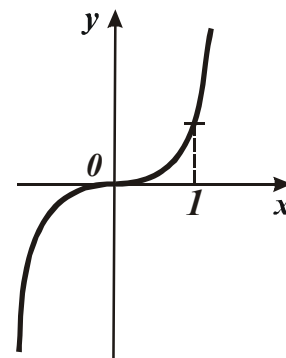


Рис. 6.

Пример 1. Функция $y = x - \frac{1}{2}x^2$ (рис. 5) возрастает в точке $x = 0$, ибо $y' = 1 - x = 1 > 0$. Та же функция убывает в точке $x = 2$, где $y' = -1 < 0$. В точке $x = 1$, где $y' = 0$, функция не убывает и не возрастает.

Необходимый признак. Если функция $f(x)$ возрастает в точке $x = a$, то ее производная в этой точке положительна (как в точке M на рис. 2) или равна нулю (как в точке N на рис. 2): $f'(a) \geq 0$

Аналогично для убывающей функции; ее производная отрицательна или равна нулю в точке $x = a$: $f'(a) \leq 0$.

Пример 2. Функция $y = x^3$ (рис. 6) возрастает во всякой точке. Ее производная $y' = 3x^2$ положительна всюду, кроме точки $x = 0$, где $y' = 0$.

3. Максимум и минимум

Определение. Говорят, что функция $f(x)$ имеет максимум в точке $x = a$, если в достаточной близости от этой точки всем значениям x (как большим, так и меньшим a) соответствует значение $f(x)$, меньшее, чем $f(a)$.

Функция $f(x)$ имеет минимум в точке $x = a$, если в достаточной близости от этой точки всем значениям x соответствуют значения $f(x)$, большие, чем $f(a)$.

Короче: функция $f(x)$ имеет максимум (минимум) в точке $x = a$, если значение $f(a)$ больше (меньше) всех соседних значений.

Максимум и минимум объединяются наименованием экстремум.

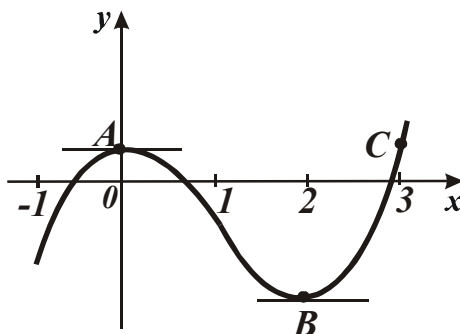


Рис. 7.

Пример. Функция $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2 + \frac{1}{3}$ (рис. 7) имеет максимум в точке $x = 0$ (точка $A(0; \frac{1}{3})$ выше всех соседних) и минимум в точке $x = 2$ (точка $B(2; -1)$ ниже всех соседних).

Замечание. В обыденной речи выражение “максимум” и “наибольшая величина” равнозначны. В анализе термин “максимум” имеет более узкий смысл. Именно максимум функции может и не быть ее наибольшим значением. Так,

функция $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2 + \frac{1}{3}$ (рис. 7), рассматриваемая, скажем, в промежутке $(-1; 4)$, имеет в точке $x = 0$ максимум, ибо вблизи от этой точки (а именно в промежутке $(-1; 3)$) всем значениям x соответствуют значения $f(x)$, меньшие, чем $f(0)$, т.е. чем $\frac{1}{3}$ (в указанном промежутке график расположен ниже точки A). Тем не менее максимум $f(0)$ не является наибольшим значением функции в промежутке $(-1; 4)$, ибо при $x > 3$ имеем: $f(x) > \frac{1}{3}$ (справа от C график расположен выше точки A). Однако разыскание наибольшего значения функции в данном промежутке тесно связано с разысканием ее максимумов. Аналогичное замечание для минимумов.

4. Необходимое условие максимума и минимума

Теорема. Если функция $f(x)$ имеет экстремум (т.е. максимум или минимум) в точке $x = a$, то в этой точке производная либо равна нулю, либо бесконечна, либо не существует.

Геометрически: если график имеет в точке A максимальную ординату, то в этой точке касательная либо горизонтальна (рис. 7), либо вертикальна (рис. 8), либо не существует (рис. 9). То же для минимальной ординаты (точка B на рис. 7, точка A на рис. 10, точки B и C на рис. 9).

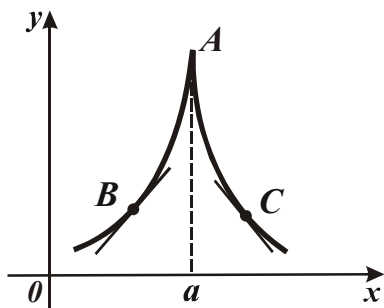


Рис. 8.

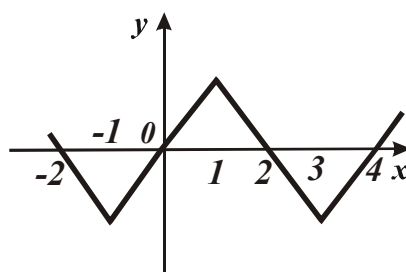


Рис. 9.

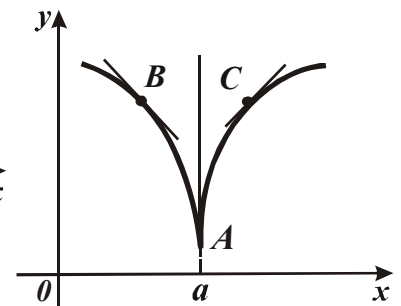


Рис. 10.

Замечание. Условие экстремума, высказанное в теореме, необходимо, но не достаточно, т.е. производная в точке $x = a$ может обращаться в нуль (рис. 11), бесконечность (рис. 12) или не существовать (рис. 13) без того, что бы функция имела экстремум в этой точке.

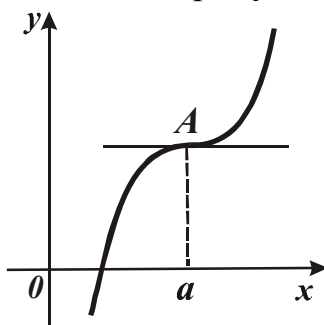


Рис. 11.

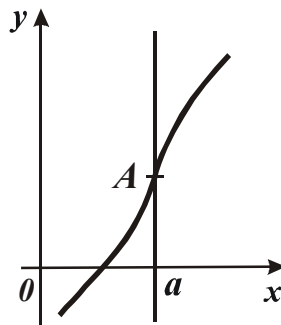


Рис. 12.

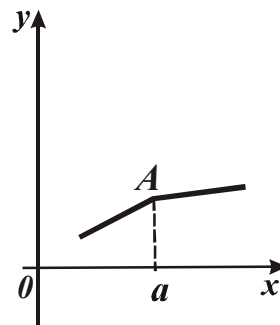


Рис. 13.

5. Первое достаточное условие максимума и минимума

Теорема. Если в достаточной близости от точки $x = a$ производная $f'(x)$ положительна слева от a и отрицательна справа от a (рис. 14), то в самой точке $x = a$ функция $f(x)$ имеет максимум при условии, что функция $f(x)$ здесь непрерывна.

Если, наоборот, слева от a производная $f'(x)$ отрицательна, а справа положительна (рис. 15), то $f(x)$ имеет в точке a минимум (при условии, что она здесь непрерывна).

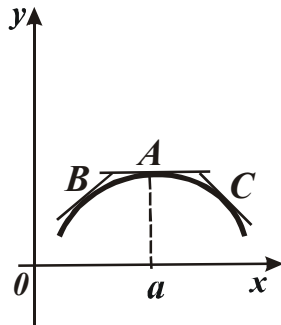


Рис. 14.

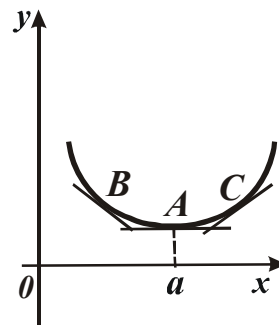


Рис. 15.

Теорема выражает тот факт, что $f(x)$ при переходе от возрастания к убыванию имеет максимум, а при переходе от убывания к возрастанию – минимум.

Замечание. Согласно теореме признаком экстремума функции $f(x)$ является перемена знака производной $f'(x)$ при прохождении аргумента через рассматриваемое значение $x = a$.

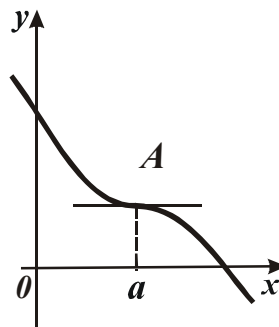


Рис. 16.

Если же при прохождении через точку $x = a$ производная сохраняет знак, то функция $f(x)$ возрастает в точке $x = a$, когда производная положительна как справа, так и слева от точки $x = a$ (рис. 11, рис. 12, рис. 13), и убывает, когда производная отрицательна (рис. 16). Здесь, как и ранее, предполагается, что функция $f(x)$ непрерывна при $x = a$.





6. Правило разыскания максимумов и минимумов

Пусть функция $f(x)$ дифференцируема в промежутке (a, b) . Чтобы найти все ее максимумы и минимумы в этом промежутке, надо:

1. Решить уравнение $f'(x) = 0$ (корни этого уравнения называются критическими значениями аргумента; среди них надо будет искать значения x , дающие экстремум функции $f(x)$).
2. Для каждого критического значения $x = a$ исследовать, меняет ли знак производная $f'(x)$ при переходе аргумента через это значение. Если $f'(x)$ переходит от положительных значений к отрицательным (при переходе от $x < a$ к $x > a$), то имеем максимум, если от отрицательных значений к положительным, то минимум.

Если же $f'(x)$ сохраняет знак, то нет ни максимума ни минимума: при $f'(x) > 0$ функция $f(x)$ в точке a возрастает, при $f'(x) < 0$ убывает.

Таблица

Знак производной		Вид графика близ точки a	
при $x < a$	при $x > a$		
+	-		максимум
-	+		минимум
+	+		возрастание
-	-		убывание

Замечание 1. Если функция $f(x)$ непрерывна в промежутке (a, b) , но в отдельных его точках не дифференцируема, то эти точки надо причислить к критическим и произвести аналогичное исследование.

Замечание 2. Максимумы и минимумы непрерывной функции следуют друг за другом, чередуясь.

Пример. Найти все максимумы и минимумы функции $f(x) = x - \frac{1}{2}x^2$.

Решение. Данная функция всюду дифференцируема (т.е. всюду имеет конечную производную) $f'(x) = 1 - x$.

1. Решаем уравнение $1 - x = 0$. Оно имеет единственный корень $x = 1$.
2. Производная $f'(x) = 1 - x$ меняет знак при переходе аргумента через значение $x = 1$. Именно, при $x < 1$ производная положительна, при $x > 1$ - отрицательна. Значит, критическое значение $x = 1$ дает максимум. Других экстремумов у функции нет (рис. 5).

7. Второе достаточное условие максимума и минимума

Когда знак производной вблизи критических точек распознается с тру-

дом, можно пользоваться следующим достаточным условием экстремума.

Теорема 1. Пусть в точке $x = a$ первая производная $f'(x)$ обращается в нуль; если при этом вторая производная $f''(a)$ отрицательна, то функция $f(x)$ имеет в точке $x = a$ максимум, если положительна – то минимум. О случае $f''(a) = 0$ см. теорему 2.

Пример. Найти максимумы и минимумы функции

$$f(x) = \frac{1}{2} \cdot x^4 - x^2 + 1.$$

Решение. Решив уравнение $f'(x) = 2x^3 - 2x = 0$, получаем критические значения: $x_1 = -1$, $x_2 = 0$, $x_3 = 1$.

Подставив их в выражение второй производной $f''(x) = 6x^2 - 2 = 2 \cdot (3x^2 - 1)$, находим, что $f''(-1) > 0$, $f''(0) < 0$, $f''(1) > 0$.

Значит, при $x = -1$ и $x = 1$ имеем минимум, при $x = 0$ - максимум.

Может случиться, что вместе с первой производной обращается в нуль и вторая; может обратиться в нуль и ряд последующих производных. Тогда можно воспользоваться следующим обобщением теоремы 1.

Теорема 2. Если в точке $x = a$, где первая производная равна нулю, ближайшая не равная нулю производная имеет четный порядок $2k$, то функция $f(x)$ имеет при $x = a$ максимум, когда $f^{(2k)}(a) < 0$, и минимум, когда $f^{(2k)}(a) > 0$.

Если же ближайшая не равная нулю производная имеет нечетный порядок $2k + 1$, то функция $f(x)$ в точке a не имеет экстремума; она возрастает, когда $f^{(2k+1)}(a) > 0$, и убывает, когда $f^{(2k+1)}(a) < 0$.

8. Разыскание наибольших и наименьших значений функции

1. Пусть аргумент непрерывной функции $f(x)$ по условию задачи принимает всевозможные значения. Тогда может случиться, что среди значений функции $f(x)$ вовсе нет наибольшего (рис. 17,а, где $f(x)$ неограниченно возрастает при $x \rightarrow \infty$). Если же у функции $f(x)$ есть наибольшее значение, то последнее непременно совпадает с одним из максимумов, рис 17,б.

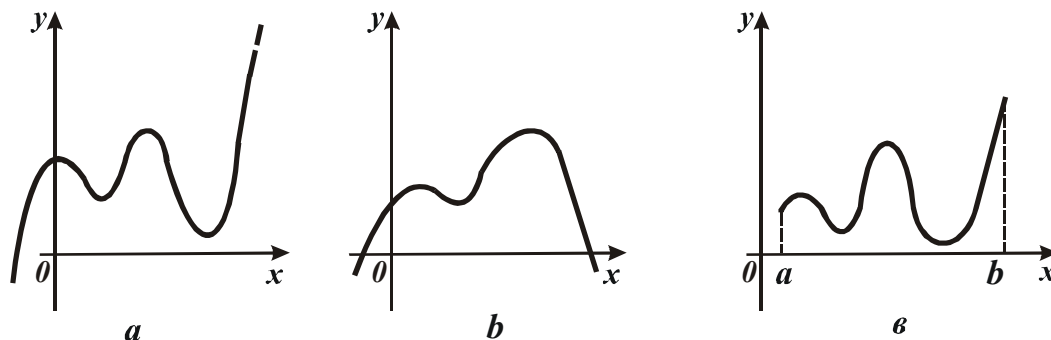


Рис. 17.

Пусть теперь по условию задачи аргумент изменяется в замкнутом промежутке (a, b) . Тогда $f(x)$ непременно принимает наибольшее значение. Однако последнее может не принадлежать к максимуму, а достигаться на одном из концов промежутка (в точке $x = b$ на рис. 17, в). Аналогично для наименьшего значения.

2. Пусть требуется разыскать наибольшее (или наименьшее) значение геометрической или физической величины, подчиненной определенным условиям (см. ниже пример). Тогда надо представить эту величину как функцию какого-либо аргумента. Из условия задачи определяем промежуток изменения аргумента. Затем находим все максимумы (минимумы) в этом промежутке и значения функции на концах промежутка. Из найденных значений выбираем наибольшее.

Пример. Отрезок $AB = a$ делится на две части точкой C ; на отрезках AC и CB , как сторонам, строится прямоугольник $ACBD$ (рис. 18). Определить наибольшее значение его площади S .

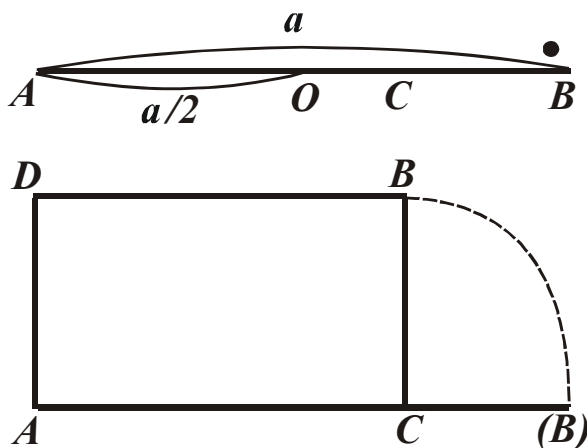


Рис. 18.

Решение. Примем за аргумент x длину AC ; тогда $CB = a - x$ и $S = x \cdot (a - x)$. Аргумент x непрерывной функции S изменяется в промежутке $(0, a)$.

Ищем экстремумы функции $S = x \cdot (a - x)$.

Решая уравнение $\frac{dS}{dx} = a - 2x = 0$, находим критическое значение $x = \frac{a}{2}$.

Соответствующее значение $S = \frac{a}{2} \left(a - \frac{a}{2} \right) = \frac{a^2}{4}$, являющееся единственным экстремумом, заведомо будет наибольшим значением, ибо на обоих концах промежутка имеем: $S = 0$.

Переменный прямоугольник $ACBD$ всегда имеет один и тот же периметр $2a$. Значит, из всех прямоугольников данного периметра квадрат имеет наибольшую площадь.

9. Выпуклость плоских кривых; точка перегиба

Плоская линия L называется выпуклой в точке M (рис. 19), если в достаточной близости от точки M линия L лежит по одну сторону от касательной MT (сторона вогнутости линии L). Противоположная сторона называется стороной выпуклости.

Если же линия L вблизи точки M лежит по обе стороны от касательной MT (рис. 20), то точка M называется точкой перегиба линии L .

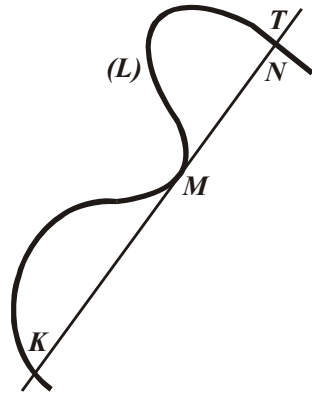


Рис. 19.

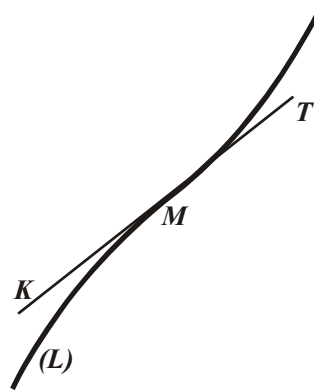


Рис. 20.

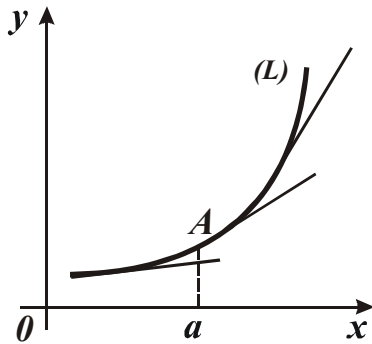


Рис.21.

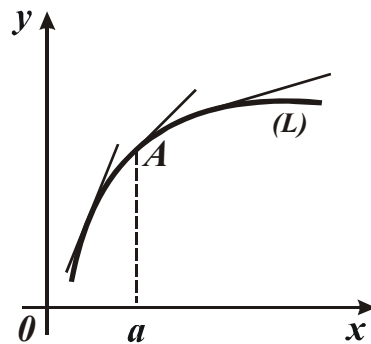


Рис. 22.

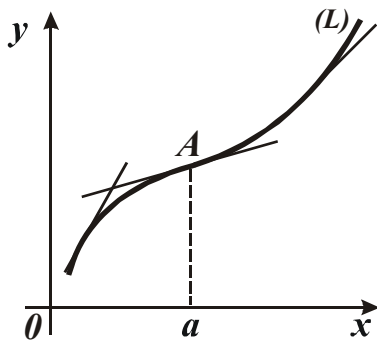


Рис. 23.

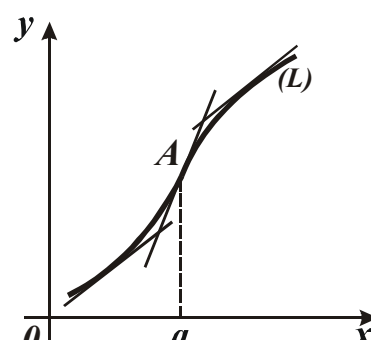


Рис. 24.

При переходе через точку перегиба сторона выпуклости становится стороной вогнутости и наоборот.

Пусть линия L представляется уравнением $y = f(x)$. Если производная

$f'(x)$ возрастает в точке $x = a$, то линия L обращена здесь вогнутостью вверх (рис. 21), или убывает, то – вниз (рис. 22). Если же производная $f'(x)$ имеет экстремум в точке $x = a$ (рис. 23, рис. 24), то линия L имеет здесь точку перегиба.

10. Сторона вогнутости

1. Если вторая производная $f''(x)$ в точке $x = a$ положительна, то линия $y = f(x)$ обращена здесь вогнутостью вверх, если отрицательна, то вниз (рис. 25).
2. Пусть вторая производная $f''(x)$ в точке $x = a$ равна нулю, бесконечна или вовсе не существует.

Тогда, если при переходе через точку $x = a$ вторая производная меняет знак, то линия $y = f(x)$ имеет здесь точку перегиба (рис. 26). Если же $f''(x)$ сохраняет знак, то линия $y = f(x)$ обращена вогнутостью в соответствующую сторону.



Рис. 25.

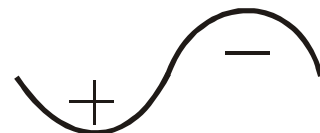
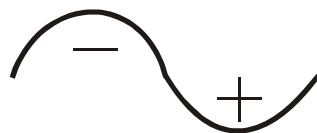


Рис. 26.

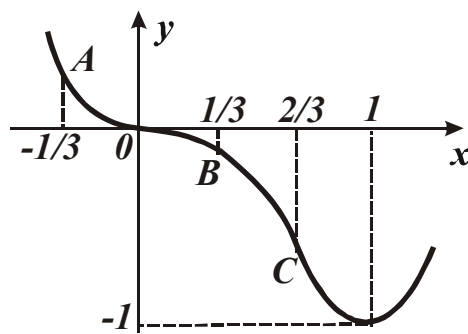


Рис. 27.

Пример. Линия $y = 3x^4 - 4x^3$ (рис. 27) в точке $A\left(-\frac{1}{3}; \frac{5}{27}\right)$ обращена вогнутостью вверх, а в точке $B\left(\frac{1}{3}; -\frac{1}{9}\right)$ – вниз, ибо вторая производная $y'' = 36x^2 - 24x = 12x \cdot (3x - 2)$ положительна при $x = -\frac{1}{3}$ (оба множителя $12x$ и $(3x - 2)$ отрицательны) и отрицательна при $x = \frac{1}{3}$.

В точке $O(0;0)$, где $y'' = 0$, имеем перегиб, ибо при переходе через точку

$x = 0$ вторая производная меняет знак с плюса (при $x < 0$) на минус (при $x > 0$). Слева от точки O линия обращена вогнутостью вверх, а справа – вниз.

11. Правило для разыскания точек перегиба

Чтобы найти все точки перегиба линии $y = f(x)$, надо испытать все те значения x , для которых вторая производная $f''(x)$ равна нулю, бесконечна или не существует (только в таких точках перегиб возможен).

Если при переходе через одно из этих значений вторая производная меняет знак, то линия имеет в этой точке перегиб. Если же не меняет, то перегиба нет.

Пример. Найти точки перегиба линии $y = 3x^4 - 4x^3$.

Решение. Имеем: $y'' = 36x^2 - 24x = 12x \cdot (3x - 2)$.

Вторая производная существует всюду и всюду конечна; она обращается в нуль в двух точках $x = \frac{2}{3}$ и $x = 0$. Рассмотрим точку $x = \frac{2}{3}$.

Если x несколько меньше, чем $\frac{2}{3}$ (а именно, если $0 < x < \frac{2}{3}$), то $y'' = 12 \cdot (+) \cdot (-) = -$.

Если x несколько больше, чем $\frac{2}{3}$ (в данном случае за x можно взять любое число, большее $\frac{2}{3}$), то $y'' = 12 \cdot (+) \cdot (+) = +$.

При переходе через точку $x = \frac{2}{3}$ вторая производная меняет знак. Значит, в соответствующей точке графика (точка C на рис. 27) имеет перегиб. При $x = 0$ также имеет место перегиб.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение	3
----------------	---

Часть 1

Общие вопросы оптимизации технологических процессов в машиностроении

Глава 1. Задачи оптимизации технологических процессов	5
1.1. Задачи оптимизации в техническом проектировании.....	5
1.1.1. Состояние вопроса.....	5
1.1.2. Оптимизация, как метод управления проектированием.....	11
1.1.3. Оптимизация, как метод синтеза технических систем.....	11
1.1.4. Математические модели и их элементы	14
1.1.5. Целевая функция и ограничения.....	15
1.1.6. Виды экстремума функции.....	16
1.2. Классификация задач оптимизации	17
1.2.1. Классификация по применяемым математическим методам	18
1.2.1.1. Аналитические методы оптимизации	22
1.2.1.2. Численные методы	26
1.2.1.3. Эвристическое программирование.....	36
1.2.1.4. Стохастическое программирование	38
1.2.1.5. Методы решения задач нелинейного программирования	40
1.2.1.6. Оптимизация качественных характеристик	42
1.2.2. Классификация по признаку линейности	42
1.2.3. Классификация по содержательной постановке	43
1.2.4. Классификация по количеству учитываемых целевых функций.....	46
1.3. Оптимизация технологических процессов методом планирования эксперимента	46
1.3.1. Методика многофакторного планирования эксперимента	48
1.3.2. Планирование экстремального эксперимента	55
1.4. Оптимизация технологических процессов изготовления и ремонта машин	56
1.4.1. Состояние вопроса.....	56
1.4.2. Оптимизация режимов резания при лезвийной обработке	58
1.4.3. Оптимизация режимов шлифования	59
1.5. Оптимизация рабочего цикла шлифования.....	59
1.5.1. Оптимизация цикла съёма припуска при зубошлифовании.....	60
1.5.1.1. Оптимизация аналитическим методом поиска экстремума	60

1.5.1.2.	Оптимизация методом случайного поиска.....	69
1.5.1.3.	Оптимизация методом геометрического программирования	70
1.5.1.4.	Оптимизация методом геометрического программирования рабочего цикла зу- бошлифования	73
1.5.2.	Автоматическое регулирование процесса с поис- ком оптимума	80
Глава 2.	Основные методы оптимизации технологических про- цессов.....	83
2.1.	Общие положения	83
2.2.	Составление модели объекта и алгоритма оптимизации	87
2.3.	Нахождение экстремумов функции	92
2.3.1.	Раскрой листового материала.....	95
2.3.2.	Определение оптимального сечения прямоуголь- ной балки	96
2.3.3.	Определение максимальной мощности электриче- ской энергии	97
2.3.4.	Оптимизация затрат на перевозку заготовок.....	97
2.4.	Поиск оптимальных решений в условиях неопределенности	99
2.5.	Применение метода линейного программирования для решения технологических задач	106
2.5.1.	Оптимизация планирования выпуска продукции	107
2.5.2.	Методика решения оптимизационных задач графиче- ским методом	111
2.5.3.	Оптимизация транспортных систем	112
2.5.4.	Обеспечение максимального выпуска продукции с требуемым качеством.....	119
2.5.5.	Оптимизация расхода листового материала при из- готовлении масляного бака	123
2.5.6.	Оптимизация числа комплектов изделий при за- данном количестве заготовок.....	127
2.5.7.	Оптимизация трудовых, материальных и финансо- вых затрат при изготовлении продукции.....	131
2.6.	Решение оптимизационных задач методом нелинейного программирования	135
2.7.	Элементы оптимизации конструкторско-технологических решений.....	142
2.8.	Оптимизация цикла съема припуска при шлифовании зубьев на станках типа 5851.....	151
2.9.	Оптимизация процесса прерывистого алмазного шлифования.....	156
2.10.	Выводы.....	161
Глава 3.	Применение методов оптимизации технологических процессов.....	163
3.1.	Общие положения	163

3.2. Методы линейной оптимизации.....	165
3.2.1. Графическое решение задачи линейной оптимизации.....	166
3.2.2. Симплекс-метод решения задач линейной оптимизации.....	170
3.3. Методы нелинейной оптимизации.....	175
3.3.1. Методы аналитической оптимизации.....	175
3.3.2. Методы нелинейной оптимизации.....	180
3.4. Примеры решения задач оптимизации.....	185
3.4.1. Оптимизация угла наклона абразивной струи.....	185
3.4.2. Оптимизация технологических параметров механической обработки композиционных материалов.....	187
3.4.3. Оптимизация параметров пар трения аксиально-поршневой гидромашины.....	192
3.4.4. Оптимизация параметров технологической оснастки для доводки глубоких прецизионных отверстий.....	196
3.4.5. Оптимизация технологических параметров доводки прецизионных поверхностей.....	198
3.4.6. Оптимизация параметров оборудования для электроискрового упрочнения поверхностей.....	202
3.4.7. Оптимизация параметров рабочего профиля инструментов станов холодной прокатки труб.....	205
3.4.8. Оптимизация параметров технологической оснастки для электроэрозионного упрочнения зубчатых профилей.....	207
3.4.9. Оптимизация параметров технического уровня производства ремонтно-механических цехов.....	209
3.4.10. Комбинированная оптимизации технологических параметров струйно-абразивной обработки деталей машин.....	211

Часть 2

Оптимизация прогрессивных технологических процессов в машиностроении

Глава 1. Разработка математической (аналитической) модели процесса алмазного шлифования.....	218
1.1. Общие положения.....	218
1.2. Приведенный режущий профиль круга и его характеристики с учетом износа зерен.....	220
1.3. Аналитическое описание параметров силовой напряженности процесса микрорезания отдельным зерном.....	228
1.4. Взаимосвязь основных физических параметров шлифования с предельной нагрузкой, действующей на зерно.....	232
1.5. Определение физических параметров шлифования на основе аппроксимации экспериментальной зависимости	

условного напряжения резания	238
1.6. Расчет силы резания при шлифовании	243
1.7. Расчет температуры резания при шлифовании	249
1.8. Теоретический анализ износа круга из СТМ.....	253
1.9. Аналитическое описание относительного расхода круга из СТМ, работающего в условиях преобладающего выпадения зерен из связки без разрушения	259
1.10. Закономерности изменения относительного расхода круга из СТМ, работающего в условиях преобладающего объемного разрушения зерен.....	266
1.11. Аналитическое определение параметров шероховатости обработанной поверхности.....	269
1.12. Взаимосвязь основных технологических параметров шлифования кругами из СТМ	273
1.13. Расчетно-экспериментальное определение постоянных шлифования на основе измерения сил резания и шероховатости обработанной поверхности.....	274
1.14. Методика и результаты диагностики процесса шлифования	283
1.15. Глубинное шлифование с относительно небольшой скоростью заготовки	285
Глава 2. Оптимизация процесса алмазного шлифования с применением аналитических моделей	290
2.1. Подход к оптимизации процесса алмазного шлифования	290
2.2. Оптимизация параметров предварительного алмазного шлифования	292
2.2.1. Определение максимальной производительности шлифования с учетом ограничений по относительному расходу алмаза.....	292
2.2.2. Анализ максимальной производительности обработки с учетом ограничений по себестоимости обработки.....	298
2.2.3. Алгоритм расчета оптимальных параметров шлифования с учетом ограничения по себестоимости обработки.....	307
2.3. Оптимизация параметров окончательного алмазного шлифования	307
2.3.1. Взаимосвязь производительности и шероховатости обработки	308
2.3.2. Определение максимальной производительности обработки с учетом ограничения по точности обработки.....	313
2.3.3. Оптимизация условий шлифования с учетом ограничения по температуре резания и совместного наложения основных технологических ограничений	323

2.4.	Оптимизация параметров шлифования с учетом суммарной нагрузки, действующей на отдельное зерно круга	329
2.4.1.	Определение максимальной производительности обработки и оптимальных режимов резания с учетом ограничений по мощности шлифования и себестоимости обработки.....	329
2.4.2.	Определение максимальной производительности обработки и оптимальных режимов резания с учетом ограничения по температуре шлифования	331
2.4.3.	Определение максимальной производительности обработки и оптимальных режимов резания с учетом ограничений по шероховатости и точности обработки.....	334
2.5.	Условия оптимального управления процессом глубинного шлифования кругами из СТМ	337
2.5.1.	Глубинное шлифование с переменной скоростью заготовки.....	337
2.5.2.	Глубинное шлифование с постоянным касательным усилием	338
2.5.3.	Глубинное шлифование с постоянным радиальным усилием	342
Глава 3.	Оптимизация параметров алмазного шлифования на основе метода планирования экспериментов	344
3.1.	Методика проведения экспериментов	344
3.2.	Оптимизация параметров процесса алмазно-искрового шлифования композиции “Т15К6-сталь 45”	349
3.3.	Оптимизация параметров процесса алмазно-искрового шлифования композиции “ТН-20 – сталь 45”.....	358
3.4.	Оптимизация параметров алмазно-искрового шлифования с применением кругов со стеклопокрытием алмазных зерен.....	366
Глава 4.	Оптимизация параметров электроэрозионного упрочнения деталей	370
4.1.	Определение оптимального покрытия.....	370
4.1.1.	Исследование механизма разрушения.....	370
4.1.2.	Исследование цилиндров без хромового покрытия внутренней поверхности.....	371
4.1.3.	Исследование деталей с внутренним хромовым гальваническим покрытием.....	373
4.1.4.	Определение преимущественного механизма разрушения деталей	374
4.1.5.	Выбор материала для электроэрозионного упрочнения	374
4.1.6.	Определение оптимального покрытия	376

4.2.	Влияние межэлектродной среды на электроэрозионное упрочнение.....	377
4.3.	Контроль и управление электроэрозионным упрочнением	383
4.3.1.	Сущность способа акустического контроля качества обрабатываемой поверхности	383
4.3.2.	Определение частот, на которых необходимо проводить контроль качества	388
4.3.3.	Проведение экспериментов	390
4.4.	Определение термического сопротивления покрытий	392
4.4.1.	Определение теплофизических свойств тел по методу оболочки.....	392
4.4.2.	Определение теплофизических свойств тел по методу баланса тепла.....	396
4.4.3.	Схема и описание установки ОТСМ-1 для определения теплофизических свойств материалов.....	399
4.4.4.	Методика измерений и обработка экспериментальных данных	400
4.4.5.	Результаты исследования теплофизических свойств стальных образцов	402
4.4.6.	Расчет теплового сопротивления износостойкого покрытия	405
4.5.	Механизация электроэрозионного упрочнения сложно-профильных поверхностей.....	407
Глава 5.	Математическое моделирование и оптимизация в задачах организационно-технологического проектирования производственных систем	415
5.1.	Сетевое многоуровневое представление организационно-технологических структур производственных систем	415
5.2.	Многоуровневое представление организационно-технологической структуры ГПС.....	422
5.3.	Динамическая модель технологического процесса на основе семантической сети.....	431
5.4.	Выбор механизма системного времени при имитационном моделировании ГПС в режиме реального времени	439
5.5.	Формальное представление организационно-технологической структуры производственной системы	443
5.6.	Структура организационно-технического обеспечения системы моделирования ГПС.....	457
	Список литературы.....	462
	Приложения.....	485

Научное издание

**Физико-математическая теория процессов обработки
материалов и технологии машиностроения**

В десяти томах под общей редакцией
Ф.В. Новикова и А.В. Якимова

Том 8

Оптимизация технологических процессов в машиностроении

Монография

Авторы: **Новиков Федор Васильевич**
Якимов Александр Васильевич
Новиков Григорий Васильевич
Якимов Алексей Александрович
Ларшин Василий Петрович
Кривошапка Юрий Николаевич
Проволоцкий Александр Евдокимович
Ясев Александр Георгиевич
Лапшин Сергей Павлович
Малыхин Виталий Викторович
Шелковой Александр Николаевич

Ответственный за выпуск **Новиков Ф.В.**

Редактор **Лучнева Т.И.**

Корректор **Мищенко Н.В.**

ISBN 966 – 7810 – 33 – X

ISBN 966 – 7810 – 62 – 3

Подписано к печати 26.07.2004. Формат 60 84/16.

Бумага белая. Печать – ризография. 31,8 усл. печ. л. 26,5 уч.– изд. л.

Тираж 500 экз. Заказ № 1722. Цена договорная.

Одесский Национальный политехнический университет
г. Одесса, проспект Шевченко, 1

Издательство Курсор, г. Харьков, пр. Театральный, 11/13

Отпечатано в типографии завода «ФЭД»
г. Харьков, ул. Сумская, 132