

**ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКАЯ  
ТЕОРИЯ ПРОЦЕССОВ ОБРАБОТКИ  
МАТЕРИАЛОВ И ТЕХНОЛОГИИ  
МАШИНОСТРОЕНИЯ**

*В десяти томах  
под общей редакцией  
Ф.В. Новикова и А.В. Якимова*

**Том 6**  
**Качество обработки  
деталей машин**

**Одесса 2003**

УДК 621. 963

ББК 30.61

Н 73

Рецензенты: докт. техн. наук, проф., зав. кафедрой Одесского Национального политехнического университета Усов А.В.

докт. техн. наук, проф., зав. кафедрой Национальной Металлургической Академии Украины Проволоцкий А.Е.

докт. техн. наук, проф. Национального технического университета «ХПИ» Сизый Ю.А.

**Рекомендовано к печати Ученым советом Одесского Национального политехнического университета.**

Протокол № 10 от 26 апреля 2002 г.

Авторский коллектив: **Новиков Ф. В.**, д.т.н. – введение, часть 1: гл. 2, 3, 4; часть 2: гл.4; **Якимов А. В.**, д.т.н., проф. – часть 2: гл.4; **Новиков Г.В.**, к.т.н. – часть 1: гл.4; **Якимов А. А.**, к.т.н., доц. – часть 2: гл.1, 2, 3, 4; **Ларшин В.П.**, д.т.н., проф. – часть 2: гл.5; **Лавриненко В.И.**, д.т.н. – часть 1: гл.5; **Новоселов Ю.К.**, д.т.н., проф. – часть 1: гл.6; **Каинов Д.А.**, к.т.н., доц. – часть 1: гл.6; **Коломиец В.В.**, д.т.н., проф. – часть 1: гл.7; **Кривошапка Ю.Н.**, к.э.н. – часть 1: гл.7; **Дудко П.Д.**, к.т.н., проф. – часть 3; **Шкурупий В.Г.** – часть 1: гл.1; **Браташевский А.Ю.**, к.т.н., доц. – часть 3; **Ткаченко В.П.** – часть 1: гл.3; **Гуцаленко Ю.Г.** – часть 1: гл.4.

**Н 73 Физико-математическая теория процессов обработки материалов и технологии машиностроения / Под общей редакцией Ф.В. Новикова и А.В. Якимова. В десяти томах. – Т. 6. “Качество обработки деталей машин”. – Одесса: ОНПУ, 2003. – 716 с.**

Приведены результаты исследований параметров качества обработки деталей машин. Определены основные пути повышения качества обработки, даны практические рекомендации.

Для специалистов машиностроительных предприятий, преподавателей и студентов высших учебных заведений.

Ил. 271, табл. 93, библиогр. 316 наим.

Приведено результати досліджень параметрів якості обробки деталей машин. Визначено основні шляхи підвищення якості обробки, дані практичні рекомендації.

Для фахівців машинобудівних підприємств, викладачів і студентів вищих навчальних закладів.

Іл. 271, табл. 93, бібліогр. 316 найм.

**ББК 30.61**

ISBN 966 – 7810 – 33 – X

ISBN 966 – 7810 – 47 – X

© Новиков Ф.В.

Якимов А.В.

Новиков Г.В. и др.

2003

## ВВЕДЕНИЕ

Обеспечение высокого качества обработки деталей является одним из основных условий повышения надежности создаваемых машин. Поэтому решению задач качества обработки подчинены все разрабатываемые технологические процессы механической и физико-технической обработки.

На практике существуют два подхода к решению задач качества обработки. Первый состоит в обеспечении чрезвычайно высоких показателей качества обработки, граничащих с предельными, без учета ограничений по производительности, технологической себестоимости и других технико-экономических параметров обработки. При этом главное – добиться требуемых высоких показателей качества. Второй подход состоит в обеспечении заданных параметров качества при максимально возможной производительности и минимальной технологической себестоимости обработки. Как видим, второй подход предполагает решение оптимизационных задач, рассматривая в качестве целевых функций производительность и технологическую себестоимость обработки, а в качестве технических ограничений – параметры качества. Возможны случаи, когда в качестве целевых функций рассматриваются параметры качества обработки, а в качестве ограничений - производительность и технологическая себестоимость обработки. Следовательно, задачи обеспечения заданных параметров качества обработки – это прежде всего оптимизационные задачи, связанные как с обеспечением параметров качества, так и обеспечением производительности и технологической себестоимости.

В настоящее время накоплен большой опыт решения данных задач. Экспериментальным путем определены технологические возможности различных методов обработки с точки зрения достижения показателей качества. Эмпирически увязаны параметры качества с производительностью, технологической себестоимостью и другими технико-экономическими параметрами обработки. Разработаны методики структурно-параметрической оптимизации технологических процессов, в которых параметры качества обработки выступают в роли целевых функций или технических ограничений. Поэтому именно с позиции взаимосвязи параметров качества с производительностью и экономическими показателями обработки рассмотрены в настоящей работе вопросы качества обработки. Основное внимание уделено анализу параметров качества обработки на основе разработанных

аналитических моделей. Учитывая то, что параметры качества обрабатываемых поверхностей формируются, как правило, на финишных операциях абразивной и алмазно-абразивной обработки, в работе достаточно глубоко освещены вопросы качества обработки при шлифовании. Большое внимание уделено алмазному шлифованию, в особенности алмазному электроэрозионному шлифованию и шлифованию алмазными кругами на металлических связках с применением электроэрозионной правки. Эти процессы позволяют обеспечить высокие показатели качества и производительности обработки.

Работа состоит из трех частей, которые включают: теоретические основы формирования параметров микрогеометрии обрабатываемых поверхностей, теоретические основы формирования параметров качества обработки под воздействием температурного фактора и основы доводки металлов свободным абразивом.

В первой части дана общая характеристика параметров качества обработки. Приведены различные аналитические подходы к расчету и анализу параметров шероховатости обработки при резании абразивными и лезвийными инструментами, в том числе инструментами из синтетических сверхтвердых материалов. Показана связь шероховатости с производительностью и другими технико-экономическими показателями абразивной и алмазно-абразивной обработки. Определены оптимальные условия обработки, обеспечивающей требуемые параметры качества.

Во второй части теоретически обоснованы основные пути устранения температурных дефектов обработки. Показаны возможности снижения температуры шлифования за счет применения прерывистых кругов. Приведены методы расчета температурных полей при шлифовании и оптимизации параметров шлифования по температурному критерию.

В третьей части рассмотрены физические и технологические закономерности процесса съема материала и формообразования поверхностей при доводке металлов свободным абразивом, даны практические рекомендации.

Издание подготовлено в рамках Международной научно-технической конференции “Физические и компьютерные технологии в народном хозяйстве”, проводимой в г. Харькове на базе Харьковского машиностроительного завода “ФЭД” два раза в год.



# ЧАСТЬ 1

## ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ФОРМИРОВАНИЯ ПАРАМЕТРОВ МИКРОГЕОМЕТРИИ ОБРАБАТЫВАЕМЫХ ПОВЕРХНОСТЕЙ

### ГЛАВА 1

#### ПАРАМЕТРЫ КАЧЕСТВА ОБРАБОТКИ

##### 1.1. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ

Каждое изделие, поставляемое в условиях жесткой конкуренции на внутренний и, в особенности на внешний рынок, должно обладать новым уровнем свойств и отвечать все возрастающим требованиям, предъявляемым потенциальным потребителем к функциональным, экологическим и эстетическим свойствам.

Эти тенденции повышения требований потребителей к качеству изделий нашли свое отражение в международных стандартах серии ISO – 9000. Получение такого уровня изделий все больше связывают с нетрадиционными конструкциями и технологическими решениями, реализация которых не всегда возможна на основе использования технологии, оборудования, оснастки общего назначения и т.д., т.е. на основе всего того, что составляет суть традиционных технологий.

Формирование существующих систем технологий предприятий, производственных объединений, отраслей промышленных произ-

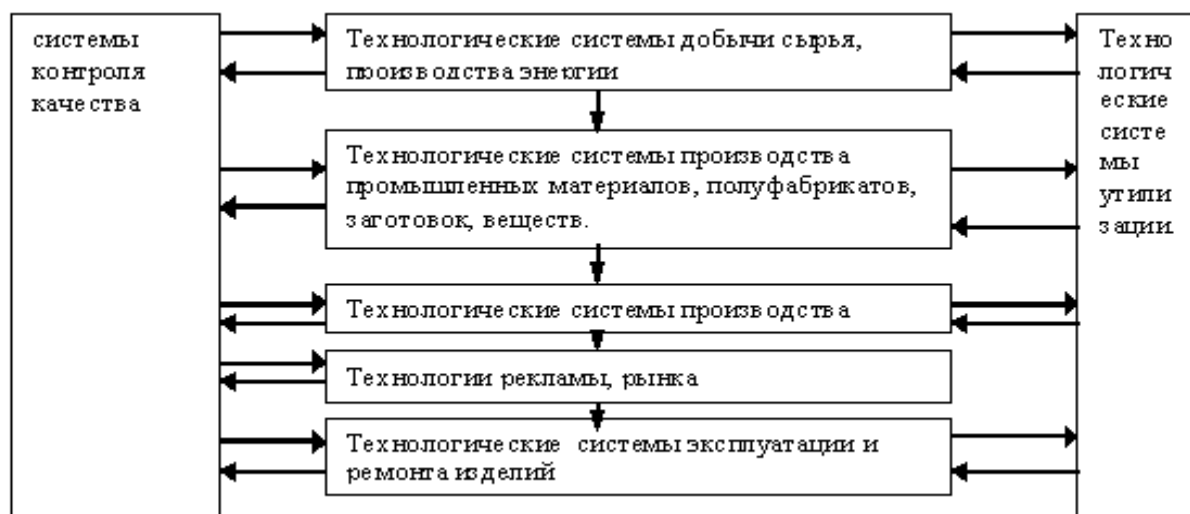


Рис. 1.1. Схема взаимосвязи и развития технологий в промышленном производстве изделий.

водств осуществлялось в процессе развития научно – технического прогресса. Взаимосвязь сформированных технологических систем в промышленном производстве изделий можно представить в виде схемы, рис.1.1. Как видим, проблема качества обработки материалов затрагивает все стадии жизненного цикла изделий. Необходимо контролировать сырье, материалы, полуфабрикаты, заготовки, изделия. Основное внимание мы будем уделять обработке поверхностей деталей.

На поверхностях деталей всегда имеются неровности, образовавшиеся при обработке заготовки. Структура, фазовый и химический состав материала детали у поверхности чаще всего будут изменены по отношению к сердцевине в результате внешних и внутренних силовых воздействий. В материале детали возникают остаточные напряжения. Качество поверхности деталей машин определяется совокупностью характеристик шероховатости и волнистости, физико-механических и химических свойств, микроструктуры поверхностного слоя.

Слой материала у поверхности детали с измененными, по сравнению с основным металлом, структурой, фазовым и химическим составом называют *поверхностным слоем*. Внешняя поверхность слоя граничит с окружающей средой, внутренняя поверхность границы раздела - с основным материалом детали.

Формирующиеся на поверхности детали неровности, структура, фазовый и химический состав поверхностного слоя определяют, в основном,

физико-химические и эксплуатационные свойства деталей.

Таким образом, под *качеством поверхности* понимают состояние поверхностного слоя как результат воздействия на него одного или последовательного комплекса технологических методов. Оно характеризуется шероховатостью, волнистостью, а также физико-химическим состоянием поверхностного слоя.

*Шероховатостью* (микрорегеометрией) поверхности

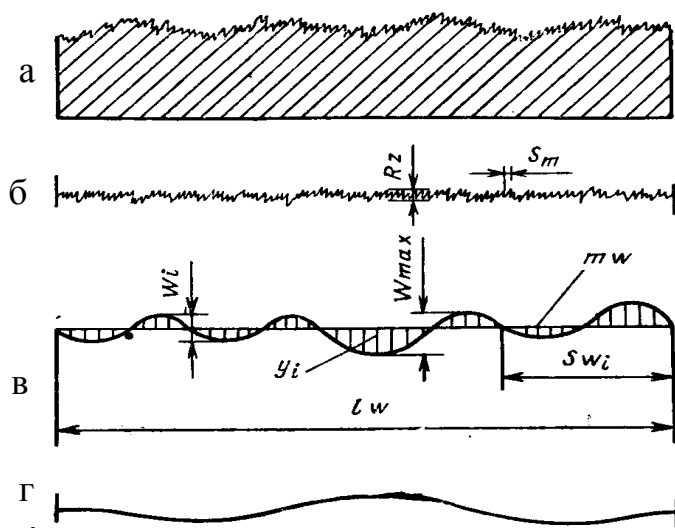


Рис. 1.2. Отклонения формы и расположения, волнистость и шероховатость поверхности: а - профиль поверхности; б - ее шероховатость; в - волнистость; г - отклонения формы и расположения поверхностей.

называется совокупность неровностей с относительно малыми шагами, образующих рельеф поверхности детали и рассматриваемых на определенной длине.

Под *волнистостью* поверхности понимают совокупность периодически чередующихся неровностей с относительно большим шагом, превышающим принимаемую при измерении шероховатости базовую длину. Волнистость занимает промежуточное положение между шероховатостью и погрешностями формы (макрогеометрией) поверхности. Критерием для разграничения шероховатости и волнистости служит величина отношения шага к высоте неровностей. Для шероховатости (рис. 1.2, а)  $\frac{L}{H} < 50$ ; для волнистости  $\frac{L}{H} = 50 - 1000$ ; для макрогеометрии  $\frac{L}{H} > 1000$ .

При оценке шероховатости во внимание принимается не только высота и форма микронеровностей, но также характер расположения штрихов от режущего инструмента на обработанной поверхности детали. Форма микронеровностей влияет на несущую поверхность, определяющую износ и контактную деформацию сопряженных деталей. При островершинных неровностях несущая поверхность мала; при плосковершинных неровностях - возрастает (рис.1.2, а, в). Однако, наличие глубоких впадин (микротрещин) нарушает однородность поверхностного слоя, снижая усталостную прочность детали. Направление штрихов от предшествующей обработки следует оценивать с учетом совместного контакта сопряженных деталей (при неподвижных соединениях) и направления движения деталей в подвижных соединениях. Различают шероховатость *поперечную*, измеренную в направлении движения подачи, и *продольную*, измеренную в направлении главного движения резания. Шероховатость и волнистость поверхности взаимосвязаны с точностью размеров. Высокой точности всегда отвечают малые шероховатость и волнистость поверхности. Это определяется условиями работы сопряженных деталей и необходимостью получения надежных результатов измерения.

Физико-механические свойства поверхностного слоя характеризуются его твердостью, структурными и фазовыми превращениями, величиной, знаком и глубиной распространения остаточных напряжений, деформацией кристаллической решетки материала. При применении химико-термических методов обработки происходят также изменения химического состава материала поверхностного слоя.

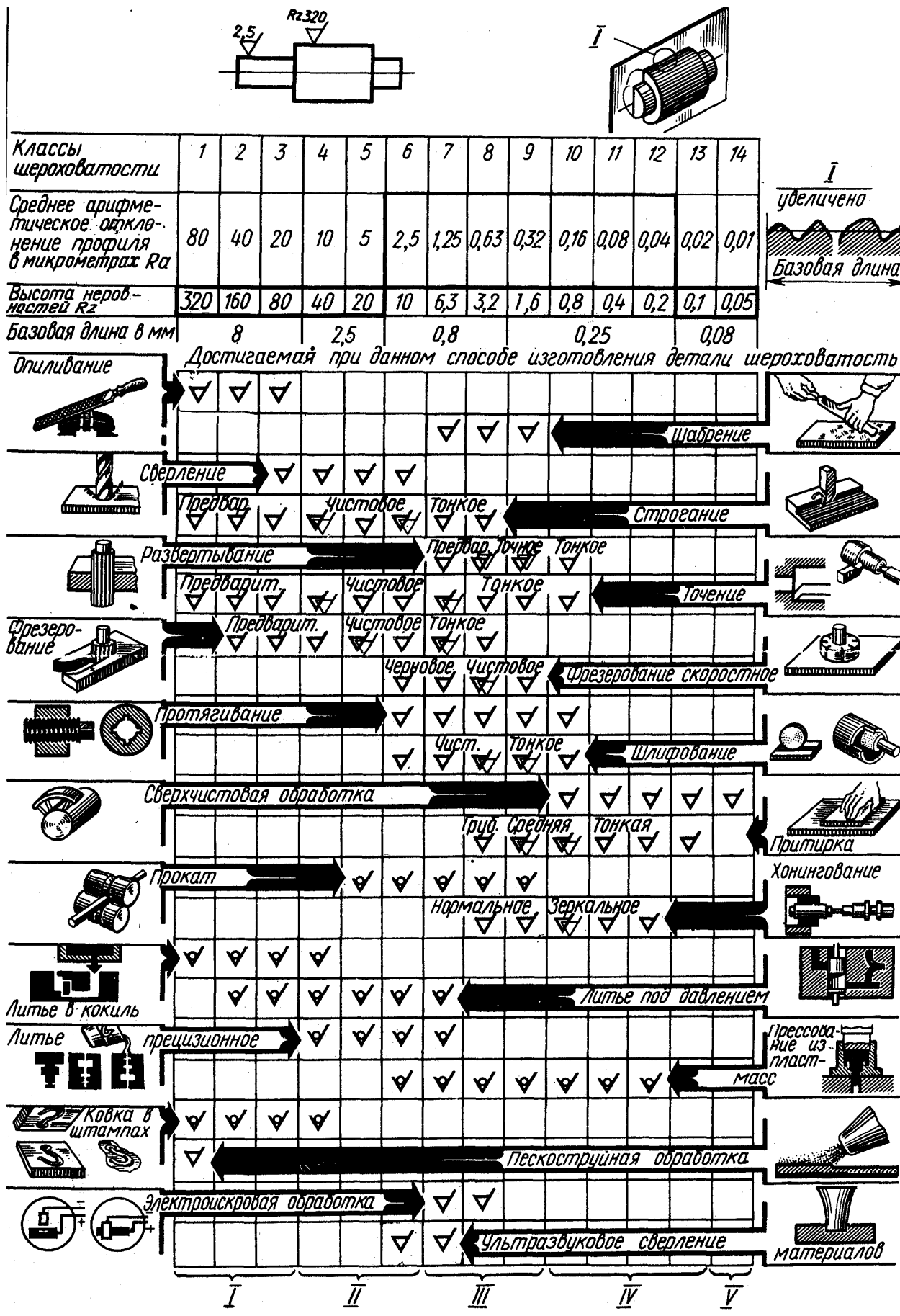


Рис. 1.3. Шероховатость поверхности после обработки.

У готовой детали качество обработанных поверхностей, в основном, формируется при окончательной обработке; предшествующая обработка, а также заготовительные процессы оказывают определенное влияние на качество поверхности готовой детали в силу так называемого технологического наследования исходных свойств заготовки на различных этапах ее обработки. Необработанные поверхности сохраняют характеристики качества, возникшие в процессе получения заготовки.

Достижение необходимого качества поверхностей деталей машин и поддержание его на заданном уровне в производственных условиях является задачей построения всего технологического процесса.

В процессе эксплуатации машин качество поверхностей их деталей изменяется. По ряду показателей (износ, образование и развитие микротрещин, задиры, коррозионное и эрозионное разрушение, питтинг и др.) качество поверхности ухудшается. Поэтому важно обеспечить (конструктивно и технологически) не только требуемое качество поверхностей деталей машин в процессе их производства, но и сохранение постоянства заданного качества поверхности на длительный срок эксплуатации машин.

Достижимая при различных способах обработки металлов шероховатость поверхности представлена на рис. 1.3.

## **1.2. ТЕХНОЛОГИЧЕСКАЯ КЛАССИФИКАЦИЯ ХАРАКТЕРНЫХ ДЕТАЛЕЙ**

Технологический процесс изготовления детали зависит не только от конструктивного оформления и заданных физико-механических свойств, но и от внешней характеристики, то есть от формы, размеров, точности, качества обработки поверхностей полуфабриката или заготовки.

Основной целью технологической классификации деталей является снижение трудоемкости и сокращение сроков технологической подготовки производства.

Конструкторско-технологическое подобие деталей определяется совокупностью признаков.

При классификации деталей по конструктивным характеристикам берут за основу следующие основные признаки: геометрическую

форму; функциональный, параметрический и конструктивный признаки; служебное назначение, наименование.

В соответствии с ЕСКД на все детали машиностроения и приборостроения установлены шесть классов: 71, 72, 73, 74, 75, 76.

Основным признаком деления (кроме класса 76) является геометрическая форма. Классы деталей содержат следующую номенклатуру:

класс 71 - тела вращения типа колец, дисков, шкивов, блоков, стержней, втулок, стаканов, колонок, валов, штоков и др. В этом классе детали - тела вращения, которые делятся на три диапазона по соотношению длины детали к наибольшему наружному диаметру  $D$ : с  $L \leq 0,5D$ ; с  $0,5D < L < 2D$  и с  $L > 2D$ .

Параметрический признак, характеризующий отношение  $L/D$ , позволяет детали типа дисков, колец, фланцев, шкивов отделить от деталей типа втулок, стаканов, пальцев и деталей типа валов, шпинделей, осей, штоков и т. п.;

класс 72 - тела вращения: с элементами зубчатого зацепления; трубы, шланги, сегменты и т. п.; изогнутые из листов, полос и лент; аэрогидродинамические, корпусные, опорные; емкостные и подшипников;

класс 73 - не тела вращения: корпусные, опорные, емкостные;

класс 74 - не тела вращения: плоскостные, рычажные, грузовые, тяговые, аэрогидродинамические; изогнутые из листов, полос, лент; профильные и т. п.;

класс 75 - тела вращения и (или) не тела вращения: кулачковые, карданные; с элементами зацепления, арматура; санитарно-технические, пружинные, ручки, крепежные и др.;

класс 76 - детали технологической оснастки, выполняющие самостоятельные функции (сверла, метчики, пластины режущие, матрицы, пуансоны и т. д.).

Представители деталей данных классов приведены на рис. 1.4.

Технологическая классификация деталей машиностроения и приборостроения при неизменных основных принципах ее построения охватывает детали всех отраслей промышленности основного и вспомогательного производства и является логическим продолжением и дополнением перечисленных выше классов деталей классификатора ЕСКД [253].

В основу технологической классификации положены следующие основные признаки классификации деталей: размерная характе-

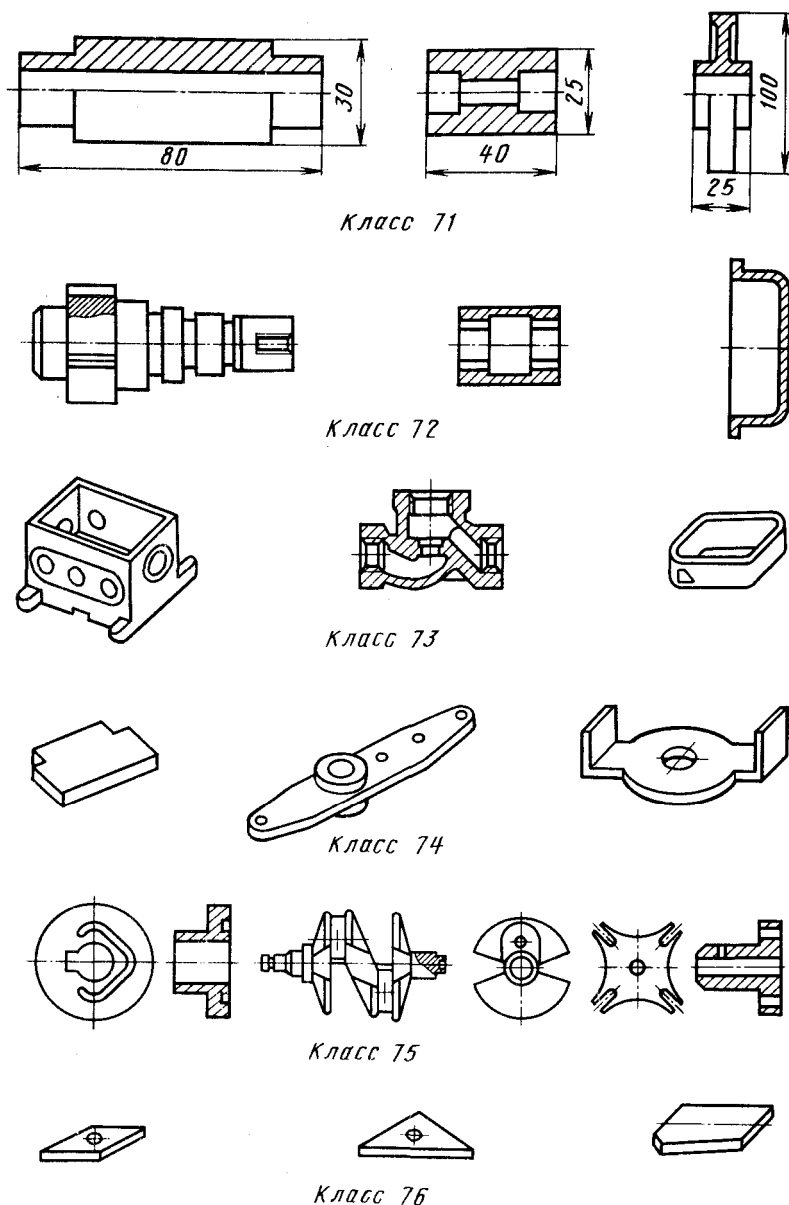


Рис 1.4. Представители классов деталей по технологическому классификатору.

ристика, группа материалов, вид деталей по технологическому методу изготовления, вид исходной заготовки, качество, параметр шероховатости, технологические требования, характеристика термической обработки, толщина покрытия, поверхность покрытия, характеристика толщины, площадь формирования, дополнительная характеристика, характеристика массы и др.

Технологический классификатор [253] составлен (по целому ряду видов деталей) по методу изготовле-

ния, кодированных в следующем порядке: 1 - детали, изготавливаемые литьем; 2 - детали, изготавливаемые ковкой и объемной штамповкой; 3 - детали, получаемые листовой штамповкой; 4-детали, обрабатываемые резанием; 5 - детали, подвергаемые термической обработке; 6 - детали, изготавливаемые формованием из полимерных материалов и резины; 7 - детали с покрытием; 8 - детали, подвергаемые электро - физико-химической обработке; 9 - детали, изготавливаемые порошковой металлургией.

Коды деталей по технологическому классификатору вместе с кодами деталей по классификатору ЕСКД являются исходной информацией, которая используется предприятиями на стадиях кон-

структорской и технологической подготовки производства.

Детали кодируют буквенно-цифровым алфавитом кода. В структуре технологического кода деталей за каждым признаком закрепляют определенные разряд (позицию) и число знаков. Система буквенно-цифрового кодирования, как правило, однозначная. Она включает цифры от 0 до 9 и прописные буквы русского алфавита от А до Я, кроме буквы З.

Технологическое кодовое обозначение детали имеет длину - четырнадцать знаков. Это кодовое обозначение состоит из двух частей: кодового обозначения классификационных группировок основных признаков (постоянная часть) - шесть знаков - и кодового обозначения, характеризующего вид детали по методу ее изготовления, - восемь знаков.

Цифры 1, 2 и т. д. во всех схемах обозначают номера позиций технологического кода.

К основным признакам технологической классификации деталей относятся размерная характеристика, группа материалов и вид детали в зависимости от метода ее изготовления.

Технологический классификатор детали используют в системе подготовки производства и управления.

Технологическая классификация создает предпосылки для решения следующих основных задач: анализа номенклатуры деталей по их конструкторско-технологическим характеристикам; группирования деталей по конструкторско-технологическому подобию для разработки типовых и групповых технологических процессов; повышения серийности и концентрации производства деталей; тематического поиска и заимствования ранее разработанных типовых и групповых технологических процессов. Таким образом, качество обработки поверхностей полуфабрикатов, заготовок, деталей, а в целом и изготовления изделий закладывается при проектировании.

В основе любого технологического процесса изготовления детали лежит определенный процесс формообразования, который является следствием необходимого и целесообразного устранения различия между свойствами заданной чертежом детали и свойствами избранных полуфабриката или специальной заготовки.

Итак, многочисленные и разные по свойствам детали машин так же, как и полуфабрикаты, и специальные заготовки, имеют взаимные связи - общие признаки, которые в основном и определяют технологический процесс. Общими признаками, которые связывают



полуфабрикат или заготовку с деталью и определяют важнейший элемент технологического процесса изготовления детали - процесс формообразования, есть такие:

- соответствие формы и размеров полуфабриката или заготовки форме и размерам детали;
- соответствие параметров шероховатости основных необрабатываемых поверхностей полуфабриката или заготовки параметрам шероховатости основных поверхностей детали.

Эти общие признаки технологический классификатор не учитывает, однако они будут оказывать существенное влияние на качество обработки поверхностей деталей.

Детали, а также полуфабрикаты и заготовки, что к ним относятся, можно поделить на пять групп.

*К первой группе* можно отнести детали, которые изготавливают из стандартного сортамента полуфабрикатов, параметры шероховатости основных (необрабатываемых) поверхностей которого отвечают параметрам шероховатости основных поверхностей детали.

Геометрические параметры полуфабриката в этом случае не отвечают по форме и размерами заданным сечениям детали. Технологические процессы изготовления деталей этой группы обычно включают процессы раскроя полуфабриката на заготовки. В силу того, что детали по форме не вписываются у заготовки, основным процессом их формообразования есть деформирование, в частности процессы холодного деформирования - гнутье, вытяжки, обтяжки с растяжением.

*Ко второй группе* можно отнести детали, которые изготавливают как из стандартного сортамента полуфабриката, так и из специальных заготовок. Полуфабрикаты и заготовки для деталей не полностью отвечают данным чертежа детали по форме и габаритным размерам. При изготовлении деталей из стандартного полуфабриката в технологический процесс часто входит и изготовление заготовки. Детали полностью вписываются у заготовки, поэтому основным процессом их формообразования является удаление избыточного материала из всех поверхностей заготовки.

*К третьей группе* можно отнести детали, которые изготавливают из стандартного полуфабриката. Полуфабрикаты или заготовки из них отвечают деталям лишь за параметрами шероховатости основных поверхностей и не отвечают за другими геометрическими параметрами.

В технологический процесс изготовления таких деталей, как правило, входят процессы раскроя полуфабриката на заготовки.

Детали третьего класса не вписываются у заготовки по форме и габаритным размерам, но вписываются по форме и размерам сечений. Поэтому для их формообразования применяют как удаление избыточного материала, так и деформирование. Необходимо отметить, что процессы формообразования – удаления избыточного материала и деформирование – могут меняться местами. Если, например, избыточный материал удаляется механическим фрезерованием, то деформирование, как правило, выполняют за ним. Если же удаление избыточного материала осуществляют размерным травлением, то деформирование обычно предшествует ему.

*К четвертой группе* можно отнести детали, которые изготавливают из специальных точных заготовок, выполненных штамповкой вместе с калибровкой, чеканкой, штамповкой из жидкого металла, точным литьем, горячим или холодным прессованием.

Геометрические параметры таких заготовок не полностью отвечают геометрическим параметрам деталей по габаритным размерам и сечениям. Все другие геометрические параметры заготовки отвечают заданным параметрам детали. Поэтому в технологическом процессе изготовления деталей из таких заготовок формообразование присутствует только в заготовительной стадии. Основные поверхности заготовки не обрабатывают. Остаются лишь процессы доводки габаритных размеров и размеров некоторых сечений.

*К пятой группе* можно отнести детали, которые изготавливают из пластмасс, керамики и металлокерамики компрессионным прессованием и литьем или литьем под давлением, прессованием с последующей термообработкой. Для изготовления деталей применяют процессы формообразования, которые, по сути, устраняют всякую последующую обработку, если не считать, что в отдельных случаях снимается облой.

Предполагая, что и для таких деталей вначале изготавливаются заготовки, можно утверждать, что их геометрические параметры полностью отвечают геометрическим параметрам детали. Итак, технологический процесс изготовления заготовки будет представлять собой технологический процесс изготовления детали. Характерная особенность деталей состоит в том, что их изготавливают непосредственно из исходных материалов – компонентов, минуя промежуточный процесс изготовления полуфабрикатов или заготовок. Таким образом,

технологический процесс изготовления таких деталей составляет кратчайший путь преобразования исходного материала в готовую деталь.

Устанавливая зависимость геометрических параметров полуфабриката или заготовки от заданных геометрических параметров детали, мы определяем и основной процесс формообразования деталей. Процесс формообразования диктует характер подготовительных и завершающих операций.

Зная технические условия на изготовление заданной детали (материал, механические свойства, форму, размеры, точность и шероховатость поверхностей), можно представить общую схему технологического процесса изготовления детали.

*Для деталей первой группы характерны процессы изготовления деталей из листа, профилированных плит, профилей и тонкостенных труб.* В общем случае можно выделить следующие процессы:

1. Подготовительные – расконсервации и раскрой полуфабриката на заготовки, зачистки кромок, термической обработки и правки заготовки.
2. Деформирования - гнутьем, обтяжкой или вытяжкой.
3. Завершающие – обрезание припусков, устранение местных дефектов, сверление и вырезание отверстий, термической обработки – закалки (для деталей из сталей) и нанесение покрытий с целью защиты от коррозии.

Основным процессом получения формы, размеров и точности необрабатываемых в дальнейшем поверхностей любой детали первой группы есть деформирование.

Очевидно, результирующая погрешность детали будет состоять из операционных погрешностей.

*Для деталей второй группы характерны процессы изготовления деталей из прутков, толстостенных труб, поковок, штамповок и отливок.* В общем случае можно выделить следующие процессы:

1. Подготовительные – раскрой полуфабриката на заготовки или расконсервации - очистки специальных заготовок и термической обработки – отжиг или закалка.
2. Формообразование - удаление избыточного материала с поверхностей заготовки.
3. Завершающие, то есть доводки детали: шлифование, полирование поверхностей, нанесение покрытий и др.

Основным процессом формообразования – получения формы,

размеров и точности поверхностей любой детали второй группы есть процесс удаления избыточного материала.

Все многочисленные и разнообразные процессы удаления избыточного материала в зависимости от способов образования поверхностей и закрепления заготовки и инструмента на подвижных частях оборудования можно поделить на три группы:

1. Процессы, которые изменяют форму, размеры, точность и шероховатость поверхностей заготовок и определяют положение этих поверхностей относительно конструкторской базы. Для этих процессов характерно жесткое закрепление заготовки и инструмента к соответствующим частям оборудования. К таким процессам относятся точение, сверление, фрезерование, шлифование плоское и круглое в центрах и патронах и т.п. При этом точность обработки определяется настройкой и жесткостью системы «станок - устройство - деталь - инструмент».

2. Процессы, которые изменяют форму, размеры, точность и шероховатость поверхностей заготовки, но не определяют ее положения относительно конструкторской базы. Для этих процессов характерно плавающее крепление заготовки или инструмента к соответствующим частям оборудования. Например, бесцентровое шлифование, резбонакатывание, протягивание поверхностей заготовки, установленной на опорной плите и др. К процессам с плавающим креплением инструмента могут быть отнесены хонингование, зенкерование, развертывание, нарезание резьбы плашками и метчиками и др. В технологической последовательности процессы второй группы обычно идут за процессами первой группы. Точность процессов второй группы определяется точностью процессов первой группы.

3. Процессы, которые изменяют только степень шероховатости поверхностей заготовки. Для них также характерно или плавающее крепление детали, например, ручное (механическое) полирование поверхностей эластичными кругами, или плавающее крепление инструмента, например, суперфиниширование, обработка поверхностей роликами, полирование поверхностей широкой абразивной лентой и др. Процессы третьей группы обеспечивают наименьшие значения параметров шероховатости поверхностей и обычно выполняются после процессов первой и второй групп.

*Для деталей третьей группы характерны процессы изготовления деталей из листов, плоских плит и лент.*

Детали этой группы в основном изготавливаются из легких спла-

вов, упрочняемых и не упрочняемых термической обработкой. Технологический процесс изготовления детали составляется из подготовительных, формообразующих и завершающих процессов.

Подготовительные процессы – расконсервация и раскрой полуфабриката на заготовки и в некоторых случаях - термической обработки - закалки.

Формообразующие процессы - удаление избыточного материала из отдельных поверхностей заготовки и деформирования гнутьем или обтягиванием.

Завершающие процессы - доводка отдельных поверхностей, полирование и нанесение покрытий.

Основными процессами формообразования – получения форм, размеров и точности поверхностей любой детали третьего класса – являются удаление избыточного материала и деформирование. При этом последовательность выполнения этих процессов зависит от того, какой процесс удаления избыточного материала (механическое фрезерование или размерное травление) будет использован как процесс формообразования.

*Для деталей четвертой группы характерны процессы изготовления деталей из точных штамповок, отливок и заготовок, которые прессовались. В общем случае можно выделить следующие процессы:*

- подготовительные – расконсервация и очистка поверхностей заготовки и закалка для укрепляемых термообработкой металлов и сплавов с  $\sigma_g < 90$  МПа.
- завершающие - обработка отдельных поверхностей точением, сверлением, фрезерованием и другими способами удаления избыточного материала, закалка для металлов и сплавов с  $\sigma_g > 90$  МПа, шлифование, полирование и нанесение покрытий.

Основной процесс формообразования в технологических процессах изготовления деталей этой группы отсутствует, так как главные поверхности специальной заготовки, которые образуют форму детали, не обрабатываются.

### **1.3. НАЗНАЧЕНИЕ КРИТЕРИЕВ ДЛЯ ОЦЕНКИ КАЧЕСТВА ОБРАБОТКИ МАТЕРИАЛОВ. ОБЛАСТЬ ПРИМЕНЕНИЯ**

Одной из важных задач является управление неровностями поверхности как фактором, влияющим на качество продукции. Под ка-

чеством продукции понимают совокупность свойств продукции, обуславливающих ее пригодность удовлетворять определенные потребности в соответствии с ее назначением. К числу таких свойств, называемых эксплуатационными, принадлежат выносливость, износостойкость, коррозионная стойкость, жесткость, точность, статическая и динамическая непроницаемость, эстетичность и др.

Эти свойства количественно оценивают с помощью эксплуатационных показателей, таких, как предел выносливости, интенсивность износа, коррозионные потери, податливость, предельная погрешность и др.

Эксплуатационные показатели физически связаны с определенными конструктивными и технологическими параметрами, называемыми обычно функциональными параметрами. К функциональным параметрам относятся параметры качества применяемых материалов, параметры механических свойств поверхностного слоя деталей, геометрические параметры точности и качества изготовления. К числу последних относятся, в частности, параметры неровностей поверхности деталей изделия.

Важнейшая народнохозяйственная проблема управления эффективностью и качеством промышленной продукции может осуществляться путем управления эксплуатационными показателями через функциональные параметры. Необходимо раскрыть механизмы воздействия функциональных параметров на эксплуатационные показатели, нормировать параметры, которые обеспечивали бы достижение заданных уровней эксплуатационных показателей. Сюда относится, в частности, задача выявления механизма связи эксплуатационных показателей с параметрами неровностей поверхности и другими размерными параметрами деталей изделия. Без выявления механизма такой связи, ее количественного, функционального выражения, естественно, невозможно не только расчетное обоснование требований к параметрам неровностей поверхности, но и направленное технологическое воздействие на поверхности с целью получения заданных уровней физически обоснованных параметров неровностей.

С другой стороны, для управления качеством продукции по показателям, зависящим от качества поверхности, необходимо раскрыть механизмы формирования неровностей поверхности (деталей изделия) в зависимости от свойств обрабатываемого материала, вида обработки, параметров оборудования, инструмента, режимов обработки и других конструктивных и технологических факторов. Очевидно,

что это необходимо для проверки расчетным путем реальности задаваемого уровня требований к неровностям поверхности и степени обеспеченности его на производстве.

Таким образом, изучение связей неровности поверхности с эксплуатационными показателями и технологическими факторами является фактором научно обоснованного планирования показателей качества.

Единая система государственного управления качеством выпускаемой продукции представляет собой комплекс мероприятий, систематически осуществляемых на предприятиях, в научно-исследовательских и проектно-конструкторских организациях, в министерствах, ведомствах, в планирующих и других органах управления народным хозяйством, направленных на достижение оптимального качества продукции на всех стадиях создания и потребления. Для обеспечения качества продукции в международной практике применяются стандарты серии ISO 9000, изданные Комитетом Международной Организации Стандартов (ISO) в 1987 году.

В процессе практического использования стандартов они совершенствуются и переиздаются. С 1994 года переизданы такие стандарты:

ISO-9000 - Стандарты по общему руководству качеством и обеспечению качества;

ISO-9001 - Системы качества. Модель для обеспечения качества при проектировании, разработке, производстве, монтаже и обслуживании;

ISO-9002 - Системы качества. Модель для обеспечения качества при производстве, монтаже и обслуживании;

ISO-9003 - Системы качества. Модель для обеспечения качества при контроле готовой продукции на заключительных испытаниях;

ISO-9004 - Элементы системы качества и управления качеством.

Нормативы.

ISO ввело стандарт ISO-9004-2 для обеспечения руководства в сфере обслуживания и ISO-9003-3 для руководства в сфере программного обеспечения.

Для обеспечения внутреннего аудита качества создан стандарт ISO-1001-1, включающий в себя 3 части:

Часть 1. Проведение аудита.

Часть 2. Квалификационные критерии для аудиторов систем качества.

### Часть 3. Управление программами аудита.

При заключении контракта о поставках продукции потребитель проверяет наличие системы качества в соответствии со стандартами ISO-9000, ISO-9004. На Украине эти стандарты получили статус национальных с обозначением Д.СТУ ISO-9000-96 - ДСТУ ISO-9004-95.

Системное управление качеством в современных условиях является основным способом создания конкурентоспособной продукции. Только тот товар, который создается в расчете на определенного покупателя оказывается конкурентоспособным. Управлять качеством, работать на потребителя можно тогда, когда система качества создается на базе исследования рынка. Поэтому «петля качества» согласно стандарту ISO-9000 начинается с маркетинга.

В настоящее время предприятия, отвечающие за формирование и поддержание качества продукции, осуществляют сертификацию своих систем управления качеством в соответствии с ISO 9000:2000, ISO 9001:2000 и ДСТУ ISO 9000-2-96, ДСТУ ISO 9001:2001, ДСТУ ISO 9004:2001 и др.

В формировании и поддержании качества продукции качество поверхности (в том числе неровности поверхности) является важным фактором на всех стадиях научных изысканий, конструкторских и технологических разработок, проектирования, подготовки производства, производства и эксплуатации.

#### *Взаимосвязь качества обработки поверхности материалов и эксплуатационных свойств изделий*

##### *Связь выносливости с неровностями поверхности*

Долговечность многих машин ограничивается сопротивлением усталости их деталей. К таким деталям принадлежат, например, шлицевые валы, кольца и тела подшипников качения, резьбовые шпильки и т. д., особенно турбинные и компрессорные лопатки, выносливость которых до настоящего времени лимитирует ресурс двигателей.

С позиций современной теории процесс усталости металлов и их сплавов при действии циклических напряжений заключается в накоплении искажений кристаллической решетки до критической величины (сопровождается повышением микротвердости и предела текучести при снижении модуля упругости). После достижения критической плотности дислокаций происходит разрыхление (сопровождается ослаблением сопротивления пластической деформации, нарушением сплошности и снижением микротвердости), развитие микро-



трещин до критического размера (происходит снижение критериев прочности и пластичности) и самопроизвольное распространение микротрещин критического размера, приводящее к окончательному разрушению детали [73, 244].

При хрупком разрушении, трещины образуются в результате нагромождения дислокаций и их взаимодействий (в том числе в пересекающихся системах скольжения) и при отсутствии нагромождений - в результате объединения цепочек вакансий.

При вязком разрушении трещины могут возникать вследствие различия упругих и пластических свойств металлов и включений, в зонах с повышенной плотностью дислокаций и в результате их взаимодействия.

Усталостные трещины на свободных поверхностях возникают легче, чем внутри объема металла; их развитие приводит к разрушению деталей, долговечность которых определяется скоростью роста трещин.

Значительное влияние на развитие трещин оказывает расклинивающее действие адсорбированных пленок жидкостей, и сопротивление усталости в поверхностно-активных средах резко снижается.

Скорость распространения усталостных трещин зависит от многих факторов: частоты и амплитуды нагружения, вида напряженного состояния и т. д. На рост микротрещин оказывает существенное влияние концентрация напряжений у рисок, т. е. во впадинах неровностей поверхности деталей. Величина концентрации в свою очередь зависит от глубины рисок и от радиуса закругления их впадин.

Снижение сопротивления усталости за счет неровностей поверхности происходит у конструкционных сталей при температуре, близкой к нормальной (293, 15 К), на 10-25%, у жаропрочных сплавов при температуре порядка 1100 К на 40-50% и т. д.

#### *Связь трения и износа с неровностями поверхности*

Современная молекулярно-механическая теория трения объясняет силу сухого (и граничного) трения скольжения образованием и разрушением адгезионных мостиков холодной сварки контактирующих участков шероховатой поверхности и зацеплением (и внедрением) неровностей [65]. Трение обусловлено объемным деформированием материала и преодолением межмолекулярных связей, возникающих между сближенными участками трущихся поверхностей. При этом износ протекает в виде отделения частиц за счет многократного изменения напряжения и деформации на пятнах фактического кон-

такта при внедрении неровностей истирающей поверхности в истираемую поверхность. Во многих случаях износ имеет усталостный характер растрескивания поверхностного слоя под влиянием повторных механических и термических напряжений, соединения трещин на некоторой глубине и отделения материала от изнашиваемого тела. Интенсивность изнашивания зависит от величины фактического контакта и напряженного состояния изнашиваемого тела, которые в свою очередь в сильной степени зависят от размеров и формы неровностей и, в частности, от радиусов закругления выступов. В обычных условиях истирающая поверхность является существенно более жесткой и шероховатой по сравнению с той, износ которой определяется, и ее неровности оказываются статистически стабильными при установленном режиме трения. Таким образом, в отношении износостойкости деталей неровности их поверхностей имеют первостепенное значение.

#### *Связь трения качения с неровностями поверхности*

Главным преимуществом трения качения по сравнению с трением скольжения являются малые энергетические потери. Коэффициент трения качения составляет обычно 0,0001-0,001, тогда как коэффициент трения скольжения в тех же условиях равен 0,05-0,3, т. е. в сотни раз больше. Поэтому потерями на трение при дифференциальном проскальзывании сопряженных поверхностей и при поперечном скольжении за счет вдавливания шара в желоб зачастую пренебрегают. Долговечность пар трения качения ограничивается в основном усталостным разрушением, выкрашиванием. К выкрашиванию приводят повторно-переменные контактные напряжения, вызывающие образование трещин, расклиниваемых попадающей в них смазкой. Ограниченное выкрашивание на небольшом участке вследствие временной перегрузки непосредственно связано с концентрацией нагрузки и с наличием неровностей на сопряженных поверхностях, резко уменьшающих фактическую площадь контакта. Прогрессивное выкрашивание, наступающее при достаточно больших напряжениях, также связано с неровностями поверхности. Испытания стальных шлифованных цилиндрических образцов на контактную усталость на машине МИД-4 при нагрузке 1500 Н и при 14 400 об/мин показали, что между стойкостью и высотой волнистости имеется обратная зависимость. С увеличением высоты волн с 0,1-0,4 до 1-2,5 мкм, т. е. приблизительно в 7 раз, стойкость снизилась с 450 до 150 ч, т. е. в 3 раза. Некоторые зарубежные фирмы считают, что для подшипников

качения диаметром 6-12 мм допустимая амплитуда периодических неровностей уменьшается с увеличением числа волн на окружности с 1 мкм при двух волнах до 0,3 мкм при восьми волнах.

В зубчатых передачах рабочие поверхности зубьев тем лучше сопротивляются усталостному разрушению, чем меньше их неровности, причем, с уменьшением неровностей уменьшается величина и продолжительность износа при приработке.

В подшипниках качения была экспериментально подтверждена прямая зависимость шума и вибраций от неровностей поверхности. По зарубежным данным, комплект шариков диаметром 5/16" с некруглостью 0,5 мкм вызывает в подшипнике качения шум на 15-20 дБ больший, чем комплект таких же шариков с отклонениями 0,125 мкм. Экспериментально подтверждено, что даже малые амплитудные составляющие некруглости дорожек качения могут быть источниками значительных вибрационных скоростей и особенно ускорения, если они относятся к высоким гармоникам.

Таким образом, при трении качения неровности поверхности оказывают большое влияние на сопротивление контактного усталостному разрушению, износ, шум и вибрации в подшипниках качения, причем, важную роль играют величины неровностей, их шаги и радиусы закругления выступов и впадин.

#### *Связь эрозионного износа и силы тяги газотурбинного двигателя с неровностями поверхности*

Применение газотурбинных двигателей в вертолетостроении приводит к интенсивному эрозионному износу лопаток компрессора при прохождении через компрессор атмосферного воздуха. На малых высотах (порядка 1 м) воздух содержит твердые частицы в виде песка и пыли в количестве 2 г/м<sup>3</sup> над грунтовыми дорогами и 8 г/м<sup>3</sup> в песчаных местностях. Анализ физической картины работы газотурбинного двигателя и экспериментальные данные показывают, что неровности поверхности оказывают заметное влияние на силу тяги, изменяя КПД компрессора, расход энергии газа на приведение в действие компрессора [73], причем, интенсивность этого влияния зависит как от величины неровностей, так и от углов наклона боковых сторон выступов.

#### *Связь отказов авиационных двигателей с неровностями поверхности*

Исследования надежности и, в частности, физической природы отказов некоторых авиационных двигателей показали, что износные отказы устройства центрирования форсунки под воздействием вибра-

ционно-динамических импульсов и внезапные отказы пар, подобных паре якорь - втулка клапана пускового топлива, в значительной степени зависят от неровностей контактирующих поверхностей.

Уменьшение неровностей поверхности и углов наклона боковых сторон выступов технологическими средствами приводит к уменьшению в 2,5 раза износных отказов узла центрирования. Изменяет в лучшую сторону распределение вероятностей появления критических температур, приводящих к заеданию якоря во втулке, и тем самым уменьшает вероятность появления внезапного отказа функционирования данного узла в течение требуемого промежутка времени, т. е. повышает надежность двигателя.

#### *Связь коррозионной стойкости с неровностями поверхности*

Влияние неровностей поверхности на коррозию металлов и, особенно, на коррозионное растрескивание, а также на качество защитных покрытий близко по характеру к влиянию их на усталостное разрушение. Имеет место общность физических процессов коррозионной усталости (усталости при одновременном действии коррозии) и коррозионного растрескивания. Неровности и, в частности, глубокие впадины с малыми радиусами закругления дна увеличивают неоднородность поверхности и понижают момент первых коррозионных разрушений.

Эксперименты показывают, что коррозионные потери уменьшаются и целевая коррозия становится менее интенсивной по мере повышения степени плавности и упорядоченности неровностей поверхности при прочих равных условиях [41].

#### *Связь контактной жесткости и вибрационной устойчивости с неровностями поверхности*

Критерий жесткости машин и их деталей является одним из важнейших критериев работоспособности.

Жесткость влияет на качество и эффективность работы машин через прочность, долговечность, виброустойчивость, точность и технологичность. Жесткость машин определяется в основном собственной жесткостью элементов конструкции и контактной жесткостью.

Контактная жесткость характеризует способность поверхностных слоев контактирующих тел сопротивляться действию сил, стремящихся их деформировать. Упругие контактные перемещения складываются из деформаций микровыступов основания под ними, общих контактных деформаций и распрямления микроволн.

Опыты показывают, что благодаря наличию неровностей по-

верхности фактическая площадь начального контакта может составлять сотые и даже тысячные доли процента от номинальной площади. Поэтому контактная жесткость в сильной степени зависит от неровностей поверхности, их величины, радиусов закругления выступов и формы, определяющей кривую изменения опорной поверхности.

Неровности поверхности оказывают влияние через жесткость и на вибрационную устойчивость. В условиях автоколебаний динамическая устойчивость повышается с увеличением жесткости за счет роста сил сопротивления колебаниям [ 65].

#### *Связь прочности и точности центрирования цилиндрических соединений с неровностями поверхности*

В гладких цилиндрических упругих сопряжениях с натягом неровности поверхности влияют на прочность соединения деталей, обеспечивающую несущую способность неразъемных и затрудняющую сборку-разборку разъемных сборочных единиц типа вал-втулка. Если в разъемных соединениях получается зазор, то неровности поверхности оказывают влияние на точность центрирования. Влияние неровностей поверхности на прочность соединения двоякое: при напрессовывании вала во втулку неровности с малыми шагами частично пластически деформируются, уменьшая эффективное упругое давление на поверхностях контакта и, следовательно, уменьшая силу трения по сравнению с той, которая была бы при отсутствии неровностей; с другой стороны, при упругом отеснении верхних слоев деталей во время напрессовывания неровности двух контактирующих поверхностей входят в зацепление друг с другом, увеличивая сопротивление взаимному смещению и, следовательно, увеличивая силу трения, чему способствует еще адгезия.

Влияние неровностей поверхности контакта типа волнистости и огранки на точность центрирования, т. е. на величину эксцентриситета втулки относительно вала, аналогично влиянию конусообразности и овальности; с возрастанием этих параметров деталей эксцентриситет может возрасти. Неровности типа шероховатости существенно сказываются на эксцентриситете в случае, когда неоднородность их высот одного порядка с величиной эксцентриситета [73].

#### *Связь точности измерений параметров деталей с неровностями поверхности*

Неровности опорной и измерительной поверхностей объекта и неподвижной опорной и контактной поверхностей средства измерений оказывают существенное влияние на точность измерений [73].

Ускорение технического прогресса, связанное с возрастанием требований к точности, усиливает значение этого влияния. Несмотря на малые величины силовых нагрузок при малых фактических площадках контакта шероховатых поверхностей и высоких требованиях к точности измерений, контактные деформации играют заметную роль. Большую роль играют добавочные перемещения, вызываемые выступами неровностей при взаимном перемещении измерительного наконечника и объекта измерений. Если в процессе измерений геометрического параметра измеряемому объекту, контактирующему с измерительным наконечником, дают полный оборот, например, для выявления овальности, огранки и т. п., то показания средства измерения «прослеживают» профиль неровностей измеряемого объекта, поразному отражая случайные выбросы профиля при повторных измерениях.

В результате случайного размещения выступов одной контактирующей поверхности во впадинах парной ей поверхности происходит вариация сближений контактирующих тел, приводящая к вариации показаний средства измерений и снижающая точность измерений.

*Связь термического и электрического контактных сопротивлений с неровностями поверхности*

Термическое и электрическое контактные сопротивления можно рассматривать совместно, поскольку между электропроводностью металлов и их теплопроводностью существует тесная физическая связь. Явления, протекающие на указанных двух видах контактов, в ряде случаев могут быть одинаково математически описаны [41]. Контактующие тела благодаря неровностям поверхности имеют лишь дискретные точки фактического соприкосновения, группирующиеся в ограниченных районах номинальной поверхности контакта. И когда тепловой поток (или электрический ток) встречает в вакууме контактную поверхность, разграничивающую два тела по нормали к ней, то тепловая энергия стягивается в уплотненные линии для того, чтобы пройти через микроконтакты.

Сопротивление такого типа при протекании теплового потока через граничную поверхность называют стягивающим контактным сопротивлением. Очевидно, что величина данного сопротивления определяется величиной и формой неровностей контактирующих поверхностей.

Стягивание линий электрического тока на дискретных точечных участках поверхности контакта может повысить плотность тока на

этих участках до  $1 \cdot 10^7$  А/см<sup>2</sup>.

Таким образом, от неровностей поверхностей контакта, в частности от величины и формы вершин контактирующих выступов, зависят потери тепловой энергии, а также потери электрической энергии в электрических цепях.

*Связь статической и динамической непроницаемости с неровностями поверхности*

Во многих технических устройствах большое значение имеет герметичность стыков и соединений перемещающихся тел, характеризующаяся статической и динамической непроницаемостью. Величина утечки жидкости или газа в поперечном сечении контактирующих поверхностей в обоих случаях зависит от величины зоны утечки, образующейся при контактировании поверхностей [41, 73]. В свою очередь, эта зона определяется величиной, формой и взаимным расположением неровностей контактирующих поверхностей, а также податливостью неровностей.

Таким образом, герметичность стыков и подвижных соединений в сильной степени зависит от неровностей поверхности.

*Связь прочности сцепления тел при притирании и склеивании с неровностями поверхности*

Сцепление тел, например, плоскопараллельных концевых мер, происходит за счет адгезии и сил поверхностного натяжения тончайших пленок, адсорбированных на поверхностях контакта. Одно из обязательных условий образования адгезионной связи состоит в том, что контактирующие точки соприкасающихся тел должны сблизиться на величину порядка атомного радиуса, что составляет примерно  $1 \cdot 10^{-7}$  мм.

Сила сцепления зависит от величины контактных площадок. Поэтому, например, к чистоте рабочих поверхностей концевых мер предъявляются самые высокие требования. С другой стороны, такая гладкость поверхности при определенных условиях трения может привести к выдавливанию смазки, к появлению полусухого трения и к повышенному износу.

При склеивании диффузия склеивающих веществ связана с величиной свободной поверхности, зависящей в свою очередь от шероховатости, и со степенью удаления адсорбционных пленок. Поэтому увеличение поверхности контакта клея со склеиваемым материалом, например, при пескоструйной обработке, повышает прочность клеевого соединения.

### *Связь качества лакокрасочных покрытий с неровностями поверхности*

К покрытиям поверхностей гальваническим способом или нанесением лаков и красок, выполняемым с декоративной целью и одновременно для защиты от коррозии, обычно предъявляют требования эстетичности и долговечности. Оба эти свойства зависят от неровностей поверхности, подготовленной под покрытия. Так, например, даже на поверхностях с неровностями, имеющими высоту до 0,5 мкм, после их покрытия блестящим хромом хорошо видны в виде рисок следы предварительной механической обработки, что ухудшает внешний вид [156]. При цинковании, меднении и хромировании во многих случаях высота неровностей возрастает примерно вдвое по сравнению с исходным значением, а при никелировании она уменьшается примерно вдвое.

### *Связь аэро- и гидродинамического сопротивлений с неровностями поверхности*

При обтекании поверхности потоком жидкости или газа ее неровности создают сопротивление и, следовательно, вызывают потери, определяющиеся в основном вихреобразованием при отрыве потока на неровностях. Влияние неровностей на сопротивление зависит от соотношения высоты неровностей и толщины ламинарного слоя или подслоя (если пограничный слой турбулентный), а также от формы неровностей и, в частности, от угла наклона боковых сторон профиля выступов неровностей. Это явление наблюдается при взаимодействии газа или жидкости с разнообразными техническими устройствами, например, при протекании газа через решетки осевого компрессора и решетки турбины газотурбинного двигателя, при протекании жидкости через трубы, при обтекании водой корпуса судна и т. п.

Поэтому неровности поверхности оказывают заметное влияние на КПД компрессоров и двигателей, на величину потерь энергии от гидравлического сопротивления трения в трубках, на потери энергии на преодоление сопротивления трения судов и т. д. [73].

### *Связь отражательной способности и сопротивления в радиоволноводах с неровностями поверхности*

Характер отражения колебаний поверхностями зависит от величины и формы имеющихся на них неровностей, обуславливающих наряду с показателем преломления значение для тех или иных условий отражательной способности, представляющей собой отношение мощностей отраженного и падающего излучений. При отражении,



например, света, часть падающего пучка отражается в направлении зеркального отражения, а часть диффузно рассеивается. Если неровности поверхности велики по сравнению с длиной волны, то они играют роль микрозеркал, отражающих свет в различных направлениях, и если они одного порядка с длиной волны, то наблюдаются диффракционные эффекты.

При неровностях поверхности, значительно меньших длины волны отражаемых колебаний, их форма не оказывает существенного влияния на наблюдаемое зеркальное отражение.

Степень черноты поверхности находится в зависимости от так называемого фактора шероховатости, который может быть выражен через отношение площадей номинальной и истинной поверхностей. Он зависит в свою очередь от углов наклона и радиусов закругления неровностей. Таким образом, шероховатость поверхности оказывает влияние на радиационные свойства твердых тел [41].

#### *Связь товарного вида промышленных изделий с неровностями их поверхностей*

Эстетические свойства поверхностей изделий (приятное на ощупь или зрительное восприятие) связаны с их макро-, микро- и субмикрорельефами. Поскольку восприятие посредством осязания непосредственно связано с неровностями поверхности, а зрительное восприятие зависит не только от спектра излучения, но и от отражения света поверхностями, и от пространственного распределения светового потока, причем эти последние явления зависят, как уже указывалось выше, от величины и формы неровностей поверхности [73].

## **1.4. СУЩНОСТЬ ХАРАКТЕРИСТИК КАЧЕСТВА ОБРАБОТКИ МАТЕРИАЛОВ**

### **1.4.1. ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ КАЧЕСТВА ПОВЕРХНОСТИ ДЕТАЛЕЙ**

#### *Волнистость поверхности*

Волнистость поверхности - совокупность периодически повторяющихся неровностей, расстояние между которыми значительно превышает их высоту. Волнистость занимает промежуточное положение между отклонением геометрической формы и шероховатостью поверхности. Волнистость определяется на перпендикулярном сечении поверхностей, исключая шероховатость и отклонения формы. Волнистость может образоваться на поверхности детали при ее изготовле-

нии в результате вибраций системы СПИД. Волнистость разделяют на поперечную (разложением волн перпендикулярно к движению режущего инструмента) и продольную (волнистость в направлении движения инструмента). Высота волнистости  $W_z$  - среднее арифметическое значение из пяти значений высоты волнистости, измеренных на длине базовой линии, равной пятикратному наибольшему шагу волнистости:

$$W_z = \frac{1}{5} \sum_{i=1}^5 W_i. \quad (1.1)$$

Предельные числовые значения высоты волнистости  $W_z$  должны выбираться из ряда: 0,1; 0,2; 0,4; 0,8; 1,6; 3,2; 6,3; 12,5; 25; 50; 100; 200 мкм.

Наибольшая высота волнистости  $W_{max}$  - расстояние между наивысшей и нижней точками профиля волнистости, измеренное на одной полной волне в пределах базовой длины  $l_w$ .

Средний шаг волнистости  $S_w$  - среднее арифметическое значение расстояний  $S_{wi}$  между одноименными сторонами соседних волн, измеренных по средней линии профиля  $m_w$  в пределах базовой длины

$$S_w = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n S_{wi}. \quad (1.2)$$

На практике используют высоту волны и ее шаг.

Волнистость можно измерять универсальными приборами (индикатором, индуктивными преобразователями, оптиметром, проектором и др.), приборами для контроля отклонений формы и шероховатости поверхности (кругломером, профилометром -профилографом и др.), а также специальными приборами - волнографами и волномерами.

Волнистость влияет на взаимное расположение поверхностей и осей деталей в узле машины, на величину натяга при прессовых, глухих и других посадках и соединениях, на величину зазора перемещающихся деталей, на трение и износ.

### *Шероховатость поверхности*

Отклонения микроскопического порядка характеризуются неровностями, которые располагаются на малых участках реальной поверхности с длиной стороны квадрата от  $10^{-3}$  до  $10^{-6}$  м (от 1мм до 10

мкм). Геометрическое представление о форме такой поверхности принято называть шероховатостью. Субмикроскопические неровности рассматриваются на участках поверхности, размер стороны квадрата которой измеряется от  $10^{-6}$  до  $10^{-5}$  м (от 1 до 10 мкм). Геометрические несовершенства этой области определяются молекулярной структурой поверхности, они пока не имеют специального назначения, почти совершенно не изучены, так как лежат за пределами чувствительности современных приборов.

Шероховатость поверхности - это совокупность неровностей с относительно малыми шагами, образующих рельеф поверхности.

Шероховатость после механической обработки - это геометрический след режущего инструмента (металлического или абразивного), искаженный в результате пластической и упругой деформации и сопутствующей процессу резания вибрацией системы СПИД.

В настоящее время основным методом оценки шероховатости поверхности является изучение основного и дополнительного, распределений отклонений ординат профиля (профилограммы и опорные кривые).

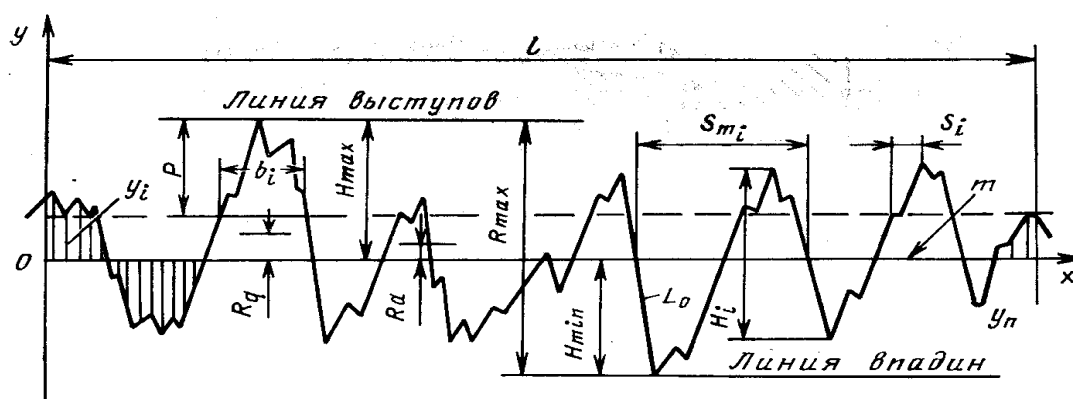


Рис. 1.5. Профиль шероховатости поверхности и его параметры.

Шероховатость поверхности принято определять по ее профилю. Профиль рассматривается на базовой длине линии, относительно которой определяются и оцениваются параметры шероховатости поверхности (рис. 1.5).

Для нормирования и оценки шероховатости поверхности известно около 30 параметров. Основные из них, принятые в большинстве национальных стандартов на шероховатость поверхности промышленно развитых стран, следующие.

Расстояние между линией выступов и линией впадин профиля в пределах базовой длины - наибольшая высота неровностей профиля

$R_{max}$ . Расстояние от средней линии профиля до высшей точки выступа профиля называется высотой выступа профиля, а расстояние от средней линии профиля до низшей точки впадины - глубиной впадины профиля.

Значительное распространение для оценки шероховатости в машиностроении получили такие параметры как высота неровностей профиля по десяти точкам  $R_z$ , среднее арифметическое  $R_a$  и среднее квадратичное  $R_q$  отклонения профиля.

По ГОСТ 2789-73 для количественной оценки шероховатости поверхности на базовой длине  $l$  предусмотрено шесть параметров (рис. 1.5).

Высота неровностей профиля по десяти точкам  $R_z$  определяется как среднее расстояние между находящимися в пределах базовой длины высотами пяти наибольших выступов  $H_{i_{max}}$  и глубин пяти наибольших впадин профиля  $H_{i_{min}}$ :

$$R_z = \frac{1}{5} \left[ \sum_{i=1}^5 |H_{i_{max}}| + \sum_{i=1}^5 |H_{i_{min}}| \right], \quad (1.3)$$

где  $H_{i_{max}}$  - высота  $i$ -го наибольшего выступа профиля;  $H_{i_{min}}$  - глубина  $i$ -й наибольшей впадины профиля.

Среднее арифметическое отклонение профиля  $R_a$  - среднее арифметическое абсолютных значений отклонений профиля в пределах базовой длины  $l$ :

$$R_a = \frac{1}{l} \int_0^l |y(x)| dx, \quad (1.4)$$

или приближенно:

$$R_a = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |y_i|, \quad (1.5)$$

где  $y$  - отклонение профиля, определяющее расстояние между точкой реального профиля и базовой линией (средней линией профиля);  $n$  - число выбранных точек на базовой длине.

Среднее квадратичное отклонение профиля  $R_q$  есть среднее квадратичное значение отклонений профиля в пределах базовой длины

$$R_q = \sqrt{\frac{1}{l} \int_0^l y^2(x) dx}, \quad (1.6)$$

или приближенно:

$$R_q = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y^2(x_i)}. \quad (1.7)$$

Длина отрезка средней линии, пересекающего профиль в трех соседних точках и ограниченного двумя крайними точками, называется шагом неровностей профиля. Средний шаг неровностей профиля  $S_m$  - это среднее арифметическое значение шага неровностей профиля в пределах базовой длины:

$$S_m = \sum_{i=1}^n S_{m_i}, \quad (1.8)$$

где  $n$  - число шагов в пределах базовой длины.

Средний шаг неровностей профиля по вершинам  $S$  - это среднее арифметическое шага неровностей профиля по вершинам в пределах базовой длины:

$$S = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n S_i, \quad (1.9)$$

где  $n$  - число шагов неровностей профиля по вершинам в пределах базовой длины.

Длина профиля  $L_0$  - это длина, получающаяся, если все выступы и впадины профиля, находящиеся в пределах базовой длины, вытянуть в прямую линию.

Относительная длина профиля  $l_0$  есть отношение длины профиля  $L_0$  к базовой длине  $l$ :

$$l_0 = \frac{L_0}{l}.$$

Опорная длина профиля  $l_p$  определяется суммой длин отрезков, отсекаемых на заданном уровне  $p$  выступов профиля, линией, эквидистантной средней линии в пределах базовой длины:

$$l_p = \sum_{i=1}^n b_i, \quad (1.10)$$

где  $b_i$  - длина отрезка, отсекаемого на выступе профиля.

Для сопоставления размеров опорных поверхностей, обработан-

ных различными методами, удобно пользоваться понятием относительной опорной длины профиля  $t_p$ , определяемой отношением опорной длины профиля к базовой длине

$$t_p = \frac{l_p}{l} 100\% = \frac{1}{l} \sum_{i=1}^n b_i \cdot 100\%. \quad (1.11)$$

В соответствии с ГОСТ 2789-73 и ГОСТ 2.309-73 требования к шероховатости поверхности на чертеже детали устанавливают указанием численного значения (наибольшего, номинального или диапазона значений) параметра (параметров) и значений базовой длины, на которой происходит определение параметра. При необходимости конструктор может дополнительно устанавливать требования к направлению неровностей поверхности, к методу или последовательности методов обработки, а также к методу оценки параметров шероховатости поверхности.

Согласно ГОСТ 2.309-73 для обозначения шероховатости поверхности на чертеже детали, в зависимости от метода ее образования, применяют следующие знаки:

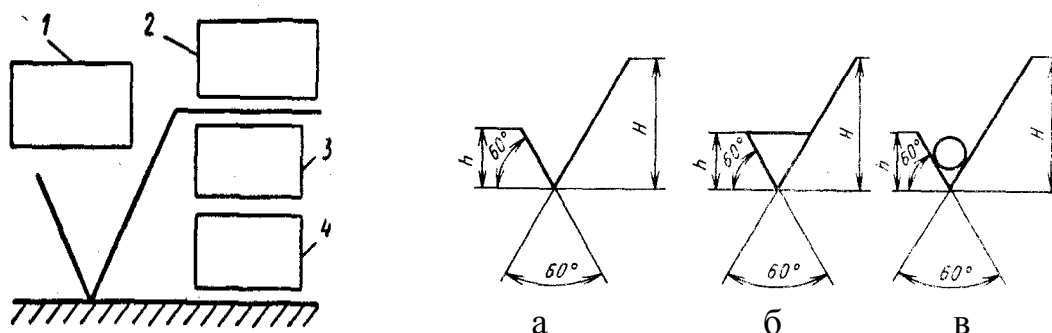


Рис 1.6. Знаки для обозначения шероховатости: 1- параметр шероховатости поверхности; 2 – вид обработки поверхности; 3 – базовая линия по ГОСТ; 4 – условное обозначение направления неровностей; а - вид обработки конструктор не устанавливает; б - при удалении слоя материала; в - без удаления слоя материала.

### *Особенности анализа шероховатости отражающих поверхностей, обработанных резанием*

При изучении светоотражения мы пришли к выводу, что учет только высотных параметров шероховатости поверхности является недостаточным. На наш взгляд необходимо учитывать и влияние формы неровностей, соизмеримых и больше длин волн падающего светового потока. К недостаткам параметров шероховатости поверхности (ГОСТ 2789 – 73) следует отнести невысокую их чувствительность к форме неровностей. При выборе параметров, характеризую-

щих форму неровностей, мы руководствовались положением, что они должны отражать степень ее приближения к равновесному состоянию, т.е. к минимуму поверхности при данном объеме. При изучении профилограмм использовали свойство условного центра тяжести геометрической фигуры, что позволило оценить форму элементов профиля шероховатости обработанной поверхности посредством оценки критерия шероховатости [280].

При изучении влияния шероховатости обработанной поверхности на эксплуатационные свойства деталей необходимо иметь представление о форме неровностей, что достигается путем оценки формы опорной кривой, построенной по значениям  $t_p$ . Исходную информацию извлекают из профилограмм поверхности. Такая последовательность извлечения информации приводит к большим погрешностям по сравнению с оценкой формы неровностей непосредственно из профилограмм. Кроме того, основные параметры шероховатости, предусмотренные ГОСТ 2789-73, недостаточно чувствительны к форме неровностей на поверхности.

Для оценки формы элементов неровностей профилограммы может быть использовано свойство центра тяжести геометрической фигуры [72]. Применение энергетической модели [280] шероховатости поверхности не противоречит высказанному [285] условию: параметры, характеризующие форму микрочастиц, должны отражать степень приближения их формы к равновесному состоянию, т. е. к минимуму поверхности при данном объеме.

Характеристику формы профилограммы будем рассматривать как реальное распределение отклонений ординат по отношению к одному из наиболее простых, одинаковых для всех реализаций профиля распределений отклонений, например, среднеарифметическому.

В общем случае коэффициент  $F'$ , характеризующий форму, равен отношению расстояний от линии впадин профиля до условных центров тяжести  $(X_{um}, Y_{um})$  площадей различных распределений  $A$  и  $B$  отклонений ординат:

$$F' = \sqrt{\frac{X_{umA}^2 + Y_{umA}^2}{X_{umB}^2 + Y_{umB}^2}}. \quad (1.12)$$

В случае сравнения реального распределения отклонений профиля шероховатости со среднеарифметическим, характеризуемым

$R_a$ , выражение (1.12) принимает вид

$$F' = \frac{2H_{i \min} - R_a}{2\sqrt{X_{umB}^2 - H_{i \min}^2}}. \quad (1.13)$$

Такую оценку можно применять при изучении нерегулярной, неоднородной шероховатости поверхности, например, после обработки свободным абразивом. При наличии симметрии (относительно вертикальной оси) у элементов профиля (например, пилообразный профиль) выражение (1.12) упрощается:

$$F' = 1 - \frac{R_a}{2H_{i \min}}, \quad (1.14)$$

где  $H_{i \min}$  - отклонение наибольшего минимума ординат профиля.

Применение оценки (1.14) может быть эффективным для поверхностей, обработанных путем холодного пластического деформирования выглаживающим инструментом.

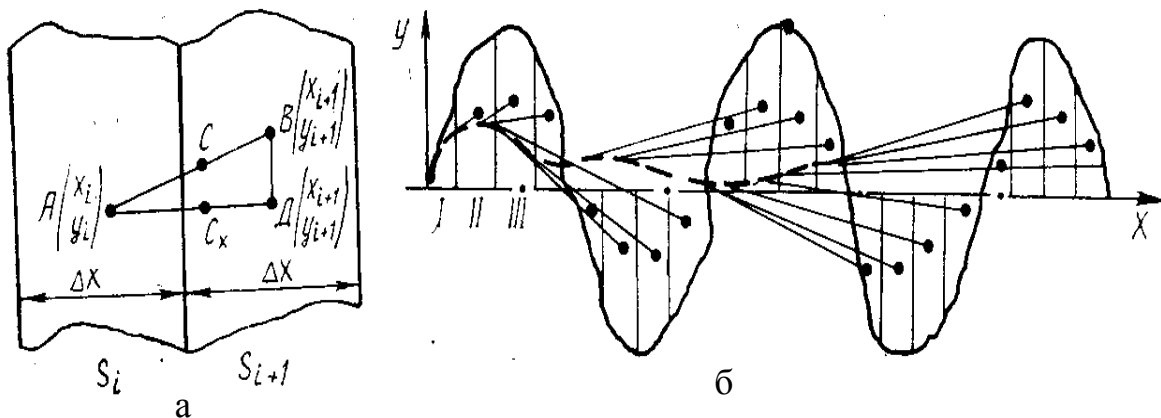


Рис.1.7. Расчетная схема к построению линии объединения материальных точек (отклонений профиля шероховатости): а - элементы значений отклонений: А, В, С и Д – условные центры тяжести (материальные точки) отклонений ординат профиля шероховатости; б - последовательность объединения элементов.

При анализе нерегулярной шероховатости данная методика оценки формы микронеровностей позволяет найти условный центр тяжести площади  $\sum_{i=1}^n S_i$  (площади реального распределения отклонений ординат профилограммы).

Учитывая длину трассы интегрирования при определении  $R_a$ ,



находим координаты условного центра тяжести площади профилограммы графическим путем: последовательным нахождением объединения двух материальных точек, носителями которых являются центры тяжести прямоугольников I, II и т. д. [72].

Координаты линии объединения материальных точек (условных центров тяжести отклонений ординат профиля шероховатости) можно представить в виде, удобном для ее реализации на компьютере:

$$X_{i+1} = X_{um\ i} \pm \frac{1}{\Gamma Y} \left[ \frac{x_{um\ i+1} - x_{um\ i}}{1 + \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{y_{cp\ i} + 1}} \right];$$

$$Y_{i+1} = Y_{um\ i} \pm \frac{1}{B Y} \left[ \frac{y_{um\ i+1} - y_{um\ i}}{1 - \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{y_{cp\ i} + 1}} \right], \quad (1.15)$$

где  $B Y$ ,  $\Gamma Y$  соответственно вертикальное и горизонтальное увеличение профилограмм. Выбором формы и полноты отсчётной линии можно исключить соответствующие частотные составляющие профилограммы, т. е. исследовать форму микронеровностей определенного интервала их величин. Линия объединения материальных точек несет в себе информацию о распределении материала в поверхностном слое, поэтому ее можно рассматривать как компактную характеристику для идентификации шероховатости поверхности. Чем быстрее стремится она к средней линии, тем меньше случайная составляющая, а преобладает периодическая. Линия объединения материальных точек не сможет сразу успокоиться, так как дефекты и другие несовершенства поверхностного строения вызывают на ней всплески. Высокочастотные колебания постепенно отсеиваются, а выделяются только мощные гармоники профилограммы.

## 4.2. ТЕХНОЛОГИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ НЕОБХОДИМЫХ ПАРАМЕТРОВ ШЕРОХОВАТОСТИ ПОВЕРХНОСТИ

Требования к параметрам шероховатости устанавливаются на основании их связи с функциональными показателями деталей машин, причем, значения этих параметров могут быть рассчитаны по теоретическим или эмпирическим уравнениям связи показателей эксплуатационных свойств деталей с характеристиками качества их поверхностей. Технологическое обеспечение шероховатости поверхности базируется в основном на экспериментальном изучении зависимостей между методом окончательной обработки и параметрами шероховатости.

Достижимая при определенном методе обработки шероховатость поверхности, прежде всего, характеризуется высотными параметрами  $R_a$ ,  $R_z$  или  $R_{max}$ . Однако, поверхности с одинаковой высотой неровностей, но полученные различными технологическими методами, могут иметь различные эксплуатационные свойства, например, по-разному сопротивляться действию сил, стремящихся деформировать выступы. Такие поверхности, прежде всего, могут различаться опорными (несущими) площадями.

Оценка по опорной длине профиля не дает достаточно полного представления об опорной площади, так как шероховатость поверхности в поперечном и продольном направлениях различна и не связана постоянным соотношением. Поэтому для оценки несущих площадей нужна топография поверхности.

С уменьшением высоты микронеровностей в поперечном направлении высота продольной и поперечной шероховатости становится примерно одинаковой. Наибольшее различие наблюдается при грубой обработке, когда продольная высота составляет малую долю от поперечной.

Указанное различие зависит не только от вида обработки, но и от материала. Продольные неровности при обработке стальных деталей имеют наибольшее значение, например, при плоском и круглом шлифовании периферией круга, а при обработке чугуновых деталей - при строгании, цилиндрическом фрезеровании, доводке цилиндрических поверхностей.

В некоторых случаях механической обработки деталей шероховатость поверхности в продольном направлении может превышать поперечную (например, при резании с образованием нароста на ре-

жущей кромке инструмента); наличие или отсутствие вибрации также заметнее сказывается на продольной шероховатости, чем на поперечной. Следовательно, при оценке опорной площади необходимо учитывать отличия шероховатости в различных направлениях (микротопографию поверхности).

Абсолютные значения опорной площади поверхностей зависят не только от шероховатости, но и от метода обработки. Поверхность с малой шероховатостью по сравнению с поверхностью с более высокой шероховатостью, но полученной другим методом обработки, не всегда имеет большую опорную площадь. Поэтому для обеспечения определенной опорной (несущей) площади данной детали необходимо наряду с назначением высотного параметра шероховатости указывать технологический метод получения поверхности.

Во всех случаях зависимости  $t_p = f(p)$  имеют вид, графически представленный на рис. 1.8 (опорная кривая).

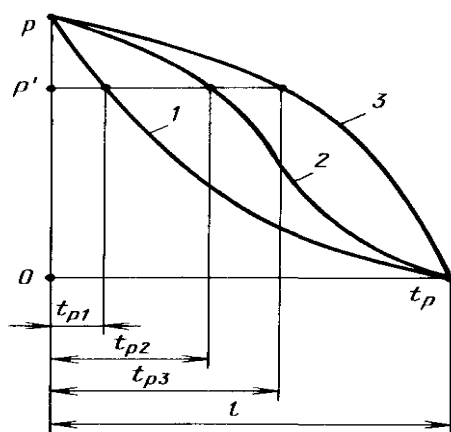


Рис. 1.8. Кривые относительных опорных длин профилей  $t_p$  при одинаковых уровнях сечения  $p$ : 1 - при черновой обработке; 2 - при чистовой обработке; 3 - при обработке поверхностным пластическим деформированием (ППД).

опорные кривые профилей, построенных по относительным величинам  $t_p$  и  $\varepsilon = p/R_{max}$ . Эти действия применимы для определения  $t_p$  независимо от закона высотного распределения неровностей.

Для оценки опорной площади поверхностей с нерегулярной шероховатостью, которой свойственны как случайные очертания неровностей, так и их расположение по высоте (поверхности отливок, заго-

Каждому из профилей соответствует определенный вид указанной зависимости, и при одном  $p$  наблюдаются различные значения  $t_p$ .

Для использования опорных кривых профиля при сопоставлении опорных площадей различных поверхностей деталей в общем случае следует строить указанные кривые в координатах  $t_p$  (относительные величины) -  $p$  (абсолютные величины).

Для сравнения различных поверхностей с одинаковой высотой неровностей можно рассматривать

товок после шлифования, хонингования, упрочнения дробью, электроискровой обработки, полирования и др.), можно воспользоваться теорией случайных функций. Профилограммы нерегулярной шероховатости поверхности приближенно могут быть описаны нормальным стационарным процессом. При этих условиях

$$t_p \approx 1 - \Phi(x) = 1 - \Phi\left(3 - \frac{0,8p}{R_a}\right), \quad (1.16)$$

где  $\Phi(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^x \exp\left(-\frac{1}{2}t^2\right) dt$  - функция Лапласа.

Задаваясь различными уровнями  $p$  ( $0 < p < 0,5 R_{max}$ ), определяют значения  $t_p$  и строят опорную кривую профиля (в данном случае она получается симметричной относительно средней линии профиля).

Стандартные параметры шероховатости для расчетов, например, контактного взаимодействия целесообразно дополнить параметром  $R_p$ .

Тогда зависимость для оценки величины  $t_p$  (выше средней линии профиля) принимает вид

$$t_p = b' \left(\frac{p}{R_{max}}\right)^{\nu} = t_m \left(\frac{p}{R_p}\right)^{\nu}, \quad (1.17)$$

где  $b' = t_m \left(\frac{R_{max}}{R_p}\right)^{\nu}$ ;  $\nu = 2t_m \frac{R_p}{R_a} - 1$ ;  $t_p$  - относительная опорная длина профиля по средней линии.

Формулы (1.16) и (1.17) позволяют определять опорные площади поверхности и сравнивать их без построения опорных кривых, что значительно снижает трудоемкость оценки шероховатости поверхности. Наибольший практический интерес представляет начальная часть опорной кривой профиля, которая описывается формулой  $t_p = b = b' \cdot \varepsilon^{\nu}$ , (где  $b$  и  $\nu$  - параметры аппроксимации начальной части опорной кривой профиля), а также формулой (1.17). Указанные формулы справедливы в пределах  $0 < t_p \leq 0,5$ . Параметры  $b$  и  $\nu$  могут быть определены несколькими методами: графически, что требует построения опорной кривой профиля, и аналитически, например, по зависимости (1.17).

### Шероховатость поверхностей, обработанных резанием

С целью определения влияния методов обработки резанием на шероховатость поверхности и ее светоотражательную способность были исследованы эталонные образцы из стали 40Х (табл.1.1). Минимальным значениям высотных параметров шероховатости поверхности соответствуют максимальные значения коэффициентов отражения (после абразивного полирования).

Таблица 1.1

Значения коэффициента отражения и параметров шероховатости поверхности образцов из стали 40Х после обработки резанием

Наименование операции	Параметры шероховатости поверхности		Коэффициент отражения
	$R_a$ , мкм	$R_z$ , мкм	
Фрезерование	11,05...0,52	40...1,4	0,20...0,25
Шлифование предварительное	0,4...0,35	-	0,25...0,31
Шлифование окончательное	0,2...0,16	-	0,48...0,51
Полирование	-	0,4...0,16	0,72...0,74

Таблица 1.2

Параметры шероховатости поверхности после обработки

Вид обработки	Параметры шероховатости и излучательных свойств после обработки		
	$1 - \frac{R_a}{2H_{i\min}}$	$\rho$	$\varepsilon$
Тонкое точение алмазным инструментом	0,926-0,953	0,75-0,87	0,07
Выглаживание шаром (диаметром 6мм из ШХ15)	0,95	0,98	0,05
Механическое полирование (окись хрома МЗ)	0,9-0,95	0,6-0,75	0,06-0,07
Точение	0,9	0,48-0,54	0,09-0,12
Фрезерование	0,88-0,89	0,47-0,61	0,15-0,18
Без обработки (прокат)	0,896	0,4-0,6	0,14-0,16
Гидроабразивная или обработка металлической дробью	0,84-0,89	0,35-0,4	0,3-0,32

Для поверхности образцов после фрезерования увеличиваются интервалы изменения значений параметров шероховатости обработанных поверхностей, при этом их отражательная способность практически мало зависит от изменения режимов обработки. Мы наблюдаем случай незначительного влияния высотных параметров шероховатости на светоотражательную способность. Это можно объяснить соответствием физико-химических свойств обработанных поверхностей, наличием аналогичных неоднородностей геометрического характера, соизмеримых с длинами волн падающего излучения. Этому не противоречат оценки работы выхода электронов (КРП) и критерия шероховатости поверхности [283].

Изучение и анализ профилограмм поверхностей образцов листового проката из сплава АМгб после различных обработок позволили оценить в первом приближении (табл.1.2) форму неровностей по профилограммам с учетом микронеровностей порядка 10-50 мкм. Оценку производили по формуле (1.3). Шероховатость и излучательные свойства (отражательную  $\rho$  и излучательную  $\varepsilon$  способности) обработанных поверхностей изучали с применением профилографа-профилометра мод. 252, оптического МИМ-7 и электронного ЭМВ 100Л микроскопов, фотометра ФМ59 и терморадиометра ТИС.

Коэффициент  $F'$ , (определяемый с использованием профилометра -профилографа мод. 252) лишь частично отражает форму микронеровностей, соизмеримых с длинами волн падающего солнечного излучения, так как разрушения от воздействия иглы профилометра соизмеримы с этими микронеровностями. В результатах экспериментов наблюдается соответствие интенсивности изменения коэффициента формы профилограмм изменению отражательной способности обработанных поверхностей для соответствующего технологического маршрута. При каждом методе обработки можно выделить несколько узких интервалов распределения размеров микронеровностей, часть которых соответствует диапазону длин волн падающего излучения.

Максимальные значения характеристики формы неровностей достигаются после точения алмазным инструментом, выглаживания и механического полирования ( $R_a=0,02-0,1$  мкм). С увеличением высоты неровностей на обработанной поверхности значения характеристики формы уменьшаются, начинает сказываться влияние взаимного расположения уклонов неровностей, значительно уменьшаются углы и радиусы. Так, для поверхностей после гидроабразивной обработки характерно наличие неровностей различных порядков малости, а уг-

лы между уклонами (радиус ошупывающей иглы профилографа 10 мкм) уменьшаются до 90°. В поверхностном слое после обработки наблюдается закрепление абразивных зерен, что оказывает влияние на излучательные свойства поверхностей.

Точение алмазным инструментом поверхностей алюминиевых сплавов, при достижении высокой отражательной способности, предпочтительно перед механическим полированием. Повышению отражательной способности поверхностей, обработанных точением алмазным инструментом (резцом из природного алмаза без применения СОЖ), способствуют: благоприятное сочетание физико-химических свойств природного алмаза и обрабатываемой поверхности, снижение интенсивности воздействия химически активных веществ при отсутствии СОЖ. Это и приводит к уменьшению количества неоднородностей, различных по характеру. Такие поверхности имеют менее развитую структуру, чем после механического полирования [282].

Изучение профилограмм и фотографий поверхности различных увеличений позволило установить на всех стадиях обработки изменение как высоты неровностей, так и их формы, причем, окисление поверхности происходит в меньшей степени при точении, выглаживании и фрезеровании. В случае фрезерования изменение режимов обработки и соответствующих высотных параметров шероховатости ( $R_z=2 - 45$  мкм) не оказало существенного влияния на отражательную способность. Это можно объяснить соответствием физико-химических свойств обработанных поверхностей и наличием аналогичных неоднородностей геометрического характера, соизмеримых с длинами волн падающего излучения.

Уменьшение отражательной способности и увеличение излучательной наиболее эффективно обеспечивается в случае применения гидроабразивной обработки. Этому способствует повышенная активность поверхности с ее наклепом, развитым рельефом и окисной пленкой.

Аналогичные результаты наблюдаем при обработке поверхности алюминиевого сплава АМг 6 (табл.1.3) [72, 283].

Результаты исследований указывают на возможность изменения отражательной способности поверхностей (после обработки резанием) в значительных пределах (40- 87 %) и излучательной - в незначительных (5- 16 %).

Максимальные значения критерия шероховатости поверхности  $F$  (при применении алмазного инструмента) достигаются точением,

выглаживанием и абразивным полированием.

Результаты исследований подтверждают преимущество точения алмазным инструментом (особенно из природного алмаза) перед абразивным полированием поверхностей с высокой отражательной способностью.

Таблица 1.3

Значения параметров шероховатости поверхности и излучательных свойств поверхностей образцов из проката алюминиевого сплава АМг 6 после различных методов обработки

Вид обработки	Высота неровностей, $R_a$ , мкм	Критерий шероховатости, $F'$	Коэфф. отражения, $\rho_s$	Коэфф. излучения, $\varepsilon$	КРП, мВ.
Исходный (прокат)	0,35	0,896	0,4	0,16	890
Фрезерование	1,6	0,89	0,47	0,15	100
Струйно-абразивная	0,9	0,84	0,4	0,16	260
Точение	0,56	0,91	0,48	0,07	1050
Выглаживание шаром	0,1	0,93	0,8	0,05	1020
Абразивное полирование	0,1	0,967	0,75	0,06	120
Тонкое точение алмазным инструментом	0,1	0,953	0,87	0,07	200

Повышению отражательной способности поверхностей, обработанных точением, способствует благоприятное сочетание физико-химических свойств природного алмаза и материала обрабатываемой поверхности, снижение интенсивности воздействия химически активных веществ, что приводит к уменьшению различного характера неоднородностей. Окисление поверхности при точении происходит в меньшей степени, чем при абразивном полировании [283]. При полировании поверхность адсорбирует химически активные вещества, содержащиеся в пастах, и кислород воздуха, что оказывает влияние на развитие химико-механических явлений, сопровождающих пластическое деформирование микровыступов поверхности. Процесс адсорбции должен интенсифицироваться при механическом снятии пленок окислов с поверхности, что обеспечивается относительным перемещением полировальника и обрабатываемой поверхности. Локальное активное контактирование поверхностей полировальника и обраба-



тываемой поверхности обеспечивает срыв пленки окислов, ее образование, сопровождающееся адсорбцией химически активных веществ, и последующий срыв. В результате множества локальных воздействий происходит уменьшение высот неровностей, что подтверждается сглаживанием профиля шероховатости поверхности [280].

Значительные различия поверхностей после точения и полирования подтверждаются (табл. 1.3) оценкой работы выхода электронов (КРП). При равных значениях высотных параметров шероховатости поверхности ( $R_z = 0,05 \dots 0,08$  мкм) образцы из сплава АМг4 [283] после полирования и точения имели отражательную способность 90% и 53% соответственно, излучательную - 7% и 8%, КРП - 1230 мВ и 800 мВ. После полирования, кроме следов абразивных зерен, на поверхности образцов иногда наблюдали большое количество мелких точек ("ряби"), что является, по-видимому, результатом взаимодействия в условиях повышенных температур органических компонентов полирующих составов, абразивных зерен и материала обрабатываемой поверхности. На поверхности, обработанной точением, наблюдали следы резца глубиной 0,2 мкм и шириной 60 мкм, уклоны микронеровностей относительно гладкие.

Рентгенографические исследования показывают [283], что после полирования поверхность деформирована в большей степени и структуру поверхностного слоя можно представить схематически как конгломерат сильно раздробленных осколков зерен, среди которых встречаются и крупные осколки сильно деформированных зерен. После точения зерна более крупные с небольшими, в отдельных местах, включениями измельченных осколков. Меньшей степени деформации обработанной поверхности способствует более низкая теплонапряженность процесса точения алмазным инструментом по сравнению с процессом полирования.

Снижение отражательной и увеличение излучательной способности наиболее эффективно обеспечивается струйно-абразивной обработкой. С увеличением высоты неровностей на обработанной поверхности значения критерия шероховатости уменьшаются, начинает сказываться влияние взаимного расположения уклонов неровностей, значительно уменьшаются углы и радиусы. Так, для поверхностей после гидроабразивной обработки характерно наличие неровностей различных порядков малости (струйные методы обработки свободным абразивом отличает большой диапазон рассеивания размеров), а углы между уклонами уменьшаются до  $90^\circ$ . В поверхностном слое

образцов наблюдается закрепление зерен обрабатывающей среды, что оказывает влияние на оптические характеристики обработанной поверхности.

Контроль шероховатости обработанных поверхностей показал возможность непосредственного извлечения информации о форме неровностей при ощупывании иглой профилометра-профилографа. Следует отметить, что критерий шероховатости поверхности  $F'$ , определяемый с использованием щуповых приборов, лишь частично отражает форму неровностей, соизмеримых с длинами волн падающего излучения (видимого диапазона), так как разрушения от воздействия иглы соизмеримы с анализируемыми неровностями. Для неровностей поверхности, соизмеримых с длинами волн собственного излучения, точность оценки повышается. Для большинства технологических операций окончательной обработки поверхностей форма неровностей, соизмеримых с длинами волн падающего излучения, частично будет определяться окислением поверхностного слоя в процессе обработки. Оценка формы таких неровностей контактными методами затруднена и не обеспечивает достоверных результатов, что подтверждается исследованием топографии на оптических и электронных микроскопах [283].

Физические и химические неоднородности поверхностного слоя после различных методов обработки отличаются не только природой, но и количеством, размерами, о чем свидетельствует анализ спектральной отражательной способности (наблюдается характерный сдвиг максимумов отражательной способности по длинам волн и по интенсивности отражения), оценки выхода электронов (КРП) и шероховатости поверхности [280, 283]. Для каждого метода обработки можно выделить несколько узких интервалов распределения размеров неровностей, часть их размеров соответствует диапазону длин волн падающего излучения.

#### *Технологическое обеспечение шероховатости особотонкостенных деталей*

Характерной особенностью обработки плоскостворачиваемых трубчатых заготовок штанг является обеспечение жесткости в рабочей зоне, стабильности упругих и механических характеристик их материала после механических и химических воздействий в процессе обработки. В этом случае абразивное полирование является незаменимой операцией удаления окисной пленки. Учитывая это, нами, для процесса полирования, проведены эксперименты по выбору прием-

лемой технологической среды с точки зрения создания желаемого рельефа обработанной поверхности. Исследования выполнены на образцах из холоднокатаной ленты сплава марки 36НХТЮ. В табл. 1.4. приведены экспериментальные и расчетные значения коэффициента поглощения  $\alpha_s$  [282], которые получены с учетом критерия шероховатости  $F'$ .

Таблица 1.4

Значения критерия шероховатости  $F'$  и коэффициента поглощения  $\alpha_s$  поверхностей лент сплава 36НХТЮ после полирования

Абразивная паста	$\alpha_s$ (эксперимент)	$F'$	$\alpha_s$ (расчетное)
АСМ 2/1	0,38	0,93	0,380
АСМ 1/0	0,39	0,91	0,382
Окись алюминия М3	0,42	0,89	0,394
Окись хрома М3	0,43	0,89	0,394
Электрокорунд М7	0,46	0,88	0,399

Изучение и анализ снимков и профилограмм поверхностей, обработанных пастами различных составов, позволили установить различие распределений количества размеров неровностей различных порядков малости [282].

Для поверхностей, обработанных с применением алмазных паст АСМ 2/1, преобладают неровности более высокого порядка малости (0,01...0,1 мкм), а после полирования электрокорундом М7 преобладающие высоты неровностей находятся в пределах 0,1...1,0 мкм. Различие формирования поверхностного слоя, по-видимому, определяется разной геометрией зерен алмазных и абразивных микропорошков на уровне субмикрорельефа поверхностей граней, что должно оказывать влияние на эффект процесса резания-царапания, развитие локальных температур. Для микрограней алмазных зерен более характерно микрорезание, а для электрокорунда - микросмятие с локализацией и увеличением затрачиваемой энергии (возникновение на полированных поверхностях кометообразных углублений). Локальное активное контактирование абразивного зерна с обрабатываемой поверхностью эффективно, по-видимому, до тех пор, пока геометрические размеры зерен не становятся соизмеримыми с отделившимися частицами обрабатываемого материала, что в последующем приводит к потере эффекта полирования. При больших подачах полировальника на образцах наблюдались следы направленного царапания. По-видимому, зернистость абразива и подача полировальника оказывают

существенное влияние на направленность следов обработки, формируя систематическую составляющую шероховатости с более низкой частотой. Высокочастотные составляющие шероховатости поверхности можно отнести к разряду случайных, что подтверждает анализ профилограмм и снимков (разных увеличений) отдельных участков поверхности. Значительное влияние на их формирование оказывает химическая активность пасты.

В процессе обработки возникновение локальных очагов повышенных температур, наличие на поверхности веществ, растворяющихся и активно реагирующих с металлом, приводит к образованию неоднородностей кристаллоструктурных образований, что способствует повышенной склонности поверхности к адсорбции и увеличению ее поглощательной способности (снижению светоотражательной). Это подтверждают и результаты эксперимента (табл.1.5).

Таблица 1.5

Значения параметров шероховатости поверхности до и после ионной бомбардировки ( $\tau = 10$  мин)

Вид предварительной обработки	Высота неровностей, мкм					
	$R_a$		$H_{max}$		$H_{min}$	
	до	после	до	после	до	после
Шлифование абразивное	0,61	0,79	2,19	2,68	3,15	4,04
Шлифование абразивное	0,24	0,26	0,69	1,98	0,99	0,75
Шлифование абразивное	0,23	0,29	0,97	1,67	1,15	1,23
Шлифование абразивное	0,17	0,27	0,39	0,97	0,55	1,18
Шлифование абразивное	0,16	0,30	0,27	1,86	0,61	1,51
Шлифование абразивное	0,12	0,26	0,30	2,09	0,62	0,93
Шлифование абразивное	0,08	0,30	0,13	1,70	0,52	1,12
Полирование абразивное	0,08	0,20	0,20	1,43	0,56	1,58
Полирование абразивное	0,08	0,24	0,18	1,03	0,37	0,97

После полирования относительная ошибка расчетных значений коэффициентов поглощения светового потока составила: с учетом критерия шероховатости поверхности - 13%, без учета - 18%. Различие расчетных и экспериментальных значений мы объясняем наличием загрязнений от остатков рабочей среды и окисной пленки, образованной в процессе обработки. Следует заметить, что в результате образования окисной пленки изменяется распределение плотности материала поверхностного слоя, что должно оказывать влияние на из-

менение формы и полноты неровностей большего порядка малости. Видимо, полнота и форма неоднородностей на поверхности, соизмеримых с длинами волн падающего излучения, определяется, в основном, адгезионными свойствами и окислением поверхности образцов в процессе полирования, что и способствует значительным расхождениям экспериментальных и расчетных значений коэффициентов поглощения  $\alpha_s$ . Это обстоятельство необходимо учитывать при назначении режимов обработки таких деталей.

Проведенные исследования показали, что полирование сплава марки З6НХТЮ алмазными пастами на основе АМ 2/1 способствует образованию поверхностного слоя с наименьшими значениями коэффициентов поглощения  $\alpha_s$  (с наибольшей отражательной способностью  $\rho_s$ ).

Основные результаты исследований можно распространить и на другие материалы, имеющие характерные особенности обработки, в частности, сплавы на основе меди. Их отличает легкая окисляемость поверхностных слоев. С применением выбранной по результатам экспериментов пасты, нами обработаны различные материалы с целью выявления достигаемых значений оптических характеристик.

Нами проведены исследования по выбору режимов абразивной обработки поверхностей лент из медно-бериллиевых сплавов.

Выбор режимов абразивного полирования поверхностей, обеспечивающих заданные значения критерия шероховатости поверхности  $F'$ , осуществляли на специальном оборудовании с применением войлочных полировальников и абразивного состава на основе алмазного микро порошка АСМ2/1 [281]. По результатам предварительных исследований в качестве основных факторов процесса абразивного полирования, оказывающих наиболее существенное влияние на сглаживание поверхностного слоя, выбраны окружная скорость полировальника  $V$ , давление  $p$  и время обработки  $\tau$ . Значения интервалов варьирования факторов были выбраны из следующих пределов: окружная скорость 10...30 м/с; давление 0,5...3,0 МПа; время обработки 2...60 с.

Статистическая обработка результатов эксперимента позволила получить эмпирическую зависимость:

$$F = 0,0764 \cdot V^{0,037} \cdot p^{0,015} \cdot \tau^{0,0245}. \quad (1.18)$$

Наибольшее влияние на сглаживание поверхностного слоя в выбранном интервале изменения факторов оказывает скорость поли-

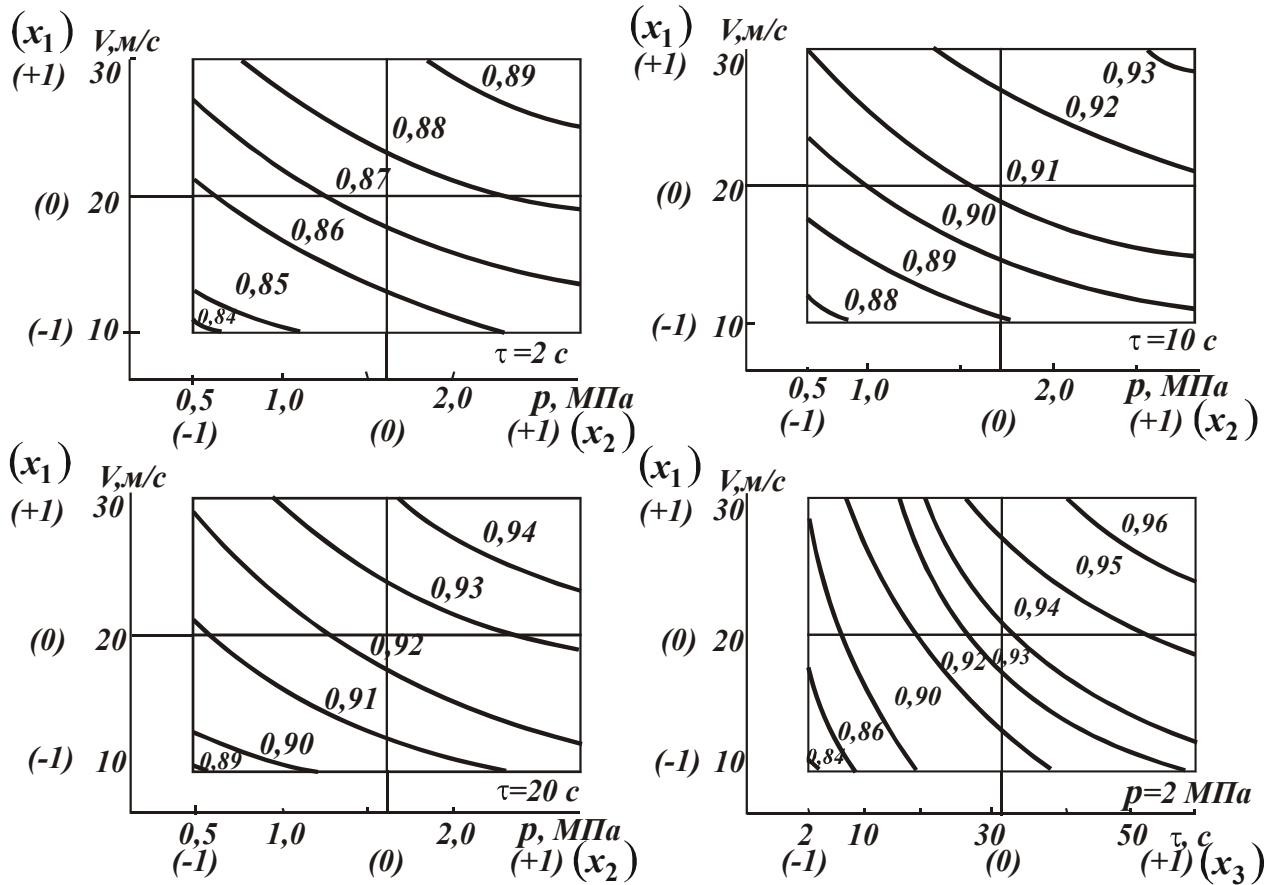


Рис. 1.9. Зависимость критерия шероховатости поверхности от значений факторов абразивного полирования:  $V$  – скорость резания, м/с;  $p$  – давление полировальника на обрабатываемую поверхность, МПа;  $\tau$  – время обработки, с.

ровальника и в меньшей степени влияние давления на обрабатываемую поверхность.

Полученная модель абразивного полирования позволяет назначать необходимые режимы обработки. Для этого были построены двумерные сечения поверхности отклика, соответствующие пересечению пространственной фигуры с плоскостями  $\tau = \text{const}$  и  $p = \text{const}$ . Изолинии равных значений отклика представлены на рис. 1.9.

#### *Формирование шероховатости поверхности в процессе обработки ионным потоком в вакууме*

Известно, что на поверхности металла есть тончайшие адсорбированные пленки, которые при механической, химической или электрохимической очистке лишь изменяют свой состав.

В процессе эксплуатации под воздействием излучения в вакууме поверхность детали может изменить параметры шероховатости и оптические характеристики. Для изучения влияния ионного потока в вакууме на поверхностный слой детали был поставлен эксперимент на установке "Булат-ЗТ". Изменения высотных и структурных пара-

метров шероховатости поверхности изучали на образцах из лент 36НХТЮ после шлифования и полирования.

В процессе ионной бомбардировки адсорбированные на поверхности пленки удаляются и должно происходить распыление выступающих участков неровностей.

В табл.1.5 представлены значения параметров шероховатости поверхности до и после ионной бомбардировки. Режим обработки: ускоряющее напряжение 1,3 кВ; ток дуги 100 А; давление  $1 \times 10^{-4}$  Па; длительность обработки 600 с (импульсы 3/10 с). Электрод – титан ВТ1-0.

Анализ табличных данных (табл. 1.5.) показывает, что высотные

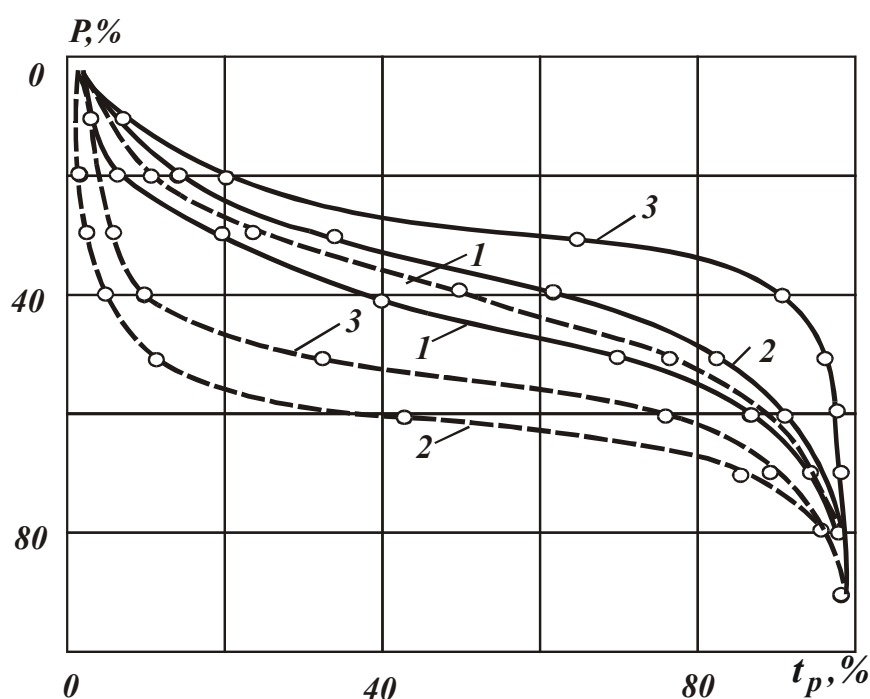


Рис. 1.10. Опорные кривые поверхностей образцов из стали ЭИ 961 до и после ионной бомбардировки: 1, 2 - шлифование; 3 - полирование; ---- до обработки; - - - после обработки.

параметры  $H_{max}$  и  $H_{min}$ , изменяются значительно (в 2...3 раза) в сторону увеличения их значений для образцов с значениями  $R_a$  менее 0,24 мкм. Для образцов с значениями  $R_a$  более 0,6 мкм наблюдается незначительное изменение значений параметров шероховатости поверхности. Опорные кривые поверхностей образцов до и после ионной бомбардировки приведены на рис.1.10. Анализ опорных кривых показывает, что после шлифования и полирования 2 и 3 наблюдается значительное изменение полноты неровностей в сторону ее снижения. Полнота опорной кривой 1 увеличилась (для случая шлифования с  $R_a = 0,61$  мкм), что можно объяснить преимущественным изменением размеров неровностей у вершин выступов за счет их распыления и частичного осаждения титана.

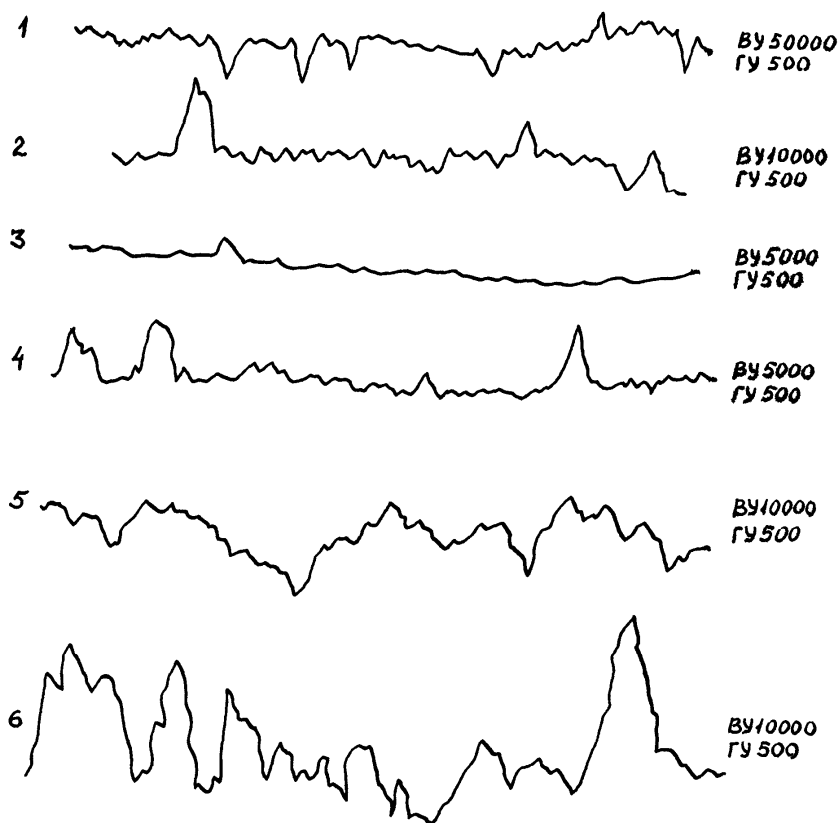


Рис. 1.11. Профилограммы поверхности образцов до и после ионной бомбардировки: 1, 3, 5 - до и 2, 4, 6 - после обработки.

На рис. 1.11 приведены профилограммы поверхности образцов до (1, 3, 5) и после (2, 4, 6) ионной бомбардировки.

Подтверждается существенное изменение высотных, шаговых и структурных параметров шероховатости поверхности.

При обработке высокоотражательных поверхностей деталей из алюминиевых и медных сплавов рекомендуются технологические процессы точения и выглаживания взамен абразивного

полирования или абразивное полирование с последующим кратковременным электрохимическим полированием. Этим обеспечивается более высокая стабильность оптических характеристик обработанных поверхностей.

При обработке светорассеивающих поверхностей рекомендуется струйно-абразивная обработка, химическое и электрохимическое травление,

Учет формы неровностей критерием шероховатости поверхности в ряде случаев позволяет объяснить недостаточную чувствительность высотных параметров шероховатости поверхности.

Оценка работы выхода электронов и критерий шероховатости поверхности могут быть использованы для описания физико-химического состояния обработанных поверхностей.

Разработанные модели абразивного и электрохимического полирования позволяют назначать рациональные режимы обработки светоотражательных поверхностей деталей и исследуемых сплавов.



Изучение верхних участков шероховатых поверхностей позволило установить значения параметров  $b$  и  $\nu$ , характеризующих начальную часть опорных кривых (опорную площадь). Для основных технологических методов обработки они позволяют выполнить ориентировочные расчеты для определения опорной площади шероховатых поверхностей.

Опорная площадь может оказаться одинаковой для нескольких поверхностей, обработанных различными методами. Отличия таких поверхностей устанавливаются по геометрическим характеристикам отдельных микронеровностей: каждому методу обработки соответствует определенный диапазон изменения углов профиля и радиусов закругления выступов в зависимости от высоты шероховатости поверхностей.

В преобладающем большинстве случаев радиус  $r_{np}$  закругления вершин микронеровностей в продольном направлении превышает радиус  $r_n$  закругления в поперечном направлении. Угол  $\beta_n$  профиля микронеровности для поперечного направления больше, чем угол  $\beta_{np}$  для продольного. С уменьшением высоты неровностей наблюдается общая тенденция к уменьшению углов профиля и соответствующему увеличению радиусов закругления выступов.

Геометрические характеристики микронеровностей, высота неровностей, их шаги связаны между собой. С уменьшением высоты неровностей при каждом методе обработки возрастает соотношение между шагом неровностей профиля  $S$  и высотой  $R_{max}$ . Для большинства методов механической обработки при средней высоте неровностей поверхностей шаг  $S$  поперечной шероховатости не превышает  $40 R_{max}$  (шлифование, точение, строгание, фрезерование, растачивание стальных и чугунных деталей).

Для неровностей меньшей высоты их шаги могут достигать почти  $300 R_{max}$ . Шаг  $S_{np}$  продольной шероховатости обычно превышает шаг поперечной шероховатости. Отношение этих величин в большинстве случаев не превышает 15, хотя в отдельных случаях достигает 40. Абсолютные значения шага продольных неровностей достигают  $800 R_{max}$  [243]. Следовательно, чем больше радиусы закругления выступов, тем меньше углы профиля и больше размеры оснований отдельных неровностей и их шаг (при определенной высоте шероховатости).

Таким образом, за критерий оценки шероховатости, полученной различными методами обработки, можно принять отношение радиуса закругления выступов к высоте неровностей.

При необходимости получения более точных значений, характеризующих опорную площадь и другие геометрические параметры качества поверхности деталей, обязательно следует учитывать конкретные условия выполнения соответствующей технологической операции (материал обрабатываемой детали, получаемую шероховатость при определенных режимах обработки, материал инструмента и т. д.). При этом во многих случаях целесообразно учитывать технологическую наследственность.

В табл. 1.6 [243] приведены эмпирические зависимости для определения параметров шероховатости при различных методах и условиях обработки поверхностей.

#### *Влияние параметров режимов электрохимического полирования на шероховатость поверхности*

Электрохимическая обработка может с успехом применяться для обеспечения светорассеивающих свойств поверхностей [ 285 ]. Так, после электрохимического травления поверхностей деталей из стали Ст 3 их светотражательная способность соответствовала 30%, а после покрытия "блестящим" хромом - 50%. Установлено, что светорассеивающие свойства поверхностей достигаются при относительно меньшей высоте неровностей, что улучшает эстетические свойства обработанных поверхностей.

Электрохимическая обработка может с успехом применяться для обеспечения светорассеивающих свойств поверхностей [285]. Так после электрохимического травления поверхностей деталей из стали Ст3их светотражательная способность соответствовала 30%, а после покрытия "блестящим" хромом - 50%. Установлено, что светорассеивающие свойства поверхностей достигаются при относительно меньшей высоте неровностей, что улучшает эстетические свойства обработанных поверхностей.

Для исследования особенностей электроконтактного способа полирования было изготовлено устройство с тампонодержателем для обработки образцов из лент [14].

Для бериллиевых бронз после нагрева на воздухе характерны особенности электрохимической обработки. Они обусловлены тем, что при формовании деталей в процессе дисперсионного твердения

происходит образование стойкой окисной пленки, а сам материал приобретает гетерогенное строение с мелкодисперсными включениями частиц из интерметаллидов [164].

Для обеспечения высокой отражательной способности необходимо перед электрополированием удалить с поверхности деталей окисную пленку абразивными пастами. Механическое полирование бериллиевой бронзы не обеспечивает стабильности отражательной способности ее поверхности в процессе длительного хранения. Это говорит о том, что шероховатая поверхность задерживает на поверхности остатки рабочей среды, создавая условия для протекания физико-химических процессов при длительном хранении и эксплуатации, а это ухудшает оптические свойства поверхности.

Результаты эксперимента по изучению зависимости отражательной способности поверхности образцов из ленты БрБНТ 1,7 от продолжительности хранения в атмосферных условиях могут быть представлены в виде эмпирических зависимостей (табл.1.6) которые получены по методу наименьших квадратов.

Важным моментом процесса электрохимической обработки является удаление окисной пленки с поверхности деталей. Из-за высокой химической стойкости пленки и ее неравномерности по толщине, гетерогенности материала после термической обработки возможны дефекты поверхности. В частности, при форсированном режиме обычно происходит местное растравливание поверхности.

Таблица 1.6

Зависимость отражательной  $\rho_s$  способности поверхностей лент сплава БрБНТ 1,7 после различных методов обработки от продолжительности их хранения  $\tau$  в атмосферных условиях

Вид обработки	Эмпирическая зависимость
Абразивное полирование	$\rho_s = -0,04 \ln \tau + 0,62$
Химическое + абразивное полирование	$\rho_s = -0,0144 \ln \tau + 0,721$
Без обработки (прокат)	$\rho_s = -0,0018 \tau + 0,424$
Абразивное + электрохимическое полирование	$\rho_s = -0,000032 \tau + 0,779$

Для обеспечения заданных эксплуатационных свойств деталей из тонколистового материала предлагается осуществлять обработку поверхности в две операции. Вначале, при механическом полировании, достигается удаление окисной пленки и сглаживание поверх-

ностного слоя. Последующая электрохимическая обработка придает поверхности свойства высокой отражательной способности и ее устойчивости при последующей эксплуатации за счет пассивирующей анодной обработки.

Повышенная активность поверхности после абразивного полирования практически исключает возможность очистки поверхностного слоя (без его замены) от остатков обрабатываемых материалов, что заметно снижает (на 4...15%) ее отражательную способность. Это подтверждается и оценкой работы выхода электронов обработанных поверхностей - после электрохимического полирования она значительно ниже. Значения коэффициента отражения, КРП поверхностей образцов лент из сплава БрБНТ 1,7 после обработки различными методами приведены в табл.1.7.

Таблица 1.7

Значения коэффициентов отражения и излучения, КРП поверхностей деталей из сплава БрБНТ 1,7 после обработки различными методами

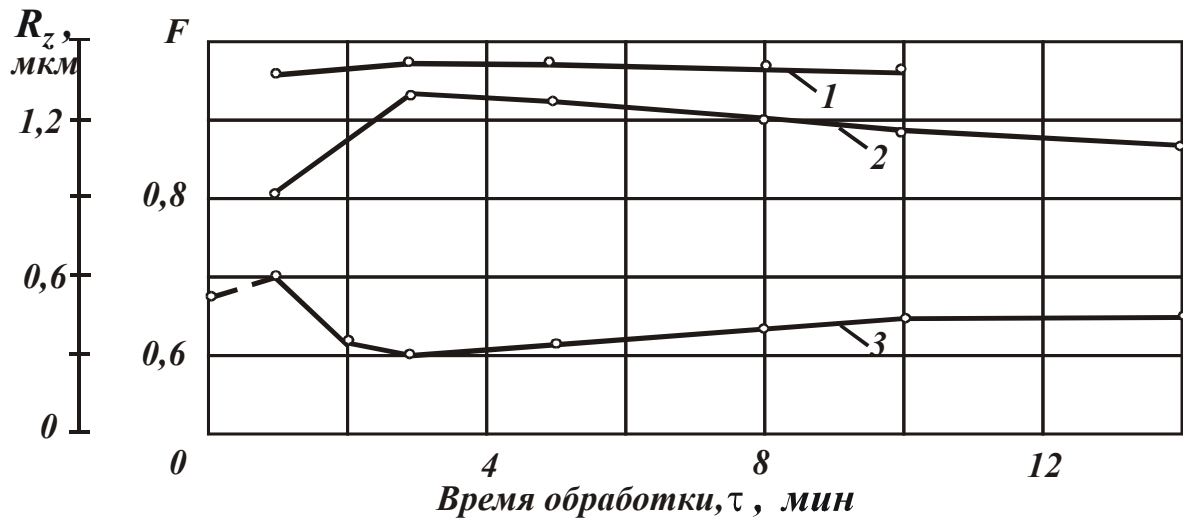
Метод обработки	$\rho_s$	$\varepsilon$	КРП,мВ
Полирование (АСМ 2/1)	0,62	0,07	-100
Электрополирование	0,76	0,05	+300
Термическая обработка на воздухе (при температуре 400 <sup>0</sup> С в течение 50 мин)	0,25	0,18	-300

Кратковременная анодная обработка позволяет удалить загрязнения на поверхности и уменьшить площадь реальной поверхности, что должно увеличить значения критерия шероховатости поверхности  $F'$ .

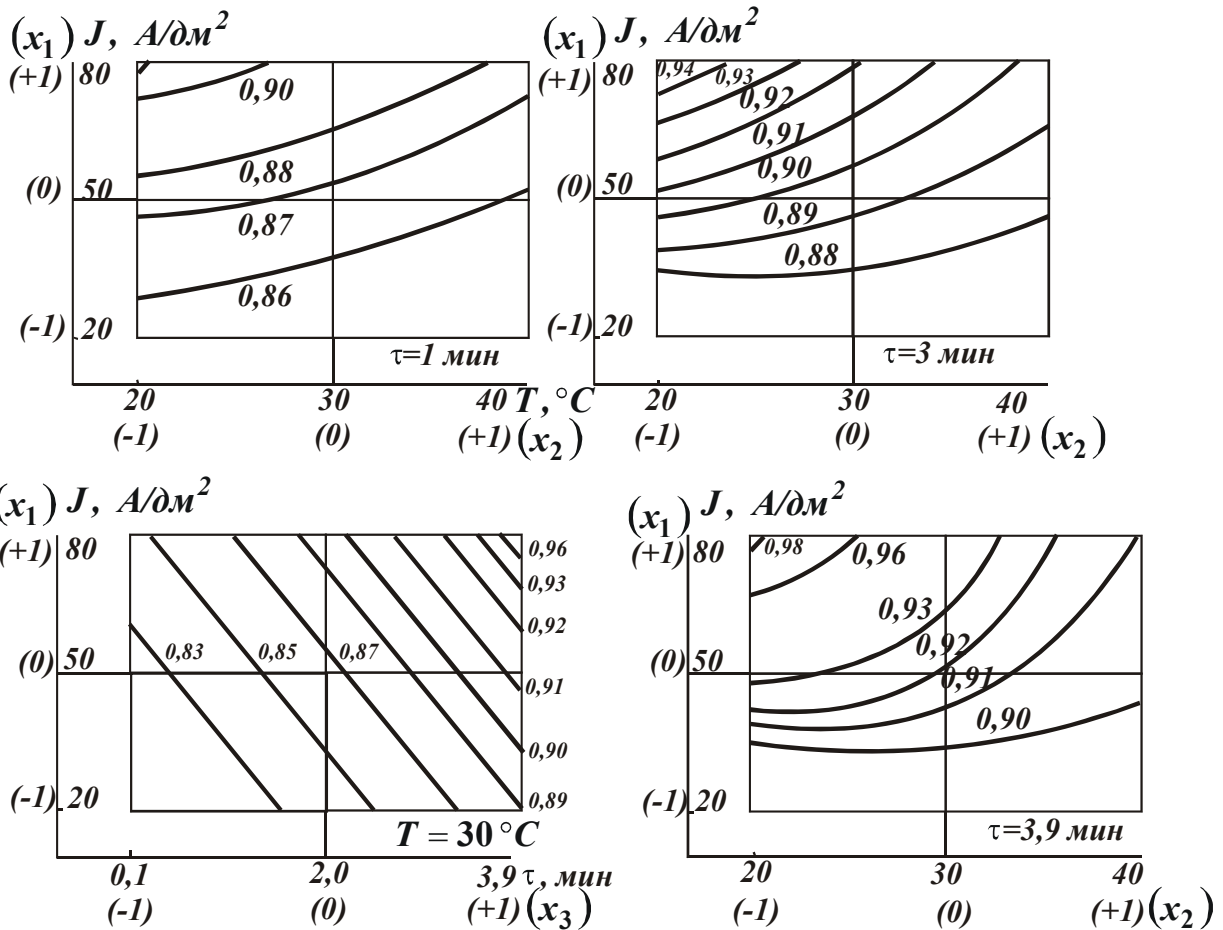
На рис.1.12. приведены зависимости критериев шероховатости поверхности  $F'$  и  $F$  и высоты неровностей  $R_z$  от продолжительности полирования ленты сплава БрБНТ 1,7. Обработку образцов производили после нагрева на воздухе (отпуск).

Анализируя зависимости критериев шероховатости поверхности от продолжительности полирования и профилограммы поверхностей после обработки на различных режимах (рис.1.12,а), можно предположить, что на первой стадии обработки происходит структурное травление поверхностного слоя, обладающего большой геометрической неоднородностью. Интенсивность растворения более активных в электрохимическом отношении включений окисной пленки значительно выше, поэтому в начальный момент происходит резкое увеличение площади реальной поверхности за счет увеличения пористости

окисной пленки. Значения критерия шероховатости поверхности  $F'$  снижаются.



а



б

Рис. 1.12. а - зависимость факторов шероховатости  $F$  (1),  $F'$  (2) и высоты неровностей  $R_z$  (3) от продолжительности электрохимического полирования (плотность тока  $80 A/dm^2$ ); б - Зависимость критерия шероховатости поверхности  $F'$  от значений параметров режима электрохимического полирования.

В дальнейшем начинает растворяться основной металл и пористая часть окисной пленки отслаивается. Происходит увеличение значения критерия шероховатости  $F'$ . При увеличении времени обработки свыше 6 мин происходит снижение его значений, что можно объяснить изменением формы выступов и впадин в результате более интенсивного растворения мелкодисперсной фазы [251].

При повышенных плотностях тока и большой продолжительности процесса в анодном слое может произойти нарушение соотношения скоростей диффундирования ионов с матрицы и мелкодисперсной фазы, что, по-видимому, наблюдается в нашем случае и снижает значения критерия шероховатости поверхности  $F'$ .

Сравнение профилограмм поверхностей показывает, что частотный состав неровностей при сглаживании уменьшается, амплитуда снижается, а при нарушении стабильности режима - частотный состав увеличивается, периодическая составляющая незначительна.

Стабилизация параметров процесса полирования (выравнивание скоростей растворения матрицы и мелкодисперсной фазы) достигается интенсификацией отвода продуктов анодного растворения (принудительное обновление прианодного слоя). Это увеличивает значения критерия шероховатости поверхности  $F'$ . Принудительное обновление прианодного слоя может быть достигнуто увеличением кратности обмена электролита в зоне обработки (ваннный способ) или путем механического снятия (замены) прианодного слоя (электроконтактный способ) [14].

Применение электрохимического полирования электроконтактным способом [14] предпочтительно перед ваннным. В отличие от ваннного способа при электроконтактном более интенсивно обновляется прианодная пленка в области контакта микронеровностей тампона с микровыступами обрабатываемой поверхности. Возникающая прианодная пленка менее насыщена ионами металла и обладает меньшим сопротивлением направленному движению ионов, чем при ваннном способе. Характерная особенность процесса - незначительная продолжительность жизни прианодного слоя, что позволяет интенсифицировать процесс обработки. Следует отметить наличие существенных расхождений расчетных и экспериментальных данных коэффициентов поглощения и излучения (рис.1.8), особенно при низких плотностях тока и малом времени обработки. При  $J=30\text{А/дм}^2$  и  $\tau=1\text{мин}$  эти расхождения составили 30% [282], а с учетом критерия шероховатости поверхности - 4%. Экспериментальные значения ко-

коэффициентов поглощения выше расчетных из-за наличия окисной пленки, образованной в процессе полирования в результате нарушения равновесия между скоростью ее образования и химического растворения. При низких плотностях тока и малом времени обработки одной из причин увеличения экспериментальных значений коэффициентов поглощения является возникновение большого числа характерных неровностей, резко увеличивающих площадь реальной поверхности и снижающих значения критерия шероховатости поверхности  $F'$ .

Результаты экспериментов по электрохимическому полированию лент исследуемых сплавов с целью оценки достигаемых значений коэффициентов поглощения  $\alpha_s$  и излучения  $\varepsilon$  представлены в табл.1.8 [164].

Таблица 1.8

Значения коэффициентов поглощения и излучения поверхностей лент пружинных сплавов после электрохимического полирования (при равных значениях параметра шероховатости  $R_a$ )

Марка сплава	$\alpha_s$	$\varepsilon$
36НХТЮ	0,40-0,42	0,11-0,14
БрБ2	0,20-0,21	0,03-0,04
БрБ2,5	0,20-0,22	0,03-0,04
БрБНТ1,7	0,22-0,24	0,03-0,05
БрБНТ1,9	0,22-0,24	0,03-0,05
БрБНТ1,9Мг	0,22-0,24	0,03-0,05
БрБНТ1,7Мг	0,20-0,21	0,04-0,05

После полирования (съем 1...10мкм) значения предела упругости  $\sigma_{0,02}$  увеличиваются до 9% для сплава БрБНТ 1,7, что можно объяснить устранением концентраторов напряжений, снятием слоя с повышенными остаточными напряжениями и микродефектами, а также тем, что на поверхности оказывается слой с благоприятной тонкой структурой [164].

Для изготовления деталей с высокой отражательной способностью поверхностей существенным является съем металла в процессе полирования. Было изучено влияние факторов процесса полирования: плотности тока  $I$ , температуры электролита  $T$  и продолжительности обработки  $\tau$  на толщину удаленного слоя  $h$ . Результаты эксперимента по обработке деталей из медно-бериллиевых сплавов (марки БрБНТ1,7Мг) представлены в следующем виде:

$$\rho_s = 1,44 \cdot I^{0,068} \cdot \tau^{0,037} T^{-0,272} \quad (1.19)$$

Анализ зависимости показывает, что наибольшее влияние на изменение отражательной способности обрабатываемой поверхности оказывает температура электролита. Плотность тока и продолжительность обработки оказывают значительно меньшее влияние.

В результате анализа и оценки факторов технологического процесса, влияющих на критерий шероховатости поверхности  $F$  (для сплава марки БрБНТ 1,7), в качестве основных были приняты: плотность технологического тока,  $J$ , А/дм<sup>2</sup>; температура электролита,  $T$ , °С; продолжительность обработки,  $\tau$ , мин.

Анализ модели указывает на различное влияние учтенных факторов (для выбранных интервалов их изменения) на шероховатость поверхности. Более слабое влияние на значение параметров шероховатости поверхности по сравнению с остальными параметрами оказывает температура электролита сама по себе. Наибольшее влияние оказывает продолжительность полирования и в меньшей степени - плотность технологического тока. Совместное воздействие технологического тока и температуры электролита в зависимости от продолжительности обработки увеличивают значения параметров шероховатости поверхности.

### 1.4.3. ПАРАМЕТРЫ ФИЗИКО-ХИМИЧЕСКОГО СОСТОЯНИЯ ПОВЕРХНОСТИ

*Параметры для оценки физического состояния поверхностного слоя*

Для оценки физического состояния поверхностного слоя детали после механической обработки рекомендуются следующие параметры.

Пластическую деформацию необходимо оценивать изменением степени пластической деформации по глубине поверхностного слоя (послойная степень деформации)  $\varepsilon_{nc}$  и степенью деформации отдельных зерен  $\varepsilon_{зр}$ .

Деформационное упрочнение (наклеп) поверхностного слоя следует оценивать глубиной  $h_H$  и степенью наклепа  $u_H$ , а интенсивность наклепа по глубине поверхностного слоя - градиентом наклепа  $u_{rp}$ , являющимся особенно важным параметром поверхностного наклепа после окончательной и отделочной обработки поверхностей



силовых деталей [244]:

$$u_{rp} = \frac{HM_{max} - HM_{исх}}{h_H} = \frac{\Delta HM}{h_H},$$

где  $HM_{max}$  и  $HM_{исх}$  - максимальная и исходная микротвердость металла поверхностного слоя.

Непосредственное определение степени деформации поверхностного слоя имеет известные трудности, поэтому обычно ограничиваются определением параметров деформационного упрочнения.

Для определения глубины, степени и градиента наклепа наибольшее распространение получили методы измерения микротвердости на поверхности косых срезов и при послойном стравливании, а также методы рентгеноструктурного анализа [244].

Глубина, степень и градиент упрочнения поверхностного слоя зависят от метода и условий обработки резанием. Глубина наклепанного слоя относительно невелика: от нескольких микрометров (доводка, полирование, тонкое шлифование), до 200-250 мкм (черновое точение, строгание, фрезерование). При особо тяжелых условиях резания (большая подача и глубина резания, малые скорости резания, отрицательные передние углы) глубина поверхностного наклепа может достигать 1 мм и более. Степень наклепа обычно находится в пределах от 120 до 160%. Градиент наклепа у жаропрочных сплавов после шлифования абразивной лентой с шероховатостью поверхности от  $R_z = 20$  мкм до  $R_z = 0,4$  мкм изменяется в пределах от 2700 до 4000 кГс/мм<sup>3</sup>.

Основными параметрами для характеристики субструктуры металла поверхностного слоя рекомендуются размеры фрагментов  $l_\Phi$  и блоков  $l_\delta$  и углы разориентировки их,  $\alpha_\Phi$  и  $\alpha_\delta$ . Оценку искаженности кристаллической решетки металла поверхностного слоя можно производить по параметрам решетки  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ , плотности дислокации  $\rho$  и концентрации вакансий  $C$ .

Необходимо отметить что, взаимосвязь параметров физического состояния поверхностного слоя с технологическими факторами и эксплуатационными свойствами деталей машин еще изучена недостаточно.

*Контактная разность потенциалов как параметр оценки физико-химического состояния поверхности*

Энергетические свойства металлов определяются их природой и характеризуются величиной работы выхода электрона. Измерение

работы выхода электрона позволяет судить о многих процессах, происходящих на поверхностях твердых тел. Работа выхода зависит от состояния поверхности и является величиной, чувствительной к структурным изменениям и соответственно к качеству и способу обработки поверхности, наличию окислов, адсорбированных слоев газов, молекул смазки и т.д.

Существуют прямые и косвенные методы определения работы выхода. Из них самый удобный - метод контактной разности потенциалов (КРП). Метод применим для различных материалов в широких диапазонах температур и давлений окружающего газа, он не влияет на свойства поверхности и является не разрушающим. Метод КРП применяют при исследовании и контроле процессов адсорбции, поверхностных реакций, деформации, трения, определении степени наводораживания металлов и сплавов, трибофизических и трибохимических процессов и т.д.

Методы измерения КРП не ограничены какими-либо особыми формами или температурой образцов, которые могут находиться в различных по составу и давлению средах.

Рассмотрим физическую сущность метода КРП. Если привести два разнородных металла с работами выхода  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$  в контакт, то они начнут обмениваться электронами. Между ними будет протекать электрический ток, пока не произойдет выравнивание уровней химических потенциалов (уровней Ферми). После установления равновесия металлы приобретут заряды противоположных знаков. Между их внешними, не контактирующими поверхностями, появится контактная разность потенциалов, равная

$$U_{\text{КРП}} = \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{e},$$

где  $e$  - заряд электрона.

Если один из металлов (электрод сравнения) имеет известную работу выхода, то по величине и знаку КРП можно определить работу выхода второго металла.

Для задач прикладного характера знание абсолютной величины работы выхода не обязательно. Требуется определить лишь изменение её в процессе опыта. Для этого необходимо обеспечить постоянство работы выхода электрода сравнений. В качестве эталона используют платину, золото, окисленные тантал, никель.

#### 1.4.4. ТЕХНОЛОГИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ФИЗИКО-ХИМИЧЕСКИХ СВОЙСТВ ПОВЕРХНОСТИ

##### *Влияние полимерных технологических материалов на свойства обработанных поверхностей*

Полимеры, входящие в состав абразивных паст и суспензий как вещества с высоким молекулярным весом и большими размерами макромолекул, оказывают сложное действие на процесс обработки. По характеру это действие может быть физическим, химическим и механическим.

Физические действия полимеров состоят в том, что они, изменяя вязкость абразивного состава, воздействуют на демпфирующее состояние рабочего слоя в зоне обработки и, тем самым, на царапающий эффект абразивных зерен и, следовательно, производительность процесса обработки. При этом изменением вязкости состава регулируется степень удержания абразивного состава в зоне обработки. Химическое действие заключается в том, что интенсификация съема металла происходит за счет взаимодействия активных продуктов деструкции полимеров в процессе обработки. Полимерные вещества в процессе обработки подвергаются механической, термической, окислительной и другим видам деструкции [71].

При взаимодействии абразивных зерен, поверхностей притира (полировальника) и обрабатываемой детали происходит механическая деструкция полимера, которая выражается в разрыве цепочек макромолекул полимеров. При этом может происходить уменьшение молекулярного веса полимера. Обрыв цепочек сопровождается образованием свободных валентностей в месте обрыва свободных макро-радикалов, снижение молекулярного веса возможно только при стабилизации этих макро-радикалов, т.е. при образовании стабильных обрывков исходных молекулярных цепочек.

Стабилизация макро-радикалов - компенсация свободных валентностей на их концах - может происходить при взаимодействии с металлом ювенильных поверхностей, образующихся в результате царапания абразивными частицами обрабатываемой детали.

Стабилизация макро-радикалов возможна при компенсации свободных валентностей на их концах при взаимодействии с веществами (акцепторами) из неабразивных составляющих. Имеются в виду вещества, способные легко отщеплять атомы или группы атомов для присоединения к свободным валентностям макро-радикалов, и, тем

самым, их стабилизировать. Некоторые из них, взаимодействуя с веществами, образуют соединения, способные в дальнейшем перегруппироваться с образованием более стабильных концевых групп.

В процессе абразивной обработки механическое воздействие является не единственной причиной обрыва цепочек макромолекул полимеров, а активизируется целым рядом сопутствующих факторов.

Обрабатываемая поверхность при резании - царапании абразивными зёрнами - может нагреваться в локальных участках до значительных температур, а соприкосновение макромолекул вызывает термическую деструкцию - разрыв макромолекулярных цепочек. Под действием тепловой энергии ослабевают не только главные валентные связи между атомами основной цепочки макромолекулы, но и в боковых ответвлениях или группах, вследствие чего может произойти не только обрыв цепи макромолекулы, но и перегруппировка, взаимодействие активированных атомов и групп атомов с веществами окружающей среды или соседних цепочек.

Устойчивость к тепловому воздействию, характер изменения макромолекулы зависят от химической природы полимера и воздействия окружающих веществ. Как правило, чистые полимеры наиболее термостойки. Наличие примесей и активных (ювенильных) металлических поверхностей притира и обрабатываемой детали способствуют химическому взаимодействию полимера и образованию новых продуктов с меньшим молекулярным весом. При этом ювенильные металлические поверхности могут оказать также каталитическое действие на химическое взаимодействие полимера с различными веществами абразивного состава и, кроме того, сами химически взаимодействовать с полимером.

Под действием окружающего воздуха протекает окислительная деструкция полимеров. Наиболее неустойчивы к действию окислительной деструкции - непредельные полимеры, обладающие двойными связями. Продукты окислительной деструкции претерпевают ряд изменений и, обладая на различных стадиях своего изменения разной химической активностью, взаимодействуют с металлом обрабатываемой детали. Кроме того, возникновение концевых окислительных групп повышает адгезию полимера с соприкасавшимися поверхностями, что имеет значение для протекающих химических реакций и удержания абразивного состава в зоне обработки.

Таким образом, полимерные вещества, входящие в абразивный состав, изменяясь в процессе обработки и за счет образующихся ак-

тивных продуктов деструкции, оказывают химическое действие на обрабатываемую поверхность, способствуя повышению съема металла.

Механическое действие состоит в том, что макромолекулы полимеров, обволакивая абразивные зерна, могут способствовать уменьшению эффекта взаимного царапания зерен, вызывая этим повышение времени активного режущего-царапающего воздействия абразивного состава на обрабатываемый материал.

Кроме того, полимеры с другими неабразивными компонентами создают матрицу, в которой распределяются и удерживаются на притире (полировальнике) этой матрицей абразивные зерна.

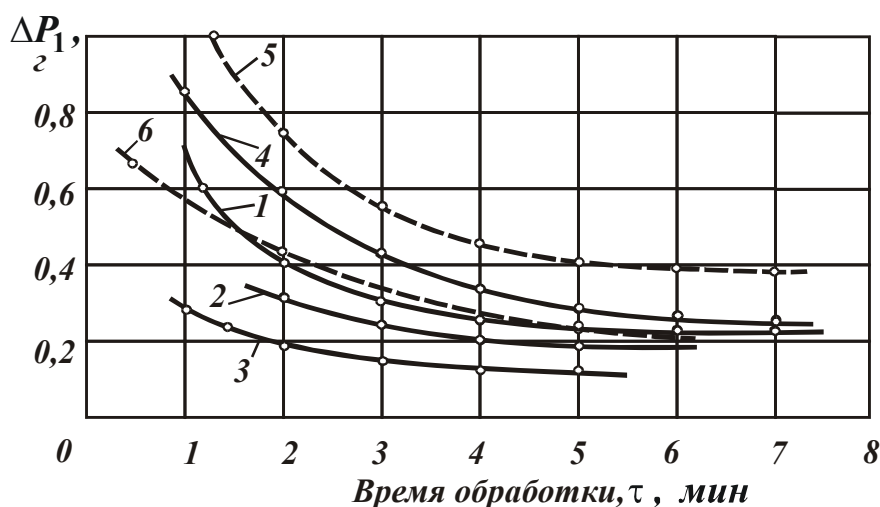


Рис. 1.13. Зависимость съема металла от времени обработки алмазной суспензией различной зернистости: 1 - 7/5 после шлифования; 2 - 5/3, после обработки - 7/5; 3 - 3/2, после обработки - 5/3; 4 - 7/5, после обработки - 3/2; 5 - 7/5 после шлифования (суспензия с полимером); 6 - 5/3, после обработки - 7/5 (суспензия с полимером).

Введение полимера в абразивный состав способствует повышению производительности процесса доводки. Однако этот эффект не одинаков для составов с различной зернистостью абразивов. Большая производительность достигается при обработке составами с меньшим размером абразивных зерен.

При этом значительное влияние на производительность процесса оказывает также удельное давление притира.

#### *Обработка прецизионных деталей с зеркальными поверхностями*

Для обработки прецизионных деталей с зеркальными поверхностями используют пекоканифольные полировальники. Положительный результат получен при использовании доводочного алмазно-абразивного состава с поливинилацетатной дисперсией, что позволило устранить токсичность ранее применяемых составов и уменьшить неровности на поверхности. Рекомендовано следующее соотношение компонентов, (вес %) алмазный микропорошок (5-8); поливинилаце-

татная дисперсия (5-7); вода (остальное) [17]. Состав готовят смешением компонентов.

Варианты состава и их рабочие характеристики приведены в табл.1.9.

Поливинилацетатная дисперсия при оптимальном ее содержании в доводочном алмазно-абразивном составе обеспечивает фиксацию абразивных зерен на полировальнике. Продукты механической деструкции поливинилацетата способны химически взаимодействовать с металлом обрабатываемой поверхности, особенно с образующимися в процессе царапания режущими элементами зерен, гребешками, что обеспечивает повышение съема металла и сглаживание поверхности и что приводит к увеличению ее светоотражающей способности.

Таблица 1.9

Шероховатость поверхности для различных составов

№	АСМ 3/2, %	ПВА, %	ПАВ, %	Ам-ми-ак, %	Вода, %	Съем металла, Т	Шероховатость $R_z$ , мкм	Коэффициент отражения $\rho_s, \%$
1	1,5	-	2,5	0,15	95,85	0,26331	0,08	98,4
2	6,0	-	2,5	0,15	91,35	0,28231	0,09	98,2
3	2,0	6,0	-	-	92,0	0,27312	0,09	99,0
4	3,0	6,0	-	-	91,0	0,41349	0,09	99,0
5	4,0	6,0	-	-	90,0	0,56331	0,10	98,1
6	5,0	6,0	-	-	89,0	0,64632	0,05	99,1
7	6,0	6,0	-	-	88,0	0,68922	0,04	99,2
8	7,0	6,0	-	-	87,0	0,65734	0,05	99,2
9	8,0	6,0	-	-	86,0	0,64931	0,06	99,1
10	9,0	6,0	-	-	85,0	0,63110	0,07	99,0
11	6,0	3,0	-	-	91,0	0,51006	0,09	98,2
12	6,0	4,0	-	-	90,0	0,63789	0,08	98,3
13	6,0	5,0	-	-	89,0	0,65123	0,05	99,0
14	6,0	6,0	-	-	88,0	0,67123	0,05	99,2
15	6,0	7,0	-	-	87,0	0,64341	0,04	99,2
16	6,0	8,0	-	-	86,0	0,62789	0,05	99,0

Примечание: АСМ 3/2 – алмазный микропорошок; ПАВ – поливинилацетатная дисперсия; ПАВ – оксиэтилированные аминоспирты.

При увеличении содержания поливинилацетатной дисперсии вязкость доводочного алмазно-абразивного состава повышается, и он оказывает демпфирующее действие на полировальник. Абразивные

зерна при этом свободно перемещаются в зоне обработки, не оказывая значительного режущего-царапающего действия, производительность процесса доводки уменьшается. Уменьшение же содержания поливинилацетатной дисперсии в составе ниже 5% приводит к потере эффекта, оказываемого ею на процесс доводки.

Содержание алмазного микропорошка в доводочном алмазно-абразивном составе свыше оптимального содержания при капельном методе подачи суспензии в зону обработки не приводит к повышению производительности процесса доводки, так как насыщение полировальника абразивными зернами может происходить до определенной степени, а затем алмазный микропорошок непроизводительно минует зону обработки.

Поливинилацетат и продукты его механической деструкции, происходящей при царапании абразивными (алмазными) зернами металлических поверхностей, способны образовывать прозрачную тончайшую пленку на обработанной поверхности, которая оказывает консервирующее действие на ювенильные металлические поверхности и, следовательно, уменьшает коррозионный процесс.

Сглаживание поверхности в процессе доводки обеспечивает высокую светоотражающую способность поверхности, обрабатываемую с помощью разработанного доводочного алмазно-абразивного состава. Этот же состав может быть использован для обработки прецизионных деталей с заменой алмазного микропорошка обычными абразивами (макропорошками электрокорунда или карбокорунда).

Предлагаемый доводочный алмазно-абразивный состав может успешно применяться при доводочных процессах высокоточных деталей с зеркальными поверхностями, так как он обладает указанными ранее достоинствами, а поливинилацетатная дисперсия является весьма доступным веществом.

#### *Технологическое обеспечение свойств декоративных поверхностей тонкостенных деталей*

Спрос на изделия определяется их товарным видом. Товарный вид изделий оказывает влияние и на другие эксплуатационные свойства, например, долговечность, склонность к адгезии различного рода загрязнений. Высокие эстетические свойства деталей вызывают бережное отношение к изделию в целом и удлиняют срок его службы.

Приятное на ощупь восприятие предмета непосредственно связано с величиной и формой неровностей на поверхности. Зрительное восприятие зависит от спектра излучения, отражения света поверхно-

стями, характера пространственного распределения светового потока и др. Все тела видимы только благодаря рассеянному свету и собственному излучению. Рассеянный свет формируется в поверхностном слое с участием мельчайших пылинок и других загрязнений. При рассеивании в преимущественном направлении наблюдают характерный блеск поверхности. Эстетические свойства в значительной степени будут определяться макро-, микро- и субмикрорельефом.

В настоящее время отсутствуют единые подходы к нормированию и контролю неровностей декоративных поверхностей. Анализ возможностей использования ГОСТ 2789-73 к решению данной проблемы рассмотрен в работе [285], где отражены и недостатки существующих приборов контроля и оценки параметров шероховатости обработанных поверхностей. Предусмотренные стандартом на шероховатость поверхности типы направлений неровностей не в состоянии передать эстетические особенности возможных узоров, рисунков, образуемых на поверхности после обработки с диффузным, зеркальным или смешанным отражением.

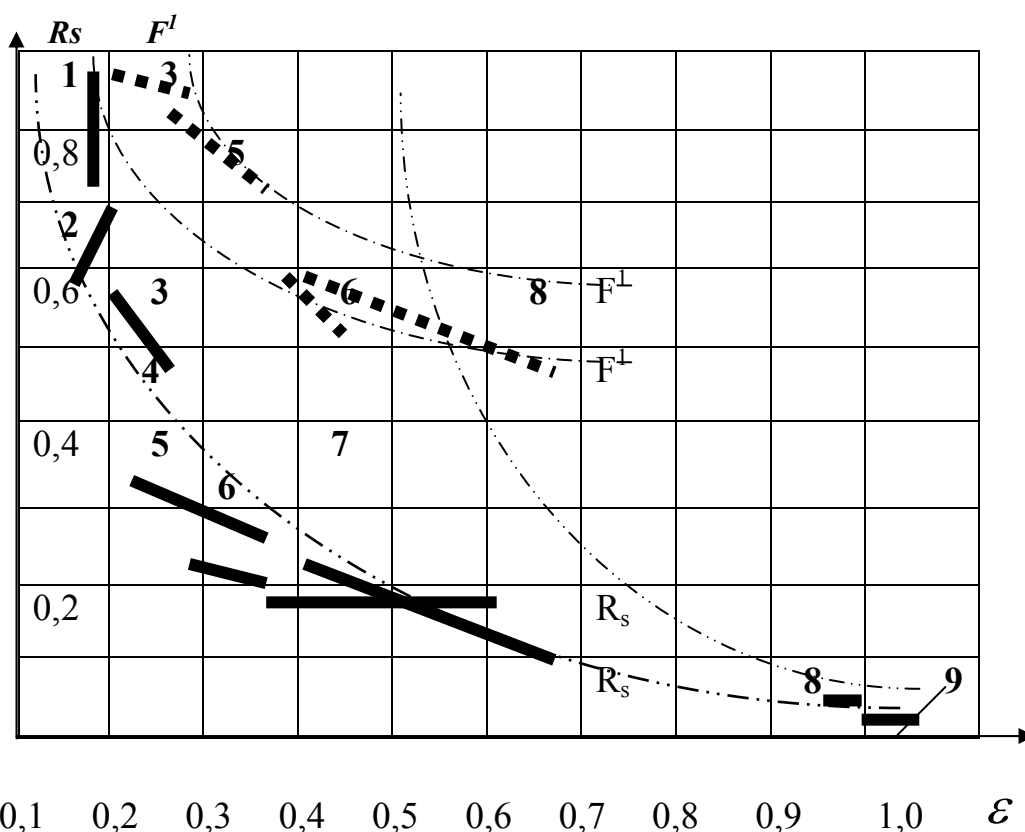


Рис. 1.14. Область значений критерия шероховатости, коэффициентов отражения и излучения после обработки: 1- металлизированная полимерная пленка; 2- диэлектрическая пленка на полированном металле; 3- полированные металлы; 4- краски на основе металлов; 5- неполированные металлы; 6- обдувка песком; 7- серые краски; 8- черное покрытие; 9- черные краски.



Известно, что применение различных методов финишной обработки деталей приводит к формированию характерного поверхностного слоя, который оказывает существенное влияние на перераспределение падающего светового потока (отражение, поглощение и излучение). В поверхностном слое при обработке происходят физические и химические изменения, а поверхностный слой приобретает характерный микрорельеф и химическое состояние.

Состояние поверхностного слоя алюминиевых сплавов марок АМГ3, АМГ4 и АМГ6 изучали после различных методов обработки. При этом учитывали приобретенную предварительно технологическую наследственность. Результаты эксперимента представлены на рис.1.14.

Установлено, что изменение режимов обработки точением, фрезерованием и выглаживанием мало влияет на изменение излучательной способности поверхности, но оказывает влияние на ее светоотражение. Эстетические свойства поверхностей улучшаются при точении алмазным инструментом, при этом светоотражательная способность увеличивается и имеет зеркальный характер. Однако, при обработке тонкостенных деталей осуществление этих процессов затруднено.

Отсутствие бликов на поверхности (светорассеивание) можно получить обдувкой свободным абразивом, струйно-абразивной обработкой, травлением в электролитах, нанесением гальванических покрытий. Эти методы обработки увеличивают излучательную способность поверхностей при одновременном уменьшении светоотражения. Характер светоотражения от таких поверхностей диффузный. Эти методы обработки могут быть эффективны при технологическом обеспечении свойств декоративных поверхностей. При применении струйных методов обработки свободным абразивом образуются неровности с относительно большим диапазоном рассеивания размеров. Для поверхностей деталей с окисленным слоем критерий шероховатости лишь частично отражает форму неровностей на поверхности ввиду увеличенной погрешности контактного метода оценки параметров шероховатости.

#### *Формирование неровностей светорассеивающих поверхностей деталей*

В настоящее время нашли широкое применение тонкостенные детали с высокими показателями качества поверхностного слоя. Особое место среди процессов обработки этих деталей занимают финиш-

ные операции.

Известно, что применение различных методов финишной обработки деталей приводит к формированию характерного поверхностного слоя, который оказывает существенное влияние на перераспределение падающего светового потока (отражение, поглощение и излучение). В поверхностном слое при обработке происходят физические и химические изменения, а поверхностный слой приобретает характерный микрорельеф и химическое состояние. Обычное шлифование жесткими кругами для таких деталей применять нецелесообразно, так как при обработке тонкостенных оболочек очень сложно управлять силовыми воздействиями на поверхностные слои. Поэтому мы рассмотрели ряд альтернативных способов обработки (рис. 1.15). Состояние поверхностного слоя алюминиевых сплавов марок АМг3, АМг4 и АМг6 изучали после различных методов обработки, при этом учитывали ранее приобретенную технологическую наследственность. Установлено, что изменение режимов обработки при точении, фрезеровании и выглаживании мало влияет на изменение излучательной способности поверхности, но оказывает влияние на ее светоотражение.

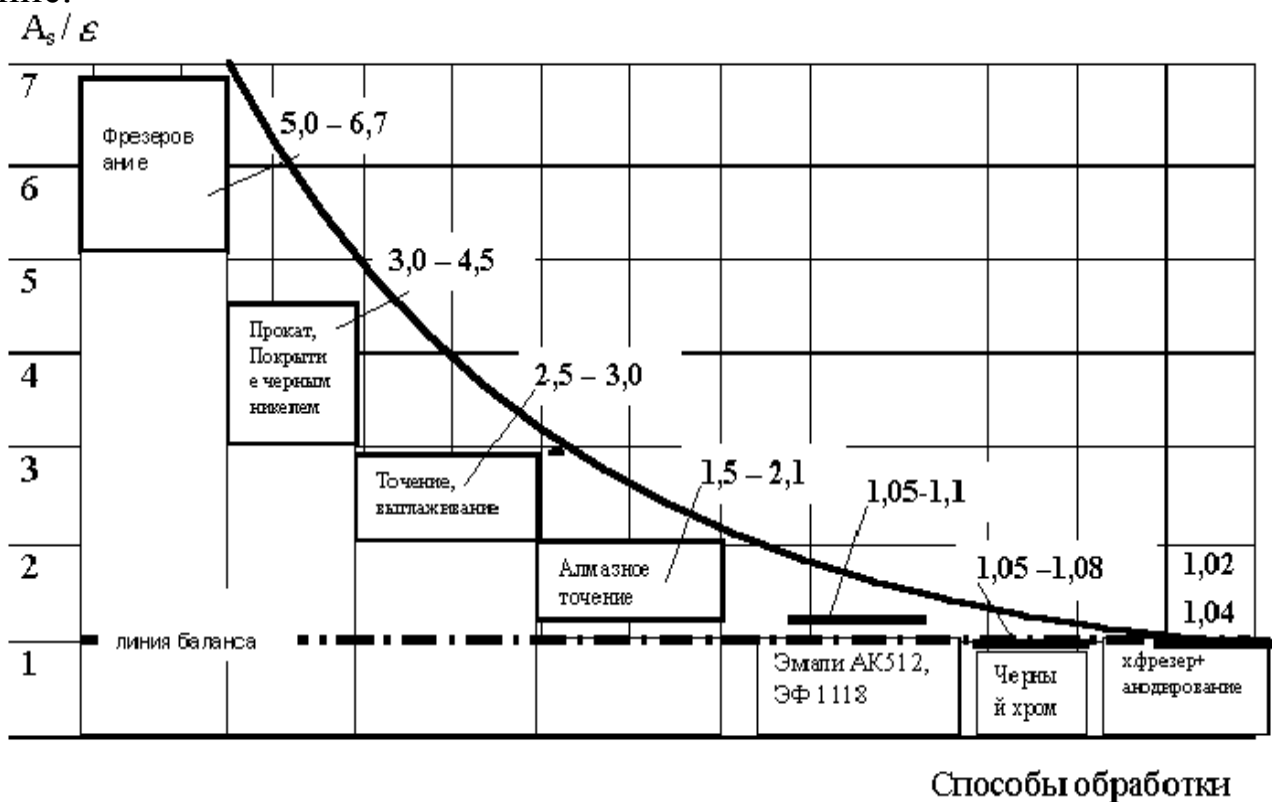


Рис.1.15. Влияние способа обработки поверхности на ее оптические свойства.

Эстетические свойства поверхностей улучшаются при точении алмазным инструментом, при этом светоотражательная способность

увеличивается и имеет зеркальный характер.

Отсутствие бликов на поверхности (светорассеивание) можно получить обдувкой свободным абразивом, струйно-абразивной обработкой, травлением в электролитах, нанесением гальванических покрытий.

Эти методы обработки увеличивают излучательную способность поверхностей при одновременном уменьшении светотражения. Характер светотражения от таких поверхностей диффузный. Эти методы обработки могут быть эффективны при технологическом обеспечении свойств декоративных поверхностей. При применении струйных методов обработки свободным абразивом образуются неровности с относительно большим диапазоном рассеивания размеров. Для поверхностей деталей с окисленным слоем критерий шероховатости лишь частично отражает форму неровностей на поверхности ввиду увеличенной погрешности контактного метода оценки параметров шероховатости.

Однако, при обработке тонкостенных деталей осуществление ряда процессов затруднено. Поэтому для разработки технологии изготовления деталей термоса мы выбрали способы обработки абразивными составами, лепестковыми и игольчатыми кругами.

Разработан технологический процесс обработки поверхностей тонкостенных осесимметричных деталей лепестковыми кругами и иглофрезами, включающий следующие операции: контроль качества

поверхности до и после обработки; установку и снятие детали с приспособления для обработки; процесс обкатывания поверхности лепестковыми кругами или иглофрезами. При этом обеспечивается получение равномерной по оттенку светорассеивающей

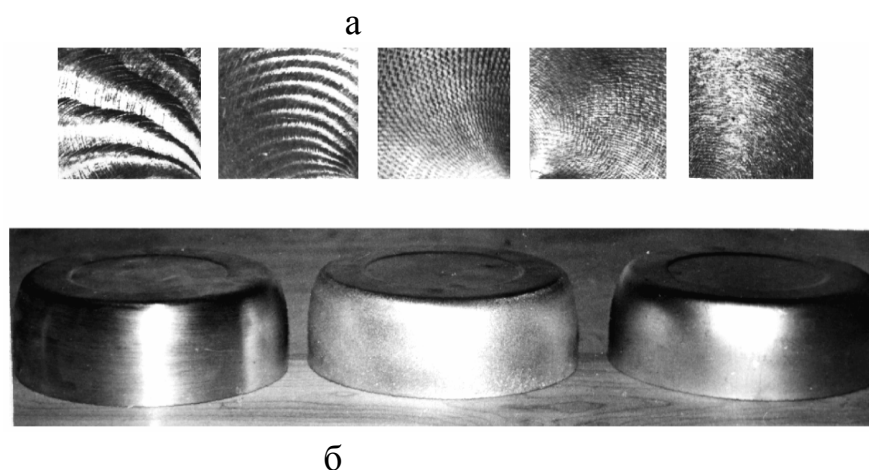


Рис. 1.16. Фотографии макрорельефа (а) поверхности образцов из алюминиевых сплавов марки АмГЗ после различных режимов обработки: 1 - 250 об/мин; 2 - 325 об/мин; 3 - 410 об/мин; 4 - 630 об/мин; 5 - 840 об/мин; вид поверхности деталей после иглофрезерования и абразивной обработки (б).



При разработке конструкции установки возникла необходимость в более точной оценке расстояния  $O_4O_{3u}$  в зависимости от текущих значений угла поворота кривошипа  $a$  ( $\rho = f(a)$ ). В работе [93] подобная функция представляется в виде:

$$\rho = \rho_m \cos \omega t, \quad (1.20)$$

где  $\rho$  – текущее значение кратчайшего расстояния между средними линиями обрабатываемой поверхности детали и инструмента;  $\rho_m$  – максимальное значение расстояния между средними линиями поверхностей детали и инструмента;  $\varepsilon$  – угловая скорость вращения кривошипа  $a$ ;  $t$  – текущее значение времени.

В основу расчетной схемы положены два четырехзвенных механизма. Сделаны следующие допущения:

- перемещение точки  $O_{3u}$  вдоль оси  $X$  незначительно влияет на закон движения точки  $O_{3u}$  вдоль оси  $Y$ ;
- перемещение точки  $O_4$  вдоль оси  $X$  незначительно влияет на закон движения точки  $O_4$  вдоль оси  $Y$ .

Анализ схемы установки с использованием методики, изложенной в работе [65], позволил представить функцию  $\rho = f(\alpha)$  для детали в виде:

$$\begin{aligned} \rho_{\partial} &= 2O_1O_4 \sin \left( \frac{\varphi_{m_{\partial}} - 2\varphi_{\partial}}{4} \right) = \\ &= 2O_1O_4 \sin \left\{ \arcsin \frac{B_{\partial}}{4O_1O_4} - \frac{1}{2} \left[ \arccos \frac{c_1^2 + d_1^2 - (B_1 + a_1)^2}{2c_1d_1} - \right. \right. \\ &\left. \left. - \arccos \frac{c_1^2 + a_1^2 + d_1^2 - B_1^2 - 2ad_1 \cos \alpha}{2c_1 \sqrt{a^2 + d_1^2 - 2ad_1 \cos \alpha}} - \arcsin \frac{a \sin \alpha}{\sqrt{a^2 + d_1^2 - 2ad_1 \cos \alpha}} \right] \right\}, \end{aligned} \quad (1.21)$$

где  $O_1O_4$  – расстояние от оси поворота детали до середины обрабатываемой поверхности;  $\varphi_m$  – максимальное значение угла поворота детали с приводом вращения;  $\varphi$  – текущее значение угла поворота детали;  $B_{\partial}$  – ширина обрабатываемой поверхности детали;  $\alpha$  – текущее значение поворота кривошипа  $a$ .

Закон движения точки  $O_4$  средней обрабатываемой поверхности детали запишется в виде:

$$l_{\partial} = 2O_1O_4 \sin \frac{\varphi}{2}, \quad (1.22)$$

где  $l_{\partial}$  - длина пути перемещения средней точки поверхности детали вдоль оси  $Y$ ;  $\varphi$  - выражение, заключенное в квадратные скобки уравнения (1.21).

Аналогично определяется функция  $\rho = f(\alpha)$  для инструмента:

$$\begin{aligned} \rho_u &= 2 \cdot O_2 O_3 \sin \left( \frac{\varphi_{m_u} - 2\varphi_u}{4} \right) = \\ &= 2 \cdot O_2 O_3 \sin \left\{ \arcsin \frac{B_u}{4O_2 O_3} - \frac{1}{2} \left[ \arccos \frac{c_2^2 + d_2^2 - (B_2 + a)^2}{2c_1 d_1} - \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - \arccos \frac{c_2^2 + a^2 + d_2^2 - B_2^2 - 2ad_2 \cos \alpha}{2c_2 \sqrt{a^2 + d_2^2 - 2ad_2 \cos \alpha}} - \arcsin \frac{a \sin \alpha}{\sqrt{a^2 + d_2^2 - 2ad_2 \cos \alpha}} \right] \right\}. \end{aligned} \quad (1.23)$$

Закон движения точки на делительной окружности шестерни привода перемещения инструмента по оси  $Y$  определяется в виде:

$$l_u = 2O_2 O_3 \sin \frac{\varphi_u}{2}. \quad (1.24)$$

На законы движения точек (уравнения (1.22) и (1.24)) влияют соотношения длин звеньев четырехзвенных механизмов, которые определяются в значительной степени размерами рабочих поверхностей инструмента и детали.

Для наладки установки на обработку конкретной детали с размером  $B_{\partial}$  необходимо определить взаимосвязь между приращением кривошипа  $a$  и углами поворота  $\varphi_{m_u}$  и  $\varphi_{m_{\partial}}$ . Функцию  $a = f(\varphi_m)$  можно представить:

для инструмента

$$a_u = \sqrt{c_2^2 + d_2^2 + 2c_2 d_2 \cos \left( \theta_2 + \psi_u + \frac{\varphi_{m_u}}{2} \right) - B_2}; \quad (1.25)$$

для детали

$$a_{\partial} = \sqrt{c_1^2 + d_1^2 + 2c_1 d_1 \cos \left( \theta_1 + \psi_u + \frac{\varphi_{m_u}}{2} \right) - B_1}; \quad (1.26)$$

где  $\theta_1$  - угол между звеньями  $O_2 C_2$  и  $O_2 O_3$ ;  $\theta_2$  - угол между звеньями  $O_1 C_1$  и  $O_1 O_4$ ;  $\psi_1, \psi_2$  - угол между направлением центральной оси и звеньями  $OO_1$  и  $OO_2$ .

Углы  $\theta_1, \theta_2, \psi_1, \psi_2$  определены конструкцией установки. Если  $B_u = B_{\partial} = B$ , то

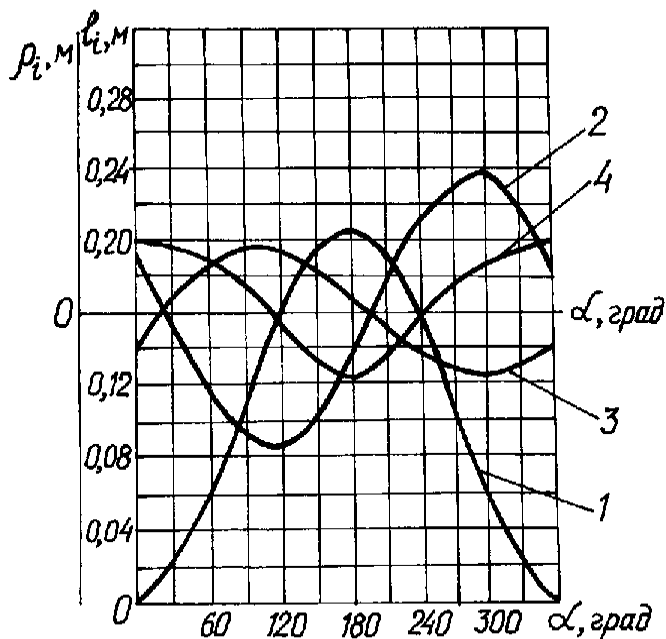
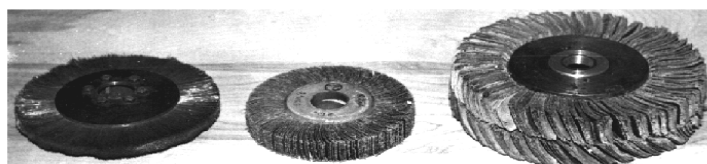
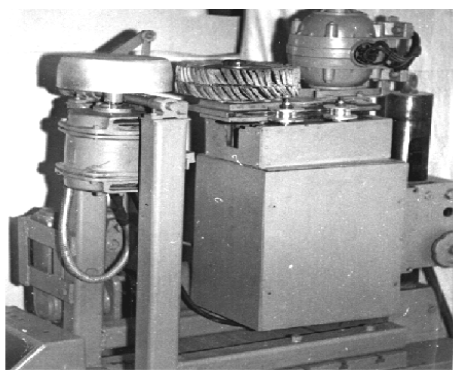


Рис.1.19. Графики функций:  $l_i = f(\alpha)$  и  $\rho_i = f(\alpha)$ : 1 -  $l_o = f(\alpha)$ ; 2 -  $l_u = f(\alpha)$ ; 3 -  $\rho_o = f(\alpha)$ ; 4 -  $\rho_u = f(\alpha)$ .  
характеризующие перемещение площади контакта инструмента и детали (рабочей зоны) в зависимости от текущих значений угла поворота кривошипа  $\alpha$ .

На законы движения средней линии обрабатываемой поверхности и средней линии инструмента влияют соотношения длин звеньев



б

Рис. 1.20. Установка для абразивной обработки наружной поверхности детали (а) и абразивный и лезвийный инструмент (б): 1 - иглощетка; 2, 3 - лепестковые круги

$$\varphi_{m_u} = 4 \arcsin \frac{B}{2O_2O_3}; \quad (1.27)$$

$$\varphi_{m_o} = 4 \arcsin \frac{B}{2O_1O_4}; \quad (1.28)$$

Уравнения (1.27) и (1.28), при принятых условиях определяют функциональную зависимость между приращением кривошипа  $a$  и шириной инструмента и детали, как близкую к линейной.

Для обеспечения наладки установки на обработку конкретной детали были построены графики (рис.1.19),

характеризующие перемещение площади контакта инструмента и детали (рабочей зоны) в зависимости от текущих значений угла поворота кривошипа  $\alpha$ .  
Для обеспечения наладки установки на обработку конкретной детали были построены графики (рис.1.19), характеризующие перемещение площади контакта инструмента и детали (рабочей зоны) в зависимости от текущих значений угла поворота кривошипа  $\alpha$ .  
На законы движения средней линии обрабатываемой поверхности и средней линии инструмента влияют соотношения длин звеньев четырехзвенных механизмов, которые определяются в значительной степени размерами рабочих поверхностей инструмента и детали.

Взаимосвязь между приращением кривошипа ( $a$ ) и углами поворота инструмента и детали необходима для наладки установки для обработки.

Установлено, что функциональная зависимость между приращением кривошипа  $a$  и шириной инструмента и детали

близка к линейной.

Длина звеньев многозвенного механизма выбрана таким образом, чтобы относительные движения инструмента и детали перемещали площадь контакта по всей поверхности детали. Такое относительное перемещение детали и инструмента обеспечивает постоянный контакт их поверхностей в процессе обкатывания. Разработана конструкция и изготовлены установка, лепестковые абразивные круги и иглощеточки повышенной жесткости, (рис. 1.20).

Обработка декоративной поверхности тонкостенных деталей термоса из сплава АМГ-2 выполнялась иглощетками и абразивными кругами. Для проведения экспериментов использовали специальную

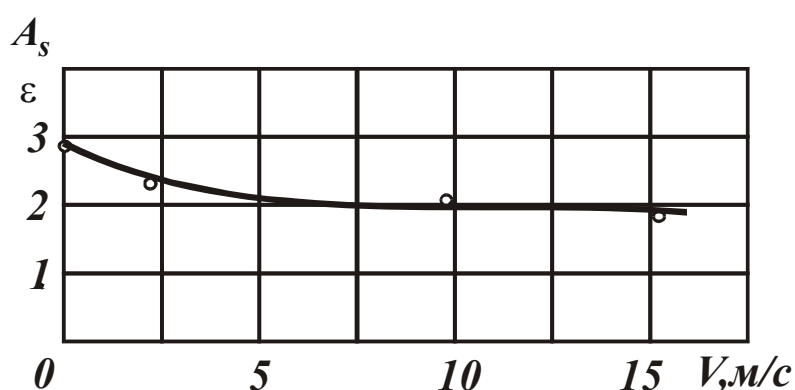


Рис 1.21. Изменение отношения коэффициентов

$\frac{A_s}{\epsilon}$  при обкатке иглощетками поверхностей деталей термоса из сплава марки АМГ2 (диаметр игл 0,15 мм из стали 65Г, коэффициент заполнения 0,7).

Обработка позволила снизить значение отношения поглощения к излучению ( $\frac{A_s}{\epsilon}$ ) до 1,8, что улучшило функциональные и эстетические свойства деталей термоса.

Результаты эксперимента представлены на рис.1.21 и рис.1.22.

Результаты эксперимента показывают, что изменение скорости

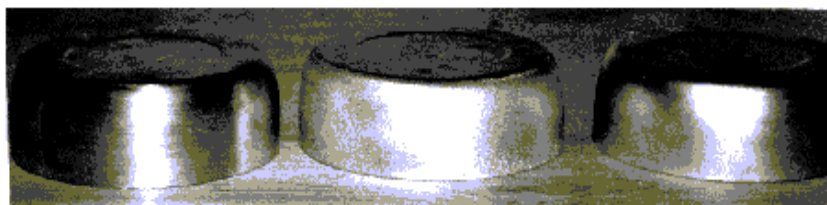


Рис. 1.22. Фотография поверхности деталей после обкатки иглощетками и абразивными лепестковыми кругами повышенной жесткости.

установку для обработки тонкостенных осесимметричных деталей (рис.1.13) [165]. Рекомендованы режимы обработки: окружная скорость инструмента 15 м/с; окружная скорость детали 15 м/с; деформация эластичного инструмента 3-4 мм; подача инструмента 2 мм/об; подача детали 4 мм/об.

обкатки поверхности свыше 3 м/с незначительно влияет на отношение оптических коэффициентов  $\frac{A_s}{\epsilon}$ .

Применение предлагаемых процес-



сов отделки поверхностей тонкостенных деталей позволило улучшить эксплуатационные характеристики ответственных деталей летательных аппаратов [244].

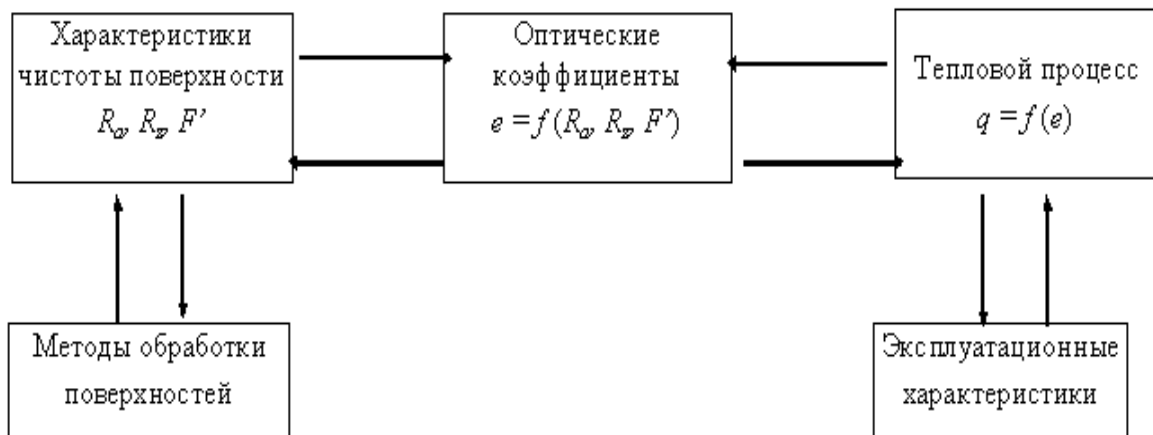


Рис. 1.23. Схема обеспечения заданных эксплуатационных характеристик деталей, работающих в условиях воздействия светового потока.

Технологическое обеспечение эксплуатационных характеристик деталей выполняли по схеме (рис. 1.23).

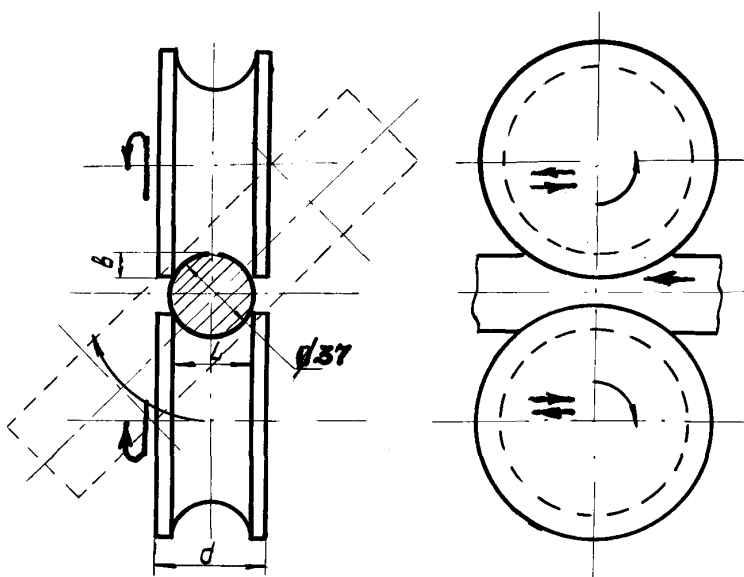


Рис. 1.24. Схема обработки особотонкостенных деталей из лент на специальной оправке.

Разработан технологический процесс обработки особотонкостенных деталей трубчатой формы. Обработка наружных поверхностей осуществляется по планетарной схеме (рис. 1.24).

Влияние подачи изделия на параметры шероховатости поверхности при обработке показано на рис.1.25.

При обработке высокоотражательных поверхностей жестких деталей из алюминиевых и медных сплавов рекомендуются технологические процессы точения (алмазными резцами), выглаживания (алмазными наконечниками) взамен абразивного полирования. Абразивное полирование рекомендуется для тонкостенных деталей, но с обязательной последующей кратковременной анодной обработкой в режиме полирования. При этом обеспечивается высокая стабильность

оптических характеристик обработанных поверхностей [165]. Применение последующего электрохимического полирования позволяет повысить стабильность оптических характеристик поверхностей изделий в процессе длительного хранения и эксплуатации.

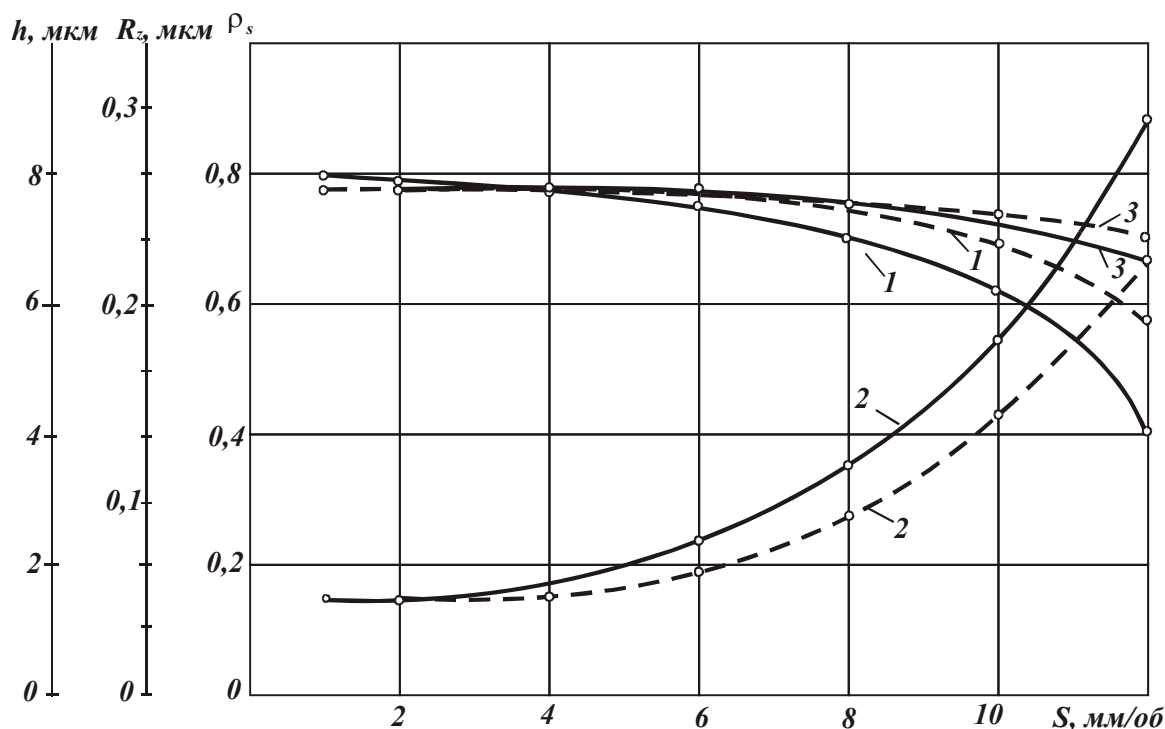


Рис. 1.25. Зависимость съема металла(1), высотного параметра шероховатости (2) и световоспособности (3) от подачи штанги на оборот полировальных головок (--- с применением осцилляции полировальных головок).

### 1.5. ВЗАИМОСВЯЗЬ КАЧЕСТВА ОБРАБОТКИ ПОВЕРХНОСТИ И ЭКСПЛУАТАЦИОННЫХ СВОЙСТВ ИЗДЕЛИЙ

В условиях эксплуатации поверхностный слой детали подвергается наиболее сильному и длительному физико-химическому воздействию: механическому, тепловому, магнитному, электрическому, световому, химическому и др. Потеря деталью своего служебного назначения, ее разрушение в большинстве случаев происходит с поверхности. Например, усталостная трещина, износ, эрозия, коррозия развиваются с поверхности детали. Таким образом, поверхностный слой оказывает существенное влияние на надежность и долговечность работы детали или изделия в целом. Систематизации данных по влиянию геометрических параметров слоя на эксплуатационные свойства детали посвящены работы многих авторов.

Взаимосвязь геометрических параметров поверхностного слоя с физико-химическими и эксплуатационными свойствами детали пока-

зана на рис.1.26 [244].

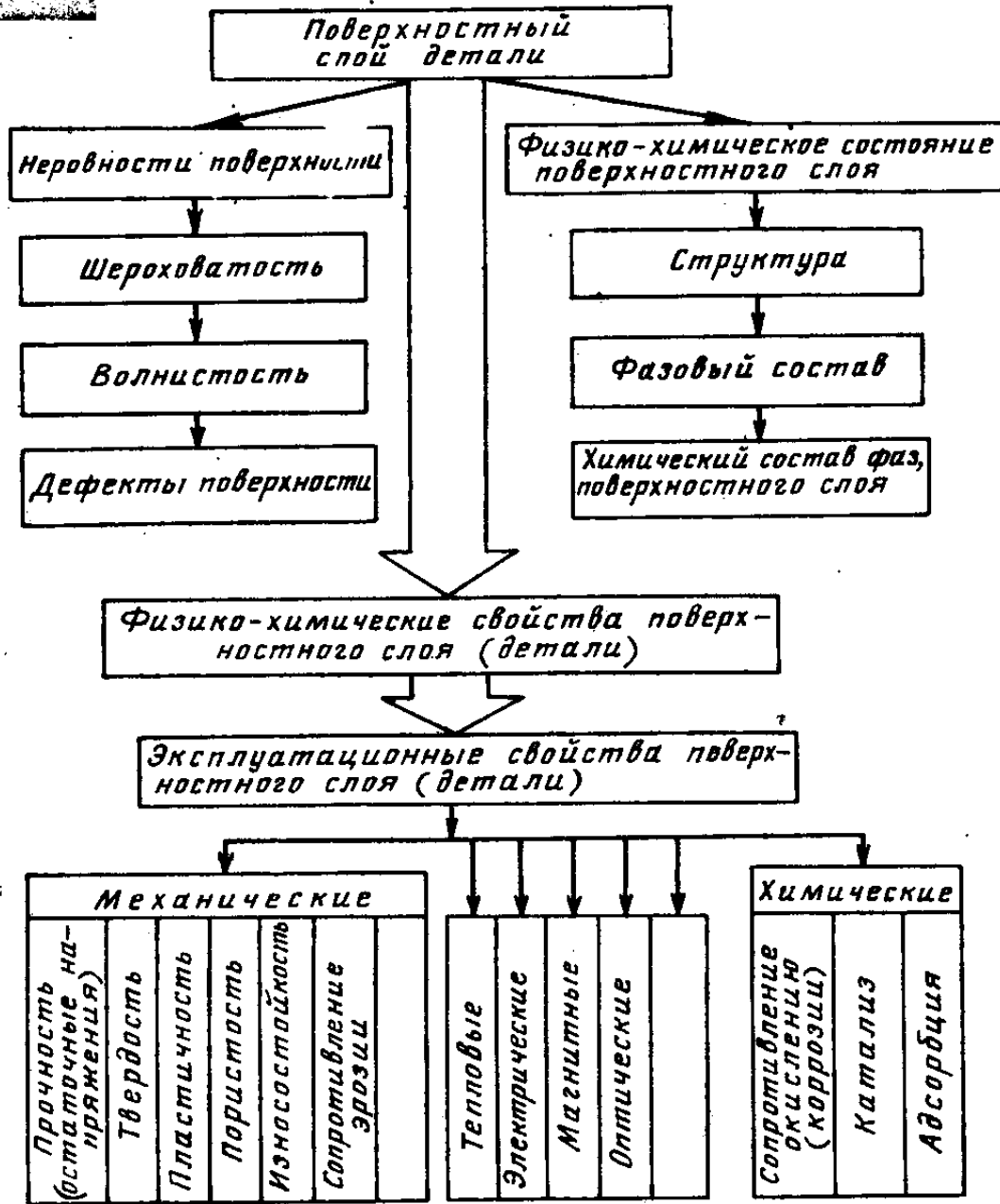


Рис. 1.26. Поверхностный слой и эксплуатационные свойства деталей.

## 1.6. КРИТЕРИИ ОЦЕНКИ КАЧЕСТВА ОБРАБОТКИ

### 1.6.1. СТАНДАРТИЗАЦИЯ НЕРОВНОСТЕЙ ПОВЕРХНОСТЕЙ

Работы по стандартизации неровностей ведутся постоянно. Действующие стандарты (ГОСТы 2789-73, 2.309-73, 24642-81) ограничивают основные нормы взаимозаменяемости по шероховатости, отклонениям формы и расположения поверхностей. Волнистость по-

верхности до настоящего времени не стандартизована и при ее назначении руководствуются отраслевыми нормами или рекомендациями СЭВ.

Рекомендация СЭВ (РС-3951-73) для оценки волнистости поверхности устанавливает три параметра: высота волнистости  $W_z$  (амплитуда, высота волны), наибольшая высота волнистости  $W_{max}$  и средний шаг волнистости  $S_w$ .

Тип направления	Обозначение	Характеристика направлений неровностей	Схематическое изображение
Параллельное	—	Параллельно линии, изображающей на чертеже поверхность	
Перпендикулярное	⊥	Перпендикулярно линии, изображающей на чертеже поверхность	
Перекрещивающееся	X	Перекрещивание в двух направлениях наклонно к линии, изображающей на чертеже поверхность	
Произвольное	M	Различные направления по отношению к линии, изображающей на чертеже поверхность	
Кругообразное	C	Примерно круговое по отношению к центру поверхности	
Радиальное	R	Примерно радиальное по отношению к центру поверхности	

Рис. 1.27. Направление неровностей на поверхности и их обозначение.

Шероховатость поверхности занимает особое место среди объектов стандартизации. В настоящее время действует ГОСТ 2789-73 «Шероховатость поверхности». Данный стандарт предусматривает нормирование шероховатости поверхности по высотным параметрам  $R_z$ ,  $R_a$  и  $R_{max}$  и по параметрам, характеризующим форму, расположение и направление неровностей в пределах базовой длины - средним шагом неровностей  $S_m$ , средним шагом неровностей по вершинам  $S$  и относительной опорной длиной профиля  $t_p$ .

Кроме нормирования значений параметров шероховатости, при необходимости должны устанавливаться требования к направлениям неровностей поверхности (рис.1.27).

## 1.6.2. КОНТРОЛЬ ПАРАМЕТРОВ И ИЗМЕРЕНИЕ ИХ ЗНАЧЕНИЙ

### Задачи контроля и требования к нему

Задача существенного улучшения качества промышленной продукции, повышения надежности и долговечности машин может быть

успешно решена при условии совершенствования технологии производства и методов контроля качества продукции.

Контроль качества продукции заключается в проверке соответствия показателей ее качества установленным требованиям (ГОСТ 15467-70). Важными критериями высокого качества деталей машин являются физические, геометрические и функциональные показатели, а также, технологические признаки качества, например, отсутствие недопустимых дефектов типа нарушения сплошности материала, соответствие физико-механических свойств и структуры основного материала и покрытия, размеров и параметров шероховатости поверхности требованиям технической документации и др.

В настоящее время в производстве широко применяют неразрушающий контроль (НК) [294], позволяющий проверить качество продукции без нарушения ее пригодности к использованию по назначению.

Существующие средства НК согласно ГОСТ 4.27-71 и ГОСТ 4.28-71 предназначены для выявления дефектов типа нарушения сплошности материала изделий, оценки структуры материала изделий, контроля геометрических параметров изделий, оценки физико-химических свойств материала изделий.

Контроль с применением дефектоскопов (приборов) основан на получении информации в виде электрических, световых, звуковых и других сигналов.

В зависимости от принципа работы контрольных средств все известные методы НК в соответствии с ГОСТ 18353-73 подразделяются на акустические, капиллярные, магнитные, оптические, радиационные, радиоволновые, тепловые, электрические и электромагнитные (методы вихревых токов).

В дефектоскопии для контроля металлов и изделий чаще всего применяют визуально-оптические, капиллярные, магнитные, токовихревые, ультразвуковые и радиационные методы, которые позволяют осуществить сплошной контроль. Только сплошной контроль, а не выборочный, дает гарантию высокого качества всех выпускаемых изделий. Перечисленные методы в большинстве случаев позволяют автоматизировать процесс контроля, благодаря чему достигается его высокая производительность. В движущихся изделиях или в изделиях, нагретых до высоких температур, дефекты обнаруживаются путем бесконтактного контроля.

Применение НК на машиностроительных заводах и при эксплу-

атации машин в различных областях народного хозяйства дает значительный технический и экономический эффект. Использование его в эксплуатации позволяет обеспечить высокую надежность и долговечность машин.

К НК предъявляются следующие основные общие требования:

1. Возможность осуществления эффективного контроля на различных стадиях изготовления, в эксплуатации и при ремонте изделий.
2. Возможность контроля качества продукции по большинству заданных параметров.
3. Согласованность времени, затрачиваемого на контроль, с временем работы другого технологического оборудования.
4. Высокая достоверность результатов контроля.
5. Возможность механизации и автоматизации контроля технологических процессов, а также управления ими с использованием сигналов, выдаваемых средствами НК.
6. Высокая надежность дефектоскопической аппаратуры и возможность использования ее в различных условиях.
7. Простота методики контроля, техническая доступность средств контроля в условиях производства, ремонта и эксплуатации.

*Методы и средства измерения шероховатости поверхности*

Оценка шероховатости поверхности может осуществляться качественными и количественными методами.

*Качественные методы оценки* основаны на сравнении обработанной поверхности с образцами шероховатости.

*Количественные методы оценки* основаны на измерении микронеровностей специальными приборами.

Контроль шероховатости путем сравнения со стандартными образцами (ГОСТ 9378-75) или с аттестованной деталью прост и широко распространен в цеховой практике. При этом контроле сравнивают шероховатость поверхности проверяемой детали с поверхностью образца, изготовленного из того же материала и обработанного аналогичным способом. Сравнение производят визуально невооруженным глазом или осязанием, проводя ногтем поперек следов обработки. Этот метод обеспечивает надежную оценку шероховатости до  $R_a = 5 \dots 0,63$  мкм.

Для более чистых поверхностей ( $R_a = 0,32 \dots 0,08$  мкм) сличение шероховатости проверяемой детали с эталоном производят с помощью микроскопов.

Количественные методы измерения параметров шероховатости предусматривают использование специальных приборов.

Наибольшее распространение для бесконтактных измерений шероховатости получили оптические приборы: светового сечения (ПСС), теневой проекции (ПТС) и интерференции света (МИИ).

Контактные приборы работают по методу ощупывания проверяемой поверхности алмазной иглой. К этой группе приборов относятся профилометры, непосредственно показывающие среднее арифметическое отклонение профиля поверхности  $R_a$ , и профилографы, записывающие профиль поверхности. Алмазные иглы к профилометрам и профилографам имеют коническую форму с закруглением при вершине. Радиус закругления иглы должен быть  $10 \pm 2$  мкм, для профилографов повышенной точности применяют иглы с  $r = 2^{+2}$  мкм,

Все щуповые электромеханические профилометры и профилографы различаются по принципу работы примененного датчика. Так, например, нашли применение профилометры и профилографы:

- электродинамические, у которых игла жестко связана с катушкой, колеблющейся в поле постоянного магнита (профилометр Аббота, профилометр Киселева КВ-7, ПЧ-2 и др.);
- индуктивные, у которых якорь жестко связан с иглой и перемещается относительно неподвижных катушек (профилометр-профилограф «Калибр», «Тейлор-Гобсон» (Англия) и др.);
- электронные, представляющие собой электронную лампу (механотрон) с подвижным электродом (обычно анодом), на выведенном из баллона его конце укрепленна игла (профилометр мод. 253 завода «Калибр»);
- пьезоэлектрические, в качестве чувствительного элемента используется пьезокристалл (сегнетовая соль или титанат бария): профилометр ДБ, «Филлипс» (Голландия), «Брюэль и Кьер» (Дания) и др.

Промышленность России выпускает следующие щуповые приборы: профилограф - профилометр модели 252 и профилометр модели 253.

Для определения шероховатости поверхностей, у которых невозможно ее измерить с помощью приборов (детали больших размеров, поверхности в глубоких отверстиях, каналах и другие труднодоступные поверхности), применяют метод слепков. Сущность его состоит в том, что специально приготовленную массу с усилием прикладывают к измеряемой поверхности. После застывания масса легко отделяется от поверхности. Граница соприкосновения массы с кон-

тролируемой поверхностью повторяет ее неровности. Измеряя параметры шероховатости поверхности слепка, можно определить параметры шероховатости проверяемой поверхности.

Материалом для изготовления слепков могут быть: целлулоид, легкоплавкие сплавы, воск, лак - цапон, сера, гипо-хромпик, масляная гуттаперча и др.

## **1.7. ПУТИ УЛУЧШЕНИЯ КАЧЕСТВА ОБРАБОТКИ ПОВЕРХНОСТЕЙ ДЕТАЛЕЙ МАШИН**

Проблема управления геометрическими характеристиками и физико-химическим состоянием поверхностей актуальна. Мы научились управлять процессом формирования отклонений формы и расположения поверхностей, волнистости и ее шероховатости. Однако, для неровностей на поверхности с размерами менее 1мкм существует проблема управления процессом их формообразования. Трудности воспроизводства таких неровностей возникают по следующим причинам:

- окислы, как результат физико-химических явлений на поверхности, являются соизмеримыми с заданными значениями геометрических характеристик неровностей;
- загрязнения, неоднородности на поверхности требуют введения дополнительных операций по обработке поверхности;
- силовые воздействия на микроуровне должны дозироваться и быть подконтрольны управляющей системе.

Качество поверхности деталей машин определяется методами и режимами их обработки. Его показатели могут быть улучшены путем применения как обычных методов, осуществляемых на оптимальных режимах, так и применение отделочно-упрочняющих методов обработки.

На финишных операциях обработки окончательно формируется поверхностный слой деталей машин. Однако, на результат этого формирования оказывают влияние предшествующие операции, включая заготовительные. Это свидетельствует о существовании технологической наследственности.

Технологической наследственностью называют перенесение на готовое изделие в процессе его обработки погрешностей механических и физико-химических свойств исходной заготовки или свойств и



погрешностей, сформированных у заготовки на отдельных операциях изготовления детали.

Целенаправленное формирование поверхностного слоя с заданными свойствами является одной из важнейших задач технологического процесса обработки заготовок. Припуски на обработку, а также последовательность выполнения операций устанавливаются с учетом технологической наследственности так, чтобы сохранить у детали положительные качества (наклеп поверхностного слоя, высокую поверхностную твердость, остаточные напряжения сжатия и др.) или, наоборот, устранить отрицательные качества - дефектный слой, различные виды отклонения формы и расположения поверхностей и др.

Управляя финишной операцией, можно получить поверхностный слой, отвечающий требованиям, заданным чертежом и техническими условиями.

Заданные требования достигаются также применением специальных отделочно-упрочняющих методов обработки деталей машин. Эти методы основаны на пластическом деформировании поверхностного слоя. Благодаря их применению создается наклеп, обеспечивается повышение твердости поверхностного слоя, формируются остаточные напряжения сжатия, которые повышают усталостную прочность деталей.

Применение отделочно-упрочняющих методов обработки деталей машин способствует повышению их эксплуатационных свойств, что приводит к сокращению потребности в материалах, запасных частях и в конечном счете - к снижению расходов на изготовление и эксплуатацию машин.

В настоящее время применяют ряд методов упрочнения для придания поверхностным слоям деталей машин соответствующих свойств: химико-термические, поверхностное легирование, поверхностную термическую обработку, покрытие поверхностей твердыми сплавами и металлами, металлизацию поверхностей и некоторые другие.

## ГЛАВА 2

### КИНЕМАТИКА ОБРАЗОВАНИЯ ШЕРОХОВАТОСТИ ПОВЕРХНОСТИ ПРИ ШЛИФОВАНИИ

#### 2.1. АНАЛИТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ПАРАМЕТРОВ ПРИВЕДЕННОГО РЕЖУЩЕГО ПРОФИЛЯ КРУГА

В отличие от лезвийного инструмента, абразивный инструмент не имеет сплошной режущей кромки, его рабочая поверхность состоит из множества беспорядочно расположенных режущих зерен. Съем припуска и формирование физико-механических свойств обрабатываемой поверхности происходит в результате одновременного участия в резании большого числа зерен, образующих тончайшие по размерам микростружки. Описать кинематически такой процесс резания в трехмерной системе координат чрезвычайно сложно. Гораздо проще, по мнению ряда исследователей [ 5, 74, 75, 96, 101 ], условия работы зерен круга кинематически свести к идентичным услови-

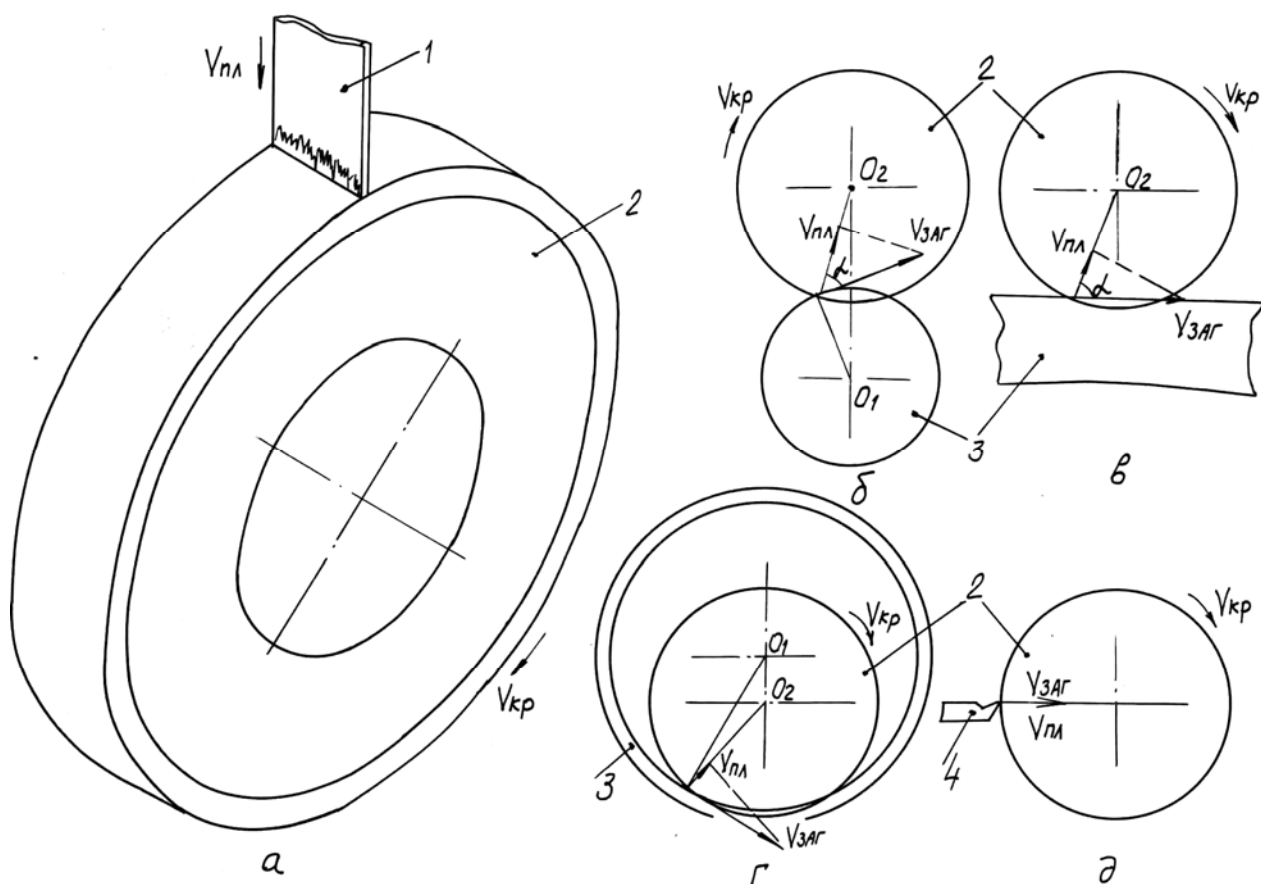


Рис. 2.1. Схема образования приведенного режущего профиля круга (а) и расположения угла входа снимаемого припуска в рабочую поверхность круга для круглого наружного (б), плоского (в) и внутреннего шлифования (г), заточки инструмента (д): 1- движущаяся плоскость; 2- круг; 3- обрабатываемая деталь; 4- обрабатываемый инструмент.

ям работы лезвийного инструмента, например, резца при свободном резании и задачу шлифования рассматривать как двухмерную, условно представив рабочую поверхность круга приведенным режущим профилем. Под приведенным режущим профилем следует понимать область сплошного перекрытия от наложения проекции зерен вращающегося круга на плоскость, движущуюся по нормали к его рабочей поверхности с постоянной скоростью, рис. 2.1. Плоскость в данном случае имитирует нормальную составляющую бесконечно тонкого слоя снимаемого припуска, входящего в рабочую поверхность круга под определенным углом. Такое представление режущих свойств круга является общим для всего многообразия существующих схем шлифования (круглое наружное и внутреннее, плоское шлифование, заточка инструмента и т. д.), с кинематической точки зрения отличающихся углом входа припуска в рабочую поверхность круга, рис. 2.1.

Для описания приведенного режущего профиля нами введена функция – относительная полнота профиля круга, которая по структуре построения аналогична относительной длине микропрофиля обработанной поверхности [212]. Ее расчет произведем в два этапа, принимая следующие допущения:

- 1) режущая часть зерен имеет форму конуса с углом при вершине  $2\gamma$  [262];
- 2) размеры и форма зерен постоянны во времени;
- 3) распределение высот выступания вершин зерен над уровнем связки подчинено равномерному закону с плотностью  $f(y_s) = 1/b$ , где  $b$  - максимальная высота выступания зерен над уровнем связки, м.

На первом этапе рассмотрим образование относительной полноты профиля на движущейся плоскости от наложения проекций зерен, вершины которых расположены в элементарном горизонтальном слое бесконечно малой толщины  $dy_s$ , рис. 2.2.

На втором этапе - образование относительной полноты профиля от наложения проекций зерен всех элементарных горизонтальных слоев,  $s = 1... \infty$ . Такая расчетная схема позволит системно подойти к описанию сложной закономерности наложения и перекрытия проекций зерен на движущейся плоскости.

#### Этап 1.

Из всех элементарных горизонтальных слоев зерен, которыми представлена рабочая поверхность круга, выделим элементарный

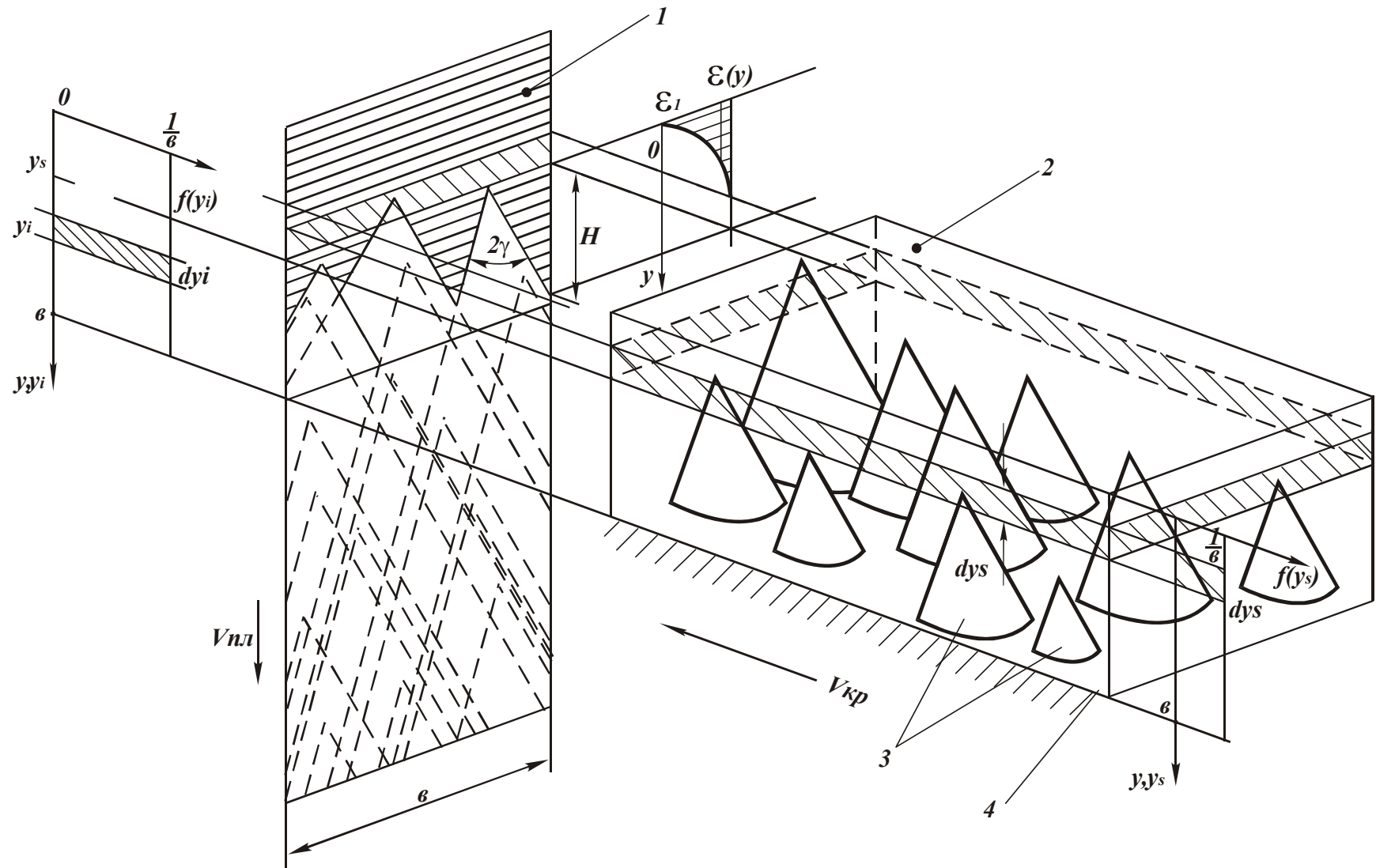


Рис. 2.2. Расчетная схема относительной полноты профиля круга:  
 1 – движущаяся плоскость; 2 – элементарный объем круга; 3 – зерна; 4 – уровень связки.

слой толщиной  $dy_s$  и спроектируем его на плоскость. В результате равномерного взаимного движения круга и плоскости, на последней происходит равномерное наложение проекций зерен и образование элементарного профиля. Распределение вершин проекций зерен по высоте подчинено равномерному закону с исходной плотностью  $f(y_i) = 1/b$ .

Для описания образующегося профиля движущуюся плоскость разобьем на множество горизонтальных слоев бесконечно малой толщины  $dy_i$ , содержащих одинаковое число вершин проекций зерен. Принимая, что в пределах одного элементарного слоя отсутствует взаимное перекрытие проекций зерен, Элементарная относительная полнота профиля  $dy_i$  - того слоя выразится

$$d\varepsilon_i(\bar{y}) = \frac{2tg\gamma \cdot (\bar{y} - y_i) \cdot dn_i}{B}, \quad (2.1)$$

где  $dn_i = dn_s \cdot f(y_i) \cdot dy_i$  - число вершин проекций зерен, расположенных в  $dy_i$  - том элементарном слое;  $dn_s = n \cdot f(y_s) \cdot dy_s$  - число вершин зерен, расположенных в  $dy_s$  - том элементарном слое;  $n = k \cdot B \cdot V_{кр} \cdot b / V_{пл}$  - общее число зерен, проконтактировавших с плоскостью за время, равное перемещению плоскости на величину  $b$ ;  $k$  - поверхностная концентрация зерен на рабочей поверхности круга, шт/м<sup>2</sup>;  $B$  - высота круга, м;  $V_{кр}$  - скорость круга, м/с;  $V_{пл}$  - скорость плоскости, м/с;  $y_i$  - координата графика плотности распределения вершин зерен над уровнем связки;  $\bar{y}$  - координата высоты рабочей поверхности круга, отсчитываемая от вершин зерен, расположенных в  $dy_s$  - том элементарном слое.

После несложных преобразований зависимость (2.1.) примет вид

$$d\varepsilon_i(\bar{y}) = 2tg\gamma \cdot k \cdot \frac{V_{кр}}{b \cdot V_{пл}} \cdot (\bar{y} - y_i) \cdot dy_i \cdot dy_s, \quad (2.2)$$

Аналогичным образом определяется  $d\varepsilon_j(\bar{y})$  для любого  $j$ -того слоя, где  $j=1,2,3,\dots,i,\dots\infty$ . Учитывая независимый характер наложения элементарных профилей, описываемых функциями  $d\varepsilon_i(\bar{y})$ ,  $d\varepsilon_j(\bar{y})$  и т.д., суммарную относительную полноту профиля  $d\varepsilon_s(\bar{y})$  получим, используя теорему умножения вероятностей независимых

случайных величин [37]. Для этого выполним переход от вероятности события  $d\varepsilon_s(\bar{y})$  к противоположному событию  $d\Phi_s(\bar{y}) = 1 - d\varepsilon_s(\bar{y})$ .

Тогда

$$d\Phi(\bar{y}) = \prod_{i=1}^{\infty} [1 - d\varepsilon_i(\bar{y})]. \quad (2.3)$$

После умножения и приведения подобных слагаемых, получим

$$\begin{aligned} d\Phi(\bar{y}) = & 1 - \sum_{j=1}^{\infty} d\varepsilon_j(\bar{y}) + \sum_{j=1}^{\infty} \sum_{t=1}^j d\varepsilon_j(\bar{y}) \cdot d\varepsilon_t(\bar{y}) - \\ & - \sum_{j=1}^{\infty} \sum_{l=1}^j \sum_{r=1}^l d\varepsilon_j(\bar{y}) \cdot d\varepsilon_l(\bar{y}) d\varepsilon_r(\bar{y}) + \dots \end{aligned} \quad (2.4)$$

Перейдем от суммирования бесконечно малых величин к интегрированию

$$\begin{aligned} d\Phi(\bar{y}) = & 1 - \int_0^{\bar{y}} 2tg\gamma \cdot k \cdot \frac{V_{kp}}{b \cdot V_{nl}} \cdot dy_s \cdot (\bar{y} - y_s) \cdot dy_s + \\ & + \int_0^{\bar{y}} 2tg\gamma \cdot k \cdot \frac{V_{kp}}{b \cdot V_{nl}} \cdot dy_j \cdot dy_s \cdot (\bar{y} - y_j) \times \\ & \times \int_{y_j}^{\bar{y}} 2tg\gamma \cdot k \cdot \frac{V_{kp}}{b \cdot V_{nl}} \cdot dy_s \cdot (\bar{y} - y_l) \cdot dy_l - \int_0^{\bar{y}} 2tg\gamma \cdot k \cdot \frac{V_{kp}}{b \cdot V_{nl}} \cdot dy_s (\bar{y} - y_j) \times \\ & \times dy_j \int_{y_j}^{\bar{y}} 2tg\gamma \cdot k \cdot \frac{V_{kp}}{b \cdot V_{nl}} \cdot dy_s \cdot (\bar{y} - y_l) \cdot dy_l \cdot \int_{y_l}^{\bar{y}} 2tg\gamma \cdot k \cdot \frac{V_{kp}}{b \cdot V_{nl}} \cdot dy_l \cdot (\bar{y} - y_r) \cdot dy_r + \dots \end{aligned} \quad (2.5)$$

После интегрирования и несложных преобразований, имеем

$$\begin{aligned} d\Phi(\bar{y}) = & 1 - tg\gamma \cdot k \cdot \frac{V_{kp}}{b \cdot V_{nl}} \cdot dy_s \cdot \frac{\bar{y}^{-2}}{1!} + (tg\gamma \cdot k \cdot \frac{V_{kp}}{b \cdot V_{nl}} \cdot dy_s)^2 \cdot \frac{\bar{y}^{-4}}{2!} - \\ & - (tg\gamma \cdot k \cdot \frac{V_{kp}}{b \cdot V_{nl}} \cdot dy_s)^3 \cdot \frac{\bar{y}^{-6}}{3!} + \dots = \exp(-tg\gamma \cdot k \cdot \frac{V_{kp}}{b \cdot V_{nl}} \cdot dy_s \cdot \bar{y}^2). \end{aligned} \quad (2.6)$$

Функция  $d\varepsilon(\bar{y})$  выразится

$$d\varepsilon(\bar{y}) = 1 - \exp\left(-\operatorname{tg}\gamma \cdot k \cdot \frac{V_{кр}}{b \cdot V_{нл}} \cdot dy_s \cdot \bar{y}^2\right). \quad (2.7)$$

Поместим начало координат на уровне максимально выступающего над связкой зерна, тогда текущая координата  $y$  выразится  $y = \bar{y} + y_s$ , а зависимость (2.7) примет вид

$$d\varepsilon(y) = 1 - \exp\left[-\operatorname{tg}\gamma \cdot k \cdot \frac{V_{кр}}{b \cdot V_{нл}} \cdot dy_s \cdot (y - y_s)^2\right]. \quad (2.8)$$

Таким образом получено выражение относительной полноты профиля на движущейся плоскости от наложения проекций зерен, вершины которых расположены в горизонтальном элементарном слое толщиной  $dy_s$ .

### Этап 2.

Относительную полноту профиля от наложения проекций зерен всех элементарных горизонтальных слоев рабочей поверхности круга получим вероятностным суммированием элементарных функций  $d\varepsilon(y)$  по вышеприведенной методике. Согласно теореме умножения вероятностей независимых случайных величин, противоположная функция  $\Phi(y)$  выразится

$$\Phi(y) = \prod_{s=1}^{\infty} d\Phi(y) = \exp\left[-\operatorname{tg}\gamma \cdot k \cdot \frac{V_{кр}}{b \cdot V_{нл}} \cdot \sum_{s=1}^{\infty} (y - y_s)^2 \cdot dy_s\right]. \quad (2.9)$$

Заменяя суммирование интегрированием, получим

$$\begin{aligned} \Phi(y) &= \exp\left[-\operatorname{tg}\gamma \cdot k \cdot \frac{V_{кр}}{b \cdot V_{нл}} \cdot \int_0^y (y - y_s)^2 \cdot dy_s\right] = \\ &= \exp\left[-\frac{\operatorname{tg}\gamma \cdot k \cdot V_{кр}}{3b \cdot V_{нл}} \cdot y^3\right]. \end{aligned} \quad (2.10)$$

Относительная полнота профиля  $\varepsilon(y)$  примет вид

$$\varepsilon(y) = 1 - \exp\left[-\frac{\operatorname{tg}\gamma \cdot k \cdot V_{кр}}{3b \cdot V_{нл}} \cdot y^3\right]. \quad (2.11)$$

Следуя рис.2.3, полученная функция  $\Phi(y)$  изменяется по экспоненциальному закону, асимптотически приближаясь к единице. Такой вид зависимости  $\varepsilon(y)$  соответствует классической относительной опорной длине микропрофиля обработанной поверхности [89, 212]. Площадь, ограниченная осью ОУ и функцией  $\varepsilon(y)$ , определяет приведенный режущий профиль круга – область сплошного

перекрытия проекций зерен от их наложения на радиально движущуюся плоскость. Чем больше значения  $\gamma, k, V_{кр}$  и меньше  $b, V_{нл}$ , тем полнее приведенный режущий профиль круга.

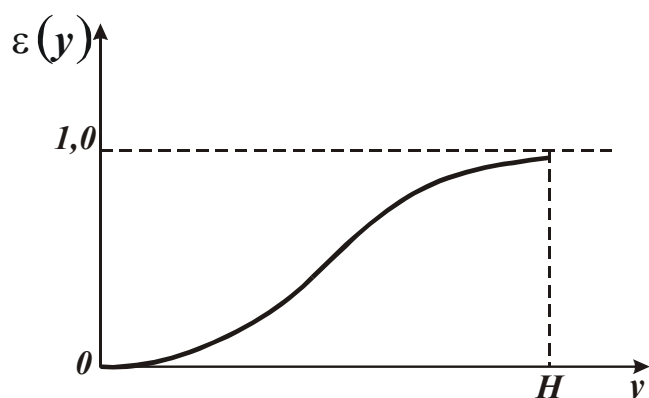


Рис.2.3. Общий вид зависимости относительной полноты профиля круга.

Площадь, ограниченная прямыми  $\varepsilon(y)=1$ ,  $y=0$  и функцией  $\varepsilon(y)$ , определяет шероховатость приведенного режущего профиля круга на радиально движущейся плоскости. Исходя из рис.2.3, максимальная высота таких микронеровностей, вследствие неограниченного приближения функции  $\varepsilon(y)$  к прямой

$\varepsilon(y) = 1$ , не имеет конечного значения, тогда как по экспериментальным данным эта величина всегда ограничена и зависит от условий шлифования. Наблюдаемое несоответствие теории и практики шлифования обусловлено тем, что функция  $\varepsilon(y)$  получена вероятностным суммированием и выражает функцию распределения, изменяющуюся в пределах  $0...1$ , не достигая значения единицы. При таком представлении функции  $\varepsilon(y)$  установить максимальную высоту микронеровностей можно с заранее заданной степенью точности, например, 0,9; 0,95; 0,99; 0,999 и т.д. Предположим, что максимальная высота микронеровностей  $R_{max}$  достигается при условии  $\varepsilon(y = R_{max}) = \varepsilon_0$ , тогда, логарифмируя выражение (2.11), получим

$$R_{max} = 3 \sqrt[3]{\frac{-3b \cdot V_{нл} \cdot \ln(1 - \varepsilon_0)}{tg \gamma \cdot k \cdot V_{кр}}} \quad (2.12)$$

Таблица 2.1

Расчетные значения –  $\ln(1 - \varepsilon_0)$

$\varepsilon_0$	0,85	0,9	0,99	0,999	0,9999	0,99999	0,999999
$\ln(1 - \varepsilon_0)$	1,897	2,3	2,995	4,6	6,907	11,5	13,81

Из зависимости (2.12) следует незначительное влияние параметров  $V_{нл}, V_{кр}, k, b, \gamma$  на величину шероховатости приведенного режущего профиля круга  $R_{max}$ . С увеличением  $V_{кр}, k, \gamma$  и уменьшением



$b, V_{nl}$  максимальная высота микронеровностей уменьшается, что связано с увеличением числа зерен, проконтактировавших с движущейся плоскостью в единицу времени. Полученная зависимость (2.12) содержит неопределенный параметр -  $\ln(1 - \varepsilon_0)$ , который может изменяться в значительных пределах, табл.2.1.

Принимая  $\varepsilon_0 = 0,895$  [83], зависимость (2.12) выразится

$$R_{max} = 3 \sqrt[3]{\frac{6,75 \cdot b \cdot V_{nl}}{tg \gamma \cdot k \cdot V_{кр}}} \quad (2.13)$$

Преобразуем зависимость (2.13), выражая параметры  $k$  и  $b$  через зернистость  $\bar{X}$  и объемную концентрацию зерен  $m$  [1]

$$b = (1 - \varepsilon) \cdot \bar{X}, \quad (2.14)$$

$$k = \frac{3m \cdot (1 - \varepsilon)}{200\pi \cdot \bar{X}^2}, \quad (2.15)$$

где  $(1 - \varepsilon)$  – коэффициент, учитывающий высоту выступания зерен над связкой круга.

Тогда

$$R_{max} = \bar{X} \cdot 3 \sqrt[3]{\frac{450\pi \cdot V_{nl}}{tg \gamma \cdot m \cdot V_{кр}}} \quad (2.16)$$

Безразмерный параметр  $3 \sqrt[3]{\frac{450\pi \cdot V_{nl}}{tg \gamma \cdot m \cdot V_{кр}}}$ , входящий в зависимость (2.16) и изменяющийся в пределах  $0 \dots 1$ , определяет отношение максимальной высоты микронеровностей приведенного режущего профиля круга к его зернистости, т.е. степень использования размера зерна при резании. Структурно зависимость (2.16) связывает три основные группы параметров шлифования: режимы резания, характеристики круга и максимальную высоту микронеровностей, соответствующую глубине проникновения обрабатываемого материала в рабочую поверхность круга.

Учитывая то, что при шлифовании не все зерна производят съём материала (вследствие их прохождения “след в след”), важно оценить вероятность участия зерен в резании. Для этого рассмотрим расчетную схему, не учитывающую перекрытие проекций зерен. Считаем, что все зерна, контактирующие с плоскостью, оставят на ней свою полную проекцию. Тогда относительная полнота профиля от наложения проекций зерен, вершины которых расположены в элементарном

горизонтальном слое  $dy_s$ , (рис.2.2), определится интегрированием функции  $d\varepsilon_i(y)$ , описанной выражением (2.2), в пределах  $y_s \dots y$ :

$$d\varepsilon(y) = \frac{tg\gamma \cdot k \cdot V_{кр} \cdot (y - y_s)^2 \cdot dy_s}{b \cdot V_{нл}}. \quad (2.17)$$

Относительную полноту профиля от наложения всех элементарных слоев рабочей поверхности круга получим интегрированием функции (2.17) в пределах  $0 \dots y$

$$\varepsilon(y) = \frac{tg\gamma \cdot k \cdot V_{кр}}{3b \cdot V_{нл}}. \quad (2.18)$$

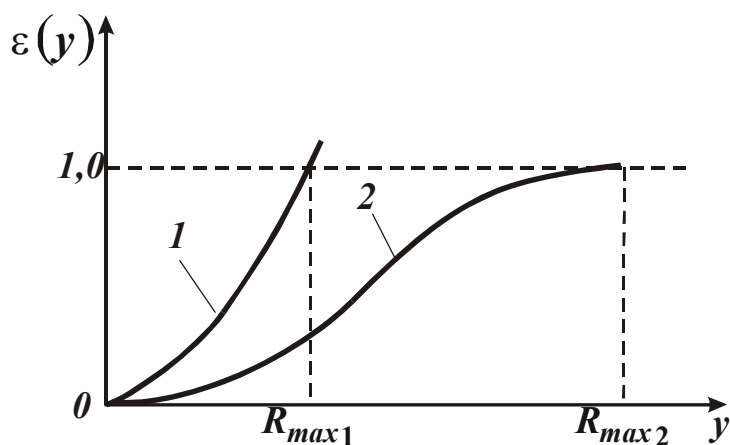


Рис.2.4. Характер изменения зависимости  $\varepsilon(y)$ , полученной с учетом (1) и без учета (2) вероятностей наложения проекций зерен на движущейся плоскости.

Исходя из рис. 2.4, по характеру изменения зависимость (2.18) отличается от аналогичной зависимости (2.11) и в первую очередь тем, что может пересекать линию  $\varepsilon(y) = 1$ . Это свидетельствует о превышении суммарного профиля всех зерен высоты круга. Используя условие  $\varepsilon(y = R_{max}) = 1$ , получим

выражение для определения  $R_{max}$

$$R_{max1} = \sqrt[3]{\frac{3b \cdot V_{нл}}{tg\gamma \cdot k \cdot V_{кр}}}. \quad (2.19)$$

Сравнивая зависимости (2.13) и (2.19) видим, что они отличаются только числовым коэффициентом. Вероятность участия зерен в образовании приведенного режущего профиля круга  $\psi$  определим из соотношения скоростей движения плоскости, обеспечивающих выполнение условия  $R_{max1} = R_{max2}$ . Разрешая зависимость (2.13) и (2.19) относительно  $V_{нл}$  и определяя соотношение скоростей движения плоскости для двух случаев, установлено, что  $\psi = 0,44$ . Следовательно, в результате вероятностного наложения зерен в образовании приведенного режущего профиля круга участвует лишь 44% зерен. Больше половины зерен проходит “след в след” и не совершает по-

лезной работы.

Таким образом, в настоящем параграфе установлены общие закономерности образования приведенного режущего профиля круга и аналитически описаны его основные параметры – относительная полнота профиля  $\varepsilon(y)$  и максимальная высота микронеровностей  $R_{max}$ , а также произведена оценка вероятности участия зерен в резании.

## 2.2. ОБЩИЕ ЗАКОНОМЕРНОСТИ ОБРАЗОВАНИЯ ВЕРОЯТНОСТНОЙ ПОВЕРХНОСТИ РЕЗАНИЯ ПРИ ШЛИФОВАНИИ

Существующие расчетные схемы круглого шлифования предусматривают обычно равномерный характер распределения съема материала вдоль дуги контакта круга с обрабатываемой деталью и, соответственно, одинаковые условия работы зерен. Такие допущения положены в основу упрощенной геометрической теории шлифования [145, 154, 155], позволяющей сравнительно просто рассчитать среднюю толщину среза одним зерном, шероховатость обработанной поверхности и другие параметры процесса. В действительности закономерности съема припуска и формообразования поверхностей при шлифовании значительно сложнее. Это следует из расчетной схемы, приведенной на рис.2.5, в которой снимаемый припуск представлен пакетом элементарных бесконечно тонких оболочек. Различие диаметров элементарных оболочек, углов входа их в рабочую поверхность круга определяют

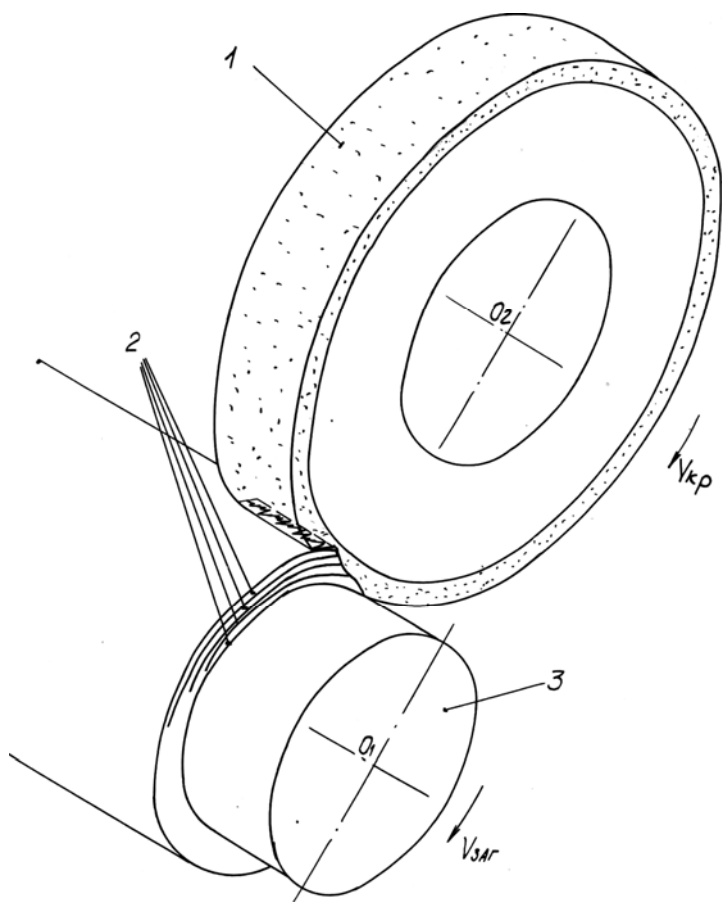


Рис.2.5. Общая расчетная схема круглого продольного шлифования: 1 – круг; 2 – элементарные цилиндрические оболочки снимаемого припуска; 3 – деталь.

среднюю толщину среза одним зерном, шероховатость обработанной поверхности и другие параметры процесса. В действительности закономерности съема припуска и формообразования поверхностей при шлифовании значительно сложнее. Это следует из расчетной схемы, приведенной на рис.2.5, в которой снимаемый припуск представлен пакетом элементарных бесконечно тонких оболочек. Различие диаметров элементарных оболочек, углов входа их в рабочую поверхность круга определяют различные условия съема материала с оболочек,

глубин их внедрения в рабочую поверхность круга в момент полного среза. Следовательно, распределение съема материала и нагруженность режущих зерен в пределах дуги контакта круга с деталью будут неравномерны.

Для описания такой закономерности элементарные оболочки припуска заменим элементарными прямолинейными слоями, имеющими те же углы входа в рабочую поверхность круга, что и аналогичные оболочки. Принятое упрощение вполне допустимо, т.к.

$t \ll R_{дет}$ , где  $t$  - глубина шлифования, м;  $R_{дет}$  - радиус детали, м.

Образование приведенного режущего профиля круга на элементарном слое рассмотрим в радиальном к кругу направлении, для чего радиальную составляющую скорости движения элементарного слоя, равную скорости движения плоскости  $V_{пл}$ , представим зависимостью

$$V_{пл} = V_{дет} \cdot \cos \alpha_T, \quad (2.20)$$

где  $V_{дет}$  - скорость детали, м/с;  $\alpha_T$  - угол входа текущего элементарного слоя в рабочую поверхность круга.

Как видим, по мере удаления элементарного слоя от наружного диаметра детали

значение  $V_{пл}$  уменьшается, и создаются более благоприятные условия для съема материала. Величину  $\cos \alpha_T$  получим из решения системы тригонометрических уравнений:

$$R_{дет} \cdot \sin \varphi_0 = R_{кр} \cdot \sin(90^\circ - \psi_0) \quad , \quad (2.21)$$

$$R_{дет} \cdot \cos \varphi_0 + R_{кр} \cdot \cos(90^\circ - \psi_0) = R_{дет} + R_{кр} - t_T$$

где  $R_{кр}$  - радиус круга, м;  $t_T$  - координата текущего элементарного

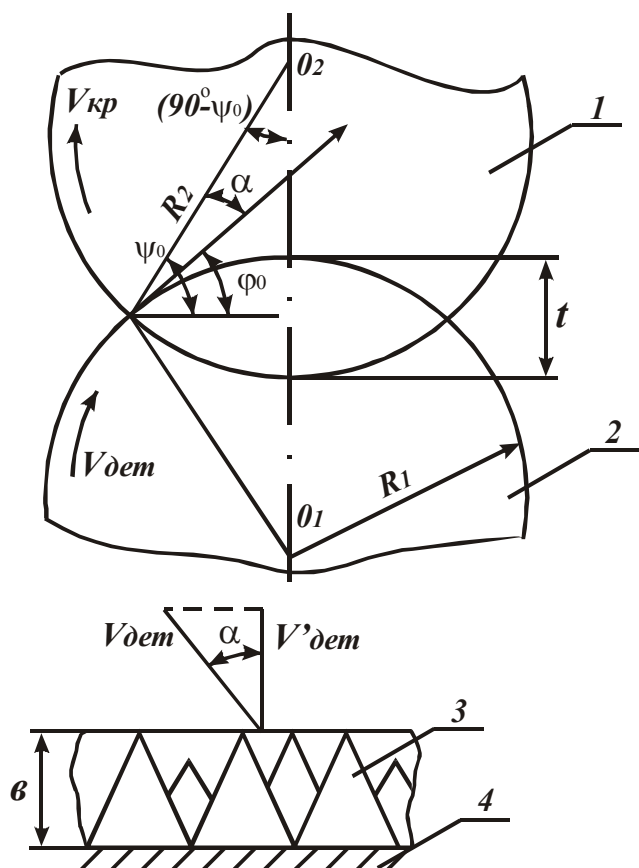


Рис.2.6. Расчетная схема круглого продольного шлифования: 1 – круг; 2 – деталь; 3 – зерна круга; 4 – связка круга.

слоя, м, рис.2.6.

Тогда

$$\cos \alpha_T = \cos(\psi_0 - \varphi_0) = \sqrt{\frac{3t_T^2}{R_{дет} \cdot R_{кр}} - \frac{t_T^4}{4R_{дет}^2 \cdot R_{кр}^2} + \frac{2t_T}{R_{кр}} + \frac{t_T^3}{R_{дет} \cdot R_{кр}^2} + \frac{2t_T}{R_{дет}} + \frac{t_T^3}{R_{дет}^2 \cdot R_{кр}}} \quad (2.22)$$

С учетом того, что  $R_{дет}, R_{кр} \gg t$ , имеем

$$\cos \alpha_T = \sqrt{2t_T \cdot \rho}, \quad (2.23)$$

где  $\rho = \frac{1}{R_{дет}} + \frac{1}{R_{кр}}$  - приведенный радиус, 1/м.

Глубина внедрения элементарного слоя в рабочую поверхность круга в радиальном направлении, равная максимальной высоте микронеровностей приведенного режущего профиля круга  $R_{max}$ , определяемой зависимостью (2.16), с

учетом (2.23), примет вид

$$H_T = 3 \sqrt[3]{\frac{9,45 \cdot b \cdot V_{дет}}{tgy \cdot k \cdot V_{кр}} \cdot \sqrt[6]{\rho \cdot t_T}} \quad (2.24)$$

Следуя зависимости (2.24), максимальное значение  $H_T = H_{max}$  будет иметь периферийный элементарный слой, для которого  $t_T = t$ :

$$H_T = 3 \sqrt[3]{\frac{9,45 \cdot b \cdot V_{дет}}{tgy \cdot k \cdot V_{кр}} \cdot \sqrt[6]{\rho \cdot t}} \quad (2.25)$$

Тогда  $H_T$  выразится через  $H_{max}$ :

$$H_T = H_{max} \cdot \sqrt[6]{\frac{t_T}{t}} \quad (2.26)$$

Исходя из зависимости (2.26), с уменьшением  $t_T$  происходит незначительное уменьшение  $H_T$ , рис.2.7. Полученная зависимость определяет границу

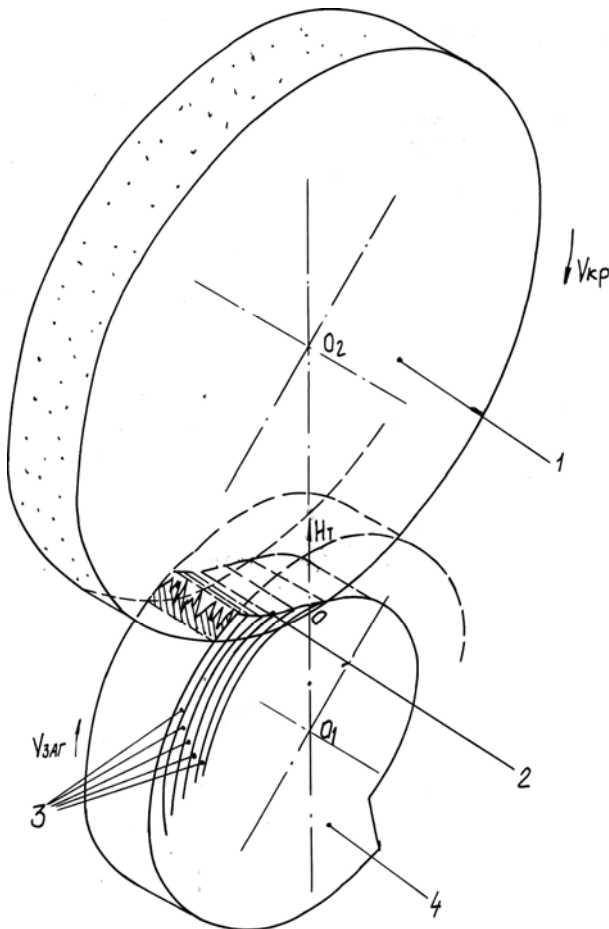


Рис.2.7. Общий вид поверхности резания при шлифовании: 1 – круг; 2 – поверхность резания; 3 – элементарные цилиндрические оболочки снимаемого припуска; 4 – деталь.

завершения диспергирования режущими зернами материала, подводимого в зону резания, и по аналогии с обработкой лезвийным инструментом, характеризует положение поверхности резания при шлифовании. Несмотря на дискретность съема материала при шлифовании, поверхность резания представлена вероятностной сплошной поверхностью. В двухмерной системе координат зависимость (2.26) определяет линию полного съема материала, которая, как будет

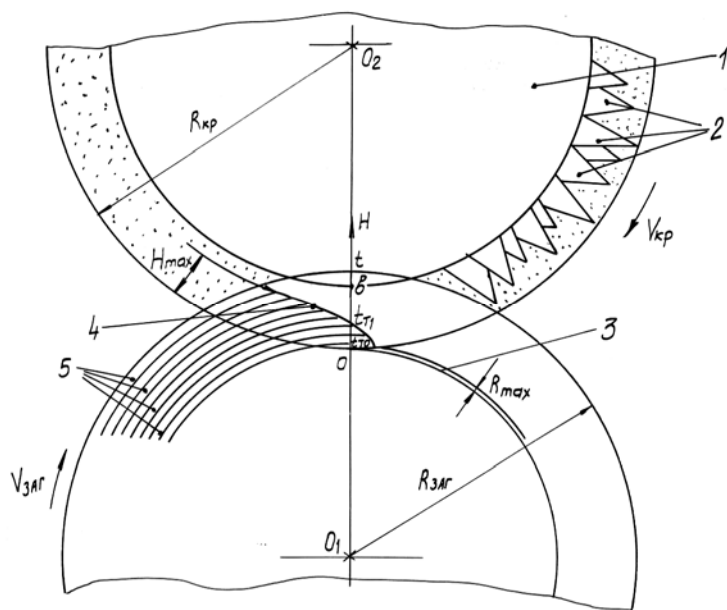


Рис.2.8. Расчетная схема характерных точек линии полного съема материала: 1 – круг; 2 – режущие зерна круга; 3 – слой остаточной шероховатости обработанной поверхности; 4 – линия полного съема материала; 5 – элементарные цилиндрические оболочки снимаемого припуска.

показано ниже, является основной для расчета физических и технологических параметров шлифования. Следуя рис.2.8, полный срез элементарных  $a$  слоев с координатами  $t...t_{T_1}$  происходит в первой половине дуги контакта круга с деталью, слоев с координатами  $t_{T_1}...t_{T_0} - b_0$  - во второй половине. Полный срез слоев с координатами  $t_{T_0} - b$  не успевает произойти и поэтому они формируют шероховатость обработанной поверхности. Значение  $t_{T_1}$  соответствует координате элементарного слоя, полный срез которого происходит в точке пересечения с осевой плоскостью шлифования  $O_1O_2$ , определяется из условия  $H_T = H_{T_1} = t_{T_1}$  и зависимости (2.26)

$$H_{T_1} = H_{max} \cdot \sqrt[5]{\frac{H_{max}}{t}}. \quad (2.27)$$

Значение  $t_{T_0}$  соответствует координате элементарного слоя, полный срез которого происходит в момент выхода из рабочей поверхности круга и определяется из условия  $H_T = H_{T_0} = t_{T_0}$  и зависимости (2.24), в которой вместо  $V_{дет}$  принимается значение  $0,5 \cdot V_{дет}$ .

Это обусловлено тем, что до момента полного среза элементарный слой в рабочей поверхности круга проходит двойной путь (прямой и обратный):

$$H_{T_0} = H_{max} \cdot \sqrt[5]{\frac{H_{max}}{4t}}. \quad (2.28)$$

С физической точки зрения параметр  $H_{T_0}$  определяет максимальную высоту микронеровностей обработанной поверхности  $R_{max}$ , которая, следуя зависимости (2.28), может быть описана двумя величинами: максимальной глубиной внедрения элементарного слоя в рабочую поверхность круга  $H_{max}$  и глубиной шлифования  $t$ . Остальные режимные и геометрические параметры выражаются через  $H_{max}$ . В данном случае параметр  $H_{max}$ , являясь характеристикой вероятностной поверхности резания при шлифовании, определяет максимальную (приведенную вероятностную) толщину среза при шлифовании. Этот параметр принципиально отличается от известных параметров, определяющих максимальную или среднюю толщину среза одним зерном [80, 145, 154, 155, 266], и с учетом зависимостей

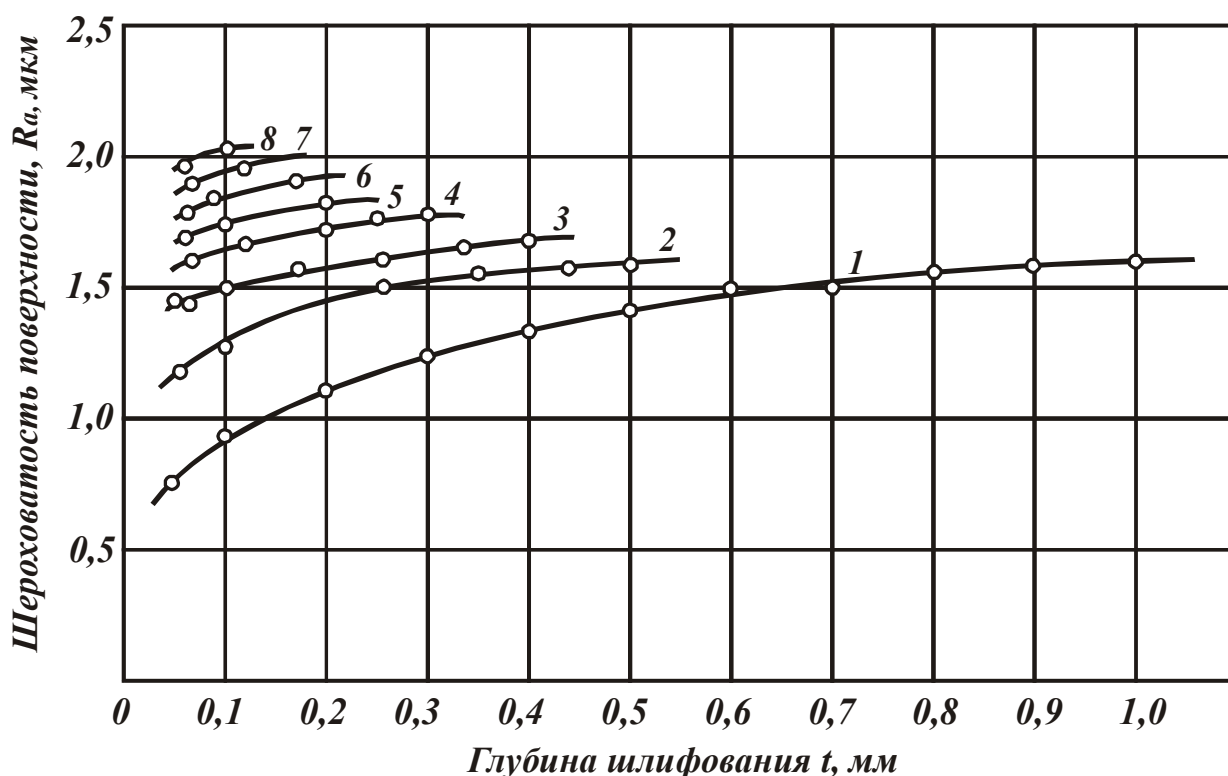


Рис.2.9. Зависимость параметра шероховатости  $R_a$  от глубины шлифования  $t$ : условия шлифования - круг IAI 300x25 AC6 200/160 M1-01 4; обр. материал ВК8;  $V_{кр}=35$  м/с,  $S_g=0,9$ ,  $R_l=80$  мм; 1,...,6 -  $V_{det}=1...6$  м/мин, 7 -  $V_{det}=8$  м/мин, 8 -  $V_{det}=10$  м/мин.

(2.25), (2.14) и (2.15) описывается

$$H_{max} = 3 \sqrt{\frac{630\pi \cdot \bar{X}^3 \cdot V_{dem} \cdot \sqrt{\rho \cdot t}}{tg\gamma \cdot m \cdot V_{кр}}} \quad (2.29)$$

Для установления взаимосвязи  $R_{max}$  с параметрами шлифования, преобразуем (2.28) с учетом зависимостей (2.25), (2.14), (2.15):

$$R_{max} = 5 \sqrt{\frac{10^5 \cdot \pi^2 \cdot \bar{X}^6 \cdot V_{dem}^2 \cdot \rho}{tg^2\gamma \cdot m^2 \cdot V_{кр}^2}} \quad (2.30)$$

Полученная зависимость не содержит глубины шлифования  $t$ , тогда как по экспериментальным данным с увеличением  $t$  наблюдается рост параметра шероховатости  $R_a$ , рис. 2.9. Причем, изменение  $R_a$  в зависимости от  $t$  имеет место для различных  $V_{dem}$ . Такое несоответствие обусловлено изменением параметров рельефа круга для различных режимов шлифования.

С кинематической точки зрения отсутствие в зависимости (2.30)

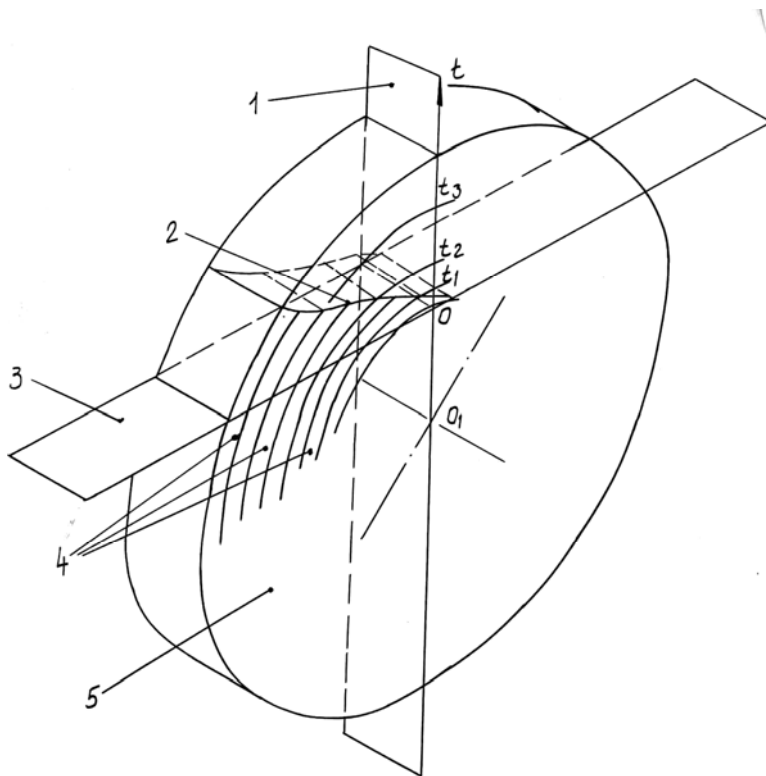


Рис.2.10. Изменение линии полного съема материала в зависимости от глубины шлифования: 1 – осевая плоскость шлифования; 2 – линия полного съема материала; 3 – плоскость, определяющая положение вершин максимально выступающих зерен; 4 – элементарные оболочки припуска; 5 –деталь.

параметра  $t$  связано с тем, что положение вероятностной поверхности резания не зависит от глубины шлифования  $t$ . Изменяются только ее протяженность и характеристика  $H_{max}$ . Как следует из рис. 2.10, с увеличением  $t$  параметр  $H_{max}$  увеличивается, а форма линии полного съема материала и, соответственно, шероховатость обработанной поверхности остаются неизменными.

Изменение параметров  $V_{dem}$ ,  $V_{кр}$  и  $m$  в зависимости (2.30) приводит к несущее



ственному изменению параметра шероховатости  $R_{max}$ . Наибольшее влияние из всех входящих в (2.30) параметров на  $R_{max}$  оказывает зернистость круга.

Таким образом, благодаря теоретико-вероятностному подходу к описанию процесса шлифования раскрыты общие закономерности образования вероятностной поверхности резания при шлифовании для случая  $t > H_{max}$ , а также получены зависимости для определения максимальной (приведенной вероятностной) толщины среза и параметров шероховатости обработанной поверхности.

### 2.3. ОБРАЗОВАНИЕ ВЕРОЯТНОСТНОЙ ПОВЕРХНОСТИ РЕЗАНИЯ В УСЛОВИЯХ РАДИАЛЬНОЙ МНОГОПРОХОДНОСТИ СЪЕМА ПРИПУСКА

Существующие схемы шлифования по характеру съема припуска можно свести к схемам глубинного и многопроходного шлифования. Первая схема предполагает съем припуска и формообразование поверхностей за один или несколько проходов круга. Образование линии полного съема материала и стабилизация процесса в этом случае происходит сразу же при первом проходе, как показано в предыдущем параграфе.

Вторая схема предполагает шлифование с глубиной резания, которая значительно меньше величины снимаемого припуска. В этом случае образование вероятностной поверхности резания при первом и даже при втором, третьем проходах и т.д. может не произойти. Стабилизация процесса наступит лишь после определенного числа проходов. Это внесет существенные изменения в закономерности распределения съема материала вдоль дуги контакта круга с деталью.

Для описания вероятностной поверхности резания в таких условиях из всей совокупности элементарных слоев припуска, контактирующих с рабочей поверхностью круга, выделим элементарный слой с координатой  $t_T$ , рис.2.11. При первом проходе на поверхности элементарного слоя образуется относительная полнота профиля, проекция которой на ось ОУ описывается выражением (2.11), представленным в виде

$$\varepsilon_1(y) = 1 - \exp\left(-\frac{\operatorname{tg}\gamma \cdot k \cdot V_{кр} \cdot \tau_1}{3 \cdot b \cdot t_1} \cdot y^3\right), \quad (2.31)$$

где  $t_1$  - текущее значение глубины внедрения фиксированного элементарного слоя в рабочую поверхность круга при первом проходе, м;  $\tau_1 = \frac{t_1}{V_{\text{дем}} \cdot \cos \alpha_T}$  - время, за которое элементарный слой углубится в рабочую поверхность круга на величину  $t_1$ .

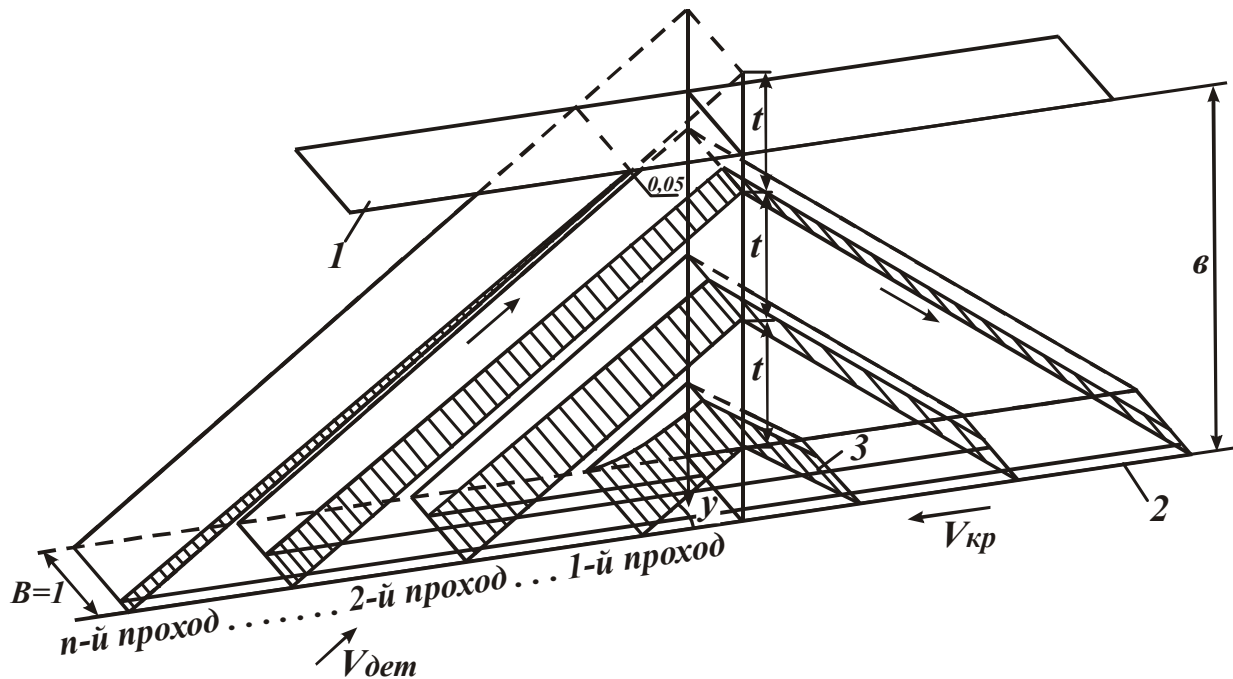


Рис.2.11. Кинематика образования относительной полноты профиля на элементарном слое припуска при многократном прохождении его в рабочей поверхности круга: 1- уровень связки; 2 – уровень максимального выступа зерна над уровнем связки; 3 – неснятый материал.

С учетом (2.24) зависимость (2.31) выразится

$$\varepsilon_1(y) = 1 - \exp\left(-\frac{\operatorname{tg} \gamma \cdot k \cdot V_{\text{кр}}}{\sqrt{2 \cdot 3b \cdot V_{\text{дем}} \cdot \sqrt{t_1 \cdot \rho}} \cdot y^3}\right). \quad (2.32)$$

При достижении элементарным слоем уровня  $y = t_T = t_1$ , на его поверхности образуется относительная полнота профиля

$$\varepsilon_1(t_T) = 1 - \exp\left(-\frac{\operatorname{tg} \gamma \cdot k \cdot V_{\text{кр}}}{\sqrt{2 \cdot 3b \cdot V_{\text{дем}} \cdot \sqrt{\rho}} \cdot t_T^{5/2}}\right). \quad (2.33)$$

При движении вниз, в момент выхода элементарного слоя из рабочей поверхности круга, относительная полнота профиля примет вид зависимости (2.33), в которой  $V_{\text{дем}}$  следует заменить значением  $0,5 \cdot V_{\text{дем}}$ :

$$\varepsilon_1(0) = 1 - \exp\left(-\frac{\sqrt{2} \cdot \operatorname{tg} \gamma \cdot k \cdot V_{кр}}{3b \cdot V_{дем} \cdot \sqrt{\rho}} \cdot t_T^{5/2}\right). \quad (2.34)$$

После выхода элементарного слоя из контакта с кругом, на его поверхности будут оставаться отдельные участки, с которыми не контактировали зерна. Следовательно, при втором проходе этого же элементарного слоя в рабочей поверхности круга будут образовываться срезы только на оставшихся участках. Для определения относительной полноты профиля при втором проходе перейдем к противоположной функции  $\Phi_2(y) = 1 - \varepsilon_2(y)$ . Используя теорему умножения вероятностей независимых случайных величин, функция  $\Phi_2(y)$  выразится

$$\Phi_2(y) = \Phi_1(0) \cdot \Phi_2^*(y), \quad (2.35)$$

где  $\Phi_1(0) = 1 - \varepsilon_1(0)$  - вероятность не снятого материала с элементарного слоя после первого прохода;  $\Phi_2^*(y)$  - вероятность не снятого материала при втором проходе без учета работы зерен за первый проход

$$\Phi_2^*(y) = \exp\left(-\frac{\operatorname{tg} \gamma \cdot k \cdot V_{кр}}{\sqrt{2} \cdot 3b} \cdot \frac{\tau_2}{t_2} \cdot y^3\right). \quad (2.36)$$

С учетом выражения для определения  $\tau_2$  (аналогично  $\tau_1$ ), имеем

$$\Phi_2^*(y) = \exp\left[-\frac{\sqrt{2} \cdot \operatorname{tg} \gamma \cdot k \cdot V_{кр}}{3b \cdot V_{дем} \cdot \sqrt{\rho}} \cdot \left(\frac{y^3}{2 \cdot \sqrt{t_{2T}}} + t_T^{5/2}\right)\right], \quad (2.37)$$

где  $t_{2T} = t + t_T$ .

Относительная полнота профиля  $\varepsilon_2(y)$  после всех преобразований примет вид

$$\varepsilon_2(y) = 1 - \exp\left[-\frac{\sqrt{2} \cdot \operatorname{tg} \gamma \cdot k \cdot V_{кр}}{3b \cdot V_{дем} \cdot \sqrt{\rho}} \cdot \left(\frac{y^3}{2 \cdot \sqrt{t_{2T}}} + t_T^{5/2}\right)\right]. \quad (2.38)$$

Аналогично определяется относительная полнота профиля при последующих проходах

$$\varepsilon_n(y) = 1 - \exp\left[-\frac{\sqrt{2} \cdot \operatorname{tg} \gamma \cdot k \cdot V_{кр}}{3b \cdot V_{дем} \cdot \sqrt{\rho}} \cdot \left(\frac{y^3}{2 \cdot \sqrt{t_{nT}}} + \sum_{i=0}^{n-2} t_{iT}^{5/2}\right)\right], \quad (2.39)$$

где  $t_{iT} = t_T + iT$ ;  $t_{nT} = t_T + (n-1) \cdot t$  - число проходов.

Последовательность съема материала с элементарного слоя (представленного для наглядности в виде элементарной оболочки)

показана на рис. 2.12. Полный срез элементарной оболочки в данном случае происходит за три контакта ее с зернами круга.

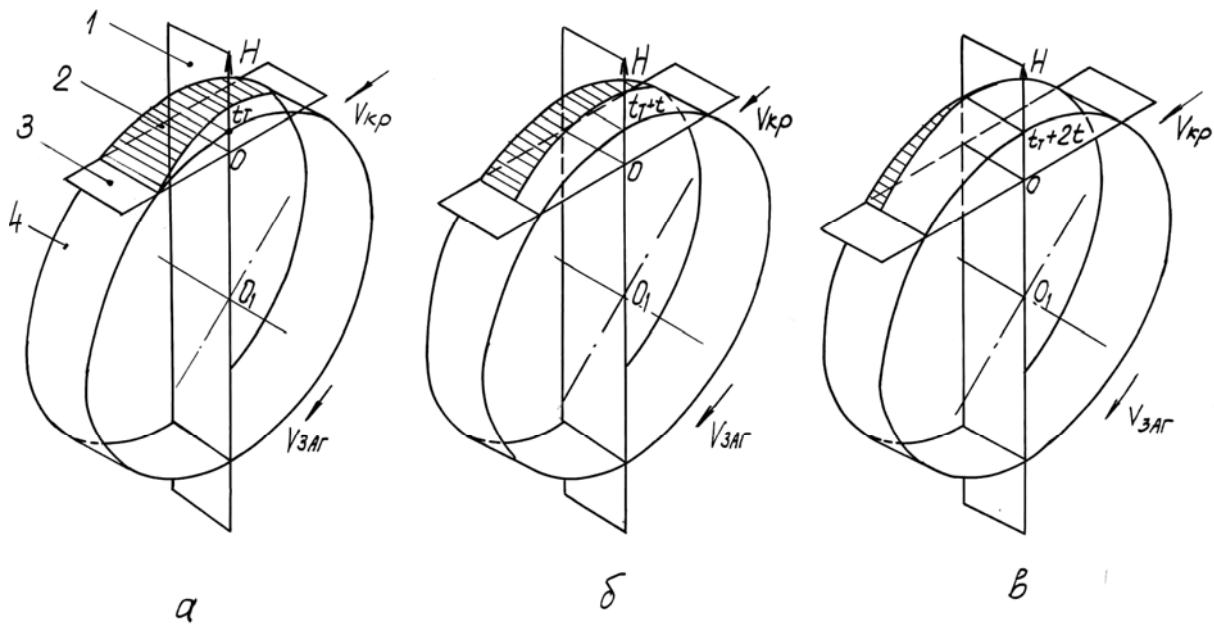


Рис. 2.12. Характер съема материала с элементарной оболочки при первом (а), втором (б) и третьем (в) контактах ее с кругом: 1 – осевая плоскость шлифования; 2 – не снятый материал; 3 – плоскость, определяющая уровень максимального выступания зерен над связкой; 4 – элементарная оболочка.

При прохождении элементарным слоем рабочей поверхности круга, в определенный момент произойдет его полный срез. Глубину внедрения элементарного слоя  $H$ , соответствующую такому моменту, получим из выражения (2.39) при условии  $\varepsilon(H) = 0,895$ . Логарифмируя зависимость (2.39) и произведя не сложные преобразования, имеем

$$H = \sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[6]{t_{nT}} \cdot \sqrt[3]{\frac{1}{A_0} - \sum_{i=0}^{n-2} t_{iT}^{5/2}}, \quad (2.40)$$

где 
$$\frac{1}{A_0} = \frac{6,75 \cdot b \cdot V_{дет} \cdot \sqrt{\rho}}{\sqrt{2} \cdot \operatorname{tg} \gamma \cdot k \cdot V_{кр}}.$$

Анализ зависимости (2.40) с учетом  $t_{nT} = t_T + (n-1) \cdot t$  и  $t_{iT} = t_T + it$  показывает экстремальный характер связи  $H$  и  $t_T$ , то есть имеется такой элементарный слой, глубина внедрения которого в рабочую поверхность круга в момент полного среза – максимальна,  $H = H_{max}$ . Для определения экстремального значения  $t_T$  возьмем производную от  $H$  и полученное выражение приравняем к нулю

$$\left( \frac{1}{A_0} - \sum_{i=0}^{n-2} t_{iT}^{5/2} \right) = 5 \cdot t_{nt} \cdot \sum_{i=0}^{n-2} t_{iT}^{3/2}. \quad (2.41)$$

Заменив левую часть (2.41) выражением (2.40) с учетом  $H = H_{max}$ , получим

$$H_{max}^3 = 10 \cdot t_{nTэкстр}^{3/2} \cdot \sum_{i=0}^{n-2} t_{iTэкстр}^{3/2}. \quad (2.42)$$

Значение  $t_T$ , содержащееся в параметрах  $t_{nT}$  и  $t_{iT}$  зависимости (2.42), можно определить только численным расчетом, задавая значения  $t, H_{max}$  и  $n = \frac{H_{max}}{t}$  ( $n$  округляется с избытком до целого числа и принимает значения  $n \geq 2$ ).

С учетом преобразований, уравнение (2.42) выразится

$$H_{max}^3 = 10 \cdot [t_{Tэкстр} + (n-1) \cdot t]^{3/2} \cdot \sum_{i=0}^{n-2} [t_{Tэкстр} + it]^{3/2}. \quad (2.43)$$

Полученное уравнение справедливо для всего диапазона  $t = t^* \dots \infty$ . При  $t < t^*$  выражение (2.40) не имеет экстремальной зависимости  $H$  от  $t_T$ . В этом случае значение  $H_{max}$  будет принимать экстремальный слой, для которого выполняется условие  $H_{max} = t_{nT}$ . Правильность такого положения обоснована тем, что все вышележащие слои, исходя из выражения (2.40), принимают значения  $H < H_{max}$  и поэтому являются определяющими. Нижележащие слои, в связи с изменением направления их движения при достижении осевой плоскости, не могут принимать значения глубины внедрения, равной  $H_{max}$ . Следовательно  $t_{nTэкстр} = H_{max}$ ,  $t_{nTэкстр} = H_{max} - (n-1) \cdot t$ . Значение  $t^*$  определится из уравнения (2.43) при условии  $n=2$ ,  $t_{nTэкстр} + (n-1) \cdot t^* = H_{max}$ . После преобразований, имеем

$$t^* = \left( 1 - \sqrt[3]{\frac{1}{100}} \right) \cdot H_{max}. \quad (2.44)$$

Приведенные в табл. 2.2 и табл. 2.3 результаты расчета параметров экстремального элементарного слоя показывают, что с достаточной для практики точностью, при  $t \geq H_{max}$ , число проходов  $n$  можно принять равным единице, т.к. различие между  $t$  и  $t_{nTэкстр}$  незначи-

тельно и составляет для  $t = H_{max} - 1 \dots 20\%$ , а для  $t > H_{max} - 1 \dots 10\%$ . Это существенно упрощает методику расчета. При таком условии для  $t \geq H_{max}$  экстремальным элементарным слоем всегда будет слой с координатой  $t_{nТэкстр} = t$ ,  $t_{iТэкстр} = 0$ , а для  $t < H_{max}$  - слой с координатой  $t_{nТэкстр} = H_{max}$ ,  $t_{iТэкстр} = H_{max} - (n - 1) \cdot t$ .

Таблица 2.2

Значения параметров экстремального слоя для различных  $t$  при  $H_{max} = 10 \cdot 10^{-6}$  м

$t \cdot 10^{-6}$ , м	$n$	$t_T \cdot 10^{-6}$ , м	$t_{nТэкстр} \cdot 10^{-6}$ , м
2	6	0	10
5	3	0	10
8,4	2	1,6	10
9	2	0,11	9,11
10	2	0,1	10,1
20	2	0,05	20,05
100	2	0,01	100,01

Таблица 2.3

Значения параметров экстремального слоя различных  $t$  при  $H_{max} = 5 \cdot 10^{-6}$  м

$t \cdot 10^{-6}$ , м	$n$	$t_T \cdot 10^{-6}$ , м	$t_{nТэкстр} \cdot 10^{-6}$ , м
2	3	1,0	5
3,95	2	1,0	5
5	2	0,95	5,95
10	2	0,68	10,68
20	2	0,45	20,45
100	2	0,18	100,18

Уравнение вероятностной поверхности резания, а в осевой плоскости шлифования – уравнение линии полного съема материала, установим из выражения (2.40), предварительно определив величину  $1/A_0$ . Положим в выражении (2.40)  $H = H_{max}$ ,  $t_T = t_{Тэкстр}$  и разрешим уравнение относительно  $1/A_0$ .

Тогда

$$\frac{1}{A_0} = \frac{H_{max}^3}{2 \cdot \sqrt{t_{nТэкстр}}} + \sum_{i=0}^{n-2} t_{iТэкстр}^{5/2} \cdot \quad (2.45)$$

После подстановки зависимости (2.45) в (2.40), получим уравне-

ние линии полного съема материала, которое справедливо для первой половины угла контакта круга с деталью, рис.2.13

$$H = \sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[6]{t_{nT}} \cdot \sqrt[3]{\frac{H_{max}^3}{2 \cdot \sqrt{t_{nT_{экстр}}}} + \sum_{i=0}^{n-2} t_{iT_{экстр}}^{5/2} - \sum_{i=0}^{n-2} t_{iT}^{5/2}}. \quad (2.46)$$

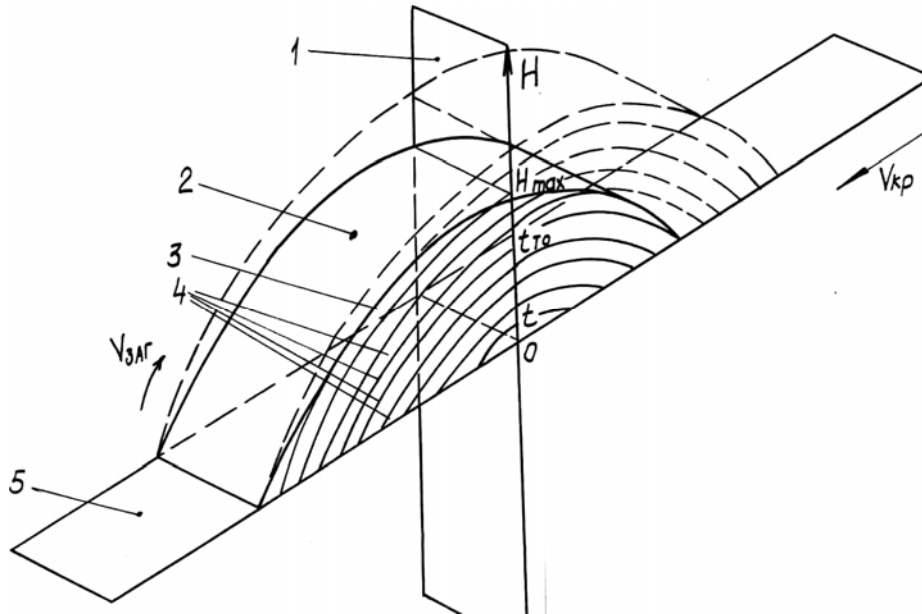


Рис.2.13. Образование поверхности резания в условиях радиальной многопроходности шлифования: 1 – осевая плоскость шлифования; 2 – поверхность резания; 3 – линия полного съема материала; 4 – элементарные оболочки; 5 – плоскость, определяющая уровень максимального выступания зерен над связкой.

Для описания линии полного съема материала во второй половине угла контакта достаточно знать значение  $t_{T_0}$  элементарного слоя, полный срез которого происходит в момент выхода из рабочей поверхности круга. Значение  $t_{T_0}$  равно максимальной высоте микронеровностей обработанной поверхности  $R_{max}$  и определяется из условия

$$H(t_{nT_{вх}}) = 0, \quad (2.47)$$

где  $t_{nT_{вх}} = R_{max} + t$  - координата элементарного слоя припуска, полный срез которого происходит в точке входа в рабочую поверхность круга, м.

Подчинив зависимость (2.46) условию  $H(t_{nT_{вх}})$ , получим равенство для нахождения  $t_{nT_{вх}}$  и соответственно  $R_{max}$

$$\sum_{i=0}^{n-2} t_{iT_{вх}}^{5/2} = \frac{H_{max}^3}{2 \cdot \sqrt{t_{nT_{экстр}}}} + \sum_{i=0}^{n-2} t_{iT_{экстр}}^{5/2}. \quad (2.48)$$

В случае  $t \geq H_{max}$ , когда  $t_{nTэкстр} = t$ ,  $\sum_{i=0}^{n-2} t_{iTэкстр}^{5/2} = 0$ , равенство

(2.48) упростится и примет вид

$$R_{max}^{5/2} = \frac{H_{max}^3}{2 \cdot \sqrt{t}} \quad \text{или} \quad R_{max} = H_{max} \cdot \sqrt[5]{\frac{H_{max}}{4t}}. \quad (2.49)$$

Зависимость (2.49) идентична полученной ранее зависимости (2.28). В случае  $t < H_{max}$ , когда  $t_{nTэкстр} = H_{max}$ ,  $t_{Tэкстр} = H_{max} - (n-1) \cdot t$  параметр  $R_{max}$  определяется из уравнения

$$\sum_{i=0}^{n-2} t_{iTвх}^{5/2} = 0,5 \cdot H_{max}^{5/2} + \sum_{i=0}^{n-2} t_{iTэкстр}^{5/2}, \quad (2.50)$$

в котором  $t_{Tвх} = R_{max} - (n-1) \cdot t$ .

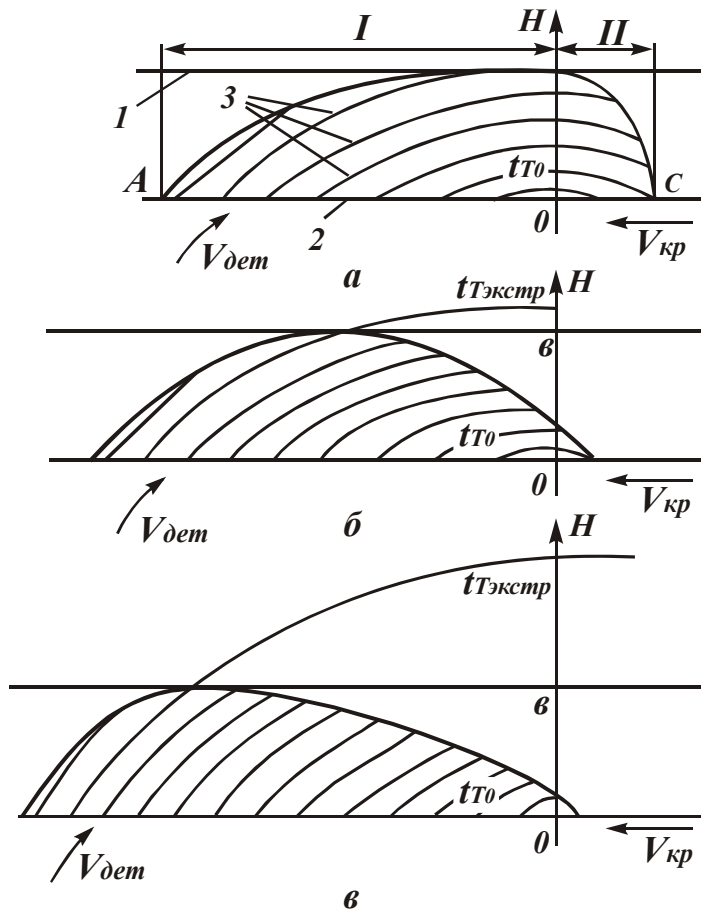


Рис.2.14. Изменение формы полного съема материала в условиях радиальной многопроходности в зависимости от глубины шлифования: а – при  $t \ll b$ ; б – при  $t \geq b$ ; в – при  $t \gg b$ ; 1 – уровень связки круга; 2 – уровень максимального выступания вершины зерен над связкой; 3 – элементарные цилиндрические оболочки припуска.

На рис. 2.14 приведены графики изменения линии полного съема материала в зависимости от глубины шлифования  $t$  для разных значений  $H_{max}$ . Для наглядности снимаемый припуск представлен элементарными оболочками. Как следует из рис. 2.14, с увеличением  $t$  конфигурация линии полного съема материала изменяется. Изменяются также соотношения между параметрами  $H_{max}$  и  $R_{max}$ , рис. 2.15.

При одном значении  $H_{max}$  и с увеличением  $t$  в 5 раз максимальная высота микронеровностей обработанной поверхности  $R_{max}$  уменьшается в 1,5-3 раза. Такой результат свидетельствует о возможности



улучшения качества обработки при сохранении одинаковой нагруженности зерен круга в условиях глубинного шлифования. Причем, чем больше  $R_{max}$  и  $t$ , тем меньше отношение  $R_{max}/H_{max}$  и выше эффективность шлифования.

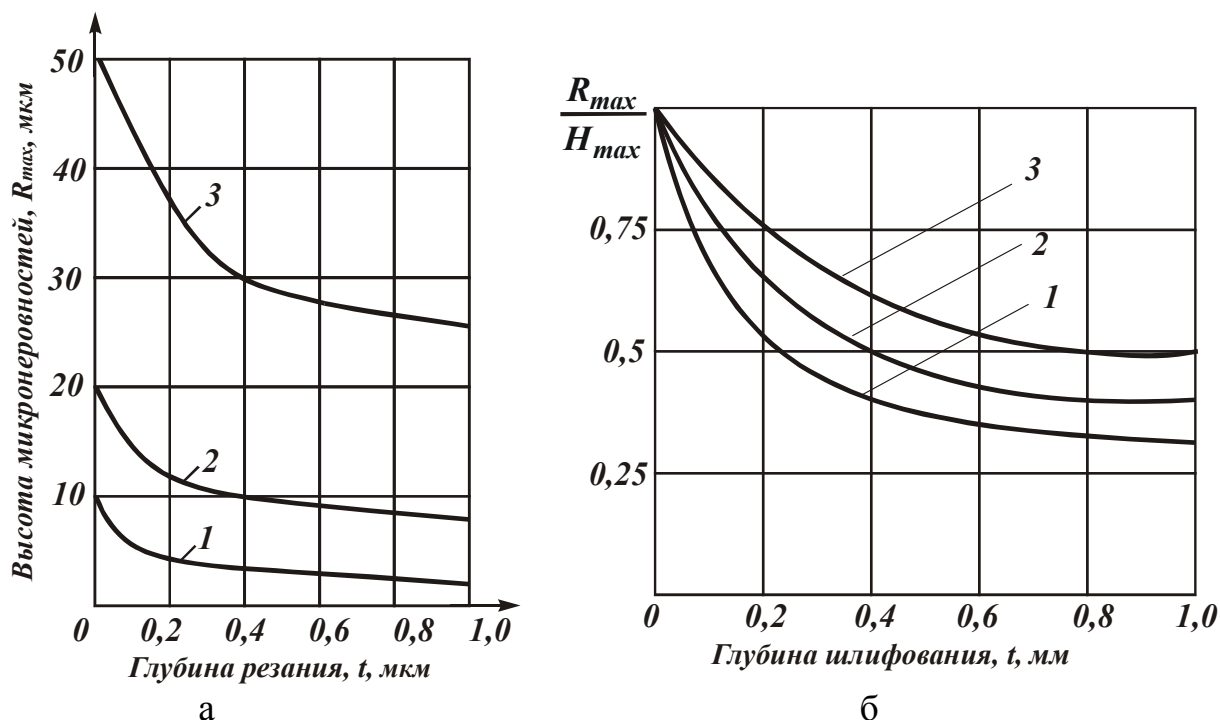


Рис.2.15. Зависимость  $R_{max}$  (при  $H_{max} = const$ ) (а) и  $R_{max}/H_{max}$  (б) от  $t$ . Исходные данные:  $\gamma = 45^\circ$ ;  $k = 10$  шт/мм<sup>2</sup>;  $V_{кр} = 30$  м/с;  $R_{дет} = 50$  мм;  $R_{кр} = 100$  мм; 1 -  $H_{max} = 10$  мкм; 2 -  $H_{max} = 20$  мкм; 3 -  $H_{max} = 50$  мкм.

## 2.4. ОЦЕНКА ДОСТОВЕРНОСТИ РЕЗУЛЬТАТОВ РАСЧЕТОВ

Для оценки достоверности теоретических решений выполнены экспериментальные исследования шероховатости обработанной поверхности при круглом наружном алмазном шлифовании твердосплавной дисковой фрезы с долевой продольной подачей  $S_\delta = 0,9$ . Производились измерения параметра шероховатости обработки  $R_a$ . Расчет параметра  $R_a$  проводился по зависимости (2.30) с учетом известного соотношения  $R_a = 0,2R_{max}$ .

Сравнение расчетных и экспериментальных значений  $R_a$  и  $R_{max}$  показывает на достаточно высокую степень их сходимости (в пределах 40%), что подтверждает достоверность разработанной математи-

ческой модели шлифования.

Для данных условий обработки определим значения максимальной (приведенной вероятностной) толщины среза  $H_{max}$ , для чего воспользуемся экспериментальными значениями параметра шероховатости  $R_{max}$ , приведенными в табл. 2.5, и зависимостью (2.29).

Таблица 2.4

Значения параметров шероховатости  $R_a$  и  $R_{max}$

(круг 1A1 300x25 AC6 250/200 –4 –M1-01, обр. материал – твердый сплав BK8,  $R_{дет} = 80$ мм,  $R_{кр} = 150$ мм,  $\bar{X} = 0,225$ мм,  $m = 100$ ,  $tg\gamma = 0,5$ ,  $V_{кр} = 30$ м/с,  $t = 0,1$ мм)

$V_{дет}$ , м/мин	1	2	4	6
$R_a^{эксп}$ , мкм	1,1	1,65	2,05	2,17
$R_a^{расч}$ , мкм	1,51	1,99	2,63	3,09
$R_{max}^{эксп}$ , мкм	5,5	8,25	10,25	10,85
$R_{max}^{расч}$ , мкм	7,55	9,96	13,15	15,46

Таблица 2.5

Расчетные значения  $H_{max}$  и  $R_{max}/H_{max}$

$V_{дет}$ , м/мин	1	2	3	4
$H_{max}$ , мкм	14,7	18,52	23,32	26,7
$R_{max}/H_{max}$	0,514	0,538	0,564	0,579

Как показано в табл. 2.5, в зависимости от  $V_{дет}$  параметр  $H_{max}$  изменяется в пределах 14,7...26,7 мкм, что превышает расчетные значения параметра  $R_{max}$ . Таким образом теоретически доказано и экспериментально подтверждено, что параметр  $H_{max}$  всегда больше параметра  $R_{max}$ , тогда как в известных расчетных зависимостях, такое условие, как правило, не выполняется.

Сравним полученную зависимость для расчета максимальной (приведенной) толщины среза  $H_{max}$  с известными зависимостями, приведенными в работах [145, 154, 208].

Проф. Маслов Е.Н. для расчета наибольшей толщины среза, приходящейся на отдельное зерно при круглом шлифовании, предложил зависимость

$$a_{max} = \frac{2 \cdot V_1 \cdot \sqrt{t}}{60 \cdot V_{кр} \cdot m} \cdot \sqrt{\frac{1}{D} + \frac{1}{d}} \cdot \frac{S_1}{B}, \quad (2.51)$$

где  $m$  – число зерен на единице длины круга, шт/мм;  $D, d$  – диаметры

круга и детали, мм;  $S_1$  – продольная подача, мм/об;  $B$  – ширина круга, мм;  $V_1$  – скорость детали, м/мин;  $V_{кр}$  – скорость круга, м/с;  $t$  – глубина шлифования, мм.

В работе [145] предложена зависимость для расчета средней толщины среза

$$a_{cp} = 0,8 \cdot \sqrt{\frac{Q}{V \cdot n_p}} \cdot \sqrt{\frac{D+d}{D \cdot d}}, \quad (2.52)$$

где  $Q$  – удельный съем металла на 1 мм высоты круга, мм<sup>3</sup>/мин·мм;  $n_p$  – число режущих зерен на единице поверхности круга, шт/мм<sup>2</sup>.

Проф. Резников А.Н. предложил зависимость для расчета средней толщины среза [208]

$$a_{cp} = 1,1 \cdot \left( \frac{W \cdot \sigma_0^2}{V \cdot n \cdot \operatorname{tg} \gamma} \right)^{0,25}, \quad (2.53)$$

где  $W = \frac{1000}{60} \cdot V_1 \cdot \sqrt{t \cdot \left( \frac{1}{D} + \frac{1}{d} \right)}$ ,  $\sigma_0$  – среднеквадратичное отклонение вылета вершин зерен над связкой, мм;  $n$  – поверхностная концентрация зерен на рабочей поверхности круга, шт/мм<sup>2</sup>.

Принимая исходные данные:  $V_1 = 1$  м/мин;  $V_{кр} = 35$  м/с;  $t = 0,1$  мм;  $D = 300$  мм;  $d = 160$  мм;  $B = 22,5$  мм;  $S_1 = 22,5$  мм/об;  $Q = 100$  мм<sup>3</sup>/мин·мм;  $\operatorname{tg} \gamma = 1$ ;  $n = 20$  шт/мм<sup>2</sup>;  $m = 4$  шт/мм;  $\sigma_0 = 10$  мкм, по приведенным зависимостям получены расчетные значения толщин срезов, приведенные в табл. 2.6.

Таблица 2.6

Расчетные значения толщин срезов

Номер расчетной зависимости	(2.29)	(2.51)	(2.52)	(2.53)
Толщина среза, мкм	14,7	0,007	0,12	1,1

Как следует из табл.2.6, расхождение результатов расчета, полученных по различным зависимостям, может достигать 1000 раз. Более приемлемой из рассмотренных зависимостей является полученная нами зависимость (2.29), обеспечивающая точность расчетов в пределах 40%.

Имеющееся расхождение расчетных и экспериментальных значений связано с тем, что в кинематической модели не учитывался износ зерен круга. В следующих параграфах полученные теоретические

результаты уточнены путем учета износа зерен круга.

Таким образом, благодаря вероятностному подходу к описанию процесса шлифования, раскрыты закономерности съема материала вдоль дуги контакта круга с деталью и получены зависимости для определения максимальной (приведенной вероятностной) толщины среза и параметров шероховатости обработанной поверхности.

## 2.5. ЗАКОНОМЕРНОСТИ ПРОЦЕССА ШЛИФОВАНИЯ С УЧЕТОМ ИЗНОСА ЗЕРЕН КРУГА

Исходя из рис. 2.16,б [169], максимальная вероятностная (приведенная) толщина среза  $H_{max}$  с учетом износа зерен круга описывается зависимостью

$$H_{max} = \bar{X} \cdot \sqrt[3]{\frac{450 \cdot \pi \cdot V_{пл} \cdot (1 - \eta)^2}{\text{tg} \gamma \cdot m \cdot V_{кр} \cdot (1 - \eta)}}, \quad (2.54)$$

где  $\eta = x/H$  - безразмерный коэффициент, учитывающий степень затупления зерна круга;  $x$  - величина линейного износа максимально выступающего над уровнем связки зерна круга, м;  $H$  - максимальная (условная) глубина внедрения зерна в обрабатываемый материал, отсчитывается от вершины исходного неизношенного максимально выступающего над уровнем связки зерна, м.

Коэффициент  $\eta$  изменяется в пределах от нуля до единицы.

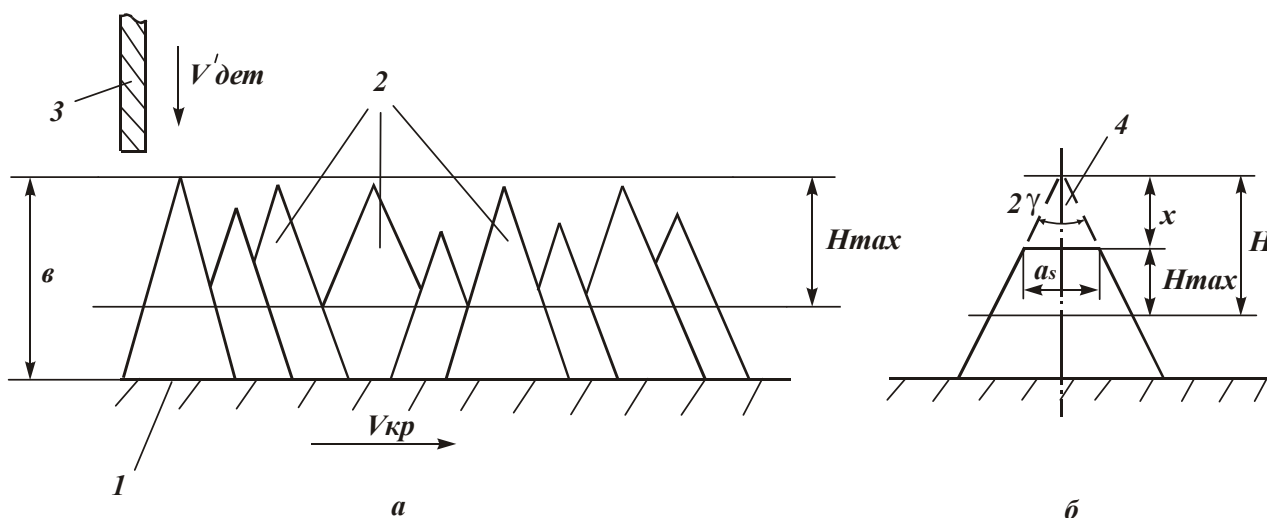


Рис.2.16. Расчетные схемы шлифования: 1 – связка круга; 2 – режущие зерна; 3 – обрабатываемая пластинка; 4 – изношенная часть зерна.

При  $x=0$  коэффициент  $\eta=0$ , а зависимость (2.54) принимает вид зависимости (2.16). При  $x \rightarrow H$  коэффициент  $\eta \rightarrow 1$ . Параметры  $x$  и  $H$  определяются зависимостями

$$H = \frac{H_{max}}{(1-\eta)} = \bar{X} \cdot \sqrt[3]{\frac{450 \cdot \pi \cdot V_{пл}}{tg\gamma \cdot m \cdot V_{кр} \cdot (1-\eta^2)}}, \quad (2.55)$$

$$x = \eta \cdot H = \bar{X} \cdot \sqrt[3]{\frac{450 \cdot \pi \cdot V_{пл} \cdot \eta^3}{tg\gamma \cdot m \cdot V_{кр} \cdot (1-\eta^2)}}. \quad (2.56)$$

С увеличением безразмерного коэффициента  $\eta$  от нуля до единицы параметр  $H$  увеличивается от значения  $H_{max0}$  до бесконечности; параметр  $H_{max}$  уменьшается до нуля; параметр  $x$  увеличивается от нуля до бесконечности, рис.2.17. Значение  $H_{max0}$  равно максимальной вероятностной (приведенной) толщине среза  $H_{max}$  при  $\eta=0$ .

Такой характер изменения параметров  $H$ ,  $H_{max}$  и  $x$  с увеличением  $\eta$  обусловлен формированием на круге более сглаженного рельефа вследствие образования на зернах площадок износа длиной  $a_s$ , рис. 2.16,б. Наибольшую длину площадки износа имеет максимально выступающее над уровнем связки зерно,  $a_s = tg\gamma \cdot x$ .

С учетом износа зерна долю использования его длины  $\bar{X}$  при резании необходимо оценивать соотношением  $\alpha = H / \bar{X}$ . Тогда

$$\alpha = \bar{X} \cdot \sqrt[3]{\frac{450 \cdot \pi \cdot V_{пл}}{tg\gamma \cdot m \cdot V_{кр} \cdot (1-\eta^2)}}. \quad (2.57)$$

Из приведенных зависимостей вытекает, что наибольшее влияние на параметры  $H$ ,  $H_{max}$ ,  $\alpha$  оказывает безразмерный коэффициент  $\eta$ .

Следовательно, закономерности процесса шлифования в меньшей мере обусловлены параметрами режима шлифования и характеристиками круга и в большей степени состоянием режущего рельефа круга, обобщенно определяемым безразмерным коэффициентом  $\eta$ . Для выявления резервов шлифования,

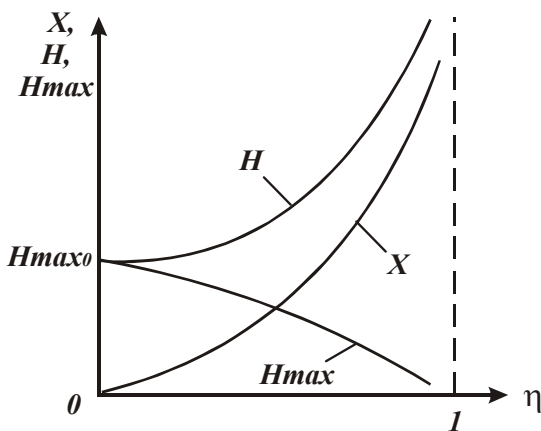


Рис.2.17. Зависимости параметров  $x$ ,  $H$ ,  $H_{max}$  от  $\eta$  при шлифовании по жесткой схеме.

связанных с повышением производительности, точности, качества и экономичности обработки, необходимо знать оптимальные значения  $\eta$ .

Первоначально рассмотрим характер изменения безразмерного коэффициента  $\eta$  при шлифовании по упругой схеме с фиксированным радиальным усилием  $P_y$ .

В работе [301] получена аналитическая зависимость для определения радиальной составляющей силы резания при шлифовании

$$P_y = \frac{\sigma}{K_{ш}} \cdot S = \frac{\pi \cdot \operatorname{tg} \gamma \cdot HV}{2 \cdot (1 - \eta)} \cdot \frac{F \cdot V_{нл}}{V_{кр}}, \quad (2.58)$$

где 
$$\sigma = \sqrt{\frac{\pi \cdot \operatorname{tg} \gamma \cdot HV \cdot \sigma_{сж}}{(1 - \eta)}}, \quad (2.59)$$

$$K_{ш} = 2 \cdot \sqrt{\frac{\sigma_{сж}}{\pi \cdot \operatorname{tg} \gamma \cdot HV}} \cdot (1 - \eta), \quad (2.60)$$

где  $\sigma$  - условное напряжение резания, Па;  $K_{ш}$  - коэффициент шлифования;  $S = F \cdot V_{нл} / V_{кр}$  - суммарная площадь среза всеми одновременно работающими зернами, м<sup>2</sup>;  $HV$ ,  $\sigma_{сж}$  - соответственно твердость по Виккерсу и предел прочности на сжатие обрабатываемого материала, Па;  $F$  - площадь контакта круга с обрабатываемой пластинкой, м<sup>2</sup>.

Из зависимости (2.58) следует, что при фиксированном значении  $P_y = \text{const}$  (при шлифовании по упругой схеме) с увеличением безразмерного коэффициента  $\eta \rightarrow 1$  (по мере затупления зерен круга) скорость  $V_{нл}$  уменьшается вплоть до нуля. Чем меньше скорость круга  $V_{кр}$  и больше твердость обрабатываемого материала  $HV$ , тем меньше скорость съема материала  $V_{нл}$ . Подставим зависимость (2.58), разрешенную относительно  $V_{нл}$ , в зависимости (2.54), (2.55) и (2.56):

$$H_{max} = \bar{X} \cdot \sqrt[3]{\frac{900 \cdot P_n \cdot (1 - \eta)^3}{\operatorname{tg}^2 \gamma \cdot m \cdot HV \cdot (1 + \eta)}}. \quad (2.61)$$

$$H = \bar{X} \cdot \sqrt[3]{\frac{900 \cdot P_n}{\operatorname{tg}^2 \gamma \cdot m \cdot HV \cdot (1 + \eta)}}. \quad (2.62)$$

$$x = \bar{X} \cdot 3 \sqrt[3]{\frac{900 \cdot P_n \cdot \eta^3}{\text{tg}^2 \gamma \cdot m \cdot HV \cdot (1 + \eta)}}, \quad (2.63)$$

где  $P_n = P_y / F$  - нормальное давление, Па.

Из параметров режима шлифования в приведенные зависимости входит лишь  $P_n$ . Скорость круга  $V_{кр}$  на параметры  $H_{max}$ ,  $H$ ,  $x$  не влияет. С увеличением безразмерного коэффициента  $\eta \rightarrow 1$  параметры  $H_{max}$  и  $H$  уменьшаются, причем, параметр  $H_{max}$  - наиболее существенно, вплоть до нуля, рис.2.17. Параметр  $x$  с увеличением  $\eta$  увеличивается. Величина  $(1 - \eta)$ , входящая в зависимости (2.61), (2.62) и (2.63), при увеличении  $\eta$  от нуля до единицы изменяется в пределах 1...2. Учитывая то, что эта величина входит в зависимости с небольшой степенью (равной 0,33), в первом приближении будем рассматривать ее постоянной, равной среднему значению 1,5. Тогда зависимости (2.61), (2.62) и (2.63) примут вид:

$$H_{max} = \bar{X} \cdot (1 - \eta) \cdot 3 \sqrt[3]{\frac{600 \cdot P_n}{\text{tg}^2 \gamma \cdot m \cdot HV}}, \quad (2.64)$$

$$H = \bar{X} \cdot 3 \sqrt[3]{\frac{600 \cdot P_n}{\text{tg}^2 \gamma \cdot m \cdot HV}}, \quad (2.65)$$

$$x = \bar{X} \cdot \eta \cdot 3 \sqrt[3]{\frac{600 \cdot P_n}{\text{tg}^2 \gamma \cdot m \cdot HV}}. \quad (2.66)$$

Характер изменения параметров  $H_{max}$ ,  $H$ ,  $x$  с учетом сделанного допущения показан графически на рис.2.18. Параметр  $H$  с увеличением  $\eta$  остается неизменным, параметр  $H_{max}$  - уменьшается до

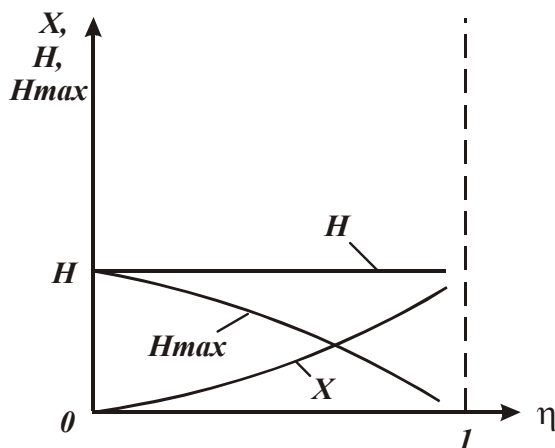


Рис.2.18. Зависимости параметров  $x$ ,  $H$ ,  $H_{max}$  от  $\eta$  при шлифовании по упругой схеме.

нуля (при  $\eta \rightarrow 1$ ), а параметр  $x$  увеличивается от нуля до значения  $H$  (при  $\eta \rightarrow 1$ ). Параметры  $H_{max}$ ,  $H$  и  $x$  взаимосвязаны:  $H = H_{max} + x$ .

Параметр  $H_{max}$  можно выразить через величину линейного износа максимально выступающего над уровнем связки зерна  $x$ . Для этого зависимость (2.66) разрешим относительно безразмер-

ного коэффициента  $\eta$

$$\eta = \frac{x}{\bar{X}} \cdot \sqrt[3]{\frac{\text{tg}^2 \gamma \cdot m \cdot HV}{600 \cdot P_n}}. \quad (2.67)$$

Между параметрами  $x$  и  $\eta$  существует вполне однозначная связь. Чем больше  $x$ , тем больше  $\eta$ . Полученную зависимость (2.67) подставим в (2.64)

$$H_{max} = \bar{X} \cdot \left( 1 - \frac{x}{\bar{X}} \cdot \sqrt[3]{\frac{\text{tg}^2 \gamma \cdot m \cdot HV}{600 \cdot P_n}} \right) \cdot \sqrt[3]{\frac{600 \cdot P_n}{\text{tg}^2 \gamma \cdot m \cdot HV}}. \quad (2.68)$$

Очевидно, с течением времени обработки (по мере затупления зерен круга) параметр  $x$  увеличивается, что ведет к увеличению  $H_{max}$ . Параметр  $H$  при этом остается неизменным, так как, согласно (2.65), не зависит от  $\eta$  и  $x$ .

Этим показано, что увеличение безразмерного коэффициента  $\eta$  по мере затупления зерен круга (увеличение параметра  $x$ ) происходит за счет уменьшения максимальной вероятностной (приведенной) толщины среза  $H_{max}$ . Следовательно, уменьшение скорости съема материала  $V'_{дет}$  при  $P_y = const$  с увеличением  $\eta$ , в соответствии с зависимостью (2.58), происходит за счет уменьшения  $H_{max}$ . При этом за начало координат необходимо принять уровень  $y = H$  (рис. 2.16,б), поскольку параметр  $H$  с течением времени обработки не изменяется. Данное решение принципиально по-новому раскрывает физическую сущность шлифования.

Традиционно в работах по теории шлифования за начало координат принимается уровень вершин максимально выступающих над связкой зерен и считается, что толщина среза может увеличиваться или уменьшаться относительно этого уровня.

В действительности, как показано выше, толщина среза изменяется относительно условного уровня, удаленного от вершины максимально выступающего зерна на расстояние  $H$ . Исходя из зависимости (2.65), этот уровень определяется параметрами  $P_n$ ,  $\bar{X}$ ,  $m$ ,  $HV$ . Чем больше  $P_n$ ,  $\bar{X}$  и меньше  $m$ ,  $HV$ , тем больше параметр  $H$  и пределы изменения параметра  $H_{max}$ .

Параметр  $H$  необходимо рассматривать во взаимосвязи с максимальной высотой выступления зерен над уровнем связки  $v$ , рис. 2.16,а. Для нормального протекания процесса шлифования параметр



$H$  должен быть меньше величины  $\nu$ . В противном случае подводящий в зону резания материал не будет своевременно сошлифовываться. Это приведет к интенсивному контакту обрабатываемого материала со связкой круга, увеличению силы трения и упругих перемещений в технологической системе. В результате через определенное время процесс шлифования прекратится или произойдет поломка элементов станка.

Исходя из зависимости (2.65), более вероятно выполнение условия  $H < \nu$  при шлифовании материалов высокой твердости  $HV$ , так как с увеличением  $HV$  при  $P_n = const$  параметр  $H$  уменьшается. Наименьшее значение  $H$  будет достигаться при шлифовании самого твердого в природе материала - алмаза. Согласно расчетной схеме (рис. 2.16), за счет уменьшения параметра  $H$  в контакте с обрабатываемым материалом будет находиться меньшее число зерен. Следовательно, нагрузки, действующие на зерна круга, увеличатся, что приведет к интенсивному износу зерен (в пределах изменения  $x$  от нуля до значения  $H$ ) и быстрому прекращению процесса съема материала.

Радиальная составляющая силы резания  $P_{y1}$ , действующая на максимально выступающее над уровнем связки зерно, исходя из рис. 2.16,б, определяется

$$P_{y1} = \frac{\sigma}{K_{ш}} \cdot S_1 = \frac{\pi \cdot \operatorname{tg} \gamma \cdot HV}{2 \cdot (1 - \eta)} \cdot \operatorname{tg} \gamma \cdot (H^2 - x^2) =$$

$$= \frac{\pi \cdot \operatorname{tg}^2 \gamma \cdot HV}{2} \cdot \bar{X}^2 \cdot \left[ \frac{450 \cdot \pi \cdot V_{пл}}{\operatorname{tg} \gamma \cdot m \cdot V_{кр} (1 - \eta^2)} \right]^{0,67} \quad (2.69)$$

или с учетом  $x = \eta \cdot H$ :

$$P_{y1} = 0,5 \cdot \pi \cdot \operatorname{tg}^2 \gamma \cdot HV \cdot H^2 \cdot (1 + \eta), \quad (2.70)$$

где  $S_1$  - площадь поперечного сечения единичного среза, м<sup>2</sup>.

С учетом принятого допущения  $(1 + \eta) = 1,5$  зависимость (2.70) примет вид

$$P_{y1} = 0,75 \cdot \pi \cdot \operatorname{tg}^2 \gamma \cdot HV \cdot H^2. \quad (2.71)$$

Сила  $P_{y1}$  тем больше, чем больше твердость обрабатываемого материала  $HV$  и параметр  $H$ . Параметр  $H$  определяется зависимостью (2.65). Подставим зависимость (2.65) в (2.71) и разрешим полученное выражение относительно  $P_n$ :

$$P_n = \frac{m \cdot P_{y1}^{1,5}}{450 \cdot \pi \cdot \bar{X}^3} \cdot \left( \frac{2}{\pi \cdot HV} \right). \quad (2.72)$$

При заданном значении  $P_n$  сила  $P_{y1}$  увеличивается с увеличением зернистости круга  $\bar{X}$ , твердости обрабатываемого материала  $HV$  и уменьшением объемной концентрации круга  $m$ . Сила  $P_{y1}$  не зависит от времени обработки и величины линейного износа зерна, определяемого параметрами  $x$  или  $\eta$ . Из зависимости (2.72) вытекает, что при  $P_n = const$  наибольшее значение  $P_{y1}$  достигается при шлифовании алмаза, обладающего максимальной твердостью. Параметр  $H$  при этом принимает наименьшее значение, согласно зависимости (2.65). Следовательно, чем тверже обрабатываемый материал, тем больше  $P_{y1}$  и меньше  $V_{nl}$  (в соответствии с зависимостями (2.68) и (2.69) при  $\eta = const$ ). Уменьшить силу  $P_{y1}$  при шлифовании по упругой схеме можно, исходя из зависимости (2.72), увеличением  $m$  и уменьшением  $P_n$ ,  $\bar{X}$ . Уменьшить  $V_{nl}$  можно увеличением  $P_n$ ,  $V_{кр}$  и уменьшением безразмерного коэффициента  $\eta \rightarrow 0$  за счет поддержания на рабочей поверхности круга развитого режущего рельефа. Последний фактор играет определяющую роль, так как входящая в зависимость (2.58) величина  $(1 - \eta)$  изменяется в пределах  $0 \dots 1$ , что позволяет в широком диапазоне изменять скорость съема материала  $V_{nl}$ .

Рассмотрим условия формирования коэффициента  $\eta$ . В связи с увеличением во времени величины линейного износа зерна  $x$  коэффициент  $\eta$ , согласно зависимости (2.67), увеличивается, а  $V_{nl}$  при  $P_n = const$  - уменьшается (согласно зависимости (2.58)). Для того чтобы ограничить уменьшение  $V_{nl}$  и увеличение  $\eta$  во времени, необходимо периодически удалять с рабочей поверхности круга затупившиеся зерна, ограничивая величину  $x$ . При достижении фиксированного значения  $x$  максимально выступающее зерно должно выпасть из связки круга под действием предельной силы  $P_{y1}$ , равной прочности удержания зерна в связке. Это обеспечит равномерный во времени износ круга и непрерывное восстановление его режущих свойств, стабилизацию во времени скорости съема материала  $V_{nl}$ . Предельное значение силы  $P_{y1}$ , действующей на максимально выступающее из связки зерно, не должно превышать собственно проч-

ность зерна на раздавливание.

Если сила  $P_{y1}$  меньше силы, удерживающей зерно в связке, выпадение зерна не произойдет. Оно будет осуществлять съём материала и изнашиваться под действием силы  $P_{y1}$ . Одновременно вследствие трения обрабатываемого материала и продуктов обработки с кругом будет происходить линейный износ связки и уменьшение глубины залегания и прочности удержания зерна в связке. В определенный момент времени условие равенства силы  $P_{y1}$  и силы, удерживающей зерно в связке, нарушится, произойдет потеря устойчивости зерна и оно выпадет из связки.

Время работы зерна определяется исключительно линейной скоростью износа связки. Чем тверже и прочнее связка, тем ниже интенсивность ее износа и больше период работы зерна. Следовательно, без дополнительного воздействия на связку круга и ее износа в процессе шлифования, выпадения зерен из связки и восстановления режущих свойств круга не произойдет. Круг будет работать в режиме затупления. Для восстановления его режущих свойств необходимо осуществлять периодическую или непрерывную правку. Интенсивность износа связки круга обусловлена интенсивностью ее трения с обрабатываемым материалом и продуктами обработки, расположенными в межзеренном пространстве круга высотой  $v - H$ . Чем меньше величина  $v - H$ , тем меньше объем межзеренного пространства круга и выше интенсивность трения продуктов обработки со связкой и ее износ. Уменьшить величину  $v - H$  можно уменьшением  $v$  и увеличением  $H$ .

Первый случай реализуется за счет применения менее прочных связок круга и увеличения силы  $P_{y1}$ , действующей на максимально выступающее над связкой зерно, при условии  $H = const$ . Например, с увеличением твердости обрабатываемого материала  $HV$  при пропорциональном увеличении нормального давления  $P_n$ , исходя из зависимости (2.65), выполняется условие  $H = const$ . При этом сила  $P_{y1}$ , определяемая зависимостью (2.71), увеличивается. Следовательно, одним из эффективных путей обработки материалов высокой твердости (в частности, сверхтвердых материалов) является шлифование алмазными кругами на относительно малопрочных органических связках с увеличенным нормальным давлением  $P_n$ .

Основные параметры шлифования по жесткой схеме определяют-

ся с учетом известной зависимости

$$V_{пл} = V_{дет} \cdot \sqrt{2 \cdot t \cdot \rho},$$

где  $V_{дет}$  - скорость детали, м/с;  $t$  - глубина шлифования, м;

$\rho = \frac{1}{R_{кр}} + \frac{1}{R_{дет}}$ ;  $R_{кр}, R_{дет}$  - соответственно радиусы круга и детали,

м:

$$H_{max} = \bar{X} \cdot \sqrt[3]{\frac{630 \cdot \pi \cdot V_{дет} \cdot \sqrt{t \cdot \rho} \cdot (1 - \eta)^2}{tg \gamma \cdot m \cdot V_{кр} \cdot (1 + \eta)}}, \quad (2.73)$$

$$H = \bar{X} \cdot \sqrt[3]{\frac{630 \cdot \pi \cdot V_{дет} \cdot \sqrt{t \cdot \rho}}{tg \gamma \cdot m \cdot V_{кр} \cdot (1 - \eta^2)}}. \quad (2.74)$$

## 2.6. РАСЧЕТ ШЕРОХОВАТОСТИ ОБРАБОТКИ ПРИ ШЛИФОВАНИИ С УЧЕТОМ ИЗНОСА ЗЕРЕН КРУГА

Из условия  $H_{max} = R_{max} = t$  (заменяя  $V_{дет}$  на  $0,5 \cdot V_{дет}$ ) получим зависимость для расчета параметра шероховатости  $R_{max}$ :

$$R_{max} = 10 \cdot \sqrt[5]{\frac{(1 - \eta)^4}{(1 + \eta)^2} \cdot \frac{\pi^2 \cdot \bar{X}^6 \cdot V_{дет}^2 \cdot \rho}{tg^2 \gamma \cdot m^2 \cdot V_{кр}^2}}. \quad (2.75)$$

По структуре зависимость (2.75) идентична зависимости (2.30). Отличие состоит лишь в множителе  $\frac{(1 - \eta)^4}{(1 + \eta)^2}$ , обусловленном линейным

износом зерен. Чем больше  $\eta$ , тем меньше  $R_{max}$ . Для исходного рельефа круга ( $\eta \rightarrow 0$ ) параметр  $R_{max}$  принимает наибольшее значение, по которому обычно и ведутся расчеты (без учета изменения рельефа круга вследствие износа зерен).

Получим решения при  $x = const$ . Безразмерный коэффициент  $\eta$  определим из (2.56)

$$\left(\frac{\eta^3}{1 - \eta^2}\right) = \left(\frac{x}{H_0}\right)^3, \quad (2.76)$$

где параметр  $H_0$  определяется зависимостью (2.55) при  $\eta = 0$ .

Таблица 2.7

Расчетные значения отношения  $x/H_0$ 

$\eta$	0	0,25	0,50	0,75	0,90	0,95	0,99	1,0
$x/H_0$	0	0,25	0,55	0,99	1,55	2,05	3,70	$\infty$

При  $\eta < 0,8$  отношение  $x/H_0$  принимает значения, близкие к  $\eta$ , а при  $0,8 < \eta < 1,0$  – значения, близкие к  $\frac{1}{\sqrt[3]{1-\eta^2}}$  (табл.2.7). Следовательно, с достаточной для практики точностью при  $\eta < 0,8$  можно принять  $\frac{x}{H_0} = \eta$ , а при  $0,8 < \eta < 1,0$  -  $\frac{x}{H_0} = \frac{1}{\sqrt[3]{1-\eta^2}}$ . С учетом зависимости (2.55) при  $0,8 < \eta < 1,0$  величина  $(1-\eta)$  определится

$$1-\eta = \frac{450 \cdot \pi \cdot V_{нл}}{tg\gamma \cdot m \cdot V_{кр}} \cdot \left(\frac{\bar{X}}{x}\right)^3. \quad (2.77)$$

При  $\eta < 0,8$ , согласно зависимости (2.76), величина  $(1-\eta)$  описывается

$$1-\eta = 1 - \frac{x}{H_0}. \quad (2.78)$$

При круглом наружном (внутреннем) и плоском шлифовании (на этапе выхаживания) параметр  $R_a = 0,2 \cdot R_{max}$  выражается [50]:

$$R_a = 2 \cdot 5 \sqrt{\frac{(1-\eta)^4}{(1+\eta)^2} \cdot \frac{\pi^2 \cdot \bar{X}^6 \cdot \rho}{tg^2\gamma \cdot m^2 \cdot V_{кр}^2} \cdot \left(\frac{V_{дет}}{i}\right)^2}, \quad (2.79)$$

где  $i$  - количество проходов круга при отключенной поперечной подаче на станке.

С увеличением  $i$  параметр  $R_a$  уменьшается. Влияние  $i$  на  $R_a$  эквивалентно уменьшению скорости детали  $V_{дет}$ . Следовательно, один и тот же эффект обработки можно получить как уменьшением  $V_{дет}$ , так и увеличением числа проходов  $i$  при выхаживании. Уменьшение  $V_{дет}$  предполагает применение глубинного шлифования (шлифования с “ползучей подачей”). Скорость детали в этом случае уменьшается до значения 0,1 м/мин и ниже [229]. Для поддержания производительности обработки на заданном уровне глубина шлифования увеличивается пропорционально уменьшению скорости детали.

Исходя из зависимости (2.79), наибольшее влияние на параметр

шероховатости обработки  $R_a$  оказывают зернистость круга  $\bar{X}$  и безразмерный коэффициент  $\eta$ . С уменьшением  $\bar{X}$  параметр  $R_a$  уменьшается. При весьма малой зернистости, например,  $\bar{X} = 1/0 \dots 10/7$ , параметр  $R_a$  может быть уменьшен до значений  $0,08 \dots 0,006$  мкм, что соответствует 11...14 классам шероховатости обработанной поверхности. С увеличением безразмерного коэффициента  $\eta \rightarrow 1$  параметр  $R_a$  уменьшается  $R_a \rightarrow 0$ . Выразим в зависимости (2.79) коэффициент  $\eta$  через величину линейного износа зерна  $x$ , используя зависимости (2.77) и (2.78).

При  $\eta < 0,8$  с учётом (2.78) и  $1 + \eta = 1,5$  параметр  $R_a$  примет вид:

$$R_a = 0,13 \cdot 5 \sqrt[5]{\left(1 - \frac{x}{H_0}\right)^4 \cdot \frac{H_0^6}{t}}, \quad (2.80)$$

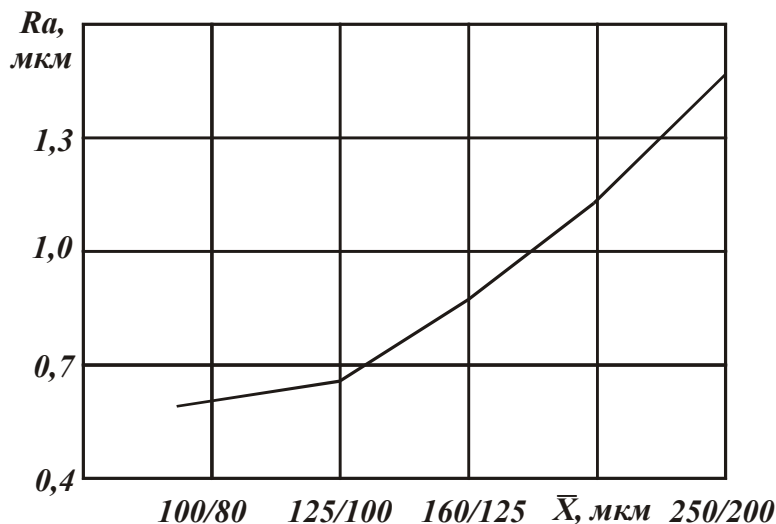


Рис.2.19. Зависимость параметра шероховатости обработки  $R_a$  от зернистости круга  $\bar{X}$ :

$V_{дет} = 0,6$  м/мин;  $V_{кр} = 28$  м/с.

где параметр  $H_0$  определяется зависимостью (2.74) при  $\eta = 0$ . Сравнивая (2.73) и (2.74), видим, что параметры  $H_0$  и  $H_{max_0}$  при  $\eta = 0$  равны.

Из зависимости (2.80) следует, что с увеличением величины  $x$  и уменьшением  $H_0$  параметр шероховатости обработки  $R_a$  уменьшается.

При  $0,8 < \eta < 1,0$  с учётом зависимости (2.77), а также  $1 + \eta = 2$  и  $V_{нл} = V_{дет} \cdot \sqrt{2 \cdot t \cdot \rho}$  параметр шероховатости обработки  $R_a$  описывается

$$R_a = \frac{0,15 \cdot H_0^{3,6}}{x^{2,4} \cdot t^{0,2}} \quad (2.81)$$

или

$$R_a = \frac{0,15}{x^{2,4}} \cdot \left( \frac{630 \cdot \pi \cdot \bar{X}^3 \cdot V_{дет}}{tg \gamma \cdot m \cdot V_{кр}} \right)^{1,2} \cdot t^{0,4} \cdot \rho^{0,6}. \quad (2.82)$$

Наибольшее влияние на параметр  $R_a$  оказывают зернистость  $\bar{X}$  и величина линейного износа зерна  $x$ . Чем больше  $x$  и меньше  $\bar{X}$ , тем меньше  $R_a$ . Величина  $x$  определяется прочностью удержания зерна в круге. Чем она больше, тем больше величина  $x$ .

Для оценки безразмерного коэффициента  $\eta$  при шлифовании покрытия ПГ-10Н-01(HRC 60...62) с непрерывной электроэрозионной правкой алмазного круга на металлической связке М2-01 установлена зависимость параметра шероховатости  $R_a$  от зернистости круга  $\bar{X}$ , рис. 2.19. Используя зависимость (2.79) при  $i=1$ , для исходных данных:  $m = 100$ ;  $V_{кр} = 28$  м/с;  $V_{дем} = 0,6$  м/мин;  $\sqrt{\rho} = 0,2$  мм<sup>-0,5</sup> и значений  $R_a$  и  $\bar{X}$  (взятых из рис. 2.19) рассчитаны значения  $\eta$ , табл. 2.8.

С увеличением зернистости  $\bar{X}$  коэффициент  $\eta$  увеличивается. Это связано с увеличением нагрузки, действующей на отдельное зерно, и соответственно износа зерна  $x$ .

Таблица 2.8

Расчётные значения  $\eta$

$\bar{X}$ , мм	0,09	0,14	0,225
$\eta$	0,02	0,13	0,2

При круглом наружном глубинном шлифовании твёрдого сплава ВК8 алмазным кругом 1А1 300×25×5 АС6 200/160 М1-01 4 параметр шероховатости  $R_a$  принимает значения, показанные на рис.2.9. Для исходных данных:  $m = 100$ ;  $\bar{X} = 0,14$  мм;  $V_{кр} = 35$  м/с;  $\sqrt{\rho} = 0,45$  мм<sup>-0,5</sup> в табл.2.9 приведены значения безразмерного коэффициента  $\eta$  и величины  $x$ . В числителе – значения  $\eta$ , в знаменателе -  $x$ .

Таблица 2.9

Расчётные значения  $\eta$  и  $x$  (в мм)

$t$ , мм	0,1	0,2	0,3	0,6
$V_{дем}$ , м/мин				
1	$\frac{0,54}{0,012}$	$\frac{0,44}{0,010}$	$\frac{0,39}{0,009}$	$\frac{0,29}{0,008}$
3	$\frac{0,55}{0,018}$	$\frac{0,49}{0,017}$	-	-
10	$\frac{0,64}{0,033}$	-	-	-

С увеличением глубины шлифования  $t$  значения  $\eta$  и  $x$  уменьшаются, а с увеличением скорости детали  $V_{дет}$  - увеличиваются. Значения  $\eta$ , приведенные в табл.2.9, значительно больше значения  $\eta = 0,13$  ( $\bar{X} = 0,14$  мм), приведенного в табл.2.8. Это связано с тем, что в результате непрерывной электроэрозионной правки обеспечивается высокая острота режущих зёрен алмазного круга при шлифовании покрытия ПГ-10Н-01.

Сравнивая зависимости (2.80) и (2.81), видим, что при  $0,8 < \eta < 1,0$  усиливается роль параметра  $H_0$  в формировании шероховатости обработанной поверхности. Исходя из зависимости (2.74), это указывает на возможность существенного уменьшения параметра шероховатости  $R_a$  за счёт изменения режимов шлифования и увеличения концентрации круга  $m$ . Последний фактор предполагает увеличение поверхностной концентрации зёрен  $k$ . В наибольшей степени это реализуется в алмазных кругах, изготовленных, например, электрогальваническим путём, имеющих примерно одинаковую высоту выступания вершин зёрен над уровнем связки. По сравнению с обычными алмазными кругами, изготовленными методом порошковой металлургии, поверхностная концентрация зёрен увеличивается до 5-ти раз и более. Согласно зависимости (2.82), в связи с увеличением параметра  $m$ , это ведёт к уменьшению параметра шероховатости обработки  $R_a$  до 10 раз.

Такой – же эффект имеет место от применения притиров с шаржированными в них абразивными или алмазными зёрнами и шлифовальных лент, а также от применения свободного абразива (паст). В указанных случаях за счёт одновысотного выступания зёрен увеличивается поверхностная концентрация зёрен  $k$ , что увеличивает  $m$  и уменьшает  $R_a$ . Исходя из (2.82), наибольшее влияние на  $R_a$  оказывает зернистость  $\bar{X}$ . Поэтому за счёт выбора зернистости алмазного порошка обеспечивается требуемая шероховатость обработки.

Существует вполне однозначная связь между зернистостью алмазного порошка (пасты) и параметрами шероховатости обработки  $R_a$  и  $R_z$ , табл.2.10 [320].

Примерно к одинаковому выступанию зёрен над уровнем связки алмазного круга можно прийти, если использовать относительно мягкие (эластичные) связки, обеспечивающие “утопание” зёрен под действием нагрузки при шлифовании. Этим можно объяснить то, что шлифование алмазными кругами на органических связках позволяет



существенно уменьшить параметр шероховатости  $R_a$  по сравнению с шлифованием алмазными кругами на более прочных металлических связках [252].

Таблица 2.10

Рекомендуемая зернистость алмазного порошка в зависимости от требуемой шероховатости обработки при доводке твёрдых сплавов

Класс шероховатости	Шероховатость, мкм		Зернистость алмазного порошка (пасты)
	$R_a$	$R_z$	
9	0,32 – 0,20	1,6 – 1,0	60/40
10	0,16 – 0,10	0,8 – 0,5	40/28
11	0,08 – 0,05	0,4 – 0,25	28/20 – 20/14
12	0,04 – 0,025	0,20 – 0,125	14/10 – 7/5
13	0,02 – 0,012	0,10 – 0,063	5/3 – 3/2
14	0,01 – 0,006	0,05 – 0,032	2/1 – 1/0

Существуют экспериментальные данные, согласно которым, наоборот, шлифование алмазными кругами на металлических связках обеспечивает уменьшение параметра шероховатости  $R_a$  [176]. Исходя из зависимости (2.82), это связано с увеличением величины линейного износа зёрен  $x$ . Следовательно, эффект уменьшения параметра  $R_a$  при шлифовании алмазными кругами на металлических связках состоит в увеличении  $x$ , а при шлифовании алмазными кругами на органических связках – в возможности “утопания” зёрен в связку, уменьшении разновысотности выступания вершин зёрен и увеличении количества одновременно работающих зёрен (условно в увеличении параметра  $m$ ). Этим объясняются различия в формировании шероховатости обработки при использовании различных связок алмазных кругов.

## 2.7. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ПАРАМЕТРОВ СРЕЗАЕМЫХ СТРУЖЕК

Как отмечалось выше, экспериментальная оценка параметра  $H_{max}$  может быть произведена на основе измерения толщин стружек, образующихся в процессе шлифования. Для этого из всего множества исследуемых стружек необходимо выделить наиболее объемную стружку, измерить ее толщину и сравнить установленное значение с

расчетным значением  $H_{max}$  для данных условий шлифования. Учитывая то, что параметр  $H_{max}$  определяет максимальную (приведенную вероятностную) толщину среза, этого будет достаточно для экспериментальной оценки указанного параметра.

Следует отметить, что при таком подходе нет необходимости в установлении распределения толщин стружек, как это принято в известных исследованиях, поскольку параметр  $H_{max}$  характеризуется не среднестатистической толщиной стружки, а ее максимальным значением.

Анализ образующихся в процессе глубинного шлифования стружек показал на их разнообразие по форме и геометрическим размерам. Причем, такой разброс характеристик образующихся стружек имел место для различных режимов резания и характеристик алмазного круга.

Таблица 2.11

Экспериментальные значения толщины и ширины стружек  
(обр. материал – сталь ХВГ (HRC 60),  
алмазный круг – 1А1 300х20х5 АС6 250/200 М1-01 4)

№№ пп	Режимы шлифования		Толщина стружки, мм		Ширина стружки, мм	
	$t$ , мм	$V_{дет}$ , м/мин	макси- мальная	минималь- ная	макси- мальная	минималь- ная
1	0,05	0,5	0,013	0,0037		
2	0,05	0,8	0,013	0,0040		
3	0,05	1,0	0,013	0,0041		
4	0,05	2,0	0,013	0,0048		
5	0,1	0,5	0,013	0,0038		
6	0,1	1,0	0,015	0,0038		
7	0,1	2,0	0,014	0,0039		
8	0,2	0,5	0,015	0,0049	0,065	0,013
9	0,2	1,0	0,017	0,0053		
10	0,2	2,0	0,017	0,0056		

В табл. 2.11 приведены экспериментальные значения максимальной толщины стружки для различных сочетаний параметров режимов резания при глубинном шлифовании. Здесь же для наглядности приведены значения минимальной толщины стружки, а также значения максимальной и минимальной ширины стружки.

Как видим, с “ужесточением” режимов шлифования наблюдается тенденция к увеличению максимальной толщины стружки. При этом установлено, что значение максимальной толщины стружки из-

меняется в пределах 0,013...0,017 мм. Для сравнения в табл. 2.12 приведены расчетные значения параметра  $H_{max}$ , полученные по зависимости (2.73) для различных значений  $\eta$ .

Таблица 2.12

Расчетные значения параметра  $H_{max}$  в мм (исходные данные:  $m = 100$ ;  $\bar{X} = 0,2 \cdot 10^{-3}$  м;  $V_{кр} = 30$  м/с;  $R_{кр} = 0,15$  м;  $R_{дет} = 0,02$  м;  $\rho = 56,66$  м<sup>-1</sup>)

№№ пп	Режимы шлифования		Значения $\eta$			
	$t$ , мм	$V_{дет}$ , м/мин	0	0,2	0,5	0,7
1	0,05	0,5	0,0130	0,010	0,0071	0,0048
2	0,05	0,8	0,0154	0,0124	0,0084	0,0057
3	0,05	1,0	0,0167	0,0135	0,0091	0,0061
4	0,05	2,0	0,0210	0,0170	0,0115	0,0078
5	0,1	0,5	0,0148	0,0119	0,0081	0,0055
6	0,1	1,0	0,0187	0,0151	0,0102	0,0070
7	0,1	2,0	0,0236	0,0191	0,0129	0,0088
8	0,2	0,5	0,0167	0,0135	0,0091	0,0062
9	0,2	1,0	0,0210	0,0170	0,0115	0,0078
10	0,2	2,0	0,0265	0,0214	0,0145	0,0099

Как видим, в случае  $\eta = 0 \dots 0,2$  расчетные значения параметра  $H_{max}$  в наибольшей степени отражают реальные условия шлифования.

Таблица 2.13

Экспериментальные значения толщины и ширины стружек (обрабатываемый материал – сталь ХВГ (HRC 60), алмазный круг 1А1 300х20х5 АС6 100/80 М1-01 4)

№№ пп	Режимы шлифования		Толщина стружки, мм		Ширина стружки, мм	
	$t$ , мм	$V_{дет}$ , м/мин	максимальная	минимальная	максимальная	минимальная
1	0,05	0,5	0,010	0,0032	0,035	0,004
2	0,05	1,0	0,010	0,0032	0,040	0,008
3	0,05	2,0	0,012	0,0035	0,035	0,006
4	0,1	0,5	0,012	0,0032	0,028	0,004
5	0,1	1,0	0,013	0,0032	0,024	0,008
6	0,1	2,0	0,013	0,0037	0,027	0,006
7	0,2	0,5	0,015	0,0039	0,026	0,007
8	0,2	1,0	0,016	0,0039	0,025	0,008
9	0,2	2,0	0,016	0,0040	0,038	0,009

Приведенные в табл. 2.13 экспериментальные значения максимальной толщины стружки, образующейся при глубинном шлифовании алмазным кругом зернистостью 100/80, и приведенные в табл. 2.14 соответствующие расчетные значения параметра  $H_{max}$  также указывают на то, что случай  $\eta = 0 \dots 0,2$  наиболее полно отражает физическую сущность шлифования.

Необходимо отметить, что максимальная толщина стружки позволяет лишь косвенно судить о величине  $H_{max}$ , поскольку упруго - пластические деформации стружки существенно искажают истинные геометрические размеры объема материала, удаляемого режущим зерном в процессе шлифования.

Таблица 2.14

Расчетные значения параметра  $H_{max}$  (исходные данные:  $m = 100$ ;  $\bar{X} = 0,1 \cdot 10^{-3}$  м;  $V_{кр} = 30$  м/с;  $R_{кр} = 0,15$  м;  $R_{дет} = 0,02$  м;  $\rho = 56,66$  м<sup>-1</sup>)

№№ пп	Режимы шлифования		Значения $\eta$			
	$t$ , мм	$V_{дет}$ , м/мин	0	0,2	0,5	0,7
1	0,05	0,5	0,0065	0,0050	0,0035	0,0024
2	0,05	1,0	0,0083	0,0067	0,0045	0,0030
3	0,05	2,0	0,0105	0,0085	0,0057	0,0039
4	0,1	0,5	0,0074	0,0095	0,0040	0,0025
5	0,1	1,0	0,0093	0,0075	0,0050	0,0035
6	0,1	2,0	0,0118	0,0095	0,0070	0,0044
7	0,2	0,5	0,0083	0,0067	0,0045	0,0032
8	0,2	1,0	0,0150	0,0085	0,0037	0,0039
9	0,2	2,0	0,0180	0,0105	0,0072	0,0049

Более достоверной оценкой параметра  $H_{max}$  (в особенности при шлифовании твердых сплавов, которые в меньшей мере подвержены пластическому деформированию), несомненно, является шероховатость обработанной поверхности, что следует из анализа экспериментальных и расчетных значений параметров  $R_a$  и  $R_{max}$ , приведенных в параграфе 2.4.

Подводя итоги, можно заключить, что, во-первых, установленные экспериментальные значения максимальной толщины стружки и расчетные значения параметра  $H_{max}$  соизмеримы, во-вторых, более достоверной экспериментальной оценкой параметра  $H_{max}$  является его сравнение с экспериментальными значениями, установленными

пересчетом с использованием величины  $\eta$ , полученной расчетно-экспериментальным путем на основе измерений параметров шероховатости обработки.

## 2.8. ФИЗИЧЕСКИЕ ЗАКОНОМЕРНОСТИ МИКРОРЕЗАНИЯ ЕДИНИЧНЫМ ЗЕРНОМ В ФОРМЕ СФЕРЫ

### 2.8.1. РАСЧЕТНАЯ СХЕМА СТРУЖКООБРАЗОВАНИЯ ПРИ МИКРОРЕЗАНИИ ЕДИНИЧНЫМ ЗЕРНОМ

В предыдущих разделах рассмотрены закономерности съема материала и формообразования поверхностей при шлифовании зернами круга, представленными в расчетах в форме конуса и усеченного конуса. В действительности зерно имеет форму, близкую к сфере. Поэтому рассмотрим физические закономерности образования единичных срезов, определяющих параметры шероховатости обработки, при

микрорезании единичным зерном в форме сферы [170].

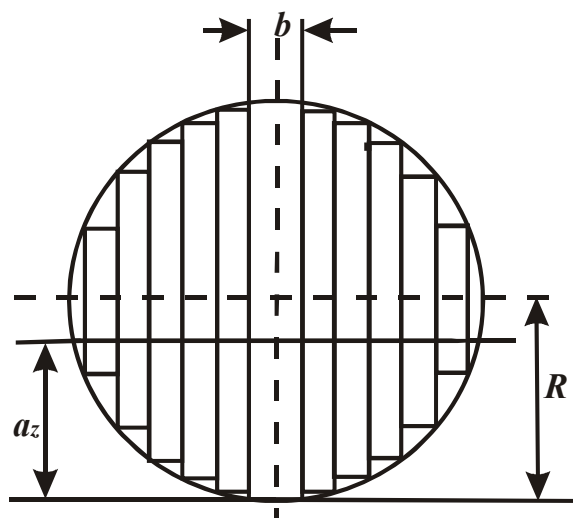


Рис. 2.20. Расчетная схема режущей части зерна.

Представим режущее зерно в форме сферы пакетом круглых дисков бесконечно малой толщины разных диаметров, как показано на рис. 2.20. Толщина среза  $a_{zi}$  каждым диском будет зависеть от его диаметра и заданной толщины среза  $a_{zi} = a_z - (R - R_i)$ , где  $R$  - радиус зерна (радиус центрального диска);  $R_i$  - радиус текущего диска.

Рассмотрим закономерности резания центральным диском.

Предположим, на диск действует сила  $P_{y1}$ , обеспечивающая резание с толщиной среза  $a_z$ . При перемещении диска в горизонтальном направлении со скоростью  $V_0$  происходит сжатие передних слоев обрабатываемого материала, рис. 2.21. В условных плоскостях, расположенных под разными углами к направлению движения диска, возникают напряжения сдвига. Материал будет деформироваться до тех пор, пока в определенной плоскости касательное напряжение до-

стигнет предельного значения и произойдет сдвиг. В последующем процесс сдвига элементов материала будет периодически повторяться.

Установим положение условной плоскости сдвига, определяемого углом сдвига  $\beta$ . Для этого определим силу  $F$ , действующую в плоскости сдвига, путем суммирования элементарных сил, возникающих на элементарных площадках контакта диска с обрабатываемым материалом по методике, приведенной в работах [247, 248]. В первом приближении давление  $P_T$  примем равным твердости обрабатываемого материала  $HV$ . С учетом  $P_T = f \cdot P_p$ , имеем

$$F = \int_{\varphi_0}^{90^\circ} HV \cdot R \cdot B \cdot [\cos(\varphi + \beta) - f \cdot \sin(\varphi + \beta)] \cdot d\varphi, \quad (2.83)$$

где  $B$  - ширина диска, м;  $\varphi$  - текущее значение угла контакта диска с материалом, град;  $f$  - коэффициент трения зерна с материалом.

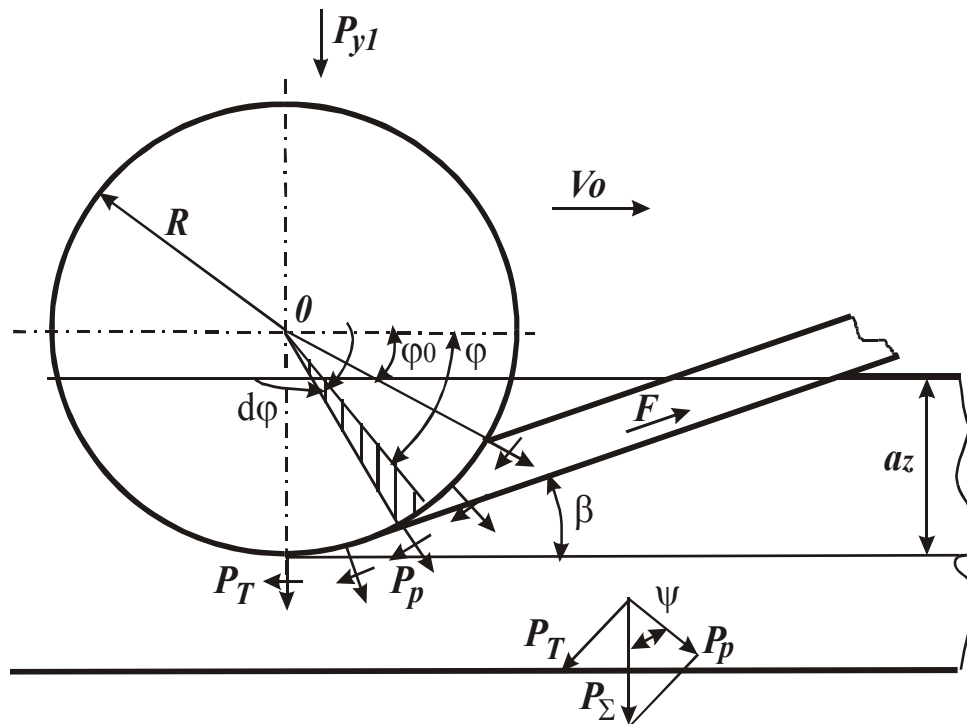


Рис. 2.21. Расчетная схема параметров процесса микрорезания единичным зерном.

С учетом  $f = \operatorname{tg} \psi$  (где  $\psi$  - угол трения, рис. 2.21), зависимость (2.83) примет вид

$$F = \frac{2 \cdot HV \cdot R \cdot B}{\cos \psi} \cdot \cos \left( 45^\circ + \frac{\varphi_0}{2} + \psi + \beta \right) \cdot \sin \left( 45^\circ - \frac{\varphi_0}{2} \right). \quad (2.84)$$

Касательное напряжение  $\tau$  в плоскости сдвига равно  $\tau = F / (B \cdot l)$ , где  $l = a_z / \sin \beta$  - длина плоскости сдвига, м. С учетом

зависимости (2.84), имеем

$$\tau = \frac{2 \cdot HV \cdot R}{a_z \cdot \cos \psi} \cdot \sin \beta \cdot \cos \left( 45^\circ + \frac{\varphi_0}{2} + \psi + \beta \right) \cdot \sin \left( 45^\circ - \frac{\varphi_0}{2} \right). \quad (2.85)$$

Напряжение  $\tau$  неоднозначно зависит от  $\beta$ . С увеличением  $\beta$  за счет множителя  $\sin \beta$  оно растет, а за счет множителя  $\cos \left( 45^\circ + \frac{\varphi_0}{2} + \psi + \beta \right)$  - уменьшается, рис. 2.22. Следовательно, напряжение изменяется по экстремальной зависимости от  $\beta$ . Значение  $\beta$ , соответствующее максимуму напряжения  $\tau$ , определяет положение плоскости сдвига.

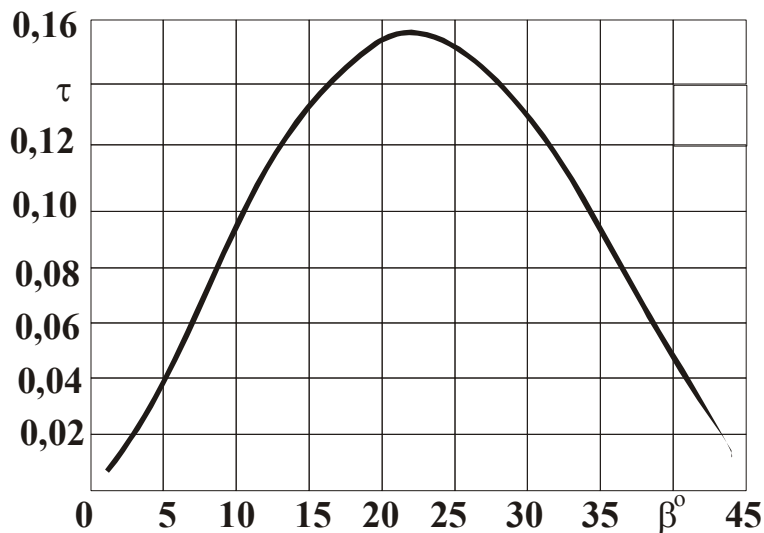


Рис. 2.22. Зависимость касательного напряжения  $\tau$  от угла  $\beta$ .

Приравнявая производную  $\tau'_\beta$  нулю, получим

$$\beta = 22,5^\circ - \frac{\varphi_0}{4} - \frac{\psi}{2}. \quad (2.86)$$

Угол  $\beta$  тем больше, чем меньше  $\varphi_0$  и  $\psi$ .

Максимальное значение  $\beta$  равно  $22,5^\circ$ . Разрешая (2.86) относительно угла  $\varphi_0$  и подставляя полученное выражение в (2.85), при условии  $\tau = \tau_{сдв}$  (где  $\tau_{сдв}$  - предел прочности обрабатываемого материала на сдвиг, Па), имеем:

$$\sin^2 \beta \cdot \sin(\psi + 2 \cdot \beta) = \frac{a_z \cdot \tau_{сдв} \cdot \cos \psi}{2 \cdot HV \cdot R}. \quad (2.87)$$

Зависимость (2.87) связывает угол сдвига  $\beta$  с основными параметрами процесса микрорезания. С увеличением соотношений  $a_z / R$  и  $\tau_{сдв} / HV$  угол сдвига  $\beta$  растет, а с увеличением угла трения  $\psi$  - снижается. Учитывая небольшие значения угла  $\beta$  ( $\beta < 22,5^\circ$ ), в первом приближении можно принять  $\sin \beta \approx \beta$ ;  $\sin(\psi + 2\beta) \approx 2 \cdot \beta$ . Зависимость (2.87) упростится

$$\beta = \sqrt[3]{\frac{a_z \cdot \tau_{сдв} \cdot \cos \psi}{4 \cdot HV \cdot R}}. \quad (2.88)$$

Данная зависимость определяет угол сдвига  $\beta$  при резании цен-

тральным диском. Для других дисков зависимость (2.88) примет вид:

$$\beta_i = \sqrt[3]{[a_z - (R - R_i)] \cdot \frac{\tau_{сдв} \cdot \cos \psi}{4 \cdot HV \cdot R_i}} \quad (2.89)$$

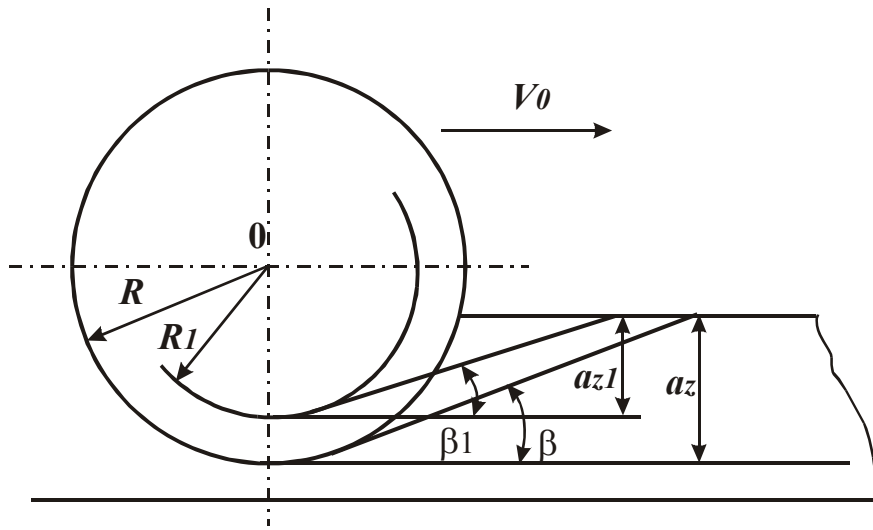


Рис.2.23. Схема, иллюстрирующая изменение угла сдвига в зависимости от радиуса диска.

Чем меньше  $R_i$ , тем меньше  $\beta_i$ . Наибольший угол сдвига  $\beta$  имеет центральный диск. На рис. 2.23 графически показан характер

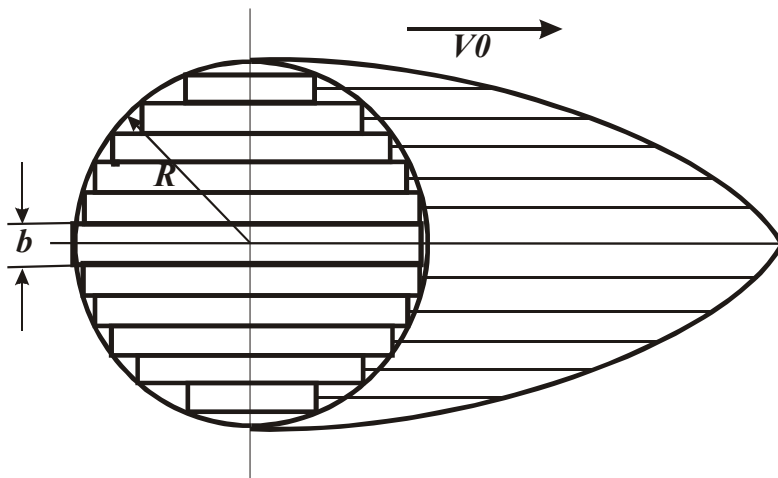


Рис. 2.24. Схема, иллюстрирующая границу контакта поверхности сдвига с обрабатываемой поверхностью.

изменения угла  $\beta_i$  для различных дисков. На рис. 2.24 показан вид сверху границы пересечения элементарных плоскостей сдвига с обрабатываемой поверхностью. Граница имеет сложную симметричную форму, что согласуется с экспериментальными данными [102, 230].

## 2.8.2. ПАРАМЕТРЫ СИЛОВОЙ НАПРЯЖЕННОСТИ ПРОЦЕССА МИКРОРЕЗАНИЯ

Для определения тангенциальной составляющей силы резания  $P_{z1}$  рассмотрим бесконечно малую площадку контакта диска с материалом  $B \cdot R \cdot d\varphi$  и спроектируем на ось OX действующие на ней си-



лы:  $HV \cdot B \cdot R \cdot d\varphi$  и  $f \cdot HV \cdot B \cdot R \cdot d\varphi$  (рис. 2.25). Тогда

$$P_{z1} = \int_{\varphi_0}^{90^\circ} HV \cdot B \cdot R \cdot d\varphi \cdot [\cos \varphi - f \cdot \cos(90^\circ - \varphi)]. \quad (2.90)$$

Подставим вместо угла  $\varphi_0$  разрешенную относительно  $\varphi_0$  зависимость (2.86) с учетом  $f = \operatorname{tg} \psi$ :

$$P_{z1} = \frac{2 \cdot HV \cdot B \cdot R}{\cos \psi} \cdot \sin 2\beta \cdot \sin(2\beta + \psi). \quad (2.91)$$

Принимая  $\sin 2\beta \approx 2\beta$ ;  $\sin(2\beta + \psi) \approx 2\beta$  и подставляя в (2.91) зависимость (2.88), имеем:

$$P_{z1} = 3 \cdot B \cdot \sqrt[3]{\left(\frac{HV \cdot R}{\cos \psi}\right) \cdot (a_z \cdot \tau_{\text{сдв}})^2} = \frac{8 \cdot HV \cdot B \cdot R}{\cos \psi} \cdot \beta^2. \quad (2.92)$$

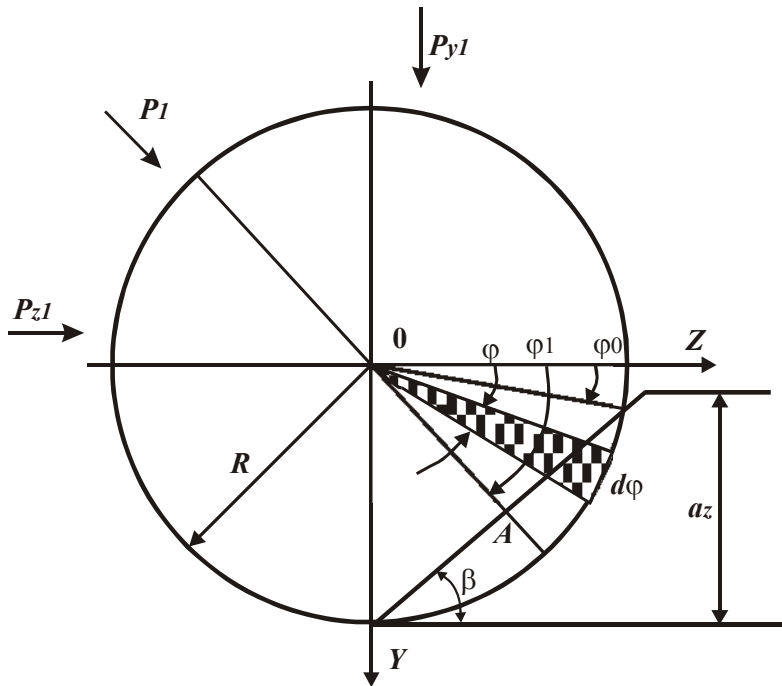


Рис. 2.25. Расчетная схема сил резания, действующих на зерно.

$B \cdot R \cdot d\varphi$ , на ось  $OY$  и проинтегрируем полученное выражение в пределах изменения угла  $\varphi$  - от  $\varphi_0$  до  $90^\circ$  (рис. 2.25).

$$P_{y1} = \frac{2 \cdot HV \cdot B \cdot R}{\cos \psi} \cdot \sin\left(45^\circ + \frac{\varphi_0}{2} + \psi\right) \cdot \sin\left(45^\circ - \frac{\varphi_0}{2}\right). \quad (2.93)$$

Подставим вместо  $\varphi_0$  зависимость (2.86), разрешенную относительно  $\varphi_0$  с учетом  $f = \operatorname{tg} \psi$ :

Сила  $P_{z1}$  увеличивается с ростом всех входящих в (2.92) параметров. Уменьшить  $P_{z1}$  при  $a_z = \text{const}$  можно уменьшением  $R$  и  $\psi$ , т.е. резанием “острым” зерном с применением технологических сред, снижающих коэффициент трения зерна с обрабатываемым материалом.

Для определения силы  $P_{y1}$  спроектируем элементарные силы, действующие на площадке

$$P_{y1} = \frac{2 \cdot HV \cdot B \cdot R}{\cos \psi} \cdot \cos 2\beta \cdot \sin(2\beta + \psi). \quad (2.94)$$

В силу малости углов  $\beta$  и  $\psi$  возможны упрощения:  $\cos 2\beta \approx 1$ ;  $\sin(2\beta + \psi) \approx 2\beta$ . Тогда

$$P_{y1} = \frac{4 \cdot HV \cdot B \cdot R}{\cos \psi} \cdot \beta. \quad (2.95)$$

С учетом зависимости (2.88) сила  $P_{y1}$  выразится

$$P_{y1} = 3 \cdot B \cdot \sqrt[3]{\left(\frac{HV \cdot R}{\cos \psi}\right)^2 \cdot (a_z \cdot \tau_{сдв})}. \quad (2.96)$$

Сила  $P_{y1}$  тем больше, чем больше параметры  $HV$ ,  $R$ ,  $a_z$ ,  $\tau_{сдв}$ ,  $\psi$ . В отличие от зависимости (2.92), в (2.96) первый множитель подкоренного выражения входит в большей степени, а второй множитель – в меньшей степени. Следовательно, силу  $P_{z1}$  определяют параметры  $a_z$  и  $\tau_{сдв}$ , а силу  $P_{y1}$  – параметры  $HV$  и  $R$ . Коэффициент резания-царапания  $K_{рез} = P_{z1} / P_{y1}$  описывается

$$K_{рез} = 2 \cdot \beta = \sqrt[3]{\frac{2 \cdot a_z \cdot \tau_{сдв} \cdot \cos \psi}{HV \cdot R}}. \quad (2.97)$$

Коэффициент  $K_{рез}$  тем больше, чем больше соотношения  $a_z / R$  и  $\tau_{сдв} / HV$  и меньше  $\psi$

$$\sigma = 3 \cdot \sqrt[3]{\frac{HV \cdot R}{a_z \cdot \cos \psi} \cdot \tau_{сдв}^2} = \frac{2 \cdot \tau_{сдв}}{\beta}. \quad (2.98)$$

Чем тверже и прочнее обрабатываемый материал, тем больше  $\sigma$ . Уменьшить  $\sigma$  можно за счет увеличения соотношения  $a_z / R$  и угла  $\psi$ . Как и коэффициент  $K_{рез}$ , условное напряжение резания  $\sigma$  вполне однозначно определяется углом сдвига  $\beta$ . С его увеличением  $\sigma$  уменьшается, а  $K_{рез}$  – возрастает.

Из зависимостей (2.97) и (2.98) вытекает, что произведение параметров  $K_{рез} \cdot \sigma$  – постоянная величина, равная  $4 \cdot \tau_{сдв}$ . Это позволяет по произведению  $K_{рез} \cdot \sigma$  оценить характер протекания процесса микрорезания, в частности, отдельно учесть долю резания и трения в энергетическом балансе процесса резания. Данный вывод согласуется с результатами исследований резания единичным зерном в виде конуса [230].

### 2.8.3. ВЛИЯНИЕ ИЗНОСА ЗЕРНА НА ПАРАМЕТРЫ СИЛОВОЙ НАПРЯЖЕННОСТИ МИКРОРЕЗАНИЯ

При резании зерно изнашивается, радиус округления его режущей кромки  $R$  увеличивается. В соответствии с зависимостями

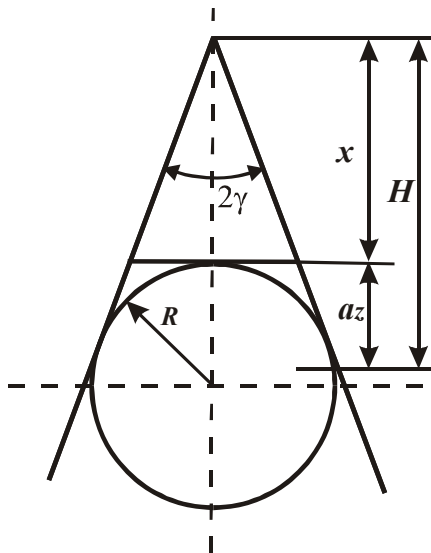


Рис.2.26. Расчетная схема параметров шлифования.

(2.92), (2.96), (2.97) и (2.98), это ведет к росту  $P_{z1}$ ,  $P_{y1}$ ,  $\sigma$  и уменьшению  $K_{рез}$ . Выразим  $R$  через величину линейного износа зерна  $x$ , представляя зерно в виде усеченного конуса с углом при вершине  $2\gamma$ , рис. 2.26. Радиус вписанной окружности равен  $R$ , тогда выполняется соотношение

$$\frac{R}{R+x} = \sin \gamma, \quad (2.99)$$

откуда

$$R = x \cdot \frac{\sin \gamma}{(1 - \sin \gamma)}. \quad (2.100)$$

Угол сдвига  $\beta$  с учетом (2.100), выразится

$$\beta = 3 \sqrt{\frac{a_z \cdot \tau_{сдв} \cdot \cos \psi \cdot (1 - \sin \gamma)}{4 \cdot HV \cdot x \cdot \sin \gamma}}. \quad (2.101)$$

Чем больше  $x$  и  $\gamma$ , тем меньше  $\beta$ . Это согласуется с экспериментальными данными Сагарды А.А. [230], например, с полученной им эмпирической зависимостью:

$$K_{рез} = 1,8 \cdot k \cdot \left(1 - \frac{2\gamma}{\pi}\right), \quad (2.102)$$

где  $k$  - коэффициент, равный для хрупких сталей 0,5; для вязких сталей - 1,1.

С учетом величины  $x$  параметры  $P_{z1}$ ,  $P_{y1}$ ,  $\sigma$  выражаются:

$$P_{z1} = 3 \cdot b \cdot 3 \sqrt{\left[ \frac{HV \cdot x \cdot \sin \gamma}{\cos \psi \cdot (1 - \sin \gamma)} \right] \cdot (a_z \cdot \tau_{сдв})^2}, \quad (2.103)$$

$$P_{y1} = 3 \cdot b \cdot 3 \sqrt{\left[ \frac{HV \cdot x \cdot \sin \gamma}{\cos \psi \cdot (1 - \sin \gamma)} \right] \cdot (a_z \cdot \tau_{сдв})^2}, \quad (2.104)$$

$$\sigma = 3 \cdot 3 \sqrt{\left[ \frac{HV \cdot x \cdot \sin \gamma}{a_z \cdot \cos \psi \cdot (1 - \sin \gamma)} \right] \cdot \tau_{сдв}^2}. \quad (2.105)$$

Увеличение  $x$  ведет к росту  $P_{z1}$ ,  $P_{y1}$ ,  $\sigma$ , причем, силы  $P_{y1}$  в большей степени, что связано с ухудшением условий вдавливания зерна в обрабатываемый материал. Сравним полученные зависимости с известными зависимостями Сагарды А.А. [230]:

$$P_{y1} = 3,86 \cdot HV \cdot \operatorname{tg} \gamma \cdot (\operatorname{tg} \gamma + 0,3) \cdot h_0^2, \quad (2.106)$$

$$\sigma = 6,94 \cdot HV \cdot \left(1 - \frac{2 \cdot \gamma}{\pi}\right) \cdot (\operatorname{tg} \gamma + 0,3) \cdot \frac{k}{k_1}, \quad (2.107)$$

где  $h_0$  - глубина внедрения зерна в виде “острого” конуса в обрабатываемый материал, мм;  $HV$  - твердость обрабатываемого материала по Виккерсу, кГс/мм<sup>2</sup>.

В отличие от зависимостей (2.106) и (2.107), зависимости (2.103), (2.104), (2.105) содержат величину линейного износа зерна  $x$  и в явном виде параметр  $\tau_{сдв}$ . Это позволяет более полно учесть закономерности микрорезания отдельным зерном. Геометрически параметры  $a_z$ ,  $x$  взаимосвязаны посредством параметра  $H$  (рис. 2.26):  $H = a_z + x$ . Используя безразмерный параметр  $\eta = x / H$ , определяющий степень затупления зерна [115], толщина среза  $a_z$  выразится:

$$a_z = x \cdot \frac{(1 - \eta)}{\eta}. \quad (2.108)$$

Подставляя (2.108) в (2.101), имеем:

$$\beta = \sqrt[3]{\frac{\tau_{сдв} \cdot \cos \psi}{4 \cdot HV} \cdot \frac{(1 - \eta)}{\eta} \cdot \frac{(1 - \sin \gamma)}{\sin \gamma}}. \quad (2.109)$$

Угол сдвига  $\beta$  вполне однозначно определяется параметром  $\eta$ , изменяющимся в пределах 0...1. Значения  $\eta \rightarrow 0$  соответствуют работе “острым” зерном, значения  $\eta \rightarrow 1$  - работе затупленным зерном. В реальных условиях  $\eta = \eta_0 \dots 1$ , где  $\eta_0 > 0$ .

Составляющие силы резания  $P_{z1}$ ,  $P_{y1}$  и параметры  $\sigma$ ,  $K_{рез}$  с учетом (2.108) выражаются (принимая в первом приближении  $B = x$ ).

$$P_{z1} = 3 \cdot x^2 \cdot \sqrt[3]{\left[\frac{HV \cdot \sin \gamma}{\cos \psi \cdot (1 - \sin \gamma)}\right] \cdot \left[\frac{(1 - \eta) \cdot \tau_{сдв}}{\eta}\right]^2}, \quad (2.110)$$

$$P_{y1} = 3 \cdot x^2 \cdot \sqrt[3]{\left[\frac{HV \cdot \sin \gamma}{\cos \psi \cdot (1 - \sin \gamma)}\right]^2 \cdot \frac{(1 - \eta) \cdot \tau_{сдв}}{\eta}}, \quad (2.111)$$

$$K_{рез} = 2 \cdot \sqrt[3]{\frac{\tau_{сдв} \cdot \cos \psi \cdot (1-\eta) \cdot (1-\sin \gamma)}{4 \cdot HV} \cdot \frac{\eta}{\sin \gamma}}, \quad (2.112)$$

$$\sigma = 3 \cdot \sqrt[3]{\frac{HV \cdot \sin \gamma}{\cos \psi \cdot (1-\sin \gamma)} \cdot \frac{\eta}{(1-\eta)} \cdot \tau_{сдв}^2}. \quad (2.113)$$

Увеличить  $K_{рез}$  и уменьшить  $\sigma$  можно уменьшением безразмерного параметра  $\eta$ . Из зависимостей (2.100) и (2.108) следует соотношение:

$$\frac{a_z}{R} = \frac{(1-\eta) \cdot (1-\sin \gamma)}{\eta \cdot \sin \gamma}. \quad (2.114)$$

Чем больше параметр  $\eta$ , тем меньше  $a_z / R$ . При  $\eta \rightarrow 1$  выполняется условие  $(a_z / R) \rightarrow 0$ .

Таблица 2.15

Расчетные значения  $a_z / R$

$\eta$	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
$a_z / R, (\gamma=45^\circ)$	3,87	1,72	1,0	0,65	0,43	0,29	0,18	0,10	0,048	0
$a_z / R, (\gamma=60^\circ)$	1,35	0,6	0,35	0,22	0,15	0,10	0,06	0,035	0,016	0

По данным Богомолова Н.И., стружкообразование начинается при  $a_z / R=0,4...0,8$ , а по данным Крагельского И.В. – при  $a_z / R=0,14...0,17$ . Наиболее интенсивный процесс стружкообразования наступает при  $a_z / R=0,25...0,35$ .

Исходя из табл. 2.15, процесс стружкообразования происходит: для  $\gamma = 45^\circ$  при  $\eta < 0,9$ ; для  $\gamma = 60^\circ$  при  $\eta < 0,7$ . Угол  $\gamma = 45^\circ...60^\circ$  принят на основании приведенных в работах Семко М.Ф., Сагарды А.А. данных обмера алмазных зерен.

Зная экспериментальные значения параметра  $\eta$  для реальных условий шлифования, по зависимости (2.114) можно установить соотношение  $a_z / R$ . Это открывает новые возможности исследования процесса шлифования и его эффективного применения.

#### 2.8.4. СРАВНЕНИЕ РАСЧЕТНЫХ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ДАННЫХ ДЛЯ УСЛОВИЙ МИКРОРЕЗАНИЯ ЕДИНИЧНЫМ ЗЕРНОМ

Согласно экспериментальным данным, приведенным в работе [230], с увеличением силы  $P_{y1}$  (при микрорезании алмазным кону-

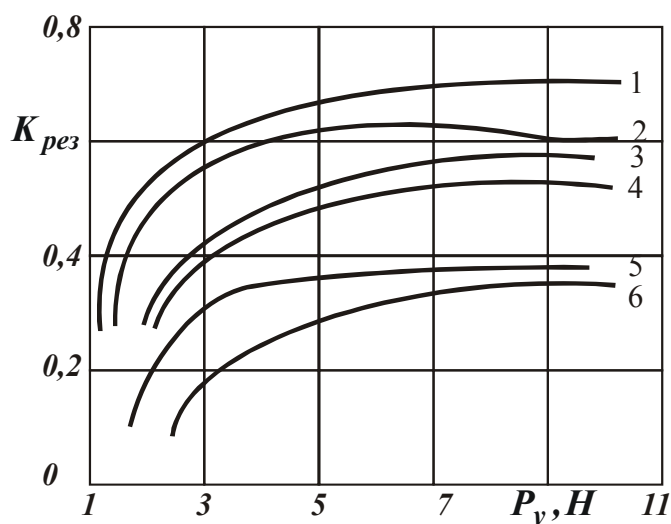


Рис.2.27. Зависимость коэффициента резания  $K_{рез}$  от силы  $P_{y1}$ : 1 – медь (60  $HV$ ); 2 – никель (110  $HV$ ); 3 – армо-железо (118  $HV$ ); 4 – сталь 45 (180  $HV$ ); 5 – каленая сталь 45 (520  $HV$ ); 6 – твердый сплав ВК6 (1500  $HV$ ).

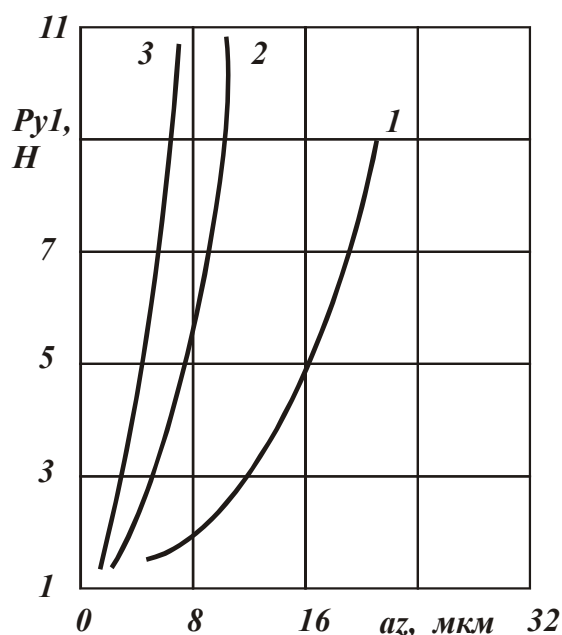


Рис.2.28. Зависимость силы  $P_{y1}$  от толщины среза  $a_z$  ( $2\gamma = 120^\circ$ ,  $R = 30$  мкм): 1 – медь (60  $HV$ ); 2 – сырая сталь У8 (190  $HV$ ); 3 – каленая сталь У8 (590  $HV$ ).

сом:  $2\gamma = 120^\circ$  и  $R = 20$  мкм) коэффициент  $K_{рез}$  возрастает до определенного значения, затем становится почти постоянным, рис. 2.27. При этом толщина среза  $a_z$  с увеличением  $P_{y1}$  возрастает, рис. 2.28 [230].

Это согласуется с расчетной зависимостью (2.97), т.к. с увеличением толщины среза  $a_z$  (при постоянных значениях  $HV$ ,  $R$ ,  $\tau_{сдв}$ ,  $\psi$ ) коэффициент резания  $K_{рез}$  увеличивается.

Уменьшение  $K_{рез}$  с увеличением твердости обрабатываемого материала  $HV$  (рис. 2.27) связано с уменьшением в зависимости (2.97) соотношения  $\tau_{сдв}/HV$ . Например, для твердого сплава ВК8 оно меньше, чем для стали и меди.

В табл. 2.16 приведены расчетные данные коэффициента  $K_{рез.расч}$  при микрорезании каленой стали, полученные по зависимости (2.97) с использованием экспериментальных значений толщины срезов  $a_z$  (рис. 2.28). Для сравнения в табл. 2.16 приведены экспериментальные значения  $K_{рез.эксп}$ , взятые из рис. 2.27.

При  $P_{y1} \geq 3,0$  Н расхождение расчетных и экспериментальных значений коэффициента резания составляет до 10%, что свидетель-

ствуется о достоверности полученных теоретических зависимостей.

Таблица 2.16

Значения коэффициента резания ( $R = 20$  мкм;  $HV = 5200$  МПа;  $\tau_{сдв} = 700$  МПа;  $\psi = 30^\circ$ )

$P_{y1}$	2,0	3,0	5,0	7,0	9,0
$K_{рез.расч}$	0,26	0,29	0,33	0,36	0,37
$K_{рез.эксп}$	0,2	0,3	0,35	0,35	0,35

В табл. 2.17 приведены рассчитанные по зависимости (2.114) значения безразмерного параметра  $\eta$  с учетом экспериментальных данных соотношения  $a_z / R$  для  $\gamma = 60^\circ$  (рис. 2.28).

Таблица 2.17

Расчетные значения  $\eta$

$P_{y1}, Н$	2,0	3,0	5,0	7,0	9,0
$a_z / R$	0,075	0,1	0,15	0,2	0,22
$\eta$	0,674	0,607	0,508	0,436	0,413

Расчетная зависимость для определения  $\eta$  имеет вид:

$$\eta = \frac{1}{\left[ 1 + \frac{a_z}{R} \cdot \frac{\sin \gamma}{(1 - \sin \gamma)} \right]}. \quad (2.115)$$

Для  $\gamma = 60^\circ$ :

$$\eta = \frac{1}{1 + 6,46 \cdot \frac{a_z}{R}}. \quad (2.116)$$

Исходя из табл. 2.17, с увеличением силы  $P_{y1}$  значения  $a_z / R$  увеличиваются, а параметра  $\eta$  - уменьшаются в пределах  $\eta < 1$ . Согласно зависимости (2.112), уменьшение  $\eta$  ведет к увеличению коэффициента резания  $K_{рез}$ , что соответствует экспериментальным данным.

## 2.9. ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЙ ПОДХОД К ОЦЕНКЕ ШЕРОХОВАТОСТИ ПОВЕРХНОСТИ ПРИ АЛМАЗНО-АБРАЗИВНОЙ ОБРАБОТКЕ

Как известно, процесс микрорезания единичным зерном осуще-

ствим при условиях:  $a_z / \rho \geq 0,04 \dots 0,08$  (по данным проф. Богомолова Н.И.),  $a_z / \rho = 0,14 \dots 0,17$  (по данным проф. Крагельского И.В.), где  $a_z$  - толщина среза, м;  $\rho$  - радиус округления режущей кромки зерна, м.

Предположим, что в процессе алмазно-абразивной обработки  $a_z \approx R_{max} \approx 5 \cdot R_a$ , где  $R_{max}$ ,  $R_a$  - параметры шероховатости обработки. Радиус округления режущей кромки зерна  $\rho$  в первом приближении примем равным радиусу режущего зерна  $R = 0,5\bar{X}$ , где  $\bar{X}$  - зернистость алмазно-абразивного инструмента. Тогда известное условие  $a_z / \rho = \alpha$  примет вид

$$R_a = 0,1 \cdot \alpha \cdot \bar{X}, \quad (2.117)$$

где  $\alpha$  - экспериментальное значение, которое, как показано выше, равно  $0,04 \dots 0,08$  или  $0,14 \dots 0,17$ .

Физический смысл зависимости (2.117) состоит в том, что она позволяет определить наименьшие значения параметра шероховатости обработки  $R_a$ , достигаемые в процессе резания алмазно-абразивным инструментом. При значениях  $\alpha$ , которые меньше указанных выше значений, процесс резания неосуществим, возможно лишь упруго-пластическое деформирование обрабатываемого материала. В этих условиях параметр шероховатости обработки  $R_a$  может быть еще меньше, что хорошо согласуется с известными практическими данными, полученными при обработке металлов методами пластического деформирования.

Произведем количественную оценку параметра шероховатости  $R_a$ , используя зависимость (2.117). На рис. 2.29 приведены расчетные значения  $R_a$  для двух диапазонов изменения коэффициента  $\alpha$ :  $0,04 \dots 0,08$  (заштрихованная область 1) и  $0,14 \dots 0,17$  (заштрихованная область 2).

Сравним полученные теоретические результаты с соответствующими экспериментальными данными для доводки твердого сплава алмазным микропорошком, приведенными в работе [230]. Как видим, экспериментальные значения параметра  $R_a$  практически попадают в заштрихованную область 1. Следовательно, при доводке твердого сплава алмазным микропорошком процесс резания реализуется для  $\alpha = 0,14 \dots 0,17$ .

Исходя из рис. 2.29, можно определить зернистость алмазного микропорошка, обеспечивающую требуемую шероховатость обра-



ботки на операции притирки. Как видим, значение параметра шероховатости  $R_a = 0,1\text{мкм}$  можно достичь, используя алмазный микропорошок зернистостью 5/3, рассматривая заштрихованную область 2. Если рассматривать определяющей заштрихованную область 1, то для обеспечения параметра шероховатости обработки  $R_a = 0,1\text{мкм}$  можно использовать алмазный микропорошок зернистостью 14/10 и ниже.

На рис. 2.29 приведены экспериментально установленные нами зависимости параметра шероховатости обработки  $R_a$  от зернистости алмазного порошка при притирке торцовых поверхностей колец из твердого сплава «Релит» при длительности обработки 15 мин (кривая 4) и 30 мин (кривая 5). Чем меньше зернистость алмазного порошка и больше длительность обработки, тем меньше параметр шероховатости  $R_a$ . Для обеспечения требуемого значения  $R_a = 0,1\text{мкм}$  необходимо использовать зернистость 20/14 (и ниже) - при длительности обработки 30 мин. С уменьшением длительности обработки до 15 мин (т.е. увеличении производительности обработки в 2 раза) зернистость необходимо уменьшить до значения 14/10.

Следует отметить, что установленные экспериментально значения  $R_a$  приблизительно соответствуют значениям, ограниченным заштрихованной областью 1.

На рис. 2.29 приведены экспериментальные значения параметра шероховатости обработки  $R_a$ , полученные при шлифовании торца вращающегося кольца (торцового уплотнения с релитовым слоем) торцом алмазного круга формы 2A2 45° AC6 60/40 ... 160/125 4 на металлической (M1-01) и органической (B2-01) связках [171]. Шлифование алмазным кругом на металлической связке M1-01 производилось как с применением, так и без применения его непрерывной электроэрозионной правки от технологического источника постоянного тока. Из рис. 2.29 следует, что наименьшая шероховатость обработки достигается при шлифовании кругом на органической связке (кривая 6), а наибольшая – при шлифовании кругом на металлической связке с применением электроэрозионной правки (кривая 8). Различие шероховатости обусловлено различной глубиной внедрения режущих зерен в обрабатываемый материал. Так, за счет электроэрозионной правки алмазного круга на металлической связке обеспечивается удаление затупившихся зерен с рабочей поверхности и их увеличенное выступание над уровнем связки, что приводит к увеличению глубин

рисок-царапин и параметра шероховатости обработки  $R_a$ .

Исходя из зависимости (2.117), увеличение параметра  $R_a$  (при одной зернистости круга  $\bar{X}$ ) связано с увеличением коэффициента  $\alpha$ . Как известно, с увеличением  $\alpha$  от 0,04 ... 0,17 до значений  $\alpha > 0,35$  происходит усиление процесса стружкообразования при микрорезании отдельным зерном. Следовательно, наименьшие значения коэффициента  $\alpha$  достигаются при шлифовании алмазным кругом на органической связке, а наибольшие – при шлифовании алмазным кругом на металлической связке с применением электроэрозионной правки. При шлифовании без правки коэффициент  $\alpha$  принимает промежуточные значения (кривая 7).

Поскольку полученные экспериментальные значения параметра шероховатости  $R_a$  практически попадают в заштрихованную область 1, можно сделать вывод о том, что процесс алмазного шлифования (подобно процессу алмазной притирки) реализуется в условиях, близких к условиям перехода от микрорезания к упруго-пластическому деформированию обрабатываемого металла, т.е. при относительно небольших значениях  $\bar{X}$ .

На рис. 2.29 (кривая 9) приведены экспериментальные значения параметра  $R_a$ , полученные при круглом наружном шлифовании дета-

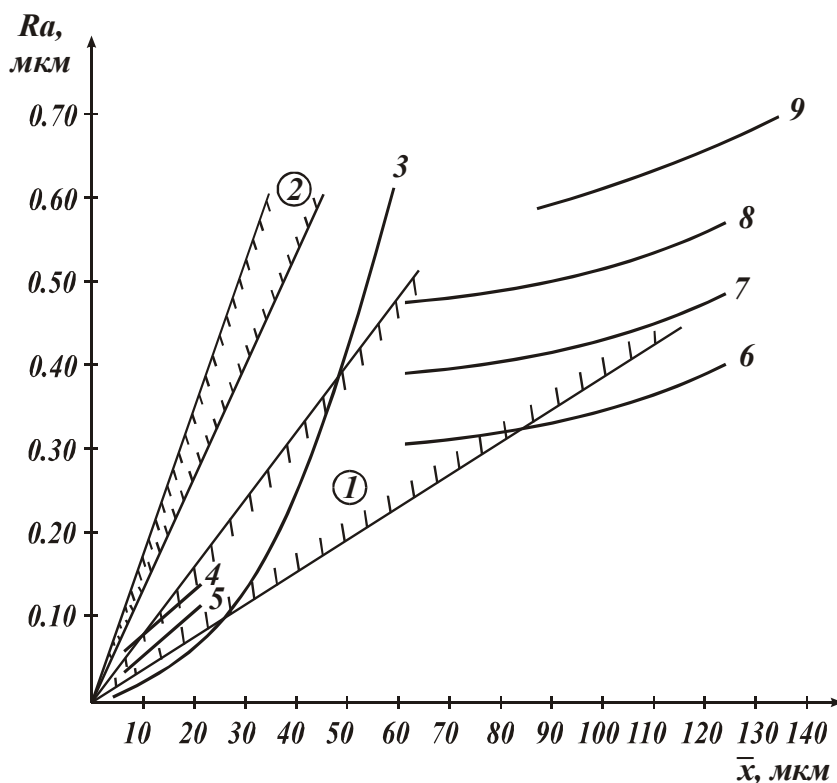


Рис.2.29. Зависимость параметра шероховатости обработки  $R_a$  от зернистости  $\bar{X}$ .

ли с покрытием ПГ-10Н-01 (HRC 60 ... 62) алмазным кругом на металлической связке М2-01 с применением непрерывной электроэрозионной правки [166]. В данном случае значения  $R_a$  больше, чем при алмазном торцовом шлифовании (кривые 6, 7 и 8). Это связано с более высокой производительностью обработки и более глубоким внедрением режущих

зерен в обрабатываемый материал, в результате чего увеличивается интенсивность процесса стружкообразования и соответственно коэффициент  $\alpha$ . Вместе с тем, коэффициент  $\alpha$  увеличивается несущественно (в пределах  $\alpha < 0,08$ ), так как приведенные значения  $R_a$  попадают в заштрихованную область 1.

Из этого можно заключить, что рассмотренные процессы шлифования и притирки реализуются при  $0,004 < \alpha < 0,08$ . Данный вывод справедлив при условии  $\rho = R$  (где  $\rho$  - радиус округления режущей кромки зерна,  $R = 0,5 \cdot \bar{X}$  - радиус собственно зерна). Если рассматривать  $\rho < R$ , тогда заштрихованные области 1 и 2 как бы «повернутся по часовой стрелке» и кривые 4, ..., 9 могут не попасть в заштрихованную область 1. Это будет означать, что процессы шлифования и притирки реализуются при значениях  $\alpha$ , больше 0,08, т.е. при значениях  $\alpha \rightarrow 0,35$  (когда наступает интенсивное стружкообразование при микрорезании). Однако, в качестве среднестатистического следует в первом приближении рассматривать все же значение  $\rho = R$  и считать справедливой зависимость (2.117) и вытекающие из нее выводы.

Таким образом, обоснована возможность оценки шероховатости поверхности при алмазно-абразивной обработке на основе энергетического подхода, учитывающего условие перехода от процесса микрорезания к упруго-пластическому деформированию обрабатываемого материала. Зависимость (2.83) позволяет оценить наименьшие значения параметра шероховатости  $R_a$ , которые могут быть достигнуты при обработке свободным или связанным абразивом (алмазом).

## ГЛАВА 3

### КАЧЕСТВО И ПРИЗВОДИТЕЛЬНОСТЬ ОБРАБОТКИ ПРИ ТОРЦОВОМ АЛМАЗНОМ ШЛИФОВАНИИ

#### 3.1. КИНЕМАТИКА ФОРМООБРАЗОВАНИЯ ТОРЦОВОЙ ПОВЕРХНОСТИ ВРАЩАЮЩЕГОСЯ КОЛЬЦА ПРИ ШЛИФОВАНИИ

При обработке торцовых поверхностей деталей типа “кольцо” эффективно применение схемы шлифования торцом круга, сообщая детали вращательное движение, а кругу – дополнительную врезную подачу. Данная схема практически исключает неплоскостность обработки, обеспечивает качественную подготовку обрабатываемой поверхности к последующей операции притирки – для достижения высоких показателей шероховатости и точности обработки. Схема получила применение в производстве, однако в теоретическом плане изучена не достаточно, что не позволяет в полной мере оценить ее технологические возможности.

Отличительной особенностью схемы является сложность кинематики формообразования торцовой поверхности кольца, т.к. съем материала и формирование шероховатости происходит в результате сложения трех кинематических движений: вращения кольца и круга и врезной (радиальной) подачи круга. Для анализа схемы применим системный подход. Первоначально рассмотрим закономерности формирования шероховатости поверхности в результате сложения двух вращательных движений детали и круга, рис. 3.1,а. Параметр шероховатости  $R_{max}$  определим из условия (рис. 3.1,б)

$$2 \cdot R_{max} \cdot \operatorname{tg} \gamma \cdot n = B, \quad (3.1)$$

где  $\gamma$  - половина угла при вершине режущего зерна;  $n = k_0 \cdot B \cdot V_{кр} \cdot \tau$  - количество зерен, участвующих в формировании шероховатости поверхности;  $k_0$  - поверхностная концентрация зерен, шт/м<sup>2</sup>;  $B$  - ширина рабочей части круга, м;  $V_{кр}$  - скорость круга, м/с;  $\tau = B / V_{дет}$  - время формирования шероховатости поверхности, с;  $V_{дет}$  - скорость вращения детали, м/с.

После преобразований зависимости (3.1), имеем

$$R_{max} = \frac{1}{2 \cdot \operatorname{tg} \gamma \cdot k_0 \cdot V_{кр} \cdot \tau}. \quad (3.2)$$

В шлифовальном круге зерна выступают над уровнем связки на

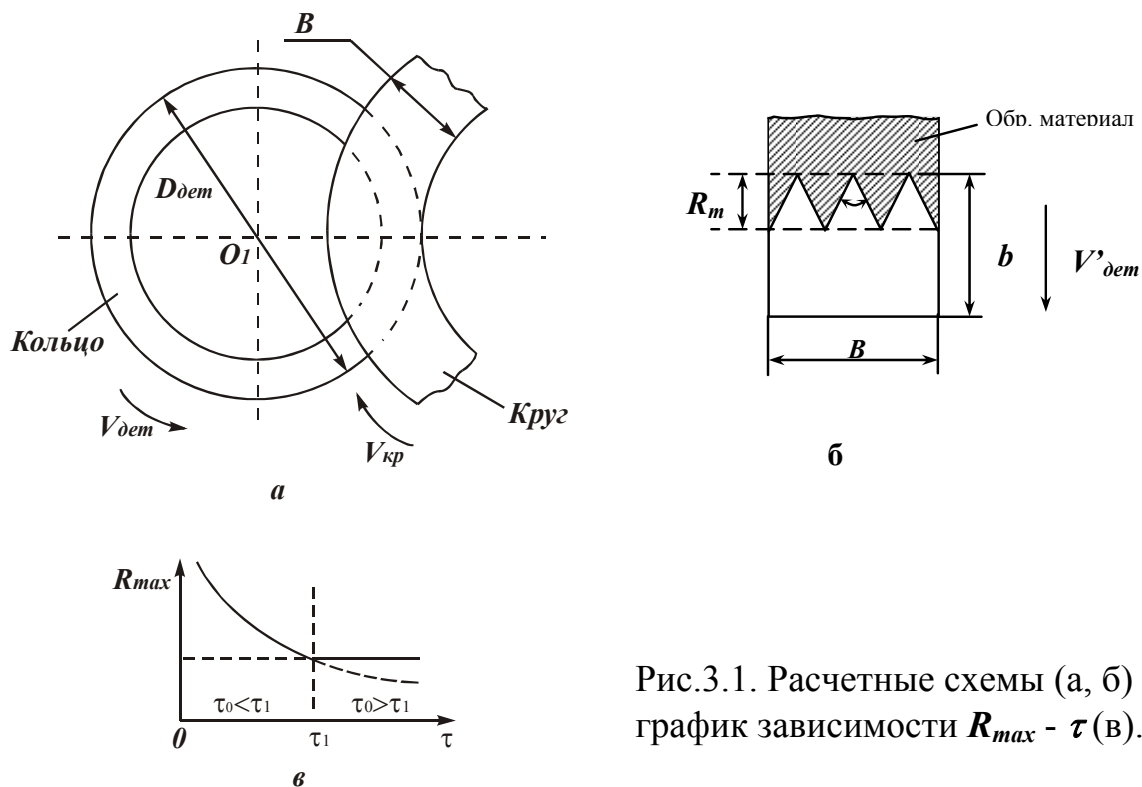


Рис.3.1. Расчетные схемы (а, б) и график зависимости  $R_{max} - \tau$  (в).

различную высоту. В первом приближении можно принять равномерный закон выступания, т.е. когда на каждом уровне находится одинаковое количество зерен. Тогда справедливо соотношение  $k_0 = k \cdot R_{max} / b$ , где  $k$  - поверхностная концентрация зерен;  $b$  - максимальная высота выступания зерен над уровнем связки круга. Проф. Резниковым А.Н. предложены расчетные зависимости для определения параметров:  $k = \frac{3 \cdot m \cdot (1 - \varepsilon)}{200\pi \cdot X^2}$ ;  $b = (1 - \varepsilon) \cdot \bar{X}$ , где  $m$  - объемная концентрация алмазного круга (50; 100; 150);  $\bar{X}$  - зернистость круга.

Преобразуя зависимость (3.2), получим

$$R_{max} = \sqrt{\frac{100\pi \cdot \bar{X}^3}{3 \cdot m \cdot \text{tg} \gamma \cdot V_{kp} \cdot \tau}} \quad (3.3)$$

Как видим, наибольшее влияние на параметр  $R_{max}$  оказывает зернистость круга  $\bar{X}$ . Уменьшить  $R_{max}$  можно уменьшением  $\bar{X}$  и увеличением  $m, \gamma, V_{kp}$  и  $\tau$  (увеличением  $B$  и уменьшением  $V_{det}$ ):

$$R_{max} = \sqrt{\frac{100\pi \cdot \bar{X}^3 \cdot V_{det}}{3 \cdot m \cdot \text{tg} \gamma \cdot V_{kp} \cdot B}} \quad (3.4)$$

Рассмотрим условия формирования шероховатости поверхности в направлении врезной подачи круга  $V'_{det}$ . Расчетная схема останется

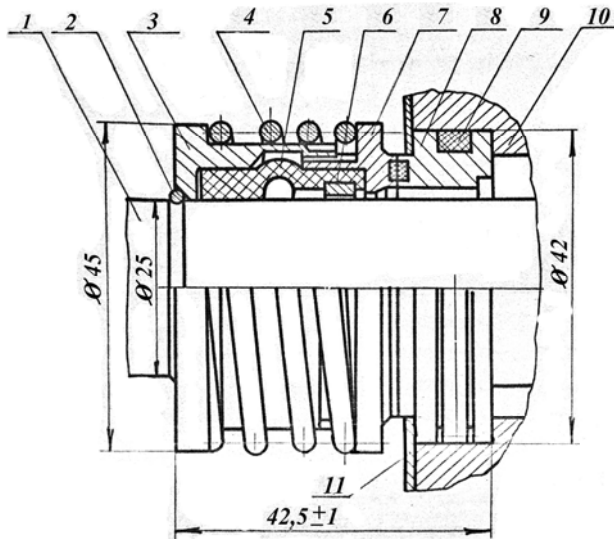


Рис. 3.2. Уплотнение 1P25: 1 – вал протектора; 2 – запорное кольцо; 3 – упор (обжимное кольцо); 4 – пружина; 5 – сильфон; 6 – распорное кольцо; 7 – вращающееся кольцо; 8 – не вращающееся кольцо; 9 – кольцо уплотнительное; 10 – корпус протектора; 11 – кольцо.

будет вращательное движение детали. Если  $\tau_1 < \tau_0$ , то наоборот, определяющим будет движение врезной подачи (по нормали к обрабатываемой поверхности). Графически зависимость  $R_{max} - \tau$  показана на рис. 3.1, в.



Рис.3.3. Детализовка торцового уплотнения.

где параметр  $R_{max1}$  определяется зависимостью (3.5).

Поскольку, на участке  $\tau_1 < \tau_0$  параметр шероховатости  $R_{max}$  не зависит от параметров  $B, V_{дет}$ , шлифование можно производить торцом круга шириной  $B \geq D_{дет}$ . Обрабатываемое кольцо при этом мо-

прежней. Изменится лишь время формирования шероховатости поверхности  $\tau$ , которое будет равно  $\tau = R_{max} / V'_{дет}$ . Тогда, исходя из зависимости (3.3), получим

$$R_{max} = \sqrt[3]{\frac{100\pi \cdot X^3 \cdot V'_{дет}}{3 \cdot m \cdot \text{tg} \gamma \cdot V_{кр}}} \quad (3.5)$$

Обозначим время формирования шероховатости поверхности в направлении скорости  $V_{дет}$  через  $\tau_0$ , а время формирования шероховатости поверхности в направлении скорости  $V'_{дет}$  - через  $\tau_1$ . Если  $\tau_1 > \tau_0$ , то определяющим в формировании шероховатости

будет вращательное движение детали. Если  $\tau_1 < \tau_0$ , то наоборот, определяющим будет движение врезной подачи (по нормали к обрабатываемой поверхности). Графически зависимость  $R_{max} - \tau$  показана на рис. 3.1, в. На участке  $\tau_1 > \tau_0$  параметр шероховатости  $R_{max}$  больше, чем на участке  $\tau_1 < \tau_0$ . Следовательно, для того чтобы уменьшить параметр шероховатости  $R_{max}$  необходимо выполнить условие  $\tau_1$

$$< \tau_0 \text{ или } \frac{R_{max1}}{V'_{дет}} < \frac{B}{V_{дет}},$$

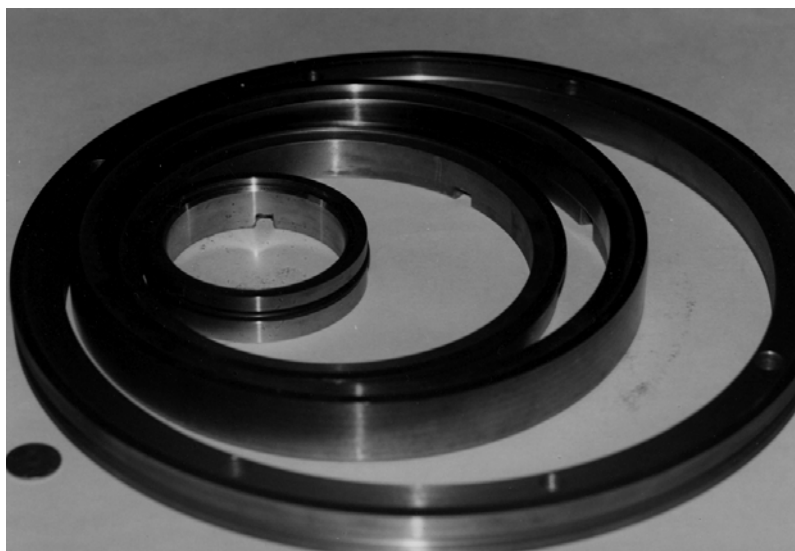


Рис.3.4. Кольца торцовых уплотнений.

жет не вращаться.

Приведенные результаты теоретических исследований положены в основу создания промышленной высокоэффективной технологии алмазно-абразивной обработки рабочих поверхностей торцовых уплотнений (выполненных в виде колец)

из композиции “твердый сплав “Релит”- медь”, рис.3.2, рис.3.3, рис.3.4. Ниже приведены результаты экспериментальных и теоретических исследований процесса шлифования торцовой поверхности вращающегося кольца торцом алмазного круга.

### 3.2. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ТЕХНОЛОГИИ ЭЛЕКТРОЭРОЗИОННОЙ ПРАВКИ ТОРЦОВЫХ АЛМАЗНЫХ КРУГОВ

Исследования проводились на внутришлифовальном станке. Обрабатываемая деталь (рис. 3.5) крепилась в патроне станка и в

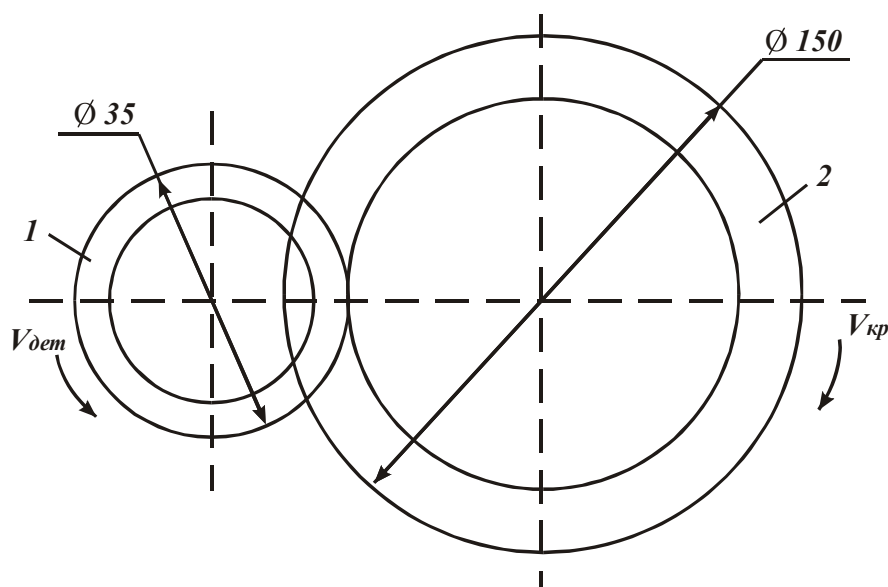


Рис.3.5. Схема шлифования торца вращающегося кольца торцом алмазного круга: 1- обрабатываемое кольцо, 2- алмазный круг.

процессе шлифования совершала вращательное движение. Алмазный круг формы 12А2 45° 150×10 ×3 устанавливался на шпинделе станка на специальную двухступенчатую втулку и совершал в процессе шлифования враща-

тельное и поступательное (в продольном направлении) движения, обработка производилась по упругой схеме с фиксированным радиальным усилием.

Алмазный круг по отношению к обрабатываемой детали устанавливался таким образом, чтобы вся ширина рабочей поверхности круга  $B$  участвовала в резании.

Испытывались алмазные круги на металлических связках М1-01, М2-01, зернистостью АС6 50/40...200/160 и концентрацией 50...150%, а также алмазные круги на органической связке В2-01.

Для осуществления электроэрозионной правки алмазного круга на металлической связке, втулка, на которую устанавливался круг, выполнена из изоляционного материала – текстолита (рис. 3.6). Для

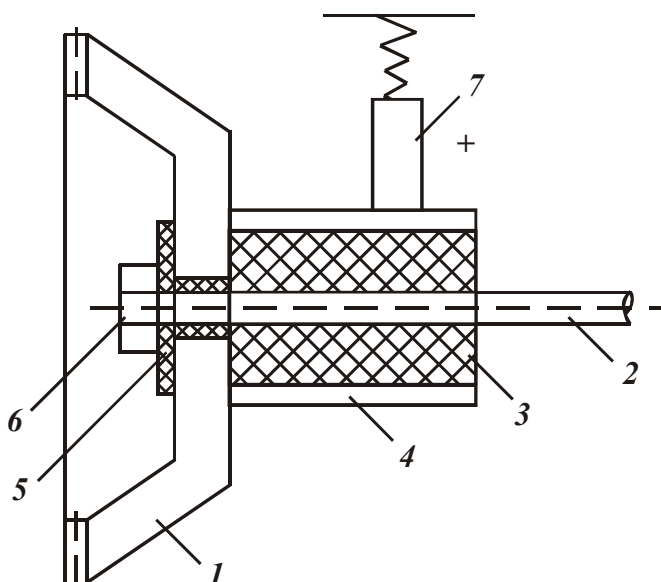


Рис.3.6. Схема подвода электрического тока к алмазному кругу: 1- алмазный круг; 2 – шпиндель станка; 3 – электроизоляционная втулка; 4 – бронзовое кольцо; 5 – текстолитовая (электроизоляционная) шайба; 6 – гайка; 7 – щетка.

обеспечения токоподвода к металлическому корпусу алмазного круга на втулке крепилось бронзовое кольцо, которое касалось корпуса круга. К кольцу через специальное щеточное устройство подводился положительный полюс источника технологического тока. К обрабатываемой детали через контактирующий элемент подводился отрицательный полюс источника тока. Такая схема обеспечивала электроэрозионную правку алмазного круга с целью поддержания его высокой режущей способности.

В зону обработки подавалась охлаждающая жидкость – 3%-й раствор  $Na_2NO_3$ . В качестве источника технологического тока использовался специально изготовленный выпрямитель с трансформатором мощностью 1,62 кВт, формирующий постоянный ток напряжением 36 В и силой тока  $I = 0...45$  А.

После установки алмазного круга на металлической связке на станок производилось его начальное вскрытие и устранение радиального биения (в пределах 0,15 мм) с помощью электроэрозионной



правки. Правящим электродом служила вращающаяся обрабатываемая деталь, установленная в патрон станка. Алмазный круг подводится до касания к обрабатываемой детали для возбуждения в межэлектродном промежутке электрических разрядов. Электроэрозионная правка производилась при оптимальной (установленной экспериментально) силе тока  $I = 20$  А путем непрерывной подачи круга в течение до 10 минут.

Контроль за состоянием режущей поверхности круга осуществлялся визуально (периодически останавливая круг) и на «слух» - при наличии биения характерна неравномерность (периодичность) электроэрозионного процесса. Об устранении биения круга можно было судить также по отсутствию «дребезжания» стрелки амперметра.

Качество правки круга проверялось в процессе шлифования вращающейся обрабатываемой детали (правлящего электрода). При наличии на обработанной поверхности отдельных периодически повторяющихся участков, процесс правки продолжался. Об отсутствии биения круга свидетельствовала однородная обработанная поверхность, не имеющая чередующихся участков.

При достаточно точной установке круга на шпинделе станка продолжительность его начальной электроэрозионной правки, как установлено экспериментально, уменьшалась и составляла до 5 минут. Если биение значительно – до 0,3 мм (что имело место) - продолжительность правки увеличилась до 20 минут, а в ряде случаев и более.

Выбор оптимального электрического режима работы источника постоянного тока при правке производился из следующих соображений. Мощность по току  $N$ , затрачиваемая при правке круга, равна

$$N = I \cdot U = I \cdot (U_0 - U_{кз}), \quad (3.6)$$

$$U_{кз} = I \cdot R_0,$$

где  $I$  – сила тока, А;  $U$  – напряжение, В;  $U_0$  - напряжение источника тока, В;  $U_{кз}$  – напряжение режима «короткого замыкания», В;  $R_0$  – нагрузочное сопротивление, Ом.

После преобразования зависимости (3.6), имеем

$$N = I \cdot (U_0 - I \cdot R_0). \quad (3.7)$$

Зависимость (3.7) носит экстремальный характер с увеличением силы тока  $I$ . Для определения экстремального значения  $I_{экстр}$  возьмем первую производную от функции  $N$  по силе тока  $I$  и полученное выражение приравняем к нулю. В результате получено

$$I_{экстр} = \frac{1}{2} \cdot \frac{U_0}{R_0} = \frac{1}{2} \cdot I_{кз}, \quad (3.8)$$

где  $I_{кз}$  – сила тока режима «короткого замыкания», А.

Вторая производная  $N''_I = -2 \cdot R_0$  – отрицательная, следовательно, имеет место максимум функции  $N$  от  $I$ .

Максимальное значение  $N_{max}$  получим после подстановки зависимости (3.8) в (3.7):

$$N_{max} = \frac{I_{кз} \cdot U_0}{4} = \frac{N_{кз}}{4}, \quad (3.9)$$

где  $N_{кз}$  – мощность режима «короткого замыкания».

Пример расчета:

1) для заданных значений  $R_0 = 2$  Ом;  $U_0 = 40$  В; имеем  $I_{кз} = 20$  А;  $I_{экстр} = 10$  А;  $N_{кз} = 800$  Вт;  $N_{max} = 200$  Вт;

2) для заданных значений  $R_0 = 1$  Ом;  $U_0 = 40$  В; имеем:  $I_{кз} = 40$  А;  $N_{кз} = 1600$  Вт;  $N_{max} = 400$  Вт.

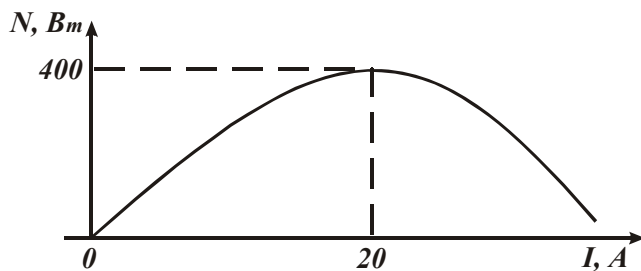


Рис.3.7. Зависимость мощности  $N$  электроэрозионной правки круга от силы тока  $I$ .

Результаты расчетов приведены на рис. 3.7. Оптимальное значение силы электрического тока  $I_{экстр}$  следует выбирать из условия максимального использования мощности источника технологического тока, т.е.  $N_{кз}$ . Из условия  $I_{кз} = N / U_0$ , имеем

$$I_{экстр} = \frac{N_{кз}}{2 \cdot U_0}. \quad (3.10)$$

Пример расчета. Для заданных значений  $N_{кз} = 1600$  Вт,  $U_0 = 36$  В оптимальное значение  $I_{экстр}$  в соответствии с зависимостью (3.10) равно 22,2 А.

Теоретическое решение проверялось экспериментально. В электрическую цепь включалось нагрузочное сопротивление  $R_0 = 1$  Ом (тарированная спираль). При силе тока  $I \approx 22$  А наблюдалась наиболее интенсивная правка круга 12А2 45° 150×10×3 АС6 125 / 100 М1-01 4. При увеличении и уменьшении силы тока, начиная со значения  $I \approx 22$  А, интенсивность правки уменьшалась, о чем свидетельство-

вало уменьшение интенсивности электрических разрядов. При  $I \rightarrow I_{кз} = 40$  А возбуждение в межэлектродном промежутке электрических разрядов отсутствовало.

Экспериментальные значения мощности  $N$  правки практически совпали с расчетными, приведенными на рис.3.7. Максимум мощности  $N$  достигался при  $I = 22$  А. Расхождение расчетного и экспериментального экстремальных значений  $I$  составляет 10%. Следует отметить, что изменение силы тока  $I$  при проведении экспериментов обеспечивалось за счет изменения силы прижима алмазного круга к электроду (обрабатываемой детали). С увеличением силы прижима сила электрического тока  $I$  увеличивалась.

На рис. 3.8 приведены результаты экспериментальных исследований производительности электроэрозионной правки  $Q_{кр}$  в зави-

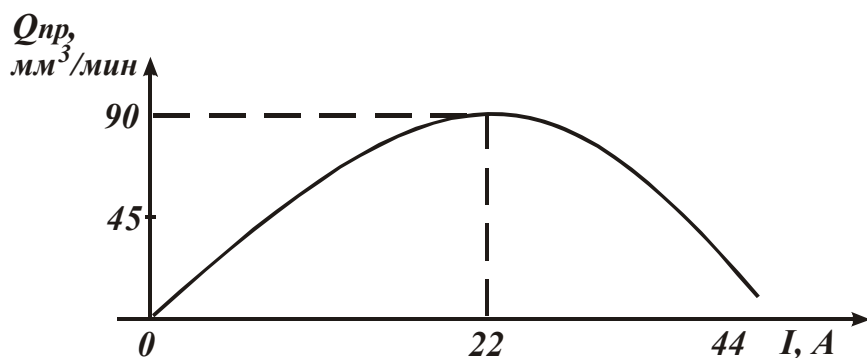


Рис. 3.8. Зависимость производительности  $Q_{кр}$  электроэрозионной правки круга от силы тока  $I$ .

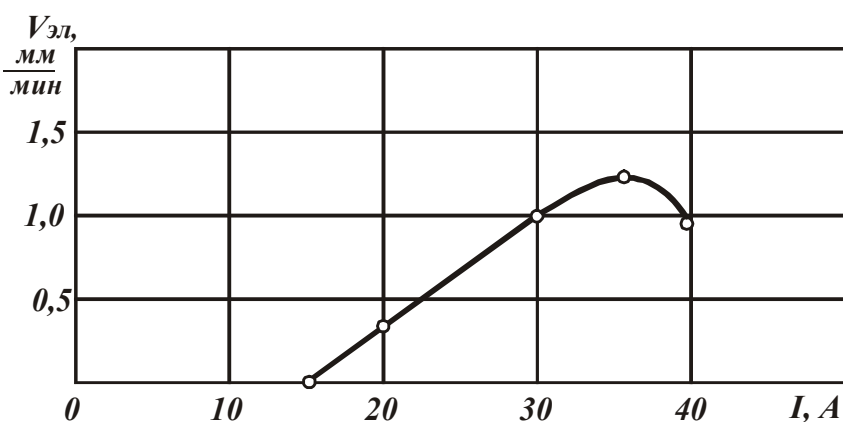
симости от силы тока  $I$ . Производительность  $Q_{кр}$  равна объему алмазного слоя круга, снятого в единицу времени (размерность – мм³/мин). Из графика следует, что

производительность  $Q_{кр}$  изменяется по экстремальной зависимости. Максимум достигается при силе тока  $I = 22$  А, что соответствует теоретическим результатам и данным простого визуального наблюдения за процессом правки, как отмечалось выше.

Для проведения данных экспериментальных исследований была отобрана партия алмазных кругов одной характеристики в количестве 60 штук с начальным торцовым биением кругов 0,1 мм. Замеры величины биения круга (после установки его на шпиндель станка) производились с помощью индикатора.

Необходимо отметить, что при изменении  $I$  до значения  $I_{экстр} = 20$  А процесс электроэрозионной правки круга происходил практически без сошлифовывания правящего электрода (обрабатываемой детали), рис. 3.9. С увеличением силы тока, начиная с 17А, скорость износа (сошлифовывания) электрода увеличивалась. Следовательно,

при  $I_{экстр} = 17$  А межэлектродный зазор равен приблизительно максимальной высоте выступания зерен над уровнем связки алмазного круга. С увеличением силы тока зазор уменьшается, и зерна контактируют с правящим электродом, осуществляя процесс резания. Из этого можно заключить, что процесс алмазного электроэрозионного шлифования обрабатываемой детали (правлящего электрода) возможен при  $17 \text{ А} < I < 40 \text{ А}$ . Для того чтобы увеличить  $I_{экстр} > 20$  А и соответственно увеличить скорость съема обрабатываемого материала необходимо в соответствии с зависимостью (3.8) уменьшить нагрузочное сопротивление  $R_0$ . Например, при  $R_0 = 0,5$  Ом сила тока



$I_{экстр}$  станет равной 40 А, что позволит в максимальной степени использовать энергию электрических разрядов для осуществления процесса алмазного электроэрозионного шлифования.

Рис. 3.9. Зависимость линейной скорости съема материала электрода  $V_{эл}$  при правке от силы тока  $I$ .

Сила прижатия круга к обрабатываемой детали  $P$  при шлифовании по упругой схеме является основным параметром процесса, определяющим условия механического взаимодействия режущих зерен и связки круга с обрабатываемым материалом, а при алмазном электроэрозионном шлифовании – определяющим дополнительно условия протекания процесса электроэрозионной правки алмазного круга на металлической связке.

Из рис. 3.7 следует, что с увеличением силы тока  $I$  мощность  $N$  процесса электроэрозионной правки алмазного круга изменяется по экстремальной зависимости. В пределах  $0 < I < 20$  А мощность  $N$  увеличивается, а при дальнейшем увеличении силы тока  $I$ , наоборот, уменьшается до нуля. Изменение силы тока  $I$  обеспечивается за счет изменения толщины зазора между алмазным кругом и правящим электродом (в нашем случае обрабатываемой деталью) путем изменения силы прижатия круга к обрабатываемой детали. Чем больше эта сила, тем меньше толщина межэлектродного зазора и больше сила

тока  $I$ .

При  $I > 20$  А мощность  $N$  процесса электроэрозионной правки уменьшается, что ведет к снижению производительности процесса правки, рис. 3.8. Следовательно, с увеличением силы прижима алмазного круга к обрабатываемой детали интенсивность электроэрозионной правки снижается и процесс алмазного электроэрозионного шлифования мало чем отличается от обычного алмазного шлифования.

Опытами установлено, что при  $I > 35$  А в зоне резания практически отсутствуют электрические разряды, т.е. отсутствует процесс электроэрозии. Из этого можно заключить, что сила прижатия круга к детали при алмазном электроэрозионном шлифовании должна изменяться в определенных пределах. Учитывая то, что между силой тока  $I$  и силой прижатия круга к детали  $P$  в процессе алмазного электроэрозионного шлифования существует вполне однозначная связь, управление процессом шлифования можно осуществлять путем поддержания во времени заданного значения  $P$  или  $I$ . В первом случае необходимо использовать упругую схему шлифования с фиксированной силой прижатия круга к детали  $P$ . Во втором случае можно использовать шлифование с “ручной” подачей, например, на рассматриваемом внутришлифовальном станке, осуществляя “вручную” продольную подачу круга, определяющую силу прижатия круга к детали.

Данная схема весьма эффективна при кратковременном процессе шлифования, каким является процесс шлифования одного кольца, закрепленного в патроне внутришлифовального станка (съем припуска величиной 0,1 ... 0,15 мм происходит в течении 3...5 с). По данной схеме можно обеспечить плавное касание круга с обрабатываемой деталью (без удара), чего трудно добиться при частой установке обрабатываемых колец в условиях обычного шлифования по упругой схеме.

Как показано выше, изменить электрическую характеристику  $N - I$  можно за счет изменения нагрузочного сопротивления  $R_0$  в электрической цепи. Чем меньше  $R_0$ , тем больше экстремальные значения силы тока  $I$  и мощности процесса электроэрозионной правки  $N$ . Увеличение экстремального значения  $I$  позволяет увеличить силу прижатия круга к детали и соответственно производительность обработки. Таким образом, на основе проведенных экспериментальных исследований определены технологические возможности увеличения производительности алмазного электроэрозионного шлифования.

### 3.3. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ПРОИЗВОДИТЕЛЬНОСТИ ОБРАБОТКИ И ИЗНОСОСТОЙКОСТИ АЛМАЗНОГО ТОРЦОВОГО КРУГА ПРИ ШЛИФОВАНИИ

Экспериментальные исследования проводились на установке, созданной на базе внутришлифовального станка, по схеме шлифования, описанной в предыдущем параграфе. Шлифовались рабочие торцовые поверхности уплотнительных колец из композиционного материала на основе релита. Величина линейного съема материала с одной детали во время проведения опыта составляла 2 мм, т.е. в ходе проведения опыта снимался весь релитовый слой кольца.

Испытывались алмазные круги формы 12А2 45° 150×10×3×32 разных характеристик на металлической связке М1-01 и органической связке В2-01 производства Полтавского алмазного завода. Алмазные круги на металлической связке М1-01 перед каждым опытом подвергались электроэрозионной правке с целью устранения биения и качественного вскрытия алмазного слоя круга. Правку производили до тех пор, пока не достигалось высокое качество поверхности детали, шлифованной данным кругом (отсутствие следов вибраций и достижение однородной поверхности).

На рис. 3.10 приведены графики, показывающие изменение производительности обработки  $Q$  с течением времени шлифования  $\tau$ . Наибольшая производительность обработки имеет место при шлифовании алмазным кругом на металлической связке М1-01 с его непрерывной электроэрозионной правкой, т.е. при алмазном электроэрозионном шлифовании. С течением времени обработки производительность незначительно уменьшалась, затем стабилизировалась.

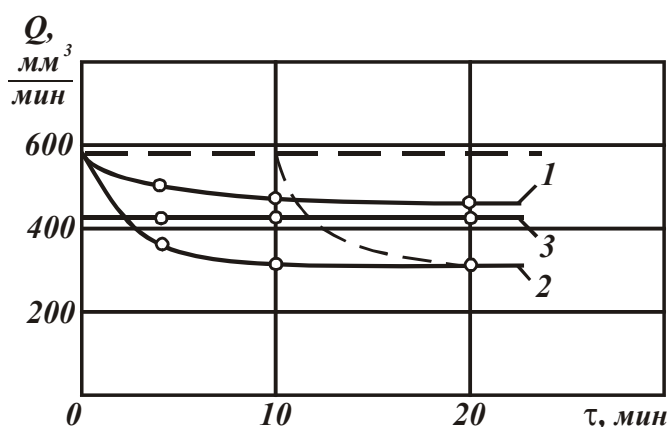


Рис. 3.10. Зависимость производительности обработки от времени шлифования алмазными кругами 12А2 45° 150×10×3×32 АС6 100/80 4 на связках: 1 – М1-01(с электрическим током); 2 – М1-01 (без электрического тока); 3 – В2-01;  $V_{кр} = 28\text{м/с}$ ;  $V_{дет} = 30\text{м/мин}$ ;  $P_{уд} = 7\text{кГс/см}^2$ ;  $I = 30\text{А}$ ; СОЖ - 3%-ный раствор  $\text{Na}_2\text{NO}_3$ .

При шлифовании алмазным кругом на металлической связке М1-01 без использования электроэрозионной правки в процессе шлифования производительность

незначительно уменьшалась, затем стабилизировалась. При шлифовании алмазным кругом на металлической связке М1-01 без использования электроэрозионной правки в процессе шлифования производительность

ность обработки так же с течением времени уменьшалась, затем стабилизировалась. Однако стабилизация происходила при меньшей производительности обработки. Следовательно, применение непрерывной электроэрозионной правки алмазного круга позволяет повысить производительность обработки.

Проводились экспериментальные исследования шлифования с периодической электроэрозионной правкой алмазного круга на металлической связке М1-01. Как следует из рис. 3.10, с течением времени обработки производительность уменьшается от исходного максимального значения (после правки) до значения, соответствующего производительности шлифования без правки. Зависимость  $Q - \tau$  подчиняется периодической функции с периодом, определяемым временем между правками алмазного круга. Установлено, что продолжительность правки круга зависит от времени между правками. Между указанными параметрами существует пропорциональная связь. Чем больше время между правками, тем продолжительнее процесс правки круга.

Производительность шлифования алмазным кругом на органической связке В2-01 с течением времени обработки практически остается постоянной и по уровню занимает промежуточное положение между производительностью шлифования алмазным кругом на металлической связке с применением непрерывной электроэрозионной правки и производительностью шлифования тем же кругом без применения электроэрозионной правки.

Необходимо отметить, что алмазный круг на органической связке В2-01 после установки его на станок не требует правки, характеризуется высокой режущей способностью. Об этом свидетельствует высокое качество обработанной поверхности – отсутствие следов вибраций, неоднородной поверхности (чередующихся участков). Приработка круга занимает весьма непродолжительное время.

Заслуживает внимания еще один важный факт. В ходе проведения экспериментальных исследований установлено, что при относительно небольшом биении алмазного круга на металлической связке М1-01 (до 0,1 мм) возможна подготовка круга к работе без применения электроэрозионной правки. Достаточно использовать механическую правку, осуществляемую путем шлифования релитовых колец. Для того чтобы устранить биение круга, необходимо сошлифовать релитовый слой толщиной до 100 мкм и более, т.е. прошлифовать 30-80 релитовых колец (толщина релитового слоя кольца составляет 2 мм).



Опытами установлено, что продолжительность электроэрозионной правки значительно меньше, чем механической. Биение круга величиной 0,1 мм с использованием электроэрозионной правки можно устранить за 5–10 минут, тогда как с использованием механической правки – более чем за один час.

Были проведены опыты по шлифованию алмазным кругом на более прочной металлической связке М2-01. Механической правкой не удалось устранить биение данного круга. Продолжительность электроэрозионной правки до устранения биения величиной 0,15 мм составила около 2-х часов. Однако при этом не удалось обеспечить качественной правки. После шлифования на обработанной поверхности наблюдались чередующиеся участки, свидетельствующие о неоднородности поверхности и низком качестве обработки, неприемлемом для рассматриваемой технологии обработки релитовых колец. Таким образом, чрезвычайно высокие прочностные свойства алмазного круга на металлической связке М2-01 в данном случае реализовать не удалось в связи с проблемой его качественной правки. Возможно, при более длительной электроэрозионной правке можно обеспечить более высокую режущую способность круга и добиться требуемого качества обработки, однако, это снижает производительность за счет увеличения продолжительности правки. Поэтому в дальнейших исследованиях ограничились изучением технологии

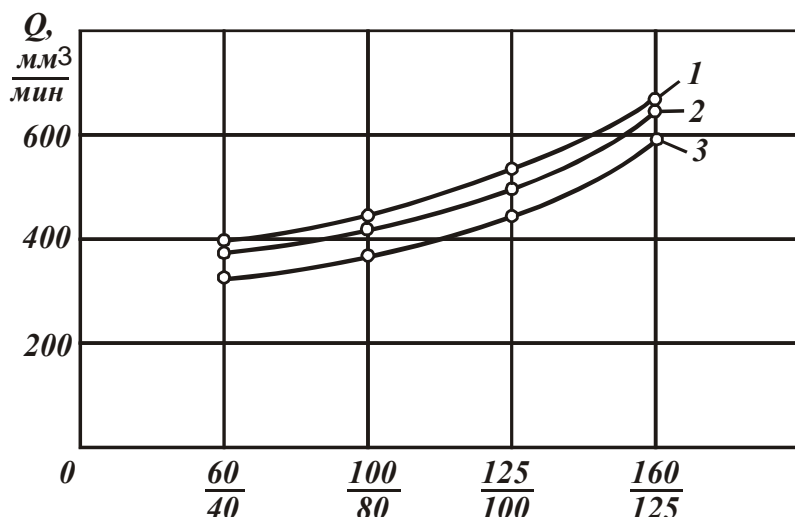


Рис.3.11. Зависимость производительности обработки  $Q$  от зернистости алмазных кругов 12A2 45° 150x10x3x32 AC6 4 на связках: 1 – М1-01(с электрическим током); 2 – В2-01; 3 – М1-01 (без электрического тока):  $V_{кр} = 28\text{м/с}$ ;  $V_{дет} = 30\text{м/мин}$ ;  $P_{уд} = 7\text{кГс/см}^2$ ;  $I = 30\text{А}$ ;  $\tau = 4\text{мин}$ ; СОЖ - 3%-ный раствор  $\text{Na}_2\text{NO}_3$ .

шлифования алмазными кругами на менее прочной металлической связке М1-01 и органической связке В2-01, которые обеспечивали протекание стабильного процесса шлифования.

На рис. 3.11 показан характер изменения производительности обработки  $Q$  в зависимости от зернистости круга. С увеличением зернистости производительность



обработки непрерывно увеличивается, что является важным фактором интенсификации процесса шлифования. Производительность шлифования алмазным кругом на органической связке В2-01 больше производительности шлифования алмазным кругом на металлической связке (без применения электроэрозионной правки) и меньше производительности алмазного электроэрозионного шлифования (кривая 1 на рис. 3.11) во всем исследуемом диапазоне изменения зернистости круга.

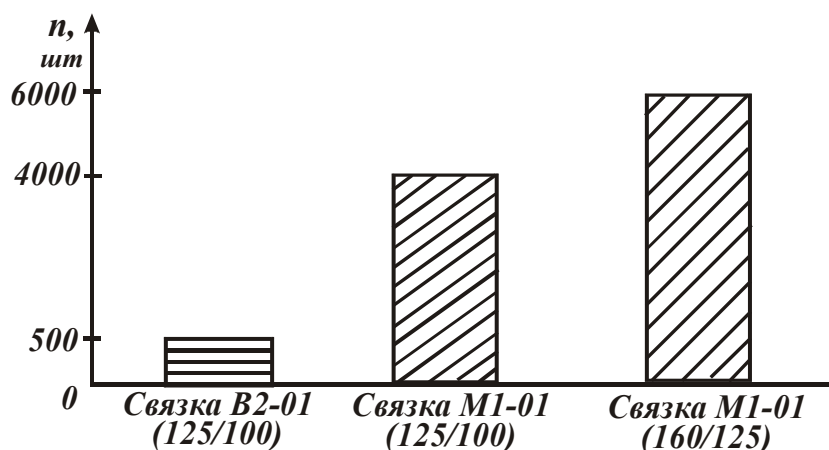


Рис. 3.12. Влияние типа связки алмазного круга 12А2 45° 150x10x3x32 АС6 4 на количество обработанных колец до полного износа круга: условия обработки -  $V_{кр} = 28\text{м/с}$ ;  $V_{дет} = 30\text{м/мин}$ ;  $P_{уд} = 7\text{кГс/см}^2$ ; СОЖ - 3%-ный раствор  $\text{Na}_2\text{NO}_3$ .

Для обоснования оптимальных условий обработки произведена оценка износостойкости алмазных кругов. На рис. 3.12 показано количество колец, отшлифованных одним алмазным кругом до его полного износа при

съеме припуска величиной 0,15 мм. Как видим, износостойкость алмазного круга на металлической связке М1-01 почти на порядок больше износостойкости алмазного круга на органической связке В2-01. С увеличением зернистости алмазного круга на металлической связке его износостойкость увеличивается. Этим доказана эффективность применения крупнозернистых алмазных кругов, которые, наряду с увеличением производительности обработки, обеспечивают снижение износа.

съеме припуска величиной 0,15 мм. Как видим, износостойкость алмазного круга на металлической связке М1-01 почти на порядок больше износостойкости алмазного круга на органической связке В2-01. С увеличением зернистости алмазного круга на металлической связке его износостойкость увеличивается. Этим доказана эффективность применения крупнозернистых алмазных кругов, которые, наряду с увеличением производительности обработки, обеспечивают снижение износа.

### 3.4. ИССЛЕДОВАНИЕ КАЧЕСТВА ОБРАБОТКИ ПРИ ТОРЦОВОМ АЛМАЗНОМ ШЛИФОВАНИИ

Как известно, наибольшее влияние из характеристик алмазного круга на параметр шероховатости  $R_a$  оказывает зернистость круга. В связи с этим, проведена серия экспериментов по установлению связи шероховатости обработки с зернистостью круга.

Исходя из рис. 3.13, с увеличением зернистости круга в пределах 60/40...200/160, параметр шероховатости обработки  $R_a$  непрерывно увеличивается. Наибольшие значения  $R_a$  имеют место при шлифовании алмазным кругом на металлической связке М1-01 с применением непрерывной правки. В этом случае обеспечивается наибольшее выступание алмазных зерен над уровнем связки круга. С одной стороны, как показано в предыдущем параграфе, это создает условия повышения производительности обработки за счет более

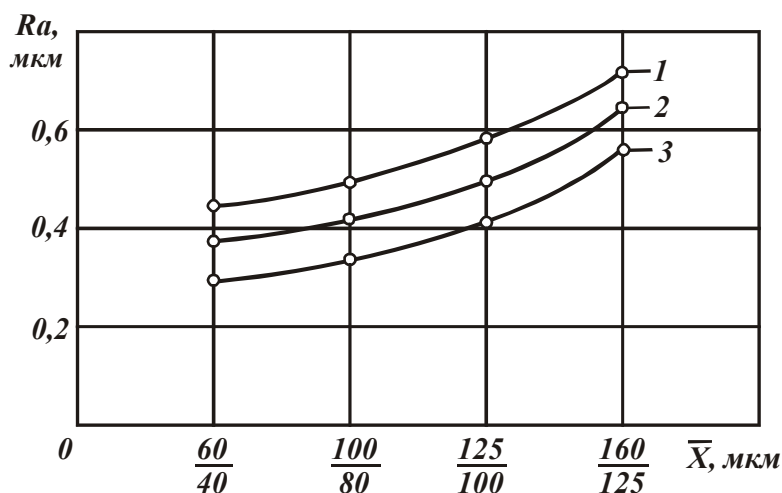


Рис. 3.13. Зависимость параметра шероховатости  $R_a$  от зернистости алмазных кругов 12A2 45° 150x10x3x32 AC6 4 на связках: 1 – М1-01(с электрическим током); 2 – М1-01 (без электрического тока); 3 – В2-01:  $V_{кр} = 28\text{м/с}$ ;  $V_{дет} = 30\text{м/мин}$ ;  $P_{уд} = 7\text{кГс/см}^2$ ;  $I = 30\text{А}$ ;  $\tau = 4\text{ мин}$ ; СОЖ - 3%-ный раствор  $\text{Na}_2\text{NO}_3$ .

глубокого внедрения режущих зерен в обрабатываемый материал. С другой стороны, это ведет к увеличению глубин рисок – царапин на обработанной поверхности и соответственно увеличению параметра  $R_a$ . Данная закономерность справедлива, если сравнивать зависимость 1 (рис. 3.13) с зависимостями 2 и 3. Если сравнивать зависимости 2 и 3 между собой, то данное объяснение не пра-

вумочно.

Например, алмазный круг на органической связке В2–01, исходя из рис. 3.11, обеспечивает более высокую производительность обработки по сравнению с алмазным кругом на металлической связке М1-01 при шлифовании без применения непрерывной электроэрозионной правки. Очевидно, этот круг должен обеспечить и большую высоту микронеровностей на обработанной поверхности. Однако, наоборот, большую высоту микронеровностей обеспечивает алмазный круг на металлической связке. Следовательно, в данном случае фактор «остроты» зерен и высоты выступания их над уровнем связки не является определяющим. Существует другой, более существенный фактор, определяющий аномальную закономерность. Органическая связка допускает «утопание» в нее алмазных зерен под нагрузкой в

процессе шлифования. Разновысотное выступание зерен над уровнем связки увеличивает количество одновременно работающих зерен и уменьшает глубины внедрения зерен в обрабатываемый материал. Следовательно, уменьшается параметр шероховатости обработки  $R_a$ , а за счет увеличения количества одновременно работающих зерен – увеличивается производительность обработки. Здесь из двух противоположно действующих факторов – количества одновременно работающих зерен и глубин внедрения режущих зерен в обрабатываемый материал – определяющим является первый, который не позволяет уменьшить производительность обработки за счет явного уменьшения глубин внедрения зерен в обрабатываемый материал и соответственно уменьшения параметра шероховатости  $R_a$ .

Причем, этот фактор настолько значителен, что нивелирует эффект, создаваемый при шлифовании алмазным кругом на металлической связке в связи с затуплением зерен и уменьшением по этой причине глубин их внедрения в обрабатываемый материал и параметра шероховатости  $R_a$ .

Таким образом, алмазные круги на органической связке В2-01 обладают важным свойством «утопания» зерен в связку, что создает эффект обработки, выражающийся в повышении производительности обработки и уменьшении параметра шероховатости обработки  $R_a$ .

Структура композиции «твердый сплав «Релит» - медь» представляет собой вольфрамовый каркас, поры которого заполнены медью (рис.3.14). Медь и вольфрам практически не растворяются друг в друге ни в жидком, ни в твердом состоянии. Твердые сплавы на основе



Рис. 3.14. Микроструктура композиции «твердый сплав «Релит» - медь».

WC имеют простую кристаллическую решетку, которая не распадается при нагреве и отличается высокой прочностью. Особенностью данного сплава является то, что размер зерна WC составляет 0,2 мм и выше, что затрудняет процесс шлифования.

Для определения фазового состава проводились рентгеновские съемки на дифрактометре Дрон-2,0 в излучении хромового анода обработанной поверхности и поверхности на глубине 5 мкм шлифованного образца (кольца). Условия шлифования соответствовали приведенным на рис. 3.12 для алмазного круга зернистостью 125/100 АС6 на металлической связке М1-01. Дифрактограммы записывались автоматически при непрерывном вращении образца и счетчика. На дифрактограммах исследуемых поверхностей выявляются линии только WС и Сu. Линии достаточно сильные и идентифицируются уверенно. Интенсивность дифракционных линий обработанной поверхности меньше, что объясняется различной чистотой поверхности.

Измеренная микротвердость  $H$  образца при нагрузке 100 г составляет 1226,8 кГс/мм<sup>2</sup>, а на глубине 5 мкм от обработанной поверхности образца  $H=1062,3$  кГс/мм<sup>2</sup>.

Остаточные ориентированные напряжения  $\sigma$  в образце определялись рентгенографическим методом многократных наклонных съемок (“ $\sin^2 \psi$ -метод”) на дифрактометре Дрон-1 в излучениях хромового анода. Регистрация профилей дифракционных линий проводилась по точкам – способом набора заданного числа импульсов. Расчет напряжений в композиционном материале показал наличие растягивающих напряжений в карбидной фазе:  $\sigma=+24,43$  кг/мм<sup>2</sup>; в меди напряжения равны нулю.

### 3.5. УСЛОВИЯ СНИЖЕНИЯ ТЕМПЕРАТУРЫ РЕЗАНИЯ ПРИ ШЛИФОВАНИИ

Для расчета температуры резания при шлифовании воспользуемся аналитической зависимостью, полученной проф. Якимовым А.В. [294 ]

$$\theta = q \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot \tau}{\lambda \cdot c \cdot \rho}}, \quad (3.11)$$

где  $q = \frac{P_z \cdot V_{кр}}{F}$  – плотность теплового потока, характеризующего количество теплоты, проходящей через единицу поверхности обрабатываемой детали (кольца) в единицу времени, Вт/м<sup>2</sup>;  $P_z$  – тангенциальная составляющая силы резания, Н;  $V_{кр}$  – скорость шлифовального круга, м/с;  $F$  – площадь контакта круга с обрабатываемым

материалом, м<sup>2</sup>;  $\tau$  - время контакта фиксированной точки, расположенной на поверхности обрабатываемого кольца, с кругом, с;  $V_{дет}$  - скорость детали (кольца), м/с;  $\lambda$  - коэффициент теплопроводности материала, Вт/(м · К);  $c$  - удельная теплоемкость материала, Дж/(кг·К);  $\rho$  - плотность обрабатываемого материала, кг/м<sup>3</sup>.

Время контакта фиксированной точки вращающегося обрабатываемого кольца с торцом круга  $\tau$  представим в виде

$$\tau = \tau_1 + \tau'_0, \quad (3.12)$$

где  $\tau_1$  - время, в течении которого срезается слой припуска толщиной  $t$ , равной глубине шлифования и определяемой по зависимости

$$t = V'_{дет} \cdot \bar{\tau} = V'_{дет} \cdot \frac{\pi \cdot D_{дет} - L}{V_{дет}}, \quad (3.13)$$

$D_{дет}$  - диаметр обрабатываемого кольца, м;  $\bar{\tau}$  - время одного вращения кольца, с;  $L$  - длина дуги контакта круга с кольцом, м.

По сути, параметр  $\tau_1$  определяет время формирования шероховатости поверхности в направлении скорости  $V'_{дет}$ . Толщины срезов отдельными зернами в данном случае больше параметра шероховатости обработки  $R_{max}$ .

Время  $\tau'_0$  равно  $\tau'_0 = \tau_0 - \tau_1$ , где  $\tau_0 = L/V_{дет}$ . В течении времени  $\tau'_0$  происходит съём обрабатываемого материала режущими зернами с толщинами срезов, равными параметру шероховатости обработки  $R_{max}$ . Из этого можно заключить, что в течении времени  $\tau_1$  режущие зерна испытывают большие нагрузки, чем в течении времени  $\tau'_0$ .

С учетом сказанного, зависимость (3.11) можно представить

$$\theta = q_1 \cdot \sqrt{\frac{2\tau_1}{\lambda \cdot c \cdot \rho}} + q'_0 \cdot \sqrt{\frac{2\tau'_0}{\lambda \cdot c \cdot \rho}}, \quad (3.14)$$

где  $q_1 = \frac{P'_z \cdot V_{кр}}{L_1 \cdot b} \approx \frac{\sigma \cdot Q}{L_1 \cdot b} = \frac{\sigma \cdot \pi \cdot D_{дет} \cdot V'_{дет}}{L_1}$  - плотность теплового потока, возникающего при шлифовании на участке контакта круга с обрабатываемым кольцом длиной  $L_1 = V_{дет} \cdot \tau_1$ ;  $\sigma$  - условное напряжение резания, Н/м<sup>2</sup>;  $Q$  - производительность обработки, м<sup>3</sup>/с;  $b$  - ширина торцевой поверхности кольца, м;  $q'_0 = \frac{P'_z \cdot V_{кр}}{(L - L_1) \cdot b} \approx \frac{P'_y \cdot f \cdot V_{кр}}{(L - L_1) \cdot b} =$

$= p \cdot f \cdot V_{кр}$  - плотность теплового потока, возникающего при шлифовании на участке контакта круга с обрабатываемым кольцом длиной  $(L - L_1)$ ;  $L$  - суммарная длина дуги контакта круга с обрабатываемым кольцом;  $P'_z, P'_y, p$  - составляющие тангенциальной и радиальной сил резания, а также удельное давление, возникающее на участке контакта круга с обрабатываемым кольцом длиной  $(L - L_1)$ ;  $f$  - коэффициент трения круга с обрабатываемым материалом.

Зависимость (3.14) состоит из двух слагаемых. Первое слагаемое определяет температуру шлифования, образующуюся на участке длиной  $L_1$  (условно – на участке резания). Второе слагаемое определяет температуру шлифования, образующуюся на участке длиной  $(L - L_1)$  (условно – на участке трения круга с кольцом). Очевидно, для того чтобы уменьшить температуру шлифования  $\theta$ , необходимо уменьшить или исключить второе слагаемое зависимости (3.14). Это обеспечивается за счет уменьшения времени  $\tau'_0 \rightarrow 0$  и соответственно уменьшения длины  $L$  (ширины рабочей части круга).

Как следует из зависимости (3.13), уменьшение  $L$  ведет к увеличению глубины шлифования  $t$  и толщин срезов отдельными зернами круга на участке длиной  $L_1$ . Это, в свою очередь, приводит к уменьшению условного напряжения резания  $\sigma$  и первого слагаемого зависимости (3.14).

Таким образом, уменьшая длину дуги контакта круга с обрабатываемым кольцом до значения  $L \rightarrow L_1$ , можно существенно уменьшить температуру шлифования  $\theta$ . Оптимальное значение длины контакта  $L_1$  (оптимальной ширины рабочей части круга  $B$ ) можно определить из зависимости

$$L_1 = V_{дет} \cdot \tau_1 = V_{дет} \cdot \frac{R_{max}}{V'_{дет}}, \quad (3.15)$$

где  $R_{max}$  - параметр шероховатости обработки, м.

Из зависимости (3.15) следует, что длина  $L_1$  определяется параметром  $R_{max}$  и соотношением  $V_{дет} / V'_{дет}$ . Чем больше эти величины, тем больше должна быть длина  $L_1$  (ширина рабочей части круга).

Анализируя зависимость (3.14), нетрудно видеть увеличение температуры шлифования  $\theta$  с увеличением скорости круга  $V_{кр}$ , входящей во второе слагаемое зависимости. Этот неблагоприятный фактор, опять же, можно устранить, исключая второе слагаемое ( $\tau'_0 \rightarrow 0$ ).

### 3.6. ВЛИЯНИЕ ШИРИНЫ РАБОЧЕЙ ЧАСТИ ТОРЦОВОГО АЛМАЗНОГО КРУГА НА ПОКАЗАТЕЛИ ШЛИФОВАНИЯ

Из зависимости (3.13) следует, что с увеличением длины дуги контакта круга с обрабатываемым кольцом  $L$  происходит уменьшение глубины шлифования  $t$ . Это ведет к уменьшению толщин срезов отдельными зернами круга; а также нагрузок, действующих на зерна, и износу зерен. Следовательно, применение алмазных торцовых кругов с увеличенной шириной рабочей части потенциально позволяет повысить производительность обработки и снизить износ кругов.

Кроме того, с увеличением ширины рабочей части круга  $B$  увеличивается время формирования шероховатости поверхности, что предполагает выполнение условия  $\tau_0 > \tau_1$  (рис. 3.1,в) и уменьшение параметра шероховатости обработки  $R_{max}$ .

Вместе с тем, как отмечалось в предыдущем параграфе и, исходя из зависимости (3.14), с увеличением ширины рабочей части круга увеличивается температура шлифования, что нежелательно с точки зрения качества обработки. Причем, последний фактор (т.е. температура шлифования) определяется главным образом длиной дуги контакта круга с обрабатываемым кольцом  $L$  (шириной рабочей части круга).

Из этого можно заключить, что с целью уменьшения температуры шлифования, ширина рабочей части круга должна быть ограничена, а регулирование производительностью, шероховатостью и другими показателями обработки должно производиться за счет варьирования остальными параметрами процесса шлифования.

С этой целью проведены экспериментальные исследования торцового шлифования алмазным кругом формы 12А2 45° 200x20x5 АС6 100/80 М1-01 4, характеризующимся увеличенными диаметром и шириной рабочей части.

Опыты проводились с применением периодической электроэрозионной правки круга. После установки круга на станок, биение круга составило 0,25 мм. Биение было устранено в течении 40 минут с применением электроэрозионной правки, т.е. продолжительность подготовки данного круга к работе существенно увеличилась по сравнению с подготовкой к работе алмазного круга 12А2 45° 150x10x3.

В результате выполненных опытов установлено, что применение данного круга позволяет увеличить производительность обработки и уменьшить параметр шероховатости обработки  $R_a$  по сравнению с



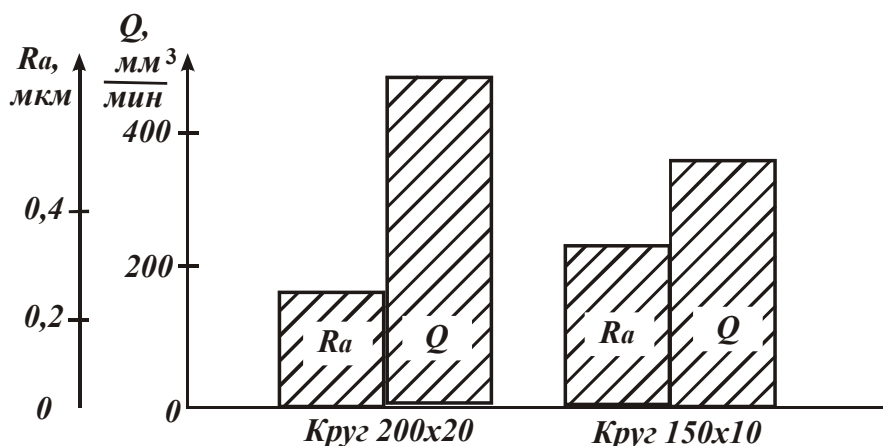


Рис. 3.15. Значения параметра шероховатости обработки  $R_a$  и производительности обработки  $Q$  при шлифовании алмазными кругами: 12А2 45° 200x20x5x32 АС6 100/80 М1-01 4; 12А2 45° 150x10x3x32 АС6 100/80 М1-01 4;  $V_{дет}=30$  м/мин;  $P_{уд}=7$  кГс/см<sup>2</sup>;  $\tau=4$  мин; СОЖ - 3%-ный раствор  $Na_2NO_3$ .

круга с обрабатываемой деталью) и увеличением скорости круга вследствие увеличения его диаметра.

Опытами также установлено уменьшение величины образующихся заусенцев, что имеет чрезвычайно важное практическое значение. Это связано с уменьшением толщин срезов, что согласуется с теоретическим решением.

Вместе с тем, при шлифовании данным кругом выявлены новые явления, которые отсутствовали при шлифовании алмазным кругом 12А2 45 150x10x3.

Это следы вибраций и прижоги на обработанных поверхностях.

Появление прижогов связано с увеличением температуры шлифования, что подтверждает теоретические решения, вытекающие из зависимости (3.14).

В ходе экспериментов обращалось внимание на анализ влияния скорости вращения обрабатываемого кольца  $V_{дет}$  на появление прижогов. Изменение  $V_{дет}$  в довольно широких пределах (до 100 м/мин) не позволило устранить прижоги, хотя параметр  $V_{дет}$  входит в знаменатель первого слагаемого зависимости (3.14) и его увеличение должно привести к уменьшению температуры шлифования и исключению образования прижогов. Из этого можно заключить, что в формировании температуры шлифования преобладает второе слагаемое зависимости (3.14), т.к. при шлифовании алмазным кругом с меньшей шириной рабочей части ( $B=10$  мм) прижоги отсутствовали. Следо-

рассмотренным выше алмазным кругом 12А2 45° 150x10x3 той же характеристики, рис. 3.15.

Достигнутый эффект объясняется увеличением количества одновременно работающих зерен (т.к. при этом увеличивается площадь контакта



важно, за счет уменьшения ширины рабочей части круга решается важная задача снижения температуры шлифования и исключения прижогов.

Появление следов от вибраций на обработанной поверхности кольца также связано с увеличением ширины рабочей части круга и появлением составляющей тангенциальной силы резания  $P'_z$  (по сути, силы трения), которая при шлифовании алмазным кругом с меньшей шириной рабочей части ( $B = 10$  мм) отсутствовала и не приводила к возникновению вибраций.

Таким образом, применение торцового алмазного круга 12А2 45° 200x20x5 в целом привело к ухудшению качества обработки. Поэтому для практического использования рекомендуется торцовый алмазный круг 12А2 45° 150x10x3, исключая образование на обработанных поверхностях следов вибраций и прижогов.

### 3.7. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ПЛОСКОГО АЛМАЗНОГО ШЛИФОВАНИЯ ТОРЦОВЫХ ПОВЕРХНОСТЕЙ РЕЛИТОВЫХ УПЛОТНЕНИЙ

Экспериментально установлено, что применение обычных абразивных кругов на операции чернового плоского шлифования, торцовых рабочих поверхностей релитовых уплотнений со съемом относительно больших припусков (до 1,5 мм) оказалось малоэффективным. В результате интенсивного износа абразивного круга фактическая

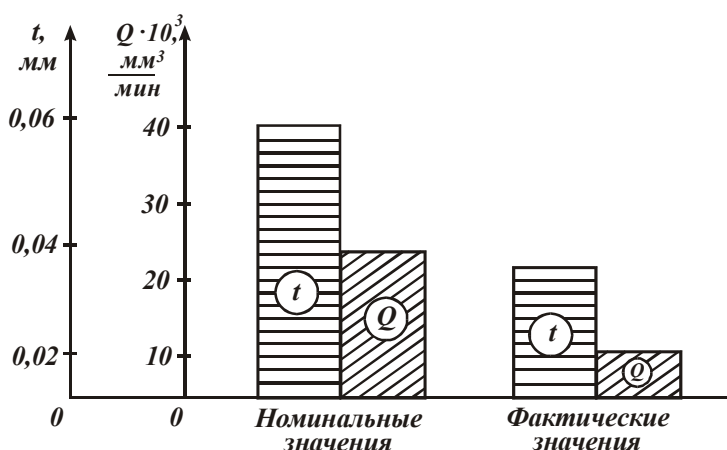


Рис.3.16. Номинальные и фактические значения глубины шлифования  $t$  и производительности обработки  $Q$ : условия обработки -  $t = 0,06$  мм,  $V_{дет} = 20$  м/мин,  $S_{нон} = 0,02$  мм/ход,  $V_{кр} = 34$  м/с.

глубина шлифования была в 3 раза меньше номинальной глубины шлифования, устанавливаемой по лимбу станка, рис 3.16. Это снижает производительность обработки. Кроме того, вследствие значительных динамических нагрузок (при пакетной обработке торцовых уплотнений имел место ударный характер взаимодействия круга с обрабатываемыми уплотнени-

ями) резко ухудшалось качество и точность обработки. Все это потребовало проведения экспериментальных исследований процесса шлифования алмазными кругами на металлических связках.

Поскольку при шлифовании на плоскошлифовальном станке использовался габаритный абразивный круг диаметром 450 мм и высотой 60 мм, для решения задачи его эффективной замены были испытаны габаритные алмазные круги на металлических связках диаметром 400 мм и высотой 40 мм (связки М1-01 и М2-01).

При установке данных кругов на станок, наблюдалось их значительное биение (до 0,3 мм). Попытки устранить такое большое биение применением механической правки не принесли положительных результатов. В связи с этим, была использована технология электроэрозионной правки. Для этого плоскошлифовальный станок был модернизирован: произведена электроизоляция шпинделя станка от алмазного круга. В качестве источников технологического тока использовались специальные выпрямитель и генератор импульсного тока. Рабочее напряжение выпрямителя –  $U = 25$  В, генератора –  $U = 36$  В (скважность - 1,2; максимальная сила тока –  $I_{max} = 100$  А). В качестве правящего электрода использовались бруски из стали 45, которые укладывались на столе станка.

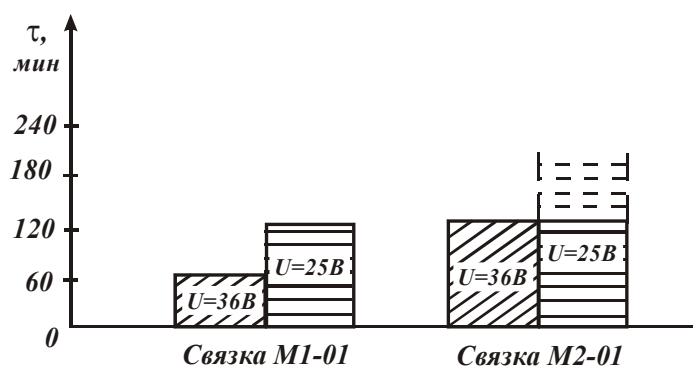


Рис.3.17. Продолжительность электроэрозионной правки алмазных кругов 1А1 400 х 25 на металлических связках М1-01 и М2-01.

алмазного круга на металлической связке М2 – 01 значительно больше М1 – 01.

Применение генератора импульсного тока, главным образом за счет увеличения в нем рабочего напряжения, позволяет уменьшить продолжительность электроэрозионной правки.

Устранение биения алмазного круга на металлической связке играет исключительно важное значение при подготовке его к работе.

На рис. 3.17 приведены экспериментальные данные продолжительности процесса электроэрозионной правки  $\tau$  и алмазных кругов на металлических связках М1 – 01 и М2 – 01 с применением выпрямителя ( $U = 25$  В) и генератора импульсного тока ( $U = 36$  В). Как видим, продолжительность процесса устранения биения ал-

Поэтому в процессе правки периодически проверялось состояние рабочей поверхности круга путем шлифования электрода из стали 45. Правка производилась до тех пор, пока при шлифовании не достигалось высокое качество обработанной поверхности (отсутствовали следы биения, обеспечивалась равномерная поверхность по всей площади обработанной поверхности).

Металлическая связка М2 – 01 тверже и прочнее связки М1- 01, поэтому качество правки этого круга было ниже, о чем судили по качеству прошлифованных поверхностей образцов из стали 45.

Необходимо отметить, что при механической правке путем шлифования на плоскошлифовальном станке относительно больших по площади поверхностей торцовых уплотнений из твердого сплава «Релит» наблюдалось все же некоторое устранение биения алмазного круга на связке М1 – 01. Алмазный круг на связке М2 – 01 правке не поддавался. В результате в технологической системе с течением времени создавался натяг, существенно возрастала нагрузка, что приводило к разрушению алмазоносного слоя круга (отслаиванию части алмазного слоя от корпуса круга).

При шлифовании алмазным кругом на металлической связке М1-01 с применением непрерывной электроэрозионной правки (с током) производительность обработки  $Q$  с течением времени шлифования почти не уменьшилась, рис.3.18. При шлифовании без использования электроэрозионной правки (без тока) наблюдалось уменьшение производительности обработки во времени, однако не столь существенно.

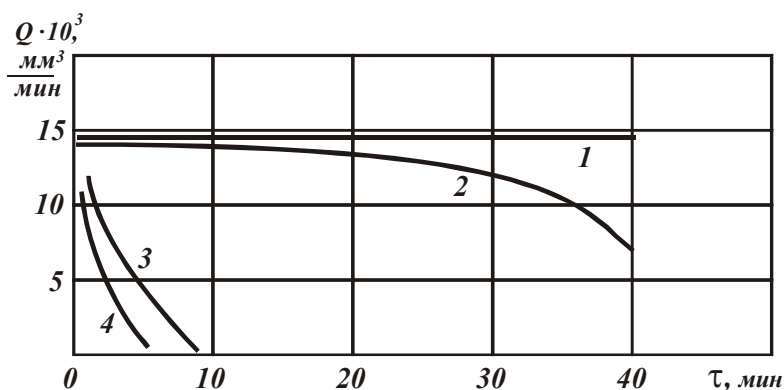


Рис.3.18. Зависимости производительности обработки  $Q$  от продолжительности шлифования  $\tau$ . условия обработки – алмазные круги 1А1 400 х25х6х203 АС6 200/160 4,  $t = 0,05$  мм,  $V_{дет} = 15$  м/мин,  $S_{non} = 0,02$  мм/ход,  $V_{кр} = 30$  м/с; 1, 2 – металлическая связка М1-01 (1- с током, 2 – без тока); 3, 4 – металлическая связка М2-01 (3 – с током, 4 – без тока).

существенно.

При шлифовании алмазным кругом на более прочной металлической связке М2-01 производительность обработки с течением времени уменьшалась как с применением непрерывной электроэрозионной правки (с током), так и без нее (без тока). При этом производительность

была ниже производительности шлифования алмазным кругом на связке М1-01, рис.3.18.

Очевидно, применение круга на прочной связке М2-01 более предпочтительно с точки зрения снижения расхода алмаза, однако, данный круг обладает низкой режущей способностью и обеспечивает меньшую производительность обработки, чем круг на связке М1-01 и абразивный круг. Поэтому предпочтение следует отдать кругу на связке М1-01, который требует меньших затрат времени на правку; более длительное время сохраняет режущую способность и может быть использован как с применением, так и без применения непрерывной электроэрозионной правки. Как показали проведенные опыты, этот круг можно эффективно использовать в режиме периодической правки.

Однако, при этом необходимо производить достаточно интенсивную электроэрозионную правку, чтобы режущие зерна выступали на значительную высоту, тогда стойкость круга между правками возрастет. В течении периода стойкости круг сохраняет достаточно высокую режущую способность.

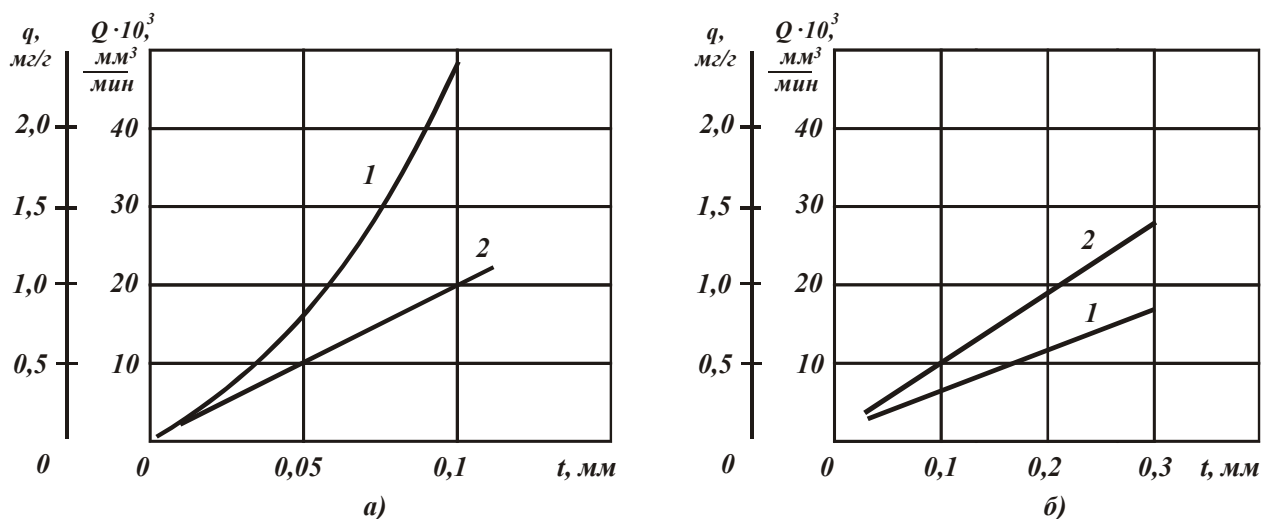


Рис.3.19. Зависимости удельного расхода алмаза  $q$  (1) и производительности обработки  $Q$  (2) от глубины шлифования  $t$  при многопроходном (а) и глубинном (б) шлифовании: условия обработки – алмазный круг 1А1 400х25х6х203 АС6 200/160 М1-01 4 ;  $V_{кр} = 30$  м/с;  $S_{non} = 0,02$  мм/ход; а -  $V_{дет} = 15$  м/мин; б -  $V_{дет} = 5$  м/мин.

На рис. 3.19 приведены экспериментально установленные зависимости производительной обработки  $Q$  и удельного расхода алмаза  $q$ , полученные при многопроходном и глубинном шлифовании. В условиях многопроходного шлифования с долевой продольной подачей, равной 0,9 высоты круга, удалось реализовать значения глубины

$t=0,1$  мм. При этом фактическое и номинальное значения глубины шлифования отличались не более 20%. При абразивном шлифовании с номинальной глубиной шлифования  $t = 0,06$  мм фактическая глубина шлифования составила 0,02 мм (в связи с износом абразивного круга). Следовательно, шлифование алмазным кругом на металлической связке М1-01 позволяет увеличить фактическую глубину шлифования. Однако, абразивный круг имеет большую высоту рабочей части – 60 мм, тогда как алмазный круг – 25 мм и 40 мм. За счет этого абразивный круг имеет выигрыш по производительности до 2-х раз, но с учетом меньших значений фактической глубины шлифования производительность абразивного шлифования будет меньше.

Еще более высокую производительность обработки можно достичь при шлифовании с увеличенными глубинами резания (0,1 - 0,3 мм) и относительно небольшой скоростью детали ( $\approx 5$  м/мин), рис. 3.19, б. В этих условиях происходит уменьшение удельного расхода алмаза  $q$ .

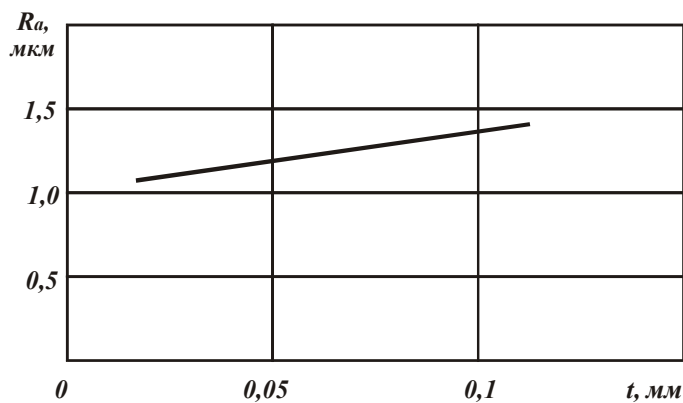


Рис.3.20. Зависимость параметра шероховатости обработки  $R_a$  от глубины шлифования  $t$  : условия обработки – алмазный круг 1A1 400x25x6x203 AC6 200/160 М1-01 4;  $V_{дет} = 15$  м/мин;  $S_{нон} = 0,02$  мм/ход;  $V_{кр} = 30$  м/с.

На рис. 3.20 приведены графики изменения параметра шероховатости обработки  $R_a$  в зависимости от глубины шлифования  $t$ . Параметр  $R_a$  мало изменяется с изменением  $t$ , хотя тенденция его увеличения с увеличением  $t$  наблюдается. Следует обратить внимание на то, что в процессе шлифования достигаются достаточно большие значения  $R_a$ . Это связано с эффектом электроэрозионной

правки, обеспечивающей значительное выступание зерен над уровнем связки. При абразивном шлифовании параметр шероховатости  $R_a$ , как установлено экспериментально, несколько меньше и составляет 0,8-1,1 мкм. Однако, после абразивного шлифования обработанная поверхность характеризуется более низкой точностью (плоскостностью) в связи с интенсивным износом абразивного круга и изменением геометрических параметров его рабочей части во времени. Размерная стойкость алмазного круга на металлической связке

гораздо выше, чем абразивного круга, что делает перспективным переход на алмазную обработку.

Проводились экспериментальные исследования алмазного плоского шлифования торцовых поверхностей колец из композиции «твердый сплав «Релит»- нержавеющая сталь». Соотношение площадей твердого сплава «Релит» и стали – 1: 3,7. В этих условиях алмазный круг на металлической связке М2-01 через несколько минут работы терял режущую способность даже при использовании непрерывной электроэрозионной правки. Алмазный круг на связке М1-01 с применением непрерывной электроэрозионной правки работал довольно стабильно, хотя наблюдалось засаливание круга стальной стружкой. Это требовало дополнительной периодической электроэрозионной правки, используя в качестве электродов образцы из менее прочной стали 45. В данном случае производительность обработки была несколько меньше, чем при шлифовании твердого сплава «Релит» (без стали), однако больше, чем при обычном абразивном шлифовании.

Таким образом, на основе проведенных исследований доказана перспективность шлифования рабочих поверхностей торцовых уплотнений из твердого сплава «Релит» с применением алмазных кругов диаметром 400 мм на металлической связке М1-01 и периодической электроэрозионной правки.



## ГЛАВА 4

### ЭФФЕКТИВНОСТЬ ПРИМЕНЕНИЯ АЛМАЗНОГО ЭЛЕКТРОЭРОЗИОННОГО ШЛИФОВАНИЯ

#### 4.1. УСЛОВИЯ ПОВЫШЕНИЯ ЭФФЕКТИВНОСТИ АЛМАЗНОГО ШЛИФОВАНИЯ ВЫСОКОПРОЧНЫХ ПЛАСТИЧНЫХ МАТЕРИАЛОВ

Традиционное абразивное и алмазное шлифование высокопрочных пластичных материалов типа износостойких наплавов и покрытий, быстрорежущих и штамповых сталей, магнитотвердых материалов и т.д. характеризуется относительно низкими показателями производительности и качества обработки вследствие быстрой потери режущей способности круга. Повысить эффективность шлифования можно применением алмазных кругов на металлических связках с введением в зону резания дополнительной электрической энергии в форме электрических разрядов. Это обеспечивает непрерывное удаление с рабочей поверхности круга продуктов обработки (устранение засаливания круга), а также удаление затупившихся зерен, в результате чего достигается высокая режущая способность круга и увеличивается производительность обработки. Эффект шлифования обусловлен главным образом увеличенным выступанием зерен над уровнем связки круга, образованием объема межзёренного пространства круга, достаточного для свободного вмещения стружек и других продуктов обработки.

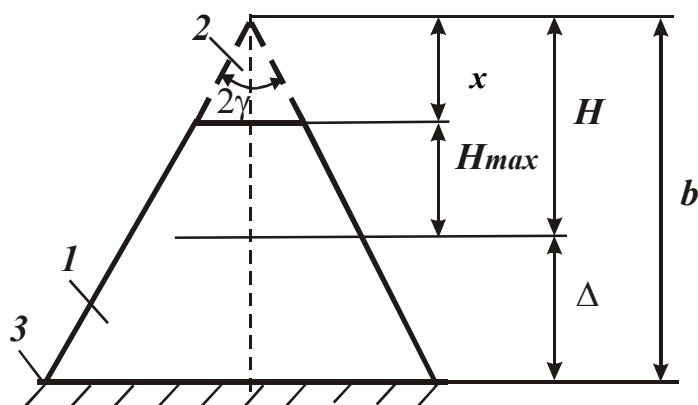


Рис. 4.1. Расчетная схема параметров шлифования: 1 – зерно; 2 – изношенная часть зерна; 3 – уровень связки круга.

На основе сказанного проведем теоретический анализ условий повышения производительности алмазного электроэрозионного шлифования, используя теоретические решения, приведенные в главе 2.

Условно максимальную высоту выступания зерен над уровнем связки круга  $b$  разделим на две ча-

сти:  $H$  и  $\Delta$ , рис. 4.1:

$$b = H + \Delta, \quad (4.1)$$

где  $H$  – условная максимальная глубина внедрения зерна в обраба-

тываемый материал, определяется зависимостью (2.74);  $\Delta$  - высота межзеренного пространства круга, занимаемая стружками и другими продуктами обработки, определяется зависимостью:  $\Delta = \xi \cdot \Delta_0$ ;  $\xi$  - коэффициент, учитывающий степень заполнения стружкой межзеренного пространства круга ( $\xi > 1$ );  $\Delta_0 = \frac{S_{мгн}}{B} = \frac{Q}{V_{кр} \cdot B} = \frac{B \cdot V_{дет} \cdot t}{V_{кр} \cdot B} = \frac{V_{дет} \cdot t}{V_{кр}}$  - толщина условного слоя "расплавленного" обрабатываемого материала, который образуется за одно вращение круга, м;

$S_{мгн}$  - мгновенная суммарная площадь среза всеми одновременно работающими зернами круга, м<sup>2</sup>;  $B$  - ширина круга, м;  $Q$  - производительность обработки, м<sup>3</sup>/с;  $V_{дет}$ ,  $V_{кр}$  - соответственно скорости детали и круга, м/с;  $t$  - глубина шлифования, м.

На рис. 4.1 приняты следующие обозначения:  $2 \cdot \gamma$  - угол при вершине режущего зерна;  $x$  - величина линейного износа зерна;  $H_{max}$  - максимальная (вероятностная) толщина среза.

После преобразований уравнение (4.1) примет вид:

$$b = \sqrt[3]{\frac{630 \cdot \pi \cdot \bar{X}^3 \cdot V_{дет} \cdot \sqrt{t \cdot \rho}}{m \cdot V_{кр} \cdot (1 - \eta^2)}} + \frac{V_{дет} \cdot t}{V_{кр}} \cdot \xi \quad (4.2)$$

или

$$b = \sqrt[3]{\frac{630 \cdot \pi \cdot \bar{X}^3 \cdot Q}{m \cdot V_{кр} \cdot B \cdot (1 - \eta^2)}} \cdot \sqrt{\frac{\rho}{t}} + \frac{Q}{V_{кр} \cdot B} \cdot \xi. \quad (4.3)$$

Исходя из условия  $b = const$ , увеличить производительность обработки  $Q$  можно увеличением скорости круга  $V_{кр}$ , ширины шлифования  $B$ , концентрации круга  $m$ , глубины шлифования  $t$  и уменьшением безразмерного коэффициента  $\xi$ . С увеличением зернистости круга  $\bar{X}$  улучшаются условия вмещаемости образующихся стружек в межзеренном пространстве круга и, естественно, должен уменьшиться безразмерный коэффициент  $\xi$ . Это создает условия увеличения  $Q$  (за счёт преобладающей роли второго слагаемого зависимости (4.3)). Из зависимости (4.3) также вытекает возможность увеличения производительности  $Q$  за счёт увеличения максимальной высоты выступания зерен над уровнем связки  $b$ .

Наибольшее влияние на  $Q$  оказывает безразмерный



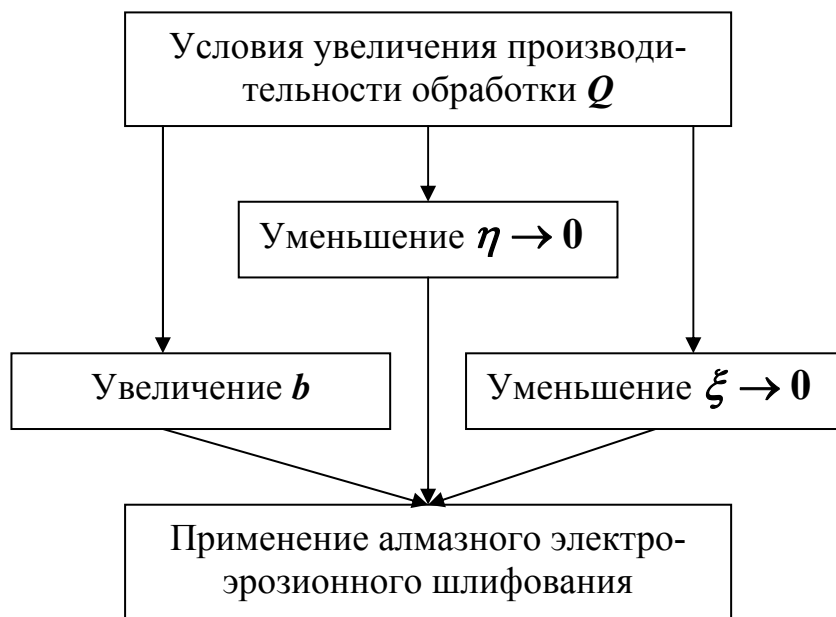


Рис. 4.2. Структурная схема условий увеличения производительности обработки  $Q$ .

коэффициент  $\eta$ , т.к. при  $\eta \rightarrow 1$  первое слагаемое зависимости (4.3) стремится к бесконечности. Из этого следует, что основным условием существенного увеличения производительности обработки необходимо рассмотреть обеспечение высокой остроты режущих зерен. При этом необходимо добиваться увеличенно-

го выступания зерен над уровнем связки (увеличения  $b$ ) и уменьшения коэффициента  $\xi$ . Эффективным техническим решением данной задачи является применение метода алмазного электроэрозионного шлифования. За счет возбуждения в зоне резания электрических разрядов происходит термическое разрушение поверхностных слоев металлической связки алмазного круга и частичное сгорание (испарение) образующихся стружек обрабатываемого металла или сплава. В результате осуществляется целенаправленное удаление затупившихся зёрен, обеспечиваются основные условия повышения производительности обработки  $Q$  (рис. 4.2): уменьшаются безразмерные коэффициенты  $\eta$  и  $\xi$ , увеличивается параметр  $b$ .

Достоверность изложенного теоретического подхода к повышению производительности обработки подтверждена экспериментальными исследованиями и промышленной практикой электроэрозионного шлифования наплавов, штамповых сталей и ряда других труднообрабатываемых материалов.

#### 4.2. ВЛИЯНИЕ СТЕПЕНИ ЗАТУПЛЕНИЯ ЗЕРЕН КРУГА НА ПОКАЗАТЕЛИ АЛМАЗНОГО ЭЛЕКТРОЭРОЗИОННОГО ШЛИФОВАНИЯ

Алмазное электроэрозионное шлифование, получившее доста-

точное признание как эффективный метод комбинированной обработки, сочетающий механическое резание и непрерывную правку алмазного круга на металлической связке за счёт введения в зону резания дополнительной энергии в форме электрических разрядов, обеспечивает высокую режущую способность алмазного круга, снижение силы и температуры резания, повышает качество и производительность обработки. Количество подводимой в зону резания электрической энергии определяет интенсивность разрушения металлической связки круга и продолжительность работы зерна в круге. Чем больше количество подводимой электрической энергии, тем меньше ресурс работы зерна, так как линейный износ его до момента выпадения из связки уменьшается. С одной стороны, это ведёт к увеличенному износу круга, с другой - к повышению режущей способности круга за счёт повышения остроты режущих кромок зёрен, увеличению производительности обработки, снижению сил и температуры резания. Как видим, имеет место противоречие, что предопределяет существование оптимального количества подводимой электрической энергии (оптимальной величины линейного износа зерна до момента его выпадения из связки), обеспечивающей наименьший удельный расход алмаза и наибольшую производительность обработки.

Связь между удельным расходом алмаза  $q$  и производительностью обработки  $Q$  можно исследовать из соотношения [300]:

$$q \cdot Q = M \cdot \frac{\sqrt{1-\eta}}{\eta^3}, \quad (4.4)$$

где

$$M = \frac{2 \cdot \rho_a \cdot \alpha \cdot V_{кр} \cdot B}{\rho_m \cdot c} \cdot \sqrt{\frac{\sigma_{сжс} \cdot HV}{\pi \cdot \operatorname{tg} \gamma}}, \quad (4.5)$$

$\rho_a$ ,  $\rho_m$  - соответственно плотности алмаза и обрабатываемого материала, кг/м<sup>3</sup>;  $\sigma_{сжс}$ ,  $HV$  - соответственно предел прочности на сжатие и твёрдость (по Виккерсу) обрабатываемого материала, Н/м<sup>2</sup>;  $\gamma$  - половина угла при вершине конусообразного режущего зерна;  $\alpha$  - коэффициент, учитывающий плотность связки в зависимости от концентрации алмазных зёрен в круге;  $c$  - коэффициент, характеризующий износостойкость круга, Н/м<sup>3</sup>.

Исходя из зависимости (4.4), безразмерный коэффициент  $\eta$  вполне однозначно определяется произведением параметров  $q \cdot Q$ . С увеличением  $q \cdot Q$  коэффициент  $\eta \rightarrow 0$ , т.е. зерна выпадают из связки

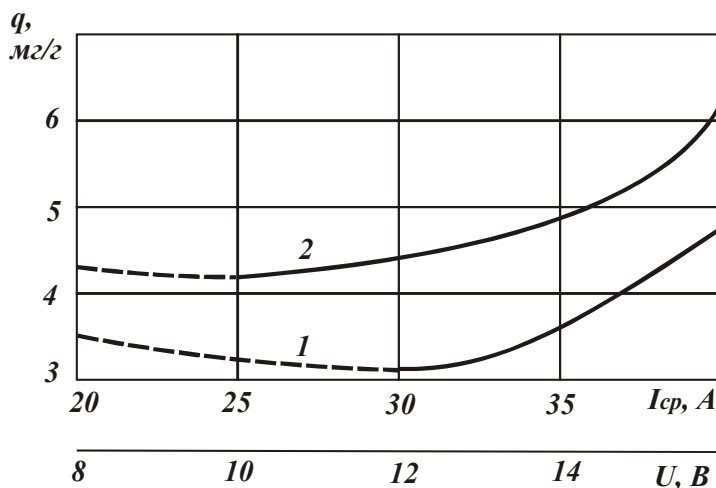
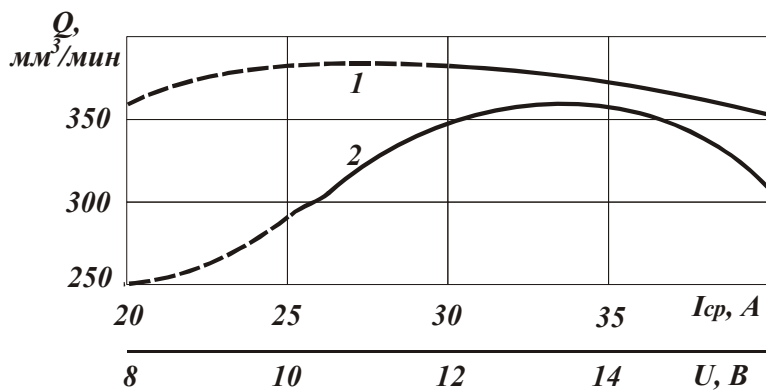


Рис. 4.3. Зависимости производительности обработки  $Q$  (а) и удельного расхода алмаза  $q$  (б) от силы тока  $I_{cp}$  и напряжения  $U$  (1 - источник тока ВГ-3В; 2 - источник тока ВАКР 630/12).

честве СОТС - 3% содовый раствор.

Установлено, что с увеличением количества подводимой электрической энергии (мощности  $N = I_{cp} \cdot U$ , где  $I_{cp}$  - среднее значение силы тока, А;  $U$  - напряжение, В) производительность обработки  $Q$  для двух рассматриваемых источников технологического тока первоначально увеличивается, затем несколько уменьшается, а удельный расход алмаза  $q$ , наоборот, первоначально уменьшается, затем увеличивается (рис. 4.3). Использование генератора униполярных импульсов ВГ-3В позволяет увеличить производительность и уменьшить удельный расход алмаза.

Из рис. 4.3 следует, что произведение параметров  $q \cdot Q$  с увеличением силы тока  $I_{cp}$  и напряжения  $U$  увеличивается. Следователь-

круга практически в исходном состоянии, во все или сколько-нибудь существенно не претерпев линейного износа.

Для оценки теоретических результатов проведена серия экспериментов по алмазному электроэрозионному внутреннему шлифованию магнитотвёрдого материала ЮНДК24Т2 кругом 1А1 25x10x3 АС6 125/100 М2-01 4 на внутришлифовальном станке модели 3К227ВР ( $V_{кр} = 20$  м/с;  $V_{дет} = 50$  м/мин;  $S_{прод} = 3$  м/мин;  $S_{non} = 0,1$  мм/мин). Использовались источник постоянного тока ВАКР 630/12 и генератор униполярных импульсов ВГ-3В (1-22кГц), в качестве

но, исходя из зависимости (4.4), уменьшается безразмерный коэффициент  $\eta$ . Это указывает на уменьшение величины линейного износа зёрен до момента выпадения их из связки круга и повышение их режущей способности (отсутствие на зёрнах площадок износа), что собственно и является причиной увеличения  $Q$  и  $q$ . Некоторое уменьшение  $Q$  при увеличенных значениях  $I_{cp}$  и  $U$  связано с существенным увеличением размерного износа алмазного круга и несоответствием номинального и фактического значений поперечной подачи  $S_{non}$ .

Таким образом, теоретическое решение (4.4) согласуется с экспериментальными данными и свидетельствует о преобладающем

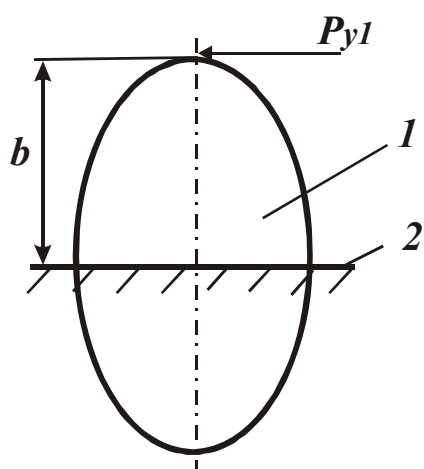


Рис. 4.4. Расчётная схема: 1 – зерно; 2 – уровень связки круга.

влиянии размерного износа зёрен (определяемом безразмерным коэффициентом  $\eta$ ) на выходные показатели процесса алмазного электроэрозионного шлифования. Для эффективного ведения процесса размерным износом зёрен (коэффициентом  $\eta$ ) необходимо управлять за счёт регулирования количества подводимой в зону резания дополнительной электрической энергии.

Очевидно, чем меньше коэффициент  $\eta$ , тем меньше сила резания, действующая на отдельное зерно круга при шлифовании по жёсткой схеме. Для обеспечения выпадения зерна из связки при действии на него меньшей силы  $P_{y1}$  высота выступания зерна над уровнем связки  $b$  должна быть больше, рис. 4.4. Это вытекает из условия:

$$M_1 = P_{y1} \cdot b = const, \quad (4.6)$$

где  $M_1$  - момент от силы  $P_{y1}$ .

Следовательно, уменьшение силы резания  $P_{y1}$  при уменьшении безразмерного коэффициента  $\eta$  предопределяет увеличение величины  $b$  и, соответственно, объёма межзёренного пространства круга для свободного размещения образующихся стружек и других продуктов обработки, что снижает вероятность засаливания круга. Например, на рис. 4.3 штрихпунктирными линиями показаны значения  $Q$  и  $q$  че-

рез 10 минут шлифования при работе круга в режиме засаливания, когда электрической энергии недостаточно для своевременного устранения с рабочей поверхности круга продуктов обработки и восстановления режущей способности круга. При использовании источника постоянного тока процесс шлифования стабилизируется лишь при напряжении, превышающем 10 В. При меньшем напряжении через определённое время процесс шлифования прекращается в связи с интенсивным засаливанием алмазного круга.

При использовании генератора униполярных импульсов стабилизация процесса шлифования во времени наступала при  $I_{кз} > 20-30\text{А}$ .

Этим показано, что уменьшение безразмерного коэффициента  $\eta$  при увеличении количества подводимой в зону резания дополнительной электрической энергии связано с увеличением высот выступания зёрен над уровнем связки и повышением вероятности стабилизации процесса во времени (за счёт снижения интенсивности трения продуктов обработки со связкой и засаливания круга). Следовательно, основным параметром процесса является острота зёрен, определяемая коэффициентом  $\eta$ , а параметры, характеризующие высоту выступания зёрен над связкой, интенсивность трения круга с обрабатываемым материалом и другие могут рассматриваться как производные коэффициента  $\eta$ . Чем меньше  $\eta$ , тем выше режущая способность круга, меньше силы и температура резания, однако больше удельный расход алмаза. Исходя из этого, ограничивающим фактором уменьшения коэффициента  $\eta$  следует рассматривать удельный расход алмаза  $q$ . Выбор оптимального значения  $\eta$  необходимо производить с учётом экономически обоснованного значения  $q$  или себестоимости обработки.

Обычно на практике об эффективности процесса шлифования судят по состоянию режущего рельефа круга. Более развитому режущему рельефу соответствует более высокая производительность обработки и т.д. Степень развитости рельефа оценивают остротой зёрен и высотой выступания их над уровнем связки. Как показано выше, между этими двумя параметрами существует чёткая связь. Чем меньше коэффициент  $\eta$  для данного круга, тем больше должна быть величина  $b$ . Поэтому увязывать показатели обработки лишь с величиной  $b$  (как это принято в теории шлифования) не совсем корректно, так как величина  $b$  обуславливает остроту зёрен (коэффициент  $\eta$ )

в процессе шлифования. Эффект шлифования обусловлен как уменьшением коэффициента  $\eta$ , так и увеличением  $b$ . В одних случаях (при шлифовании относительно хрупких материалов) условия протекания процесса определяются исключительно остротой режущих зёрен, характеризуемой коэффициентом  $\eta$ . При шлифовании пластичных материалов (когда образуются длинные сливные стружки), наряду с обеспечением высокой остроты режущих зёрен, важно обеспечить свободное размещение стружек в межзёренном пространстве круга, исключить их налипание на рабочую поверхность и засаливание круга. В данном случае параметр  $b$  выполняет вспомогательную функцию, связанную со стабилизацией показателей шлифования во времени, а основным параметром также является  $\eta$ . Для увеличения величины  $b$  необходимо увеличить прочность удержания зёрен в связке, что достигается применением алмазных кругов на высокопрочных металлических связках, работающих в режиме алмазного электроэрозионного шлифования. При шлифовании алмазными кругами на органических связках за счёт уменьшения прочности удержания зёрен параметр  $b$  уменьшается. Это приводит к интенсивному трению связки с обрабатываемым материалом, уменьшению коэффициента  $\eta$  и увеличению удельного расхода алмаза. Возможности высокопроизводительного шлифования в этих условиях ограничены.

#### 4.3. ФИЗИЧЕСКИЕ ЗАКОНОМЕРНОСТИ АЛМАЗНОГО ЭЛЕКТРОЭРОЗИОННОГО ШЛИФОВАНИЯ ВЫСОКОПРОЧНЫХ ШТАМПОВЫХ СТАЛЕЙ

Экспериментально установлено, что с течением времени обработки штамповых сталей твёрдостью *HRC* 62...64 мощность резания при обычном алмазном (плоском) шлифовании неограниченно увеличивается, а при алмазном электроэрозионном шлифовании длительное время остаётся почти постоянной, рис. 4.5. Чем больше сила тока  $I$ , тем меньше мощность резания  $N$ , т.е. выше режущая способность алмазного круга на металлической связке.

В общем виде мощность резания  $N$  описывается зависимостью  $N = P_z \cdot V_{кр}$ , где  $P_z$  - тангенциальная составляющая силы резания, Н;  $V_{кр}$  - скорость круга, м/с. С учётом  $P_z = \sigma \cdot S_{мгн} = \sigma \cdot Q / V_{кр}$  (где  $\sigma$  - условное напряжение резания, Н/м<sup>2</sup>;  $S_{мгн}$  - суммарная мгновенная

площадь среза всеми одновременно работающими зёрнами круга,  $\text{м}^2$ ;  $Q$  - фактическая производительность обработки,  $\text{м}^3/\text{с}$ ), мощность резания  $N$  выразится

$$N = \sigma \cdot Q. \quad (4.7)$$

Из работы [301] известно:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\pi \cdot \text{tg} \gamma \cdot \sigma_{\text{сж}} \cdot HV}{(1 - \eta)}}, \quad (4.8)$$

где  $\sigma_{\text{сж}}$ ,  $HV$  - соответственно предел прочности обрабатываемого материала на сжатие и твёрдость по Виккерсу,  $\text{Н}/\text{м}^2$ ;  $\gamma$  - половина угла при вершине конусообразного зерна;  $\eta$  - безразмерный коэффициент, учитывающий степень затупления зёрен круга, изменяется в пределах  $0 \dots 1$  ( $\eta \rightarrow 0$  для острого зерна,  $\eta \rightarrow 1$  для затупленного зерна круга).

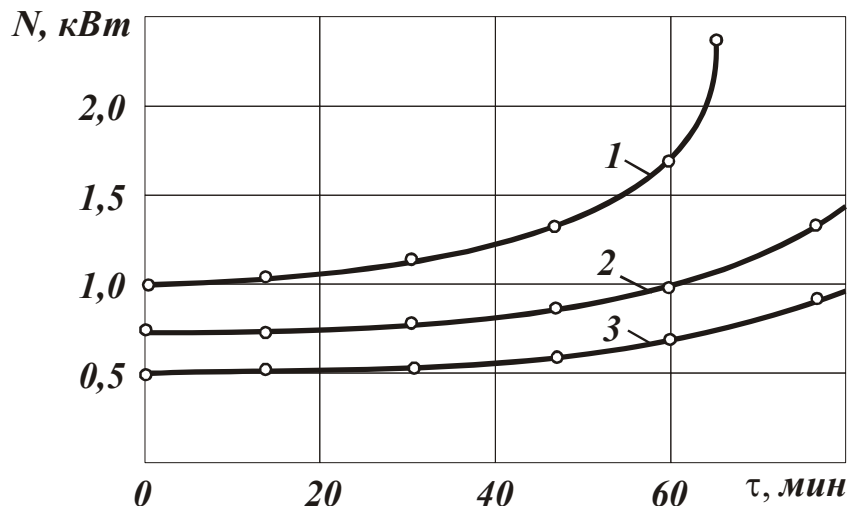


Рис. 4.5. Зависимость мощности резания  $N$  от времени обработки  $\tau$ : 1 -  $I=0$ ; 2 -  $I=5\text{А}$ ; 3 -  $I=10\text{А}$ ; обрабатываемый материал - сталь ХЗФ8; алмазный круг - 1А1 250x15x5 АС6 100/80 М2-01 4; режим шлифования -  $V_{\text{кр}} = 35 \text{ м/с}$ ,  $V_{\text{дет}} = 10 \text{ м/с}$ ,  $S_{\text{нон}} = 3,3 \text{ мм/дв. ход}$ ,  $t = 0,018 \text{ мм}$ ; номинальная производительность обработки  $Q = 300 \text{ мм}^3/\text{мин}$ .

Исходя из зависимости (4.8), условное напряжение резания  $\sigma$  тем больше, чем больше параметры  $\sigma_{\text{сж}}$ ,  $HV$  и  $\eta$ . При  $\eta \rightarrow 1$  условное напряжение резания стремится к бесконечности ( $\sigma \rightarrow \infty$ ) и процесс резания отсутствует.

Следовательно, увеличение  $N$  с течением времени обработки при  $Q = \text{const}$ , как показано на рис. 4.5, в соответствии с зависимостью (4.7) обусловлено увеличением условного напряжения резания  $\sigma$ . При этом, согласно зависимости (4.8), имеет место увеличение безразмерного коэффициента  $\eta$ . В условиях обычного алмазного шлифования ( $I=0$ ) мощность резания  $N$  через определённое время обработки практически стремится к бесконечности. Согласно зависимости (4.8), это соответствует случаю  $\eta \rightarrow 1$ , когда алмазный круг

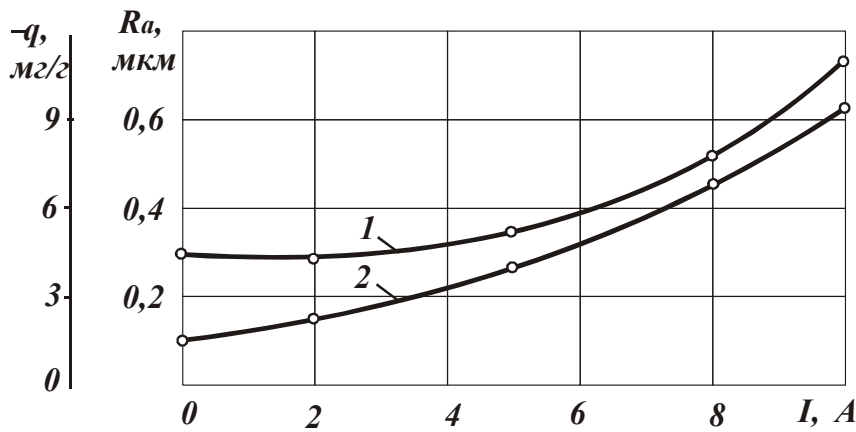


Рис. 4.6. Зависимость параметра шероховатости обработанной поверхности  $R_a$  (1) и удельного расхода алмаза  $q$  (2) от силы тока  $I$ : обрабатываемый материал - сталь Х3Ф8; алмазный круг - 1А1 250х15х5 АС6 100/80 М2-01 4; режим шлифования -  $V_{кр}=35$  м/с,  $V_{дет}=10$  м/с,  $S_{non}=3,3$  мм/дв. ход,  $t=0,018$  мм; номинальная производительность обработки  $Q=300$  мм/мин.

полностью теряет режущую способность и съём металла отсутствует. При алмазном электроэрозионном шлифовании безразмерный коэффициент  $\eta$  меньше, чем при обычном алмазном шлифовании, вследствие меньших значений мощности резания  $N$ , рис. 4.5.

Увеличение силы тока  $I$  ведёт к

уменьшению мощности резания, однако при этом увеличиваются шероховатость обработанной поверхности  $R_a$  и удельный расход алмаза  $q$ , рис. 4.6.

Проведём теоретический анализ экспериментальных данных, для чего воспользуемся аналитическими зависимостями (2.79) и (4.4) для расчёта параметров  $R_a$  (при количестве продольных ходов круга  $i=1$ ) и  $q$ .

Исходя из зависимости (2.79), параметр шероховатости  $R_a$  увеличивается с уменьшением безразмерного коэффициента  $\eta$ . Как показано выше, с увеличением силы тока  $I$  коэффициент  $\eta$  уменьшается, что и предопределяет увеличение параметра шероховатости  $R_a$  для заданной производительности обработки  $Q$ . Таким образом, в результате более интенсивного электроэрозионного воздействия на рабочую поверхность алмазного круга с увеличением силы тока  $I$  обеспечивается повышение режущей способности круга за счёт формирования и поддержания на его рабочей поверхности более развитого режущего рельефа.

Исходя из зависимости (4.4), с уменьшением безразмерного коэффициента  $\eta$  при  $Q = const$  удельный расход алмаза  $q$  однозначно увеличивается. Следовательно, увеличение  $q$  в соответствии с экспе-



риментальными данными, приведенными на рис. 4.6, обусловлено уменьшением безразмерного коэффициента  $\eta$ . Из этого можно заключить, что подвод в зону резания электрического тока, с одной стороны, способствует уменьшению мощности резания (рис. 4.5), с другой стороны, - увеличению шероховатости и удельного расхода алмаза в связи с уменьшением величины линейного износа зёрен до момента их объёмного разрушения и выпадения из связки круга (уменьшением коэффициента  $\eta$ ). В результате ресурс работы зёрен в круге уменьшается.

Исходя из зависимости (4.4), при значительном уменьшении коэффициента  $\eta$  ( $\eta \rightarrow 0$ ) удельный расход алмаза  $q$  стремится к бесконечности. Следовательно, должны существовать оптимальные значения  $\eta$  и, соответственно, оптимальные значения силы тока  $I$ .

Для анализа закономерностей процесса алмазного электроэрозионного шлифования штамповых сталей была проведена серия экспериментов по установлению влияния глубины шлифования на основные параметры обработки: производительность  $Q$ , шероховатость обработанной поверхности  $R_a$ , мощность резания  $N$  и удельный расход алмаза  $q$ , рис. 4.7.

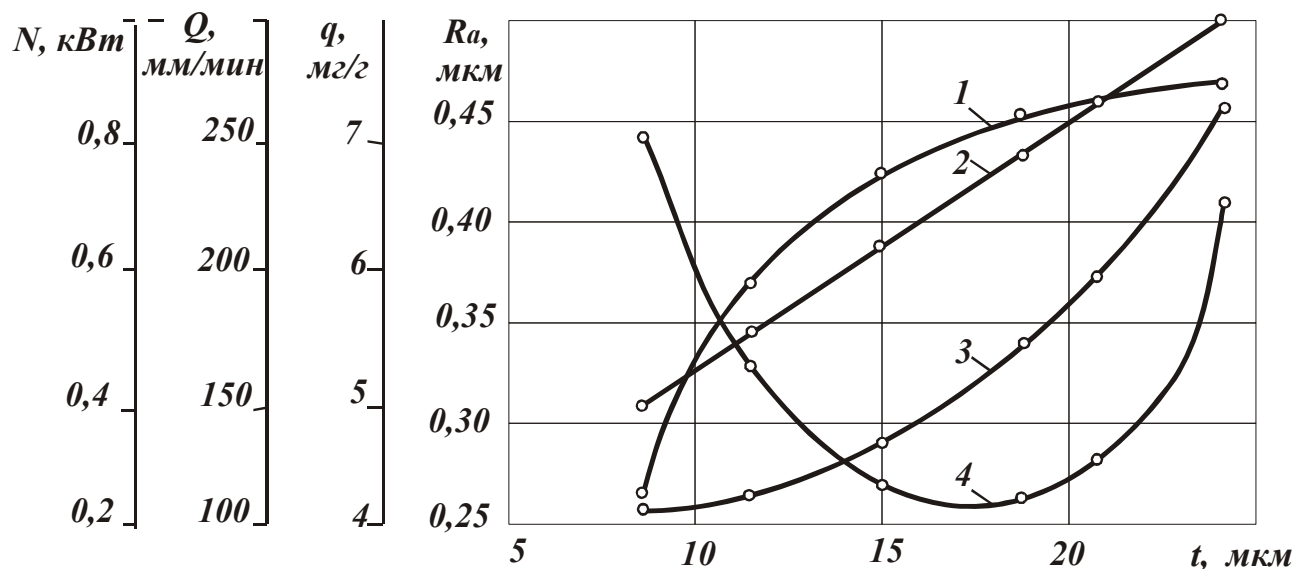


Рис. 4.7. Зависимость производительности обработки  $Q$  (1), мощности резания  $N$  (2), параметра шероховатости обработанной поверхности  $R_a$  (3) и удельного расхода алмаза  $q$  (4) от глубины шлифования  $t$ : обрабатываемый материал - сталь ХЗФ8; алмазный круг - 1А1 250х15х5 АС6 100/80 М2-01 4; режим шлифования -  $I=5A$ ,  $V_{кр}=35м/с$ ,  $V_{дет}=10м/с$ ,  $S_{non}=3,3$  мм/дв. ход.

Как видим, с увеличением глубины шлифования  $t$ , параметры  $Q$ ,  $R_a$ ,  $N$  непрерывно увеличиваются, а удельный расход алмаза  $q$  изменяется по экстремальной зависимости (первоначально уменьшается, затем увеличивается, проходя точку минимума). Наличие минимума  $q$  позволяет подойти к выбору оптимальных условий обработки. Характер изменения зависимостей  $Q$  и  $N$  от глубины шлифования  $t$  отличается, рис. 4.7. Производительность обработки  $Q$  увеличивается более интенсивно. Согласно зависимостям (4.7) и (4.8), это связано с тем, что с увеличением  $t$  условное напряжение резания  $\sigma$ , как и безразмерный коэффициент  $\eta$ , уменьшается. При этом, в соответствии с зависимостью (2.79), уменьшается параметр шероховатости обработки  $R_a$ , что хорошо согласуется с экспериментальными данными.

Наличие экстремума зависимости  $q$  от  $t$  на рис. 4.7 связано с противоположным влиянием производительности обработки и линейного износа зёрен (параметров  $Q$  и  $\eta$ ) на  $q$  в зависимости (4.4). С увеличением глубины шлифования  $t$ , в результате увеличения производительности обработки  $Q$ , удельный расход алмаза  $q$  уменьшается. При достижении  $t=0,017$  мм преобладающее влияние на удельный расход алмаза оказывает линейный износ зёрен, отражением которого является безразмерный коэффициент  $\eta$ , уменьшающийся, как показано выше, с увеличением  $t$ . Уменьшение  $\eta$  ведёт к увеличению удельного расхода алмаза  $q$ , что соответствует экспериментальным данным.

Таким образом показано, что характер изменения основных параметров шлифования обусловлен изменением коэффициента  $\eta$  в связи с изменением степени износа зёрен круга (состоянием режущего рельефа круга). Очевидно, существует оптимальное значение коэффициента  $\eta$ , поддержание которого в процессе алмазного электроэрозионного шлифования обеспечивает наибольший эффект обработки.

Из рис. 4.7 следует, что при  $t=0,017$  мм зависимость  $R_a—t$  имеет точку перегиба, при  $t>0,017$  мм шероховатость обработки  $R_a$  начинает интенсивно увеличиваться. Это указывает на то, что при  $t>0,017$  мм коэффициент  $\eta$  начинает более интенсивно уменьшаться, что собственно и приводит к интенсивному росту удельного расхода алмаза  $q$  и наличию экстремума зависимостей  $q—t$ .

Аналогичные экспериментальные зависимости получены при изменении других параметров режима плоского шлифования: скорости стола станка и поперечной подачи. Установлено наличие минимума функции удельного расхода алмаза, обусловленного существованием экстремального значения коэффициента  $\eta$ .

#### 4.4. ФИЗИЧЕСКИЕ ЗАКОНОМЕРНОСТИ АЛМАЗНОГО ЭЛЕКТРОЭРОЗИОННОГО ШЛИФОВАНИЯ СТАЛИ ШХ15

Выше показана определяющая роль величины линейного износа зерна до момента его объёмного разрушения или выпадения из связки алмазного круга без разрушения в формировании основных параметров шлифования. Для анализа закономерностей алмазного многопроходного шлифования стали ШХ15 (HRC 58-60) с этих позиций проведено сравнение экспериментальных и теоретических данных. Круглое наружное шлифование производилось алмазными кругами 1А1 200×10×3 АС15 (АС6) 125/100 4 на металлических связках М1-01 и М1-10. С увеличением скорости вращения детали  $V_{дет}$  удельный расход алмаза  $q$  и параметр шероховатости обработки  $R_a$  увеличиваются, а с увеличением скорости круга  $V_{кр}$  - уменьшаются (рис. 4.8). Чем больше глубина шлифования  $t$ , тем больше параметры  $q$  и  $R_a$ .

Шлифование алмазным кругом на связке М1-10 приводит к увеличению значений параметров  $q$  и  $R_a$  по сравнению с шлифованием кругом на связке М1-01 (табл. 4.1). Данные закономерности наблюдаются для всех исследуемых глубин шлифования.

Таблица 4.1

Удельный расход алмазов  $q$  и шероховатость обработанной поверхности  $R_a$  при шлифовании закаленной стали ШХ15

$t$ , мм/дв.ход	0,005			0,015			0,025		
Марка алмаза	АС15		АС6	АС15		АС6	АС15		АС6
Марка связки	М1-10	М1-01		М1-10	М1-01		М1-10	М1-01	
$q$ , мг/см <sup>3</sup>	5,6	4,2	5,4	12,3	8,0	14,2	23,8	13,1	32,0
$R_a$ , мкм	0,95	0,83	0,76	1,25	1,18	1,02	1,48	1,33	1,28

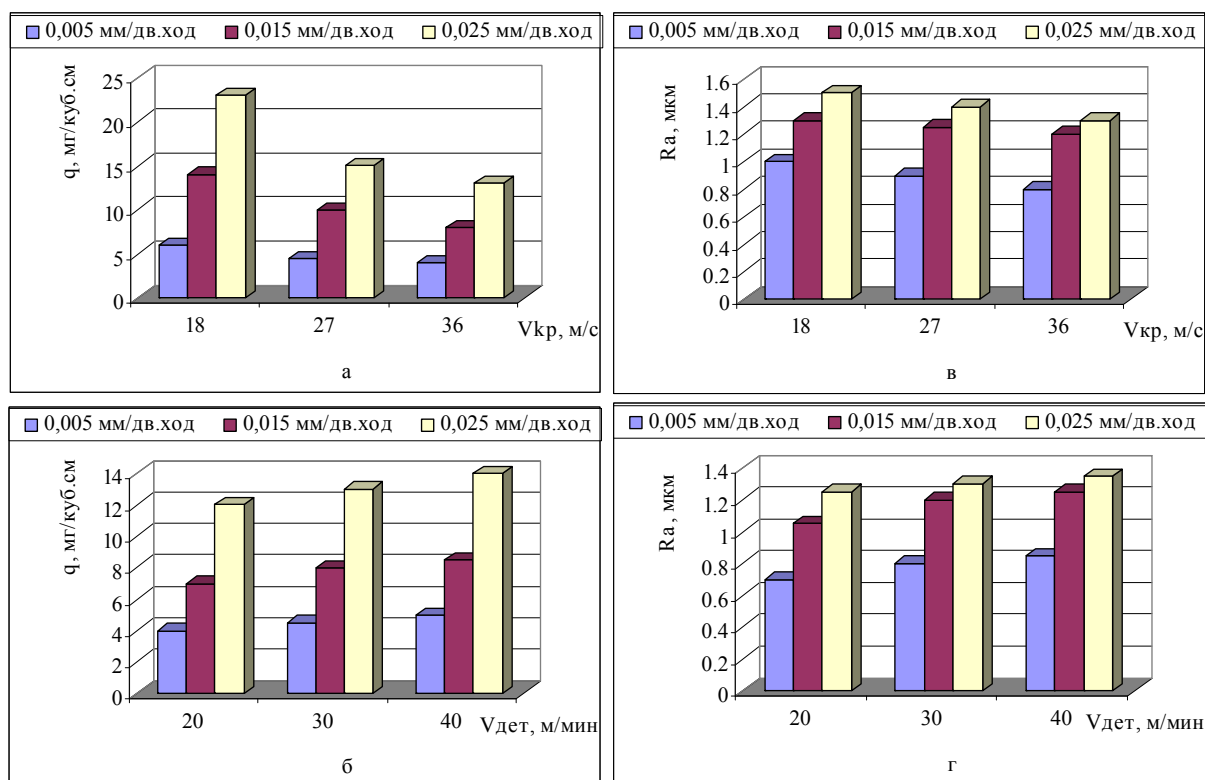


Рис. 4.8. Изменение удельного расхода алмаза  $q$  (а, б) и шероховатости обработанной поверхности  $R_a$  (в, г) в зависимости от скорости круга  $V_{кр}$  (а, в) и скорости детали  $V_{дет}$  (б, г) при различных глубинах шлифования.

Проведем анализ параметра  $R_a$  на основе зависимости (2.79). Как видим, параметр  $R_a$  увеличивается с увеличением  $V_{дет}$  и уменьшением  $V_{кр}$  и не зависит явно от глубины шлифования  $t$ . Влияние  $t$  на  $R_a$  может быть обусловлено изменением безразмерного коэффициента  $\eta$ , равного отношению величины линейного износа максимально выступающего над уровнем связки зерна  $x$  к максимальной (условной) глубине внедрения зерна в обрабатываемый материал  $H$  (т.е.  $\eta = x/H$ ), где параметр  $H$  определяется зависимостью (2.74), а безразмерный коэффициент  $\eta$  устанавливается из уравнения:

$$\left(\frac{\eta^3}{1-\eta^2}\right) = \left(\frac{x}{H_0}\right)^3, \quad (4.9)$$

параметр  $H_0$  определяется зависимостью (2.74) при  $\eta=0$ .

Численными расчетами установлено, что при  $\eta < 0,8$  отношение  $x/H_0$  принимает значения, близкие к  $\eta$ , а при  $0,8 < \eta < 1,0$  – значе-

ния, близкие к  $1/\sqrt[3]{1-\eta^2}$ . Следовательно, с достаточной для практики точностью при  $\eta < 0,8$  можно принять  $\eta = x/H_0$ , а при  $0,8 < \eta < 1,0$  —  $x/H_0 = 1/\sqrt[3]{1-\eta^2}$ . Тогда при  $\eta < 0,8$  величина  $(1-\eta)$  определится как:

$$1 - \eta = 1 - x \cdot \sqrt[3]{\frac{m \cdot V_{кр}}{630 \cdot \pi \cdot \bar{X}^3 \cdot V_{дет} \cdot \sqrt{t \cdot \rho}}}. \quad (4.10)$$

При  $0,8 < \eta < 1,0$ :

$$1 - \eta = \left(\frac{\bar{X}}{x}\right)^3 \cdot \frac{630 \cdot \pi \cdot V_{дет} \cdot \sqrt{t \cdot \rho}}{m \cdot V_{кр}}. \quad (4.11)$$

Согласно зависимостям (4.10) и (4.11) величина  $(1-\eta)$  тем больше, чем больше глубина шлифования  $t$  и меньше величина линейного износа зерна  $x$ . При  $0,8 < \eta$  влияние параметров  $t$  и  $x$  на величину  $(1-\eta)$  менее существенно, чем при  $0,8 < \eta < 1,0$ .

Таким образом показано, что влияние глубины шлифования  $t$  на параметр шероховатости обработки  $R_a$ , согласно зависимости (2.79), происходит за счёт увеличения величины  $(1-\eta)$  или уменьшения безразмерного коэффициента  $\eta$ . Применение алмазных зерен АС15 вследствие снижения прочности их удержания в металлической связке круга приводит к уменьшению величины  $x$  (соответственно  $\eta$ ) и увеличению параметра шероховатости обработки  $R_a$ . Применение более прочной металлической связки М1-01 приводит к увеличению параметров  $x$ ,  $\eta$  и уменьшению  $R_a$ .

Удельный расход алмаза  $q$  определяется зависимостью (4.4), тогда при заданных значениях  $Q$  и  $M$  удельный расход алмаза  $q$  увеличивается с уменьшением безразмерного коэффициента  $\eta$ . Согласно приведенным экспериментальным данным, с увеличением глубины шлифования  $t$  удельный расход алмаза  $q$  и производительность обработки  $Q$  увеличиваются. Исходя из зависимости (4.4), это свидетельствует об уменьшении коэффициента  $\eta$ .

С увеличением скорости детали  $V_{дет}$  удельный расход алмаза  $q$  и производительность обработки  $Q$  увеличиваются, а безразмерный коэффициент  $\eta$  уменьшается.

С увеличением скорости круга  $V_{кр}$  удельный расход алмаза  $q$

уменьшается, а производительность остается почти постоянной. Согласно зависимости (4.4), это приводит к увеличению безразмерного коэффициента  $\eta$ , что находится в соответствии с зависимостями (4.10) и (4.11).

Применение более прочной связки M1-01 приводит к уменьшению удельного расхода алмаза  $q$ , что связано с увеличением  $\eta$  и  $x$ .

Применение более прочных алмазных зерен AC15 снижает  $q$ . Согласно зависимости (4.4), это обусловлено главным образом увеличением параметра  $c$ .

Таким образом, проведенный анализ показал, что характер изменения удельного расхода алмаза  $q$  и параметра шероховатости обработки  $R_a$  вполне однозначно определяется изменением физических параметров  $\eta$  и  $x$ . Управлять процессом можно за счет изменения параметров  $\eta$  и  $x$  путем изменения характеристик круга, режимов шлифования и других условий обработки.

Уменьшить параметры  $q$  и  $R_a$  можно увеличением параметров  $\eta$  и  $x$ . Согласно зависимости (4.4), при  $\eta \rightarrow 0$  удельный расход алмаза  $q$  стремится к бесконечности. Следовательно, должны существовать оптимальные значения параметров  $\eta$  и  $x$ , обеспечивающие экономически обоснованный удельный расход алмаза и требуемые значения шероховатости. Определить их можно расчетно-экспериментальным путем на основе приведенных выше расчетных зависимостей.

#### 4.5. ФИЗИЧЕСКИЕ ЗАКОНОМЕРНОСТИ АЛМАЗНОГО ЭЛЕКТРОЭРОЗИОННОГО ШЛИФОВАНИЯ ТЕПЛОСТОЙКИХ НАПЛАВОК

Существенным фактором повышения долговечности машин, как при их изготовлении, так и ремонте, является использование методов нанесения на рабочие поверхности деталей износостойких покрытий. Однако при этом возникает проблема обработки покрытий, особенно твердостью  $HRC \geq 45 \dots 50$ , в том числе теплостойких хромовольфрамовых и хромомолибденовых наплавов. Теплостойкие наплавки применяются, как правило, для повышения износостойкости деталей, работающих в условиях повышенных нагрузок и температур. Широкое применение они получили для восстановления и повышения износо-

стойкости валков прокатных станов, в основном – горячей прокатки.

Эффективность использования теплостойких наплавов во многом зависит от решения проблемы их высокопроизводительной и качественной обработки. Перспективным решением следует рассматривать использование алмазного электроэрозионного шлифования. В результате повышается производительность обработки, уменьшаются сила и температура резания, улучшается качество обработанных поверхностей.

Для оценки технологических возможностей алмазного электроэрозионного шлифования наплавов проведены экспериментальные исследования по схеме круглого наружного шлифования наплавки типа 3Х2В8 алмазными кругами зернистостью 250/200 М и 100%-ной концентрацией на металлических связках М1-01, М1-04, М1-10, М2-01, М2-09, М2-12. Режимы шлифования:  $V_{кр} = 25$  м/с;  $V_{дет} = 40$  м/мин;  $S_{пр} = 0,8$  м/мин;  $S_{non} = 10$  мкм/дв.ход. В качестве источника технологического тока использовался генератор ИТТ-35, амплитудное напряжение импульсов  $U = 40$ В. Экспериментальные данные по производительности обработки и удельному расходу алмаза приведены в табл. 4. 2.

Таблица 4.2

Экспериментальные значения  $Q$ ,  $q$  и  $q \cdot Q$

Код связки	М1-10	М2-01	М2-09	М1-04	М2-12	М1-01
$Q$ , см <sup>3</sup> /мин	1,65	1,6	1,65	1,6	1,55	1,5
$q$ , мг/см <sup>3</sup>	19	20	21	23	28	31
$q \cdot Q$ , мг/мин	31,4	32,0	34,7	36,8	43,4	46,5

Значения производительности обработки  $Q$  для различных кругов отличаются незначительно, т.к. шлифование осуществлялось по жесткой схеме. Различия удельного расхода алмаза  $q$  - значительны. Лучшие результаты показали алмазные круги на металлических связках М1-10, М2-01, М1-04, М2-09. Алмазные круги на связках М2-12 и М1-01 интенсивно изнашиваются, о чем свидетельствуют высокие значения удельного расхода алмаза.

Для теоретического анализа полученных результатов воспользуемся аналитическими зависимостями для определения удельного рас-

хода алмаза (4.4), (4.5). Как следует из зависимости (4.4), при фиксированных значениях  $M$  и  $Q$  (рассматриваемый случай) удельный расход алмаза  $q$  увеличивается с уменьшением  $\eta \rightarrow 0$ , т.е. с уменьшением величины износа зерен круга. Согласно приведенным в табл. 4.2 экспериментальным данным, произведение  $q \cdot Q$  для связок М2-12 и М1-01 больше, чем для других используемых связок. Исходя из зависимости (4.4), безразмерный коэффициент  $\eta$  для этих связок меньше. Это указывает на то, что меньше величина линейного износа зерна до момента его выпадения из связки в силу относительно низкой прочности связки. Для связок М1-10, М2-01, М1-04, М2-09 безразмерный коэффициент  $\eta$  больше, т.е. больше степень затупления зерен и больше их ресурс работы в круге. Этим объясняется меньший износ алмазных кругов на указанных связках.

Более интенсивный износ кругов на связках М2-12 и М1-01 в большей степени позволяет использовать их в режиме самозатачивания – при отключенном источнике технологического тока, тогда как алмазные круги на других исследуемых связках, особенно М1-10 и М2-01 требуют непрерывной или периодической электроэрозионной правки. В противном случае через определенное время обработки производительность процесса уменьшается. Например, через 30 минут работы без электрического тока производительность обработки алмазным кругом на связке М2-01 уменьшилась в 2,5 раза. При этом алмазные зерна почти не выступают над уровнем связки круга.

Действие импульсных электрических разрядов на алмазный круг при электроэрозионном шлифовании заключается в основном в удалении тонких слоев круга в результате локального оплавления и испарения, в разрушении налипших частиц и продуктов засаливания. Это обеспечивает непрерывное выступание алмазных зерен над поверхностью связки, уменьшает контакт ее с обрабатываемым материалом и способствует сохранению высокой режущей способности круга.

Электроэрозионная правка является дополнительным фактором управления и стабилизации процесса шлифования, позволяет обеспечить оптимальные условия работы круга при любых режимах обработки. Установлено, что введение в зону резания электрических разрядов повышает производительность обработки для всех исследуемых связок кругов и позволяет работать на более жестких режимах.



#### 4.6. РОЛЬ КИНЕМАТИЧЕСКОГО И ФИЗИЧЕСКОГО ФАКТОРОВ В ПРОЦЕССЕ АЛМАЗНОГО ШЛИФОВАНИЯ

Из всего многообразия процессов механической обработки материалов процесс шлифования следует рассматривать наиболее сложным и менее изученным. Сложная кинематика формообразования поверхностей и съёма материала, неопределённость количества одновременно участвующих в резании зёрен в связи с вероятностным характером участия зёрен в резании, значительное влияние износа зёрен на показатели обработки – всё это затрудняет изучение процесса шлифования и выработку эффективных путей его интенсификации. Раздельно учесть кинематический и физический факторы шлифования в полном объёме в настоящее время не представляется возможным. Однако в первом приближении задача может быть решена. Решение основано на возможности достаточно точного математического описания кинематики шлифования и всех параметров обработки, обусловленных кинематическим фактором, например, шероховатости обработанной поверхности. Тогда по разности экспериментальных и расчётных значений можно судить о физическом факторе процесса шлифования.

Данный подход реализован в работах [169, 300, 301]. Параметр шероховатости обработки  $R_a$  аналитически описывается зависимостью (2.79).

Зависимость (2.79) включает условно две группы параметров. Параметры  $\bar{X}$ ,  $m$ ,  $\gamma$ ,  $V_{дет}$ ,  $V_{кр}$ ,  $\rho$  определяют кинематику шлифования, параметр  $\eta$  - физику шлифования в связи с износом зёрен. При  $\eta=0$  формирование шероховатости поверхности происходит под действием кинематического фактора (шлифование острыми зёрнами после правки круга). По мере затупления зёрен коэффициент  $\eta$  увеличивается и параметр шероховатости обработки  $R_a$  уменьшается. Причём, влияние коэффициента  $\eta$  на параметр  $R_a$  более значительно, чем других факторов влияния, входящих в зависимость (2.79). Это указывает на доминирующую роль состояния режущего рельефа круга (степени износа круга, т.е. физического фактора) в формировании шероховатости обработки.

Зависимость (2.79) справедлива для круглого шлифования с долевой продольной подачей, равной единице,  $S_d=1$ . Под параметром  $S_d$  следует понимать отношение продольной подачи (в м на оборот

детали) к высоте круга (в м). Зависимость (2.79) является частным случаем (при  $S_\delta=1$ ) более общей зависимости [169]:

$$R_a = 2 \cdot 5 \sqrt{\frac{(1-\eta)^4}{(1+\eta)^2} \cdot \frac{\pi^2 \cdot \bar{X}^6 \cdot V_{\delta em}^2 \cdot S_\delta^2 \cdot \rho}{tg^2 \gamma \cdot m^2 \cdot V_{кр}^2}}. \quad (4.12)$$

Из зависимости (4.12) следует, что для уменьшения шероховатости обработки параметр  $S_\delta$  необходимо уменьшать. На этом принципе построены все процессы окончательного (чистового) шлифования.

Параметр  $S_\delta$  определяется:

$$S_\delta = \frac{2 \cdot \pi \cdot R_{\delta em} \cdot S_{np}}{B \cdot V_{\delta em}}, \quad (4.13)$$

где  $B$  - высота круга, м;  $S_{np}$  - скорость продольной подачи, м/с.

С учётом (4.13) зависимость (4.12) принимает вид:

$$R_a = 2 \cdot 5 \sqrt{\frac{(1-\eta)^4}{(1+\eta)^2} \cdot \frac{4 \cdot \pi^4 \cdot \bar{X}^6 \cdot R_{\delta em}^2 \cdot S_{np}^2 \cdot \rho}{tg^2 \gamma \cdot m^2 \cdot V_{кр}^2 \cdot B^2}}. \quad (4.14)$$

Скорость детали  $V_{\delta em}$  не входит в данную зависимость. Вместо неё в зависимость (4.14) входит скорость продольной подачи  $S_{np}$ , с увеличением которой параметр  $R_a$  увеличивается. Кроме  $S_{np}$  в зависимость (4.14) вошёл новый параметр  $B$ , с увеличением которого шероховатость обработки уменьшается. Следовательно, применение более габаритных кругов увеличенной высоты создаёт резерв повышения чистоты обработки. Следует обратить внимание на то, что зависимость (4.14) не содержит глубины шлифования.

Для отдельного учёта кинематической и физической составляющих в формировании шероховатости обработанной поверхности согласно зависимости (4.14), используем экспериментальные данные по шероховатости обработки, полученные при круглом наружном электроэрозионном шлифовании алмазным кругом 1А1 200x10x3 АС6 400/315 М2-01 4 деталей из немагнитной стали Ф2. Как следует из рис. 4.9,а, с увеличением скорости продольной подачи  $S_{np}$  параметр шероховатости обработки  $R_a$  непрерывно увеличивается. При увеличении  $S_{np}$  от 0,1 до 0,75 м/мин, т.е. в 7,5 раз, параметр  $R_a$  увеличивается от 0,75 до 2,4 мкм, т.е. в 3,2 раза. Согласно зависимости (4.14),

при увеличении  $S_{np}$  в 7,5 раз параметр шероховатости  $R_a$  увеличивается в 2,2 раза. Наблюдаемое несоответствие экспериментального и расчётного значений  $R_a$  может быть связано с тем, что с увеличением  $S_{np}$  уменьшается безразмерный коэффициент  $\eta$ , в результате чего параметр  $R_a$  увеличивается. Из этого следует, что рост параметра  $R_a$ , с одной стороны, обусловлен кинематическим фактором (увеличением  $S_{np}$  в зависимости (4.14)), с другой стороны – физическим фактором (уменьшением коэффициента  $\eta$ ).

Расчёты по зависимости (4.14) для исходных данных  $\bar{X}=0,4$  мм;  $m=100$ ;  $B=10$  мм;  $R_{кр}=100$  мм;  $R_{дет}=20$  мм;  $V_{кр}=30$  м/с;  $\gamma=45^\circ$  показывают, что для  $S_{np}=0,1$  м/мин расчётное значение  $R_a$  равно экспериментальному значению  $R_a=0,75$  мкм при  $\eta=0,5$ , а для  $S_{np}=0,75$  м/мин - при  $\eta=0,3$ . Следовательно, с увеличением  $S_{np}$  коэффициент  $\eta$  уменьшается. Тот факт, что для данных условий обработки коэффициент  $\eta$  принимает значения меньше единицы, свидетельствует о достоверности предложенной расчётной зависимости (4.14).

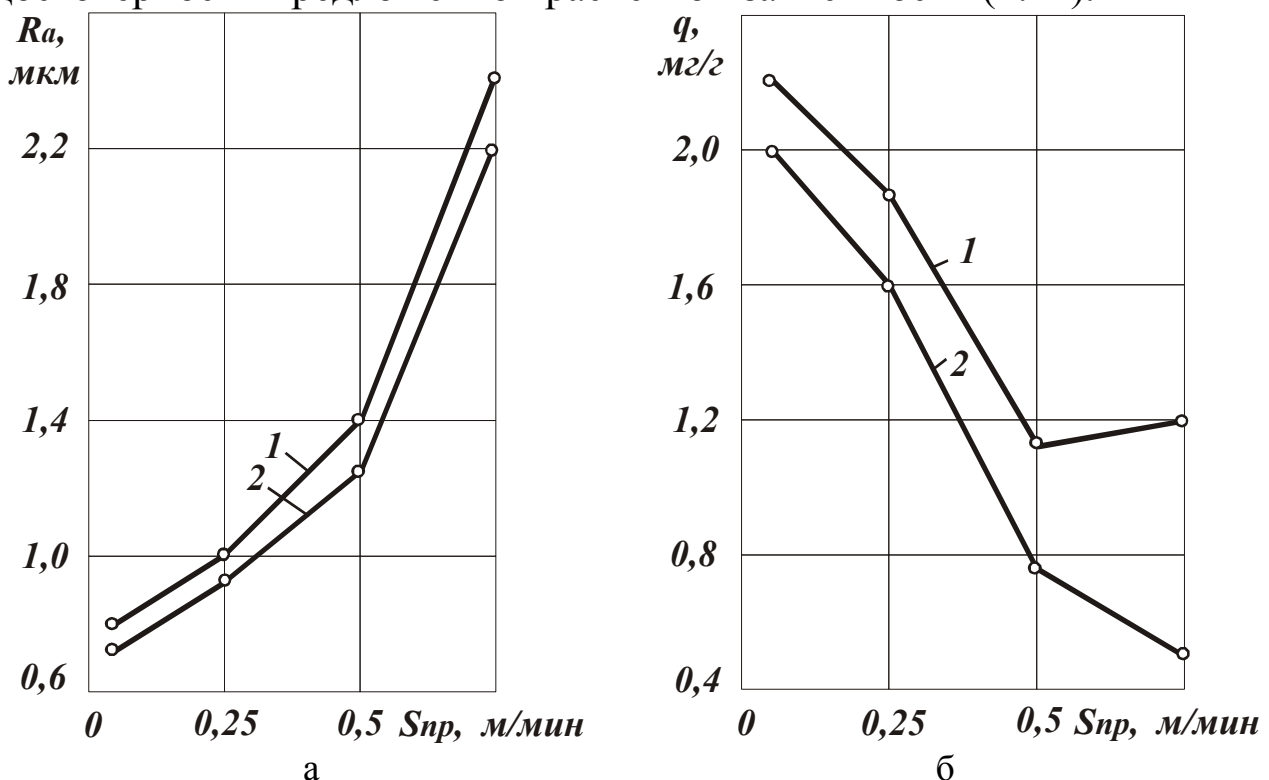


Рис. 4.9. Зависимости параметра шероховатости  $R_a$  (а) и удельного расхода алмаза  $q$  (б) от скорости продольной подачи  $S_{np}$  при электроэрозионном (1) и обычном алмазном шлифовании (2):  $V_{кр}=30$  м/с;  $V_{дет}=35$  м/мин;  $t=10$  мкм/ход.

При обычном алмазном шлифовании (кривая 2 на рисунке 4.9,а) параметр шероховатости  $R_a$  несколько меньше, чем при алмазном электроэрозионном шлифовании. Это связано с увеличением коэффициента  $\eta$ . Следовательно, подвод в зону резания электрического тока позволяет уменьшить величину износа зёрен круга (уменьшить  $\eta$ ), что приводит к повышению режущей способности алмазного круга на металлической связке М2-01 и к некоторому увеличению параметра шероховатости обработки  $R_a$ .

В табл. 4.3 приведены значения поправочного коэффициента  $k = \sqrt[5]{\frac{(1-\eta)^4}{(1+\eta)^2}}$ , входящего в зависимость (4.14).

Таблица 4.3

Расчётные значения коэффициента $k$				
$\eta$	0	0,3	0,5	0,8
$k$	1,0	0,64	0,48	0,41

Как видим, при алмазном электроэрозионном шлифовании при изменении  $S_{np}$  в 7,5 раза безразмерный коэффициент  $\eta$  изменился незначительно: от 0,5 до 0,3, т.е. приблизительно в 1,6 раза.

При увеличении  $S_{np}$  в 7,5 раза (от 0,1 до 0,75 м/мин) расход алмаза  $q$  первоначально уменьшается от 2,2 мг/г до значения 1,2 мг/г, затем в диапазоне  $S_{np}=0,5...0,75$  м/мин остаётся почти одинаковым, рис. 4.9,б. Для объяснения этого факта воспользуемся аналитической зависимостью для определения удельного расхода алмаза (4.4).

С увеличением  $S_{np}$  в 7,5 раза производительность обработки  $Q$  увеличивается примерно во столько же раз, а безразмерный коэффициент  $\eta$  (как показано выше) уменьшается от 0,5 до 0,3, т.е. в 1,67 раза. Тогда, исходя из зависимости (4.4), с увеличением  $S_{np}$  удельный расход алмаза  $q$  должен несколько уменьшаться, т.к. влияние параметра  $Q$  превалирует над влиянием параметра  $\eta$ . Следовательно, теоретические результаты согласуются с экспериментальными. Это указывает на то, что безразмерный коэффициент  $\eta$  влияет на изменение технологических показателей  $R_a$  и  $q$ , однако в диапазоне  $S_{np}=0,1...0,5$  м/мин не столь существенно, т.е. роль физического фактора в формировании технологических показателей обработки

меньше, чем кинематического. При  $S_{np} > 0,5$  м/мин роль физического фактора усиливается, т.к. наблюдается увеличение удельного расхода алмаза  $q$ . Согласно зависимости (4.4), это связано с тем, что с увеличением  $S_{np}$  изменение функции  $\sqrt{1-\eta} / \eta^3$  более значительно, чем функции  $1/Q$ . В результате удельный расход алмаза  $q$  увеличивается.

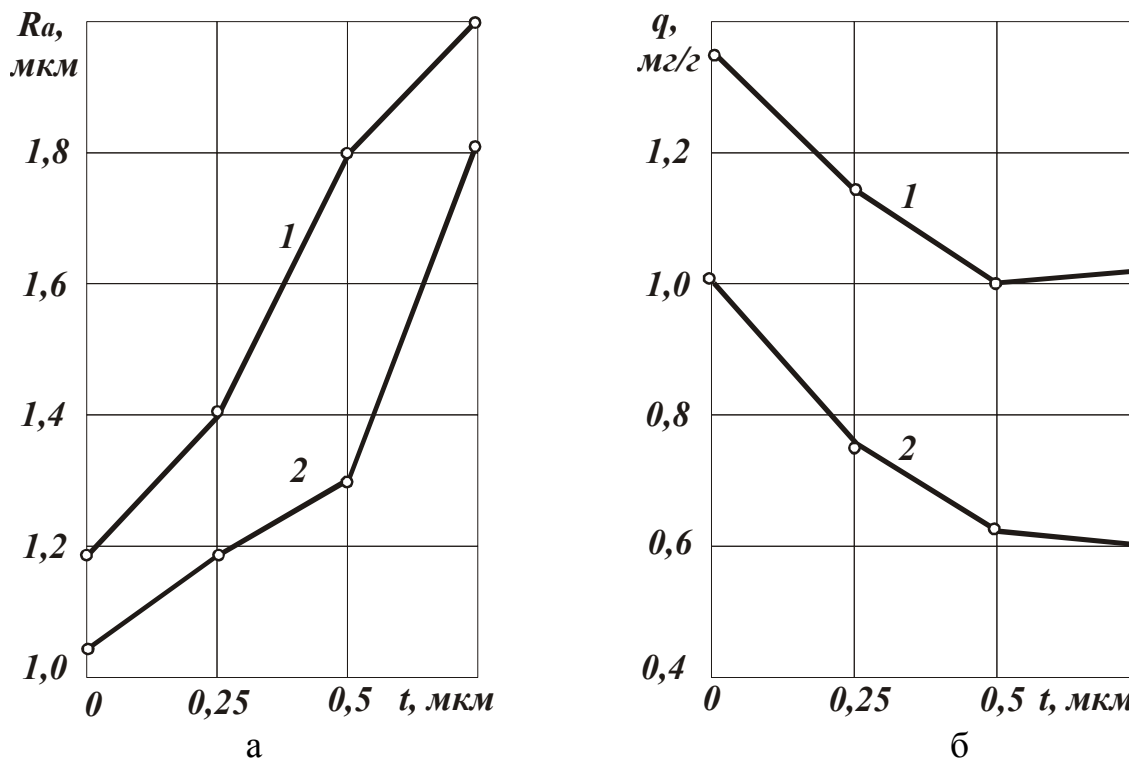


Рис. 4.10. Зависимости параметра шероховатости обработки  $R_a$  (а) и удельного расхода алмаза  $q$  (б) от глубины шлифования  $t$  при электроэрозионном (1) и обычном алмазном шлифовании (2):  $V_{кр}=30$  м/с;  $V_{дет}=35$  м/мин;  $S_{np}=0,5$  м/мин.

Аналогичным образом проведём анализ влияния глубины шлифования на параметр шероховатости обработки  $R_a$  и удельный расход алмаза  $q$ , рис. 4.10. Исходя из зависимости (4.14), увеличение параметра шероховатости  $R_a$  с увеличением глубины шлифования  $t$  может быть связано лишь с уменьшением безразмерного коэффициента  $\eta$ . Следовательно, с увеличением  $t$  коэффициент  $\eta$  уменьшается, что приводит в соответствие теорию и практику. Уменьшение  $\eta$  должно привести к увеличению удельного расхода алмаза  $q$ . Однако, исходя из рис. 4.10,б, с увеличением глубины шлифования  $t$  первоначально  $q$  уменьшается и лишь при  $t > 15$  мкм начинает увеличиваться. Это указывает на то, что при изменении  $t$  в диапазоне 5 - 15

мкм в расчетах по зависимости (4.4) преобладает влияние параметра  $Q$ , который увеличивается почти пропорционально увеличению глубины шлифования  $t$  и приводит к уменьшению удельного расхода алмаза  $q$ . Начиная с  $t = 15$  мкм, в зависимости (4.4) преобладает влияние коэффициента  $\eta$ , который уменьшается с увеличением  $t$  и приводит к увеличению удельного расхода алмаза  $q$ , т.е. при  $t < 15$  мкм преобладает кинематический фактор, а при  $t > 15$  мкм - физический фактор, связанный с износом зёрен и уменьшением безразмерного коэффициента  $\eta$ . При  $t > 15$  мкм величина линейного износа зерна до момента его разрушения и выпадения из связки круга уменьшается, что снижает ресурс работы зерна в круге и повышает удельный расход алмаза.

#### 4.7. УСЛОВИЯ ПОВЫШЕНИЯ ПРОИЗВОДИТЕЛЬНОСТИ И СНИЖЕНИЯ ЭНЕРГОЕМКОСТИ АЛМАЗНОГО ШЛИФОВАНИЯ

Для оценки возможностей повышения эффективности алмазного шлифования рассмотрим аналитические зависимости основных параметров обработки: максимальной (вероятностной) толщины среза  $H_{max}$  (в м), условного напряжения резания (энергоёмкости обработки)  $\sigma$  (в Н/м<sup>2</sup>), радиальной составляющей силы резания  $P_y$  (в Н), использование которых обосновано в работах [88, 300, 301]:

$$H_{max} = \frac{315 \cdot \pi \cdot \bar{X}^3 \cdot V_{дет} \cdot \sqrt{t \cdot \rho}}{m \cdot V_{кр} \cdot R^2}, \quad (4.15)$$

$$\sigma = 3 \cdot \frac{R}{\bar{X}} \cdot \sqrt[3]{\frac{m \cdot V_{кр} \cdot HV \cdot \tau_{сдв}}{315 \cdot \pi \cdot V_{дет} \cdot \sqrt{t \cdot \rho}}}, \quad (4.16)$$

$$P_y = 2,25 \cdot \left(\frac{R}{\bar{X}}\right)^2 \cdot \sqrt[3]{\left(\frac{m \cdot Q \cdot HV}{315 \cdot \pi}\right)^2 \cdot \frac{B \cdot \tau_{сдв}}{V_{дет} \cdot V_{кр} \cdot \rho}}, \quad (4.17)$$

где  $\bar{X}$  - зернистость круга, м;  $m$  - объёмная концентрация круга;  $V_{дет}$ ,  $V_{кр}$  - соответственно скорости детали и круга, м/с;  $t$  - глубина шлифования, м;  $R$  - радиус округления вершины режущего зерна, м;  $HV$ ,  $\tau_{сдв}$  - соответственно твёрдость по Виккерсу и предел прочности на сдвиг обрабатываемого материала, Н/м<sup>2</sup>;  $Q$  - номинальная производительность обработки, м<sup>3</sup>/с;  $B$  - ширина шлифования периферией

круга, м;  $\rho = \frac{1}{R_{кр}} + \frac{1}{R_{дет}}$ ;  $R_{кр}$ ,  $R_{дет}$  - соответственно радиусы круга и детали, м.

В расчётной схеме режущее звено представлено в форме шара диаметром  $\bar{X}$ . Для начального момента шлифования можно принять  $\bar{X} = 2R$ . По мере износа зерна -  $\bar{X} < 2R$ . Тогда, исходя из зависимостей (4.15) и (4.16), в начальный момент шлифования параметры  $\sigma$  и  $P_y$  не зависят от  $R$  и  $\bar{X}$ . В связи с износом зёрен изменение параметров  $\sigma$  и  $P_y$  обусловлено главным образом изменением  $R$  и соотношения  $R/\bar{X}$ . Для уменьшения  $\sigma$  и  $P_y$  необходимо стремиться к уменьшению соотношения  $R/\bar{X}$ , т.е. уменьшению  $R$  и увеличению  $\bar{X}$ .

Первое условие выполняется при шлифовании алмазными кругами на малопрочных неметаллических связках, обеспечивающих режим самозатачивания (выпадение из связки практически неизношенных зёрен). Этим можно объяснить то, что шлифование алмазными кругами на органических и керамических связках характеризуется меньшей силовой напряжённостью, чем шлифование алмазными кругами на прочных металлических связках, для которых значение  $R$  больше.

Из зависимости (4.17) также вытекает, что при шлифовании по упругой схеме ( $P_y = const$ ) производительность обработки  $Q$  алмазными кругами на органических и керамических связках больше. Основным фактором увеличения  $Q$  при шлифовании алмазными кругами на металлических связках является увеличение зернистости круга  $\bar{X}$ . Данное теоретическое решение согласуется с практическими результатами.

Например, установлено, что алмазные круги формы 12А2 на органической связке В2-01 обеспечивают большую производительность, чем аналогичные круги на металлической связке М1-01 при шлифовании по упругой схеме торцов колец, армированных высокопрочным материалом релит. Применение периодической электроэрозионной правки алмазных кругов на связке М1-01 позволяет обеспечить их высокую режущую способность, однако в течении первых 10...15 секунд обработки производительность уменьшается до 2-х раз, тогда как режущая способность алмазных кругов на органической связке практически не изменяется вплоть до полного износа круга. Применяя алмазные круги на металлической связке с большей

зернистостью, удалось заметно увеличить производительность обработки – почти до уровня производительности, достигнутой при шлифовании алмазным кругом на органической связке.

Исходя из зависимости (4.16), уменьшить  $\sigma$  можно также уменьшением параметров  $m$ ,  $V_{кр}$  и увеличением  $V_{дем}$ ,  $t$ , т.е. увеличением производительности обработки  $Q$ . С другой стороны, уменьшение  $V_{кр}$  ведёт к увеличению  $P_y$  в соответствии с зависимостью (4.17). Следовательно, скорость круга необходимо увеличивать, однако до определённой величины, т.к. при этом увеличивается параметр  $R$  (в связи с более интенсивным износом зерна) и, соответственно,  $P_y$ . С увеличением твёрдости  $HV$  и прочности  $\tau_{сдв}$  обрабатываемого материала однозначно увеличиваются параметры  $\sigma$  и  $P_y$ , а также параметр  $R$ , что ведёт к ещё более интенсивному увеличению  $\sigma$  и  $P_y$ . Так, установлено, что при шлифовании материалов высокой твёрдости (природных и синтетических алмазов, различных керамик) увеличение параметров  $\sigma$  и  $P_y$  происходит главным образом за счёт увеличения величины  $R$ . Поэтому основным условием снижения силовой напряжённости процесса является уменьшение величины  $R$  путём обеспечения режима самозатачивающего круга или применения методов непрерывной его правки. Варьирование другими параметрами, входящими в зависимость (4.17), менее эффективно, так как величина  $R$  входит с наибольшей степенью.

Вместе с тем, проведенные экспериментальные исследования процесса алмазного шлифования стекла по упругой схеме показали, что уменьшение концентрации круга позволяет существенно увеличить производительность обработки  $Q$ . Это согласуется с решением, вытекающим из зависимости (4.17). Применение глубинного шлифования (уменьшение  $V_{дем}$  при  $Q = const$ ) ведёт к увеличению  $P_y$  согласно зависимости (4.17). Однако, при этом необходимо учитывать возможность уменьшения величины  $R$  с уменьшением  $V_{дем}$  в результате уменьшения нагрузок, действующих на отдельные зёрна круга. В итоге – снижается интенсивность роста силы резания  $P_y$ . Уменьшить  $P_y$  при глубинном шлифовании можно увеличением  $\bar{X}$  и уменьшением  $m$ . Это согласуется с практикой глубинного шлифования, основанного на применении крупнозернистых высокопористых абразивных кругов, а также чрезвычайно высоких скоростей круга – до 300



м/с и более (из опыта западноевропейского станкостроения). Согласно зависимости (4.17), переход в область глубинного шлифования (увеличение  $t$  и уменьшение  $V_{дет}$ ) для обеспечения неизменной (заданной) силы резания  $P_y$  требует поддержания постоянным произведения  $V_{дет} \cdot V_{кр}$ , т.е. увеличения  $V_{кр}$ .

Проведенный анализ показал, что параметры режима шлифования, характеристики круга и детали влияют на  $H_{max}$ ,  $\sigma$  и  $P_y$  как непосредственно, так и косвенно - через изменение величины  $R$ . Поэтому из зависимости (4.15), например, не следует пропорциональный рост  $H_{max}$  с увеличением  $V_{дет}$ , т.к. при этом за счёт увеличения нагрузок, действующих на зёрна, происходит увеличение  $R$  и, следовательно, толщина среза  $H_{max}$  с увеличением  $V_{дет}$  может увеличиваться, уменьшаться или оставаться неизменной. Всё зависит от интенсивности изменения величины  $R$ . Наличие в зависимости такого параметра как  $R$  приводит в соответствие теорию и практику шлифования. Этим можно объяснить правомочность многообразия приведенных в научно-технической литературе аналитических зависимостей для определения  $H_{max}$ , отличающихся лишь показателем степени, с которым входят параметры шлифования в зависимости.

Получены приближённые аналитические зависимости для определения тангенциальной  $P_{z1}$  и радиальной  $P_{y1}$  составляющих силы резания, действующей в процессе шлифования на максимально выступающее из связки круга зерно:

$$P_{z1} = 4 \cdot \bar{X}^2 \cdot 3 \sqrt{HV \cdot \tau_{сдд}^2 \cdot \left( \frac{630 \cdot \pi \cdot V_{дет} \cdot \sqrt{t \cdot \rho}}{m \cdot V_{кр}} \right)^2}, \quad (4.18)$$

$$P_{y1} = 50 \cdot \bar{X} \cdot R \cdot 3 \sqrt{\frac{\pi \cdot HV^2 \cdot \tau_{сдв} \cdot V_{дет} \cdot \sqrt{t \cdot \rho}}{m \cdot V_{кр}}}. \quad (4.19)$$

Зависимость (4.19) содержит, а зависимость (4.18) не содержит величину  $R$ . Следовательно, составляющая силы резания  $P_{y1}$  с течением времени обработки увеличивается в связи с увеличением величины  $R$ . Это приводит к достижению предельной нагрузки и разрушению зерна или его выпадению из связки без разрушения, т.е. составляющая силы резания  $P_{y1}$  ответственна главным образом за износ зёрен и круга в целом.

Наибольшее влияние на  $P_{z1}$  и  $P_{y1}$  оказывает зернистость круга  $\bar{X}$ . С её увеличением составляющие силы резания на зерне увеличиваются. Исходя из зависимостей (4.16) и (4.17), с увеличением зернистости условное напряжение резания  $\sigma$  и сила резания  $P_y$  уменьшаются. Следовательно, снижение силовой напряжённости процесса шлифования сопровождается увеличением нагрузок, действующих на зёрна, что может привести к более интенсивному износу круга. Однако, с увеличением зернистости увеличивается прочность и износостойкость зёрен, что в конечном итоге обеспечивает эффект применения крупнозернистых алмазных кругов.

Сравнивая зависимость (4.17) с зависимостями (4.18) и (4.19), видим, что наряду с зернистостью круга противоположное влияние на  $P_y$  и соответственно  $P_{z1}$  и  $P_{y1}$  оказывает концентрация круга  $m$ . С точки зрения снижения силовой напряжённости процесса её эффективно уменьшать, а с точки зрения снижения силы резания, действующей на отдельное зерно круга, - увеличивать. Если учитывать влияние  $m$  на  $R$ , то очевидно, с увеличением  $m$  уменьшаются  $P_{y1}$  и величина  $R$ . Исходя из зависимости (4.17), это ведёт к уменьшению  $P_y$ . Следовательно, целесообразно концентрацию круга  $m$  увеличивать. Однако, при шлифовании алмазными кругами на относительно малопрочных (органических и керамических) связках, когда изменение величины  $R$  незначительно, эффективно концентрацию круга  $m$  уменьшать с целью уменьшения  $P_y$  в соответствии с зависимостью (4.17).

Полученные теоретические решения прошли широкую апробацию при создании и внедрении высокопроизводительных процессов алмазного шлифования различных металлических и неметаллических труднообрабатываемых материалов. В большинстве случаев они оказали решающую роль в достижении эффекта обработки, что свидетельствует об их достоверности. Достаточно отметить, например, что на операции плоского шлифования твёрдосплавных изделий алмазным кругом 1А1 300х25х5 на металлической связке М1-01 с его периодической электроэрозионной правкой переход на более высокую зернистость 160/125 – 250/200 позволил многократно повысить стойкость круга между правками и снизить его износ, т.е. кардинально решить проблему. Такого рода эффекты получены при алмазном шлифовании изделий из керамик, ферритов, стекла и т.д.

#### 4.8. УСЛОВИЯ УМЕНЬШЕНИЯ СИЛЫ РЕЗАНИЯ ПРИ АЛМАЗНОМ ШЛИФОВАНИИ

В инструментальном производстве, где особенно эффективно применение алмазных кругов для шлифования твердосплавных инструментов, обработка по-прежнему ведется с использованием традиционных абразивных кругов. Это связано с тем, что алмазные круги на металлических связках в условиях высокопроизводительного съема материала работают весьма нестабильно. Использование дополнительной электрической энергии не обеспечивает высокопроизводительной правки (обработки) круга. В результате он быстро затупляется, засаливается и теряет режущую способность. В особой мере это относится к алмазным кругам на высокопрочных металлических связках типа М2-01. Данные круги обладают чрезвычайно высокой износостойкостью, однако вследствие недостаточной режущей способности не позволяют обеспечить требуемую производительность обработки. Процесс шлифования протекает с высокой силовой и тепловой напряженностью, что отрицательно сказывается на качестве и точности обработки. С целью повышения эффективности шлифования предлагается перейти от жесткой схемы к упругой, т.е. осуществляемой с постоянным радиальным усилием. Это позволяет регулировать силовую и тепловую напряженность процесса, улучшает технологические параметры шлифования. Однако, проблема обеспечения высокой производительности обработки данным путем на практике не решается. Под этим углом зрения рассмотрим возможности повышения эффективности алмазного электроэрозионного шлифования на основе моделирования и оптимизации процесса, используя теоретические результаты, приведенные в работах [247, 301]. Проведем теоретический анализ изменения тангенциальной  $P_z$  и радиальной  $P_y$  составляющих силы резания при шлифовании, которые описываются аналитическими зависимостями:

$$P_z = \sigma \cdot S_{\text{мгн}} = \sigma \cdot \frac{Q}{V_{\text{кр}}}, \quad (4.20)$$

$$P_y = \frac{P_z}{K_{\text{ш}}}, \quad (4.21)$$

где:  $\sigma$  – условное напряжение резания при шлифовании, Н/м<sup>2</sup>;  $S_{\text{мгн}}$  – суммарная мгновенная площадь поперечного сечения среза всеми од-

новременно работающими зернами круга,  $\text{м}^2$ ;  $Q$  – производительность обработки,  $\text{м}^3/\text{с}$ ;  $V_{кр}$  – скорость круга,  $\text{м}/\text{с}$ ;  $K_{ш} = P_z / P_y$  – коэффициент шлифования.

Параметр  $\sigma$  связан с коэффициентом шлифования  $K_{ш}$  аналитической зависимостью [301]:

$$\sigma = \frac{2 \cdot \sigma_{сж}}{K_{ш}}, \quad (4.22)$$

а  $K_{ш}$  определяется

$$K_{ш} = \sqrt{\frac{4 \cdot \sigma_{сж}}{\pi \cdot \text{tg} \gamma \cdot HV}} \cdot (1 - \eta). \quad (4.23)$$

Подставляя зависимости (4.22) и (4.23) в зависимости (4.20) и (4.21), имеем

$$P_z = \sqrt{\frac{\pi \cdot \text{tg} \gamma \cdot HV \cdot \sigma_{сж}}{(1 - \eta)}} \cdot \frac{Q}{V_{кр}}, \quad (4.24)$$

$$P_y = \frac{\pi \cdot \text{tg} \gamma \cdot HV}{2 \cdot (1 - \eta)} \cdot \frac{Q}{V_{кр}}. \quad (4.25)$$

При шлифовании по жесткой схеме (когда  $Q = \text{const}$ ), составляющие силы резания  $P_z$  и  $P_y$  с увеличением коэффициента  $\eta \rightarrow 1$  неограниченно увеличиваются. Это хорошо согласуется с экспериментальными данными, согласно которым в процессе шлифования по мере затупления круга (т.е. с увеличением коэффициента  $\eta \rightarrow 1$ ) сила резания существенно возрастает, в системе появляются вибрации и ведение процесса шлифования в таких условиях становится неэффективным. Основным условием снижения силы резания при заданной производительности обработки  $Q$  является повышение «остроты» режущих зерен (уменьшение коэффициента  $\eta$ ). Большой эффект в этом плане достигается от применения алмазного электроэрозионного шлифования. Однако, как показывает практика, стабилизировать коэффициент  $\eta$  в процессе высокопроизводительного шлифования не удастся – с течением времени обработки он постоянно увеличивается, что ведет к увеличению  $P_z$  и  $P_y$ . В этих условиях важно найти такое решение, которое позволило бы нивелировать существенное влияние коэффициента  $\eta$  на силу резания (составляющие  $P_z$  и  $P_y$ ). Судя по приведенным зависимостям (4.24) и (4.25), коэффициент  $\eta$  в мень-

шей мере влияет на  $P_z$ , чем на  $P_y$ . Следовательно, в процессе шлифования более эффективно зафиксировать силу  $P_z$ , т.е. обработку вести по упругой схеме с фиксированной силой  $P_z$ . Это приведет к меньшему изменению (уменьшению) производительности обработки  $Q$  с течением времени шлифования (в связи с увеличением коэффициента  $\eta$  в условиях алмазного электроэрозионного шлифования) по сравнению с упругой схемой при  $P_y = const$ . Однако реализовать на практике упругую схему шлифования с  $P_z = const$  значительно сложнее, чем упругую схему с  $P_y = const$ . Одним из эффективных вариантов реализации данной схемы можно рассматривать схему глубинного плоского или круглого (наружного и внутреннего) шлифования. В данном случае глубина шлифования  $t$  и ширина шлифования  $B$  задаются неизменными величинами. Тогда с учетом  $Q = B \cdot V_{дет} \cdot t$  (где  $V_{дет}$  – скорость детали, м/с) зависимости (4.24) и (4.25) примут вид:

$$P_z = \sqrt{\frac{\pi \cdot \operatorname{tg} \gamma \cdot HV \cdot \sigma_{сж}}{(1-\eta)}} \cdot \frac{B \cdot V_{дет} \cdot t}{V_{кр}}, \quad (4.26)$$

$$P_y = \frac{\pi \cdot \operatorname{tg} \gamma \cdot HV}{2 \cdot (1-\eta)} \cdot \frac{B \cdot V_{дет} \cdot t}{V_{кр}}. \quad (4.27)$$

Как следует из зависимости (4.26), с увеличением коэффициента  $\eta$  при заданных значениях  $P_z$ ,  $B$ ,  $t$  в процессе шлифования будет уменьшаться скорость детали  $V_{дет}$ , что приведет к уменьшению производительности обработки  $Q$ . Однако, уменьшение  $V_{дет}$  будет не столь существенно, т.к. величины  $(1-\eta)$  и  $V_{дет}$  входят в зависимость (4.26) с разными степенями. Здесь важно добиться того, чтобы увеличение коэффициента  $\eta$  не выходило за определенный предел, после превышения которого величина  $(1-\eta)$  становится относительно небольшой и приводит к резкому уменьшению  $V_{дет}$  и соответственно  $Q$ . Таким образом, повысить эффективность алмазного электроэрозионного шлифования при использовании упругой схемы  $P_z = const$  можно, ограничивая верхний предел изменения коэффициента  $\eta$ . Это достигается, например, периодическим прерыванием процесса шлифования на время электроэрозионной правки для восстановления режущей способности алмазного круга на металлической связке.

При использовании упругой схемы с  $P_y = const$  очевидно, что

переменной величиной в процессе шлифования будет не  $V_{dem}$ , а глубина шлифования  $t$ . Скорость детали  $V_{dem} = const$ . В этом случае под действием изменяющегося (увеличивающегося) в процессе шлифования коэффициента  $\eta$  (при заданных значениях  $P_y$ ,  $B$ ,  $V_{dem}$ ) будет непрерывно уменьшаться глубина шлифования  $t$ . Причем, значительно интенсивнее, чем  $V_{dem}$  при шлифовании по упругой схеме с  $P_z = const$ , т.к. величины  $(1-\eta)$  и  $t$  входят в зависимость (4.27) с одинаковой степенью.

Приведенный теоретический анализ показывает наиболее эффективные области применения алмазного электроэрозионного шлифования, когда с течением времени обработки не удастся стабилизировать режущую способность инструмента, например, алмазного круга на высокопрочной металлической связке М2-01.

При шлифовании алмазным кругом на менее твердой металлической связке М1-01 процесс может протекать довольно стабильно в режиме самозатачивания. В этом случае можно говорить о стабилизации коэффициента  $\eta$  во времени обработки и предпочтительности применения жесткой схемы шлифования ( $Q = const$ ). Составляющие силы резания  $P_z$  и  $P_y$ , судя по зависимостям (4.26) и (4.27), будут постоянными в процессе шлифования. Поэтому нет необходимости в применении упругой схемы шлифования с  $P_y = const$ , т.к. конструктивно более просто реализовать на станке жесткую схему шлифования.

Сравнивая составляющие  $P_z$  и  $P_y$  в соответствии с зависимостями (4.24) и (4.25), видим, что  $P_z$  определяется произведением параметров  $HV \cdot \sigma_{сж}$ , а  $P_y$  – лишь твердостью  $HV$ . Очевидно, с увеличением твердости обрабатываемого материала  $HV$  составляющая силы резания  $P_y$  будет пропорционально увеличиваться, а  $P_z$  – увеличиваться с меньшей интенсивностью, т.к. увеличение параметра  $\sigma_{сж}$  менее интенсивно, чем  $HV$ . Следовательно, с увеличением твердости обрабатываемого материала  $HV$  важно уменьшить составляющую  $P_y$ . Эффективным решением следует рассматривать увеличение  $V_{кр}$ , т.е. чем тверже обрабатываемый материал, тем больше должна быть скорость круга.

Сделанные теоретические выводы подтверждаются практикой

шлифования. Так, по данным Иванова Н.П., применение круглого наружного шлифования по упругой схеме с  $P_z = const$  позволяет повысить производительность обработки. При этом алмазный круг на металлической связке более длительное время сохраняет относительно высокую режущую способность в условиях электроэрозионного шлифования. Кроме того, данная схема позволяет устранить вибрации, которые практически не устраняются при шлифовании по упругой схеме с  $P_y = const$ , особенно при невысокой режущей способности круга.

Естественно, предлагаемые решения являются «полумерами», т.к. направлены лишь на снижение отрицательной роли снижения остроты круга (коэффициента  $\eta$ ) в формировании параметров  $P_z$  и  $P_y$  при шлифовании по жёсткой схеме или формировании производительности обработки  $Q$  при шлифовании по упругой схеме. Несомненно, главная задача состоит в устойчивой стабилизации остроты круга (коэффициента  $\eta$ ) в процессе высокопроизводительного шлифования. Однако, это требует высокой концентрации подводимой в зону резания электрической энергии в единицу времени, что связано с рядом пока трудноразрешимых технико-экономических задач.

#### **4.9. РОЛЬ ОБЪЕМА МЕЖЗЕРЕННОГО ПРОСТРАНСТВА АЛМАЗНОГО КРУГА В ПОВЫШЕНИИ ЭФФЕКТИВНОСТИ ШЛИФОВАНИЯ**

Несмотря на интенсивное развитие комбинированных процессов алмазного шлифования, основной объем алмазного шлифования выполняется в условиях, характеризующихся работой круга в режиме самозатачивания. Такое шлифование обладает рядом преимуществ и благодаря появлению новых алмазных кругов на металлических связках, работающих в режиме самозатачивания, успешно конкурирует с процессами, основанными на введении в зону резания дополнительных видов энергии.

При работе круга в режиме самозатачивания его рабочая поверхность не требует правок и формируется непосредственно в процессе взаимодействия с обрабатываемым материалом, что позволяет длительное время поддерживать высокую режущую способность круга. Процесс самоформления режущего рельефа круга – сложное явление, единое мнение о котором до настоящего времени отсутствует.

Поэтому ниже приведены результаты исследования механизма само-оформления режущего рельефа круга и его износа с позиций энергетического равновесия элементов системы круг–деталь.

Согласно принципу энергетического равновесия режим самозатачивания круга возможен при равенстве энергии резания и энергии, потребляемой на восстановление режущих свойств круга. Для постоянного обновления режущего рельефа необходимо, чтобы энергии резания было достаточно для разрушения изношенных зерен и их выпадения из связки. Сила резания на максимально выступающем зерне должна равняться силе разрушения зерна или превышать ее, в противном случае круг будет работать в режиме притупления и его необходимо править.

Для установления условий стабилизации режущего рельефа круга, при которых в системе круг–деталь наступает энергетическое равновесие, воспользуемся аналитическими решениями, полученными в работе [ 167 ], применительно к врезному шлифованию прямолинейного образца, движущегося по нормали к рабочей поверхности круга с постоянной скоростью  $V'_{изд}$ . В расчетной схеме величина площадки износа на зерне зависит от толщины слоя металла, срезаемого этим зерном. Исходный закон равновысотного выступания вершин зерен над уровнем связки круга, принятый равномерным, в процессе шлифования трансформируется в нормальный согласно распределению площадок износа. Выражение для максимальной глубины внедрения металла в рабочую поверхность круга  $H$ , отсчитываемой от вершины исходного максимально выступающего зерна (рис. 4.1) и обуславливающей образование на поверхности обрабатываемого образца полного профиля (т.е. полный съем металла), имеет вид:

$$H = \frac{9b \cdot V'_{дет} \cdot \sigma}{k \cdot V_{кр} \cdot P}, \quad (4.28)$$

где  $b$  - максимальная высота выступания неизношенных зёрен, м;  $k$  - поверхностная концентрация зерен, шт/м<sup>2</sup>;  $V_{кр}$ ,  $V'_{дет}$  - соответственно скорости круга и детали, м/с;  $P$  - сила резания, действующая на максимально выступающее зерно, Н;  $\sigma$  - условное напряжение резания, Н/м<sup>2</sup>.

Анализ зависимости (4.28) показывает, что при одном и том же значении производительности шлифования, определяемой параметром  $V'_{дет}$ , сила резания, действующая на единичное зерно, может принимать различные значения в зависимости от степени сглажива-



ния рельефа круга. Так, в первоначальный момент шлифования, когда круг имеет развитый рельеф, параметр  $H$  невелик, а сила резания на максимально выступающем зерне принимает наибольшее значение, что и предопределяет повышенный износ круга. С течением времени из-за увеличения линейного износа зерен и образования более сглаженного рельефа круга максимальная толщина среза  $H_{max}$  уменьшается [167] и снижает силы резания на единичных зернах, что, в свою очередь, уменьшает износ круга. Такая закономерность образования режущего рельефа будет справедлива до тех пор, пока действующая на максимально выступающее зерно сила резания не достигнет силы разрушения зерна и объемно его не разрушит, после чего включается в работу новое зерно, расположенное на более низком уровне. При установившемся равновесии в системе круг-деталь режущий рельеф круга примет устойчивое стабильное состояние и износ круга во времени будет оставаться практически неизменным. Удельный расход алмазов, как показано в работе [167], с увеличением  $V'_{дет}$  уменьшится, а условное напряжение резания возрастет.

Описанный механизм износа круга и самозатачивание его режущего рельефа будет иметь место при изменении  $V'_{дет}$  до определенного значения, после чего в связи с уменьшением прочности удержания зерен в связке сила, разрушающая зерно, превысит силу, удерживающую его в связке. Преобладающим видом износа в этих условиях станет выпадение неразрушенных зерен из связки, хотя одновременно часть зерен будет все же объемно разрушаться. Условием энергетического равновесия при таком механизме износа круга будет равенство силы резания на максимально выступающем зерне и силы, удерживающей это зерно в связке.

Для установления закономерностей изменения параметра  $H$  рассмотрим схему круглого продольного шлифования и предположим, что сила удержания зерна в связке изменяется следующим образом:

$$P = P_0 - \alpha[(H + \Delta) - b], \quad (4.29)$$

где  $P_0$  - сила, разрушающая зерно, Н;  $\Delta = \frac{V'_{дет} \cdot t}{V_{кр}}$  - толщина слоя

стружки, заполняющей межзёренное пространство круга, м;  $t$  - глубина шлифования, м;  $\alpha$  - размерный коэффициент.

Радиальная скорость внедрения металла в рабочую поверхность круга  $V'_{дет}$  определяется:

$$V'_{дет} = V_{дет} \cdot \sqrt{2 \cdot t} \cdot \sqrt{\frac{1}{R_{кр}} + \frac{1}{R_{дет}}}, \quad (4.30)$$

где  $V_{дет}$  - скорость вращения цилиндрической детали, м/с;  $R_{кр}$ ,  $R_{дет}$  - соответственно радиусы круга и детали, м.

После подстановки зависимостей (4.29) и (4.30) в (4.28) и решения полученного в результате преобразований квадратного уравнения относительно неизвестной величины  $H$ , имеем

$$H = \frac{1}{2\alpha} \cdot (P_0 - \alpha\Delta + \alpha b) \pm \sqrt{\frac{1}{4\alpha^2} (P_0 - \alpha\Delta + \alpha b)^2 - \frac{9b\sqrt{2t} \cdot \sigma \cdot \sqrt{\frac{1}{R_{кр}} + \frac{1}{R_{дет}}}}{\alpha \cdot k \cdot V_{кр}}}}. \quad (4.31)$$

При выборе знака в зависимости (4.31) необходимо исходить из того, что с увеличением  $V_{дет}$  или  $t$  второе слагаемое в подкоренном выражении должно уменьшать параметр  $H$ , а первое – увеличивать  $H$ , что выполняется при знаке «-». Для упрощения зависимости (4.31) умножим и разделим ее на величину, сопряженную  $H$ :

$$H = \frac{9b \cdot \sqrt{2t} \cdot \sigma \cdot \sqrt{\frac{1}{R_{кр}} + \frac{1}{R_{дет}}}}{\alpha \cdot k \cdot V_{кр} \left[ \frac{1}{2\alpha} (P_0 - \alpha\Delta + \alpha b) + \sqrt{\frac{1}{4\alpha^2} (P_0 - \alpha\Delta + \alpha b)^2 - \frac{9b\sqrt{2t} \cdot \sigma \cdot \sqrt{\frac{1}{R_{кр}} + \frac{1}{R_{дет}}}}{\alpha \cdot k \cdot V_{кр}}} \right]}. \quad (4.32)$$

Так как с изменением параметров режима шлифования  $V_{дет}$  и  $t$  второе слагаемое подкоренного выражения, определяющее высоту выступания зерен над связкой, по сравнению с первым слагаемым изменяется менее интенсивно, то им можно пренебречь. Тогда зависимость (4.32) упростится:

$$H = \frac{9b \cdot \sqrt{2t} \cdot \sigma \cdot \sqrt{\frac{1}{R_{кр}} + \frac{1}{R_{дет}}}}{k \cdot V_{кр} (P_0 - \alpha\Delta + \alpha b)}. \quad (4.33)$$

Анализ зависимости (4.33) показывает уменьшение  $H$  с увеличением  $t$ , что приводит к уменьшению линейного износа зерен до момента их выпадения из связки и согласно (4.29) - к увеличению сил

резания, действующих на зерна. Полученный результат обусловлен тем, что с увеличением производительности шлифования уменьшение глубины заделки зерна в связке происходит менее интенсивно по сравнению с увеличением объема межзёрненного пространства, необходимого для свободного размещения слоя стружки  $\Delta$ . Режущие зёрна работают в режиме перегрузок, поскольку сила резания, действующая на максимально выступающее зерно, всегда больше разрушающей силы, что определяет повышенный удельный расход алмаза.

Необходимо отметить, что полученный результат является заниженным, т.к. в расчетах объем стружки заменяется объемом жидкости. В реальном процессе шлифования с ростом производительности параметр  $H$  должен уменьшаться более интенсивно и вызывать более интенсивный рост износа круга. Этому способствует также тот факт, что сила удержания зерна в связке менее чувствительна к изменению параметра  $H$ , чем это принято в зависимости (4.29). Таким образом, независимо от изменения параметров режима шлифования сила удержания максимально выступающего зерна в связке приблизительно равна разрушающей силе, а глубина заделки зерна остается приблизительно постоянной. Высота выступания зерен над связкой с увеличением  $V_{dem}$ ,  $t$  увеличивается. Максимальная толщина среза, определяемая зависимостью

$$H_{max} = \frac{P}{\sigma \cdot H} \cdot \frac{1}{\left[1 + \sqrt{1 - \frac{P}{\sigma \cdot H^2}}\right]}, \quad (4.34)$$

и шероховатость обработанной поверхности также увеличиваются.

Анализируя зависимость параметра  $H$  от  $V_{dem}$  и  $t$ , можно видеть, что  $V_{dem}$  оказывает меньшее влияние на  $H$ . Поэтому следует ожидать менее интенсивного увеличения износа круга с увеличением  $V_{dem}$ . На рис. 4.11 приведены экспериментальные зависимости  $q$  от  $V_{dem}$  и  $t$  для многопроходного шлифования стали ШХ15 ( $HRC$  58-60) кругом 1А1 200x10x3 АС15 125/100 МІ-01 4, подтверждающие теоретические результаты.

С увеличением глубины шлифования удельный расход алмаза  $q$  увеличивается. Полученные данные хорошо согласуются с данными работы [230], в которой по анализу шлама, собранного после шлифования, показано, что с увеличением производительности обработки увеличивается число неразрушенных зерен, т.е. под действием

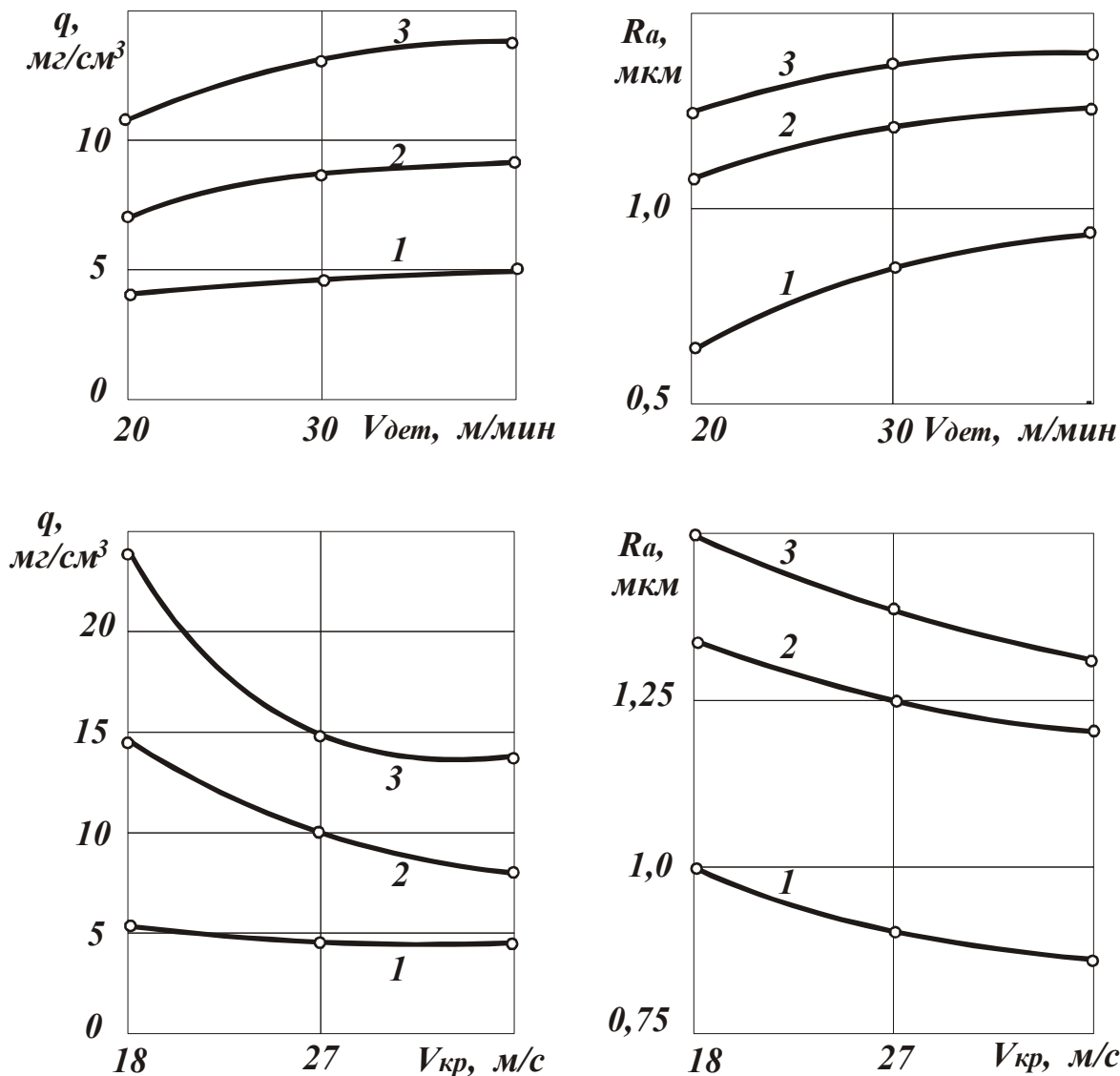


Рис. 4.11. Удельный расход алмазов и шероховатость обработанной поверхности закаленной стали ШХ15 при различной глубине шлифования: 1 – 0,005 мм/дв.ход; 2 – 0,015 мм/дв.ход; 3 – 0,025 мм/дв.ход.

увеличенных сил резания зерна выпадают из связки в основном без разрушения и образования значительных микросколов. Экспериментальные исследования шероховатости обработанной поверхности также подтверждают теоретические результаты. Параметр  $R_a$  увеличивается с увеличением параметров  $V_{дет}$  и  $t$ . С увеличением  $V_{кр}$  параметр  $H$  увеличивается в соответствии с зависимостью (4.33), что связано с уменьшением толщины слоя стружки  $\Delta$ . Увеличение параметра  $H$  приводит к уменьшению силы резания, действующей на максимально выступающее зерно, и уменьшению износа круга. Шероховатость обработанной поверхности с увеличением  $V_{кр}$  уменьшается, поскольку уменьшается максимальная толщина среза  $H_{max}$ .

Аналогичным образом влияет концентрация зерен в круге.

Установим характер изменения параметра  $H$ , износа круга и шероховатости обработанной поверхности в зависимости от прочности алмазных зерен и связки. Как следует из зависимости (4.33), с увеличением прочности зерна  $P_0$  параметр  $H$  уменьшается и увеличивает силу резания, действующую на единичное зерно. Однако интенсивность увеличения силы резания меньше интенсивности увеличения собственно прочности зерна, т.к. в выражении (4.33) сила  $P_0$  не вызывает пропорционального изменения  $H$ . Поэтому износ круга с увеличением  $P_0$  уменьшится, а критическая глубина заделки зерна в связке, максимальная толщина среза  $H_{max}$  и шероховатость обработанной поверхности увеличатся. В табл. 4.4 приведены экспериментальные данные для алмазных кругов из зерен AC6 и AC15, которые показывают, что для более прочных зерен AC15 удельный расход алмазов меньше, а параметр шероховатости  $R_a$  больше.

Механизм влияния свойств связки на износ круга следующий. С увеличением прочности связки уменьшается критическая глубина заделки зерна в связке. Следовательно, зерно может получить больший линейный износ до выпадения из связки, т.е. параметр  $H$  увеличивается. Сила резания, действующая на максимально выступающее зерно, при этом уменьшается и приводит к снижению износа круга. На рабочей поверхности круга образуется более сглаженный рельеф, шлифование которым уменьшает шероховатость обработанной поверхности.

Таблица 4.4

Зависимость удельного расхода алмазов и шероховатости обработанной поверхности при шлифовании закаленной стали ШХ15 от марки алмазов и связки круга (зернистость 125/100, концентрация 100%)

$t$ , мм/дв.ход	Марка алмазов	Связка	$q$ , мг/см <sup>3</sup>	$R_a$ , мкм
0,005	AC15	M1-10	5,6	0,95
	AC15	M1-01	4,2	0,83
	AC6	M1-01	5,4	0,76
0,015	AC15	M1-10	12,3	1,25
	AC15	M1-01	8,0	1,18
	AC6	M1-01	14,2	1,02
0,025	AC15	M1-10	23,8	1,48
	AC15	M1-01	13,1	1,33
	AC6	M1-01	32,0	1,28

Таким образом, применение энергетического подхода к анализу процесса шлифования позволяет раскрыть механику формирования рельефа алмазного круга, работающего в режиме самозатачивания.

#### 4.10. УСЛОВИЯ СТАБИЛИЗАЦИИ РЕЖУЩЕГО РЕЛЬЕФА АЛМАЗНОГО КРУГА

Как показано в предыдущем параграфе, с изменением глубины шлифования режущий рельеф алмазного круга принимает такое состояние, при котором сила резания, действующая на максимально выступающее зерно, стремится периодически принять значение, одновременно равное разрушающей зерно силе и силе удержания зерна в связке, а удельный расход алмаза принимает экстремальное (минимальное) значение.

В результате решения задачи о стабилизации режущего рельефа круга при алмазном электроэрозионном шлифовании получена система уравнений:

$$\begin{cases} (P + a) \cdot \xi \cdot \frac{V_{дет}}{V_{кр}} \cdot t = a \cdot \bar{X}; \\ c \cdot \left( \frac{600\pi \cdot \bar{X}^3 \cdot A \cdot V_{дет} \cdot \sqrt{2t \cdot \rho}}{m \cdot V_{кр} \cdot P^2} \right)^{\frac{1}{3}\mu} = I_0, \end{cases} \quad (4.35)$$

где  $P$  - предельная сила, действующая на максимально выступающее зерно, Н;  $a$  - характеристика прочности удержания зерна в связке, Н;  $\xi$  - коэффициент, учитывающий степень заполнения межзеренного пространства круга стружкой;  $V_{кр}$  и  $V_{дет}$  - соответственно скорости круга и детали, м/с;  $t$  - глубина шлифования, м;  $\bar{X}$  - зернистость круга, м;  $c$  - коэффициент, учитывающий прочность алмазного зерна;  $A$  и  $\mu$  - параметры, учитывающие прочностные свойства обрабатываемого материала и определяемые расчетно-экспериментальным путем;  $m$  - объемная концентрация зерен;  $I_0$  - линейный износ связки круга от действия электрических разрядов за оборот круга, м/об;

$\rho = \frac{1}{R_{кр}} + \frac{1}{R_{дет}}$ ;  $R_{кр}$  и  $R_{дет}$  - соответственно радиусы круга и детали, м.

Анализ системы (4.35) показывает, что управление линейной

скоростью разрушения связки круга позволяет минимизировать удельный расход алмаза практически для любой глубины шлифования.

Верхняя граница интервала глубины шлифования  $t$ , в котором возможна минимизация удельного расхода алмаза, определяется предельным значением коэффициента  $\xi$ , являющегося расчетно-экспериментальной характеристикой. Тогда

$$t = \frac{a \cdot \bar{X} \cdot V_{кр}}{(P + a) \cdot \xi \cdot V_{дет}}. \quad (4.36)$$

Из зависимости (4.36), полученной путем разрешения первого уравнения системы (4.35) относительно соответствующей минимуму удельного расхода алмаза глубины шлифования  $t$ , следует, что наиболее эффективным путем интенсификации обработки (увеличения  $t$ ) является увеличение  $V_{кр}$  и уменьшение  $\xi$ , т.к. эти параметры имеют пропорциональную связь с глубиной шлифования  $t$ . Преимущества скоростного шлифования известны, поэтому внимание обращено к анализу возможностей интенсификации процесса шлифования путем уменьшения коэффициента  $\xi$ .

По данным выполненных теоретических исследований, для обычного алмазного шлифования твердосплавных деталей коэффициент  $\xi$  изменяется от 100 до 1000 и более, и поэтому уменьшение  $\xi$ , например, в 10 раз позволит во столько же раз повысить производительность процесса шлифования. При алмазном шлифовании различных сталей, титановых сплавов и других пластичных материалов, коэффициент  $\xi$  ещё больше, и эффект от уменьшения  $\xi$  для таких материалов может быть еще выше. Добиться существенного уменьшения коэффициента  $\xi$  можно путем применения различных методов вибрационного и ультразвукового дробления стружки, улучшающих её размещение на рабочей поверхности шлифовального круга.

Значительно большими технологическими возможностями в ряду других комбинированных методов шлифования, обеспечивающих растворение, оплавление или сгорание стружки в зоне резания, располагает алмазное электроэрозионное шлифование. При оптимальных условиях алмазного электроэрозионного шлифования коэффициент  $\xi$  можно в принципе снизить до 1 и превратить режущий рельеф круга в полностью активно работающий, у которого полный съём (срез) вводимого в зону резания обрабатываемого металла произво-

дится на уровне связки круга.

Таким образом, при правильном назначении механических и электрических режимов алмазного электроэрозионного шлифования, благодаря управляющему воздействию энергии электрических разрядов на связку алмазного круга и стружку, обеспечивается развитый режущий рельеф и высокая стойкость шлифовального абразивного инструмента из сверхтвёрдых материалов при максимальной реализации его потенциальных возможностей.

#### 4.11. РАСЧЕТ И АНАЛИЗ ПРЕДЕЛЬНОЙ ПРОИЗВОДИТЕЛЬНОСТИ АЛМАЗНОГО ШЛИФОВАНИЯ

Повышение производительности обработки при съёме больших припусков в ряде случаев сдерживается относительно высоким уровнем износа круга. Существует предельная производительность обработки, превышение которой приводит к быстрой потере режущей способности круга или его интенсивному износу. В первом случае процесс шлифования прекращается, во втором – он не всегда экономически целесообразен, особенно при шлифовании кругами из сверхтвёрдых материалов. Для оптимизации процесса шлифования важно установить причины повышенного износа круга и взаимосвязь скорости износа с основными параметрами шлифования.

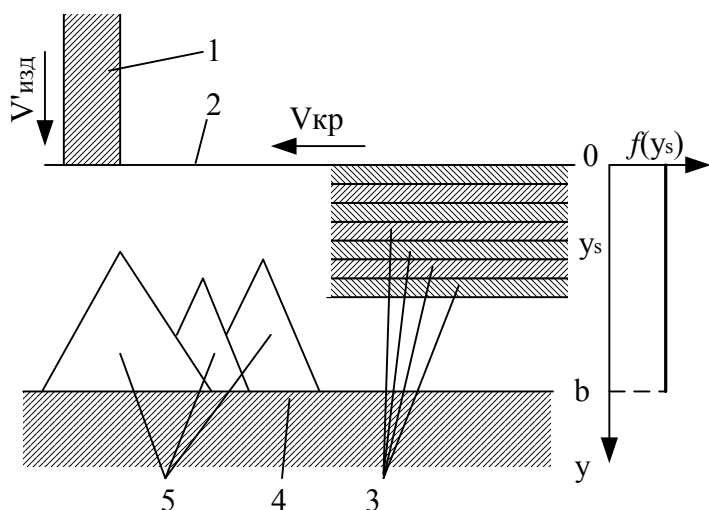


Рис. 4.12. Представление рабочей поверхности круга множеством элементарных слоёв зёрен: 1 – обрабатываемый образец; 2 – уровень максимально выступающих зёрен; 3 – элементарные слои зёрен; 4 – уровень связки; 5 – режущие зёрна.

Ниже приведены результаты аналитических исследований износа круга, показано влияние параметров режущего рельефа круга на интенсивность его износа.

В качестве расчётной схемы рассмотрена схема врезного шлифования прямолинейного образца, движущегося по нормали к рабочей поверхности круга с постоянной скоростью  $V'_{дет}$  (рис. 4.12). Предположим, что рас-



пределение вершин зёрен над уровнем связки подчинено равномерному закону с плотностью  $f(y_s) = 1/b$ , где  $b$  - максимальная высота выступающих вершин зёрен над уровнем связки круга. Режущий рельеф круга представим множеством элементарных слоёв, содержащих  $dn_s$  вершин с различной высотой выступающего над уровнем связки  $b - y_s$ . Примем, что в износе круга преобладает выпадение зёрен от действия предельных нагрузок, определяемых прочностью удержания зёрен в связке. Поверхностное и объемное разрушение зёрен не учитывается.

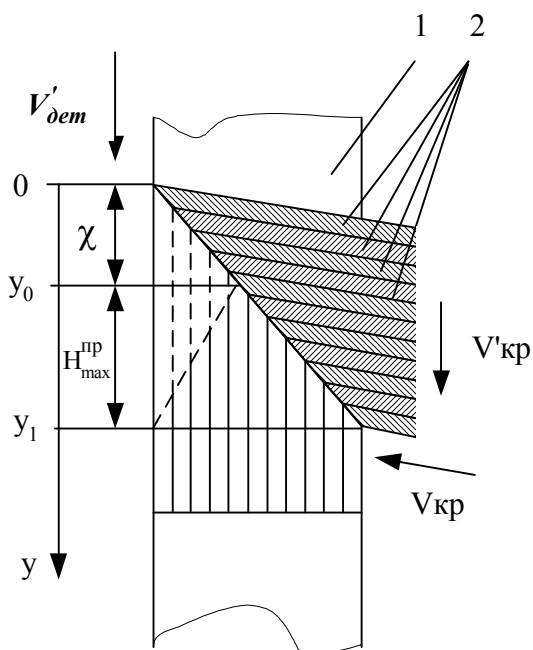


Рис. 4.13. Схема наложения элементарных слоёв зёрен на поверхность образца: 1 – поверхность образца; 2 – элементарные слои зёрен.

Для определения скорости износа круга  $V'_{кр}$  воспользуемся вероятностной функцией – относительной полнотой профиля круга  $\varepsilon(y)$  [169] - и рассмотрим случай, когда полный профиль круга, характеризующийся  $\varepsilon(y) = 1$ , не успевает образоваться на уровне предельной толщины среза  $H_{max}^{np}$ . В этом случае полный сьем материала элементарного слоя снимаемого припуска на уровне  $y_1$  осуществляется за время  $\Delta\tau = (H_{max}^{np} + x) / V'_{дет}$  в результате работы зёрен, вершины которых расположены в промежутке  $(y_0, y_1)$  и в промежутке  $(0, y_0)$ ,

равном износу круга  $x$ , имевшему место из-за перегрузки и осыпания зёрен за время  $\Delta\tau$ . При этом справедливо соотношение (рис. 4.13):

$$\frac{(H_{max}^{np} + x)}{V'_{дет}} = \frac{x}{V'_{кр}}$$

или

$$\frac{x}{H_{max}^{np}} = \frac{V'_{кр}}{(V'_{дет} - V'_{кр})}. \quad (4.46)$$

Общее число зёрен, участвующих в образовании полного профиля на уровне  $y_1$ , равно

$$n = n_0 \cdot \left( \frac{1 + x}{H_{max}^{np}} \right) = n_0 \cdot \left[ \frac{1 + V'_{кр}}{(V'_{дет} - V'_{кр})} \right], \quad (4.47)$$

где  $n_0 = k \cdot B \cdot V_{кр} \cdot \frac{H_{max}^{np}}{V'_{дет}}$  - число зёрен, проконтактировавших с образцом за время его перемещения в слое зерен на величину  $H_{max}^{np}$ ;  $k$  - поверхностная концентрация зерен, шт/м<sup>2</sup>;  $B$  - ширина круга, м;  $V_{кр}$  - скорость круга, м/с.

Так как выпадение зёрен из связки в результате потери устойчивости не изменяет закономерности формирования относительной полноты круга, установленные в работах [167, 169], используем аналитическую зависимость для  $H_{max}^{np}$  [167], которая с учётом зависимости (4.47) определится

$$H_{max}^{np} = \sqrt[3]{\frac{9b \cdot V'_{дет}}{k \cdot V_{кр} \cdot \left[ 1 + \frac{V'_{кр}}{(V'_{дет} - V'_{кр})} \right]}}. \quad (4.48)$$

Разрешая зависимость (4.48) относительно  $V'_{кр}$ , получим

$$V'_{кр} = V'_{дет} \cdot \left( 1 - \frac{k \cdot V_{кр} \cdot H_{max}^{np}{}^3}{9b \cdot V'_{дет}} \right). \quad (4.49)$$

Представим скорость детали в виде

$$V'_{дет} = r \cdot V'_{дет0},$$

где  $V'_{дет0}$  - скорость детали, при которой полный съём металла, соответствующий условию  $\varepsilon(y) = 1$ , происходит в результате работы  $n_0$  зерен при равенстве параметра  $x$  нулю;  $r$  - коэффициент, учитывающий степень неустойчивости зерна в связке,  $r \geq 1$  (чем больше  $r$ , тем больше степень неустойчивости зерен. Значение  $r=1$  определяет абсолютную устойчивость).

В работе [167] получено следующее выражение:  $k \cdot V_{кр} \cdot H_{max}^{np} = 9b \cdot V'_{дет0}$ . Тогда зависимость (4.49) приобретет вид

$$V'_{кр} = V'_{дет} \cdot \left( 1 - \frac{1}{r} \right). \quad (4.50)$$

Согласно зависимости (4.50), параметр  $V'_{кр}$  непрерывно увели-

чивается с увеличением коэффициента  $r$ , что обусловлено изменением соотношения  $x / H_{max}^{np}$ , которое подстановкой зависимости (4.50) в (4.46) может быть представлено в виде

$$\frac{x}{H_{max}^{np}} = r - 1. \quad (4.51)$$

При  $r=1$  параметр  $x$  равен нулю и для полного удаления материала элементарного слоя образца достаточно  $n_0$  зерен, вершины которых расположены в промежутке величиной  $H_{max}^{np}$ . С увеличением  $r$  соотношение  $x / H_{max}^{np}$  увеличивается и полный перевод обрабатываемого материала в стружку все в более возрастающей степени происходит от ранее проработавших зерен, количество которых  $n = n_0$  составляет все большую долю от общего числа  $n$  зерен, проработавших на полный съём.

Чрезмерная неустойчивость зерен в связке приводит к тому, что  $V'_{кр} \rightarrow V'_{дет}$  и подводимый в зону резания материал практически не снимается, т.к. производительность обработки определяется зависимостью

$$Q = S \cdot (V'_{дет} - V'_{кр}) = S \cdot \frac{V'_{дет}}{r}, \quad (4.52)$$

где  $S$  - площадь поперечного сечения шлифуемого образца,  $m^2$ .

При абсолютной неустойчивости зерен, когда  $r=1$ , производительность шлифования определяется скоростью внедрения обрабатываемого образца  $V'_{дет}$  в рабочую зону поверхности круга.

Таким образом, устойчивость зерен в связке значительно влияет на износ круга и производительность шлифования. Конкретной характеристике круга соответствует определенная предельная производительность шлифования, превышение которой вызывает интенсивный износ круга.

В проведенном анализе предполагалось, что предельная толщина среза  $H_{max}^{np}$  постоянна и не зависит от изменения рельефа круга в процессе шлифования. В реальном процессе шлифования прочность удержания зерен в связке различна и параметр  $H_{max}^{np}$  изменяется в зависимости от глубины заделки зерна в связке. Так, по мере износа круга высоты выступания зерен над уровнем связки круга уменьшаются, а параметр  $H_{max}^{np}$  увеличивается, что приводит, исходя из зави-

симости (4.49), к уменьшению  $V'_{кр}$ . При достижении определенного значения  $H_{max}^{np}$ , соответствующего абсолютной устойчивости максимально выступающего над уровнем связки зерна,  $r=1$ , скорость износа  $V'_{кр}$  от выпадения неизношенных зерен из связки равна нулю и процесс шлифования стабилизируется. В механизме износа круга начинают преобладать поверхностное и объемное разрушение зерен и затем их выпадение из связки.

Установим характер изменения  $V'_{кр}$  по мере износа круга, т.е. в зависимости от параметра  $H_{max}^{np}$ , определяемого устойчивостью зерен. Если  $H_{max_0}^{np}$  - предельная толщина среза, при которой параметр  $x$  равен нулю для данной  $V'_{дет}$ , то по аналогии с выводом зависимости (4.50) справедливо равенство

$$k \cdot V'_{кр} \cdot H_{max_0}^{np}{}^3 = 9b \cdot V'_{дет} \quad (4.53)$$

и зависимость (4.49) может быть представлена в виде

$$V'_{кр} = V'_{дет} \left[ 1 - \left( \frac{H_{max}^{np}}{H_{max_0}^{np}} \right)^3 \right]. \quad (4.54)$$

Тогда производительность обработки  $Q = S \cdot (V'_{дет} - V'_{кр})$  определится

$$Q = S \cdot V'_{дет} \cdot \left( \frac{H_{max}^{np}}{H_{max_0}^{np}} \right)^3. \quad (4.55)$$

Из зависимостей (4.54) и (4.55) следует существенное влияние параметров  $H_{max}^{np}$  и  $H_{max_0}^{np}$  на параметры  $V'_{кр}$  и  $Q$  (рис. 4.14). При шлифовании с  $H_{max}^{np} \rightarrow H_{max_0}^{np}$  скорость износа круга стремится к нулю, а производительность обработки – максимальна. Возможность реализации таких условий шлифования обусловлена физико-механическими свойствами связки. Для органической и керамической связок параметр  $H_{max_0}^{np}$  незначителен и потеря устойчивости зерен наступает при относительно небольших значениях  $V'_{дет}$ . Круги на таких связках обычно работают в режиме интенсивного износа и само-

затачивания. Превышение предельного значения  $V'_{дет}$ , определяемого параметром  $H_{max_0}^{np}$ , не приводит к повышению производительности обработки – она остается постоянной, а  $V'_{кр}$  значительно увеличивается.

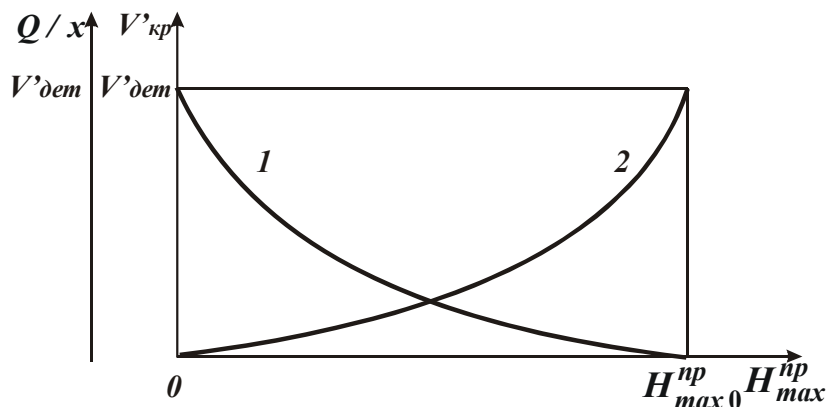


Рис. 4.14. Расчётные зависимости параметра  $V'_{кр}$  (1) и соотношения  $Q/x$  (2) от  $H_{max}^{np}$ .

ется.

Добиться увеличения производительности обработки, надежности и устойчивости процесса шлифования позволяет применение алмазных кругов на металлических связках в сочетании с их эффективной правкой.

При этом для алмазного круга конкретной характеристики интенсивность удаления связки и соответствующая ей предельная производительность обработки могут быть установлены расчетным путем.

#### 4.12. УПРАВЛЕНИЕ ДИНАМИКОЙ ПРОЦЕССА ШЛИФОВАНИЯ

При шлифовании деталей с недостаточной жесткостью крепления на станке фактическая производительность обработки может быть меньше номинальной (определяемой параметрами режима шлифования, устанавливаемыми на станке) до 5-ти и более раз вследствие упругих перемещений в технологической системе. Увеличить фактическую производительность обработки можно повышением режущей способности круга и жесткости технологической системы, а также за счет ударно-циклического взаимодействия круга с обрабатываемой деталью, реализуя эффект запаздывания упругих перемещений системы от действия кратковременной силы в связи с инерционностью элементов системы. Максимальная амплитуда перемещений обрабатываемой детали при этом определяется [249]:

$$X_{max} = \frac{P_y}{\left( C \cdot \frac{\omega}{\pi \cdot k} \right)}, \quad (4.56)$$

где  $P_y$  - радиальная составляющая силы резания, Н;  $c$  - статическая приведенная жесткость системы, Н/м;  $\omega$  - частота следования импульсов силы  $P_y$ , 1/с;  $k$  - собственная частота системы, 1/с.

Знаменатель дроби выражает динамическую жесткость технологической системы. При  $\omega > \pi \cdot k$  динамическая жесткость больше статической. Следовательно, при одном и том же значении силы резания  $P_y$  с увеличением частоты  $\omega$  максимальная амплитуда  $X_{max}$  уменьшается и приближает фактическую производительность обработки к номинальной. При определенных значениях  $\omega$  фактическая и номинальная производительности обработки станут приблизительно одинаковыми, т.е. увеличивая  $\omega$  можно существенно повысить динамическую жесткость и практически исключить упругие перемещения в технологической системе (обеспечивая полный съем подводимого в зону резания обрабатываемого материала), существенно повысить точность обработки.

Реализовать ударно-циклический характер взаимодействия круга с деталью можно, например, за счет использования прерывистого круга, состоящего из чередующихся рабочих выступов и впадин. Частота  $\omega$  при этом определится

$$\omega = \frac{2 \cdot V_{кр}}{D_{кр}} \cdot n, \quad (4.57)$$

где  $V_{кр}$  - скорость круга, м/с;  $D_{кр}$  - диаметр круга, м;  $n$  - число рабочих выступов круга.

Чем больше  $V_{кр}$  и  $n$ , тем больше частота  $\omega$ . При  $V_{кр}=30$  м/с,  $D_{кр}=0,3$  м и  $n=15$  частота  $\omega$  равна  $3000 \text{ с}^{-1}$ , т.е. динамический эффект обработки будет достигаться при  $k < 1000 \text{ с}^{-1}$ . В случае  $k > 1000 \text{ с}^{-1}$  частоту  $\omega$  необходимо увеличить за счет увеличения числа рабочих выступов круга (так, при шлифовании с  $k \cong 10000 \text{ с}^{-1}$  количество рабочих выступов должно быть более 150 штук,  $\omega > 30000 \text{ с}^{-1}$ ).

Обычно на практике эффект прерывистого шлифования связывают с уменьшением температуры резания за счет исключения теплового насыщения поверхностных слоев обрабатываемой детали. В действительности возможности прерывистого шлифования шире: за счет возникающего динамического эффекта увеличивается динамическая жесткость системы, что приводит к росту производительности обработки.

Для реализации частоты  $\omega$  в диапазоне 10000...30000 с<sup>-1</sup> можно использовать ультразвуковые колебания круга, возбуждаемые специальным генератором ультразвуковых колебаний (ультразвуковой головкой). Для обеспечения прерывистости контакта круга с деталью амплитуда ультразвуковых колебаний должна быть соизмерима (или превышать) максимальную толщину среза отдельным зерном круга, т.е. должна изменяться в пределах 5...20 мкм. Тогда в первой половине периода колебаний будет происходить съём материала, а во второй половине – зерна выйдут из контакта с обрабатываемым материалом. Ультразвуковые колебания эффективно накладывают на круг в направлении наибольших перемещений детали (в радиальном направлении или под некоторым углом к радиальному направлению).

Наряду с увеличением производительности обработки, ударно-циклический контакт круга с деталью (за счет уменьшения упругих перемещений в технологической системе) позволяет повысить точность обработки. Поэтому высокочастотные колебания эффективно использовать на доводочных операциях алмазно-абразивной обработки, в том числе на операциях хонингования и притирки.

Эффект ударно-циклического взаимодействия круга с деталью имеет также место при шлифовании прерывистых поверхностей (круглое наружное шлифование многолезвийных инструментов и т.д.).

В связи с кратковременностью контакта обрабатываемого элемента детали с кругом и запаздыванием упругих перемещений системы от действия импульсной силы, в начальный момент контакта происходит более глубокое внедрение режущих зерен в обрабатываемый материал, что ведет к интенсификации съема материала и износа круга. Обрабатываемая деталь при этом, по сути, выполняет роль правящего инструмента, обеспечивает срезание верхних слоев рабочей поверхности круга и непрерывное восстановление его режущих свойств. При повышенной скорости вращения детали круг может работать в режиме интенсивного самозатачивания, не требующего дополнительной правки. Возможно эффективное использование более твердых абразивных кругов, которые при шлифовании сплошных поверхностей работают в режиме затупления и требуют частых правок.

Ударно-циклический характер контакта круга с деталью (с использованием ультразвуковых колебаний) повышает эффективность шлифования труднообрабатываемых материалов за счет увеличения глубины внедрения режущего зерна в материал

$$H = \sqrt[3]{\frac{m \cdot V_0^2}{2\pi \cdot HV}}, \quad (4.58)$$

где  $m$  - масса шлифовального круга, кг;  $HV$  - твердость обрабатываемого материала по Виккерсу, Н/м<sup>2</sup>;  $V_0$  - скорость ультразвуковых колебаний, м/с.

С увеличением твердости обрабатываемого материала (для заданного значения  $H$ ) необходимо увеличить амплитуду и частоту колебаний, т.е. применение ультразвуковых колебаний практически снимает ограничения обработки по твердости материала. С высокой производительностью могут обрабатываться стали, твердые сплавы, керамика, а также синтетические и природные алмазы.

Увеличение параметра  $H$  приводит к ударно-циклическому контакту связки круга с деталью, что обеспечивает разрушение связки и образующихся стружек, непрерывное поддержание высокой режущей способности круга. Об этом, в частности, свидетельствуют данные по шлифованию прерывистым кругом, режущая способность которого выше, чем обычного сплошного, и поддерживается вплоть до полного износа прерывистого круга.

При алмазном электроэрозионном шлифовании с введением в зону резания энергии постоянного электрического тока применение ультразвуковых колебаний является дополнительным источником образования электрических разрядов высокой частоты, интенсифицирующих ударно-термическое разрушение образующихся стружек и металлической связки круга, снижающих силы и температуру резания, увеличивающих стойкость алмазного круга, производительность, качество и точность обработки. Особенно эффективно их действие при шлифовании хрупких материалов (твердых сплавов), когда образуются мелкие пылевидные стружки, практически исключая образование электрических разрядов – в данном случае возбуждение разрядов дополнительно инициируется за счет периодически образующегося межэлектродного зазора между металлической связкой круга и обрабатываемым материалом в результате наложения на круг ультразвуковых колебаний.



## ГЛАВА 5

### КАЧЕСТВО ОБРАБОТАННОЙ ПОВЕРХНОСТИ ИНСТРУМЕНТАЛЬНЫХ МАТЕРИАЛОВ

#### 5.1. ВЛИЯНИЕ УСЛОВИЙ КОНТАКТИРОВАНИЯ ПРИ ШЛИФОВАНИИ НА ШЕРОХОВАТОСТЬ ОБРАБАТЫВАЕМОЙ ПОВЕРХНОСТИ

Шероховатость обработанной поверхности в значительной степени зависит от ряда привходящих факторов, например, режимов обработки, характеристики круга из сверхтвердых материалов (СТМ), свойств самих инструментальных материалов. Формообразование режущей поверхности круга в процессе шлифования также оказывает, как нами будет показано ниже, достаточно осязаемое влияние на формирование поверхности обработки. Однако, связаны все эти описанные выше факторы с условиями контактирования при шлифовании. В данном подразделе как раз и рассмотрено влияние такого контактирования на шероховатость поверхности.

*Влияние характеристики рабочего слоя круга.*

С повышением **прочности зерен сверхтвердых материалов** в кругах шероховатость обработанной поверхности по параметру  $R_a$  изменяется мало, но наблюдается тенденция к ее возрастанию. Так, например, при алмазном электрохимическом шлифовании (ЭХШ) безвольфрамовых твердых сплавов (БВТС) выявлено, что применение алмазов марки АС6 вместо АС4 в кругах на полимерных связках приводит к повышению параметра  $R_a$  на 25...30%.

**Покрытие зерен СТМ** оказывает значительно большее влияние на шероховатость, чем их прочность. Нами изучались следующие варианты использования различного покрытия зерен: стеклопокрытие (С), металлопокрытие (М), стеклометаллическое (СМ), металлоагрегированное (МА). Исследования позволили сделать однозначный вывод: любое покрытие зерен СТМ приводит к повышению высотных параметров и шага микронеровностей профиля шероховатости. Это в одинаковой степени является справедливым по отношению, как к кругам на металлических связках, так и на полимерных. В целом, обобщенно можно представить влияние покрытия зерен СТМ в кругах на шероховатость в виде следующего ряда (по мере повышения величины сравнительных коэффициентов высотных параметров):

Без покрытия (1,0) → МА (1,6) → С (1,8) → СМ (2,0) → М (2,2).

**Зернистость СТМ** при формировании шероховатости играет

важную роль, однако она не является однозначной и в значительной степени зависит от метода шлифования и состояния формы профиля режущей поверхности круга. Для способов шлифования с продольной подачей это связано с образованием треугольной формы, которая приводит к тому, что поверхность обработки формируется зернами, находящимися на вершине профиля и их зернистость при этом не играет роль. Так, при глубинном электрошлифовании быстрорежущих сталей кругами из КНБ увеличение зернистости от 63/50 до 160/125 не изменяет высотные параметры шероховатости. В случае наличия переходного кругового пояска (ПКП) на режущей поверхности круга и при упругих методах шлифования зернистость играет уже большее значение и с ее увеличением растет высота микронеровностей обработанной поверхности.

Таблица 5.1

Влияние концентрации алмазов АС4 с покрытием МА в кругах на полимерной связке ВСЭ на показатели параметров шероховатости при АЭШ сплава ТН20 при производительности 525 мм<sup>3</sup>/мин.

Характеристика круга	Показатели шероховатости			
	$R_a$ , мкм	$R_{max}$ , мкм	$S_m$ , мкм	$t_{50}$ , %
100/80 - 100%	0,36	2,75	136	46,3
(100/80-100%)+(50/40-25%)	0,63	2,99	323	38,6
100/80 - 150%	0,40	3,29	115	84,9

С возрастанием относительной концентрации зерен СТМ в рабочем слое круга от 25 до 100% высотные параметры шероховатости поверхности снижаются и после 100% несколько стабилизируются, а, в случае использования металлополимерных связок, с повышением концентрации за 100% высотные параметры даже повышаются (табл. 5.1). Угадывается тенденция к снижению величины шага профиля и возрастанию его заполнения. Это объясняется тем, что при малых концентрациях шероховатость повышается из-за снижения количества зерен, которые формируют поверхность, и повышения их фактической глубины резания. С повышением относительной концентрации за 100% связка становится более твердой и жесткой, вероятность вдавливания зерен в связку снижается, и следы от одиночных зерен становятся более глубокими. Кроме того, приведенная выше алогичность поведения шероховатости с повышением относительной концентрации СТМ за 100%, на наш взгляд, подтверждает выдвинутую нами [118] гипотезу о том, что для той части зерен, которые наклонены не навстречу направлению действия усилия резания, участие в

сьеме припуска является несущественным. Установлено также (табл. 5.1), что введение в связку, наряду с зернами средней величины, зерен малых фракций не оказало влияние на снижение шероховатости.

**Основа связки кругов** значительно влияет на шероховатость, поскольку свойства матрицы, в которой находится зерно, определяют условия его контактирования с обрабатываемым материалом. Более твердая и жесткая матрица обеспечивает и большую шероховатость поверхности. Нами установлено, что преимущественно при использовании более эластичных полимерных связок, в сравнении с металлическими и керамическими шероховатость снижается в 2,0...2,4 раза. Указанные закономерности не подтверждаются только при электрошлифовании незакаленной стали кругами из КНБ. Выявлено, что в этом случае наименьшая шероховатость наблюдается при шлифовании кругом на металлической связке МО20-2. Использование полимерной связки не снижает, как бы можно было ожидать, значения параметра  $R_a$ , а наоборот, повышает. Это связано с интенсивным износом кругов на полимерных связках при шлифовании незакаленной стали вследствие значительных электроэрозионных процессов. В связи с тем, обратим внимание на то, что при электроэрозионном шлифовании с повышением напряжения от 30 до 55 В шероховатость по параметру  $R_a$  возрастает от 0,34 мкм до 0,75 мкм, а относительная опорная кривая профиля практически не изменяется. Это на наш взгляд, является важным, поскольку означает, что большее вскрытие зерен СТМ не влияет на распределение зерен в режущем слое (опорную кривую), а влияет только на их выступание над связкою ( $R_a$ ). Такой вывод свидетельствует о том, что выдвинутое нами положение о разделении направленности процессов при электрошлифовании [118] как раз и не внесет негативных изменений в распределение зерен в поверхностном слое круга за счет изменения их количества, а наоборот, будет оказывать содействие более лучшему вскрытию зерен на режущей поверхности. А это, в свою очередь, обеспечит для наиболее труднообрабатываемой группы инструментальных материалов, содержащих в своей структуре карбиды металлов IVb - Vb подгрупп, отсутствие нежелательного контакта со связкой круга при их шлифовании.

Укажем, что для процессов упругого и врезного шлифования нами установлена связь между производительностью шлифования и шероховатостью обработанной поверхности:

$$Q = 2,65 \cdot 10^3 \cdot R_a \cdot e^{8 \cdot 10^{-5} H_P}, \text{ мм}^3/\text{мин.} \quad (5.1)$$

Такая связь режущей способности ( $Q$ ), твердости рабочего слоя круга ( $H_P$ ) и параметра шероховатости поверхности ( $R_a$ ) наблюдается только при шлифовании тех инструментальных материалов, которые содержат карбид титана (твердых сплавов и керамик), когда стружка является элементной и не задерживается в больших количествах на режущей поверхности круга. Это дает возможность по необходимому значению показателя шероховатости поверхности рассчитывать минимально необходимую для этого производительность обработки с учетом свойств рабочего слоя круга, в частности его твердости.

**Твердость композитов и рабочего слоя кругов.** Следует указать на то, что для контроля физико-механических свойств инструментальных композитов важно иметь такой показатель, который бы реально не приводил к необходимости разрушения рабочего слоя и был бы технологически несложным. Таким показателем с некоторыми ограничениями может быть твердость. В связи с тем, что твердость абразивсодержащего слоя контролировать легче, чем, например, более информативную, но более сложную в измерении прочность на сжатие, нами были проведены исследования по выявлению взаимосвязи этих параметров. Например, для металлополимерных связок установлена корреляционная зависимость твердости рабочего слоя композитов с их прочностью на сжатие (рис. 5.1). Это позволяет получить зависимость по расчету прочности алмазоудержания в рабочем слое круга в виде:

$$\sigma_A = 0,273 H_3 + 19,8. \quad (5.2)$$

Анализ зависимости (5.2) свидетельствует о том, что с возрастанием твердости рабочего слоя абразивоудержание повышается и, таким образом, изменением твердости возможно улучшить условия

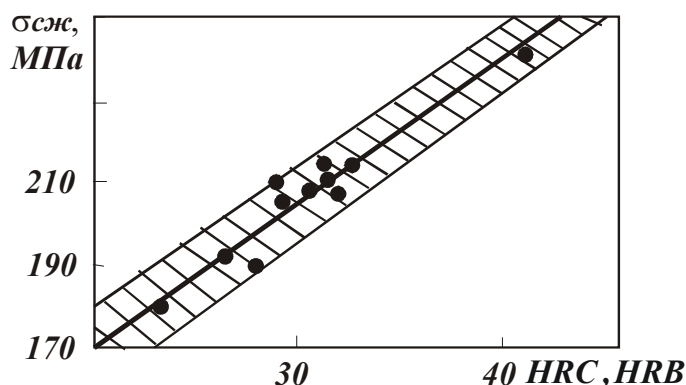


Рис. 5.1. Зависимость прочности на сжатие алмазосодержащих металлополимерных композитов от их твердости. Заштрихована зона разброса данных.

использования зерен СТМ, а также повлиять на шероховатость обработанной поверхности.

Естественно, что твердость режущего слоя для различных составов связок различна (табл. 5.2). Тем не менее, наиболее интересным является вопрос изменения значения твердости для одного состава связки, что

меньше исследовано.

Таблица 5.2

Твердость и электросопротивление кругов из СТМ с характеристикой 12А2-45 150х10х3х42х32 - АС4 (АС6, КР)-100/80 - -100% на различных связках

Связка	Твердость рабочего слоя, <b>HRB</b>	Коэффициент содержания электропроводных компонентов в связке	Электросопротивление кругов, МОм	
			со связкой без СТМ	со связкой с СТМ
<b>Металлические связки</b>				
М1-01	87 ± 5	0,95	-	2,8 ± 0,2
М1-03	91 ± 6	-	-	3,0 ± 0,3
М1-04	86 ± 7	0,91	2,9 ± 0,3	3,5 ± 0,3
М1-05	95 ± 4	0,75	4,4 ± 0,4	-
МО13Э	103 ± 4	0,95	4,0 ± 0,3	4,9 ± 0,4
М1-10	92 ± 6	0,91	2,7 ± 0,2	-
М2-01	87 ± 6	1,00	2,1 ± 0,2	2,4 ± 0,2
М2-09	96 ± 4	0,97	2,5 ± 0,2	-
М2-12Э	96 ± 6	0,88	2,6 ± 0,2	3,4 ± 0,3
М2-15-2	90 ± 5	0,97	-	3,3 ± 0,3
М2-15-4	103 ± 3	0,93	-	3,4 ± 0,3
М3-16	94 ± 3	0,97	2,0 ± 0,2	-
М6-16	94 ± 4	0,99	2,0 ± 0,2	-
МС2	103 ± 4	0,89	2,0 ± 0,2	-
МС6	92 ± 3	0,85	2,3 ± 0,3	2,9 ± 0,3
МО20-2	105 ± 5	0,88	2,9 ± 0,3	3,9 ± 0,4
МШ-С1	75 ± 5	0,99	-	2,4 ± 0,2
<b>Металлополимерные связки</b>				
В1-01	35 ± 5	0,94	11,0 ± 3,0	31,0 ± 5,0
В1-02	49 ± 5	0,94	-	25,0 ± 2,0
В1-03	44 ± 4	0,91	5,0 ± 1,0	9,0 ± 2,0
В1-10	43 ± 7	0,60	20,0 ± 2,0	129,0 ± 8,0
В1-13	54 ± 3	0,65	10,0 ± 2,0	18,0 ± 4,0
ВСЭ	56 ± 4	0,72	7,0 ± 1,0	10,0 ± 2,0

Существует ряд способов изменения твердости связок, например, технологическими параметрами прессования и спекания. Так, изменение в 2 раза давления горячей допрессовки связки М6-16 повышает твердость на 40%. Менее известны вопросы влияния характеристик рабочего слоя на его твердость, например, в границах одного состава связки. Наши исследования позволили установить некото-

рые особенности такого влияния:

- зернистость СТМ в диапазонах 63/50 - 250/200 для металлических связок и 63/50 - 200/160 для полимерных связок не влияет на твердость;
- с повышением относительной концентрации СТМ наблюдается тенденция к возрастанию твердости ;
- применение алмазов большей прочности из диапазона AC2 - AC15 приводит к возрастанию твердости рабочего слоя на металлических связках и снижению ее в кругах на полимерных связках;
- металлопокрытия зерен СТМ несколько повышают твердость, а стеклопокрытия снижают - на 15...25% в кругах на металлических связках и на 21...47% в кругах на полимерных связках.

В свою очередь, для последних характерным является наличие определенной связи между плотностью композита и его твердостью:

$$H_{II} = 105 - 30\gamma, \quad HRB,$$

где  $\gamma$  - плотность полимерных алмазсодержащих композитов из диапазона 1,95...4,25 г/см<sup>3</sup>, и с возрастанием плотности твердость снижается.

Наряду с этим, с твердостью связаны и другие свойства. Так, с возрастанием твердости коэффициент трения снижается. Нами установлено, что такое снижение возможно описать следующими зависимостями:

для металлополимерных связок (с погрешностью 8,9%)

$$f_{МП} = 5,96 \cdot 10^{-2} - 6,96 \cdot 10^{-4} H_{МП},$$

для полимерных (с погрешностью 25,2 %)

$$f_{II} = 2,58 \cdot 10^{-2} - 2,02 \cdot 10^{-4} H_{II}.$$

Аналогично твердость связана и с удельным электросопротивлением, например:

для металлополимерных алмазсодержащих композитов

$$\rho_{МП} = 0,24 - 2,75 \cdot 10^{-3} H_{II},$$

а для металлических –

$$\rho_M = 0,48 - 2,75 \cdot 10^{-3} H_M,$$

где  $H_{II}$  - твердость полимерных композитов из диапазона 10...50 **HRB**;  $H_M$  - твердость металлических композитов из диапазона 80...110 **HRB**.

Из полученных зависимостей видно, что с увеличением твердости удельное электросопротивление уменьшается, причем интенсивность уменьшения одинакова, как для композитов на металлических, так и на металлополимерных связках.

Приведенные результаты свидетельствует о том, что за счет твердости возможно регулировать не только абразивоудержание, а и свойства композитов. Наряду с изложенными выше способами повышения твердости (повышение усилия прессования, изменение состава связки и др.), что является характерным для процесса изготовления рабочего слоя круга, не менее важным является вопрос о возможности повышения твердости рабочего слоя не в процессе его изготовления, а как готового изделия. В научной литературе отсутствуют разработки в этом направлении. Между тем, как нами впервые установлено, это возможно сделать за счет использования внутреннего пористого пространства режущего слоя кругов, которое, хотя и является небольшим, но чрезвычайно важным. Для повышения твердости необходимо такое пространство заполнить веществом. Реально этого можно достичь:

во-первых, при непосредственном изготовлении круга - за счет введения легкоплавкого стекла в связку (твердость повышается с 90...93 до 100..105 *HRB*);

во-вторых, за счет экономичного и экологически безопасного нетрадиционного эффекта - предварительного водопоглощения режущим слоем воды, изменения вследствие этого свойств самой воды, поверхности круга и режущего слоя. Как правило, импрегнаторы, а в нашем случае это вода, влияют на процесс шлифования непосредственно (через изменение контактных процессов) и косвенно (через изменение физико-механических свойств).

*Влияние физических свойств инструментальных материалов на шероховатость обработанной поверхности.*

Нашими исследованиями установлено, что шероховатость шлифованной поверхности инструментальных материалов имеет определенную связь с их физическими свойствами. Поскольку из таких материалов только твердые сплавы имеют наиболее широкую номенклатуру их марок, то именно на них нами впервые получены в математическом виде зависимости, описывающие связь параметра шероховатости  $R_a$  с физическими свойствами твердых сплавов.

Так, с возрастанием плотности ( $\rho$ ) и коэрцитивной силы ( $K_c$ ) твердых сплавов шероховатость повышается:

$$R_a = 1 / (2,204 + 5,87 \cdot 10^5 e^{-\rho}),$$

$$R_a = 0,208 + 1,068 \cdot 10^{-2} K_c.$$

а с повышением твердости  $H_{TC}$ , прочности на изгиб  $\sigma_{3Г}$  и величины зерен карбидной фазы  $Z_{TC}$  шероховатость уменьшается:

$$R_a = 3,72 - 3,74 \cdot 10^{-2} H_{TC},$$

$$R_a = 0,4004 - 1,96 \cdot 10^{-5} \sigma_{3Г},$$

$$R_a = 0,555 - 0,146 Z_{TC}.$$

Приведенные зависимости позволяют в целом прогнозировать направление изменения показателя шероховатости шлифованной поверхности, особенно в тех случаях, когда обрабатывается широкая номенклатура сплавов в условиях мелкосерийного производства.

*Влияние наличия пленок на обработанной поверхности на показатели шероховатости.*

Рассмотрим также еще один вопрос, который никак не находит своего отражения в литературе и связан с влиянием анодных пленок, образующихся на обработанной поверхности при ЭХШ, на ее шероховатость. Заметим, что фактически после процесса электрохимического шлифования можно наблюдать два типа пленок, условно названных нами "тонкими" и "густыми". Изменение напряжения технологического тока в диапазоне от 4 до 10 В не оказывает ощутимого влияния на шероховатость поверхности, однако, выявлена особенность, связанная с наличием переходного кругового пояска (или плоскости на круге параллельной обрабатываемой поверхности, на что мы уже указывали выше) на круге. При его отсутствии формируются анодные пленки, условно названные нами "тонкими". Наличие их на поверхности практически не изменяет параметр  $R_a$  по сравнению со шлифованием без тока. Если ПКП на круге имеется, то на поверхности формируются пленки, условно названные нами "густыми". Динамика такого процесса представлена нами в табл. 5.3 на примере шлифования быстрорежущей стали Р6М5 кругом 12А2-45° 150x10x3x32 – КР 100/80 МО20-2 100 с производительностью в 1000 мм<sup>3</sup>/мин многопроходным и глубинным способами. Круг предварительно правился таким образом, что он имел исходную поверхность без какой либо формы профиля. Далее, в процессе съема материала он приобретал треугольную форму, что и отражалось на изменении шероховатости (табл. 5.3).

Как только круг приобретал треугольную форму (для многопроходного шлифования это происходило в диапазоне от 100 до 200 г снятого материала, а для глубинного шлифования - в диапазоне от 400 до 450 г снятого материала, что подтверждалось и относительным расходом КНБ: для глубинного шлифования он равнялся 0,56 мг/г, а для многопроходного – 1,27 мг/г), то шероховатость поверхно-



сти снижалась, поскольку «густая» пленка на ней не образовывалась. Причина наличия такой разницы в величине шероховатости заключалась в том, что, как установлено нашими исследованиями (рис. 5.2), при ЭХШ «густая» пленка своим наличием снижает наполненность профиля в диапазоне от 0...60%  $R_{max}$  и приводит к возрастанию параметров  $R_a$  и  $R_{max}$ . Характерно, что у «густых» пленок отношение высоты максимального выступания неровностей к глубине наибольшей впадины больше единицы, а у «тонких» пленок – меньше. Как видно из рис. 5.2, сравнение кривых 2 и 4 (когда соответственно на обработанной поверхности наблюдается «тонкая» пленка и «густая») показывает, что параллельный перенос кривой 2 и совмещение ее с кривой 4 позволяет выделить область влияния анодной пленки на шероховатость (заштрихованная зона на рис. 5.2).

Таблица 5.3

Динамика изменения параметра шероховатости  $R_a$  поверхности стали Р6М5 при различных способах ЭХШ ( $U=8$  В)

Шероховатость по параметру $R_a$ при массовом съеме стали, г										
35	75	100	200	300	400	450	500	600	700	800
Многопроходное шлифование										
0,37	-	0,45	0,25	0,26	-	0,32	0,29	0,29	0,29	-
Глубинное шлифование										
0,84	0,73	0,79	0,81	0,67	0,56	0,24	0,25	-	0,25	0,26
Примечание: Темным цветом выделена область существования «густых» пленок, серым цветом выделена область «тонких пленок».										

При этом видно, что, как следствие, параметр  $R_{max}$  при наличии пленки формируется завышенным. Изложенное выше свидетельствует о том, что пленка распределяется по поверхности несколько неравномерно: более густая на выступах и менее во впадинах неровностей. А толщина «густых» анодных пленок как раз и составляет величину  $\Delta$  на рис. 5.2.

Это дает возможность разработать методику установления толщины анодных оксидных пленок и их густоты. Для этого строятся кривые опорных поверхностей, устанавливается зона влияния анодных пленок и определяется их толщина, исходя из  $\Delta R_{max}$ .

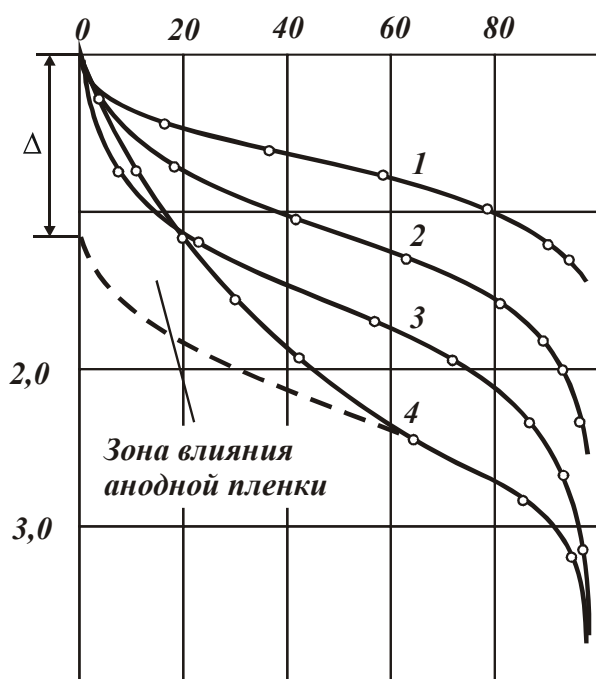


Рис. 5.2. Кривые опорных поверхностей после шлифования стали Р6М5 кругами из КНБ различными методами: 1 - ЭХШ трехслойным кругом; 2 - ЭХШ с «тонкой» анодной пленкой; 3 - электроэрозионным; 4 - ЭХШ с «густой» анодной пленкой на обработанной поверхности (закрашена - область влияния анодной пленки на шероховатость,  $\Delta$  - величина этого влияния).

до 0,5 мкм, как на быстрорежущих сталях, так и на твердых сплавах.

Одновременно устанавливается отношение высоты максимального выступа неровностей к глубине наибольшей впадины. Основными критериями при этом являются: по толщине -  $\Delta R_{max} = R_{max}^{\Pi} - R_{max}^{\text{Ч}}$ , где  $\Delta R_{max}$  - толщина анодной оксидной пленки, мкм;  $R_{max}^{\dot{I}}$  - максимальная величина выступов при наличии пленки, мкм;  $R_{max}^{\times}$  - максимальная величина выступов без пленки, мкм; по густоте: для «густых»  $H_{max} / H_{min} > 1$ , для «тонких»  $H_{max} / H_{min} < 1$ , где  $H_{max}$  - высота максимального выступа неровностей, мкм;  $H_{min}$  - глубина наибольшей впадины неровностей, мкм. Укажем, что толщина «густых» анодных пленок колеблется, как установлено нашими исследованиями, от 1,5

## 5.2. ВЗАИМОСВЯЗЬ ПАРАМЕТРОВ ШЕРОХОВАТОСТИ ПРИМЕНИТЕЛЬНО К ПРОЦЕССАМ ОБРАБОТКИ ИНСТРУМЕНТОМ ИЗ СТМ

Наиболее распространенным и употребляемым в научной и технической литературе показателем шероховатости поверхности является показатель  $R_a$ . Обобщенных данных в литературе по влиянию различных методов и способов обработки инструментом из СТМ на этот показатель встречается недостаточно, поэтому не изучены тенденции, которыми следует руководствоваться при выборе процессов обработки для достижения его требуемого значения. Кроме того, опыт промышленной эксплуатации изделий свидетельствует о том,

что для различных условий их использования необходимо контролировать не один, например  $R_a$ , а несколько параметров шероховатости контактирующих поверхностей:

- для поверхностей, которые работают в условиях трения-скольжения и качения и изнашиваются мало –  $R_a$ ,  $t_p$  и направление неровностей;
- для поверхностей, склонных к контактным напряжениям -  $R_a$  и  $t_p$ ;
- для прессовых соединений -  $R_a$ ;
- для поверхностей изделий, подвергающихся переменным нагрузкам –  $R_{max}$ ,  $S_m$  и направление неровностей;
- для поверхностей, образующих герметичные соединения –  $R_a$  и  $t_p$ .

Обратим также внимание на то, что из литературы известны данные, которые свидетельствуют о том, что между приведенными выше параметрами существует определенная взаимосвязь. Например, шаг микронеровностей  $S_m$  и параметр  $R_a$  связаны некоторыми зависимостями, причем у разных авторов эти зависимости различны. Известна также связь между высотными параметрами  $R_a$  и  $R_{max}$ . Укажем при этом, что в литературе практически не встречаются обобщенные сведения по этому вопросу и, тем более, их нет для различных методов и способов абразивной обработки, а также практически отсутствуют данные для лезвийной обработки инструментом из СТМ. Отсутствие таких сведений как раз и не позволяет управлять параметрами шероховатости за счет выбора эффективных методов обработки, поскольку неизвестно, что и как влияет на показатели шероховатости. А это, в свою очередь, не позволяет производить разработку прецизионных технологий высокого уровня с применением имитационных моделей, поскольку отсутствуют, во-первых, сами модели, а во-вторых, отсутствует концепция формирования таких моделей на основе выявления основных тенденций влияния процессов обработки на параметры шероховатости и установления основных закономерностей по их взаимосвязи. Как раз выявление таких тенденций и установление основных закономерностей по взаимосвязи параметров шероховатости и их связи с базовым параметром  $R_a$  при абразивной и лезвийной обработке инструментом из СТМ и являлось целью данной работы.

Основная идея, положенная в основу решения указанного выше вопроса состоит в следующем. Как уже было показано выше, из лите-

ратуры известно только небольшое количество зависимостей между параметрами шероховатости. В основном это зависимости между  $R_a$  и  $S_m$ . Причина этого заключается в том, что во многих случаях исследователи априори исходят из тезиса о независимости параметров шероховатости между собой. Такой подход базируется на малых количествах измерений, которые действительно могут давать результаты как бы независимого изменения одного или нескольких параметров. Мы исходим из положения о том, что образование шероховатости - это статистический процесс и оценивать его необходимо только в условиях большого количества измерений. На наш взгляд, более правильным является тезис о наличии статистической связи параметров шероховатости с базовым параметром  $R_a$ . В литературе, как правило, эта идея не рассматривается, так как априори считается, что возможно один параметр изменять как угодно, а другие параметры при этом не изменяются.

При проведении данной работы нами исследовалось влияние различных характеристик шлифовальных кругов, режимов обработки, методов шлифования (с охлаждением и без, электрохимического, -искрового и -эрозионного), способов шлифования (многопроходного, глубинного и упругого), обработка специальным инструментом. Использовались также литературные данные по параметрам шероховатости обработанной поверхности с последующей их математической обработкой по установлению взаимосвязи параметров применительно к различным способам шлифования, полирования, хонингования и доводки. При анализе влияния процессов лезвийной обработки на формирование параметров шероховатости использовались как собственные экспериментальные данные, так и литературные. Всего было проанализировано около 7000 точек экспериментальных и литературных данных

#### *Связь параметров шероховатости с параметром $R_a$ .*

Для указанной выше области экспериментальных данных для различных инструментальных и композиционных материалов установлено, что между параметрами  $R_{max}$ ,  $S_m$ ,  $t_p$  и параметром  $R_a$  существует достаточно стойкая статистическая связь, один из примеров которой приведен на рис. 5.3. По этому направлению нами собран и проанализирован массив данных, составляющий около 6000 точек, что позволило впервые установить более 70 зависимостей, отражающих связь основных параметров шероховатости:  $R_p$ ,  $R_{max}$ ,  $S_m$ ,  $t_{20}$ ,

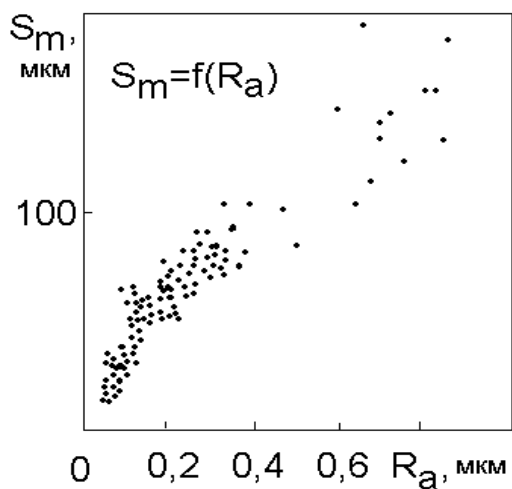


Рис. 5. 3. Связь параметров шероховатости  $S_m$  и  $R_a$  при глубинном шлифовании оксидно-карбидной керамики.

безвольфрамовых твердых сплавах) он выше, чем на инструментальных сталях или магнитотвердых сплавах. Такая разница в величине шага может достигать от 1,5 до 4 раз. Более детально зависимости  $S_m = f(R_a)$  для различных способов и методов обработки будут нами рассмотрены ниже.

Рассмотрим особенности и тенденции в таких связях. Первой важной связью является зависимость параметра  $R_{max}$  от  $R_a$ . Конкретные зависимости такой связи в табл.5.4 мы не приводим, поскольку все они, по нашему мнению, сводятся к более простым зависимостям.

Так, нами установлено, что при лезвийной обработке сталей (40X, ШХ15, Х12М) резцами из гексанита-Р зависимость  $R_{max}$  от  $R_a$  равна  $R_{max} \approx 6R_a$ . Это характерно как для инструментальных материалов: быстрорежущих сталей, инструментальных керамик, твердых сплавов (вольфрамовых и безвольфрамовых), а также для сочетания закаленной и незакаленной стали (ст.10+9ХФ), нержавеющей сталей и титановых сплавов. Могут ли быть другие варианты данной зависимости? Оказывается могут.

Например, для спеченной и необработанной поверхности твердых сплавов указанная выше зависимость близка к виду  $R_{max} \approx 4R_a$ . Зависимость  $R_{max} \approx 6R_a$  характерна для абразивной обработки быстрорежущих сталей кругами из электрокорунда и алмазной обработки

$t_{50}$  с базовым параметром  $R_a$ . Вид некоторых, представляющих интерес, аппроксимирующих функций для различных условий обработки инструментом из СТМ приведен в табл. 5.4.

На что сразу бы хотелось обратить внимание. Изменяются ли другие параметры шероховатости в зависимости от обрабатываемого материала? Анализ данных позволил выявить такие тенденции только для изменения шага микронеровностей  $S_m$ . При этом, на более твердых материалах (керамиках, твердых сплавах,

магнитотвердых сплавов. А вот при доводке керамики и покрытий она близка к виду  $R_{max} \approx 10 R_a$ . В последнем случае свой вклад в повышение значения  $R_{max}$  вносит пористость данных материалов, поскольку при доводке она уже играет значительную роль.

Таблица 5.4

Примеры аппроксимирующих функций, описывающих связь некоторых параметров шероховатости с параметром  $R_a$  для различных условий обработки (диапазон значений  $R_a$  0,1 ... 1,0 мкм)

Условия обработки	Аппроксимирующие функции	Относительная погрешность аппроксимации, %
1	2	3
Глубинное электрошлифование кругами из КНБ быстрорежущих сталей	$S_m = 42,56 + 26,08 R_a$ $t_{50} = 80,64 - 23,19 R_a$	17,5 15,5
Многопроходное шлифование стали Р6М5 кругами из электрокорунда без охлаждения	$S_m = 55,45 + 29,19 R_a$ $t_{50} = 66,43 + 5,502 R_a$	9,9 8,3
Многопроходное шлифование стали Р6М5 кругами из КНБ без охлаждения	$S_m = 23,21 + 153,6 R_a$ $t_{50} = 37,41 + 23,89 R_a$	20,0 22,1
Многопроходное шлифование стали 10+9ХФ кругами из КНБ с охлаждением	$S_m = 51,37 + 92,77 R_a$ $t_{50} = 72,8 - 7,873 R_a$	8,9 9,1
Глубинное алмазное шлифование БВТС марки КНТ	$S_m = 27,09 + 405 R_a - 238,9 R_a^2$ $t_{50} = 76,42 - 81,93 R_a + 66,93 R_a^2$	24,0 30,5
Глубинное алмазное шлифование БВТС марки ТН	$t_{50} = 62,2 - 36,35 R_a + 50,64 R_a^2$	24,3
Глубинное алмазное шлифование твердых сплавов	$S_m = 34,61 + 320,1 R_a - 155 R_a^2$ $t_{50} = 84,08 - 144,2 R_a + 137,3 R_a^2$	40,9 14,9
Глубинное алмазное шлифование оксидно-карбидной керамики	$S_m = 84,1 - 77,82 R_a + 397,1 R_a^2$ $t_{50} = 66,6 - 4,621 R_a$	24,3 22,4
Глубинное алмазное шлифование оксидной режущей керамики	$S_m = 47,14 + 135,4 R_a$	15,8

1	2	3
Упругое алмазное шлифование оксидно-карбидной керамики	$S_m = 176,5 R_a^{0,6533}$ $t_{50} = 70,47 - 16,04 R_a$	16,7 16,4
Врезное алмазное шлифование оксидно-карбидной керамики	$S_m = 48,41 + 477,6 R_a$ $t_{50} = 56,51 R_a^{0,09175}$	20,6 16,3
Двустороннее алмазное шлифование оксидно-карбидной керамики	$S_m = 16,69 + 206,48 R_a^3$ $t_{50} = 58,4 - 123,2 R_a + 227,9 R_a^2$	17,9 17,0
Многопроходное алмазное шлифование магнитотвердых сплавов	$S_m = 30 + 70,59 R_a$ $t_{30} = 19 + 9 R_a^2$	25,0 40,4
Точение стали Х12М резцами из Гексанита-Р	$S_m = 101,1 + 27,16 R_a$ $t_{50} = 61,42 - 1,28 R_a$	36,5 18,7
Точение стали 40Х резцами из Гексанита-Р	$S_m = 100,1 + 90,59 R_a$ $t_{50} = 54,97 + 4,621 R_a$	27,7 19,8

На наш взгляд, изложенное выше позволяет сформулировать еще одну тенденцию: чем более грубой является поверхность, тем она имеет меньшее соотношение между  $R_{max}$  и  $R_a$ , а чем более совершенна поверхность, полученная доводкой, полированием или другими финишными методами, тем это соотношение больше. Например, спеченная поверхность и после абразивной обработки обычными абразивами имеет соотношения в диапазоне  $R_{max} \approx (4...6) R_a$ . Обработка шлифовальными кругами из СТМ, когда поверхность имеет меньшую шероховатость, чем после указанных выше методов, преимущественно характеризуется соотношением  $R_{max} \approx 8 R_a$ . В случае доводочных операций, когда значения  $R_a$  невелики, это соотношение уже близко к  $R_{max} \approx 10 R_a$ . Как раз в этом случае вероятно дефекты самой обрабатываемой поверхности в виде пор или трещин и являются причиной повышения величины данного соотношения.

Второй важной связью является зависимость параметра  $S_m$  от  $R_a$ . Анализ полученных зависимостей позволяет выявить, что преимущественно шаг микронеровностей  $S_m$  повышается с возрастанием параметра  $R_a$ . При этом, характер этого роста зависит от обрабатываемого материала и способа обработки (рис. 5.4). Так, из рис. 5.4

видно, что способы шлифования по степени повышения величины шага микронеровностей  $S_m$  располагаются в следующей последовательности: *упругое* → *глубинное* → *врезное*. Сравнение способов многопроходного и глубинного шлифования (рис. 5.4) показывает, что в первом случае (к нему относится и точение) шаг неровностей является большим, чем во втором. Все приведенные выше примеры (табл. 5.4 и рис. 5.4) свидетельствуют о том, что с ростом параметра  $R_a$  параметр  $S_m$  возрастает.

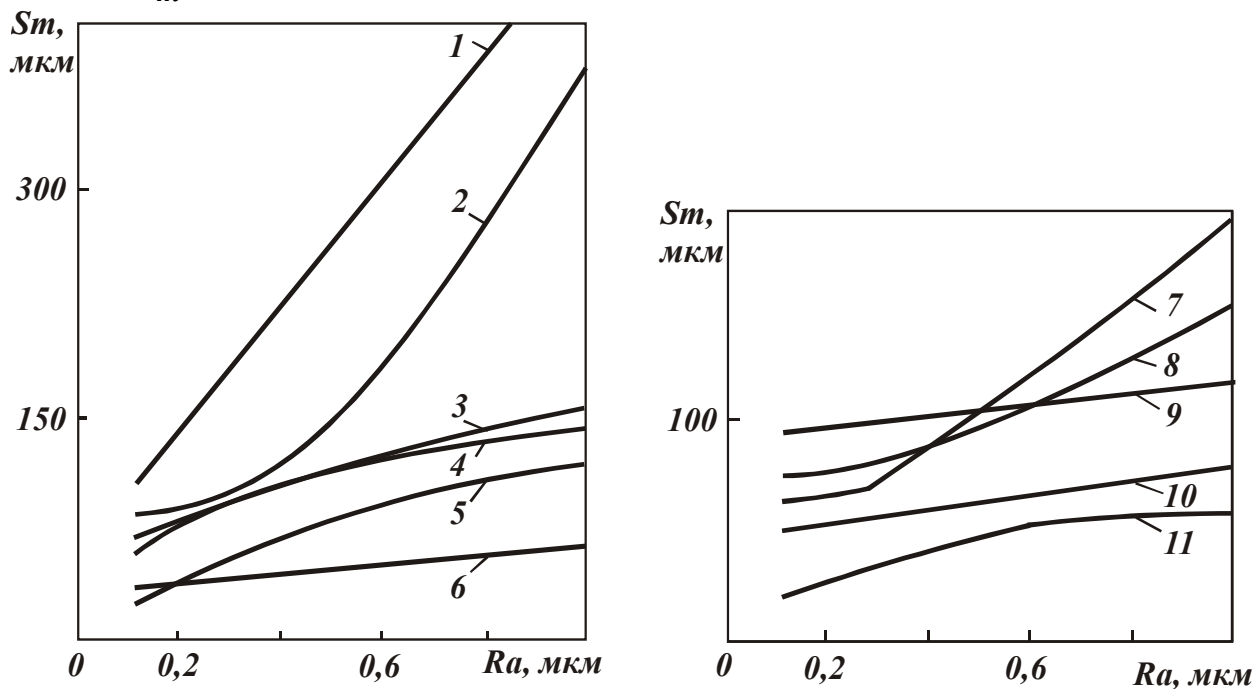


Рис. 5.4. Зависимость шага микронеровностей  $S_m$  от параметра  $R_a$  при различных способах шлифования керамики (а) и стали (б): 1 - врезном (оксидно-карбидная); 2 - глубинном (оксидно-карбидная); 3 - глубинном (оксидная); 4 - упругом (оксидно-карбидная); 5 - плоском; 6 - круглом наружном; 7 - многопроходном стали Р6М5 кругами из КНБ; 8 - то же самое для стали 10+9ХФ; 9 - точение резцами из гексанита стали Х12М; 10 - многопроходном стали Р6М5 кругом из электрокорунда; 11 - глубинном ЭХШ стали Р6М5.

Это следует признать превалирующим. Однако, может ли быть другой характер изменения величины  $S_m$  от  $R_a$ ? Оказывается, может. Он нами зафиксирован для методов полировки наплавов лепестковыми кругами и доводки пастами (продольный микропрофиль). То есть, при доводочных работах, как это уже было нами показано для параметра  $R_{max}$ , могут быть определенные отклонения от общих тенденций и этот вопрос требует своего отдельного исследования.

Рассмотрим теперь, как изменяются параметры опорной длины профиля  $t_p$  по различным сечениям высоты шероховатости обрабо-



танной поверхности. Как правило, в литературе анализируются значения параметров  $t_{20}$  и  $t_{50}$  на уровне 20 и 50 %  $R_{max}$ . Нами проанализирован характер поведения всего комплекса параметров от  $t_{10}$  до  $t_{90}$  при изменении параметра  $R_a$ . Один из примеров в виде аппроксимирующих функций представлен в табл. 5.5. В целом же можно утверждать, что для диапазона параметров от  $t_{10}$  до  $t_{40}$  характерным является повышение их величины с ростом значения  $R_a$ . В то же время, для диапазона параметров от  $t_{60}$  до  $t_{90}$  характерным является снижение их величины с ростом значения  $R_a$ . Поведение параметра  $t_{50}$ , а во многих случаях и близких параметров  $t_{40}$  и  $t_{60}$ , является несколько неопределенным.

В большинстве случаев (~ в 60%) он снижается с ростом  $R_a$ , в остальных 40% - повышается. Преимущественного влияния какого-либо метода или способа обработки, обрабатываемого материала на формирование параметра  $t_{50}$  не выявлено. Так, глубинное шлифование в одном случае, например, твердых сплавов приводит к росту  $t_{50}$  с повышением  $R_a$ , а оксидно-карбидной керамики – к снижению.

Аналогично, снижение параметра  $t_{50}$  наблюдается и при глубинном шлифовании быстрорежущей стали. В общем следует учитывать такой характер изменения параметра  $t_{50}$  от величины  $R_a$ , так как, например, при глубинном и многопроходном шлифовании быстрорежущей стали заполненность профиля на уровне 50%  $R_{max}$  ( $t_{50}$ ) при  $R_a = 1,0$  мкм примерно одинакова и составляет около 60%, тогда как при  $R_a = 0,1$  мкм глубинное шлифование обеспечивает заполненность профиля на этом уровне в 78%, а многопроходное – только в 40%. В определенной мере это подчеркивает преимущества глубинного шлифования при условии обеспечения невысокой шероховатости обработанной поверхности.

Таким образом, в данном разделе показаны закономерности формирования основных параметров обработанной поверхности при различных способах и методах обработки инструментом из сверхтвердых материалов и приведены основные тенденции, которыми следует руководствоваться при выборе технологий обработки с точки зрения достижения необходимых параметров шероховатости обработанной поверхности. Приведенные исследования могут служить базой для получения фундаментальных зависимостей по взаимосвязи

параметров шероховатости и переходу к моделированию шероховатости обработанной поверхности при обработке инструментом из сверхтвердых материалов.

Таблица 5.5

Аппроксимирующие функции, описывающие связь показателя опорной длины профиля для различных уровней  $R_{max}$  при многопроходном шлифовании стали Р6М5 кругом из электрокорунда белого

Аппроксимирующие функции	Относительная ошибка аппроксимации, %
$t_{10} = R_a / (1,878 R_a^2 - 3,97 R_a - 2,23)$	27,6
$t_{20} = -32,627 R_a^2 + 77,767 R_a - 29,517$	25,3
$t_{30} = -47,42 R_a^2 + 116,5 R_a - 34,74$	19,5
$t_{40} = -32 R_a^2 + 83,65 R_a + 3,018$	12,1
$t_{50} = 66,43 + 5,502 R_a$	8,3
$t_{60} = 88,45 - 3,348 / R_a$	4,1
$t_{70} = 93,723 - 1,145 / R_a$	1,9
$t_{80} = 96,59 - 0,488 / R_a$	0,9
$t_{90} = 0,489 R_a^2 + 0,975 R_a - 97,35$	0,4

### 5.3. ОГРАНИЧЕНИЯ ПО АЛМАЗНОЙ ОБРАБОТКЕ ИНСТРУМЕНТАЛЬНОЙ КЕРАМИКИ: ПРОИЗВОДИТЕЛЬНОСТЬ И КАЧЕСТВО ОБРАБОТКИ

Рассмотрим технологические особенности алмазной обработки одних из наиболее труднообрабатываемых материалов - инструментальной керамики и обеспечение возможности высокопроизводительного шлифования при обеспечении высоких показателей качества обработанной поверхности.

Керамика, в особенности инструментальная, является преимущественно хрупким материалом, которому как бы не должны быть присущи явления пластичности, однако, тем не менее, пластическая составляющая при анализе обрабатываемости и структуры керамики безусловно присутствует. Как пример, укажем на то, что в работе [182] мелкодисперстность в структуре керамики системы  $Al_2O_3 - TiC$  и обилие в ней дислокаций позволили ее авторам высказать предположение о преобладающем вкладе пластического течения в механизме упрочнения материала. Нас данный вопрос интересует в несколько

другом аспекте, а именно с точки зрения процессов обработки таких материалов, в частности, присутствия в этом случае процессов пластического течения и возможного использования этого явления.

На наличие следов пластической деформации в поверхностном слое керамик при их алмазной обработке обращалось внимание в работе [246] без рассмотрения их связи с параметрами обработки. Поэтому, целью данной работы и было более детальное рассмотрение особенностей и выявление ограничений по алмазному шлифованию инструментальной керамики по параметрам производительности и качества обработки с учетом возможного наличия пластических явлений на обработанной поверхности.

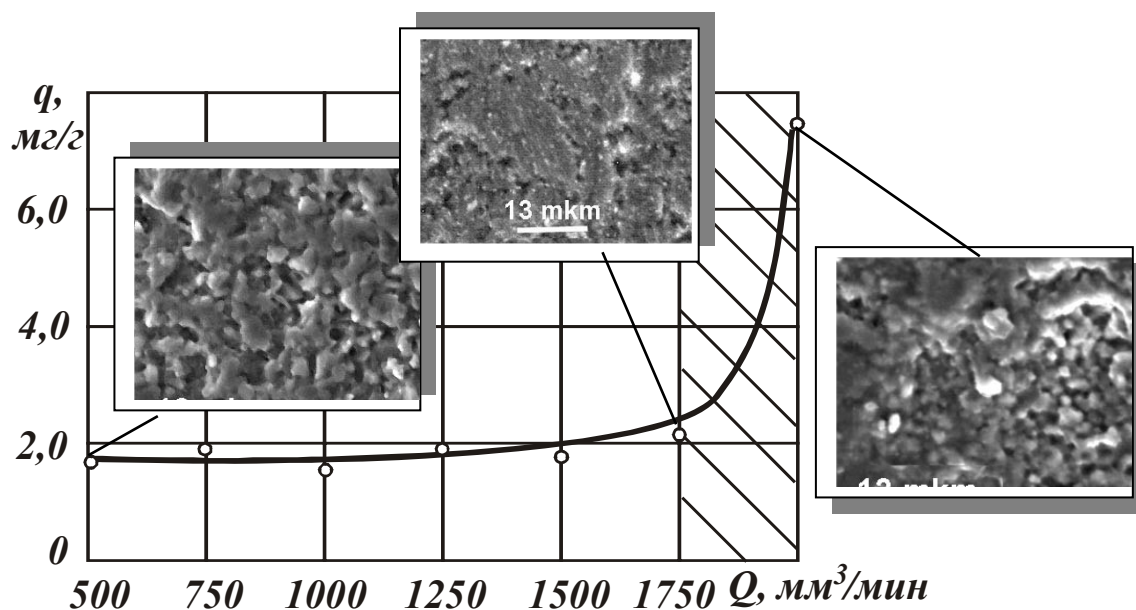


Рис. 5.5. Зависимость износостойкости круга от производительности шлифования керамики ВСК60 при скорости круга 15 м/с, продольной подаче 0,5 м/мин, поперечной подаче 0,25 мм/ дв. ход и состоянии поверхности керамики в трех зонах (заштрихована зона отсутствия резерва режущей поверхности круга, начало зоны соответствует критической производительности шлифования).

Рассмотрение указанных выше вопросов, на наш взгляд, следует вести с учетом положения о критической производительности обработки [118]. Данное положение базируется на учете формоизменения режущей поверхности круга в процессе шлифования. Как только режущая поверхность с повышением производительности шлифования исчерпывает резервы своего увеличения за счет формоизменения, круг достигает значения критической производительности и начинает переходить в зону катастрофического износа (рис. 5.5). Обеспечение производительности обработки в пределах критической и будет га-

рантировать стабильную износостойкость инструмента. Заметим, что в разных зонах работы круга будет формироваться и наиболее характерная для этой зоны обработанная поверхность, на что исследователи практически не обращают внимания. Рассмотрим характер такой поверхности для трех случаев: начального этапа, когда производительность обработки невелика и составляет  $500 \text{ мм}^3/\text{мин}$ , критического этапа, когда производительность обработки равна критической и составляет  $1750 \text{ мм}^3/\text{мин}$  и этапа повышенного износа, когда производительность равна  $2000 \text{ мм}^3/\text{мин}$  (рис. 5.5). В первом случае, для обработанной поверхности характерным является хрупкое разрушение и следов пластического влияния наблюдается мало. Далее, с повышением производительности на обработанной поверхности увеличиваются следы пластического влияния и наибольшая их степень наблюдается в области критической производительности обработки. С превышением этой области наблюдается рост хрупкого разрушения и наряду с пластичными областями характерным является наличие хрупкого вырыва (рис. 5.5).

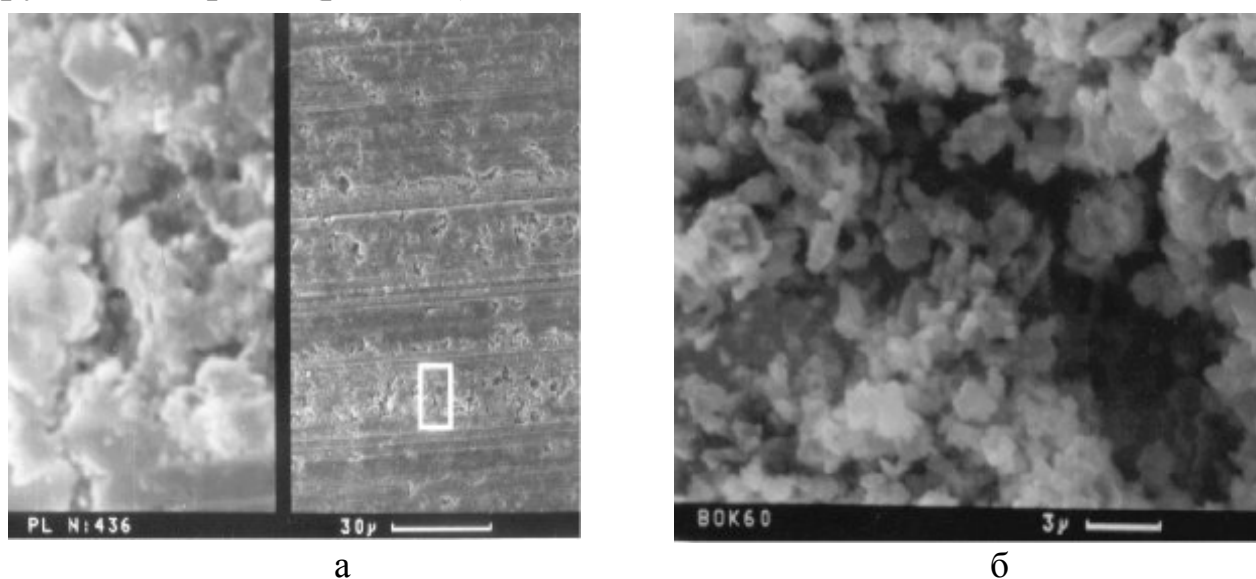


Рис. 5.6. Состояние поверхности керамики в лунках движения алмазных зерен при различных увеличениях.

Где же больше проявляются явления пластичности при обработке керамики, что характерно для следа движения зерна и что формируется под зерном в лунке – зона пластичности или хрупкая зона? Проведенными нами исследованиями установлено, что как раз в лунке движения зерна и под ним характерной является зона хрупкого разрушения (рис. 5.6), а пластичные зоны преимущественно проявляются в навалах по краям движения зерен и там, где нет процесса резания выступающими зернами, а есть заглаживание этих пластич-

ных навалов зернами, мало выступающими из связки или наклоненными не навстречу процессу резания, когда происходит их упругое оттеснение в связку [118]. В качестве дополнительного подтверждения нашего утверждения, приведем пример проявления «выпотевания» никеля при термообработке пластин из БВТС, когда он «выпотевает» как раз по пути движения зерен в их лунках, где идет хрупкое разрушение, лучше проявляется пористость и легче выход материала из пор (рис. 5.7).

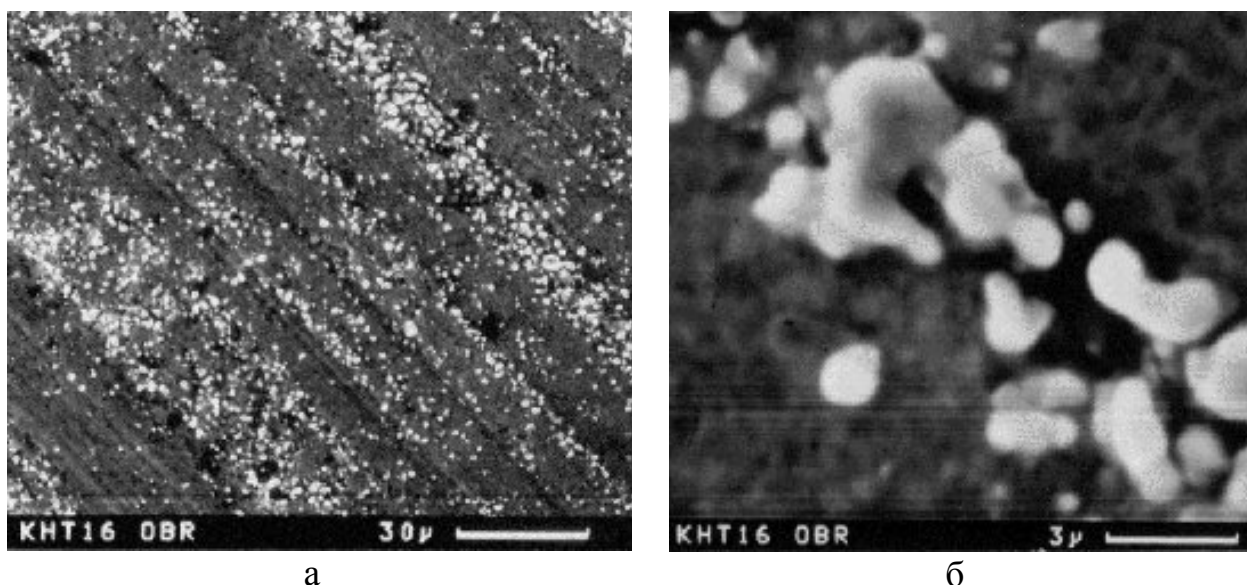


Рис. 5.7. Следы проявления никеля вдоль линий движения алмазных зерен по поверхности сплава ТН20 после его термообработки при 1400 К.

Таким образом, для областей критичной и закритичной производительностей обработки характерно преимущественное наличие на обработанной поверхности из инструментальной керамики пластичных зон.

Укажем, что при шлифовании пластин из керамики в условиях производства требуется высокая производительность обработки. Например, при двустороннем шлифовании опорных поверхностей она достигает  $4000 \text{ мм}^3/\text{мин}$ . Большая это производительность или малая? На этот вопрос ответить сложно, поскольку нет необходимых исходных данных, например, какого размера круг мы используем. Достаточно ли режущей поверхности для обеспечения такой производительности и не попадем ли мы при этой производительности шлифования в зону катастрофического износа круга?

Применительно к процессам алмазного шлифования инструментальных керамик, которые преимущественно обрабатываются комбинированным упруго-врезным способом, зависимость для расчета критической производительности имеет следующий вид:

$$Q = k_F \cdot k_H \cdot k_{cp} \cdot \frac{B \cdot (D - B)}{56,25 \cdot k_\phi \cdot D} \cdot \frac{H_p \cdot V_{кр}}{Z \cdot H_M}, \quad (5.3)$$

где  $k_F$ ,  $k_H$ ,  $k_{cp}$ ,  $k_\phi$  – соответственно, коэффициенты, учитывающие формоизменение режущей поверхности круга; реальное расположение (наклон) алмазных зерен в режущем слое круга; изменение площади среза зерном, вызванное реальным расположением зерен в связке круга; формы алмазных зерен;  $D$  - наружный диаметр круга;  $B$  - ширина режущей поверхности круга;  $H_p$  - разрушающая нагрузка алмазных зерен;  $V_{кр}$  - окружная скорость вращения круга;  $Z$  - зернистость алмазов;  $H_M$  - твердость обрабатываемого материала.

В идеале мы должны иметь совпадение значений ограничений по величине производительности обработки как по износу круга, так и по качеству обработки или значение критической производительности должно превышать значение производительности по качеству обработки. Поскольку керамика, в отличие от инструментальных сталей, является структурно-нечувствительным материалом, то реальный контроль качества обработки производится по наличию сколов на кромках и шероховатости обработанной поверхности.

Хорошо это или плохо, что в лунках движения зерен преимущественно происходит хрупкое разрушение? Важно, чтобы наличие такого хрупкого разрушения не приводило к формированию трещин. Укажем, что для хрупких материалов длина трещин зависит в определенной степени от высоты шероховатости обработанной поверхности, поэтому, даже если мы попадаем в зону закритичной производительности, то основная задача – обеспечивать низкую шероховатость.

Казалось бы, можно поступить просто: снижать зернистость алмазных зерен в круге. Однако, как нами было уже указано выше, зернистость СТМ при формировании шероховатости играет важную роль, но ее влияние не является однозначным и в значительной степени зависит от способа шлифования и состояния формы профиля режущей поверхности круга. При этом, обратим внимание на то, что для условий упругого шлифования имеются и определенные особенности. Анализ табл. 5.6 показывает, что при различной зернистости алмазов обеспечивается и различная производительность обработки, что, в свою очередь, оказывает влияние и на шероховатость обработанной поверхности, нивелируя ее в определенном отношении для близких зернистостей.

Таблица 5.6

Работоспособность алмазных планшайб при упругом шлифовании на станке ТШ8805

Характеристика круга 6А2 400х100х3х76	Производительность шлифования, мм <sup>3</sup> /мин	Общее количество обра- ботанных пла- стин, шт.	Относи- тельный расход ал- мазов, мг/г	Шерохо- ватость пластин $R_a$ , мкм
Оксидно-карбидная керамика ВОК60				
АСМ 28/20 - СК6 -100	194	948	24,65	0,04...0,08
АСМ 40/28 - СК6 -100	484	1045	27,92	0,05...0,08
АС6 50/40 - СК6 -100	793	3718	7,90	0,13...0,14
АС6 63/50 - СК6 -100	1060	749	9,21	0,10...0,18
АС6 80/63 - СК6 -100	1103	55	-	0,07...0,16
АС6 160/125-СК6 -100	2585	33	-	0,18...0,21
Безвольфрамовый твердый сплав ТН20				
АС6 63/50 - СК6 - 100	958	972	15,34	0,10...0,16
АС6 80/63 - СК6 - 100	1075	352	12,07	0,08...0,16
АС6 160/125 -СК6 -100	1559	168	-	0,15...0,26

В свою очередь обратим также внимание на то, что для каждого метода шлифования и станочного оборудования необходимы алмазные круги с характеристикой, обеспечивающей износостойкость круга и производительность обработки. Из табл. 5.7 видно, что в целом все методы обеспечивают за счет подбора оптимальной характеристики круга приблизительно одинаковую шероховатость обработанной поверхности. Исключением является упругое шлифование на станках мод. МШ289 и WAM200, где обработка производится без осцилляции. Наименьшие значения шага и высоты неровностей обеспечивает врезное шлифование с осцилляцией.

Учитывая наличие описанного выше двойного механизма разрушения обработанной поверхности керамик нами был поставлен эксперимент по установлению влияния механизма формирования поверхности керамики (хрупкого или хрупко-пластичного) на стойкость пластин при резании. Были выбраны три наиболее различающихся по производительности методы обработки. В табл. 5.7 они выделены более жирным шрифтом. Шлифование на станках ТШ8805 производилось при производительности в 790 мм<sup>3</sup>/мин, на станках WBM20 – 1800 мм<sup>3</sup>/мин, на станках WBM300 – 4000 мм<sup>3</sup>/мин. Для первого случая, так называемого «низкотемпературного» шлифования, характерным было формирование поверхности без заметного пластического влияния, для двух других характерным является наличие пластичных

зон на обработанной поверхности керамических пластин (рис. 5.8).

Таблица 5.7

Показатели параметров шероховатости поверхности пластин из керамики ВОК60 при шлифовании различными методами

Методы шлифования, характеристика алмазных кругов	Модель станка	Показатели шероховатости поверхности			
		$R_a$ , мкм	$S_m$ , мкм	$R_{max}$ , мкм	$t_{50}$ , %
Упругое шлифование					
6A2 350x10x4x315- -AC4 80/63 B1-01 -100%	WAM200 МШ289	0,48	323,6	2,63	62,5
6A2 330x20x4x250- -AC4 80/63 B1-01 -100%	WBM20	0,20	71,7	1,62	73,3
6A2 400x100x3x76- -AC6 50/40 СК6 -100%	ТШ8805 ГПИТ-10М	0,15	60,6	0,97	82,7
Врезное шлифование					
6A2 500x40x5x380- -AC4 100/80 B1-13 100%	WBM300 МШ 310	0,19	60,6	1,53	60,5
6A2 250x10x3x210- -AC4 63/50 B1-13 -100%	Агатон 250 PL-CNC	0,12	48,4	0,92	45,5
Глубинное шлифование					
6A2 350x10x5x250- -AC4 80/63 01 -100%	WFM 10/12	0,13	83,3	1,02	56,4
12A2-45 <sup>0</sup> 150x10x3x32-AC4 100/80 B1-13 -100%	3B624	0,21	70,7	1,53	60,4

Стойкостные испытания режущих пластин из керамики ВОК60 производили на станке 16K20 с бесступенчатым регулированием частоты вращения шпинделя при точении без охлаждения стали Х12М ( $HRC_{\text{э}} 60$ ). Режимы точения:  $V = 100$  м/мин,  $t = 0,2$  мм,  $S = 0,075$  мм/об. Определяли величину износа по задней грани пластины. Трехгранные пластины толщиной 4,75 мм с вписанным диаметром 12,8 мм по боковым поверхностям шлифовали одинаково на станке МШ289. Характеристика круга и параметры шероховатости при этом приведены в табл. 5.7. Передние (опорные) поверхности пластин шлифовались указанными выше тремя методами с различной производительностью.

Заметим, что показатели шероховатости для всех трех вариантов различаются мало, хотя следует отметить все же более низкие показатели высотных параметров для варианта с ТШ8805 и высокую заполненность профиля неровностей обработанной поверхности. Все это и



определило более высокую стойкость пластин при резании (рис. 5.8).

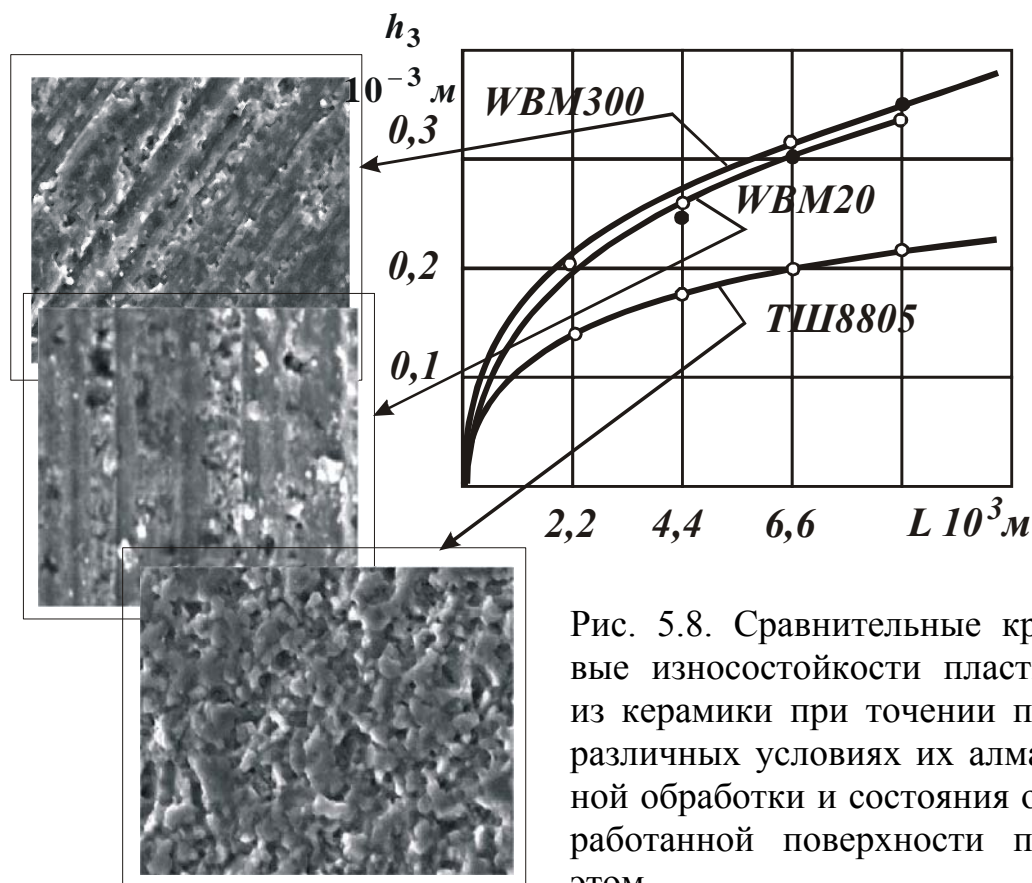


Рис. 5.8. Сравнительные кривые износостойкости пластин из керамики при точении при различных условиях их алмазной обработки и состояния обработанной поверхности при этом.

Анализ рис. 5.8 показывает, что безусловно поверхности керамик, образующиеся при невысокой производительности их обработки и с преимущественно хрупким формированием их поверхностей более износостойки, чем с двойным механизмом их формирования. Однако обратим внимание на другое. Сравнение данных по двум достаточно сильно различающимся в плане производительностей вариантам (обработка на станках WBM20 и WBM300) в критичной и за критичной областях показывает их совпадение. Это означает, что даже двукратное повышение производительности при отсутствии сколов и соблюдении одинаковой высоты неровностей никак не снижает износостойкость керамик.

Описанное выше дает основания для разработки условий бездефектного, так называемого “вязкого”, шлифования керамик, когда обработка переводится сразу в зону наличия пластичности. Как результат это позволит вести обработку с более высокой производительностью без существенных потерь в качестве. Теоретической основой этого может служить анализ формулы (5.3) из которой видно, что при использовании алмазных кругов именно снижением скорости вращения круга можно перевести обработку в зону пластичности.

Однако при этом, для сохранения значения критической производительности, необходимо снижать зернистость алмазов в круге и повышать их прочность, учитывая также повышение удержания их в связке путем изменения связки круга с полимерной на металлическую. Следует обратить внимание на то, что при шлифовании керамик шероховатость обработанной поверхности  $R_a$  возрастает с увеличением зернистости алмазов, продольной и поперечной подач и снижается с повышением скорости круга. Поэтому, опять же в случае перевода обработки в зону пластичности необходимо принять меры к снижению высотных параметров шероховатости – например, снизить ту же зернистость, выбрать соответствующий метод обработки и станок.

В заключение укажем, что на вопросы «вязкого» шлифования хрупких материалов в литературе уже обращалось внимание, нами же, в данном разделе, сделана попытка обобщить собственные экспериментальные данные и подтвердить перспективность, на наш взгляд, разработок в данном направлении с учетом изложенных выше ограничений при обработке керамик по производительности и качеству обработки.

Кроме того, еще раз подчеркнем, что также в данной главе нами:

- получен и проанализирован массив данных по шероховатости обработанной поверхности инструментами из СТМ, который позволил установить характер и тенденции изменения параметров шероховатости, получить комплекс зависимостей, которые позволяют на основе установления параметра  $R_a$  (теоретически или экспериментально) оценивать другие параметры шероховатости и выбирать пути их регулирования;
- установлено, что характеристика инструмента из СТМ оказывает существенное влияние на параметр шероховатости  $R_a$ , а на остальные параметры шероховатости и их связь с параметром  $R_a$  оказывают уже способ или метод шлифования, а также обрабатываемый материал;
- выявлено, что чем более грубой является поверхность, тем она имеет меньшее соотношение между  $R_{max}$  и  $R_a$ , а чем более совершенна поверхность, полученная шлифованием или другими финишными методами, тем это соотношение больше. Это следует учитывать при выборе необходимого метода или способа обработки для достижения требуемой шероховатости обработанной поверхности или при сравнении альтернативных методов, например, шлифования или точения.

## ГЛАВА 6

### ПАРАМЕТРЫ КАЧЕСТВА ОБРАБОТКИ ПРИ ЧИСТОВОМ И ТОНКОМ АБРАЗИВНОМ ШЛИФОВАНИИ

#### 6.1. РАЗРАБОТКА МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ДЛЯ ОПИСАНИЯ ПРОЦЕССОВ ЧИСТОВОГО И ТОНКОГО ШЛИФОВАНИЯ

##### 6.1.1. ДИНАМИКА ФОРМИРОВАНИЯ ОТКЛОНЕНИЙ ФОРМЫ С УЧЕТОМ ШЕРОХОВАТОСТИ И ВОЛНИСТОСТИ ПОВЕРХНОСТЕЙ ДЕТАЛЕЙ ПРИ ШЛИФОВАНИИ

При моделировании процессов формообразования поверхности детали в процессе шлифования необходимо учитывать явления и процессы, происходящие с разным темпом и разными пространственными масштабами. В зависимости от целей и задач конкретного исследования, на фоне изучаемых быстропротекающих процессов некоторые явления можно считать практически неизменными, либо, наоборот, при изучении медленных процессов характеризовать быстропротекающие процессы некоторыми осредненными и совокупными значениями.

Так, например, при изучении параметров формообразования необходимо учитывать ряд одновременно протекающих разномасштабных процессов, их элементов и явлений, учитывая, что при этом формообразующими элементами, присущими шлифовальному кругу, являются отдельные абразивные зерна, одно- и одновременно взаимодействующие с заготовкой [98, 263].

Множественность этих одновременных или практически одновременных элементарных процессов взаимодействия при существенных различиях параметров каждого отдельного процесса делает нецелесообразным попытку детализированного описания характеристик и параметров взаимодействия с заготовкой каждого отдельного формообразующего элемента, и приводит к необходимости построения обобщенных характеристик таких элементарных процессов [196, 272]. Математическим аппаратом, который позволяет строить такие представления с заданной степенью точности, является теория стохастических процессов [196, 278]. При этом средние устойчивые значения могут считаться детерминированной компонентой обобщенных процессов, а в качестве случайной – рассматриваться отклонения реально протекающих явлений от детерминированной компоненты.

К настоящему моменту времени основным направлением иссле-

дования характеристик взаимодействия абразивного круга и заготовки является определение таких детерминированных компонент, их зависимости от времени, внутренних и внешних по отношению к технологической системе факторов с целью достижения заданного качества итогового технологического процесса [263]. Успехи, достигнутые на этом пути, объясняются тем, что в процессе формообразования детали практически одновременно участвует большое количество абразивных зерен и, вследствие этого, результат такого взаимодействия может рассматриваться как интегральный процесс, представляющий осреднение взаимодействия каждого зерна с заготовкой как по всем участвующим в процессе обработки зернам, так и по времени [97, 98].

Основные факторы, которые учитываются при построении моделей для определения стохастических характеристик взаимодействия абразивных зерен с заготовкой, представляются в форме соответствующих детерминированных и статистических характеристик, а также стохастических законов, связывающих такие характеристики и результирующие обобщенные координаты системы.

При построении модели процесса шлифования целесообразно использование системного подхода и модульного принципа [193,225]. Этот подход позволяет, рассматривать как отдельные явления, происходящие в процессе обработки заготовки, так и их взаимодействие. Кроме того, использование модульного подхода дает возможность заменять отдельные блоки в составе модели без существенных изменений остальных блоков по мере накопления дополнительной информации о происходящих частных процессах и явлениях.

В зависимости от целей и задач, решаемых в данном конкретном случае, производится либо усложнение, либо упрощение отдельных модулей модели. Если замена переменных факторов их средними значениями не оказывает существенного влияния на результирующие характеристики, то может производиться упрощение описаний соответствующих явлений и представляющих их отдельных модулей модели.

Если оказывается, что принятые ранее упрощенные частные модели явлений не учитывают важных определяющих характеристик соответствующих процессов, то производится детализация и усложнение модели. Для контроля целесообразности модификации модели необходимо производить оценку чувствительности к параметрам и переменным.

### 6.1.2. ПОСТРОЕНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ФОРМ ДЕТАЛИ И КРУГА

Формообразование поверхности детали при шлифовании является целенаправленным динамическим процессом изменения формы заготовки

$$\Phi_3(x_3, y_3, z_3, \tau)|_{\tau=0} = 0 \quad (6.1)$$

в деталь, характеризуемую формой, заданной описанием

$$\Phi_0(x_0, y_0, z_0, \tau)|_{\tau=\tau_k} = 0, \quad (6.2)$$

в процессе ее силового взаимодействия со шлифовальным кругом в конкретных условиях, определяемых технологической системой в целом. Очевидно, что в текущий момент времени  $\tau$  форма обрабатываемой заготовки представляется выражением  $\Phi_3(x_3, y_3, z_3, \tau) = 0$ .

Обрабатывающий инструмент – круг также может быть охарактеризован своей мгновенной формой

$$\phi(x_k, y_k, z_k, \tau) = 0 \quad (6.3)$$

В ряде случаев, например, при относительно простых формах или их участках – элементах, участвующих в процессе формообразования, для уравнений (6.1), (6.2), (6.3) могут быть получены аналитические или приближенные решения, связывающие входящие в их состав переменные в явной форме. Так при шлифовании образующей поверхностью круга, его форма (6.3) может быть представлена в виде, разрешенном относительно координаты  $y_k$ . При этом координату  $z_k$  целесообразно выбирать совпадающей с осью вращения шлифовального круга.

Наиболее простым является представление формы образующей круга в полярной цилиндрической системе координат с центром, расположенным в центре круга и углом  $\varphi$ , отсчитываемом от некоторой фиксированной точки, в виде разложения в ряд Фурье [97]

$$R(\varphi) = R_0 + \sum_{i=1}^n R_i \cdot \cos(\omega_i \varphi + \mu_i), \quad (6.4)$$

где  $R_0$  – базовое значение радиус-вектора формы шлифовального круга;  $R_i$ ,  $\omega_i$ ,  $\mu_i$  – амплитуда, пространственная частота и фаза  $i$ -той компоненты разложения.

Представление формы шлифовального круга в виде (6.4) справедливо вследствие периодического (почти периодического – с учетом процесса изменения формы за счет износа круга) характера его

формы в зависимости от угла поворота  $\varphi$ , в свою очередь зависящего от времени. Использование системы базовых ортогональных функций в (6.4) позволяет определять форму набором соответствующих численных коэффициентов.  $R_i$ , и  $\mu_i$  ( $i \in (0..n)$ ) и оперировать более компактным аналитическим представлением. Конкретные значения соответствующих коэффициентов могут быть определены в результате измерений и математической обработки текущих радиус-векторов рабочей поверхности шлифовального круга. Дальнейшая обработка полученных данных призвана получить параметры выражения (6.4).

В процессе измерений круг может быть охарактеризован соотношением (6.3) и следующим ему (6.4) при разных выбранных значениях  $R_0$ . Например, в качестве такого значения может быть выбран как диаметр круга, определяемый по наиболее выступающим зернам [97], так и диаметр, определяемый по положению связки, удерживающей зерна или по некоторым средним значениям.

В выражении (6.4) коэффициенты  $R_i$  с малыми значениями  $i$  могут рассматриваться как параметры, характеризующие отклонение формы круга от идеальной вследствие воздействия различных факторов. Очевидно, что первая компонента характеризует несовпадение центра формы круга и оси его вращения, вторая гармоника – влияние эллипсности круга и т.д. Указанные компоненты отклонения формы существенно уменьшаются при его балансировке и правке.

Компоненты с большими значениями  $i$  характеризуют высоко-частотные отклонения формы от заданной. В связи с ограниченной точностью фиксации начальной точки отсчета и ее привязки к положению круга в процессе обработки, учет фазы  $\mu_{i0}$  для таких высоко-частотных составляющих затруднителен, а ее распределение может считаться случайным и равномерным. Попытки уменьшения погрешности за счет повторных измерений и прямых статистических методов могут быть основаны на том факте, что форма круга, как периодическая (повторяющаяся) по углу поворота функция, соответствует дополнительному соотношению

$$\mu_i = \mu_{i0} + 2\pi \cdot n, \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \quad (6.5)$$

позволяющему привлекать фактически разновременные (повторяющиеся по фазе) определения радиус-векторов для уточнения их величин. При этом, однако, возникает дополнительная проблема синфазирования результатов измерений и/или учета дополнительных погрешностей, возникающих из-за эффекта нестабильности фаз [197].

Кроме того, при этом возможно появление дополнительных компонент погрешности, связанных с изменением параметров круга с течением времени.

При определении текущей формы по нескольким сечениям (круглограммам), неизбежно появление расхождений формы, вызываемых как непостоянством формы в разных сечениях круга, возникающих из-за неравномерного износа круга, так и вследствие погрешностей текущих измерений при влиянии различных дополнительных факторов, которые невозможно учесть заранее и скомпенсировать. Следовательно, амплитуды гармоник и особенно их фазы в (6.4) в существенной степени являются случайными.

При вращении шлифовального круга, угол его поворота зависит от времени, т.е.  $\varphi = \varphi(\tau)$ . При постоянном числе оборотов за единицу времени, переменная  $\varphi$  приобретает вид

$$\varphi = \omega_{\text{круга}} \cdot (\tau - \tau_0), \quad (6.6)$$

где  $\omega_{\text{круга}}$ ,  $\tau$ ,  $\tau_0$  – угловая скорость вращения круга, текущее и начальное время, определяющее (с учетом номера) фазы  $\mu_i$  гармоник.

Использование соотношения (6.6) позволяет трансформировать пространственные характеристики (6.4), математически характеризуемые функциями пространственного аргумента, во временную область и рассматривать исходные представления форм в виде полей как соответствующие зависимости от времени – процессы.

В этой постановке учет изменения параметров вследствие износа круга (в том числе и неравномерного) возможен при рассмотрении коэффициентов  $R_i$  в выражении (6.4) как функций времени.

Аналогично шлифовальному кругу, деталь может быть охарактеризована поверхностью, опирающейся на наиболее выступающие вершины выступов (радиусами  $r_0$ , проведенными по таким выступам – для округлых деталей), или поверхностями (радиусами), соответствующими среднему уровню или впадинам.

Такая неоднозначность описания, не соответствующая строгой математической постановке, при решении задачи определении параметров соотношений типа (6.4), определяется техническими возможностями, особенностями и погрешностями проведения измерений. Последние характеризуются как погрешностями измерений текущего радиус-вектора формы, так и неизбежной фильтрацией высоких частот – отсеиванием и сглаживанием мелкомасштабных отклонений формы при аналоговом или дискретном измерении и обработке ре-

зультатов измерений (на основе эффектов, характеризующих теоремой Котельникова [197]).

Форма поверхности детали часто может быть представлена в виде

$$r(\varphi) = r_0 + \sum_{i=1}^m r_i \cdot \cos(\omega_i \varphi + \gamma_i), \quad (6.7)$$

являющимся точным описанием формы для замкнутых поверхностей, имеющих периодический характер [236], и хорошим приближением (за исключением, быть может, неточностей описания характеристик поведения вблизи точек существенной «негладкости» формы или ее границ, где проявляется эффект Гиббса [197]) для любых поверхностей.

Соотношения типа (6.7), в большинстве случаев достаточно точные для круга, могут недостаточно точно отражать соответствующие характеристики детали вследствие существенного изменения ее формы и ее параметрического представления (6.7) за оборот (детали) из-за съема материала заготовки и, вследствие этого, изменения формы.

Для случая плоского шлифования, производимого с постоянной скоростью подачи, параметр  $\varphi$  в уравнении (6.7) для детали определяется параметрами подачи, а для круглого шлифования необходимо использовать соотношение, аналогичное (6.6)

$$\varphi = \omega_{детали} \cdot (\tau - \tau_0). \quad (6.8)$$

Поскольку процесс преобразования формы является целенаправленным, необходимо сформулировать целевую функцию, представляющую собой модель цели обработки заготовки шлифованием. Очевидно, что эта задача неоднозначна вследствие того, что как к результирующей детали, так и к самому процессу обработки предъявляется целый набор требований (частных целей), одновременное выполнение которых приводит к принятию некоторых компромиссных решений и необходимости согласования частных целей (подцелей).

Так или иначе, выбор и формализация такого обобщенного критерия качества, позволяющего построить численные оценки степени достижения цели, является необходимым условием решения поставленной задачи. Любая формализация целей (построение функционала) неизбежно приводит к замене исходной цели ее моделью. Поэтому функционал качества целесообразно рассматривать как модель цели.

Обычно в качестве модели целевой функции операции обработки шлифованием используется функционал эффективности, характе-



ризирующий приведенные затраты, штучное время обработки, себестоимость и т.п. В качестве ограничений вводятся заданное качество получаемых изделий и технологические возможности станка и процесса обработки, характеризуемые дополнительным функционалом, построенном на этой совокупности параметров. Альтернативным решением является применение в качестве базового функционала критерия, характеризующего качество детали, а роль ограничений выполняет объединенный функционал, характеризующий другие технологические и технические параметры.

В любом из этих случаев в качестве одной из набора подцелей, полученных при декомпозиции глобальной цели, рассматривается качество воспроизведения заданных параметров формы детали, а также форма и технологические параметры абразивного инструмента.

Отличие формы заготовки от формы детали, очевидно, может быть оценено разностью форм (6.1) и (6.2). В качестве численной оценки степени близости указанных форм могут применяться как обобщенные интегральные критерии [91], так и некоторые «точечные» (частные) критерии, характеризующие численные оценки отдельных показателей качества результирующих форм [272]. Компромиссные решения могут быть реализованы с построением компромиссных аддитивных критериев, в качестве компонентов которых применяются частные критерии (как интегральные, так и точечные). Наиболее распространенными видами таких частных критериев являются такие как, отклонение формы полученной детали от заданной, волнистость, конусность, бочкообразность и т.д.

Ряд частных критериев непосредственно характеризуется параметрами  $r_i$  в соотношении (6.7), рассматриваемого при  $\tau = \tau_k$  (времени окончания обработки заготовки), а интегральные критерии, характеризующие параметры формы, могут быть построены на основе соответствующих функций от тех же параметров, как исчерпывающая характеристика формы.

При определении и непосредственном измерении текущей формы неизбежно присутствуют неопределенность и погрешности. Следовательно, необходимо максимально эффективное использование всей информации о характеристиках, зависимостях и параметрах, доступных контролю, в ходе технологического процесса.

На форму заготовки в процессе ее обработки существенное влияние оказывают динамические свойства и параметры технологической системы.

### 6.1.3. ВЛИЯНИЕ ТЕХНОЛОГИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ НА ПРОЦЕСС ФОРМИРОВАНИЯ ПОВЕРХНОСТИ ПРИ ШЛИФОВАНИИ

Условия, накладываемые технологической системой на взаимное положение системы шлифовальный круг-деталь, в любой момент времени могут быть представлены совокупностью некоторых функций времени, а наименьшее число этих функций, необходимое для фиксации такого положения, является числом обобщенных координат системы.

Состояние системы определяется ее положением, т.е. обобщенными координатами системы  $q_1, q_2, \dots, q_s$  и производными этих координат по времени - обобщенными скоростями. Для систем с постоянной структурой обобщенные координаты и скорости должны удовлетворять удерживающим систему в целостном состоянии связям, которые являются точными равенствами [193]. К связям такого типа необходимо отнести геометрические соотношения, связывающие взаимоположения элементов системы, типа

$$q_i(q_1, \dots, q_s, \tau) = 0, \quad (6.9)$$

которые не содержат обобщенных скоростей, и кинематические, в уравнения которых входят обобщенные скорости.

$$h_j(q_1, \dots, q_s, dq_1/d\tau, \dots, dq_s/d\tau, \tau) = 0. \quad (6.10)$$

Соотношения типа (6.9), (6.10) также могут рассматриваться как условия, нарушение которых приводит к изменению числа удерживающих связей и изменяет структуру системы. Системы такого типа относятся к системам с переменной структурой.

С этих позиций, соотношения (6.1), (6.2) и (6.3) также могут быть отнесены к геометрическим соотношениям – удерживающим связям. Отметим, что понятие связей обычно понимается в более широком смысле, чем наложенные геометрические и кинематические ограничения.

Уравнения вида (6.10), характеризующие поведение динамической системы, представляют собой уравнения наложенных на нее кинематических связей и уравнений движения системы, определяемых из законов сохранения (импульса, энергии, массы и т.п.). Эти уравнения могут содержать и производные обобщенных координат более высоких, чем первого, порядка. Ограничения на параметры и характеристики системы, которые необходимо обеспечить в процессе шлифования, являются связями, которые характеризуются неравенствами, и их необходимо отнести к неудерживающим связям.

С учетом силового взаимодействия круга и обрабатываемой детали, необходимо учесть удерживающую геометрическую связь типа (6.9) между наборами координат детали и круга, представляющую собой описание расстояний от фиксированного уровня  $B$  формы детали до оси вращения шлифовального круга.

Существует зона взаимопроникновения форм детали и круга при их силовом взаимодействии, определяемых по радиусам  $R(\tau)$  и  $r(\tau)$ , построенным, например, по вершинам соответствующих форм. Такая зона взаимопроникновения при несовпадении окружных скоростей внешних точек соприкасающихся форм является зоной их распределенного силового взаимодействия, сопровождающегося последовательно возникающими, затем одновременно действующими явлениями трения, упругой, пластической деформации, локального разрушения и др. [263].

Взаимодействие круга и заготовки происходит не по всей поверхности детали, описываемой соотношениями (6.1), (6.2), и поверхностью круга, характеризуемой (6.3), а в каждый момент времени лишь в некоторой ограниченной размерами зоне контакта, перемещающейся в процессе шлифования, как по поверхности круга, так и заготовки. Положение этой зоны может быть определено как в системе координат, связанной с кругом, так и в системе координат, связанной с деталью. Она расположена вблизи точки минимального расстояния заготовки от центра круга.

«Набегающая» (относительно перемещения поверхности детали к поверхности круга) часть зоны контакта имеет больший объем, чем «убегающая» часть, из-за процесса съема материала заготовки и изменения параметров в (6.7), в том числе  $r_0$ . Т.е. съем материала заготовки «набегающей» частью круга происходит с большей вероятностью, чем «убегающей».

Относительно малые геометрические размеры такой зоны по отношению к размерам, как круга, так и детали в ряде случаев позволяют пренебрегать отличиями процессов, происходящих в различных частях ее объема и представлять эквивалентной функцией сосредоточенных параметров.

Указанное справедливо для таких параметров  $r_i$  формы (6.7), (например, волнистости детали), шаг которых существенно больше, чем геометрические размеры (длина) зоны контакта.

Длина зоны контакта может оцениваться из простейших геомет-

рических соображений совместным решением уравнения для формы детали (6.1) и уравнения для шлифовального круга (6.3) (или преобразованных представлений (6.4), (6.7) и др.), в том числе, и полученным с учетом изменения форм самой детали и круга за проход. Например, при установившихся режимах обработки, текущая форма округлой обрабатываемой детали может быть представлена витком архимедовой спирали. Это приводит лишь к соответствующему изменению параметров уравнения (6.7).

Определение геометрических параметров зоны контакта целесообразно производить в цилиндрической системе координат и оценивать номер пространственной гармоники  $n_1$ , соответствующей размеру зоны контакта, для соотношения (6.7). При анализе компонент соотношения (6.7) при  $n > n_1$  необходимо детализировать процессы, происходящие в зоне контакта. Последние в основном характеризуют процессы, приводящие к появлению эффектов, определяющих шероховатость детали.

#### **6.1.4. ПОСТРОЕНИЕ ВНЕШНИХ ДИНАМИЧЕСКИХ СООТНОШЕНИЙ, ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ КРУГА И ЗАГОТОВКИ В ПРОЦЕССЕ ШЛИФОВАНИЯ**

При оценке поведения системы в целом необходим учет динамических параметров технологической системы, который осуществляется с той или иной степенью детальности. Последняя зависит как от задачи исследования взаимодействия шлифовального круга и заготовки, так и от доступного объема априорной и текущей информации о поведении технологической системы. Повышение степени детализации и, следовательно, и уменьшение степени идеализации происходящих процессов, требует увеличение объема обрабатываемой информации.

Взаимодействующие шлифовальный круг и заготовка в первую очередь характеризуются параметрами формы, взаимоположением этих форм, упругими, демпфирующими и другими свойствами технологической системы.

В качестве математической модели шлифовального круга может рассматриваться тяжелый вращающийся диск, а при ее одномерном представлении – вращающаяся окружность. Центр вращения неизбежно не совпадает с центром формы, что и определяет дисбаланс

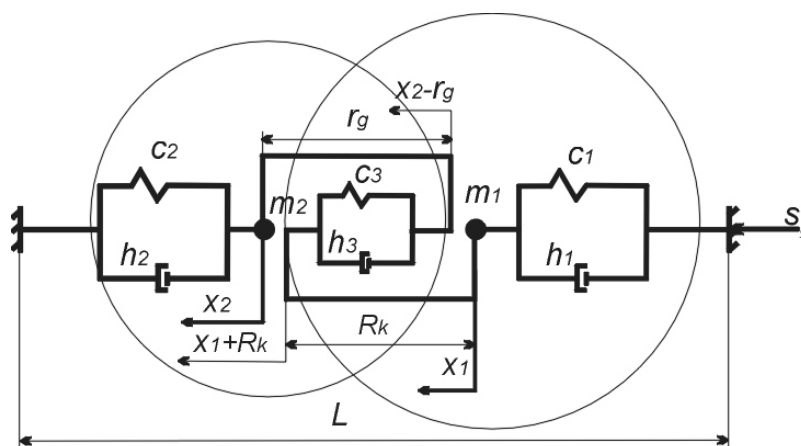


Рис. 6.1. Схема взаимодействия шлифовального круга и заготовки при круглом наружном шлифовании.

круга, которым обычно и объясняют появление периодически изменяющихся сил, возникающих при шлифовании. Аналогичное описание имеет и заготовка.

Выбор конкретного набора переменных  $x_i$  определяется “физическим смыслом” - возможностью

интерпретировать их как соответствующие параметры происходящих процессов.

Например, для процесса круглого наружного шлифования схема взаимодействия имеет вид, представленный на рис.6.1.

Для анализа процесса введены следующие обозначения:

$L, x_1, x_2$  - межцентровое расстояние, отклонения координат центра шлифовального круга и детали относительно соответствующих положений динамического равновесия, соответственно;

$R_k, c_1, h_1, m_1$  - радиус круга, его приведенная жесткость, коэффициент демпфирования и масса;

$r_0, c_2, h_2, m_2$  - радиус детали, ее приведенная жесткость, коэффициент демпфирования и масса;

$c_3, h_3$  - соответствующие эквивалентные параметры зоны контакта круга и детали.

При построении удерживающих связей типа (6.9) (геометрических соотношений) необходимо учитывать соответствующие параметры формы заготовки, круга и области взаимопроникновения круга и заготовки. С учетом (6.4) и (6.7), межцентровое расстояние  $L$  определится как

$$L = R(\varphi) + r(\varphi) - t_f, \quad (6.11)$$

здесь  $t_f$  - глубина внедрения режущих зерен круга в материал заготовки, отсчитываемая от ее исходной поверхности.

В соответствие с представлением (6.5), соотношения (6.11) могут содержать периодические (по времени  $\tau$  или по фазе вращения  $\varphi(\tau)$  шлифовального круга) компоненты, приводящие к возникнове-

нию периодических изменений  $t_f$  и периодических сил с соответствующими частотами в удерживающих связях при силовом взаимодействии круга и заготовки. Такие силы являются внутренними для системы шлифовальный круг – заготовка и в существенной степени определяют динамику технологической системы.

При учете скорости поперечной подачи  $\dot{S}$ , с учетом температурных  $y_T$  и упругих  $y_{УП}$  деформаций технологической системы, соотношение (6.11) должно быть скорректировано и приобретет вид:

$$L(\tau) = R(\varphi(\tau)) + r(\varphi(\tau)) - t_f(\tau) - \int_{\tau_0}^{\tau} \dot{S} d\tau + y_T - y_{УП}. \quad (6.12)$$

Для обеспечения протекания процесса взаимодействия круга и заготовки значение  $t_f$  в (6.12) должно быть неотрицательной величиной, т.е.

$$L(\tau) \leq R(\varphi(\tau)) + r(\varphi(\tau)) - t_f(\tau) - \int_{\tau_0}^{\tau} \dot{S} d\tau + y_T - y_{УП} \quad (6.13)$$

В случае невыполнения условия (6.13) отсутствует силовой контакт и, следовательно, взаимодействие круга с заготовкой. В этом случае динамическая система распадается на две системы. Первая из них – динамическая система, описывающая движение шлифовального круга под действием внешних сил и начальных условий, соответствующих ее состоянию в момент прекращения выполнения неравенства (6.13). Вторая – динамическая система, характеризующая движение заготовки. При этом полученная система, в которой условие (6.13) не обязательно выполняется, является системой с переменной структурой. Далее будет рассматриваться наиболее часто встречающийся случай выполнения соотношения (6.13).

На основе принципа возможных перемещений, для системы, представленной на рис. 6.1, построено ее представление в виде совокупности дифференциальных уравнений, характеризующих динамику перемещений центров круга и детали в процессе круглого наружного шлифования:

$$\begin{cases} m_1 \Delta \ddot{x}_1 + h_1 \Delta \dot{x}_1 + c_1(x_{10} + \Delta x_1) + h_3(\Delta \dot{x}_1 + \Delta \dot{R}) + c_3(x_{10} + \Delta x_1 + \\ + R + \Delta R) - h_3(\Delta \dot{x}_2 - \Delta \dot{r}) - c_3(x_{20} + \Delta x_2 - r - \Delta r) = 0, \\ m_2 \Delta \ddot{x}_2 + h_2 \Delta \dot{x}_2 + c_2(x_{20} + \Delta x_2) + h_3(\Delta \dot{x}_2 - \Delta \dot{r}) + c_3(x_{20} + \Delta x_2 - r - \\ - \Delta r) - h_3(\Delta \dot{x}_1 + \Delta \dot{R}) - c_3(x_{10} + \Delta x_1 + R + \Delta R) - h_2 \dot{L} - c_2(L + \Delta L) = 0, \end{cases} \quad (6.14)$$

где  $m_1, m_2$  – приведенные массы заготовки с центрами и круга со шпинделем;  $h_i$  – коэффициент сопротивления  $i$ – того звена;  $c_i$  – коэффициент жесткости  $i$ – того звена;  $x_1 = x_{10} + \Delta x_1$ ;  $x_2 = x_{20} + \Delta x_2$ ;  $x_{10}, x_{20}, \Delta x_1, \Delta x_2$ , – координаты центра вращения круга и центра вращения детали и их приращения соответственно;  $R_k, r_g$  – радиусы круга и детали;  $\Delta R, \Delta r$  – приращения радиусов круга и заготовки, соответственно, вызванные отклонениями их формы;  $L, \Delta L$  – межцентровое расстояние и его изменение.

После вычитания из уравнений (6.14) уравнений удерживающих связей:

$$\begin{cases} c_1 x_{10} + c_3 (x_{10} + R_k) - c_3 (x_{20} - r_g) = 0, \\ c_2 x_{20} + c_3 (x_{20} - r_g) - c_3 (x_{10} + R_k) - c_2 L = 0, \end{cases} \quad (6.15)$$

получим систему уравнений, характеризующих процесс взаимодействия круга и заготовки при шлифовании в отклонениях от номинальных параметров.

Для упрощения записи изменим обозначения приращений координат и их производных, опуская предшествующий им знак приращения  $\Delta$ .

$$\begin{cases} m_1 \ddot{x}_1 + h_1 \dot{x}_1 + c_1 x_1 + h_3 (\dot{x}_1 + \dot{\Delta R}) + c_3 (x_1 + \Delta R) - \\ - h_3 (\dot{x}_2 - \dot{\Delta r}) - c_3 (x_2 - \Delta r) = 0, \\ m_2 \ddot{x}_2 + h_2 \dot{x}_2 + c_2 x_2 + h_3 (\dot{x}_2 - \dot{\Delta r}) + c_3 (x_2 - \Delta r) - \\ - h_3 (\dot{x}_1 + \dot{\Delta R}) - c_3 (x_1 + \Delta R) - h_2 \dot{L} - c_2 \Delta L = 0. \end{cases} \quad (6.16)$$

Целесообразно рассматривать компоненты (6.16), связанные с отклонениями форм круга и детали и межцентровым расстоянием как внешние воздействия на динамическую систему и перестроить вышеприведенные соотношения, приводя их к форме:

$$\begin{cases} m_1 \ddot{x}_1 + h_1 \dot{x}_1 + c_1 x_1 + h_3 \dot{x}_1 + c_3 x_1 - h_3 \dot{x}_2 - c_3 x_2 = \\ = -h_3 (\dot{\Delta R} + \dot{\Delta r}) - c_3 (\Delta R + \Delta r), \\ m_2 \ddot{x}_2 + h_2 \dot{x}_2 + c_2 x_2 + h_3 \dot{x}_2 + c_3 x_2 - h_3 \dot{x}_1 - c_3 x_1 = \\ = h_3 (\dot{\Delta R} + \dot{\Delta r}) + c_3 (\Delta R + \Delta r) + h_2 \dot{L} + c_2 \Delta L. \end{cases} \quad (6.17)$$

Разрешая полученную систему (6.17) относительно старших производных, запишем:

$$\left\{ \begin{array}{l} \ddot{x}_1 = \frac{1}{m_1} [-(h_1 + h_3)\dot{x}_1 - (c_1 + c_3)x_1 + h_3\dot{x}_2 + c_3x_2] - \\ - \frac{1}{m_1} [h_3(\Delta\dot{R} + \Delta\dot{r}) - c_3(\Delta R + \Delta r)], \\ \ddot{x}_2 = \frac{1}{m_2} [-(h_2 + h_3)\dot{x}_2 - (c_2 + c_3)x_2 - h_3\dot{x}_1 - c_3x_1] + \\ + \frac{1}{m_2} [h_3(\Delta\dot{R} + \Delta\dot{r}) + c_3(\Delta R + \Delta r)] + \frac{1}{m_2} [h_2\dot{L} + c_2\Delta L]. \end{array} \right. \quad (6.18)$$

Первые слагаемые правых частей соотношений (6.18) представляют собой компоненты с производными отклонений положения центров круга и детали, зависящие непосредственно от внутренних обобщенных координат динамической системы (геометрических и кинематических). Вторые слагаемые – отражают влияние отклонений форм круга и детали соответственно представлениям (6.4) и (6.7) с учетом соотношений (6.6) и (6.8). Третье слагаемое второго уравнения в системе (6.18) отражает воздействие межцентрового расстояния и скорости его изменения на динамическую систему.

С обозначениями

$$y_1 = x_1, \quad y_2 = \dot{y}_1 = \dot{x}_1, \quad y_3 = x_2, \quad y_4 = \dot{y}_3 = \dot{x}_2 \quad (6.19)$$

система (6.18) может быть приведена к нормальной форме Коши [236].

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{y}_1 = y_2, \\ \dot{y}_2 = -\frac{1}{m_1} [(c_1 + c_2)y_1 + (h_1 + h_2)y_2 - c_3y_3 - h_3y_4] - \\ - \frac{1}{m_1} [c_3(\Delta R + \Delta r) + h_3(\Delta\dot{R} + \Delta\dot{r})], \\ \dot{y}_3 = y_4, \\ \dot{y}_4 = -\frac{1}{m_2} [(c_2 + c_3)y_3 + (h_2 + h_3)y_4 - c_3y_3 - h_3y_4] + \\ + \frac{1}{m_2} [c_3(\Delta R + \Delta r) + h_3(\Delta\dot{R} + \Delta\dot{r})] + \frac{1}{m_2} [h_2\dot{L} + c_2\Delta L]. \end{array} \right. \quad (6.20)$$

Для компактности уравнения (6.20) целесообразно представить в матричной форме [46,278]:

$$\dot{Y}_0 = A_0 \cdot Y_0 + B_0 \cdot \Psi + C_0 \cdot U, \quad (6.21)$$



где

$$\dot{Y}_0 = \begin{bmatrix} \dot{y}_1 \\ \dot{y}_2 \\ \dot{y}_3 \\ \dot{y}_4 \end{bmatrix}, \quad A_0 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{-(c_1+c_3)}{m_1} & \frac{-(h_1+h_3)}{m_1} & \frac{c_3}{m_1} & \frac{h_3}{m_1} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{-c_3}{m_2} & \frac{-h_3}{m_2} & \frac{-(c_2+c_3)}{m_2} & \frac{-(h_2+h_3)}{m_2} \end{bmatrix}, \quad Y_0 = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \end{bmatrix},$$

$$B_0 = [B_{01} \quad B_{02}], \quad B_{01} = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{c_3}{m_1} \\ 0 \\ \frac{-c_3}{m_2} \end{bmatrix}, \quad B_{02} = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{h_3}{m_1} \\ 0 \\ \frac{-h_3}{m_2} \end{bmatrix},$$

$$\Psi = \begin{bmatrix} \Psi_1 \\ \Psi_2 \end{bmatrix}, \quad \Psi_1 = [\Delta R + \Delta r], \quad \Psi_2 = [\Delta \dot{R} + \Delta \dot{r}], \quad C_0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \frac{c_2}{m_2} & \frac{h_2}{m_2} \end{bmatrix}, \quad U = \begin{bmatrix} \Delta L \\ \dot{L} \end{bmatrix}.$$

В системе (6.21) введены следующие обозначения:

$Y_0$  – вектор (матрица-столбец), представляющая вектор состояния системы,  $\dot{Y}_0$  – вектор производных состояний системы,  $A_0$  – матрица, характеризующая динамические свойства системы,  $B_0$  – матрица параметров влияния отклонения формы детали и круга,  $\Psi$  – вектор состояний отклонений формы детали и круга от номинальных параметров,  $C_0$  – матрица управления процессом (за счет поперечной подачи),  $U$  – вектор управляющих воздействий, связанный с поперечной подачей.

Уравнение (6.21) представляет собой матричную запись неоднородной системы обыкновенных дифференциальных уравнений в форме Коши.

Матрица  $B_0$  в выражении (6.21) представлена в блочном виде в расщепленной по столбцам форме. Целесообразность такого описания будет показана ниже.

Для восстановления исходного представления и переменных в виде, соответствующем (6.18), (6.19), необходимо построить «уравнение восстановления», которое в данном случае будет иметь выра-

жение:

$$X_0 = D_0 \cdot Y_0, \quad (6.22)$$

где  $D_0$  – матрица, характеризующая состав оценок параметров пространства состояний и/или структуру их линейных комбинаций.

Если необходимы оценки всего пространства состояний, то  $X_0 = [x_1 \quad \dot{x}_1 \quad x_2 \quad \dot{x}_2]^T$  – транспонированная матрица, соответствующая описанию уравнения (6.19) и в этом случае  $D_0$  представляет собой единичную матрицу размерности  $[4 \times 4]$ .

Измерения параметров состояния в ходе работы реальной системы осуществляются с некоторыми погрешностями. В связи с этим целесообразно представить уравнения для доступных измерению параметров состояния с учетом шумов измерителей:

$$X_1 = E_0 \cdot X_0 + N_1, \quad (6.23)$$

где  $N_1$ ,  $E_0$  – матрицы, характеризующие влияние шумов измерения на оценки состояния системы и ковариационная матрица погрешности измерений, соответственно.

Вид и структура матрицы  $E_0$  определяется составом и параметрами измерительного комплекса.

Непосредственное применение матричных представлений (6.21) нецелесообразно вследствие необходимости дифференцирования параметров отклонений форм. Указанное не является ни особенностью матричного представления модели, ни описания динамической системы в отклонениях. Эти характеристики проявляются уже в исходном представлении технологической системы (6.14).

### 6.1.5. ПОСТРОЕНИЕ ВНЕШНИХ ДИНАМИЧЕСКИХ СООТНОШЕНИЙ, НЕ ТРЕБУЮЩИХ ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЯ ОТКЛОНЕНИЙ ФОРМ

Можно осуществить преобразование пространства состояний, для которого уравнения состояния типа (6.21) не будут требовать такого дифференцирования параметров формы.

Введем модифицированный вектор состояния системы вида:

$$F = Y_0 - B_{02} \cdot \Psi_1, \quad (6.24)$$

где  $Y_0$ ,  $B_{02}$ ,  $\Psi_1$  – соответствуют выражениям, представленным в зависимости (6.21).

Отметим, что из записи соотношения (6.21) непосредственно

следует, что

$$\dot{\Psi}_1 = \Psi_2. \quad (6.25)$$

Из уравнения (6.24) можно определить

$$Y_0 = F + B_{02} \cdot \Psi_1. \quad (6.26)$$

Известно, например [46], что для любых совместных по форме матриц  $\alpha(t)$  и  $\beta(t)$  справедливо соотношение:

$$\frac{d[\alpha(t) \cdot \beta(t)]}{dt} = \alpha(t) \frac{d\beta(t)}{dt} + \beta(t) \frac{d\alpha(t)}{dt}. \quad (6.27)$$

Полученная с учетом равенства (6.24) и матричного тождества (6.27) производная  $\dot{Y}_0$  от вектора состояния (6.26) имеет вид:

$$\dot{Y}_0 = \dot{F} + \dot{B}_{02} \cdot \Psi_1 + B_{02} \cdot \Psi_2. \quad (6.28)$$

Матричное уравнение (6.21) с раскрытием расщепленных форм можно переписать в виде:

$$\dot{Y}_0 = A_0 \cdot Y_0 + B_{01} \cdot \Psi_1 + B_{02} \cdot \Psi_2 + C_0 \cdot U. \quad (6.29)$$

Подстановка в правую часть уравнения (6.29)  $Y_0$  из (6.26), приводит к результату:

$$\dot{Y}_0 = A_0 \cdot [F + B_{02} \cdot \Psi_1] + B_{01} \cdot \Psi_1 + B_{02} \cdot \Psi_2 + C_0 \cdot U. \quad (6.30)$$

Из сравнения левых частей (6.28) и (6.30) следует:

$$\dot{F} + \dot{B}_{02} \cdot \Psi_1 + B_{02} \cdot \Psi_2 = A_0 \cdot [F + B_{02} \cdot \Psi_1] + B_{01} \cdot \Psi_1 + B_{02} \cdot \Psi_2 + C_0 \cdot U,$$

что, после соответствующих преобразований и группировки, позволяет записать модифицированное уравнение состояния, не содержащее  $\Psi_2$ , и, следовательно, не требующее дифференцирования параметров форм  $\Psi_1$ :

$$\dot{F} = A_0 \cdot F + [A_0 \cdot B_{02} + B_{01} - \dot{B}_{02}] \cdot \Psi_1 + C_0 \cdot U. \quad (6.31)$$

Сравнение уравнения (6.31) для модифицированного пространства состояний  $F$  и исходного соотношения (6.21) для пространства состояний  $Y_0$  позволяет рассматривать коэффициент, стоящий перед матрицей  $\Psi_1$

$$B_1 = [A_0 \cdot B_{02} + B_{01} - \dot{B}_{02}], \quad (6.32)$$

как матрицу влияния отклонения формы детали и круга для модифицированного состояния. Если параметры демпфирования зоны контакта, массы заготовки и шлифовального круга в процессе обработки могут быть приняты не зависящими от времени, то элементы матрицы  $\dot{B}_{02}$  равны нулю и выражение (6.32) приобретает форму:

$$B_1 = [A_0 \cdot B_{02} + B_{01}].$$

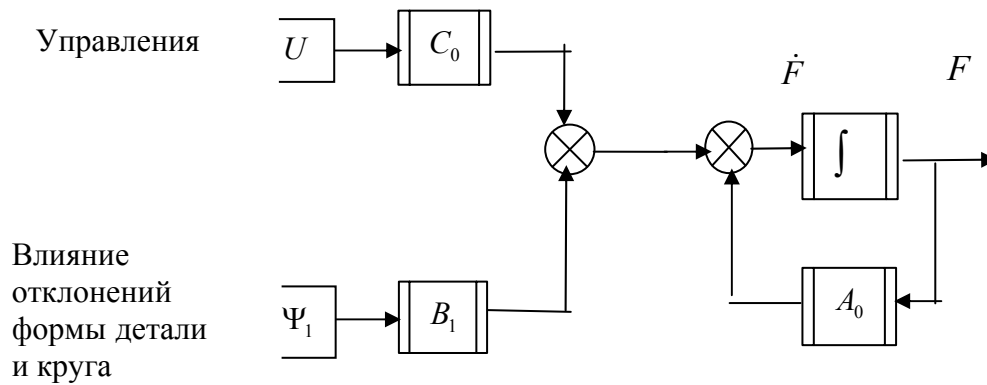


Рис. 6.2. Структура образования модифицированных состояний  $F$ .

Модифицированное матричное дифференциальное уравнение пространства состояния имеет вид:

$$\dot{F} = A_0 \cdot F + B_1 \cdot \Psi_1 + C_0 \cdot U. \quad (6.33)$$

Этому матричному уравнению соответствует схема образования состояний  $F$  из управления  $U$  и возмущения  $\Psi_1$ .

Аналогичная структура может быть построена и для уравнения исходных состояний (6.21).

Если выявлены детерминированные компоненты отклонения формы круга, то в соответствие (6.4), (6.5), (6.6), они могут быть учтены введением периодических составляющих в вектор  $U$ .

Как системе дифференциальных уравнений (6.21), так и системе (6.33) соответствуют совпадающие с точностью до обозначений  $Y_0, \dot{Y}_0$  и  $F, \dot{F}$  системы однородных линейных дифференциальных уравнений  $\dot{Y}_0 = A_0 \cdot Y_0$  и  $\dot{F} = A_0 \cdot F$ . Следовательно, системы (6.21) и (6.33) являются эквивалентными в смысле Ляпунова [46].

Оценка состояния  $X_0$  на основе результатов моделирования модифицированной системы (6.33) может быть восстановлена в состояниях (6.22) применением к результатам (6.33) преобразования (6.25):

$$X_0 = D_0 \cdot F + D_0 \cdot B_{02} \cdot \Psi_1, \quad (6.34)$$

где матрицы  $X_0, D_0, B_{02}, \Psi_1$  соответствуют матрицам, использованным в (6.21), а модифицированный вектор состояния  $F$  определяется (6.33).

Т.к. вектор измерений не модифицировался, то описание системы с модифицированным пространством состояний, не требующим дифференцирования шумов возмущений, должна быть представлена системой матричных уравнений (6.32), (6.34), (6.22).

В качестве примера применения соотношений (6.33) и (6.34) произведено моделирование процесса обработки круглой детали на

операции круглого наружного шлифования на станке модели ХШ1-78Ф2Ш11 со следующими параметрами:  $m_1 = 150$ ,  $c_1 = 10 \cdot 10^6$ ,  $h_1 = 21 \cdot 10^3$ ;  $m_2 = 15$ ,  $c_2 = 1,5 \cdot 10^6$ ,  $h_2 = 13 \cdot 10^3$ ;  $c_3 = 10 \cdot 10^6$ ,  $h_3 = 10 \cdot 10^3$ ;  $\Delta R = A \sin(\omega t)$ ,  $A = 5 \cdot 10^{-6}$ ,  $\omega = 27,866$ ;  $\Delta r = 0$ ,

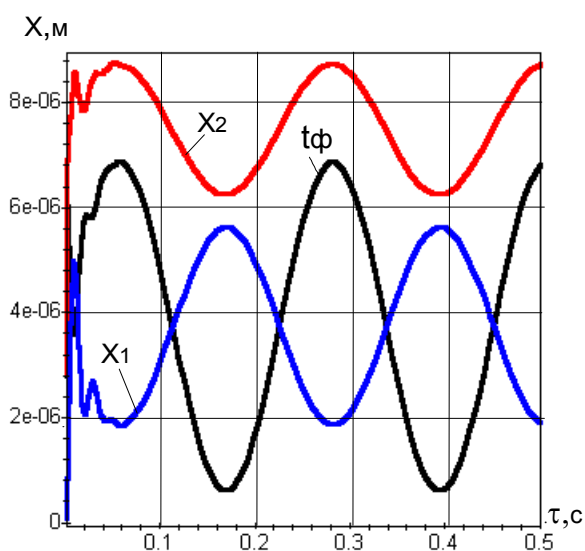


Рис.6.3. Графики зависимостей для отклонений положения центра круга  $x_1$ , заготовки  $x_2$  и глубины резания  $t_\phi$  от номинальных значений.

$\Delta L = 10 \cdot 10^{-6}$  и нулевыми начальными условиями по всем переменным системы.

Результат моделирования представлен на рис. 6.3

По результатам моделирования очевидно влияние начальных условий, которые определяют переходный процесс в стационарной системе в отклонениях при детерминированном гармоническом шуме возбуждения. Переходные процессы для  $x_1$  – отклонений координат центра круга и  $x_2$  – для заготовки – различаются по своей длительности. Нарушений условия (6.13) не наблюдается – в данном

примере система имеет постоянную структуру.

### 6.1.6. ПОСТРОЕНИЕ ФОРМИРУЮЩЕГО ФИЛЬТРА - ПОЛУЧЕНИЕ СТОХАСТИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК «ВНУТРЕННЕЙ ДИНАМИКИ»

При недоступности прямому измерению текущих параметров процесса  $\Psi_1(t)$ , необходимо использовать информацию о групповых статистических характеристиках. Для оценки параметров состояния динамической системы кроме задания «внешней динамики» системы необходимо определение характеристик «шумов возбуждения», описывающих параметры изменения отклонения формы круга и детали как случайную функцию углов их поворота. С учетом преобразования пространственных переменных во временные и применения соотношений (6.6) и (6.8), шумы возбуждения могут быть представлены как случайный процесс [84]. Он характеризует «внутреннюю динамику» процесса взаимодействия заготовки и круга на макроуровне. При

этом ввиду отсутствия дополнительных данных приходится принимать гипотезу об эргодичности.

Круглограммы поверхности круга, отображающие такой процесс - отклонение формы круга от заданной, относительно стабильны в процессе обработки каждой детали и представляют собой отрезок реализации процесса формообразования круга. Отклонение объекта от заданной формы определяется большим количеством неконтролируемых независимых случайных факторов и может характеризоваться квазистационарным гауссовским случайным процессом [196]. Такой процесс описывается математическим ожиданием (параметрами формы круга) и отклонениями формы, характеризуемыми корреляционной функцией.

Корреляционная функция может быть построена непосредственно по профилограмме

$$R_{xx}(\theta) = E\{x(\varphi) \cdot x(\varphi + \theta)\}, \quad (6.35)$$

где  $E\{\cdot\}$  – операция взятия математического ожидания;  $x(\varphi)$ ,  $\varphi$  - характеристики случайного процесса – абсцисса и ордината профилограммы.

Изучение состояния рабочей поверхности инструмента выполнено при обработке образцов из стали 40Х размерами  $d \times l = 40 \times 50$  мм кругом ПП400×12×127 24А25НСТ36К при скорости круга 35 м/с, и скорости детали 0,18 м/с, продольной подаче 0,02 м/с, поперечной подаче 0,01 мм/ход. Профили поперечного сечения инструмента записывались (см. пример на рис. 6.4) после правки и после 10, 20, 30 минут его работы.

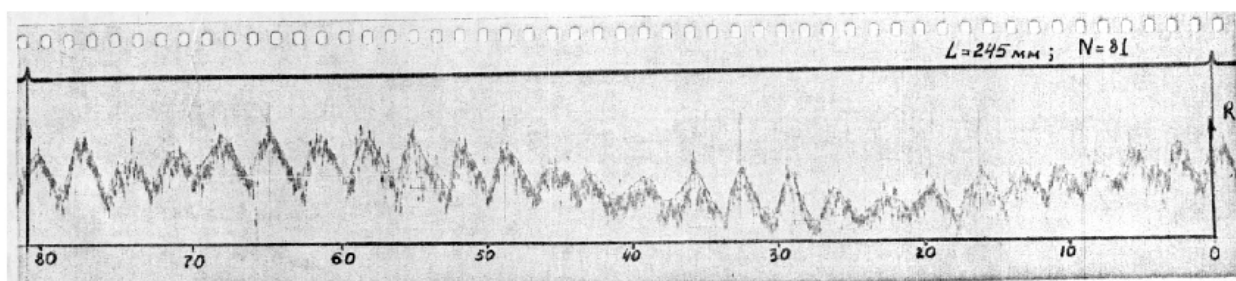


Рис.6.4. Пример участка профилограммы поперечного сечения шлифовального круга после 10 минут работы.

Деформации щупа с помощью тензодатчиков и усилителя регистрировались на записывающем устройстве. Отметка полного оборо-

та производилась датчиком фазового расположения заготовки и отметчиком фазы, выполненным в виде диска с прорезью. Диск закреплялся на оправке соосно с кругом. Частота собственных колебаний щупа составила 200 Гц, что более чем на два порядка превышает частоту вынужденных колебаний щупа при профилографировании обработанной поверхности. Графики тарировки датчиков имели линейный характер.

Спектральный состав отклонений профилей исследовался с помощью гармонического анализа профилограмм. В результате расчетов получены значения амплитуд и фаз для исследуемых частот, позволяющие описать профили в различные моменты времени тригонометрическим полиномом Фурье (6.4).

Результаты гармонического анализа показывают, что у правленного шлифовального круга существенны 1-я, 2-я и 3-я гармоники. Наличие 1-ой гармоники обусловлено дисбалансом, а 2-ая и 3-я гармоники определяются точностью правки инструмента. С течением времени обработки постепенно растут амплитуды 1-ой, и 22...25 гармоник. Высшие частоты соответствуют числу волн на круге, которое определялось по отношению длины профилограммы между отметками полного оборота к шагу волн по вершинам  $S_w$ . По мере затупления инструмента шаг  $S_w$  увеличивается, а число волн уменьшается в среднем с 25 в начале периода стойкости до 21...22 – в конце. Одновременно наблюдается рост амплитуд  $A_k$  преобладающих частот. С течением времени шлифования увеличиваются также средняя  $W_{kcp}$  и максимальная  $W_{kmax}$  высоты волнистости и их отклонения от средних значений.

Подобные изменения в профиле шлифовального круга отрицательно сказываются на качестве детали: с увеличением средней высоты на круге  $W_{kcp}$  соответственно увеличиваются шероховатость поверхности  $R_a$  и средняя высота волнистости  $W_{gcp}$ . К концу периода стойкости (20 мин)  $R_a$  возросло в 2 раза, а средняя высота волнистости  $W_{gcp}$  – в 3 раза.

Гармонический анализ отдельных участков инструмента с четко выраженной высотой  $W_{gcp}$  и шагом волнистости  $S_w$  показал существенные различия амплитуды  $A_{np}$  преобладающей гармоники от ее

значения  $A_{np}$ , определенного как половина средней высоты волны ( $A_{np} = 0,5 \cdot W_{kcp}$ ). Отсутствие какой-либо одной гармоники преобладающей частоты и увеличение дисперсии профиля шлифовального круга  $D\{R\}$  вызвано случайным характером явлений, происходящих при шлифовании, анизотропией инструмента, отклонением вектора результирующей силы резания от нормали к его поверхности, непостоянством шага волнистости, вызванным изменением жесткости  $c_3$  в зоне контакта "шлифовальный круг-заготовка".

В силу относительно малой изнашиваемости круга за один его оборот, можно ожидать повторяемости  $x(\varphi) = x(\varphi + 2m\pi)$  при целых значениях  $m$ , т.е. периодичности профиля круга. Последнее позволяет считать полученные при профилографировании данные соответствующими характеристиками начальной (порождающей) функции при рассмотрении поведения динамической системы как системы, характеризуемой системой дифференциальных уравнений с отклоняющимся аргументом [24].

Для конечных реализаций случайного процесса всегда существуют спектральные плотности, определяемые преобразованиями Фурье по формулам Винера – Хинчина (см., например, [197]):

$$S_{xx}(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} R_{xx}(\theta) \cdot e^{-j2\pi\omega\theta} d\theta. \quad (6.36)$$

В зависимости (6.36) функция  $S_{xx}(\omega)$  характеризует энергетический спектр случайного процесса (поля). Ее численное представление также достаточно просто может быть построено непосредственно по численным параметрам представлений (6.4) или (6.7), соответственно, а корреляционная функция может определяться при помощи обратного преобразования Фурье.

$$K(\varphi) = \int_0^{\infty} S(\omega) \sin(\omega\varphi) d\omega. \quad (6.37)$$

Применение вышеизложенного подхода может оказаться целесообразным с вычислительной точки зрения при оценке текущих корреляционных функций, определяемых непосредственно в процессе обработки при применении специализированных вычислительных устройств, позволяющих выполнять параллельные вычисления [197]. Однако, с методической точки зрения целесообразнее рассмотрение прямого метода.



Построенная по зависимости (6.36), с учетом соотношения (6.6), трансформирующего пространственные характеристики во временную область, корреляционная функция отклонения от округлой формы для полученных профилограмм (рис. 6.4) с достаточной степенью точности аппроксимируется зависимостью:

$$R_{xx}(\theta) = R_{xx}(0) e^{-\alpha \cdot n |\theta|} \cos(\beta n \theta), \quad (6.38)$$

здесь  $R_{xx}(0)$  - соответствует дисперсии отклонения формы;  $\alpha$  и  $\beta$  - коэффициенты автокорреляции;  $n$  - число оборотов круга в единицу времени.

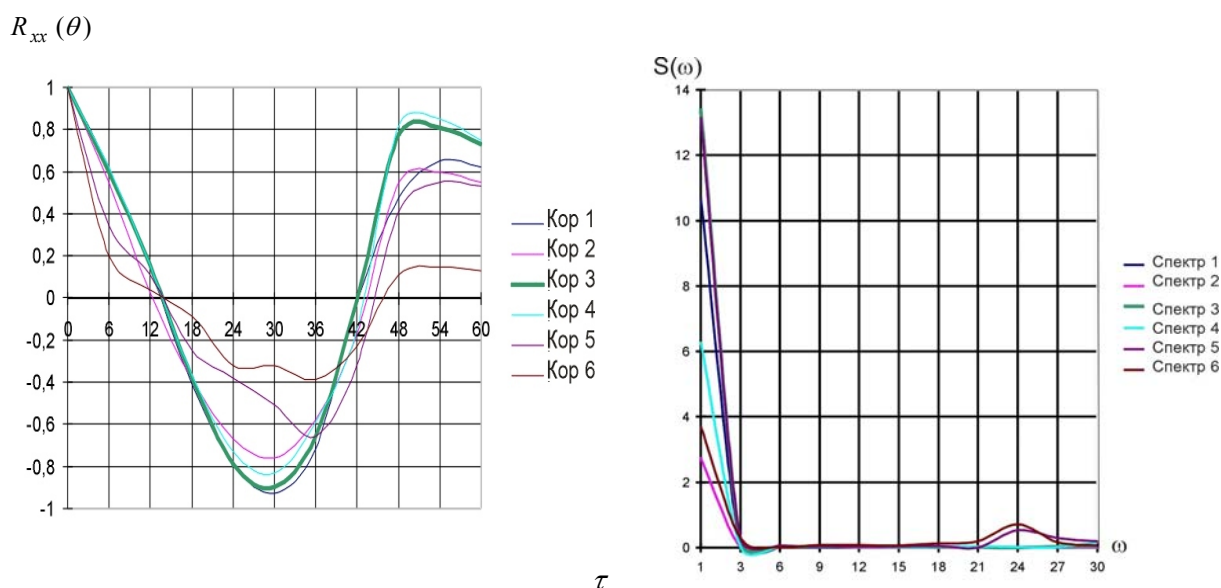


Рис. 6.5. Графики зависимостей  $R_{xx}(\theta)$  и  $S_{xx}(f)$ , полученные по экспериментальным данным.

Коэффициенты  $\alpha$  и  $\beta$  определялись непосредственно по численным значениям функции корреляции.

Остановимся на использовании эмпирической корреляционной функции (6.38) и применении прямого преобразования Фурье. Подстановка зависимости (6.38) в (6.36) приводит к результату:

$$S(\omega) = R_{xx}(0) \frac{2\alpha \cdot n [n^2(\alpha^2 + \beta^2) + \omega^2]}{\omega^4 + 2\omega^2 n^2(\beta^2 - \alpha^2) + n^4(\beta^2 - \alpha^2)^2}. \quad (6.39)$$

Полученное соотношение является энергетической спектральной характеристикой для случайного процесса, представляющего отклонение формы шлифовального круга. Как следует из (6.39), она является дробно-рациональной функцией, что позволяет произвести операцию факторизации с целью построения формирующего фильтра

(динамического звена, описывающего «внутреннюю динамику» системы). Принцип получения случайного процесса с заданной спектральной характеристикой (и корреляционной функцией) иллюстрируется на рис. 6.6.

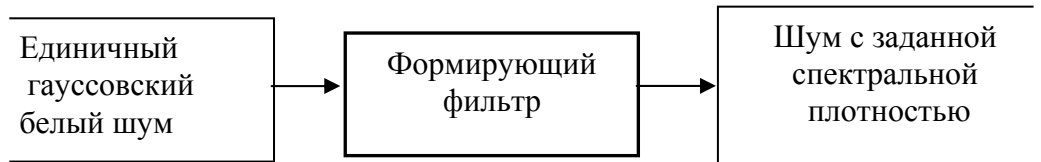


Рис. 6.6. Схема получения шума с заданными параметрами с помощью формирующего фильтра.

Соответствующий формирующий фильтр для спектральной характеристики (6.39), будет представлять собой минимально-фазовую подсистему с передаточной функцией, имеющей изображение по Лапласу [84]:

$$W(p) = \frac{K(Tp + 1)}{T_1^2 p^2 + T_2 p + 1}, \quad (6.40)$$

где  $K$ ,  $T$ ,  $T_1$ ,  $T_2$  – искомые параметры передаточной функции формирующего фильтра.

Эти параметры определяются приравниванием коэффициентов при соответствующих степенях  $\omega$  на этапе факторизации выражения (6.39) и переходе от преобразования Лапласа к преобразованию Фурье изменением контура интегрирования. Формально для данного случая операция по переходу сводится к замене  $p$  на  $j\omega$ .

Известно (например, [197]), что спектральные плотности входного и выходного сигналов динамического звена связаны между собой соотношением

$$S_{вых}(\omega) = S_{вх}(\omega) |W(j\omega)|^2, \quad (6.41)$$

где представление  $|W(j\omega)|^2$  получено для передаточной функции формирующего фильтра формы (6.40):

$$|W(j\omega)|^2 = \frac{K^2(T^2\omega^2 + 1)}{T_1^4\omega^4 + (-2T_1 + T_2^2)\omega^2 + 1}. \quad (6.42)$$

Для белого шума с единичной интенсивностью  $S_{вх}(\omega) \equiv 1$  неизвестные коэффициенты в (6.40) могут быть определены по параметрам спектральной плотности (6.39), например, методом неопределенных множителей Лагранжа в виде:

$$T_1 = \frac{1}{v^2(\alpha^2 + \beta^2)}, T_2 = \frac{2\alpha}{v(\alpha^2 + \beta^2)}, T = \frac{1}{v(\alpha^2 + \beta^2)},$$

$$K = \sqrt{2} \sqrt{\frac{D\alpha}{v(\alpha^2 + \beta^2)}}. \quad (6.43)$$

В свою очередь, передаточной функции (6.40) соответствует дифференциальное уравнение второго порядка

$$\ddot{z}T_1^2 + \dot{z}T_2 + z = \dot{y}_\phi KT - Ky_\phi \quad (6.44)$$

с теми же параметрами (6.43), которому в пространстве состояний (дополнительных по отношению к ранее использованным при описании внешних динамических соотношений в исходной и/или модифицированной форме) соответствует система двух дифференциальных уравнений первого порядка:

$$\dot{X}_\phi = A_\phi X_\phi + B_\phi w, \quad (6.45)$$

где  $X_\phi = \begin{bmatrix} x_{\phi 1} \\ x_{\phi 2} \end{bmatrix}$ ,  $A_\phi = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{1}{T_1^2} & -\frac{T_2}{T_1^2} \end{bmatrix}$ ,  $B_\phi = \begin{bmatrix} KT_3 \\ -1 - KT_2T_3 \end{bmatrix}$ ,  $w$  –

единичный гауссовский белый шум.

Соотношение, представляющее оценивание, имеет вид:

$$y_\phi = D_\phi X_\phi, \quad (6.46)$$

где  $D_\phi = [1 \ 0]$ ,  $y_\phi$  – выходная координата формирующего фильтра по статистическим характеристикам соответствующая  $\Psi_1$ .

Формирующий фильтр (рис. 6.6) в виде системы уравнений (6.45) и (6.46), реализует окрашенный шум с характеристиками, соответствующими профилю рельефа и представленными зависимостями (6.38), (6.39), из гауссовского белого шума.

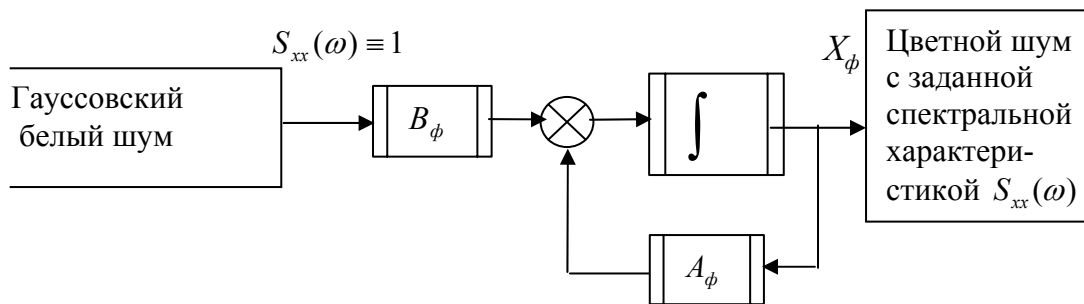


Рис. 6.7. Получение случайного процесса  $\Psi_1(t)$  с заданной спектральной характеристикой  $S_{xx}(\omega)$  формирующим фильтром.

Процесс  $X_\phi$  с характеристиками типа (6.39) и гауссовскими белыми шумами на входе формирующего фильтра, является Марковским процессом второго порядка [196], [32].

Учет соотношения (6.5) приводит к тому, что дифференциальные уравнения (6.45) формирующего фильтра целесообразно считать дифференциальными уравнениями с отклоняющимся аргументом и имеющими  $2\pi$  – периодические решения [24].

### 6.1.7. РАСШИРЕННАЯ МОДЕЛЬ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ КРУГА И ЗАГОТОВКИ В ПРОЦЕССЕ ШЛИФОВАНИЯ

Выходная координата формирующего фильтра по своим статистическим параметрам соответствует параметрам соответствующей компоненте «возбуждений» динамической системы (6.32), характеризующей процессы воздействия шлифовального круга на заготовку в процессе круглого наружного шлифования. Поэтому блок описания динамической системы (6.32) и восстановления (6.34), а также уравнение измерения (6.23) должны быть дополнены соответствующими уравнениями (6.45) и (6.46) с образованием расширенной динамической системы, расширенной системы восстановления и наблюдения [31].

Введем обозначения (6.48) для блочных матриц и дополнительных их блоков:

$$\begin{aligned} \dot{X} &= \begin{bmatrix} \dot{F} \\ \dot{X}_\phi \end{bmatrix}; & A &= \begin{bmatrix} A_0 & B_1 \cdot D_\phi \\ \eta & A_\phi \end{bmatrix}; & \text{где } \eta &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \\ X &= \begin{bmatrix} F \\ X_\phi \end{bmatrix}; & C &= \begin{bmatrix} C_0 \\ \mu \end{bmatrix}; & \text{где } \mu &= \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}; \\ B &= \begin{bmatrix} 0 \\ B_\phi \end{bmatrix}, & & & \text{где } \zeta &= \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (6.47)$$

матрицы  $\dot{F}$ ,  $A_0$ ,  $B_1$ ,  $F$ ,  $C_0$ ,  $U$  определены в (6.21), (6.30) и (6.31); матрицы  $\dot{X}$ ,  $A_\phi$ ,  $B_\phi$  – описаны в (6.45) и (6.46);  $w$  – гауссовский белый шум единичной интенсивности.

Непосредственно из представлений (6.32), (6.45) и (6.46) следует:

$$\begin{cases} \dot{F} = A_0 F + B_1 y_\phi + C_0 U \\ \dot{X}_\phi = A_\phi X_\phi + B_\phi w \\ y_\phi = D_\phi \cdot X_\phi \end{cases} \quad (6.48)$$

С обозначениями (6.47) запишем расширенную динамическую систему состояний:

$$\dot{X} = A \cdot X + B \cdot w + C \cdot U, \quad (6.49)$$

Такой же подход к построению расширенной подсистемы оценивания требует записи системы двух матричных уравнений (6.34) и (6.46) для соответствующих подсистем расширенной динамической системы и формирующего фильтра, т.е. (6.50)

$$\begin{cases} X_0 = D_0 \cdot F + D_0 \cdot B_{02} \cdot y_\phi \\ y_\phi = D_\phi \cdot X_\phi \end{cases} \quad (6.50)$$

или

$$Z = \begin{bmatrix} D_0 & D_0 \cdot B_{02} \cdot D_\phi \\ \chi & D_{\phi 1} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} F \\ X_\phi \end{bmatrix}, \quad (6.51)$$

где  $\chi = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ ,  $D_{\phi 1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ .

Отметим отличие в выражениях матриц наблюдений  $D_\phi$  и  $D_{\phi 1}$ . В результате этого, соотношение (6.51) позволяет, в отличие от системы (6.50), производить оценивание не только параметра  $y_\phi = x_{\phi 2}$ , необходимого для построения расширенной динамической системы, но и параметра  $x_{\phi 1}$ , ранее скрытого матрицей проектирования  $D_\phi$ .

Уравнение (6.51) для компактности записи имеет смысл переписать в виде:

$$Z = D \cdot X, \quad (6.52)$$

где компоненты вектора - столбца  $Z = [\dot{x}_1 \quad x_1 \quad \dot{x}_2 \quad x_2 \quad \dot{y}_\phi \quad y_\phi]^T$  соответствуют представленным в (6.19) и (6.45).

Возможно построение другого представления для подсистемы оценок. Второе из них основывается на отсутствии необходимости получения текущих значений  $y_\phi$ , являющихся статистически эквивалентным представлением шумов возбуждения. Такое представление получается непосредственной подстановкой уравнения (6.46) в соотношение (6.34):

$$X_0 = D_0 \cdot [R_1 \cdot X] + D_0 \cdot B_{02} \cdot D_\phi \cdot [R_2 \cdot X] \quad (6.53)$$

и заменой вектора  $X_\phi$  на его проекцию из вектора  $X$ , блочным компонентом которого он является (см. (6.48)). Такая же замена производится и для блочной компоненты из  $X$  для  $F$ . Структуры и параметры матриц  $R_1$  и  $R_2$  определяются вышеуказанными условиями. Применение формы (6.53) целесообразно при численном моделировании динамической системы, как более компактное в вычислительном смысле. Формально (6.53) также может быть сведено к виду (6.52), однако размерности и структуры матриц в них будут существенно отличаться.

В соответствии (6.39), параметры расширенной системы непосредственно зависят и от угловой скорости вращения круга. В случае поддержания ее неизменной в процессе обработки, параметры системы можно считать стационарными.

#### **6.1.8. ОЦЕНКА НЕДОСТУПНЫХ НЕПОСРЕДСТВЕННОМУ ИЗМЕРЕНИЮ ПАРАМЕТРОВ ТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО ПРОЦЕССА С ПРИМЕНЕНИЕМ ПОСТРОЕННЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ**

Для обеспечения высокого качества обработки шлифованием необходима информация о фактической глубине резания и тенденциях ее изменения в процессе обработки заготовки. Однако непосредственное измерение глубины резания  $t_f$  в процессе шлифования весьма затруднительно вследствие относительной малости зоны контакта и сложности производства измерений непосредственно в этой зоне прямыми методами, что приводит к необходимости косвенных и/или совокупных измерений.

Глубина резания может оцениваться по соотношениям (6.12) путем измерений координат центров круга и детали в условиях известного начального межцентрового расстояния и скорости его изменения. Такие измерения невозможно осуществить точно. Фактически измеренные величины включают систематические и случайные погрешности разнообразного происхождения. Систематические погрешности, в принципе, могут быть сделаны сколь угодно малыми путем тарировки измерительных средств и учета влияния сопутствующих параметров, но ряд факторов, влияющих на погрешность измерений, не имеющих закономерного характера, технически невозможно или нецелесообразно оценивать. Их влияние приводят к случайными погрешностями измерений.

Существует возможность измерения координат  $x_1$  и  $x_2$  с погрешностями, характеризуемыми независимыми нормальными белыми шумами (шумами, характеризуемыми энергетическим спектром постоянной интенсивности и гауссовской функцией плотности распределения). Погрешности имеют нулевые средние (из-за отсутствия систематической составляющей) и ковариационную матрицу  $\Theta_0$ . Обычно считают погрешности измерения разными датчиками  $\tilde{x}_1$  и  $\tilde{x}_2$  некоррелированными (это не является существенным для дальнейших выводов, а постулируется на основе отсутствия такой зависимости или отсутствии информации о значительной степени такой зависимости), т.е.

$$\begin{aligned}\tilde{x}_1 &= x_1 + \nu_1, \\ \tilde{x}_2 &= x_2 + \nu_2,\end{aligned}\tag{6.54}$$

где  $\nu_1$  и  $\nu_2$  – независимые шумы измерителей представленные в (6.23).

Оценка фактической глубины резания с непосредственным применением результатов (6.52) определяется соотношением:

$$\hat{t}_f = \tilde{x}_2 - \tilde{x}_1.\tag{6.55}$$

Как известно [196], погрешность оценки глубины резания непосредственно по (6.53), как по соотношению, содержащему разницу двух случайных величин, порядка в  $\sqrt{2}$  раз больше (при условии равной точности соответствующих измерений), чем погрешность измерения каждой из координат. Для снижения результирующей погрешности необходимо увеличить число проведенных измерений и провести их совместную статистическую обработку. Однако снижению погрешности за счет увеличения числа проводимых измерений и непосредственного осреднения их результатов препятствует тот факт, что измеряемая величина претерпевает изменения непосредственно в процессе множественных измерений (фактически производится оценка функции  $\hat{t}_f(\tau)$ ). Очевидным подходом с целью уменьшения влияния случайных компонент погрешности измерений  $\hat{t}_f(\tau)|_{\tau=\tau_i}$  является использование результатов измерений, полученных в предыдущие моменты времени с весами, зависящими от динамических свойств технологической системы. При этом необходимо использовать информацию как о динамических свойствах расширенной системы (6.33), так и свойствах «шумов возбуждения»  $\Psi_1$  (6.45), (6.46), т.е. свойствах расширенной системы (6.50).

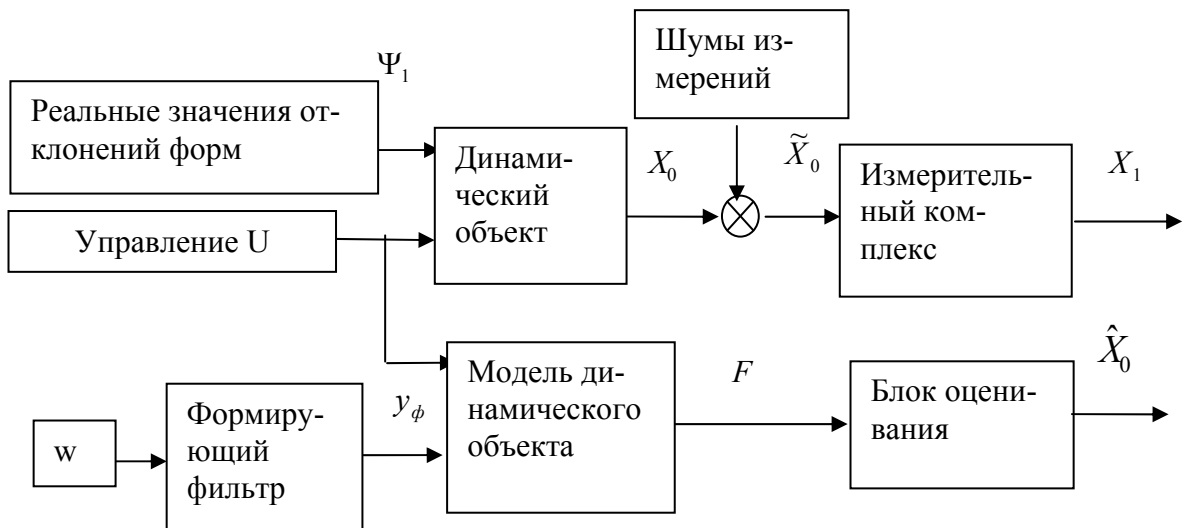


Рис. 6.8. Структура динамического наблюдателя.

Вторым подходом к решению задачи об оценке неизмеряемых параметров является подход, основанный на применении схем 6 с «динамическим наблюдателем» [245].

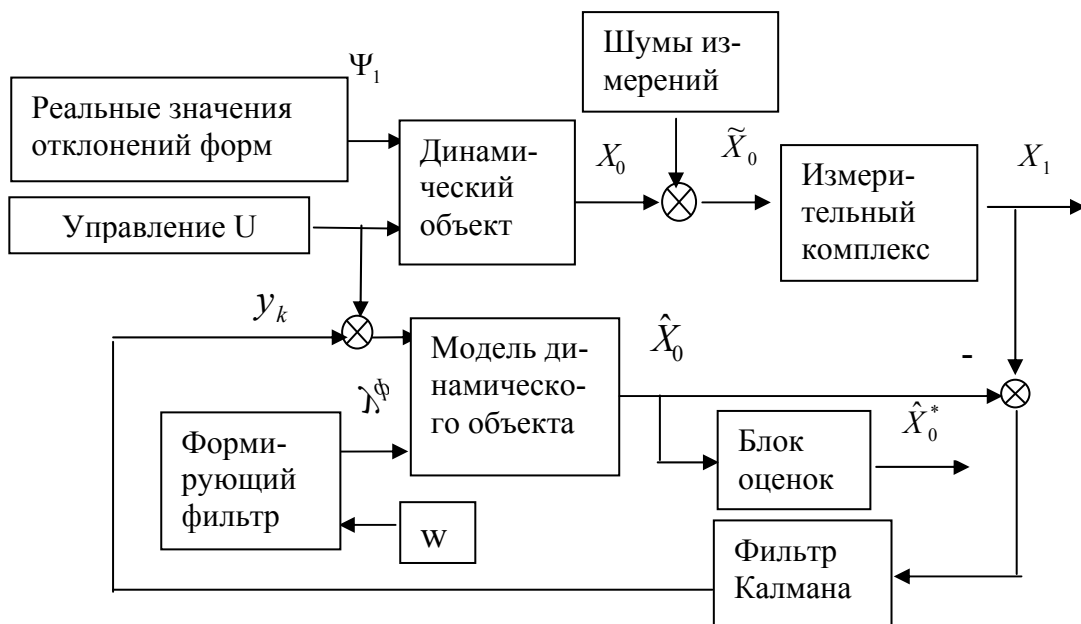


Рис. 6.9. Структура динамического наблюдателя для процесса шлифования с фильтром Калмана.

Оценка неизмеряемых компонент пространства состояний  $F$  или заданных функций от таких компонент производится по результатам моделирования динамики технологической системы, с входным сигналом, соответствующим сигналу управления, поступающему на реальный динамический объект – технологическую систему. При достаточной близости доступных измерению компонент вектора пространства состояний динамического объекта и модели динамического



объекта считают, что и неизмеряемые компоненты также достаточно близки.

Однако такая схема не обеспечивает динамической подстройки параметров модели объекта и, с течением времени, значения компонент пространства состояний и оценок их наблюдателем неизбежно расходятся, например, из-за несовпадения моделируемых формирующим фильтром шумов и реальных возмущений, воздействующих на технологическую систему. Поэтому целесообразно использование фильтра Калмана-Бьюси совместно с динамическим наблюдателем.

Фактически, фильтр Калмана осуществляет коррекцию входных сигналов наблюдателя, обеспечивая минимально возможное значение среднеквадратического отклонения [225].

Минимально достижимая дисперсия оценок состояния технологической системы (6.49)  $\tilde{V}$  может быть получена в результате решения системы матричных уравнений, которые для рассматриваемого случая имеют вид:

$$\begin{cases} \dot{\tilde{V}} = A \cdot \tilde{V} + \tilde{V} \cdot A^T + B \cdot \Psi \cdot B^T - K \cdot \Theta \cdot K^T \\ K = \tilde{V} [R_1 + B_{02} D_\phi R_2]^T D_0^T E_0^T \Theta^{-1} \end{cases}, \quad (1.56)$$

Дополнительно к ранее описанным, приведена  $\tilde{V}$  – матрица Риккати соответствующей размерности. Элементы этой матрицы представляют [225] уравнение минимально достижимой дисперсии при оценках (6.53) состояния динамической системы (6.49).

Второе уравнение системы (6.56) может быть рассмотрено отдельно и представляет собой матрицу коэффициентов фильтра Калмана [225].

Уравнение Риккати можно решать до начала обработки конкретной детали, т.к., как непосредственно следует из анализа его структуры (6.56), оно непосредственно не включает в свой состав результатов наблюдений текущего состояния технологической системы, а лишь групповые статистические характеристики.

В силу того, что необходимая оценка представляется соотношением (6.55) и является линейной комбинацией наилучших из достижимых (в статистическом смысле) оценок, то, дополнительно, матричное уравнение оценки фактической глубины резания:

$$\begin{bmatrix} \hat{t}_f \\ \hat{t}_f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot Z. \quad (6.57)$$

Результаты измерений координат в процессе обработки детали с

помощью соотношений (6.57) позволяют оценивать текущие значения фактической глубины резания и ее производную. Эти оценки имеют наименьшую возможную дисперсию при условии гауссовских шумов измерений и могут быть использованы при построении систем управления технологическим процессом.

## **6.2. РАЗРАБОТКА УПРОЩЕННОГО ОПИСАНИЯ ДЛЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ ПРОЦЕССОВ ЧИСТОВОГО И ТОНКОГО ШЛИФОВАНИЯ**

### **6.2.1. ОСНОВНЫЕ ГИПОТЕЗЫ, ПРЕДПОСЫЛКИ И ПРИНЯТЫЕ ДОПУЩЕНИЯ ДЛЯ УПРОЩЕНИЯ ПРИ МОДЕЛИРОВАНИИ**

С целью упрощения решений, предложенных в предыдущем разделе, в качестве основных рабочих гипотез при анализе образования отклонений формы, приняты следующие допущения:

1. На основании периодичности процесса, формирование параметров точности деталей необходимо рассматривать как результат последовательного (от оборота к обороту, прохода к проходу) съема металла, происходящего вследствие взаимодействия двух случайных профилей шлифовального круга и заготовки, постоянно изменяющихся в пространстве и во времени.
2. Шлифовальный круг и заготовка являются однородными и изотропными телами.
3. Исходный профиль рабочей поверхности после правки может быть представлен стационарной эргодичной функцией.
4. Упругие деформации металла заготовки не оказывают существенного влияния на величину ее радиус-вектора.

Второе допущение может быть аргументировано соответствием используемых шлифовальных кругов стандартам. Четвертое допущение обосновывается тем, что упругие деформации металла значительно меньше величины его радиального съема.

### **6.2.2. ВЫЧИСЛЕНИЕ ТЕКУЩЕГО ЗНАЧЕНИЯ РАДИУС-ВЕКТОРА ОБРАБАТЫВАЕМОЙ ПОВЕРХНОСТИ**

Профиль детали при шлифовании формируется в результате последовательного радиального съема металла с поверхности заготовки.

Радиус-вектор заготовки  $r_i(\varphi, x)$  после  $i$ -го оборота для любого ее поперечного сечения, расположенного на расстоянии  $x$  от базового торца, описывается уравнением:

$$r_i(\varphi, x) = r_{i-1}(\varphi, x) - \Delta r_i(\varphi, x), \quad (6.58)$$

где  $r_{i-1}(\varphi, x)$  - радиус-вектор заготовки на предшествующем  $i - 1$ -ом обороте;  $\Delta r_i(\varphi, x)$  - радиальный съём металла на  $i$ -ом обороте.

Для установленной на станок заготовки ее радиус-вектор вычисляется случайной функцией вида (6.7):

$$r_0(\varphi, x) = r_0(x) + \sum_{k=1}^P A_k(x) \cos(k\varphi + \psi_k(x)), \quad (6.59)$$

где  $r_0(x)$  - радиус средней окружности на расстоянии  $x$  от базового торца;  $A_k$  и  $\psi_k(x)$  - амплитуда и фаза составляющей отклонений  $k$ -ой гармоники;  $P$  - наибольший порядковый номер гармоники, который имеет волнистость поперечного сечения заготовки, ( $P_{max} = \frac{\pi d_u}{l_B}$ ,  $l_B$  - базовая длина при измерении шероховатости).

Значение  $r_0(\varphi, x)$  с учетом погрешности установки в радиальном направлении  $\xi_y$  определяется по формуле:

$$r_0(\varphi, x) = \sqrt{r_{03}^2(\varphi, x) + \xi_y^2 - 2r_{03}(\varphi, x) \cdot \xi_y \cos(\varphi - \psi_{03})}, \quad (6.60)$$

где  $r_{03}(\varphi, x)$  - радиус-вектор детали на предшествующей операции технологического процесса;  $\psi_{03}$  - угол между горизонтальной осью, проходящей через центр вращения заготовки на выполняемой операцией и отрезком, соединяющим данный центр с центром средней окружности поперечного сечения заготовки до установки ее в приспособление.

Погрешность установки  $\xi_y$  рассчитывается по имеющимся справочным данным [1]. Для вычисления радиального съема металла используется методика [98, 263]. Она базируется на вероятности удаления металла  $P(M)$  [98], которая вычисляется по уравнению

$$P(M) = 1 - P_0 \exp\left[-\sum_{j=1}^i a(Y_j)\right], \quad (6.61)$$

где  $P_0$  - вероятность неудаления металла для заготовки. Она зависит от способа механической обработки на предшествующей операции. Для рисок треугольного профиля, образующихся после токарной об-

работки, вероятность неудаления металла определяется из условия

$$P_0 = \left\{ \begin{array}{l} \frac{y}{H}, \text{ при } 0 < y < H \\ 0, \text{ при } y \leq 0 \\ 1, \text{ при } y \geq H \end{array} \right\}, \quad (6.62)$$

где  $y$  – расстояние от условной начальной наружной поверхности заготовки до данного уровня;  $H$  – высота микронеровностей. Для наружной поверхности после  $i$ -го оборота

$$y = \delta, \quad (6.63)$$

где  $\delta = \sum \Delta r_k(\varphi, x)$ .

Показатель степени  $a(y_i)$  в уравнении (6.61) для расчета вероятности удаления металла на  $i$ -ом обороте заготовки на расстоянии  $y_i$  от условной наружной поверхности заготовки до фиксированного уровня рассчитывается по формулам:

$$a(y_i) = G_j \int_{-L_{yj}}^{L_{yj}} [t_{\varphi i}(\varphi, x) - \frac{z^2}{D_3} - y_i]_+^{\chi+m} \cdot dZ, \quad (6.64)$$

$$y_j = \sum_{k=j}^i \Delta r_k(\varphi, x), \quad (6.65)$$

$$G_j = \frac{r(m+1) \cdot r(\chi) \cdot k_c \cdot c_a (V_k \pm V_u) \cdot n_3}{\kappa(m+\chi+1) \cdot V_u \cdot H_u^\chi}, \quad (6.66)$$

где  $t_{\varphi, j}(\varphi, x)$  – фактическая глубина резания;  $n_3$  – число зерен на

единице поверхности инструмента  $n_3 \approx \frac{1}{(1,75l_0)^2}$ ;  $l_0$  – размер зерна;

$H_u$  – величина слоя рабочей поверхности круга по глубине, в пределах которого подсчитывается число зерен  $H_u = t_{\varphi j}$ ;  $\chi$  – показатель степени в законе распределения зерен по глубине;  $C_e$  и  $m$  – коэффициенты, определяющие форму вершины зерна при аппроксимации его степенной зависимостью  $\chi = 1,5$ ;  $m = 0,5$ ;  $C_e = 2\sqrt{2\rho_3}$ ;  $\rho_3 = \frac{l_0}{13}$

– радиус закругления зерна при вершине;  $V_k$  и  $V_u$  – скорость круга и заготовки, соответственно.

Коэффициент стружкообразования  $K_c$  вычисляется по зависи-

МОСТИ:

$$K_c = 1 - \exp(-2,686 \cdot 10^{-4} \cdot H_v),$$

где  $H_v$  - твердость стали по Виккерсу, МПа.

Расстояние от основной плоскости до пересечения уровня  $y$  с траекторией движения наиболее удаленной от центра режущей кромкой определяется из уравнения:

$$L_{yj} = \sqrt{D_3 (m_{\varphi} a x \cdot t_{\phi j}(\varphi, x) - y_{j+1})}, \quad (6.67)$$

Эквивалентный диаметр  $D_3$  вычисляется по известной в теории шлифования формуле, исходя из диаметров круга  $D_k$  и заготовки  $d$ :

$$D_3 = \frac{D_k \cdot d_u}{D_k + d_u}. \quad (6.68)$$

Вероятность удаления металла на любом  $i$ -том обороте заготовки зависит от радиального съема металла  $\Delta r_k(\varphi, x)$  на всех предшествующих оборотах, на которых абразивные зерна внедряются в металл глубже данного уровня. Радиальный сьем металла за оборот заготовки равен смещению её условной наружной поверхности, вероятность удаления металла для которой равна

$$P(M) = \beta_m = 0,9973. \quad (6.69)$$

После подстановки в выражение (6.69) формул (6.61), (6.64), (6.65) и последующего логарифмирования получено следующее уравнение для вычисления съема металла на  $i$ -ом обороте заготовки:

$$\sum_{j=1}^i G_j \int_{-L_{yj}}^{L_{yj}} [t_f(\varphi, x) - \frac{Z^2}{D_3} - \sum_{k=j+1}^i \Delta r_k(\varphi, x)]_+^{x+m} \cdot dZ - \ln P_0 + \dots = 0 \quad (6.70)$$

Переменные  $Z$  и  $\varphi$  связаны соотношением:

$$\varphi = \begin{cases} \frac{Z}{R}, & \text{при } Z \geq 0 \\ \frac{Z}{R} + 2\pi, & \text{при } Z < 0 \end{cases}.$$

Вычисление радиального съема металла сводится к нахождению функции  $\Delta r_i(\varphi, x)$ , удовлетворяющей уравнению (6.70). Эта задача решается последовательно пошаговым методом для каждого оборота заготовки, начиная с первого [24]. При вычислении  $\Delta r_i(\varphi, x)$  на  $i$ -том обороте необходимо определять сьем металла на всех предшествующих. Для первого слагаемого уравнения (6.70) знак плюс после квадратной скобки в под интегральном выражении означает следующее:

$$[f]_+ = \max\{f, 0\} = \begin{cases} f & \text{при } f > 0 \\ 0 & \text{при } f \leq 0 \end{cases}.$$

Наиболее сложно вычисляется входящая в уравнение (6.70) фактическая глубина резания  $t_f(\varphi, x)$ . Она зависит от большого числа факторов, имеющих как случайный, так и закономерный характер и изменяется непрерывно в пределах каждого отдельно взятого оборота заготовки.

### 6.2.3. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ФАКТИЧЕСКОЙ ГЛУБИНЫ РЕЗАНИЯ С УЧЕТОМ ИЗМЕНЕНИЯ ПРОФИЛЯ ИНСТРУМЕНТА И ВИБРАЦИИ В ТЕХНОЛОГИЧЕСКОЙ СИСТЕМЕ

Фактическая глубина резания  $t_{fi}(\varphi, x)$  на  $i$ -ом обороте определяется текущим радиус-вектором заготовки после  $i$ -го оборота  $r_{i-1g}(\varphi, x)$ , соответствующим значением радиус-вектора круга  $R_{ig}(\gamma, x)$  и величиной межцентрового расстояния  $A_{oi}$ . Исходя из геометрического анализа зоны контакта “шлифовальный круг - заготовка”, имеем

$$t_{fi}(\varphi, x) = r_{i-1g}(\varphi, x) + R_{ig}(\gamma, x) - A_{oi}. \quad (6.71)$$

В уравнении рассматриваются динамические радиус-векторы заготовки и круга, вычисленные с учетом температурных  $\delta r_{Ti-1}$ ,  $\delta R_{Ti}$  и упругих  $\delta r_{yni-1}$ ,  $\delta R_{yni}$  деформаций. Текущее значение радиус-вектора обрабатываемой поверхности описывается зависимостью:

$$r_{i-1g}(\varphi, x) = r_{i-1}(\varphi, x) + \delta r_{Ti-1} - \delta r_{yni-1}. \quad (6.72)$$

Радиус - вектор круга в данный момент времени  $t_i$  с учетом его износа в единицу времени  $S_R(\gamma, x, \tau)$  определяется выражением:

$$R_{ig}(\gamma, x, \tau) = R_0(\gamma, x) - \int_0^{t_i} S_R(\gamma, x, \tau) d\tau + \delta R_{Ti} - \delta R_{yni}. \quad (6.73)$$

Исходный профиль круга после правки вычисляется по формуле:

$$R_{ig}(\gamma, x) = R_0(x) + \sum_{l=1}^P A_l(x) \cos(l\gamma + \psi_l(x)), \quad (6.74)$$

где  $R_0(x)$  - радиус средней окружности на расстоянии  $x$  от базовой плоскости;  $A_l(x)$  и  $\psi_l(x)$  - амплитуда и фаза  $l$ -ой гармоники.

Слагаемые выражения (6.74) определяются точностью изготовления инструмента, режимом правки и жесткостью правящего приспособления. За период стойкости шлифовальный круг изнашивается. На его рабочей поверхности образуется волнистость [98]. Учитывая неравномерность износа инструмента, его величину в единицу

времени можно представить в виде функционала, подобного выражений (6.74):

$$S_R(\gamma, x, \tau) = \bar{S}_R(x, \tau) + \sum_{j=1}^P A_{sj}(x, \tau) \cos(j\gamma + \psi_j(x, \tau)). \quad (6.75)$$

Текущее значение радиус-вектора круга (6.73) в момент времени  $t_i$  с учетом (6.74) и (6.75) запишется следующим образом:

$$R_{i\varphi}(\gamma, x) = R_0(x) + \sum A_l(x) \cos(l\gamma + \psi_l(x)) - \int S_R(x, \tau) d\tau - \quad (6.76)$$

$$- \int S_R(x, \tau) d\tau - \sum \int [A_{sj}(x, \tau) \cos(j\gamma + \psi_j(x, \tau))] d\tau + \delta R_{Ti} - \delta R_{yni}$$

Величина межцентрового расстояния рассчитывается по зависимости:

$$A_{0i} = A_H - \int S_y(\tau) d\tau - \int S_y(\tau) d\tau + \Delta A_{yni} - (y_{ki} - y_{ui}), \quad (6.77)$$

где  $A_H$  – межцентровое расстояние в начальный момент времени ( $i=0$ ), определяемое как сумма максимальных радиус-векторов заготовки (6.59) и круга (6.74);  $S_y(\tau)$  – поперечная подача – скорость перемещения шлифовальной бабки;  $\Delta A_{yni}$  – приращение межцентрового расстояния в результате упругих деформаций;  $y_{ki}$  и  $y_{ui}$  – координаты центра круга и изделия относительно их средних положений.

Вследствие того, что в состав слагаемых для определения  $t_{fi}(\varphi, x)$  (6.71) входят как средние величины, так и их периодические составляющие, фактическую глубину резания можно представить в виде суммы

$$t_{fi}(\varphi, x) = t_{fi}(x) + \alpha \cdot \dot{t}_{fi}(\varphi, x), \quad (6.78)$$

где  $t_{fi}(x)$  и  $\alpha \cdot \dot{t}_{fi}(\varphi, x)$  – статическая и динамическая составляющие фактической глубины резания, соответственно

$$\begin{aligned} \bar{t}_{\varphi i}(x) = r_{i-1}(x) + \delta r_{Ti-1} - \delta r_{yni-1} + R_0(x) + \delta R_{Ti} - \delta R_{yni} - \\ - \int S_R(x, \tau) d\tau - \int S_R(x, \tau) d\tau + \int S_y(\tau) d\tau - \Delta A_{yni} - A_H \end{aligned} \quad (6.79)$$

$$t_{\varphi\omega i}(\varphi, x) = \sum A_{ki-1}(x) \cos(k_{i-1}\varphi + \psi_{ki-1}(x)) + \sum A_l(x) \cos(l_\gamma + \psi_l(x) - \sum \int [A_{sjl}(x, \tau) \cos(j\gamma + \psi_i(x, \tau))] d\tau + (y_{ki} - y_{ui})) \quad (6.80)$$

Статическая компонента фактической глубины резания  $t_f(x)$  зависит от упругих отжатий в технологической системе  $\Delta A_{yni}$ , которые определяются податливостью в заданном поперечном сечении заготовки  $\omega$  и нормальной составляющей силы резания. Величина последней непостоянна и существенно изменяется за период стойкости инструмента вследствие образования на абразивных зернах площадок износа.

Среднее значение нормальной составляющей силы резания  $\bar{P}_{yi}$  может быть определено на основании использования известных рас-

четных зависимостей:  $\bar{P}_{yi} = \pi d_n \cdot B \frac{\sigma_i \cdot \varepsilon_i \cdot \operatorname{tg} \beta}{V_k} \cdot S_{\varphi i} + \eta \cdot B \frac{\sigma_i}{C} \sqrt{\frac{D_\varepsilon}{f_u}}$ , где  $B$

– ширина зоны контакта;  $\sigma_i$  – средняя интенсивность напряжений для различных сталей по всей напряженной зоне действия единичного зерна, характеризующая сопротивляемость материала заготовки пластической деформации в температурно-скоростных условиях, присущих процессу шлифования;  $\varepsilon_i$  – интенсивность деформации;  $\beta$  – тангенс угла между вектором скорости круга и равнодействующей силой резания без учета сил трения на площадке затупления абразивных зерен;  $\eta$  – степень затупления инструмента, равная отношению суммарной площади площадок затупления всех зерен, находящихся на рабочей поверхности круга, к геометрической площади его рабочей поверхности;  $C$  – коэффициент, устанавливающий соотношение между  $\sigma_i$  и средним контактным давлением. Фактическая подача  $S_{\varphi i}$  соответствует радиальному съему металла ( $S_{\varphi i} / f_u = \Delta r_i$ ). Сила резания, с учетом приведенной жесткости контакта шлифовального круга и заготовки  $C_k$  и коэффициента сопротивления  $G_k$ , рассчитывается по зависимости:

$$P_{ywi} = C_k \cdot t_{fi}(x) + G_k \cdot t_{fi}(\varphi, x). \quad (6.81)$$

В динамической системе (6.14) круглошлифовального станка наименее устойчивым звеном является система «заготовка-центры». Поэтому при принятии в качестве допущений  $c_1 \rightarrow \infty$ ,  $h_1 \rightarrow \infty$ ,



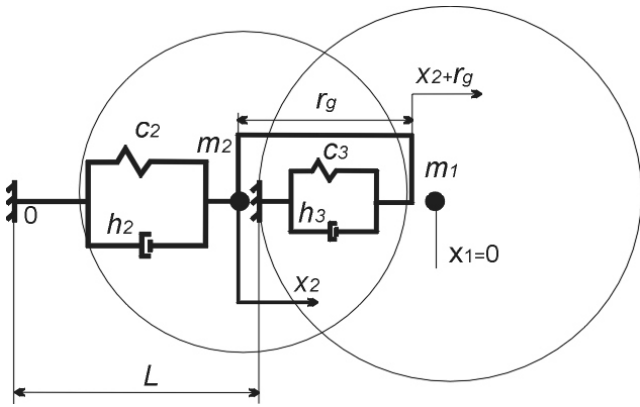


Рис. 6.10. Эквивалентная схема динамической системы круглошлифовального станка.

центр шлифовального круга неподвижен, т.е. координата  $x_1 = 0$  (рис. 6.10). В этом случае система уравнений (6.14), характеризующих динамические взаимодействия шлифовального круга и заготовки в соответствии со схемой, представленной на рис. 6.10, сводится к виду

$$m_2 \cdot \ddot{x}_2 + h_2 \cdot \dot{x}_2 + c_2 \cdot x_2 = h_3 \cdot (\dot{L} - \dot{r} - \dot{x}_2) + c_3 t_f + (L - r - x_2)$$

или с учетом принятых в данном разделе обозначений:

$$m_{шк} \cdot y_{ui}'' + G_u \cdot y_{ui}' + C_u \cdot y_{ui} = C_k \cdot t_{\varphi\omega i} + G_k \cdot t'_{\varphi\omega i}. \quad (6.82)$$

Известно частное решение дифференциального уравнения (6.82) с учетом соотношения (6.81). Динамическая система круглошлифовального станка рассматривается как имеющая одну степень свободы, колебательный процесс в которой возбуждается волнистой рабочей поверхностью инструмента. С представлением отклонения формы, определяемой превалирующей периодической компонентой

$$H_{bi} = A_{knpi} \cdot \cos(\nu_b \cdot \tau + \psi_{npi}), \quad (6.83)$$

движение центра заготовки характеризуется дифференциальным уравнением:

$$m_{шк} \cdot y_{ui}'' + G_u \cdot y_{ui}' + C_u \cdot y_{ui} = H_{bi} \cdot C_k + \dot{H}_{bi} \cdot G_k, \quad (6.84)$$

где  $f_k$  и  $j_{np}$  – частота вращения круга и число волн на его рабочей поверхности.

Амплитуда  $A_{knpi}$  – определяется отклонениями профиля заготовки на предшествующем  $i-1$  обороте (первое слагаемое (6.84)) и отклонениями профиля инструмента на выполняемом  $i$ -ом обороте – (второе и третье слагаемые (6.84)). Вследствие того, что профиль обрабатываемой поверхности на  $i-1$  обороте рассчитывается по величине радиального съема металла  $\Delta r_{i-1}$ , (уравнение (6.70)), то выражение (6.84) является дифференциальным уравнением с отклоняющимся аргументом [24] и для его решения целесообразно использовать численные методы. Однако, изменение  $A_{knpi}$  в пределах одного оборота незначительно и поэтому его можно считать изменяющимся ступенчато на каждом обороте заготовки.

При этом необходимо решать задачу Коши для каждого оборота, считая результаты, полученные на предыдущем обороте очередной порождающей функцией – аналогом начальных условий для обыкновенных дифференциальных уравнений. Значение приведенной амплитуды  $A_{knp_i}$  и фазы  $\psi_{knp_i}$  для любой частоты вычисляется как для комплексных величин:

$$A_{knp} = \sqrt{A_{ki-1}^2 + A_{li}^2 + 2A_{ki-1} \cdot A_{li} \cdot \cos(\psi_{li} - \psi_{ki-1})}, \quad (6.85)$$

$$\operatorname{tg} \psi_{npi} = \frac{A_{ki-1} \cdot \sin \psi_{ki-1} + A_{li} \cdot \sin \psi_{li}}{A_{ki-1} \cos \psi_{ki-1} + A_{li} \cos \psi_{li}}, \quad (6.86)$$

где  $A_{ki-1}$ ,  $A_{li}$ ,  $\psi_{ki-1}$ ,  $\psi_{li}$  – амплитуды и фазы отклонений профиля на заготовке и шлифовальном круге. Известно, что число волн, образующихся на рабочей поверхности инструмента в процессе шлифования

$$j_{np} = \frac{\nu_c}{\nu_k} = \frac{\nu_c}{2\pi f_k}, \quad (6.87)$$

где  $\nu_c$  – частота собственных колебаний системы “заготовка-центры”;  $\nu_k$  – угловая частота вращения.

При допущении, что собственные колебания в системе быстро затухают, решением уравнения (6.84) является выражение [236]:

$$y_{ui} = \frac{A_{knp} \sqrt{C_k^2 + G_k^2 \nu_g^2}}{m \sqrt{(\nu_c^2 - \nu_g^2) + 4n^2 \nu_g^2}} \cos(\nu_g \cdot \tau + \psi_{npi} + \alpha - \lambda). \quad (6.88)$$

Частота собственных колебаний системы “заготовка-центры”

$$y_{ui} = \frac{A_{k \cdot pi} \sqrt{C_k^2 + G_k^2 \cdot \nu_{\%o}^2}}{m \sqrt{(\nu_c^2 - \nu^2)^2 + 4n^2 \nu_{\%o}^2}} \cos(\nu_{\%o} \cdot \tau + \psi_{\cdot pi} + \alpha - \lambda), \quad (6.89)$$

$$n = \frac{G_u + G_k}{2m_u}, \quad (6.90)$$

$$\alpha = \operatorname{arctg} \frac{G_k \cdot \nu_{\%o}}{C_k}, \quad (6.91)$$

$$\lambda = \operatorname{arctg} \frac{2 \cdot n \cdot \nu_{\%o}}{\nu_c^2 - \nu_{\%o}^2}. \quad (6.92)$$

Жесткость зоны контакта шлифовального круга с заготовкой  $C_k$  рассчитывается следующим образом:

$$\frac{1}{C_l} = \frac{1}{C_3} + \frac{1}{C_{ш}} \quad \text{или} \quad C_k = \frac{C \cdot C_{ш}}{C + C_{ш}}, \quad (6.93)$$

где  $C$  – коэффициент, определяемый как отношение среднего значения силы резания  $P_y$  к средней глубине резания за оборот заготовки; ( $C = \frac{\bar{P}_y}{\bar{t}_\phi}$ ),  $C_{ш}$  – коэффициент статической жесткости зоны контакта шлифовального круга.

Динамическая составляющая фактической глубины резания  $t_{\phi\omega i}(\varphi, x)$  (уравнение (6.80)) с учетом полученного решения (6.88) и ряда преобразований запишется

$$t_{\phi\omega i}(\varphi, x) = \sum A_{ki-1}(x) \cos(k_{i-1}\varphi + \psi_{ki-1}(x)) + \sum A_l(x) \cos(l\gamma + \psi_l(x)) - \sum \int [A_{sj}(x, \tau) \cos(j\gamma + \psi_j(x, \tau))] d\tau - FA_{k \cdot pi} \cos(j_{gh}\gamma + \psi_{pi} + |\alpha - \lambda|) \quad (6.94)$$

где 
$$F = \frac{1}{m_u} \sqrt{\frac{C_k^2 + G_k^2 \cdot v_{\%}^2}{(v_-^2 - v_{\%}^2)^2 + 4n^2 v_{\%}^2}} \quad (6.95)$$

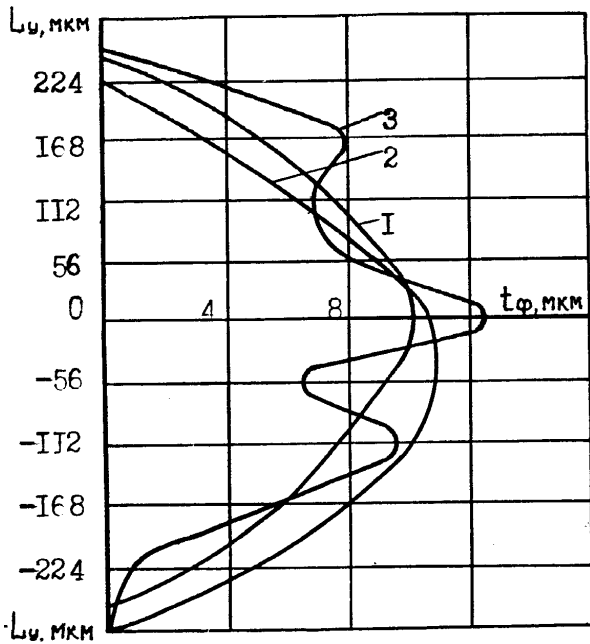


Рис.6.11. Расчетные кривые изменения фактической глубины резания при различных частотах колебаний ( $t_\phi = 10$  мкм;  $t_{\phi\omega} = 3$  мкм;) 1)  $f = 0$ ; 2)  $f = 80$  Гц; 3):  $f = 700$  Гц.

Амплитуда, фаза, и частота динамической составляющей определяют траекторию относительно движения отдельных участков обрабатываемой поверхности и инструмента, форму зоны контакта “шлифовальный круг-заготовка”, длительность контакта отдельных абразивных зерен с обрабатываемым материалом и в конечном итоге – радиальный сьем металла в целом в пределах зоны контакта. В качестве примера на рис. 6.11 приведены расчетные кривые изменения глубины резания при различных частотах относительных колебаний и постоянной фазе. По своему абсолютному значению динамическая составляющая может превышать статическую.

Полученные расчетные зависимости для определения фактиче-

ской глубины резания (6.78) – (6.80) и (6.94) позволяют вычислять в заданный момент времени для любого участка поверхности величину радиального съема металла (6.70) с учетом режима обработки, параметров технологической системы, профилей шлифовального круга и заготовки.

#### 6.2.4. МЕТОДИКА РАСЧЕТА ОТКЛОНЕНИЙ ФОРМЫ, РАСПОЛОЖЕНИЯ И ВОЛНИСТОСТИ ПОВЕРХНОСТЕЙ ДЕТАЛЕЙ

Решение задачи расчета отклонений формы, расположения поверхностей и волнистости деталей включает в себя три последовательных этапа. На первом этапе определяется исходный радиус-вектор заготовки, установленной в приспособление станка (уравнение (6.60)). На втором этапе вычисляются текущие значения радиального съема металла  $\Delta r_i(\varphi, x)$  и радиус-векторов обработанной поверхности (6.58). По полученному радиус-вектору обработанной поверхности на третьем этапе определяются искомые погрешности.

Для выполнения численных расчетов радиального съема металла  $\Delta r_i(\varphi, x)$  можно провести упрощение составляющих, входящих в фактическую глубину резания  $t_f(\varphi, x)$  (уравнение (6.71)). В основном эти упрощения касаются профиля рабочей поверхности инструмента (6.76). Средний износ шлифовального круга в единицу времени  $S_R(x, \tau)$  можно считать линейным в пределах незначительных промежутков времени.

Второе слагаемое уравнения (6.76) принимается равным нулю, так как волнистость, образующаяся на рабочей поверхности инструмента при правке, устраняется уже в начальный момент шлифования.

Пятое слагаемое уравнения (6.76), представленное в виде суммы интегралов, можно заменить превалирующей гармоникой с амплитудой  $A_{np}(\tau)$ , частотой  $j_{np}$  (6.87), и фазой, равной нулю [272]. С учетом выполненных упрощений, уравнение (6.76), примет вид:

$$R_{i/B}(\gamma, x) = R_0(x) - \bar{S}_R \cdot \tau + A_{np}(\tau) \cdot \cos j_{np} \cdot \gamma + \delta R_{Ti} - \delta R. \quad (6.96)$$

В начальный момент времени межцентровое расстояние (уравнение (6.77)) определится следующим образом:

$$A_n = r_{0max} + R_0(x) + A_{np}(\tau), \quad (6.97)$$

где  $r_{0max} = \max\{r_0(\varphi, x)\}$  – максимальное значение радиус-вектора заготовки (6.59), полученное в результате объединения уравнений (6.58), (6.70) – (6.72), (6.77). Система уравнений (6.88), (6.96), (6.97),

(6.98) описывает текущее значение радиус-вектора обрабатываемой поверхности в любой момент времени (для данного  $i$ -го оборота и угла фазы  $\varphi$ ).

$$\left\{ \begin{array}{l}
 r_i(\varphi, x) = r_{i-1}(\varphi, x) - \Delta r_i(\varphi, x) \\
 r_{i-1}(\varphi, x) = r_0(\varphi, x) - \sum \Delta r_k(\varphi, x) \\
 \sum_{j=1}^i G_i \int_{-L_{yj}}^{L_{yj}} \left[ t_{\varphi j}(\varphi, x) - \frac{Z^2}{D_3} - \sum_{k=j}^j \Delta r_k(\varphi, x) \right]_+^{x+\mu} \cdot dZ - \ln P_0 + \ln(1 - \beta_\mu) = 0 \\
 t_{\varphi i}(\varphi, x) = r_{i-1, \text{Л}}(\varphi, x) + R_{i, \text{Л}}(\gamma, x) - A_{0i} \\
 r_{i-1, \text{Л}}(\varphi, x) = r_{i-1}(\varphi, x) + \delta r_{Ti-1} - \delta r_{\dots i} \\
 R_{i, \text{Л}}(\gamma, x) = R_0(x) + A_{\cdot p}(\tau) \cos j_{\cdot p} \gamma - \bar{S}_R \cdot \tau + \delta R_{Ti} - \delta R_{\dots i} \\
 A_{0i} = A_{\cdot} - \int S_y(\tau) d\tau - \int S_y(\tau) d\tau + \bar{P}_{yi\omega} + y_{ui} \\
 A_{\cdot} = r_{0 \text{ max}} + R_0(x) + A_{\cdot p}(\tau) \\
 y_{ui} = F \cdot A_{\cdot p}(\tau) \cos(j_{\cdot p} \gamma + \alpha - \lambda + \psi_{\cdot pi})
 \end{array} \right. \quad (6.98)$$

Исходными данными для расчета являются: характеристика заготовки (диаметр  $d_u$ , исходный профиль, шероховатость, материал, физико-механические свойства), характеристика абразивного инструмента (размеры, материал, зернистость, твердость, включая его статическую жесткость, режим резания, припуск на обработку  $2\Pi$ , погрешность установки заготовки в приспособлении  $\varepsilon_y$ , задаваемая в виде таблиц, либо необходимые для расчета  $\varepsilon_y$  исходные данные; жесткость, приведенная масса и коэффициент сопротивления системы "заготовка-центры".

Расчет выполняется в следующей последовательности (рис.6.12) После ввода исходных данных вычисляется шаг дискретизации по времени  $\Delta t(\Delta\varphi)$ . Он определяется из условия необходимой точности аппроксимации. Наименьшее число точек  $N$ , которое необходимо иметь для последующего описания профиля полиномом Фурье:

$$N \geq 2P+1, \quad (6.99)$$

$$N = \frac{2\pi}{\Delta\varphi} = \frac{\tau_u}{\Delta t}, \quad (6.100)$$

$$P = \frac{V_{\%o}}{2\pi \cdot f \cdot u}, \quad (6.101)$$

где  $P$  - наибольший порядковый номер гармоники, который имеет волнистость;  $\tau_u$  и  $f_u$  - период и частота вращения заготовки, соответственно.

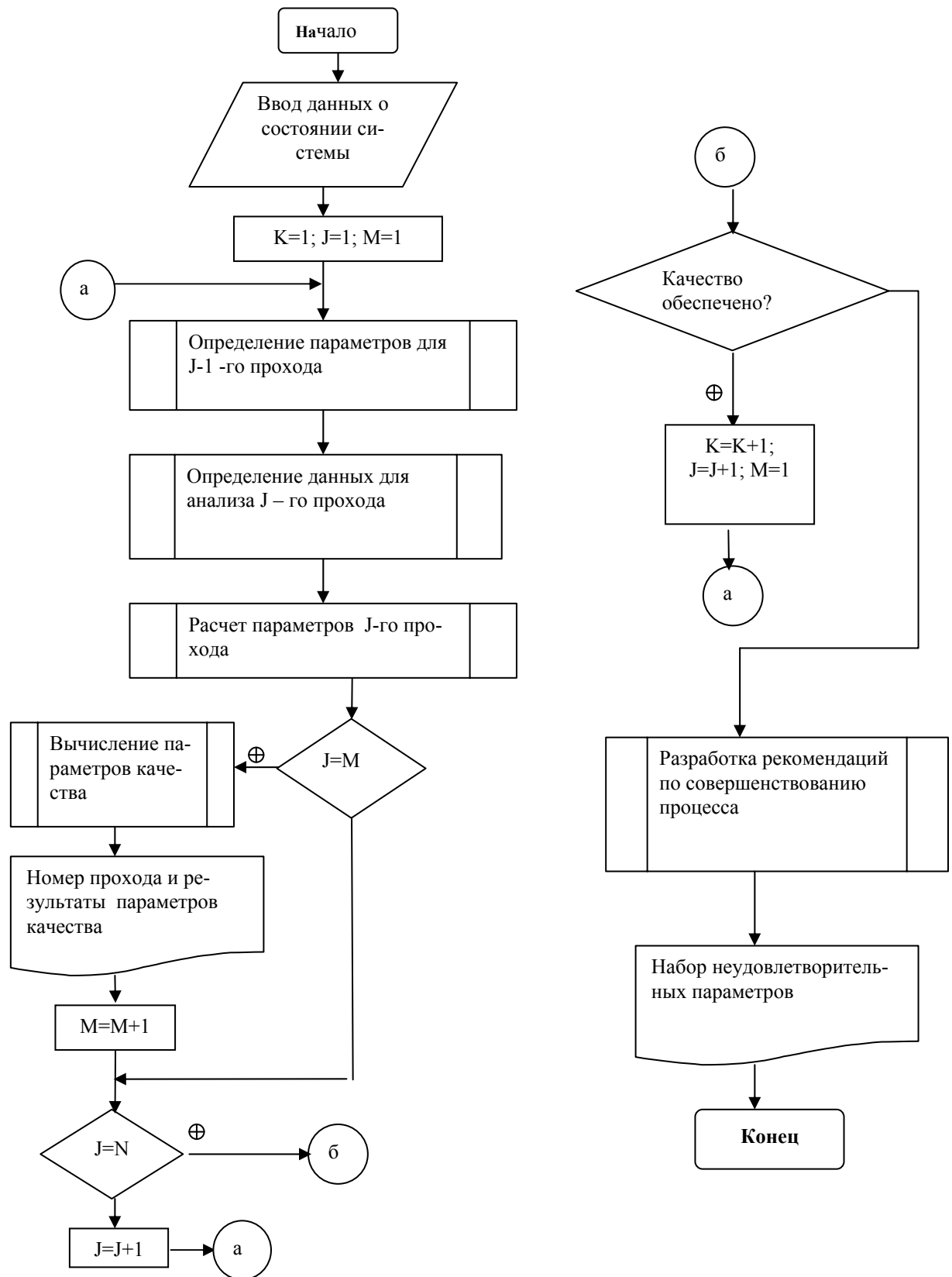


Рис.6.12. Блок-схема алгоритма процесса образования поверхности при шлифовании.

После этого с шагом по времени  $\Delta t(\Delta\varphi)$  последовательно для каждого значения времени  $t$  (или  $\varphi$ ) по фактической глубине резания  $t_{fi}(\varphi, x)$  рассчитывается радиальный съём металла  $\Delta r_i(\varphi, x)$ , а по нему - соответствующие величины радиус-векторов  $r_i(\varphi, x)$ . Вычисления начинаются с первого оборота заготовки и ведутся до момента снятия всего припуска. Заключительный этап расчетов включает в себя определение по полученному массиву радиус-векторов обработанной поверхности показателей точности детали.

Для операций врезного шлифования наиболее характерными и широко распространенными являются такие погрешности, как радиальное биение, отклонение от соосности (эксцентриситет), отклонение от круглости, огранка и волнистость.

Радиальное биение является результатом совместного проявления отклонения от круглости профиля рассматриваемого сечения и отклонение его центра от базовой оси. При расчете радиального биения  $\Delta p$  проводится преобразование радиус-векторов  $r_i(\varphi)$  данного сечения, полученных относительно оси вращения заготовки  $O_u$  к базовой оси  $O_B$  (например, ось центровых отверстий, ось внутреннего отверстия втулки и т.п.). Для любой  $n$ -ой точки поперечного сечения

$$r_{zin} = \sqrt{r_{in}^2 + \varepsilon_y^2 - 2r_{in} \cdot \varepsilon_y \cdot \cos((n-1)\Delta\varphi - \psi_{„K”})} . \quad (6.102)$$

Разность наибольшего  $r_{Bmax}$  и наименьшего  $r_{Bmin}$  радиус-векторов из массива, полученного после преобразования к базовой оси  $O_B$ , является величиной радиального биения, то есть

$$\Delta p = r_{Bmax} - r_{Bmin}. \quad (6.103)$$

Отклонение от круглости  $\Delta g$  определяется как наибольшее расстояние от точек реального профиля до прилегающей окружности. Однако данный стандарт допускает оценку отклонений от круглости и относительно средней окружности, которая расположена так, что среднеквадратическое отклонение точек реального профиля от нее имеет минимальное значение. Координаты центра средней окружности  $O_c$  и ее радиус  $r_c$  вычисляются по следующим зависимостям:

$$a = \frac{2}{N} \sum r_{in} \cos(n-1)\Delta\varphi, \quad (6.104)$$

$$b = \frac{2}{N} \sum r_{in} \sin(n-1)\Delta\varphi, \quad (6.105)$$

$$r_c = \frac{1}{N} \sum r_{in} . \quad (6.106)$$

Преобразование радиус-векторов данного сечения, полученных в системе координат, связанной с поверхностью заготовки, к системе координат, связанной с элементами станка, выполняется по формуле:

$$r_{-in} = \sqrt{r_{in}^2 + (\bar{O}_u O_c)^2 - 2r_{in} \cdot (\bar{O}_u O_c) \cdot \cos(\psi_{JK} + \Theta)}, \quad (6.107)$$

где 
$$\bar{O}_u O_c = \sqrt{a^2 + b^2}, \quad (6.108)$$

$$\Theta = \arctg \frac{b}{a}. \quad (6.109)$$

Отклонение от круглости определяется наибольшим расстоянием между вписанной и описанной относительно реального профиля окружностями или по разности значений наибольшего и наименьшего радиус-векторов из массива, рассчитанного относительно центра  $O_c$

$$\Delta g = r_{c \max} - r_{c \min} . \quad (6.110)$$

Отклонение от соосности (эксцентриситет)  $\Delta_y$  рассчитывается:

$$\Delta_y = \sqrt{\varepsilon_y^2 + (\bar{O}_u O_c)^2 + 2\varepsilon_y \cdot (\bar{O}_u O_c) \cos(\psi_{JK} + \Theta)}. \quad (6.111)$$

Для вычисления высоты волнистости детали  $W_{gcp}$ , полученный относительно центра средней окружности  $O_c$  массив радиус-векторов (6.107) разбивается на пять равных частей. На каждом из участков определяется максимальный и минимальный радиус-векторы в наивысшей и наинизшей точках одной полной волны. Средняя высота волнистости

$$W_{g-p} = \frac{\sum (r_{jb} - r_{jn})}{5}, \quad (6.112)$$

где  $r_{jb}$  и  $r_{jn}$  – соответственно значения радиус-вектора для высшей и низшей точек на  $i$ -ом участке. Максимальное из пяти значений  $W_{gi}$  соответствует максимальной высоте волнистости  $W_{g \max}$ .

Пример. Рассчитать ожидаемую высоту волнистости  $W_{gcp}$  при шлифовании шейки валика диаметром 40 мм из стали 45(HRK 45...50). Инструмент: шлифовальный круг ПП 400x40x127 24A40CT1 5K6. Режим резания: частота вращения круга  $n_k = 1500$  об/мин (25 Гц), частота вращения заготовки  $n_u = 360$  об/мин (6 Гц), радиальная подача  $S_y = 0,8$  мм/мин. С целью упрощения расчеты выполнены для установившегося процесса.

Принятые допущения:



- 1) упругие и температурные деформации круга и заготовки постоянны

$$\delta r_{Ti-1} = \delta r_{yni} = \delta R_{Ti} = \delta R_{yni} = 0;$$

- 2) амплитуда волнистости на круге постоянна при шлифовании одной заготовки

$$A_{np(\tau)} = const;$$

- 3) частота колебаний, возбуждаемых на круге волнистостью, приблизительно равна частоте собственных колебаний системы "заготовка-центры"

$$v_b \approx v_c, (\omega \rightarrow 0);$$

- 4) исходные отклонения формы и волнистость заготовки равны нулю.

С учетом принятых упрощений уравнение для расчета  $t_{fi}(\varphi)$  (6.98) запишется:

$$t_{\varphi i}(\varphi) = \bar{t}_{fi} + r_{i-1}(\varphi) - r_{0\max} + A_{np}(t) \cos v_b t - S_R t - A_{np}(t) + S_y t - A_{knp i} F \cos (v_b t + \psi_{npi} + \alpha - \lambda). \quad (6.113)$$

Радиус-вектор заготовки для  $i-1$ -го оборота в соответствии с (6.59) записывается:

$$r_{i-1}(\varphi) = r_{oi-1} + A_{ki-1} \cos(\omega t + \psi_{ki-1}).$$

Среднее значение  $\bar{t}_{fi}$  определено в данном примере из условия расхода всей поперечной подачи  $S_y$  на радиальный съём металла по приближенной зависимости [263],  $\bar{t}_{fi} = 10$  мкм. Для вычисления шага дискретизации по времени  $\Delta t$  определяется по формуле (6.101) наибольший порядковый номер гармоники, который имеет волнистость

$$P = \frac{7560}{2\pi \cdot 6} = 200,535.$$

Шаг дискретизации выбираем таким образом, чтобы в пределах одного периода волнистости было восемь расчетных точек

$$\Delta t = \frac{1}{8 \cdot p \cdot f_u} = \frac{1}{8 \cdot 200,535 \cdot 6} = 0,0001039 \text{ с}.$$

Расчет ведется начиная с первого оборота заготовки. Ввиду отсутствия исходной волнистости ( $A_k = 0$ ), принимаем

$$A_{kППР} = A_{ППР}(\tau), \quad \psi_{ППР} = 0.$$

На начальном шаге  $\varphi_{1,1} = 0$  и  $t_{1,1} = 0$ , имеем

$$t_{f1,1} = 10 + 20 \cdot 10^3 - 20 \cdot 10^3 + 2 \cos(7560 \cdot 0) - 0,058 \cdot 0 - 2,0 + \frac{800}{60} \cdot 0 - 2 \cdot 2,32 \cos(7560 \cdot 0 + 0 - 0,0001039) = 9,075(\text{МКМ}).$$

На втором шаге  $\varphi_{1,1} = \Delta\varphi$  и  $t_{1,1} = \Delta t = 0,0001039\text{с}$

$$t_{f1,1} = 10 + 20 \cdot 10^3 - 20 \cdot 10^3 + 2 \cos(7560 \cdot 0,0001039) - 0,058 \cdot 0,0001039 - 2,0 + \frac{800}{60} \cdot 0,0001039 - 2 \cdot 2,32 \cos(7560 \cdot 0,0001039 + 0 - 1,37) = 5,543(\text{МКМ})$$

Вычисления выполняются до момента завершения 1-го оборота, т.е. пока выполняется условие  $\varphi_i + \Delta\varphi < 2\pi$  или  $t_{1n} + \Delta t < \tau_u$  ( $\tau_u = 0,1662218$ ).

Таблица 6.1

Результаты расчёта радиус-векторов обрабатываемой поверхности

$\Delta\varphi$	1 оборот			2 оборот		
	$t_{f1,n}$ , МКМ	$\Delta r_{1,n}$ , МКМ	$\Delta r_{1,n}$ , МКМ <sup>3</sup>	$t_{f2,n}$ , МКМ	$\Delta r_{2,n}$ , МКМ	$\Delta r_{2,n}$ , МКМ <sup>3</sup>
0	9,075	6,100	19,993900	9,261	6,230	19,987670
$\Delta\varphi$	5,543	3,710	19,996290	1,229	0,827	19,995463
$2\Delta\varphi$	3,454	2,298	<u>19,997702</u>	-4,707	-	<u>19,9977021</u>
$3\Delta\varphi$	4,036	2,691	19,997309	-5,067	-	19,997309
$4\Delta\varphi$	6,946	4,660	19,995340	0,360	0,241	19,995099
$5\Delta\varphi$	10,479	7,050	19,992950	8,395	5,625	19,987325
$6\Delta\varphi$	12,560	8,458	<u>19,991542</u>	14,331	9,592	<u>19,9819501</u>
$7\Delta\varphi$	11,970	8,059	1 9991941	14,692	9,814	19,982127

Для каждого значения  $t_{\varphi 1n}$  первого оборота рассчитывается радиальный съём металла по приближенной зависимости:

$$\Delta r_{1,1} = \frac{t_{\varphi}^2}{1,478 t_{\varphi} + \frac{13,66 \cdot v_u}{k_c \cdot (V_k + V_u) \cdot n_3 \sqrt{D_3 \rho_p}}}, \quad (6.114)$$

$$\Delta r_{1,1} = \frac{(9,075)^2}{1,478 \cdot 9,075 + \frac{13,66 \cdot 0,75}{0,9(31,42 + 0,75) \cdot 5,2 \sqrt{3,64 \cdot 0,21}}} = 6,100 \text{ МКМ}$$

Величина радиуса заготовки после первого оборота для данного момента вращения (фазового угла) вычисляется по радиальному съему металла. Например,

$$r_{1,1} = r_{0,1} - \Delta r_{1,1} = 20 \cdot 10^3 - 6,1 = 19,9939 \cdot 10^3 \text{ мкм.}$$

Полученные данные сведены в табл. 6.1. Для описания массива радиус-векторов выражением вида (6.59). проведена аппроксимация по методу наименьших квадратов. С учетом полученных коэффициентов

$$r_0 = 19,994610 \cdot 10^3; \quad A_k = 3,159; \quad \Psi_{k1} = -0,23.$$

Текущее значение радиуса описывается следующим образом:

$$r_1(\varphi) = 19,99461 \cdot 10^3 + 3,159 \cdot \cos(7560 \cdot t - 0,23).$$

Второй оборот заготовки. По формулам (6.85) и (6.86) рассчитывается значение приведенной амплитуды и фазы:

$$A_{knp} = \sqrt{3,159^2 + 2^2 + 2 \cdot 3,159 \cdot 2 \cos(0 + 0,23)} = 5,127 \text{ мкм,}$$

$$\operatorname{tg}(\Psi_{np1}) = \frac{3,159 \sin(-0,23) + 0 \cdot 2 \sin(0)}{3,159 \cos(-0,23) + 2 \cos(0)} = -0,14.$$

Например:

$$\begin{aligned} \varphi_{2,5} &= 4\Delta\varphi, \quad t_{2,5} = 0,1662218 + 4 \cdot 0,0001039 = 0,166374 \text{ с;} \\ t_{\varphi_{2,5}} &= 10 + 19,99461 \cdot 10^3 + 3,159 \cdot \cos(7560 \cdot 0,166374 - 0,23) - 20 \cdot 10^3 + \\ &+ 2 \cos(7560 \cdot 0,166374) - 0,058 / 1,166374 - 2 + (800/60) \cdot 0,166374 - \\ &- 5,127 \cdot 2,32 \cdot \cos(7560 \cdot 0,166374 - 0,14 - 1,37) = 0,360 \text{ мкм.} \end{aligned}$$

Съем металла  $\Delta r_{2,5} = 0,241$  мкм.

Радиус  $r_{2,5} = 19,99534 \cdot 10^3 - 0,241 = 19,995099 \cdot 10^3$  мкм.

В результате аппроксимации массива радиус-векторов заготовки после второго оборота получено:

$$r_{02} = 19,989859 \cdot 10^3 \text{ мкм, } A_{k2} = 8,109 \text{ мкм; } \Psi_{k2} = 0,27 \text{ рад.}$$

Высота волнистости на рассмотренном участке вычисляется как удвоенная амплитуда ( $W_{gi} = A_{ki}$ ), либо аналогично (2.56), по формуле:

$$W_{gi} = r_{bi} - r_{Hi}.$$

После первого оборота

$$W_{g1} = (19,997702 - 19,991542) \cdot 10^3 = 6,160 \text{ мкм.}$$

После второго оборота

$$W_{g2} = (19,997702 - 19,981950) \cdot 10^3 = 15,572 \text{ мкм.}$$

Расчеты для всех последующих оборотов выполняются до момента снятия припуска на обработку **2П**.

На высотные параметры волнистости оказывает влияние не только амплитуда, но и сдвиг фазы динамической составляющей фактической глубины резания на последующих оборотах заготовки. Текущее значение  $t_{\varphi\omega i}$  (6.80) может быть записано следующим образом:

$$t_{\varphi\omega i} = \sum A_t(x) \cos(m\varphi + \psi_A(x)) . \quad (6.115)$$

Для изменения  $t_{\varphi\omega i}$  вследствие замены спектра воздействием превалирующей частоты колебаний, с учетом замены переменных, выражение (2.59) примет вид:

$$t_{\varphi\omega i} = A_t \cos(\nu_b \cdot \tau + \psi_A) , \quad (6.116)$$

где  $A_t$  и  $\nu_b$  - соответственно амплитуда и частота;  $\psi_A$  - начальная фаза.

Сдвиг фазы колебательной составляющей при последующих оборотах заготовки  $\psi_i$  определяется соотношением:

$$\psi_i = \nu_b \tau_u + \psi_A - 2k\pi , \quad (6.117)$$

где  $\tau_u$  - период оборота заготовки;  $k$  - целое число ( $k = 0, 1, 2, \dots$ ).

На рисунке. 6.13 приведены кривые изменения высоты волнистости заготовки для условий, описанных в примере расчета, при различных значениях фазы  $\psi_i$ . Максимальная высота волнистости соответствует  $\psi_i = 0$ .

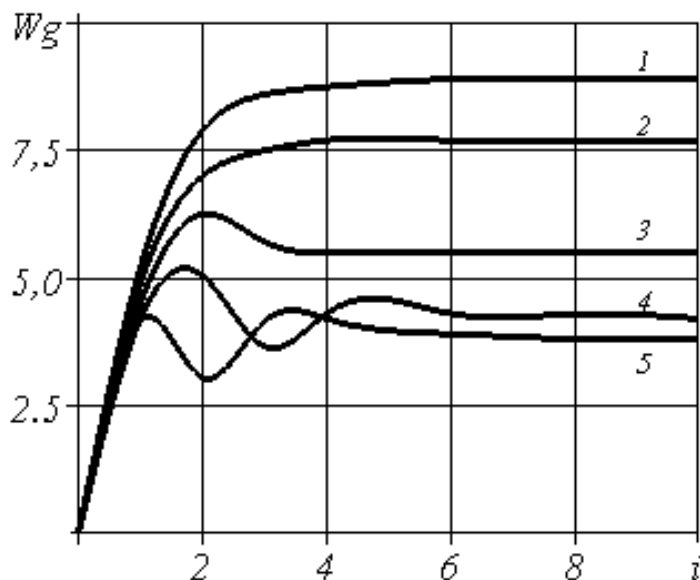


Рис.6.13. Изменение волнистости на заготовке при различных фазах  $t_{cp}$ : 1)  $\psi_i = 0$ ; 2)  $\psi_i = \pi/4$ ; 3)  $\psi_i = \pi/2$ ; 4)  $\psi_i = \pi$ , 5)  $\psi_i = 3/4\pi$  .

Уже после 4-го оборота заготовки высота волнистости стабилизируется ( $W_{g4} = 9$  мкм). Съемы металла на выступе волны и на ее впадине становятся равными. Аналогичная картина наблюдается при  $\psi_i = \pi/4$  . Отличие состоит лишь, а том, что волнистость стабилизируется на более низком уровне ( $\approx 8$  мкм) вследствие отсутствия явления резонанса.

Наиболее низкая волнистость поверхности формируется при значении фазы  $\psi_i$  в диапазоне  $3/4\pi < \psi_i < 5/4\pi$ .

Съем металла больше на выступе волны, сформировавшейся на

предшествующем обороте, и меньше – в ее впадине. Волнистость стабилизируется после 5-го оборота заготовки и незначительно колеблется около значения  $W_g \approx 4$  мкм. Существенно отличается и рельеф шлифованной поверхности. На выступе волны при  $\psi_t = \pi$  имеются участки, с которых в результате отрыва круга от заготовки металл снимается не на каждом обороте.

Пример расчетов изменения высоты волнистости на шлифуемой поверхности в течение всего цикла шлифования по математической

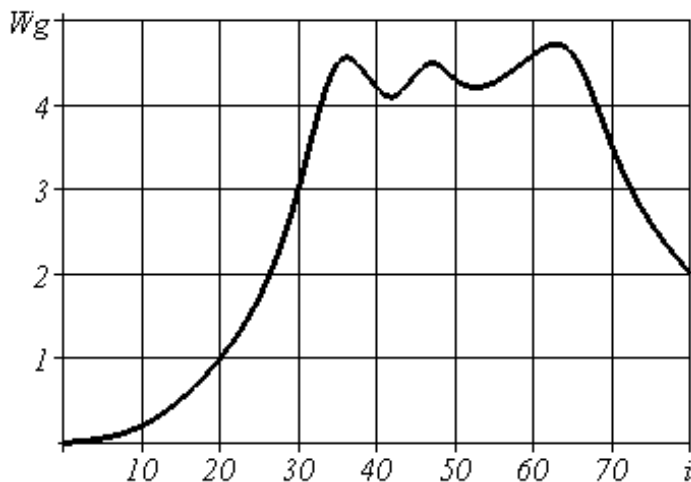


Рис.6.14. Расчетная кривая изменения средней высоты волнистости на детали из стали 45 при шлифовании кругом, имеющим волнистость на рабочей поверхности.

модели (6.98) с использованием ЭВМ приведен на рис.6.14.

Структура математической модели является блочной, что позволяет проводить замену отдельных блоков по мере уточнения входящих в нее составляющих (сила резания  $P_y$ , радиальный износ шлифовально-го круга в единицу времени  $S_R$ , температурные деформации вычисляются по известным зависимостям).

### 6.2.5. АНАЛИТИЧЕСКИЙ РАСЧЕТ ПАРАМЕТРОВ ШЕРОХОВАТОСТИ ПОВЕРХНОСТИ

Основы аналитического прогнозирования важнейших параметров шероховатости поверхности по технологическим факторам рассмотрены в работе [40].

Важнейший параметр шероховатости – среднее арифметическое отклонение профиля  $R_a$  - функционально связан с относительной опорной длиной профиля. Среднее арифметическое отклонение профиля может быть вычислено по площади выступов  $F_1$  и площади впадин  $F_2$ , измеренных от средней линии:

$$R_a = \frac{F_1 + F_2}{l}$$

так как  $dF_1 = t_p l dy_m$  и  $dF_2 = (1 - t_p) l dy_m$ , то

$$R_a = \int_0^{\infty} t_p dy_m + \int_{\infty}^0 (1-t_p) dy_m,$$

где  $y_m$  - расстояние до уровня от средней линии профиля.

Решение этого уравнения дано в работе [97]

$$R_a = M_5 \left[ \frac{H_u^\chi S_x}{C_3 z_0 \left( \frac{v_k}{v_u} \pm 1 \right) B_k \sqrt{D_3}} \right]^{\frac{1}{\chi+m+0,5}} \quad \text{при } t \geq R_{max},$$

$$R_a = M_6 \left[ \frac{H_u^\chi S_x t}{C_3 z_0 \left( \frac{v_k}{v_u} \pm 1 \right) B_k \sqrt{D_3}} \right]^{\frac{1}{\chi+m+1,5}} \quad \text{при } t < R_{max},$$

где  $M_5 = 2\Gamma\left(\frac{f+1}{f}\right) \left\{ \frac{1}{f+1} \left[ \Gamma\left(\frac{f+1}{f}\right) \right]^f - \frac{1}{2(2f+1)} \left[ \Gamma\left(\frac{f+1}{f}\right) \right]^{2f} \right\} M_1;$

$$M_6 = 2\Gamma\left(\frac{f+1}{f}\right) \left\{ \frac{1}{f+1} \left[ \Gamma\left(\frac{f+1}{f}\right) \right]^f - \frac{1}{2(2f+1)} \left[ \Gamma\left(\frac{f+1}{f}\right) \right]^{2f} \right\} M_3;$$

$$M_1 = \left[ \frac{\Gamma(1,5m + \chi + 1) \cdot 1,5^m}{\chi \Gamma(\chi) \Gamma(1,5m + 1)} \right]^{\frac{1}{\chi+m+1,5}};$$

$$M_3 = \left[ \frac{(1,5 + \chi + m) \Gamma(1,5m + \chi + 1) \cdot 1,5^m}{\chi \Gamma(\chi) \Gamma(1,5m + 1)} \right]^{\frac{1}{\chi+m+1,5}}.$$

Для наиболее распространенного случая  $m=1$ ;  $C_3 = 3,8d_0^{0,14}$ ;  $f=2,7$ . Тогда

$$R_a = 0,2 \left[ \frac{H_u^{2,0\chi} S_x d_0^{0,14}}{z_0 \left( \frac{v_k}{v_u} \pm 1 \right) B_k \sqrt{D_3}} \right]^{\frac{1}{4,2}} \quad \text{для } t \geq R_{max};$$

$$R_a = M_6 \left[ \frac{H_u^\chi S_x t}{C_3 z_0 \left( \frac{v_k}{v_u} \pm 1 \right) B_k \sqrt{D_9}} \right]^{\frac{1}{\chi+m+1,5}} \quad \text{для } t < R_{max}.$$

Предложенные соотношения аналогичны выражениям для определения условной нижней границы глубины шлифования  $R_{усл}$  [98].

Отношение между условной высотой микронеровностей  $R_{усл}$  и средним арифметическим отклонением профиля изменяется при изменении показателя  $\chi$ , характеризующего расположение абразивных зерен на наружной поверхности шлифовального круга.

В табл. 6.2 приведены значения отношения  $R_{усл} / R_a$  при различных  $f$ .

Таблица 6.2

Зависимость отношения  $R_{усл} / R_a$  от  $f$ .

$f$	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0	4,5	5,0	5,5
$R_{усл} / R_a$	2,2	2,8	3,4	3,9	4,5	5,0	5,6	6,2	6,6

В совокупности параметры  $R_a$  и  $R_{усл}$  характеризуют опорную способность шлифованной поверхности.

Наибольшая высота неровностей профиля  $R_{max}$  и высота неровностей профиля по десяти точкам могут быть рассчитаны по величине слоя, в котором распределена шероховатость поверхности, и математическими ожиданиями расстояний  $V_1, V_2, \dots, V_5$  от верхней границы слоя шероховатости до пяти высших точек профиля и расстояний  $W_1, W_2, \dots, W_5$  от нижней границы слоя шероховатости до пяти низших точек профиля поверхности. Расстояния до максимальных выступов и впадин являются величинами случайными и независимыми, на основании этого

$$R_{max} = H - M[V_1] - M[W_1]; \quad R_z = H - \frac{1}{5} \sum_{i=1}^5 M[V_i] - \frac{1}{5} \sum_{i=1}^5 M[W_i];$$

$$D[R_{max}] = D[V_i] + D[W_i]; \quad D[R_z] = \frac{1}{25} \sum_{i=1}^5 D[V_i] + \frac{1}{25} \sum_{i=1}^5 D[W_i].$$

Для стационарного процесса, близкого к нормальному, реализацией которого является профилограмма шлифованной поверхности

$$R_{max} = H - \frac{2 \cdot \Gamma\left(\frac{2\chi + 3}{2\chi + 1}\right)}{(\mathcal{Q}_\lambda \cdot l)^{\chi + 0,5}}; \quad D[R_{max}] = 2 \frac{\Gamma\left(\frac{2\chi + 5}{2\chi + 1}\right) - \left[\Gamma\left(\frac{2\chi + 3}{2\chi + 1}\right)\right]^2}{(\mathcal{Q}_\lambda l)^{\chi + 0,5}},$$

$$R_z = H - \frac{2 \sum_{i=1}^5 \frac{1}{(i-1)!} \Gamma\left(\frac{2\chi + i + 2}{2\chi + 1}\right)}{(\mathcal{Q}_\lambda l)^{\chi + 0,5}};$$

$$D[R_z] = \frac{2 \sum_{i=1}^5 \frac{1}{(i-1)!} \left\{ \Gamma\left(\frac{2i\chi + i + 4}{2\chi + 1}\right) - \frac{1}{(i+1)!} \left[ \Gamma\left(\frac{2i\chi + i + 2}{2\chi + 1}\right) \right]^2 \right\}}{(\mathcal{Q}_\lambda l)^{\chi + 0,5}}.$$

При частном значении  $\chi = 1,5$

$$R_{max} = H - \frac{2}{25} \sqrt{\frac{2V_u t_f^{1,5}}{3n_3(V_k \pm V_u)l\sqrt{D_3}}}; \quad R_z = H - 2,948 \sqrt{\frac{V_u t_f^{1,5}}{n_3(V_k \pm V_u)l\sqrt{D_3}}}.$$

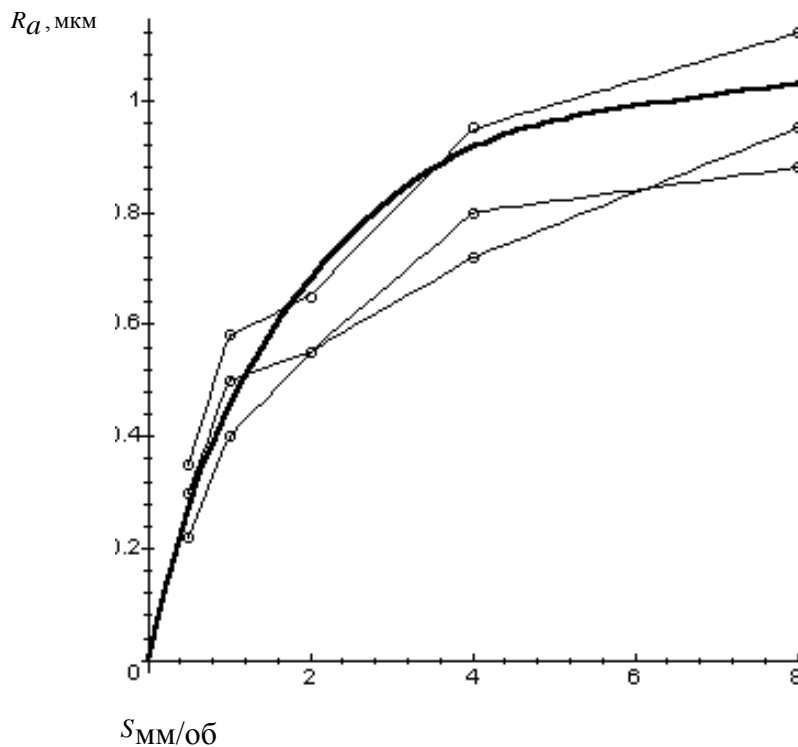


Рис.6.15. Влияние поперечной подачи на шероховатость поверхности: приведены расчетные и экспериментальные данные.



В полученных формулах учтено влияние важнейших параметров характеристик абразивного инструмента и режима резания на высотные параметры шероховатости поверхности.

На рис. 6.15 приводится сопоставление расчетных и экспериментальных значений среднего арифметического отклонения профиля для шлифованных образцов из закаленной стали 9Х2 кругами на бакелитовой связке.

Отклонение расчетных данных от экспериментальных не превышает 25%, что свидетельствует о возможности широкого практического использования предложенных методик прогнозирования высотных параметров шероховатости поверхности.

### 6.2.6. СИНТЕЗ ФИЛЬТРА КАЛМАНА-БЬЮСИ ДЛЯ УПРОЩЕННОЙ МОДЕЛИ ОПЕРАЦИИ КРУГЛОГО НАРУЖНОГО ШЛИФОВАНИЯ

Упрощенная модель динамики операции шлифования представлена дифференциальным уравнением вида (6.84).

Для решения задачи синтеза линейного алгоритма оценивания (фильтрации), формирующего несмещенную оценку вектора состояния системы с минимальной дисперсией, с учетом данных измерений перепишем дифференциальное уравнение (6.84) в виде [173]:

$$c\ddot{S}_y - a\dot{S}_y = -c\ddot{Q}_\Sigma + b\dot{Q}_\Sigma + \dot{S}_R + \dot{y}_T,$$

где  $\frac{G_K}{j_{mc}} = c$ ;  $\left( \left( 1 + \frac{C_K}{j_{mc}} \right) \alpha - 1 \right) = a$ ;  $\left( 2 - \frac{C_K}{j_{mc}} \right) = b$ , которое с учетом представлений (6.21) и (6.22) запишутся как:

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & \frac{b(t)}{c(t)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{c(t)} \end{bmatrix} w(t) \\ y(t) = [1 \ 0] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + v(t) \end{cases}, \quad (6.118)$$

где  $\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$  – вектор состояния системы;  $A(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & \frac{b(t)}{c(t)} \end{bmatrix}$ ;

$$C(t) = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ c(t) \end{bmatrix}; \quad B(t) = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}; \quad H(t) = [1 \quad 0], \text{ соответствующие им мат-}$$

рицы состояния системы и наблюдений;  $w(t)$  и  $v(t)$  – случайное воздействие и шум наблюдений, которые представляют некоррелированные между собой случайные гауссовские процессы типа белого шума с нулевыми математическими ожиданиями и интенсивностями  $Q(t)$  и  $R(t)$ , соответственно.

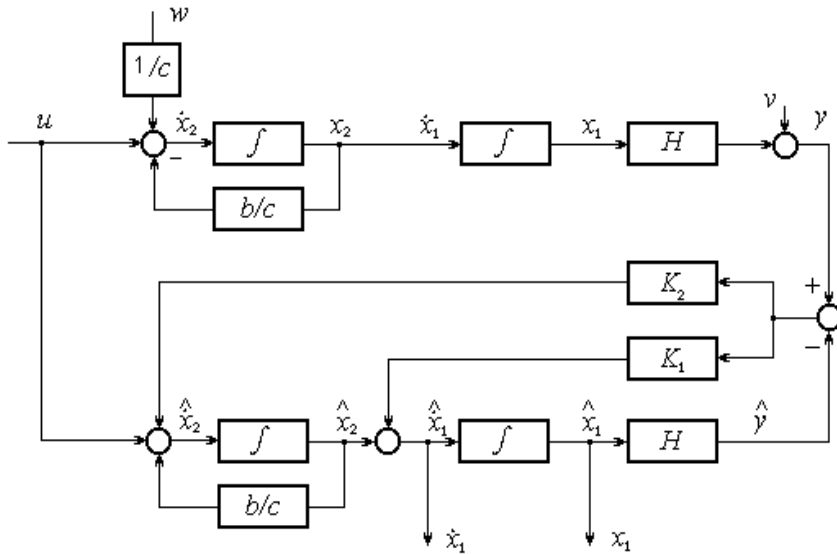


Рис.6.16. Структурная схема технологического процесса с фильтром.

Начальное состояние системы  $x(t_0)$  может быть представлено случайным гауссовским вектором, некоррелированным с приведенными ранее процессами  $w(t)$  и  $v(t)$ , и известным математическим ожиданием  $M[x(t_0)] = \bar{x}_0$  и ковариационной матрицей:

$$\text{cov}[x(t_0), \bar{x}(t_0)] = M\{[x(t_0) - \bar{x}(t_0)] \cdot [x(t_0) - \bar{x}(t_0)]^T\} = P(t_0, t) = P_0.$$

Для решения задачи управления операциями шлифования требуется найти линейную несмещенную оценку вектора  $x(t) = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$ , построенную на основе результатов наблюдений  $y(t), (t_0 \leq t \leq t_f)$ .

$\dot{z}(t) = F(t)z(t) + G(t)u(t) + K(t)y(t)$  с ошибкой оценивания  $e(t) = x(t) - z(t)$ .

Для модели процесса (6.118) построена система с фильтром Калмана (рис. 6.16) в виде:

$$\begin{bmatrix} \hat{x}_1 \\ \hat{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & b(t) \\ & c(t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{x}_1 \\ \hat{x}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(t) + \begin{bmatrix} K_1(t) \\ K_2(t) \end{bmatrix} \left( y(t) - [1 \quad 0] \begin{bmatrix} \hat{x}_1 \\ \hat{x}_2 \end{bmatrix} \right),$$

$$z_0 = \bar{x}_0$$

Матрица коэффициентов усиления фильтра  $K(t)$ , обеспечиваю-

щего оптимальную оценку (составляющие ошибки оценивания имеют минимальную дисперсию) и определяется выражением

$$K(t) = P(t)H^T(t)R^{-1}(t),$$

где  $P(t)$  – представляет собой ковариационную матрицу ошибок оценивания, которая является решением матричного дифференциального уравнения Риккати (6.56)

$$\dot{P}(t) = A(t)P(t) + P(t)A^T(t) - P(t)H^T(t)R^{-1}(t)H(t)P(t) + C(t)Q(t)C^T(t)$$

при начальных условиях  $P(t_0) = M\{[x(t_0) - \bar{x}_0] \cdot [x(t_0) - \bar{x}_0]^T\}$ .

Система с фильтром Калмана-Бьюсси (рис.6.13) представлена в форме:

$$\begin{bmatrix} \dot{\hat{x}}_1 \\ \dot{\hat{x}}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & \frac{b}{c} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{x}_1 \\ \hat{x}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(t) + \begin{bmatrix} K_1 \\ K_2 \end{bmatrix} \left( y(t) - [1 \ 0] \begin{bmatrix} \hat{x}_1 \\ \hat{x}_2 \end{bmatrix} \right),$$

где  $z_0 = \bar{x}_0$ .

Вектор коэффициентов усиления фильтра стремится к постоянному вектору и определяется выражением:

$$\hat{K} = \hat{P} \hat{H} R^{-1},$$

где  $\hat{P}$  – положительно определенная матрица, являющаяся решением алгебраического матричного уравнения Риккати

$$\begin{bmatrix} 0 & I \\ 0 & \frac{b}{c} \end{bmatrix} P + \hat{P} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & \frac{b}{c} \end{bmatrix} - \hat{P} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} D^{-1}(V) [1 \ 0] \hat{P} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ \frac{c}{c} \end{bmatrix} D(W) \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \frac{1}{c} \end{bmatrix} = 0.$$

Для построения фильтра Калмана-Бьюсси разработана программа, позволяющая решать уравнения Риккати объекта и фильтра, а дальнейший анализ производился численными методами.

В качестве примера на рис. 6.17 и 6.18 приведены результаты расчета коэффициентов фильтра Калмана-Бьюсси процесса шлифования шейки распределительного вала со следующими исходными данными:  $G_k = 0,244 \cdot 10^3$  Н · с/м;  $C_{шк} = 35 \cdot 10^6$  Н/м;  $C_u = 18 \cdot 10^6$  Н/м;  $C_k = 11,89 \cdot 10^6$  Н/м;  $\alpha = 4 \cdot 10^{-6}$ .

Статистические данные по интенсивности тепловых деформаций  $Q = D_w = 4 \cdot 10^{-12}$  м/с и величине слоя, в котором распределена шероховатость  $R = D_v = 0,36 \cdot 10^{-12}$  взяты из работы [102].

Результаты расчетов показывают, что даже в случае измерения лишь одной координаты  $Q_{\Sigma}$ , фильтр дает оценки всех координат со среднеквадратическими ошибками оценивания не превышающими 10%.

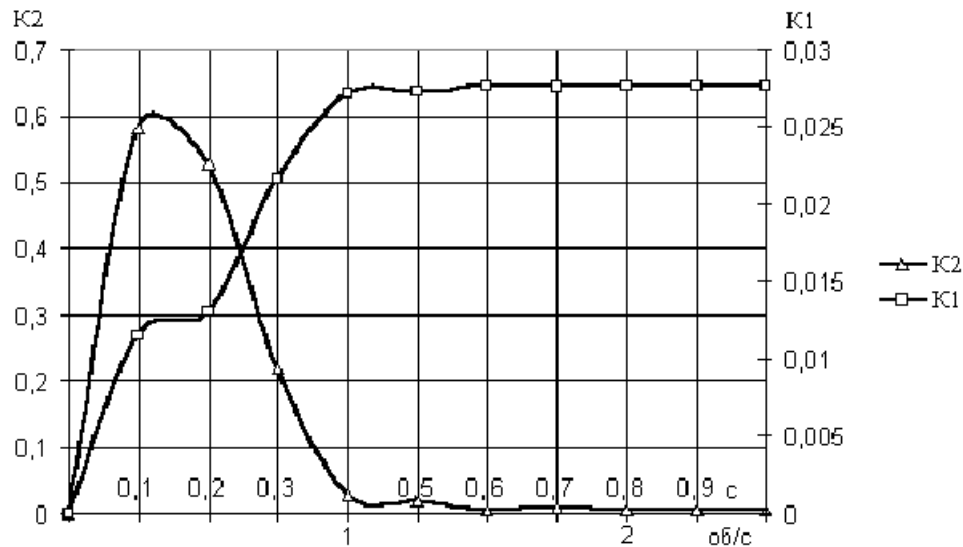


Рис.6.17. Зависимость коэффициентов усиления фильтра от времени.

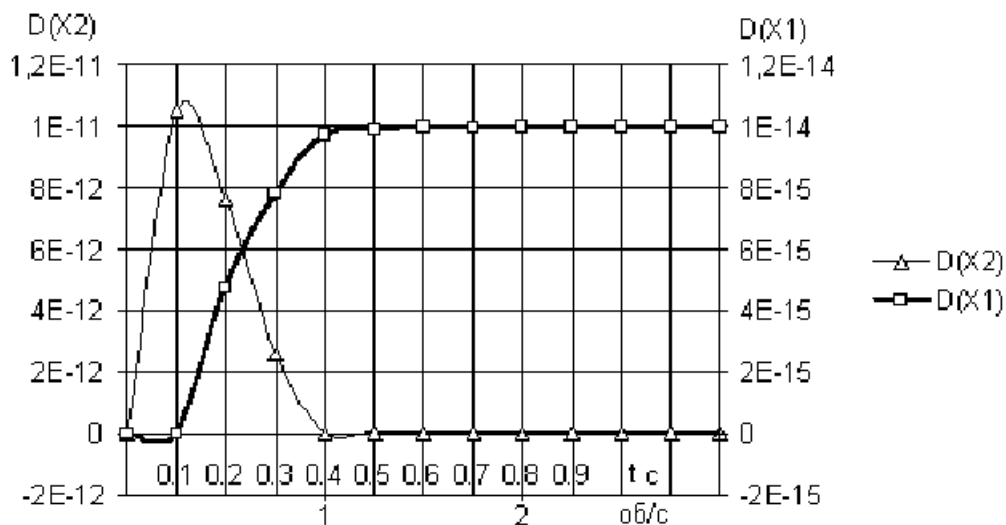


Рис.6.18. Зависимость дисперсии оценок от времени.

Установившееся состояние фильтра наступает через 0,4 секунды, что соответствует одному обороту детали. Это позволяет применять стационарный фильтр Калмана-Бьюси.

## ГЛАВА 7

# КАЧЕСТВО ОБРАБОТКИ ПРИ РЕЗАНИИ РЕЗЦАМИ ИЗ СВЕРХТВЕРДЫХ МАТЕРИАЛОВ

### 7.1. ВЛИЯНИЕ ГЕОМЕТРИИ РЕЖУЩЕЙ ЧАСТИ РЕЗЦОВ НА ШЕРОХОВАТОСТЬ ОБРАБОТАННОЙ ПОВЕРХНОСТИ

Проведенными исследованиями и практикой установлено, что точение труднообрабатываемых материалов и закаленных сталей резцами из СТМ на основе нитрида бора на повышенных скоростях резания по сравнению с точением резцами из твердых сплавов позволяет получить более высокое качество обработки.

Шероховатость обработанной поверхности при точении закаленных сталей высокой твердости достигает по  $R_a = 0,6$  мкм. Это возможно благодаря небольшим значениям радиусов округления режущих кромок резца ( $\rho = 5-10$  мкм), шероховатости поверхности режущей части резца по  $R_a = 0,05$  мкм и силам, сопровождающим процесс резания. Незначительный размерный износ режущих кромок резцов из СТМ, наступающий в виде отделения мельчайших кристаллитов, обеспечивает низкую шероховатость режущего лезвия и высокое качество обработки. С помощью метода электронной микроскопии было вскрыто различие в характере износа резцов из гексанита-Р, эльбора-Р и минералокерамики ЦМ332. Опытами установлено, что получить низкую шероховатость обработанной поверхности при точении резцами из твердого сплава и минералокерамики возможно только при точении острозаточенными резцами, в то время как резцы из СТМ на основе нитрида бора обеспечивают высокое качество обработки на протяжении всего периода износа, вплоть до критической величины.

Анализ литературных данных по влиянию геометрических параметров резцов при чистовом точении на шероховатость обработанной поверхности показывает, что наибольшее влияние оказывает форма вершины резца и установка резца в плане. При этом важную роль оказывает соотношение между длиной зачистного лезвия и подачей ( $l_f / S$ ) или радиусом округления вершины резца и подачей ( $r / S$ ).

Опыты по изучению влияния соотношения длины зачистного лезвия и подачи на шероховатость обработанной поверхности прово-

дильсь на универсальном токарно-винторезном станке 1К62 при то-  
чении закаленной стали 40Х ( $HRC\ 48-50$ ) резцами из гексанита-Р со  
следующими геометрическими параметрами:  $\gamma = -10^\circ$ ;  $\alpha = \alpha_1 = 10^\circ$ ;  
 $\varphi = 45^\circ$ ;  $\varphi_0 = 0^\circ$ ;  $\varphi_1 = 15^\circ$ ;  $\lambda = 0^\circ$ .

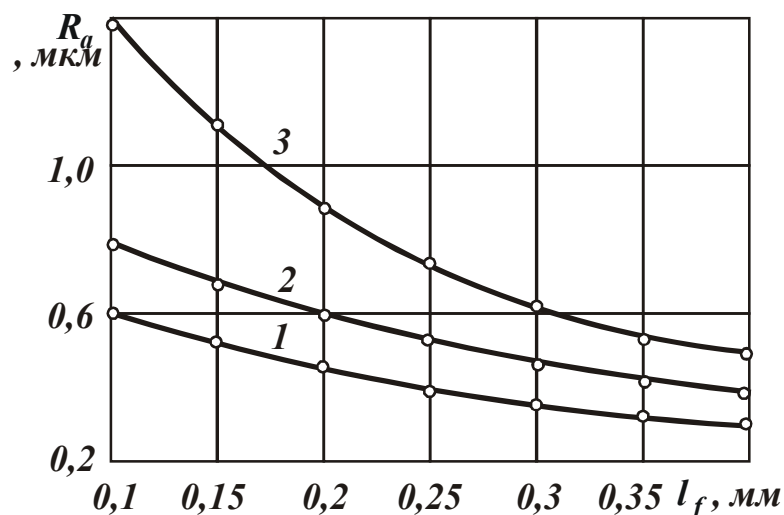


Рис.7.1. Зависимость параметра шероховатости  
обработки  $R_a$  от длины зачистного лезвия резца  
 $l_f$ : 1-  $S = 0,07$  мм/об; 2 -  $S = 0,11$  мм/об; 3 -  $S =$   
 $0,17$  мм/об.

Переменным пара-  
метром была величина  
зачистного лезвия, кото-  
рая контролировалась  
при заточке с помощью  
микроскопа (x100). Шеро-  
ховатость обработан-  
ной поверхности по  $R_a$   
измерялась на профило-  
графе-профилометре  
мод. 201 завода “Ка-  
либр”. Режимы резания  
были выбраны опти-  
мальными для тонкого  
точения:  $V = 100$  м/мин;  
 $t = 0,2$  мм;  $h_c \leq 0,2$  мм.

Из рис. 7.1 следует, что с увеличением длины зачистного лезвия  $l_f$ ,  
несмотря на увеличение подачи, шероховатость обработанной по-  
верхности постоянно снижается. Ухудшение шероховатости обрабо-  
танной поверхности наблюдается при появлении вибраций, которые  
зависят от вылета вставки из державки и способа ее крепления. Уста-  
новлено, что при креплении вставки с режущим элементом из СТМ  
при помощи сварки жесткость инструмента увеличивается и вибра-  
ции появляются при значительно больших соотношениях  $l_f/S$  и  
большем вылете резца. На основании проведенных исследований  
длину вылета вставки из державки следует устанавливать в пределах  
6...8 мм. Длину зачистного лезвия следует выбирать в пределах  
 $l_f = (0,8...1,2) \cdot \sqrt{S}$  (мм). Для малых подач следует выбирать большие  
коэффициенты. Таким образом, на основании проведенных опытов  
установлены оптимальные соотношения между длиной зачистного  
лезвия и подачей, при которых шероховатость обработанной поверх-  
ности будет минимальной.

Опыты по изучению влияния соотношения радиуса закругления

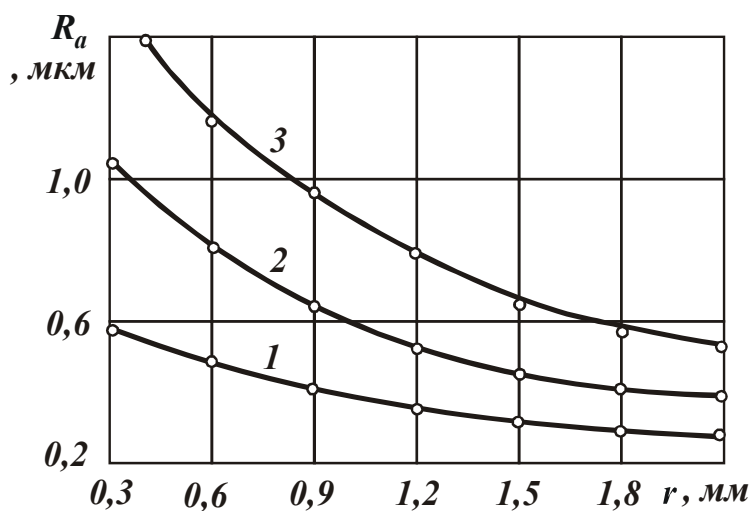


Рис. 7.2. Зависимость параметра шероховатости обработки  $R_a$  от радиуса закругления вершины резца  $r$ : 1-  $S = 0,07$  мм/об; 2 -  $S = 0,11$  мм/об; 3 -  $S = 0,17$  мм/об.

вершины резца и подачи при точении закаленной стали 40X проводились также на универсальном токарно-винторезном станке 1К62. Радиус округления вершины резца изменялся от 0,2 до 2,0 мм. Опыты проводились только острозаточенными резцами до износа по задней поверхности  $h_c \leq 0,2$  мм.

Из рис. 7.2 следует, что с увеличением  $r$  и

уменьшением подачи, т.е. при увеличении соотношения  $r/S$ , шероховатость поверхности постоянно снижается. Экстремум в зависимостях  $R_a = f(S)$  и  $R_a = f(r)$  отсутствует. Появление его можно объяснить только недостаточной жесткостью системы СПИД. Опыты показывают, что с увеличением соотношения  $r/S$  и износа резца по задней поверхности при закреплении вставки с режущим элементом из гексанита-Р механическим способом, появляются вибрации и шероховатость обработанной поверхности ухудшается.

На основании проведенных опытов установлено оптимальное соотношение между радиусом закругления вершины резца и подачей:

$$r = (5...7) \cdot \sqrt{S}, \text{ мм.}$$

Данное соотношение справедливо при  $S = 0,07...0,28$  мм/об и приведенных условиях обработки. Проведенными исследованиями установлено, что остальные геометрические параметры режущей части резцов из СТМ оказывают на шероховатость обработанной поверхности при чистовом точении незначительное влияние. Поэтому их необходимо выбирать из условия максимальной стойкости инструмента.

Таким образом, для получения низкой шероховатости обработанной поверхности при точении закаленных сталей резцами из СТМ на основе нитрида бора необходимо форму вершины резца выбирать из условия оптимального соотношения  $r/S$  или  $l_f/S$  и тщательно устанавливать резец в плане, чтобы обеспечить параллельность между зачистной фаской и обработанной поверхностью детали.

## 7.2. ВЛИЯНИЕ РЕЖИМОВ РЕЗАНИЯ НА ШЕРОХОВАТОСТЬ ОБРАБОТАННОЙ ПОВЕРХНОСТИ

В последнее время в литературе часто встречаются исследования шероховатости обработанной поверхности с помощью статистических методов обработки результатов экспериментов для сокращения количества опытов и проведения математического анализа. Однако, при изучении нового процесса обработки – процесса чистового точения труднообрабатываемых материалов резцами сверхтвердого инструментального материала - гексанида-Р, необходимо знать более подробно, как влияют режимы резания на шероховатость обработанной поверхности при проведении и однофакторных экспериментов.

Опытами установлено, что точение труднообрабатываемых материалов резцами из сверхтвердых материалов на основе нитрида бора характеризуется получением сравнительно низкой шероховатости обработанной поверхности, параметры которой во многих случаях

превосходят параметры шлифованной поверхности.

На рис. 7.3 показано влияние режимов резания на шероховатость обработанной поверхности при точении закаленной стали 40Х ( $HRC\ 48-50$ ) резцами из гексанида-Р на универсальном токарно-винторезном станке 1К62. Из рис. 7.3 следует, что при увеличении скорости резания от 50 до 250 м/мин шероховатость обработанной поверхности уменьшается от  $R_a = 0,7$  до

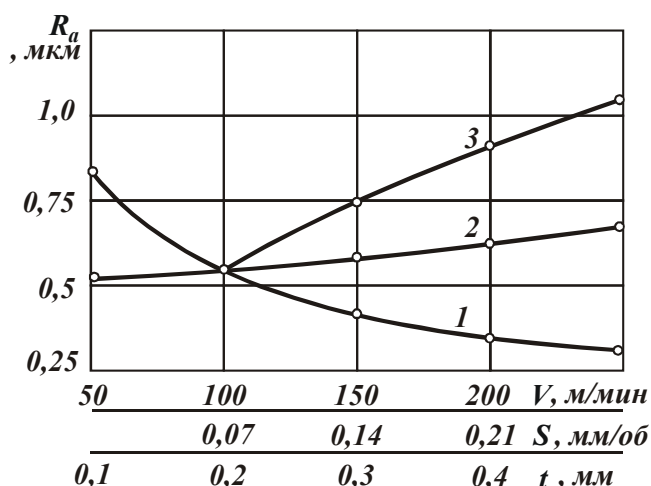


Рис. 7.3. Влияние режимов резания: скорости резания  $V$  (1), глубины резания  $t$  (2) и подачи  $S$  (3) на параметр шероховатости обработки  $R_a$ .

$R_a = 0,3$  мкм. При оптимальных скоростях резания  $V_{opt} = 100 - 120$  м/мин стабильно обеспечивается шероховатость  $R_a = 0,63$  мкм, что во многих случаях является достаточным для замены операции шлифования.

На рис. 7.3 точка пересечения трех кривых означает, что при проведении однофакторного эксперимента два других режима резания были постоянными и равны их значению в точке пересечения кривых.



При увеличении подачи от  $S = 0,07$  до  $S = 0,28$  мм/об и постоянной геометрии и форме вершины резца из гексанита-Р шероховатость обработанной поверхности увеличивается от  $R_a = 0,55$  мкм до  $R_a = 1,1$  мкм, т.е. ухудшается, что можно объяснить уменьшением действия зачистного лезвия вершины резца. Установлено, что при увеличении подачи для достижения низкой шероховатости обработанной поверхности необходимо выдержать соотношение между длиной зачистного лезвия и подачей  $l_f = (0,8...1,2) \cdot \sqrt{S}$ , мм.

Увеличение глубины резания практически мало ухудшает шероховатость обработанной поверхности. Так, при увеличении глубины резания от  $t = 0,1$  мм до  $t = 0,5$  мм шероховатость обработанной поверхности ухудшилась от  $R_a = 0,5$  мкм до  $R_a = 0,65$  мкм, т.е. она находилась почти постоянной.

С целью оптимизации влияния режимов резания на шероховатость обработанной поверхности при чистовом безударном точении

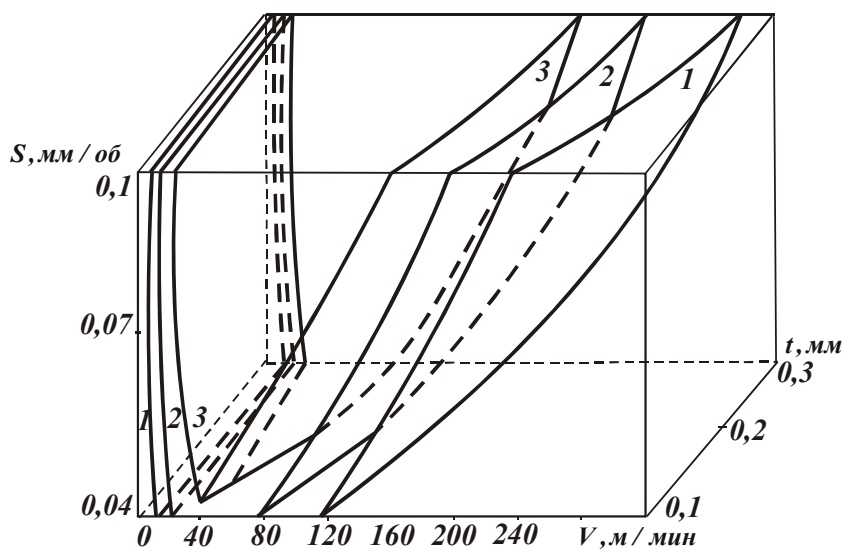


Рис. 7.4. Влияние режимов резания на параметр шероховатости обработки  $R_a$  при точении закаленной стали 45: 1 -  $R_a = 0,27$  мкм; 2 -  $R_a = 0,3$  мкм; 3 -  $R_a = 0,33$  мкм.

закаленных сталей резцами из ПСТМ проводят многофакторные эксперименты. Обработка полученных результатов таких экспериментов позволяет наглядно определить область пространства, в которой изменяемые параметры приводят к наименьшей шероховатости обработанной поверхности.

На рис. 7.4 и рис. 7.5 показаны трехмерные сечения равного выхода шероховатости обработанной поверхности в зависимости от режимов резания при постоянном износе резца  $h_c = 0,1$  мм при чистовом точении закаленной конструкционной стали 45 ( $HRC 50...55$ ) и быстрорежущей стали Р6М5 ( $HRC 62...64$ ) резцами из эльбора-Р.

Из представленных зависимостей видно, что при движении в направлении увеличения скорости резания максимум шероховатости

наблюдается в следующих интервалах скорости резания: для стали 45 – в интервале  $V = 40-50$  м/мин, для стали Р6М5 – в интервале  $V = 30-40$  м/мин. Дальнейшее увеличение скорости резания приводит к уменьшению шероховатости обработанной поверхности.

Из представленных зависимостей видно, что при увеличении подачи шероховатость обработанной поверхности изменяется в наибольшей мере. Минимальная величина шероховатости при всех

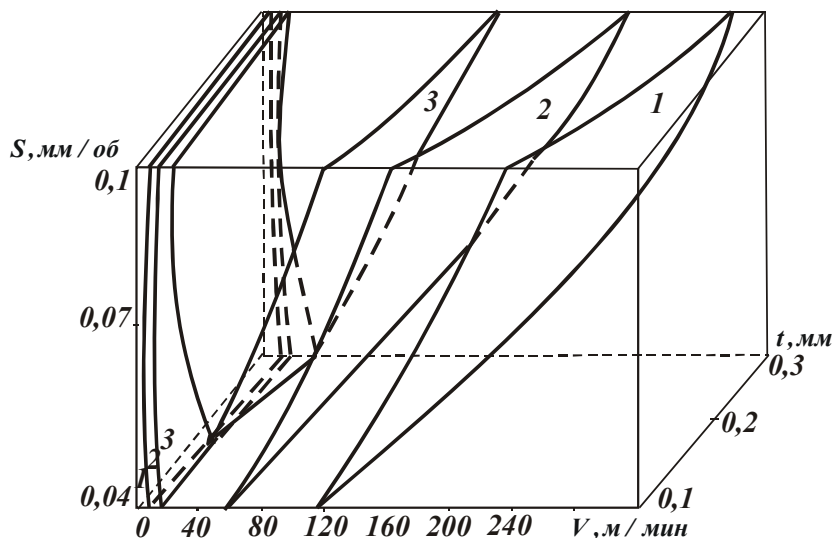


Рис. 7.5. Влияние режимов резания на параметр шероховатости обработки  $R_a$  при точении закаленной стали Р6М5: 1 -  $R_a=0,16$ мкм; 2 -  $R_a=0,2$ мкм; 3 -  $R_a=0,24$ мкм.

скоростях резания наблюдается при малых значениях подач -  $R_{a_{min}}$  при  $S = 0,04 \dots 0,07$  мм/об. Глубина резания, при таком изменении скорости резания и подачи, почти не влияет на шероховатость обработанной поверхности. Режимы резания, обеспечивающие наибольшую стойкость инструментов из сверх-

твердых материалов, обеспечивают и низкую шероховатость обработанной поверхности.

Таким образом, для получения низкой шероховатости обработанной поверхности при точении закаленных сталей резцами из сверхтвердых поликристаллических материалов типа гексанит-Р, эльбор-Р и других, следует применять малые подачи  $S = 0,04-0,1$  мм/об и оптимальные скорости резания  $V = 100-150$  м/мин. Глубина резания может быть выбрана из условия наибольшей работоспособности, т.е.  $t_{\text{до}} = 0,2-0,5$  мм.

### 7.3. ВЛИЯНИЕ ПОДАЧИ И ИЗНОСА РЕЗЦА НА ОСНОВНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ШЕРОХОВАТОСТИ ОБРАБОТАННОЙ ПОВЕРХНОСТИ

Согласно ГОСТа, под шероховатостью поверхности понимается

совокупность неровностей с относительно малыми шагами, образующих рельеф поверхности детали и рассматриваемых в пределах базовой длины  $l$ . Количественно шероховатость поверхности (независимо от способа ее получения) по системе  $M$  (системе средней линии) оценивается:

- 1) средним арифметическим отклонения профиля -  $R_a$ ;
- 2) высотой неровностей профиля по десяти точкам -  $R_z$ ;
- 3) наибольшей высотой неровностей профиля -  $R_{max}$ ;
- 4) средним шагом неровностей -  $S_m$ ;
- 5) средним шагом неровностей по вершинам -  $S$ ;
- 6) относительной опорной длиной профиля  $t_p$ , где  $p$  - числовое значение уровня сечения профиля.

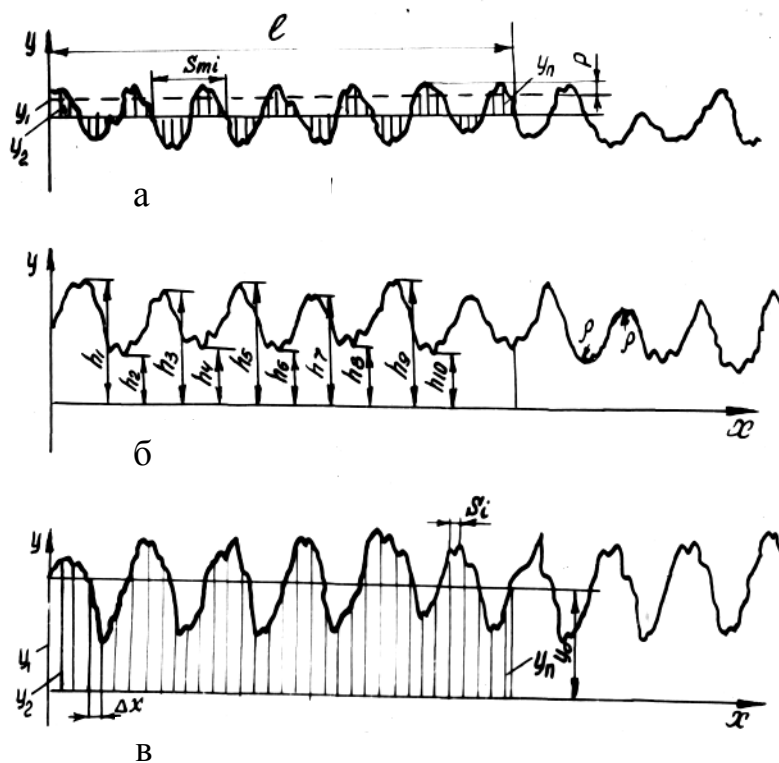


Рис. 7.6. Профилограммы шероховатости обработанной поверхности быстрорежущей стали Р6М5: а -  $h_3 = 0,1$  мм; б -  $h_3 = 0,2$  мм; в -  $h_3 = 0,4$  мм (В.У.х10000, Г.У.х400);  $V = 75$  м/мин;  $S = 0,04$  мм/об;  $t = 0,2$  мм;  $l_f = 0,2$  мм.

Для изучения влияния технологических факторов на приведенные выше характеристики шероховатости поверхности при точении закаленных сталей резцами из эльбора-Р была проведена серия опытов с подробным анализом профилограмм обработанной поверхности. Было исследовано влияние износа резца из эльбора-Р на характеристики шероховатости обработанной поверхности при точении быстрорежущей стали Р6М5 и влияние

подачи при точении цементированной стали 12ХН3А. Эксперименты проводились на станке ИЖ-250П при продольном точении образцов. Геометрические параметры режущей части резцов из эльбора-Р были следующими:  $\gamma = -10^\circ$ ;  $\alpha = \alpha_1 = 10^\circ$ ;  $\varphi = 45^\circ$ ;  $\varphi_0 = 15^\circ$ ;  $\varphi_1 = 0^\circ$ ;  $\lambda = 0^\circ$ ;

$l_f = 0,2 \dots 0,3$  мм.

На рис. 7.6 показаны рабочие профилограммы шероховатости обработанной поверхности быстрорежущей стали Р6М5 в зависимости от износа резца по задней поверхности. При этом на рис. 7.6,а показаны элементы шероховатости для вычисления характеристик  $R_a$ ,  $S_m$ ,  $t_p$ ; на рис. 7.6,б показаны элементы шероховатости для расчета характеристик  $R_z$  и  $R_{max}$ ; на рис. 7.6,в - для расчета  $S$ .

Расчет характеристик шероховатости поверхности был проведен по формулам согласно ГОСТ 2789-73. Полученные результаты сведены в табл. 7.1.

Таблица 7.1

Значения характеристик шероховатости поверхности

№ п/п	Характеристики шероховатости поверхности	Износ резца по задней поверхности			
		$h_z$ , мм			
		0,1	0,2	0,4	0,6
1	$R_a$ - среднее арифметическое отклонение профиля, мкм	0,28	0,36	0,48	0,6
2	$R_z$ - высота неровностей профиля по десяти точкам, мкм	1,36	1,68	2,4	3,2
3	$R_{max}$ - наибольшая высота неровностей профиля, мкм	1,5	1,7	2,5	3,4
4	$S_m$ - средний шаг неровностей, мм	0,04	0,04	0,04	0,04
5	$S$ - средний шаг неровностей по вершинам, мм	0,015	0,012	0,01	0,008
6	$t_p$ - относительная опорная длина профиля, %	30	25	30	36

С увеличением износа резца из эльбора-Р характеристики шероховатости  $R_a$ ,  $R_z$  и  $R_{max}$  увеличиваются. Средний шаг неровностей зависит при точении от величины выбранной подачи и, в данном случае, для износа  $h_z = 0,6$  мм равен  $S_m = 0,04$  мм. С увеличением износа резца средний шаг неровностей по вершинам  $S$  уменьшается, а относительная опорная длина профиля имеет экстремум с минимальной опорной длиной профиля при  $h_z = 0,2$  мм.

Исследования показывают, что при точении резцами из эльбора-Р закаленной стали меньшей твердости, например, закаленной

стали 45, все характеристики шероховатости обработанной поверхности имеют большие значения, т.е. шероховатость обработанной поверхности ухудшается (табл. 7.2).

Таблица 7.2

Значения характеристик шероховатости поверхности

№ п/п	Характеристики шероховатости поверхности	Р6М5	Сталь 45
1	$R_a$ - среднее арифметическое отклонение профиля, мкм	0,26	0,28
2	$R_z$ - высота неровностей профиля по десяти точкам, мкм	1,3	1,4
3	$R_{max}$ - наибольшая высота неровностей профиля, мкм	1,6	1,8
4	$S_m$ - средний шаг неровностей, мм	0,04	0,07
5	$S$ - средний шаг неровностей по вершинам, мм	0,02	0,036
6	$t_p$ - относительная опорная длина профиля, %	25	25

Были проведены сравнительные исследования по определению влияния величины износа резца на шероховатость обработанной поверхности при точении закаленной стали 45 резцами из эльбора-Р и твердого сплава Т15К6 (рис. 7.7).

Из рис. 7.7 следует, что характер влияния износа резца на шероховатость обработанной поверхности при точении резцами из твердого сплава и эльбора-Р аналогичен, но степень изменения и величина шероховатости различны. Однако следует отметить, что острозаточенными резцами из твердого сплава при точении закаленных сталей также достигается низкая шероховатость обработанной поверхности.

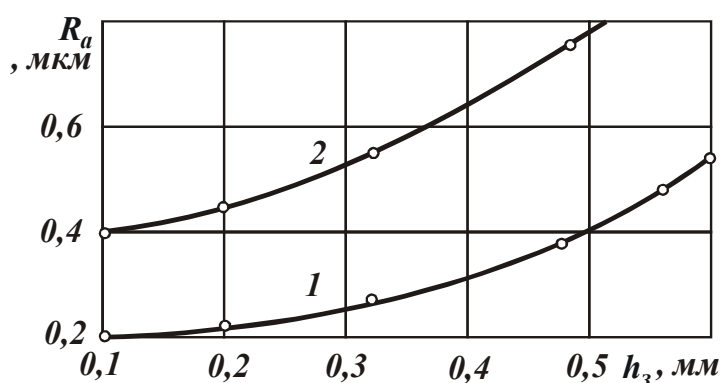


Рис. 7.7. Зависимость параметра шероховатости обработки  $R_a$  от износа резца по задней поверхности  $h_3$ : 1- при точении резцами из эльбора-Р со скоростью резания  $V_1 = 100$  м/мин; 2- при точении резцами из твердого сплава Т15К6 со скоростью резания  $V_2 = 50$  м/мин;  $S = 0,04$  мм/об;  $t = 0,2$  мм.

Однако следует отметить, что острозаточенными резцами из твердого сплава при точении закаленных сталей также достигается низкая шероховатость обработанной поверхности.

Производительность процесса точения резцами из эльбора-Р зависит в большей мере от выбран-

ной подачи. Поэтому с целью изучения влияния подачи на основные характеристики шероховатости поверхности, обработанной резцами из эльбора-Р, была проведена серия опытов по точению закаленной стали 45, быстрорежущей стали Р6М5, цементированной стали 12ХНЗА и жаропрочного сплава ЭП616.

С увеличением подачи при точении резцами из эльбора-Р закаленной стали 45 основные характеристики шероховатости  $R_a$ ,  $R_z$ ,  $R_{max}$ ,  $S_m$ ,  $S$  и  $t_p$  монотонно возрастают.

Таким образом, с увеличением подачи при постоянной геометрии резца из эльбора-Р все основные характеристики шероховатости поверхности ухудшаются.

Одной из важных эксплуатационных характеристик шероховатости обработанной поверхности является относительная опорная длина профиля  $t_p$ . Она определяется отношением опорной длины профиля  $\eta_p$  к базовой длине  $l$  в процентах:

$$t_p = \frac{\eta_p}{l} \cdot 100\%,$$

где  $\eta_p$  - равна сумме длин отрезков “ $b_i$ ”, отсекаемых на выступах профиля.

Высота профиля шероховатости разбивается на части, выраженные также в процентах:

$$P = \frac{p}{R_{max}} \cdot 100\%,$$

где  $p$  - расстояние между наивысшей точкой выступов и уровнем сечения шероховатости.

Экспериментальное суммирование длин отрезков “ $b_i$ ” было проведено с помощью специальной приставки к профилографу мод. 201 [10]. Применение суммирующей приставки позволяет одновременно определять среднее арифметическое отклонение профиля  $R_a$ , опорную длину профиля в сечении  $\eta_p$  и число пересечений профилем среднюю линию в пределах базовой длины  $l$ , что дает возможность определить средний шаг неровностей  $S_m$ :

$$S_m = \frac{l}{n}.$$

На рис. 7.8 показано изменение относительной опорной длины профиля поверхности из жаропрочного сплава ЭП616, обработанной

резцами из эльбора-Р, в зависимости от увеличения скорости резания (рис. 7.8,а) и продольной подачи (рис. 7.8,б).

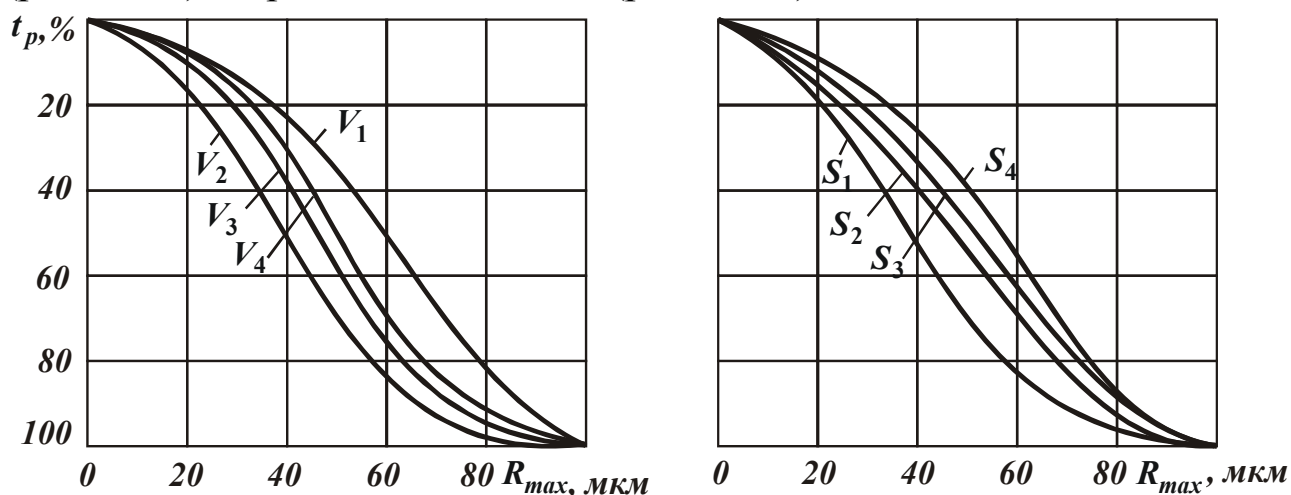


Рис. 7.8. Изменение относительной опорной длины профиля поверхности ЭП616, обработанной резцами из эльбора-Р: а -  $V_1 = 15$  м/мин;  $V_2 = 120$  м/мин;  $V_3 = 210$  м/мин;  $V_4 = 270$  м/мин;  $S = 0,07$  мм/об;  $t = 0,2$  мм;  $h_3 = 0,1$  мм; б -  $S_1 = 0,07$  мм/об;  $S_2 = 0,097$  мм/об;  $S_3 = 0,14$  мм/об;  $S_4 = 0,17$  мм/об;  $V = 120$  м/мин;  $t = 0,2$  мм;  $h_3 = 0,1$  мм.

На рис. 7.8,а видно, что при точении жаропрочного сплава ЭП616 резцами из эльбора-Р на низких скоростях резания  $V_1 = 15$  м/мин наблюдается малая величина длины опорной поверхности. Увеличение скорости резания до  $V_2 = 120$  м/мин приводит к значительному увеличению длины опорной поверхности. Так, в сечении  $40\% R_{max}$  при  $V_1$  относительная длина опорной поверхности была 23% от базовой длины, а при  $V_2$  она равна 50%. Дальнейшее увеличение скорости резания приводит к уменьшению относительной длины опорной поверхности.

Таким образом, оптимальные скорости резания (для сплава ЭП616  $V_{opt} = 120$  м/мин) обеспечивают шероховатость поверхности с наибольшей относительной длиной опорной поверхности.

Увеличение подачи (рис. 7.8,б) при точении жаропрочного сплава ЭП616 резцами из эльбора-Р приводит к уменьшению относительной длины опорной поверхности. Так, в сечении  $40\% R_{max}$  при  $S = 0,07$  мм/об относительная длина опорной поверхности равна 50% от базовой длины  $l$ , а при подаче  $S = 0,17$  мм/об она уменьшилась в 2 раза.

Таким образом, при точении жаропрочного сплава ЭП616 резцами из эльбора-Р наибольшая относительная длина опорной поверх-

ности образуется при оптимальной скорости резания и минимальной продольной подаче.

В табл. 7.3 приведены результаты измерений относительной длины опорной поверхности и определения среднего шага неровностей. Из табл. 7.3 следует, что с увеличением скорости резания средний шаг неровностей уменьшается, следовательно, улучшается чистота обработанной поверхности, что подтверждается уменьшением и среднего арифметического отклонения профиля  $R_a$ . Увеличение подачи приводит к увеличению и среднего шага неровностей  $S_m$  и среднего арифметического отклонения профиля  $R_a$ .

Таблица 7.3

Результаты измерений относительной длины опорной поверхности и определения среднего шага неровностей

№ п/п	$R_{max}$ , %	Скорость резания, м/мин						Подача, мм/об		
		15	85	120	135	210	270	0,097	0,014	0,17
1	10	3	2,8	5	3	3	3	4,5	4,2	4
2	20	8	14	15	14	10	9	13	11	9
3	30	14	28	30	29	20	18	24	19	15
4	40	23	48	50	48	40	35	38	32	25
5	50	34	66	67	67	60	50	55	49	40
6	60	50	81	82	80	75	68	75	69	59
7	70	66	88	90	86	85	80	85	81	76
8	80	82	93	95	91	92	88	93	90	87
9	90	92	96	98	96	96	95	97	96	95
10	$R_a$	1,1	0,6	0,55	0,5	0,4	0,36	0,58	0,7	0,85
11	$n^*$	20	22	24	26	30	32	24	23	22
12	$S_m$	0,04	0,037	0,037	0,03	0,027	0,025	0,033	0,035	0,037

Примечание:  $n^*$  - число пересечений средней линии в пределах базовой длины  $l = 0,8$  мм.

В процессе исследований было установлено, что при точении закаленных сталей резцами из эльбора-Р шероховатость обработанной поверхности зависит от физико-механических свойств поверхностного слоя стали. Так, опытами установлено, что из исследуемых материалов при точении цементированной стали 12ХН3А наблюдается самая низкая шероховатость обработанной поверхности.

На рис. 7.9 показано влияние подачи на шероховатость обработанной поверхности при точении резцами из эльбора-Р цементированной стали 12ХН3А; быстрорежущей стали Р6М5; закаленных сталей:



45, У10, 5ХНМ, 40Х и специального высокопрочного чугуна ВЧ-70.

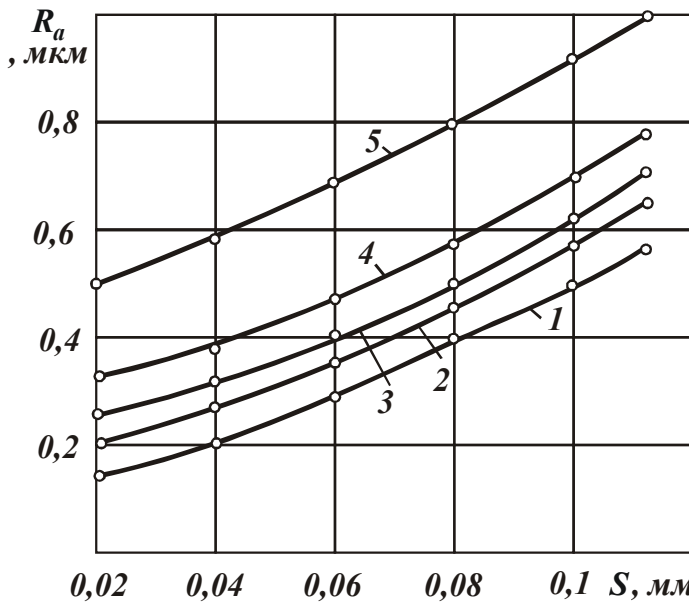


Рис. 7.9. Зависимость параметра шероховатости обработки  $R_a$  от подачи  $S$ : 1 -  $V = 80$  м/мин; 2 -  $V = 75$  м/мин; 3 -  $V = 80$  м/мин; 4 -  $V = 100$  м/мин; 5 -  $V = 225$  м/мин.

Из рис. 7.9 следует, что характер влияния подачи на шероховатость обработанной поверхности для всех материалов аналогичен, а величина шероховатости зависит от физико-механических свойств обрабатываемого материала. Минимальная величина шероховатости наблюдается при точении с малыми значениями подач  $S = 0,02 \dots 0,07$  мм/об.

Особый интерес представляет рассмотрение соотношения между шероховатостью обработанной поверхности, изношенной площадки резца и стружки в зависимости от величины износа резца.

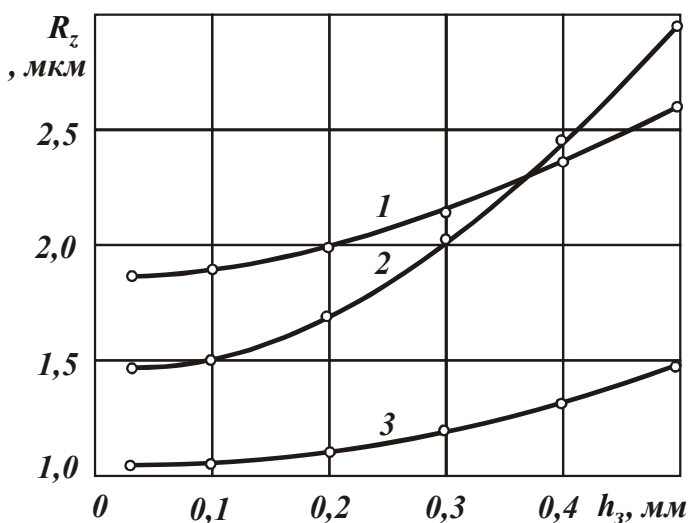


Рис. 7.10. Влияние износа резца по задней поверхности  $h_3$  на параметр шероховатости  $R_z$  детали (1), резца (2) и стружки (3):  $V = 100$  м/мин;  $S = 0,07$  мм/об;  $t = 0,2$  мм.

Обработка производилась при оптимальной скорости резания для каждого обрабатываемого материала, при равной подаче и глубине резания резцами из эльбора-Р с одинаковыми геометрическими параметрами:  $\gamma = -10^\circ$ ;  $\alpha = \alpha_1 = 10^\circ$ ;  $\varphi = 45^\circ$ ;  $\varphi_0 = 15^\circ$ ;  $\varphi_1 = 0^\circ$ ;  $\lambda = 0^\circ$ ;  $l_f = 0,3$  мм при равном износе резца по задней поверхности  $h_3 = 0,1$  мм.

Из рис. 7.9 следует, что характер влияния подачи на шероховатость обработанной поверхности для всех материалов аналогичен, а величина шероховатости зависит от физико-механических свойств обрабатываемого материала.

Минимальная величина шероховатости наблюдается при точении с малыми значениями подач  $S = 0,02 \dots 0,07$  мм/об. Особый интерес представляет рассмотрение соотношения между шероховатостью обработанной поверхности, изношенной площадки резца и стружки в зависимости от величины износа резца. Соотношение между шероховатостью площадки износа резца и обработанной поверхности показывает, какой характер износа резца и интенсивность его увеличения, а изменение соотношения между шероховатостью резца и стружки раскрывает сущность контактных явле-

ний на передней поверхности резца. На рис. 7.10 показано влияние увеличения площадки износа резца на шероховатость обработанной поверхности, прирезцовой стороны стружки и самой изношенной площадки по задней поверхности резца из эльбора-Р при точении закаленной стали У10. Из рис. 7.10 следует, что в начальный период точения при небольшой шероховатости поверхности резца, полученной в результате заточки и доводки, износ резца оказывает незначительное влияние на шероховатость обработанной поверхности и стружки.

При дальнейшем увеличении износа резца шероховатость площадки износа резца увеличивается в большей степени, чем шероховатость обработанной поверхности и стружки, что можно объяснить выпаданием целых агрегатов эльбора-Р в процессе износа резца. Большая шероховатость изношенной площадки резца из эльбора-Р и низкая шероховатость обработанной поверхности подтверждают подшлифовывающее действие площадки износа резца на обработанную поверхность.

#### **7.4. ФИЗИКО-МЕХАНИЧЕСКОЕ СОСТОЯНИЕ ПОВЕРХНОСТНОГО СЛОЯ ПОСЛЕ ОБРАБОТКИ РЕЗЦАМИ ИЗ ЭЛЬБОРА-Р**

Качество обработанной поверхности определяется также физико-механическим состоянием поверхностного слоя: его остаточными напряжениями, структурным состоянием и микротвердостью, которые при окончательных методах обработки особенно влияют на эксплуатационные свойства деталей машин.

Исследования Марковой Л.Г. [153], Кондратьева В.А. [95], Леонова Б.Н. [141] и Кулакова Г.А. [113] показали, что при точении закаленной стали высокой твердости резцами из эльбора-Р в поверхностном слое образуются сжимающие остаточные напряжения. Однако, в проведенных исследованиях иногда встречаются противоречивые результаты. Так, при точении закаленной стали 30ХГСНА в своих исследованиях Кондратьев В.А [95] получил сжимающие тангенциальные напряжения  $\sigma_{\tau} = 5 \dots 30 \text{ кг/мм}^2$ , а Кулаков Г.А. при точении этой же стали резцами из эльбора-Р получил растягивающие напряжения  $\sigma_{\tau} = 13 \dots 17 \text{ кг/мм}^2$ , что можно объяснить различием условий и применяемых методик измерения остаточных напряжений.

Так как вопрос исследования зависимостей остаточных макро-

напряжений в поверхностном слое от различных факторов при точении закаленных сталей резцами из эльбора-Р в настоящее время довольно полно и обстоятельно изучен, была проведена только проверка величин остаточных напряжений при точении закаленной стали У10 резцами из эльбора-Р и твердого сплава Т15К6. Геометрические параметры резцов из эльбора-Р и твердого сплава Т15К6 были следующими:  $\gamma = -10^\circ$ ;  $\alpha = \alpha_1 = 10^\circ$ ;  $\varphi = 45^\circ$ ;  $\varphi_1 = 15^\circ$ ;  $\lambda = 0^\circ$ ;  $r = 1,2$  мм.

Эксперименты проводились при оптимальной скорости резания для каждого инструментального материала:  $V_{\text{эльбора-Р}} = 80$  м/мин и  $V_{\text{Т15К6}} = 30$  м/мин при одинаковой продольной подаче  $S = 0,07$  мм/об

и глубине резания  $t = 0,2$  мм.

Определение остаточных макронапряжений проводилось методом наклонных съемок на рентгеновском дифрактометре УРС-50ИМ.

В результате фазового анализа на рентгенограммах образцов было установлено, что при точении закаленной стали У10 резцами из твердого сплава Т15К6 (рис. 7.11,а) выявляются линии только  $\alpha - Fe$ , а при точении резцами из эльбора-Р (рис. 7.11,б) кроме  $\alpha$  - фазы обнаружен аустенит и первая сильная линия гексогонального  $BN$ , частицы которого попадают на обработанную поверхность в результате износа резца. Так как процесс

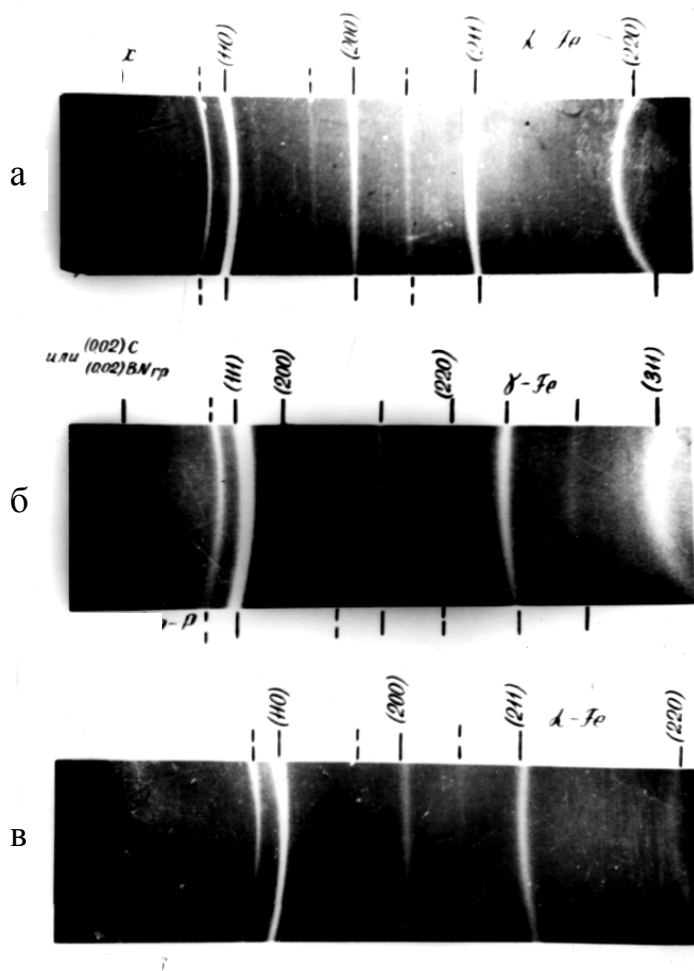


Рис. 7.11. Рентгенограммы образцов из закаленной стали У10 в исходном состоянии (а), после точения резцами из эльбора-Р (б), после точения резцами из твердого сплава Т15К6 (в).

обработки резцами из эльбора-Р происходил на скорости резания в

2,6 раза выше, чем резцами из твердого сплава Т15К6, то температуры в зоне резания были большими, что привело к появлению в поверхностном слое аустенита, а в зоне контакта резца с заготовкой – к превращению микрослоев кубического нитрида бора резца в гексогональный  $\alpha$  –  $BN$ , что происходит при температурах резания свыше  $1000^{\circ}C$  [141].

Измерение остаточных макронапряжений в поверхностном слое проточенных образцов из закаленной стали У10 ( $E = 2,1 \cdot 10^4$  кг/мм<sup>2</sup> и  $\mu = 0,3$ ) показало, что при точении резцами из эльбора-Р в поверхностном слое образуются сжимающие остаточные напряжения: тангенциальные напряжения  $\sigma_{\tau} = -65$  кг/мм<sup>2</sup>, а радиальные  $\sigma_{\rho} = -120$  кг/мм<sup>2</sup>.

При точении закаленной стали У10 резцами из твердого сплава Т15К6 в поверхностном слое образуются остаточные тангенциальные растягивающие напряжения  $\sigma_{\tau} = 20$  кг/мм<sup>2</sup> и сжимающие радиальные напряжения  $\sigma_{\delta} = -80$  кг/мм<sup>2</sup>.

Таким образом, при обработке закаленной стали У10 резцами из эльбора-Р, в поверхностном слое образуются только сжимающие тангенциальные и радиальные остаточные макронапряжения большой величины с глубиной залегания при указанных выше режимах резания до 100 мкм.

В работе [214] подтверждается увеличение аустенита в поверхностном слое высокотвердых сталей при точении резцами из эльбора-Р. С целью обнаружения других структурных превращений в поверхностном слое была проведена серия опытов по точению жаропрочного сплава ЭП616 резцами из эльбора-Р в зависимости от увеличения скорости резания. Фазовый состав проточенных образцов изучали по рентгенограммам, снятым на установке УРС-55 в излучении хромового анода.

В результате проведенных опытов было установлено, что увеличение скорости резания от 10 до 200 м/мин при точении жаропрочного сплава ЭП616 резцами из эльбора-Р при постоянной подаче  $S = 0,07$  мм/об, глубине резания  $t = 0,2$  мм и износе резца  $h_c = 0,1$  мм, не приводит к заметным структурным изменениям в поверхностном слое (рис. 7.12,а,б). Дальнейшее увеличение скорости резания, а вместе с ним увеличение температуры резания, приводит к появлению на рентгенограммах (рис. 7.12,в,г) дополнительных линий малой интенсивности, которые можно предположительно отнести к соединению

$Cr_2O_3$ . То есть в поверхностном слое при увеличении температуры резания до 1000...1100°C образуются окислы тугоплавких металлов (в данном случае – окись хрома), появление которого в зоне контакта с резцом из  $\beta$ -BN должно привести к интенсивному окислению бора ( $B_2O_3$ ) и быстрому износу резца [79].

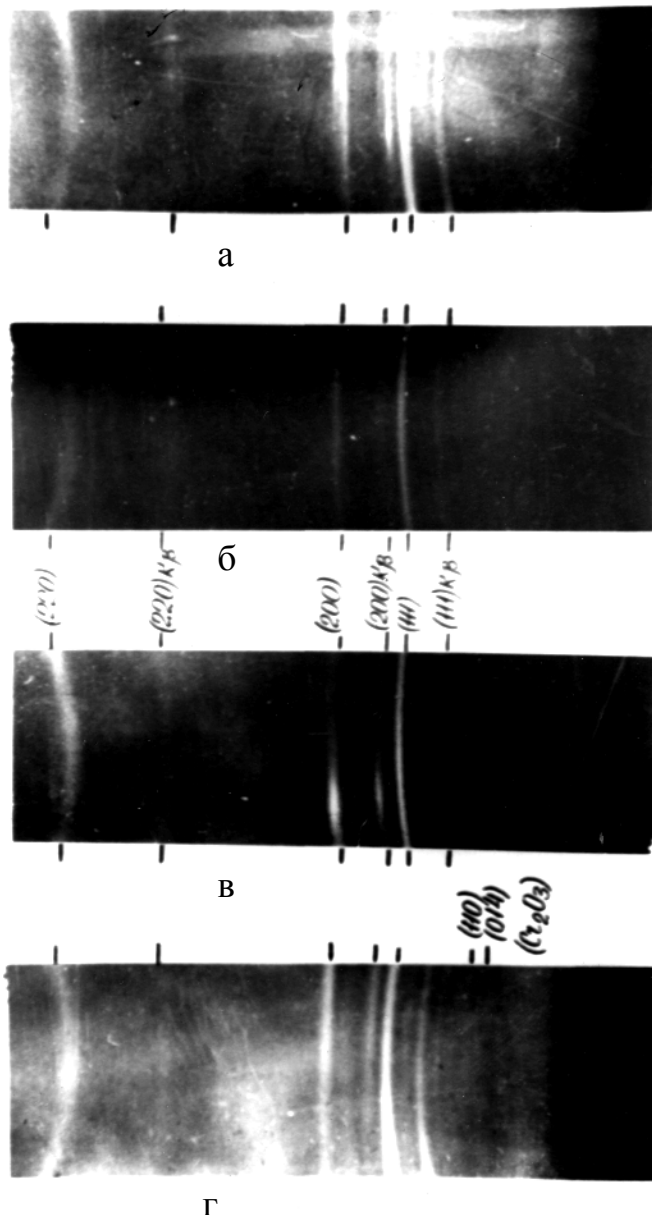


Рис. 7.12. Рентгенограммы образцов из жаропрочного сплава ЭП616.

Проверка на наличие в поверхностном слое образцов фаз:  $Al_2O_3$ ,  $SiO_2$ ,  $B_2O_3$  и  $Fe_3O_4$  дала отрицательный результат. Таким образом, появление в поверхностном слое жаропрочных сплавов и закаленных сталей при точении резцами из эльбора-Р на высоких скоростях резания окислов тугоплавких металлов и увеличение аустенита подтверждает наличие в зоне резания высокого уровня температур свыше 1000°C и накладывает ограничения на увеличение скорости резания.

Физическое состояние поверхностного слоя окончательно обработанной детали характеризуется также микротвердостью, которая зависит как от физико-механических свойств материала и режимов резания, так и от материала режущего инструмента. Исследования Марковой Л.Г. [153], Кондрат

ьева В.А. [95] и Кулакова Г.А. [141] показывают, что при точении закаленных сталей резцами из эльбора-Р в поверхностном слое, вследствие возникновения высоких температур в зоне резания, возникает наклеп, микротвердость которого выше микротвердости основного материала. При этом в работе [8] показаны преимущества точения резцами из эльбора-Р в сравнении с точением резцами из

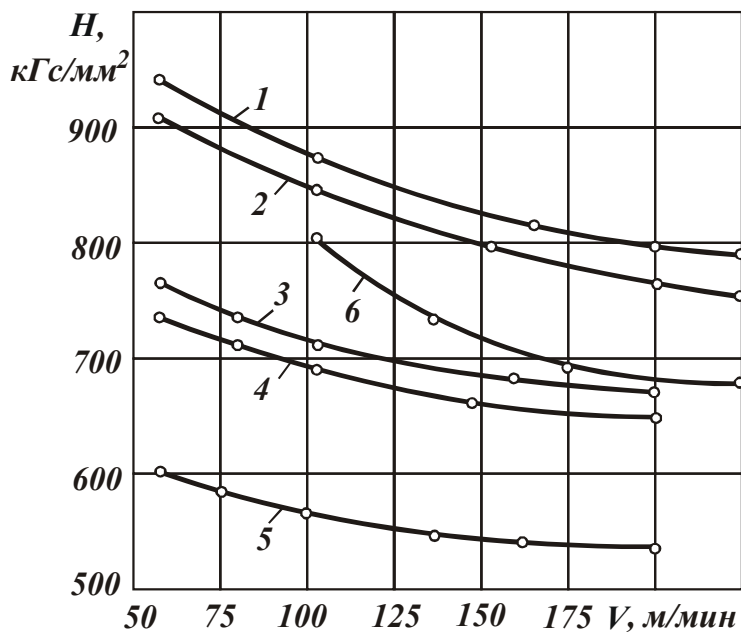


Рис. 7.13. Зависимость микротвердости  $H$  обработанной поверхности при точении резцами из эльбора-Р от скорости резания  $V$ : 1 – У10; 2 – 12ХНЗА; 3 – 5ХНМ; 4 – Х12М; 5 – сталь 45; 6 – высокопрочный чугун ВЧ-70. Условия резания:  $S = 0,04$  мм/об;  $t = 0,2$  мм;  $h_3 = 0,1$  мм.

твердых сплавов и шлифованием. Однако, в приведенных выше работах отсутствуют данные о влиянии увеличения скорости резания на микротвердость поверхностного слоя. С этой целью была проведена серия опытов по установлению зависимости микротвердости от скорости резания при точении резцами из эльбора-Р.

На рис. 7.13 представлены зависимости микротвердости поверхностного слоя, измеренной на микротвердомере

ПТМ-3 при точении ряда закаленных сталей и высокопрочного специального чугуна ВЧ-70 резцами из эльбора-Р.

Из рис. 7.13 следует, что уменьшение микротвердости  $H$  в зависимости от увеличения скорости резания зависит также от твердости обрабатываемого материала и изменяется в довольно широком диапазоне. В табл. 7.4 приведено процентное снижение микротвердости от увеличения скорости резания от 55 до 200 м/мин.

Таблица 7.4

Процентное снижение микротвердости

№ п/п	Обрабатываемый материал	Твердость $HRC$	%-ное снижение микротвердости
1	У10	60	16,3
2	12ХНЗА	58	15,8
3	5ХНМ	55	15,7
4	Х12М	55	14,3
5	Сталь 45	50	10,4
6	ВЧ-70	$HB-350$	18,2

Из приведенной табл. 7.4 следует, что степень влияния скорости резания на микротвердость уменьшается с уменьшением твердости

обрабатываемого материала и его теплопроводности.

Было также проведено сравнение микротвердости поверхностного слоя при точении закаленной стали У10 (*HRC* 60) резцами из эльбора-Р твердого сплава Т30К4 и шлифованной поверхности алмазным кругом с вводом в зону резания электрического тока. Точение резцами из эльбора-Р твердого сплава Т30К4 проводилось при одинаковых условиях и режимах резания.

Результаты измерения микротвердости поверхностного слоя следующие:

- при точении резцом из эльбора-Р -  $H = 974 \text{ кг/мм}^2$ ;
- при точении резцом из твердого сплава Т30К4 -  $H = 882 \text{ кг/мм}^2$ ;
- при алмазном шлифовании -  $H = 792 \text{ кг/мм}^2$ .

Таким образом, при точении закаленных сталей резцами из эльбора-Р в результате более низких температур в поверхностном слое образуется наибольшая величина наклепанного слоя с микронапряжениями сжатия, что улучшает эксплуатационные свойства деталей машин [214].

## **ЧАСТЬ 2**

# **ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ФОРМИРОВАНИЯ ПАРАМЕТРОВ КАЧЕСТВА ОБРАБОТКИ ПОД ВОЗДЕЙСТВИЕМ ТЕМПЕРАТУРНОГО ФАКТОРА**

---

### **ГЛАВА 1**

## **КАЧЕСТВО ПОВЕРХНОСТНОГО СЛОЯ ДЕТАЛЕЙ МАШИН ПРИ ШЛИФОВАНИИ**

### **1.1. ТЕРМОМЕХАНИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ, ПРОТЕКАЮЩИЕ В ПОВЕРХНОСТНОМ СЛОЕ ПРИ ШЛИФОВАНИИ ЗУБЧАТЫХ КОЛЕС**

Шлифование является наиболее распространенным процессом обработки высокоточных зубчатых колес, работающих в тяжело нагруженных условиях. Качество поверхностного слоя (структура, твердость, знак и величина остаточных напряжений), достигнутое при зубошлифовании, определяет уровень их эксплуатационных свойств: прочность, надежность и долговечность.

Основное влияние на физико-химические свойства поверхностного слоя зубчатых колес оказывают процессы теплообразования и пластической деформации в зоне контакта круга с боковой поверхностью зуба. Степень их воздействия при зубошлифовании зависит от режимов, способа охлаждения, характеристики и конструкции круга и т.д. Однако влияние пластической деформации наиболее заметно проявляется в тонком приповерхностном слое, толщиной  $10^{-5}$  м, формирование физико-механического состояния поверхностного слоя зависит в основном от теплонапряженности процесса.

Структура закаленной стали под действием кратковременных импульсов может выходить из равновесного состояния и при определенном уровне температур и сил резания может иметь микротвердость выше исходной (рис.1.1, кривая 5). Если температура в зоне шлифования превышает критическую точку структурных превращений  $A_{c3}$ , возникает вторично закаленная структура (прижог закалки) с образованием аустенитно-мартенситной структуры.

Если температура в зоне шлифования ниже критической темпе-



ратуры закалки  $A_{c3}$ , происходит отпуск мартенсита (прижог отпуска) с твердостью ниже исходной до шлифования (кривые 2, 3, 4). Под слоем вторичной закалки, имеющим мелкодисперсную структуру с повышенной микротвердостью, залегает отпущенный слой.

Выделившееся в зоне резания тепло распространяется в глубинные слои. Под воздействием охлаждения в поверхностном слое возникают вторично закаленные структуры с повышенным процентным содержанием аустенита и повышенной твердостью.

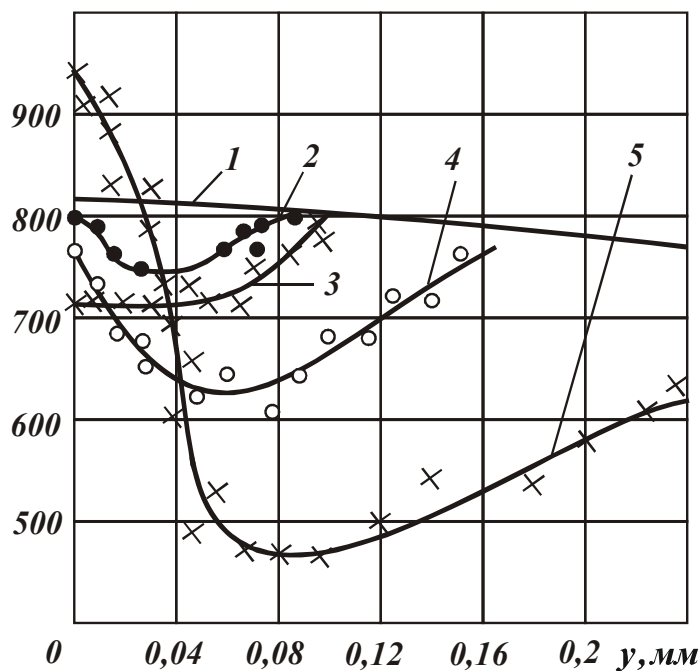


Рис. 1.1. Кривые изменения микротвердости и микроструктуры (x100) цементуемой стали 12Х2Н4А после шлифования с разными глубинами: 1 – исходная твердость до шлифования; 2–после шлифования с  $t = 0,01$  мм; 3 – после шлифования с  $t = 0,02$  мм; 4–после шлифования с  $t = 0,03$  мм; 5–после шлифования с  $t = 0,05$  мм.

С другой стороны, при интенсивном охлаждении поверхности создается такое температурное поле, когда температура на поверхности становится ниже температуры глубинных слоев. При этих условиях тепловой поток из глубинных слоев направляется к поверхности, производя отпуск вторично закаленной структуры на поверхности.

Резкие градиенты твердости в поверхностном слое вызывают появление остаточных напряжений, которые вызывают появление микротрещин.

Способы, исключающие появление шлифовочных дефектов можно условно разделить на три группы.

Первая основана на применении оптимальных режимов шлифования: уменьшение глубины резания и подачи, осуществление подачи по заранее заданному алгоритму, обеспечивающему теплонапряженность на предельно допустимом уровне.

Следующая группа включает использование различных по составу СОТС с подачей их в зону резания через поры круга, распылением или струйным напором вне зоны охлаждения.

И, наконец, третья группа основана на подборе марки абразив-

ного инструмента: пористых, высокоструйных алмазных кругов, применение кругов с прерывистой рабочей поверхностью, подачи в зону резания дополнительной энергии, ультразвуковых колебаний и импрегнирования.

По мере развития скоростного и глубинного шлифования, характеризующихся высокой теплонапряженностью, было установлено, что при определенных условиях шлифования под действием тепла и давления на поверхности формируется белый нетравящийся слой с повышенной твердостью и повышенным содержанием аустенита.

Установлено, что шлифовально-упрочняющая обработка, в отличие от обычного шлифования, реализуется при больших глубинах резания  $(0,1-0,5) \cdot 10^{-3}$  м и малых скоростях перемещения детали  $(1,0-12) \cdot 10^{-3}$  м/с.

Шлифование осуществляется шлифовальными кругами из электрокорунда твердостью СІ–ТІ при удалении припуска за один проход. Повышенная теплонапряженность процесса глубинного шлифования создает условия для протекания в поверхностном слое металла фазово-структурных превращений. Эффект упрочнения достигается за счет совместного влияния термического и силового воздействия с образованием мелкодисперсного мартенсита закалки с твердостью HRC 67–70 (при исходной твердости HRC 25–30).

Таким образом, создается возможность совмещения двух операций: шлифования и термообработки. Упрочненный слой имеет повышенные физико-химические свойства:

- износостойкость упрочненного слоя выше износостойкости мартенситной структуры обычной закалки для стали 45 в 1,7 раза, стали У8А в 1,4 раза и стали У10А в 1,3 раза;
- контактная и усталостная прочность упрочненного слоя по сравнению с прочностью мартенситной структуры обычной закалки для этих марок сталей в среднем в 1,25 раза выше;
- упрочненный слой обладает повышенной (в 1,3 раза) коррозионной стойкостью и теплоемкостью;
- износостойкость упрочненного слоя в условиях сухого трения и в условиях масляно-абразивного трения в 2,5–3,5 и в 1,8 и 2 раза выше соответственно.

Важнейшим параметром термического цикла является время протекания аустенизации в поверхностном слое металла  $\tau_g$ .

Время теплового воздействия при температуре фазового перехо-

да можно определить только непосредственно на конкретном термическом цикле. Обычно на практике используют параметр, близкий к времени контакта инструмента с деталью  $\tau_u$

$$\tau_u = \frac{2h}{V_\partial},$$

где  $2h$  – длина дуги контакта инструмента с деталью;  $V_\partial$  – линейная скорость перемещения детали.

Шлифование является высокоскоростным процессом обработки. В зоне контакта круга с деталью скорость нагрева при обычном шлифовании достигает значений  $10^4 - 10^8$  °C/с, при глубинном  $10^2 - 10^4$  °C/с. Высокоскоростной нагрев изменяет кинетику фазовых превращений, смещая критические точки  $A_{c1}$  и  $A_{c3}$ , способствуя более быстрому протеканию фазовых превращений.

Скорость охлаждения в области мартенситных превращений является важным параметром термического цикла.

Увеличение скорости охлаждения способствует формированию мелкодисперсных структур. Величина скорости охлаждения за счет теплоотвода во внутренние слои металла и теплоотдачи в окружающую среду при обычном шлифовании равна  $10^3 - 10^5$  °C/с, при глубинном –  $10^2 - 10^3$  °C/с, что значительно выше критических значений скорости охлаждения при закалке углеродистых сталей.

В табл. 1.1 представлены значения максимальных температур, развиваемых в зоне контакта круга с изделием, указаны величины скоростей нагрева и охлаждения поверхностных слоев в области низких (200–300 °C) и высоких (500–600 °C) температур для СТ 45.

Таблица 1.1

$V_\partial$ , м/с	$t$ , мм	$\theta_{max}$ , °C	$V_n$ , °C/с	$V_o$ , °C/с	
				500–600°C	200–300°C
0,0017	0,1	750	5000	400	11
0,0017	0,2	1100	680	450	12
0,0085	0,1	1070	4810	1630	183
0,0085	0,2	1400	5400	1000	500
0,017	0,1	1300	7300	1280	350
0,017	0,2	1480	6500	1100	4440
0,087	0,03	1200	2400	9500	3400

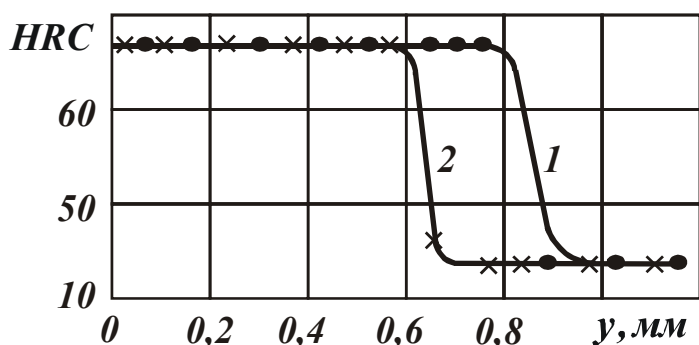


Рис. 1.2. Изменение микротвердости по глубине: 1—после шлифования прерывистым кругом; 2—после шлифования сплошным кругом (режим:  $t = 0,3$  мм,  $V_d=0,007$  м/с).

дольных подачах  $V_d = 0,45 \dots 0,0083$ . Указанные диапазоны глубин резания и продольные подачи обеспечивают протекание термического режима со скоростями  $0,5 \cdot 10^4$ . При этих условиях формируется бесструктурный мартенсит, имеющий увеличенное количество дислокаций в структуре, мелкое зерно 10 балла, большие сжимающие напряжения и высокую твердость HRC 65–67.

При шлифовании кругами с прерывистой рабочей поверхностью толщина упрочненного слоя увеличивается по сравнению с процессом упрочняющего шлифования обычными кругами (рис. 1.2).

Мощность шлифования, отнесенная к единице ширины обрабатываемой детали, при прерывистом упрочняющем шлифовании в 1,3 раза меньше, чем при шлифовании сплошным кругом.

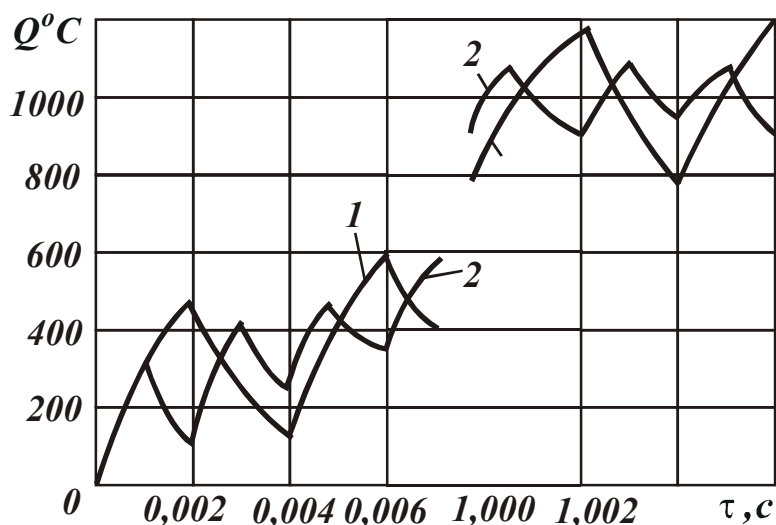


Рис. 1.3. Изменение поверхностной температуры по времени: 1 –  $z = 6$ ; 2 –  $z = 12$  (режим:  $t = 0,3$  мм,  $V_d=0,007$  м/с).

Уменьшение скорости движения стола до  $0,0017$  м/с, как видно из данных таблицы, вызывает термические условия, аналогичные закалке деталей с нагревом ТВЧ. В этом случае упрочненные слои имеют заниженную твердость HRC 52–59. Упрочняющее шлифование следует производить в диапазоне изменения глубин резания  $t=0,1 \dots 0,4$  мм и продольных подачах  $V_d = 0,45 \dots 0,0083$ . Указанные диапазоны глубин резания и продольные подачи обеспечивают протекание термического режима со скоростями  $0,5 \cdot 10^4$ . При этих условиях формируется бесструктурный мартенсит, имеющий увеличенное количество дислокаций в структуре, мелкое зерно 10 балла, большие сжимающие напряжения и высокую твердость HRC 65–67.

Улучшение условий формирования белых упрочненных слоев с меньшими энергозатратами обусловлено тем, что термический режим шлифования кругами с прерывистой рабочей поверхностью

сопровождается термоциклированием с частотой порядка 200–600 Гц. При термоциклировании возрастают скорости нагрева и охлаждения поверхностных слоев, что создает более благоприятные условия для протекания термических процессов, существенно отличающихся при печном нагреве. Размах колебаний температур при термоциклировании зависит от размеров режущих выступов и впадин и может достигать 500-600 °С. Чем больше протяженность впадин, тем больше размах колебаний температурных всплесков. Кривые изменения температуры в зоне контакта прерывистых кругов равной протяженности режущих выступов и впадин представлены на рис. 1.3.

При шлифовании прерывистым кругом ( $l_1 = 65$  мм,  $l_2 = 65$  мм), кривая 1, размах колебаний температур равен 400 °С, а при шлифовании кругом ( $l_1 = 33$  мм,  $l_2 = 33$  мм), кривая 2, размах колебаний температур в 2 раза меньше (200 °С).

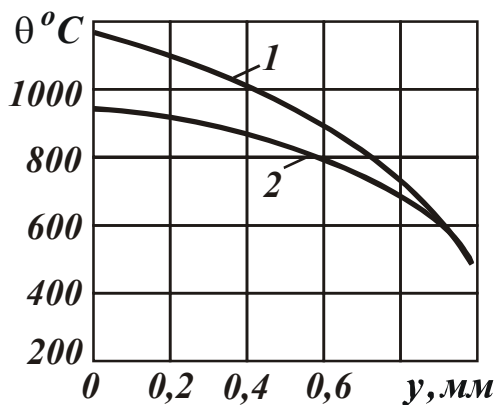


Рис.1.4. Изменение температуры по глубине: (режим:  $t = 0,15$  мм,  $V_0 = 0,011$  м/с;  $z = 12$ ,  $t_1 = 33$  мм,  $t_2 = 33$  мм).

На рис. 1.4 представлен характер изменения температур на глубине поверхностного слоя в момент окончания работы режущего выступа (кривая 1) и в момент прохождения впадины (кривая 2).

Разность ординат между кривыми 1 и 2 определяет размах колебаний температуры за период прохождения режущего выступа и впадины. Размах колебаний по мере удаления от поверхности убывает и на глубине 0,7 мм кривые сходятся. В то же время

глубина упрочненного слоя при данном режиме шлифования достигает 0,8 мм.

Несовпадение глубины упрочненного слоя и точки слияния кривых 1 и 2 свидетельствует о том, что термоциклирование является не единственным фактором, способствующим формированию упрочненного слоя при шлифовании кругом с прерывистой рабочей поверхностью.

Существенное влияние на этот процесс оказывает перераспределение количества тепла, поглощаемое деталью и кругом. Перераспределение тепла учитывается коэффициентом теплоотвода  $K_T$ . Значение коэффициента теплоотвода при шлифовании стали У8А обычным и прерывистыми кругами представлено в табл. 1.2

Таблица 1.2

$\frac{l_1}{l_1 + l_2}$	$t$ , мм	Скорость детали $V_d$ , м/с				
		0,0033	0,0083	0,017	0,96	0,17
1	0,1	0,55	0,68	0,68	0,8	–
	0,3	0,31	0,36	0,46	0,6	–
	0,2	–	–	–	–	0,81
0,5	0,1	0,72	0,80	0,85	0,6	–
	0,3	0,43	0,50	0,57	0,4	–
	0,02	–	–	–	–	0,6

Из анализа данных, приведенных в табл. 1.2, видно, что при шлифовании обычным кругом с увеличением скорости детали от 0,0033 до 0,96 м/с коэффициент теплоотвода увеличивается от 0,56 до 0,80 ( $t = 0,1$  мм) и от 0,31 до 0,60 ( $t = 0,3$  мм).

При шлифовании кругом с прерывистой рабочей поверхностью наблюдается более сложная картина. В интервале увеличения скорости от 0,0033 до 0,017 м/с коэффициент теплоотвода возрастает от 0,72 до 0,85 ( $t = 0,1$  мм) и от 0,43 до 0,57 ( $t = 0,3$  мм). Дальнейшее увеличение скорости  $V_d$  вызывает уменьшение коэффициента теплоотвода. На него оказывают влияние два противодействующих фактора. При малых скоростях перемещения детали коэффициент теплоотвода с ростом скорости  $V_d$  возрастает за счет уменьшения времени соприкосновения рабочих участков прерывистого круга. Круг поглощает в этом случае значительно меньшее количество тепла из зоны резания.

С увеличением скорости детали в области  $V_d = 0,05$  м/с...0,3 м/с  $V_{kp}/V_d = 600$ ...100. С увеличением отношения  $V_{kp}/V_d$  возрастает количество оборотов шлифовального круга за период прохождения зоны контакта. Следовательно, возрастает доля тепловой энергии, которая уносится кругом из зоны резания. Кроме того, при прерывистом шлифовании режущие зерна удаляют припуск отдельными тонкими слоями: прилегающие к области передней кромки режущего выступа срезают верхний слой припуска. Выделившееся тепло устремляется в глубинные слои детали, но это тепло не успевает проникнуть на глубину припуска  $t$ , так как следующая группа зерен удаляет разогретые слои. При этих условиях увеличивается количество тепла, поглощаемое стружкой, а количество тепла, поглощаемое деталью, уменьшается. Из табл. 1.2 видно, что при шлифовании стали У8А кругом с прерывистой рабочей поверхностью на режиме  $t = 0,1$  мм  $V_d = 0,96$  м/с,

коэффициент теплоотвода уменьшается по сравнению со шлифованием сплошным кругом с 0,80 до 0,60, т.е. на 18,8 %. На коэффициент теплоотвода оказывает также существенное влияние глубина резания. Например, при упрочняющем шлифовании с  $V_d = 0,0033$  м/с с изменением глубины резания от 0,1 до 0,3 мм коэффициент теплоотвода уменьшается от 0,56 до 0,31 при шлифовании обычным кругом и от 0,72 до 0,43 при шлифовании прерывистым кругом. Уменьшение коэффициента  $K_T$  с ростом глубины шлифования связано с изменением теплового баланса за счет увеличения тепла, поглощаемого стружкой.

Процесс упрочняющего шлифования прерывистыми кругами протекает с меньшими энергозатратами, чем при шлифовании сплошным кругом (рис. 1.5).

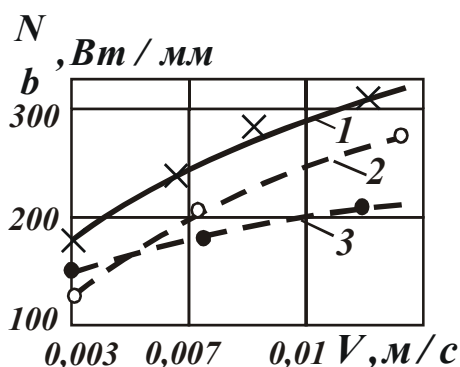


Рис. 1.5. Зависимость мощности шлифования от скорости перемещения детали: 1 – при обычном шлифовании; 2 – при прерывистом шлифовании ( $z=12$ ,  $l_1=33$  мм,  $l_2=33$  мм); 3 – при прерывистом шлифовании ( $z = 6$ ,  $l_1=65$  мм,  $l_2=65$  мм). Режим:  $V_{kp}=30$  м/с,  $t = 0,15$  мм.

Твердость упрочненных слоев существенно зависит от содержания углерода в стали. Например, углеродистые стали У8А, СТ 40, СТ 20 с содержанием углерода 0,8; 0,4; 0,2 % имеют твердость упрочненных слоев HRC 70, HRC 62, HRC 38 соответственно. Толщина упрочненного слоя зависит от продолжительности воздействия теплового источника. С увеличением скорости его перемещения наблюдается уменьшение толщины упрочненного слоя.

Для управления параметрами упрочненного слоя необходимо установить функциональную зависимость глубины проникновения температуры, достаточной для протекания фазовых пре-

вращений с режимом шлифования (скоростью перемещения детали  $V_d$ , глубины шлифования  $t$ , скоростью круга  $V_{kp}$ ) и теплофизическими свойствами обрабатываемого материала (коэффициентами температуропроводности  $a$  и теплопроводности  $\lambda$ ).

Максимальную температуру  $\theta_{x\max}$  на глубине  $X_{\max}$  можно найти по уравнению

$$\theta_{x\max} = \frac{1,6 \cdot q}{\lambda} \cdot \left( \sqrt{\frac{a \cdot h}{V_d}} - 0,5 \cdot X_{\max} \right) \cdot \left( 1 - 0,1 \cdot \sqrt{\frac{a}{V_d \cdot h}} \right), \quad (1.1)$$

где  $q$  – интенсивность теплового потока;  $h$  – полуширина зоны контакта круга с изделием.

Зависимость (1.1) справедлива для условия  $\theta_{x\max} \geq 0,5 \cdot \theta_{\max}$  ( $\theta_{\max}$  – максимальная температура на поверхности).

Если принять максимальную температуру на глубине  $\theta_{x\max}$  равной температуре фазовых превращений  $\alpha \rightarrow \gamma$ , то из уравнения (1.1) можно найти зависимость для определения глубины упрочненного слоя

$$X_{\max} = 2 \cdot \sqrt{\frac{a \cdot h}{V_{\delta}}} - \frac{\theta_{x\max} \cdot \lambda}{0,8q \cdot \left(1 - 0,1 \cdot \sqrt{\frac{a}{V_{\delta} \cdot h}}\right)}. \quad (1.2)$$

Формула (1.2) справедлива для бесконечно длинного полосового источника тепла.

Процесс превращения мартенсита в аустенит при больших скоростях нагрева происходит при определенном температурном интервале и смещен в область более высоких температур по сравнению с процессом превращения при низких скоростях нагрева.

Характер протекания фазовых превращений при упрочняющем шлифовании зависит от энергетического комплекса, включающего плотность теплового потока и время его воздействия  $E_{\epsilon} = q \cdot \tau$ . Этот параметр характеризует энергию, поступающую через единичную площадку поверхности за время действия теплового источника. Для каждой марки материала существует критическое значение  $E_{\epsilon}$ , ниже которого упрочнение не происходит. Это значение зависит не только от химического состава стали, но и от ее структурного состояния.

Плотность теплового потока при условии равномерного распределения нагрева поверхности равна

$$q = \frac{K_T \cdot N}{2 \cdot h \cdot b},$$

где  $N$  – мощность, затрачиваемая на резание;  $K_T$  – коэффициент теплоотвода;  $2 \cdot h \cdot b$  – площадь зоны контакта.

Время действия теплового источника определяется его шириной в направлении перемещения и скоростью движения

$$\tau = \frac{2 \cdot h}{V_{\delta}}.$$

Величина энергетического комплекса определяется из выраже-



ния

$$E_g = q \cdot \tau = \frac{K_T \cdot N}{b \cdot V_\delta}$$

Мощность шлифования  $N$  и коэффициент теплоотвода  $K_T$  с увеличением скорости  $V_\delta$  возрастают, а коэффициент  $1/V_\delta$  - уменьшается. Следовательно, зависимость энергетического параметра  $E_g$  от скорости стола имеет сложную экстремальную зависимость.

Удельная поверхностная энергия  $E_g$  (Дж/мм<sup>2</sup>) определяет интенсивность упрочнения. Зависимость твердости упрочненного слоя от удельной поверхностной энергии  $E_g$  представлена на рис. 1.6.

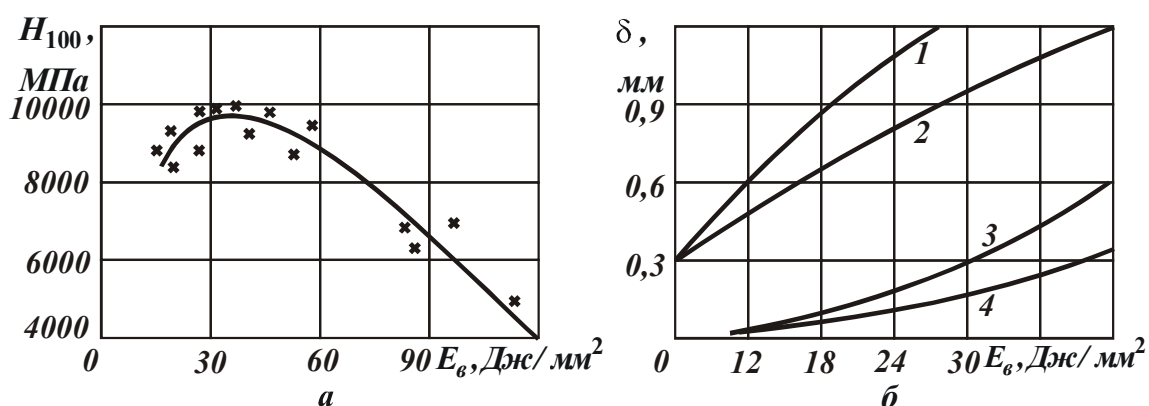


Рис. 1.6. Зависимость твердости и толщины упрочненного слоя от удельной поверхностной энергии: а - твердости; б - толщины упрочнения пластины (1—толщина пластины 2мм, охлаждение снизу; 2—толщина пластины 6 мм, охлаждение снизу; 3—толщина пластины 2мм, охлаждение сверху; 4—толщина пластины 6 мм, охлаждение сверху).

Область малых значений  $E_g$  характеризуется малой продолжительностью воздействия высоких температур на поверхность детали, при которых протекают фазовые превращения в поверхностном слое материала. При этих условиях шлифования наблюдается некоторое занижение твердости упрочненного слоя. Для стали 45 критическая точка энергетического комплекса, при которой твердость упрочненного слоя достигает максимальной величины  $H_{100}=10000$  МПа, равна  $40$  Дж/мм<sup>2</sup>. С увеличением  $E_g > 40$  Дж/мм<sup>2</sup> возрастают скорости нагрева и охлаждения и резко уменьшается время воздействия теплового источника на поверхность детали.

Мартенсит, полученный при этих условиях, имеет мелкокристаллическое строение. Однако, из-за малого времени воздействия теплового источника диффузионные процессы не успевают полностью завершиться и в результате структура получается неоднородной

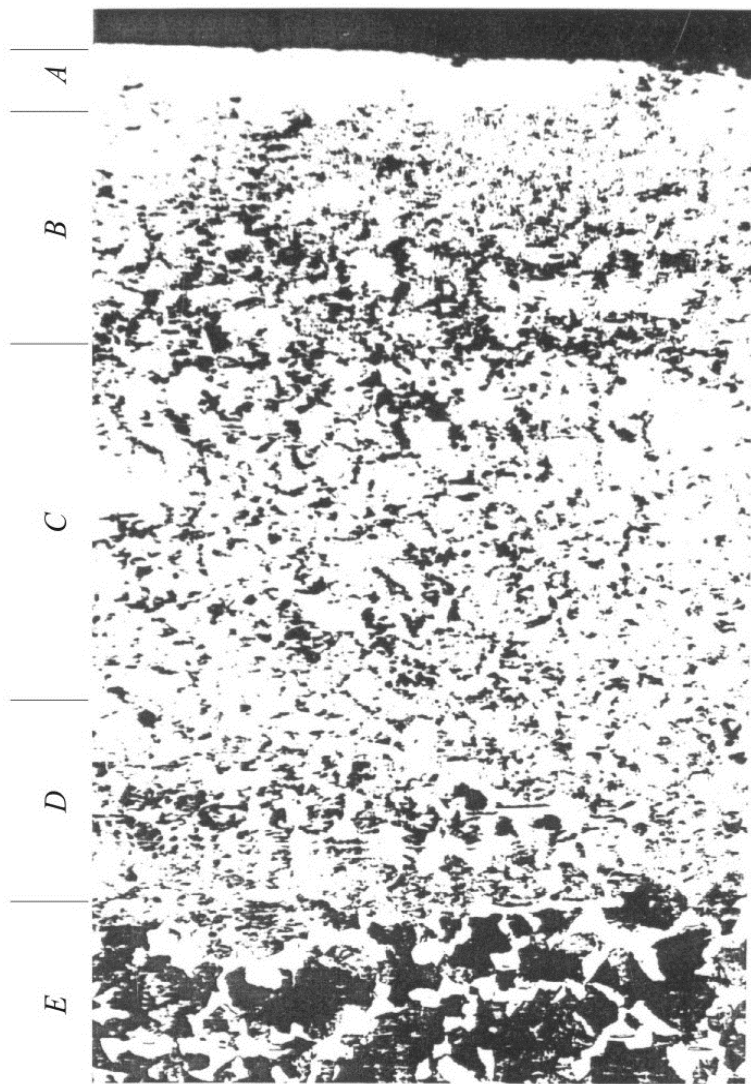
с включениями феррита.

Наличие замягченной фазы в структуре вызывает снижение твердости упрочненного слоя. В области больших значений  $E_6$  процесс упрочняющего шлифования протекает с малыми величинами продольных подач. Увеличение длительности воздействия теплового источника приводит к росту игл мартенсита его отпуску. При больших значениях  $E_6$  скорости охлаждения могут быть ниже критических скоростей закалки.

Следовательно, для получения безструктурного мартенсита высокой твердости процесс шлифования должен протекать со строго определенной поверхностной энергией. Энергетический параметр  $E_6$ , увеличивающий комплексное влияние мощности, затрачиваемой на шлифование, и времени воздействия теплового потока, может быть использован в качестве регулируемого параметра при управлении физико-химическими свойствами поверхностного слоя. Управление мощностью за счет скорости продольного перемещения стола не приводит к желаемым результатам. Максимальная толщина упрочнения достигается при скоростях перемещения детали  $V_0 = 0,005 \dots 0,003$  м/с. На толщину упрочненного слоя оказывает существенное влияние способ охлаждения. Применение СОЖ увеличивает скорость охлаждения и создает благоприятные условия для протекания мартенситного превращения при шлифовании. Однако, охлаждение снижает температуру на поверхности. Например, при шлифовании пластины толщиной  $2D = d/h = 1,2$  ( $d$  – толщина пластины в мм,  $h$  – полуширина теплового источника в мм) с безразмерной скоростью  $u = \frac{V_0 \cdot h}{a} = 13$  и величиной  $B_0 = \frac{\alpha}{\lambda} \cdot h = 2$  – максимальная температура на поверхности снижается в 1,8 раза по сравнению со шлифованием без охлаждения. Уменьшение скорости до  $u = 1$  при той же величине теплообмена приводит к уменьшению максимальной температуры в 5,3 раза. При этих условиях максимальная температура может оказаться меньше температуры фазовых превращений.

При охлаждении противоположной поверхности пластины возрастает скорость охлаждения при сохранении достаточно высокого уровня температуры на шлифуемой поверхности. При шлифовании пластины толщиной 2 мм из СтУ8 при  $V_0 = 0,007$  м/с с подачей СОЖ (поливом в зону резания и с противоположной стороны зоны обработки) скорость охлаждения глубинных слоев существенно отличается.

Например, на глубине 0,2 мм от поверхности скорость охлаждения  $\frac{dT}{d\tau}$  °C/c в первом случае (при подаче СОЖ сверху в зону резания) равна 650 °C/c, во втором (при подаче СОЖ снизу) 950 °C/c. На глубине 0,5 и 0,7 мм скорости охлаждения соответственно равны 500 °C/c, 800 °C/c и 400 °C/c, 700 °C/c.



X 200

Рис. 1.7. Топография упрочненного слоя стали 45 (режим:  $t=0,5 \cdot 10^{-3}$  м,  $V_0=2,5 \cdot 10^{-3}$  м/с,  $b=6 \cdot 10^{-3}$  м).

структуру, состоящую из мелкодисперсного мартенсита, остаточного аустенита (до 60 %) и карбидов. По мере удаления от поверхности возрастает его травимось. Этот слой (B) переходит в структуру псевдоперлита (слой C), состоящую из перлита с уменьшенной по от-

На рис. 1.6, б представлена зависимость толщины упрочненного слоя от удельной поверхностной энергии  $E_g$  Дж/мм<sup>2</sup> для деталей типа пластин толщиной 2 и 6 мм при различных способах охлаждения. При уменьшении толщины пластины максимум  $H_{100} = f(E_g)$  смещается в сторону больших скоростей перемещения теплового источника.

На рис. 1.7 представлена топография упрочненного слоя Ст 45. В упрочненном слое четко просматриваются 4 зоны. На поверхности виден неравномерный тонкий “белый слой”. Он представляет собой

ношению к эвтектоиду толщиной цементитных пластин.

В следующем слое (Д) наряду с перлитом присутствует избыточный феррит. Далее структура постепенно переходит в исходную феррито-перлитную (Е).

Наружный слой металла нагревается до температур выше  $A_{c3}$  и, после кратковременной выдержки, охлаждается со скоростью  $V$  выше критической. Такой термодинамический процесс приводит к образованию в тонком поверхностном слое структуры мелкодисперсного мартенсита с остаточным аустенитом. Мартенсит является мелкоигольчатым, так как при этих условиях образуется мелкодисперсный аустенит, который при быстром охлаждении не успевает подрасти. Из работ Бабея Ю.И. известно, что размер зерна аустенита в “белом слое” составляет 2-3 мкм, что на порядок меньше зерен аустенита обычной закалки. Размер игл мартенсита не может превышать размеры аустенита, они находятся в пределах 11-12 баллов.

Глубинные слои нагреваются при меньшей скорости до температур, лежащих между температурами  $A_{c1}$  и  $A_{c3}$ .

При этих условиях нагрева некоторая доля структурно-свободного феррита не превращается в аустенит и остается в структуре в свободном состоянии. И, наконец, слой металла, нагретый до температур ниже  $A_{c1}$ , не претерпевает структурных превращений и остается в исходном феррито-перлитном состоянии.

Описанный механизм не учитывает некоторые особенности, присущие процессу упрочняющего шлифования. К этим особенностям следует отнести:

- наличие самоотпуска в упрочненном слое;
- влияние значительных удельных нагрузок в зоне резания.

После выхода из зоны резания поверхностный слой детали практически мгновенно охлаждается за счет теплоотдачи в охлаждающую среду и теплоотвода вглубь детали. При этих условиях в поверхностном слое образуется мартенсит закалки.

Нижележащие слои вследствие замедленного отвода тепла не успевают охладиться и сохраняют достаточно высокий уровень температуры. В результате поверхностный слой по сравнению с глубинными слоями имеет значительно меньшую температуру.

При этих условиях тепловой поток из глубинного слоя будет направлен к поверхности во внешний, уже закаленный слой. В поверхностном слое в результате подогрева из глубинных слоев произойдет отпуск вторично-закаленной структуры.

## ГЛАВА 2

# ИССЛЕДОВАНИЕ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ УСЛОВИЙ И ПРИНЦИПОВ ФОРМИРОВАНИЯ ПАРАМЕТРОВ КАЧЕСТВА ПОВЕРХНОСТНОГО СЛОЯ ЗУБЧАТЫХ КОЛЕС ПРИ ЗУБОШЛИФОВАНИИ

### 2.1. ВЛИЯНИЕ ТЕХНОЛОГИИ ИЗГОТОВЛЕНИЯ ЗУБЧАТЫХ КОЛЕС НА ТОЧНОСТЬ И КАЧЕСТВО ПОВЕРХНОСТНОГО СЛОЯ

Технология изготовления зубчатых колес включает ряд взаимосвязанных этапов обработки. Тяжелонагруженные зубчатые колеса изготавливаются из заготовок (штамповок), которые подвергаются по ходу технологического процесса сложной химико-термической обработке, включающей: нормализацию, цементацию, закалку, отпуск и обработку холодом.

Для улучшения обрабатываемости и уменьшения величины остаточных напряжений применяют нормализацию. После нарезания зубчатого венца производится цементация с последующей закалкой. Для снятия напряжений производится отпуск. От воздействия на заготовку многократных высокотемпературных нагревов и резких охлаждений зубчатый венец под воздействием термомеханических напряжений деформируется. Кроме того, нагрев металла до высоких температур вызывает выгорание химических элементов с боковых поверхностей зубьев.

Деформация зубчатого венца вызывает неравномерный съем припуска на операции зубошлифования. Для установления влияния наследственности этапов обработки зубчатого венца на формирование точности параметров колеса проводилось специальное исследование. Численные значения показателей, характеризующих влияние изготовления при формировании точности зубчатых колес ( $m = 3$  мм,  $Z = 49$ ,  $\beta = 20^\circ 21'$ ,  $B = 36$  мм, сталь 12Х2Н4А), приведены в табл. 2.1.

Из анализа данных, приведенных в табл. 2.1, видно, что после зубофрезерования точность колес по параметрам  $F_{pr}$ ,  $F_{rr}$  находится в пределах 9-й степени точности, а по параметру  $F_{\beta r}$  в пределах 10-й степени точности. После цементации и закалки погрешность направления зуба  $F_{\beta r}$  снижается до 11-й степени, а после восстановления баз снижается до 12-й степени точности.

Припуск на операцию зубошлифования должен компенсировать

погрешности предшествующей обработки  $Z_c$ , погрешность, связанную с наладкой станка  $Z_b$  и толщину дефектного слоя  $Z_q$ , включающую высоту шероховатости от предшествующей обработки, окалину и обезуглероженный слой от химико-термической обработки. Для компенсации указанных погрешностей технологи вынуждены увеличивать припуски.

Таблица 2.1

Показатели параметров точности	Этапы обработки	Изменение показателей точности, мкм	$\sigma$ , мкм	Степень точности
1	2	3	4	5
Радиальное биение $F_{rr}$	Зубофрезерование	17–75	14,9	9
	цементация	20–86	18,7	10
	закалка	37–97	16,0	10
	восстановление баз	33–116	23,9	11
Колебание длины общей нормали $V_{wr}$	Зубофрезерование	5–30	7,1	7
	цементация	10–35	6,3	7
	закалка	20–55	9,0	9
Накопленная погрешность шага $F_{pr}$	Зубофрезерование	16–116	19,8	9
	цементация	20–105	25,8	9
	закалка	32–119	22,3	9
	восстановление баз	37–163	35,2	10
Погрешность направления зуба $F_{\beta r}$	Зубофрезерование	19–51	8,2	10
	цементация	30–80	13,2	10
	закалка	32–97	19,8	11
	восстановление баз	28–146	36,8	12

На операцию зубошлифования возлагается несвойственная ей задача: при окончательном формировании точности зубчатого колеса исправить все имеющиеся наследственные технологические погрешности. Сопоставление основных характеристик распределения погрешностей элементов зубчатого венца смежных операций по ходу технологического процесса позволяет оценить их вклад в снижение точности элементов зубчатых колес.

Вклад отдельных операций в снижение точности элементов зубчатых венцов нами оценивался по среднему значению погрешностей  $\bar{x}_{ij}$  и среднеквадратическому отклонению  $\sigma_{ij}$

$$\bar{x}_{ij} = \bar{x}_j - \bar{x}_i,$$

$$\sigma_{ij} = \sqrt{\sigma_j^2 - \sigma_i^2}.$$

Индекс  $i$  соответствует предшествующей, а  $j$  – данной операции технологического процесса. Степень изменения погрешностей элементов зубчатого венца колеса оценивалась по формулам:

$$K_{\bar{x}} = \frac{\bar{x}_j - \bar{x}_i}{\bar{x}_j} \cdot 100\%, \quad K_{\sigma} = \frac{\sigma_j}{\sigma_i}, \quad K_T = \frac{T_j}{T_i},$$

где  $K_{\bar{x}}$  – степень изменения средних значений параметров;  $K_{\sigma}$  – коэффициент уточнения по рассеиванию параметров;  $K_T$  – коэффициент уточнения по технологическому допуску.

Численные значения показателей, характеризующих технологическую наследственность при формировании точности зубчатого колеса, приведены в табл. 2.2.

Таблица 2.2

Виды операций	Показатели	Параметры							
		$F_{rr}$	$V_{wr}$	$f_{pfr}$	$V_{pr}$	$V'_{pr}$	$F_{pr}$	$F_{\beta r}$	$V_{F\beta r}$
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Зубофрезерование + цементация	$K_x$	4,21	21,68	5,24	-0,43	5,18	-8,61	47,06	57,24
	$K_{\sigma}$	1,25	0,89	0,70	0,83	0,90	1,29	1,66	2,82
	$K_T$	1,15	1,06	0,87	1,02	1,05	1,11	1,70	–
	$x_{ij}$	1,90	4,40	-0,50	-0,10	0,70	-4,70	26,20	19,30
	$\sigma_{ij}$	11,30	3,40	2,50	2,30	1,60	16,40	10,90	14,60
Цементация + закалка	$K_x$	28,44	35,77	35,6	35,78	36,35	24,44	17,31	41,06
	$K_{\sigma}$	0,85	1,43	1,40	1,55	1,57	0,87	1,46	0,99
	$K_T$	1,10	1,51	1,45	1,55	1,56	1,04	1,30	1,30
	$x_{ij}$	17,70	11,30	5,70	10,40	7,30	17,50	11,60	23,50
	$\sigma_{ij}$	-9,80	6,50	2,40	4,60	3,90	-13,00	14,40	-2,50
Закалка + восстановление баз	$K_x$	17,800	0,00	7,51	7,39	1,28	25,05	15,17	36,59
	$K_{\sigma}$	1,499	1,00	1,35	1,22	1,06	1,57	1,86	1,74
	$K_T$	1,290	1,00	1,18	1,13	1,04	1,30	1,50	1,56
	$x_{ij}$	13,500	0,00	1,30	2,40	0,30	23,90	12,00	33,00
	$\sigma_{ij}$	17,800	0,00	3,00	4,20	1,80	27,20	31,00	22,10

Из анализа приведенных в табл. 2.2 данных видно, что технологическая наследственность проявляется в большей степени на смежных операциях закалки и восстановления баз по параметру искривления зуба. По параметрам  $K_{\bar{x}}$  (степени изменения средних значений) и  $K_{\sigma}$  (коэффициенту уточнения по рассеиванию) можно прогнозировать влияние наследственности технологии на точность изготовления зубчатых колес [241]. Например, после нарезания зубчатого колеса ( $m = 3, z = 49$ ) на зубофрезерном станке 5E32 средняя величина  $x_j$

погрешности направления зуба  $F_{\beta r}$  равна 29,5 мкм, а среднеквадратическое отклонение  $\sigma_i = 8,2$  мкм (табл. 2.1). В этом случае величина технологического допуска с вероятностью 0,95 определяется по формуле [290]

$$T_j = \bar{x}_j + K_n \cdot L \cdot \sigma_i. \quad (2.1)$$

При объеме выборки  $n = 25$  коэффициент  $K_n = 1,38$  [241]. Для закона нормального распределения при вероятности  $\rho = 0,95$  коэффициент  $L = 1,96$ . После подстановки параметров  $\bar{x}_j$ ,  $K_n$ ,  $L$  и  $\sigma_j$  в выражение (2.1) получим

$$T_j = 29,5 + 1,38 \cdot 1,96 \cdot 8,2 = 51,64 \text{ мкм,}$$

что соответствует 9-й степени точности.

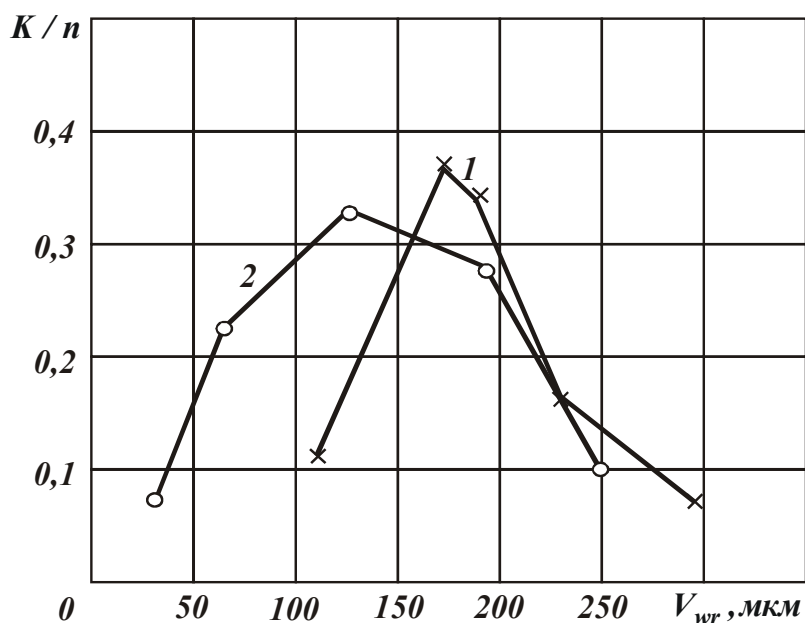


Рис. 2.1. Рассеивание колебаний длины общей нормали после фрезерования (кривая 1) и после термической обработки (кривая 2).

Ведомые зубчатые колеса ( $m=11$ ,  $z=68$ ) тяговой передачи тепловоза М62, изготавливаемые из стали 45ХН (ГОСТ 4563–82) подвергались после нарезания зубчатого венца термической обработке (контурной закалке).

Для выявления погрешностей зубчатого венца шестерни производился обмер 10 шестерен из общего потока. Контролировались следующие параметры:

– основной шаг  $t_0$  – шагомером конструкции ЛИЗ (цена деления индикаторной головки 0,002 мм);

- колебания длины общей нормали  $V_{wr}$  – нормалемером (цена деления шкалы индикаторной головки 0,005 мм);
- радиальное биение венца  $F_{rr}$  – роликом  $\varnothing 18$  мм и индикаторной головкой (цена деления шкалы 0,01 мм);
- погрешность направления зуба  $F_{\beta r}$  – на заводском контрольном



приспособлении с индикаторной головкой (цена деления шкалы 0,01 мм).

Указанные параметры измерялись после операции чистового зубофрезерования (до термообработки) и после термической обработки одних и тех же впадин в определенной последовательности. Интервалы колебаний длины общей нормали приведены в табл. 2.3.

Результаты математической обработки сводных данных приведены в табл. 2.4.

На основе полученных данных построены кривые распределения колебаний длины общей нормали (рис. 2.1) после фрезерования (кривая 1) и после термической обработки (кривая 2).

Таблица 2.3

Интервалы колебаний $V_{wr}$ , мкм	До термообработки		После термообработки	
	Абсолютная частота $K$	$K/n$ частота $N=111$	Абсолютная частота $K$	$K/n$ частота $N=111$
080–124	16	0,144		
124–168	41	0,370		
168–212	35	0,315		
212–256	18	0,182		
256–300	1	0,009		
000–056			10	0,090
056–112			23	0,208
112–168			33	0,297
168–224			33	0,297
224–280			12	0,108

Таблица 2.4

Параметры	До термообработки	После термообработки
$\bar{V}_{wr}$ – среднее арифметическое отклонение	171 мкм	147 мкм
$\sigma$ – среднеквадратическое отклонение	42 мкм	63,3 мкм
$\xi$ – абсолютное поле рассеивания размеров по фактическим измерениям; $\xi = V_{wr \max} - V_{wr \min}$ ;	220 мкм	–
$\chi_{\max}$ – величина поля рассеивания; $\chi_{\max} = \pm 3\sigma$	$\pm 126$ мкм	190 мкм

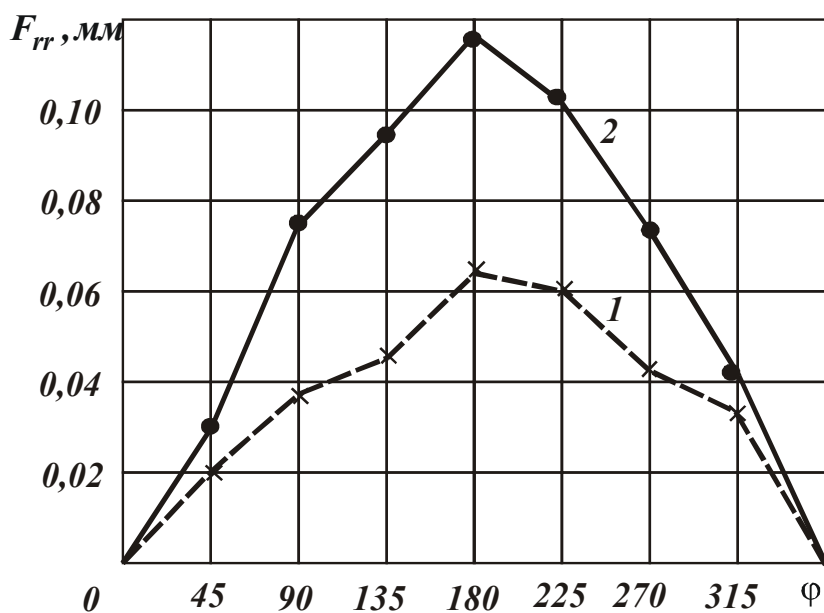


Рис.2.2. График радиального биения ведущей шестерни до термообработки (кривая 1) и после термообработки (кривая 2).

После термической обработки центр группирования размеров сместился на величину 24 мкм. После рассеивания размеров радиальное биение увеличилось от 130 мкм до 240 мкм.

Радиальное биение зубчатого колеса определялось в зоне делительной окружности в каждой впадине зубчатого колеса.

На рис. 2.2 представлен график радиального биения зубчатого колеса.

Радиальное биение после термической обработки увеличилось на величину  $F_{rr T.o} \text{ мкм} - F_{rr \phi p} = 114 - 68 = 46 \text{ мкм}$ .

Погрешность направления зуба  $F_{\beta r}$  и частота отклонений в интервалах приведены в табл. 2.5.

Таблица 2.5

Интервалы колебаний $F_{\beta r}$	До термообработки		После термообработки	
	Абсолютная частота $K$	$K/n$ частота $N=111$	Абсолютная частота $K$	$K/n$ частота $N=111$
-150 ÷ -080	6	0,054		
-080 ÷ -010	58	0,522		
-010 ÷ +060	38	0,342		
+060 ÷ +130	4	0,036		
+130 ÷ +200	5	0,045		
-130 ÷ -034			21	0,189
-034 ÷ +064			45	0,406
+064 ÷ +158			21	0,189
+158 ÷ +254			15	0,135
+254 ÷ +350			9	0,081

Результаты математической обработки сводных данных приведены в табл. 2.6.

Таблица 2.6

Параметры	До термообработки	После термообработки
$\bar{V}_{wr}$ – среднее арифметическое отклонение	–10,4 мкм	63,4 мкм
$\sigma$ – среднеквадратическое отклонение	58,6 мкм	115 мкм
$\xi$ – абсолютное поле рассеивания размеров по фактическим измерениям; $\xi = V_{wr \max} - V_{wr \min}$ ;	350 мкм	480 мкм
$\chi_{max}$ – величина поля рассеивания; $\chi_{max} = \pm 3\sigma$	$\pm 175,8$ мкм	$\pm 345$ мкм

На основании анализа данных, табл. 2.5, можно сделать вывод, что в процессе термической обработки центр группирования отклонений направления зуба смещается на величину

$$F_{rr \text{ T.o мкм}} - F_{rr \text{ фр}} = 63,4 - (-10,4) = 73,8 \text{ мкм.}$$

Из анализа приведенных данных, табл. 2.6, следует, что после рассеивания погрешностей направления зуба  $6\sigma_{\text{T.o}}$  после термической обработки увеличение с  $6\sigma_{\text{фр}} = 351,6$  мкм до  $6\sigma_{\text{T.o}} = 690$  мкм.

В табл. 2.7 представлены интервалы колебаний погрешностей основного шага зубчатого колеса.

Таблица 2.7

Интервалы колебаний $\Delta t_0$	До термообработки		После термообработки	
	Абсолютная частота $K$	$K/n$ частота $N=111$	Абсолютная частота $K$	$K/n$ частота $N=111$
–014 ÷ –003	24	0,216		
–003 ÷ +008	2	0,198		
+008 ÷ +019	37	0,333		
+019 ÷ +030	25	0,225		
+030 ÷ +041	3	0,027		
–050 ÷ –019			14	0,126
–019 ÷ –012			20	0,180
–012 ÷ +043			32	0,288
+043 ÷ +074			33	0,297
+074 ÷ +105			12	0,108

Результаты математической обработки сводных данных приведены в табл. 2.8.

Таблица 2.8

Параметры	До термообработки	После термообработки
$\Delta t_0$ – среднее арифметическое отклонение	9,6 мкм	30 мкм
$\sigma$ – среднеквадратическое отклонение	12,4 мкм	37,2 мкм
$\chi_{max}$ – величина поля рассеивания; $\chi_{max} = \pm 3\sigma$	$\pm 37,2$ мкм	$\pm 111,6$ мкм

Для выявления погрешностей зубчатого венца ведущей шестерни тяговой передачи М62 ( $m = 11$ ,  $z = 15$ ), изготавливаемой из стали 20ХНЗА, производились измерения параметров: основного шага  $t_0$  и колебания длины общей нормали  $V_{wr}$  после фрезерования зубьев и после химико-термической обработки (цементации и закалки).

Из общего потока выбирались 9 шестерен. Основной шаг измерялся шагомером ЦНИИТМАШ (с ценой деления шкалы индикатора головки 0,002 мм).

Длина общей нормали замерялась нормалеммером с индикаторной головкой (цена деления шкалы 0,005 мм).

Результаты математической обработки экспериментальных данных представлены в табл. 2.9 и 2.10.

Таблица 2.9.

Параметры	До термообработки	После термообработки
$\Delta t_0$ – среднее арифметическое отклонение	41,7 мкм	51 мкм
$\sigma$ – среднеквадратическое отклонение	44 мкм	54 мкм
$\chi_{max}$ – величина поля рассеивания $\chi_{max} = \pm 3\sigma$	$\pm 132$ мкм	$\pm 162$ мкм

Таблица 2.10.

Параметры	До термообработки	После термообработки
$V_{wr}$ – колебания длины общей нормали	168 мкм	257 мкм
$\sigma$ – среднеквадратическое отклонение	28 мкм	43 мкм
$\chi_{max}$ – величина поля рассеивания $\chi_{max} = \pm 3\sigma$	$\pm 150$ мкм	$\pm 257$ мкм

Центр группирования размеров длины общей нормали после термической обработки смещается на величину 107 мкм.

Суммирование погрешностей параметров зубчатых колес приводит к большим колебаниям припуска, которые находятся в пределах 0,15–0,2 мм.

Радиальная составляющая кинематической погрешности выявляется при контроле радиального биения зубчатого колеса, а тангенциальная – при контроле колебания длины общей нормали  $V_{wr}$ .

Суммарная погрешность имеет синусоидальный характер с периодом, равным обороту зубчатого колеса. Величина радиального биения  $F_{rr}$  вызывает появление радиальной составляющей кинематической погрешности колеса в станочном зацеплении. Наличие кинематической погрешности зубошлифовальных станков вносит дополнительные тангенциальные составляющие в общую кинематическую погрешность станочного зацепления.

У партии ведущих зубчатых колес перед операцией зубошлифования были замерены погрешности  $F_{rr}$ ,  $V_{wr}$ ,  $F_{\beta r}$  и построены гра-

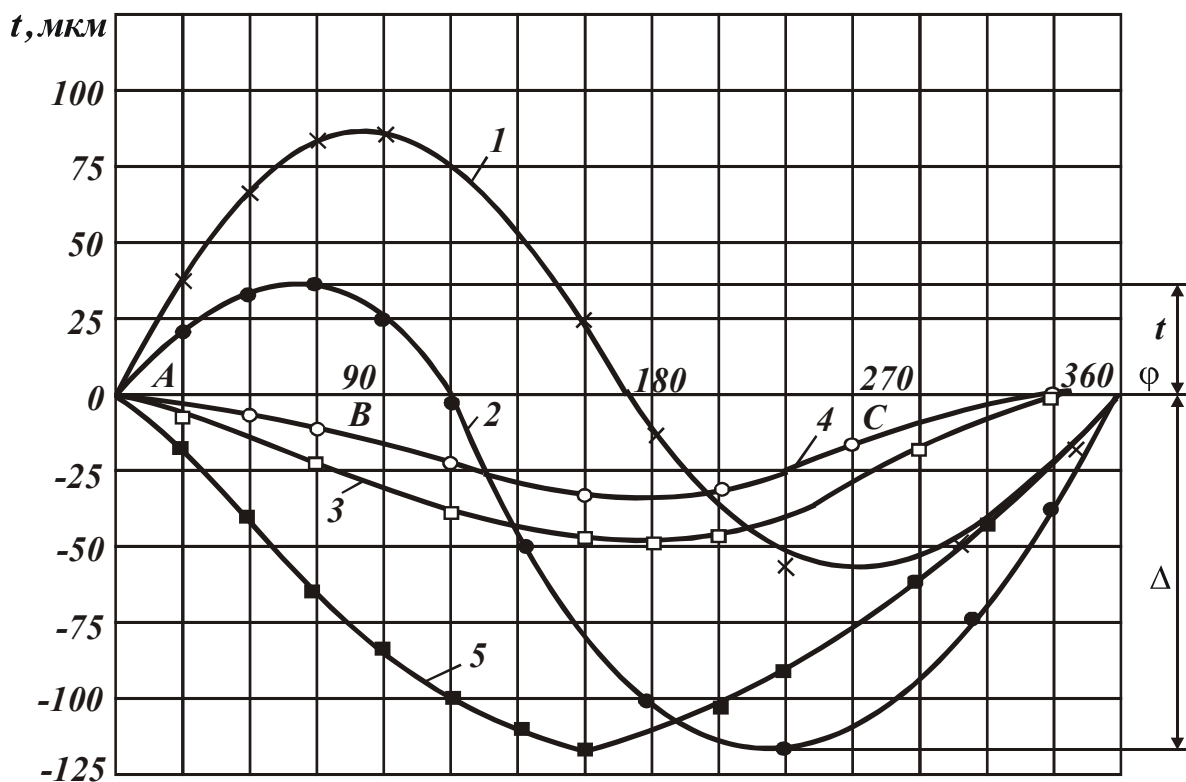


Рис. 2.3. Изменение толщины срезаемого слоя на различных зубьях зубчатого колеса ( $m = 11$ ,  $z = 68$ ).

фики кинематической погрешности (рис. 2.3).

Из анализа кривых (рис. 2.3), характеризующих изменение толщины снимаемого слоя с различных зубьев, можно сделать следующие выводы:

1. При настройке станка по впадине “А” максимальный припуск, который необходимо удалить, равен  $\Delta + t + t_1$ , где  $t_1$  – дополнительный припуск, который необходимо предусмотреть для удаления обезуглероженного слоя на секторе зубчатого колеса в области зуба “С”.
2. Колебание глубин резания, вызванных наличием погрешностей от радиального биения  $F_{rr}$ , от колебаний длины общей нормали  $V_{wr}$  и от направления зуба, необходимо уменьшить за счет более равномерного распределения припуска по правым и левым боковым поверхностям зуба колеса.

Данные, приведенные в таблицах по точности параметров элементов зубчатых колес, и проведенный анализ дают представление о влиянии технологической наследственности на точность зубчатых колес и качество поверхностного слоя.

## 2.2. ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ПОГРЕШНОСТЕЙ ЗУБЧАТОГО КОЛЕСА

Суммарная погрешность зубчатого колеса включает радиальный (геометрический эксцентриситет) и тангенциальный (кинематический эксцентриситет). Радиальная составляющая погрешности выявляется при контроле радиального биения зубчатого колеса  $F_{rr}$ , а тангенциальная – при контроле колебания длины общей нормали  $V_{wr}$ . На операцию зубошлифования возлагается задача окончательного формирования точности зубчатого колеса, т.е. исправления всех имеющихся наследственных технологических погрешностей. Если радиальное биение зубчатого венца отсутствует  $F_{rr} = 0$ , а погрешность возникает только от смещения зубчатого венца в тангенциальном направлении  $V_{wr}$ , то максимальная погрешность будет возникать на зубьях колеса, соответствующих его повороту на угол  $90^\circ$  (рис.2.4).

Толщина слоя, срезаемого с боковых поверхностей зубьев, при наличии только кинематического эксцентриситета определяется из выражений

$$t_{л} = \frac{V_{wr} \cos \alpha}{2} \sin \varphi,$$

$$t_{np} = -\frac{V_{wr} \cos \alpha}{2} \sin \varphi. \quad (2.2)$$

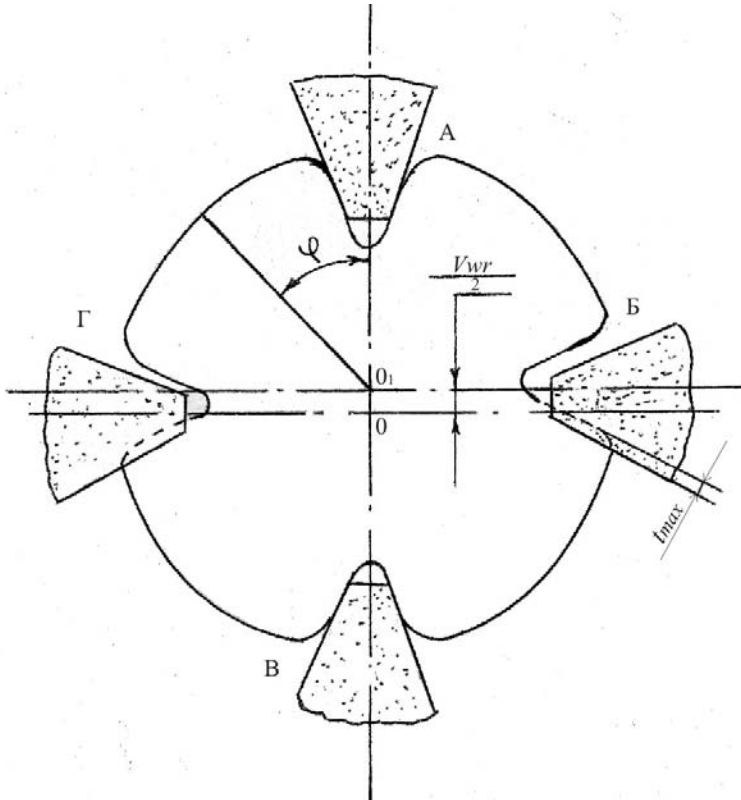


Рис. 2.4. Схема определения радиального биения.

На рис.2.5 представлены кривые изменения толщины слоев, срезаемых с зубьев колеса, в зависимости от угла его поворота.

Наладка круга произведена по впадине "А". Из кривых видно, что при шлифовании зубьев, расположенных в секторе АВ, припуск удаляется с левых боковых поверхностей зубьев. При шлифовании зубьев, расположенных в секторе ВА, наблюдается обратная картина: между левыми боковыми поверхностями зубьев и кругом образуется зазор.

Если зубчатое колесо имеет одновременно радиальное биение  $F_{rr}$  и колебание длины общей нормали  $V_{wr}$ , то характер изменения толщин

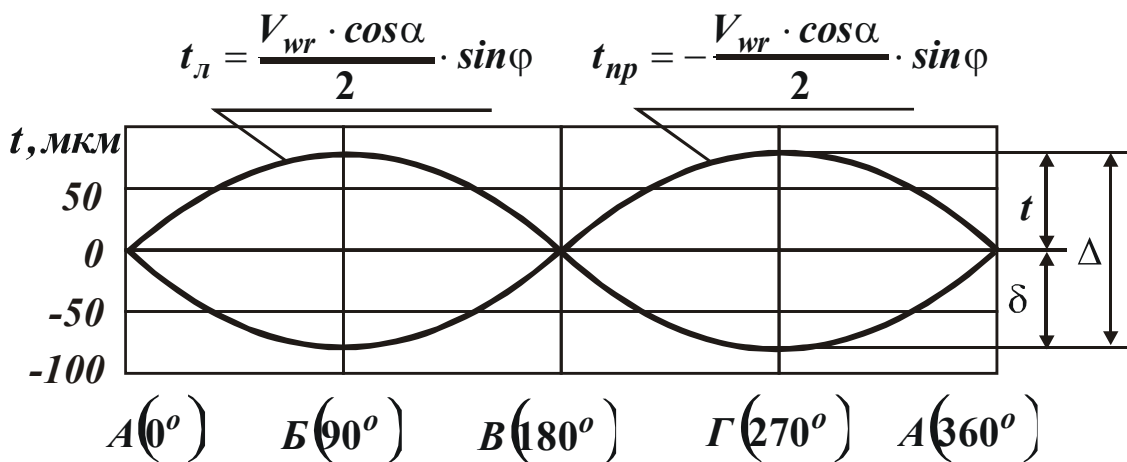


Рис. 2.5. Кривые изменения толщины слоев, срезаемых с зубьев колеса, имеющего кинематический эксцентриситет  $V_{wr}/2 = 0,07$  мм.

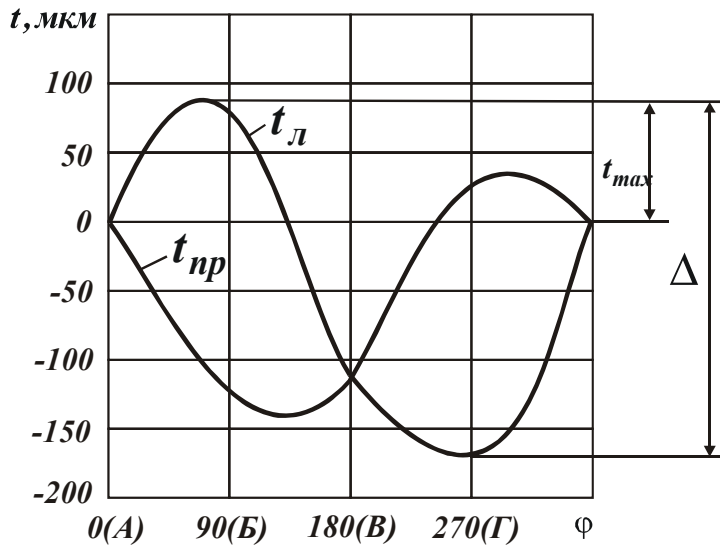


Рис. 2.6. Изменение толщин срезаемых слоев на различных зубьях колеса при смещении по фазе кинематического и геометрического эксцентриситетов на  $\varphi = 45^\circ$ .

чета толщин срезаемых слоев имеют вид:

$$t_l = \frac{F_{rr} \cos \alpha}{2} \sin \varphi - \frac{F_{rr} \sin \alpha}{2} (1 - \cos \varphi) + \frac{V_{wr} \cos \alpha}{2} \sin \varphi,$$

$$t_{np} = -\frac{F_{rr} \cos \alpha}{2} \sin \varphi - \frac{F_{rr} \sin \alpha}{2} (1 - \cos \varphi) + \frac{V_{wr} \cos \alpha}{2} \sin \varphi. \quad (2.3)$$

При смещении кинематического и геометрического эксцентриситетов на угол  $\varphi = 45^\circ$  расчетные формулы имеют вид:

$$t_l = \frac{F_{rr} \cos \alpha}{2} \sin \varphi - \frac{F_{rr} \sin \alpha}{2} (1 - \cos \varphi) + \frac{V_{wr} \cos \alpha}{2} [\sin(\varphi + 45^\circ) - \sin 45^\circ], \quad (2.4)$$

$$t_{np} = -\frac{F_{rr} \cos \alpha}{2} \sin \varphi - \frac{F_{rr} \sin \alpha}{2} (1 - \cos \varphi) - \frac{V_{wr} \cos \alpha}{2} [\sin(\varphi + 45^\circ) - \sin 45^\circ].$$

При смещении кинематического и геометрического эксцентриситетов по фазе на  $\varphi = 90^\circ$ ;  $\varphi = 135^\circ$  расчетные формулы имеют вид:

1. При  $\varphi = 90^\circ$

$$t_l = \frac{F_{rr} \cos \alpha}{2} \sin \varphi - \frac{F_{rr} \sin \alpha}{2} (1 - \cos \varphi) - \frac{V_{wr} \cos \alpha}{2} (1 - \cos \varphi),$$

слоев, снимаемых с боковых поверхностей зубьев, будет иметь более сложную закономерность.

Анализ различных сочетаний сдвига по фазе геометрического и кинематического эксцентриситетов позволил вывести уравнения для расчета толщин слоев, срезаемых с боковых поверхностей зубьев. Например, при совпадении по фазе кинематического и геометрического эксцентриситетов, формулы для расчета



$$t_{np} = -\frac{F_{rr} \cos \alpha}{2} \sin \varphi - \frac{F_{rr} \sin \alpha}{2} (1 - \cos \varphi) + \frac{V_{wr} \cos \alpha}{2} (1 - \cos \varphi).$$

2. При  $\varphi = 135^\circ$

$$t_{л} = \frac{F_{rr} \cos \alpha}{2} \sin \varphi - \frac{F_{rr} \sin \alpha}{2} (1 - \cos \varphi) - \frac{V_{wr} \cos \alpha}{2} [\sin(\varphi - 45^\circ) + \sin 45^\circ],$$

$$t_{np} = -\frac{l_o \cos \alpha}{2} \sin \varphi - \frac{l_o \sin \alpha}{2} (1 - \cos \varphi) + \frac{V_{wr} \cos \alpha}{2} [\sin(\varphi - 45^\circ) + \sin 45^\circ].$$

Кривые изменения толщин слоев, срезаемых с боковых поверхностей зубьев при смещении по фазе кинематического и геометрического эксцентриситетов на  $45^\circ$  показаны на рис.2.6.

Настройка станка произведена по впадине “А” ( $V_{wr}/2 = 0,07$  мм;  $F_{rr} = 0,2$  мм).

Если настройку станка произвести по впадине “Б” (при смещении эксцентриситетов по фазе на угол  $45^\circ$ ), то формулы для расчета толщин срезаемых слоев с боковых поверхностей зубьев будут иметь вид

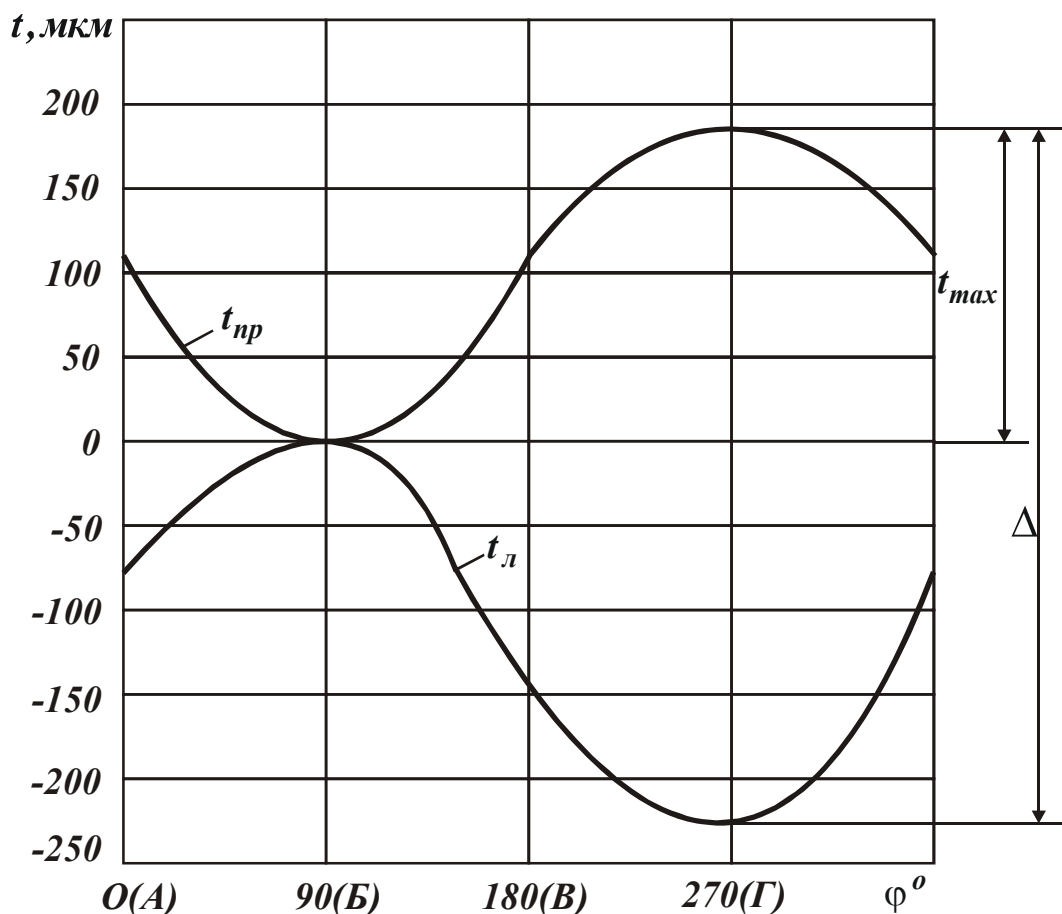


Рис. 2.7. Изменение толщины срезаемых слоев с боковых поверхностей зубьев колеса при настройке станка по впадине Б.

$$t_{л} = \frac{F_{rr} \cos\alpha}{2} (\sin\varphi - 1) + \frac{F_{rr} \sin\alpha}{2} \cos\varphi + \frac{V_{wr} \cos\alpha}{2} [\sin(\varphi + 45^\circ) - \sin 45^\circ],$$

$$t_{np} = -\frac{F_{rr} \cos\alpha}{2} (\sin\varphi - 1) + \frac{F_{rr} \sin\alpha}{2} \cos\varphi - \frac{V_{wr} \cos\alpha}{2} [\sin(\varphi + 45^\circ) - \sin 45^\circ]. \quad (2.5)$$

Кривые изменения толщин срезаемых слоев с боковых поверхностей зубьев показаны на рис.2.7.

Из анализа приведенных данных следует, что при настройке зубчатого колеса по впадине “Б”, “В” глубина срезаемого слоя на правом профиле зуба достигает 180 мкм.

Из приведенных данных видно, что если шлифование зубчатых колес, имеющих смещение кинематического и геометрического эксцентриситетов, производить с максимально бьющего зуба, то на некоторых зубьях с одной из сторон будет удаляться слой глубиной  $t_{max}$ , при удалении которого неизбежно появятся шлифовочные прижоги.

В зависимости от величины геометрического и кинематического эксцентриситетов и сдвига их по фазе максимальные глубины срезаемых слоев могут достигать 250 – 500 мкм. Поэтому после настройки зубошлифовального станка по максимально бьющей впадине рекомендуется отвести шлифовальный круг от боковых поверхностей зубчатого колеса на определенную расчетную величину, указанную в технологии. Формулы для расчета величины отвода шлифовальных кругов представлены в табл. 2.11 [85].

Таблица 2.11

Тип зубошлифовального станка	Формулы для расчета величины отвода круга, мм
KZ-11; 5861; 5860	$M = 0,8 \cdot F_{rr} + 2,0 \cdot V_{wr}$
МАОГ; 5851	$M = 0,3 \cdot F_{rr} + 0,7 \cdot V_{wr}$
5833; 5832	$M = 2,3 \cdot F_{rr} + 2,6 \cdot V_{wr}$

Отвод круга – это обязательное условие, исключаящее на первом проходе появление прижогов, проникающих на глубину превышающую оставшийся припуск под последующую обработку. Величина отвода круга должна рассматриваться как законная прибавка к общему припуску во всех технико-экономических расчетах. Величина этого мнимого припуска характеризует степень влияния технологической наследственности на стоимость операции.

На рис.2.8 представлены кривые изменения толщин слоев, срезаемых при шлифовании зубчатого колеса, имеющего величину

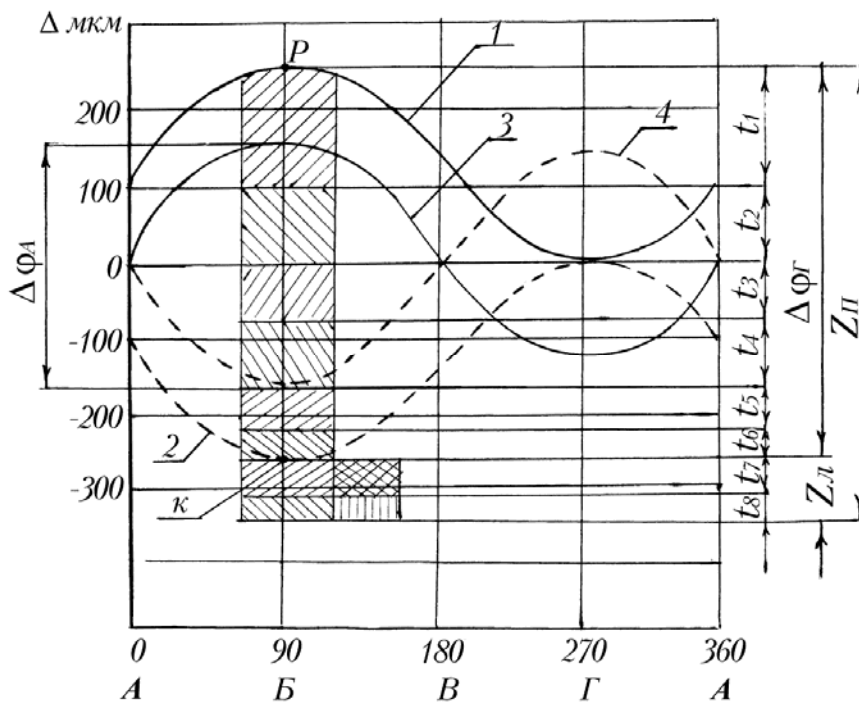


Рис. 2.8. Распределение припуска на боковых поверхностях зубьев на операции зубошлифования.

радиального биения  $F_{rr} = 0,2$  мм и кинематический эксцентриситет  $V_{wr}/2 = 0,07$  мм, при настройке круга по впадине “Г”. На правом профиле зубчатого венца глубина врезания круга в зуб составляет 250 мкм. Контурная кривая 1 показывает характер изменения сум-

марной погрешности правых эвольвентных профилей зубьев колеса, а штриховая 2 – левых профилей. Чтобы устранить черновины на всех зубьях необходимо удалить с боковой поверхности зуба “Р” припуск 500 мкм. С боковой поверхности правого профиля зубьев, расположенных в области точки “К”, суммарный слой будет равен

$$\Delta\varphi_{max} \cdot \cos 20^\circ = 500 \cdot 0,9397 = 469,85 \text{ мкм},$$

а с боковой поверхности левого профиля зуба в области точки “К” произойдет только касание круга.

Однако в данном положении, когда будут устранены черновины и зубчатое колесо достигнет требуемой точности, еще нельзя считать обработку законченной. После химико-термической обработки в поверхностном слое зубьев образуются дефекты в виде обезуглероженного слоя или слоя с цементитной сеткой. Этот дефектный слой должен быть удален. Следует заметить, что после удаления общего припуска за шесть проходов дефектный слой будет иметь ограниченное число зубьев (3–4 зуба), находящихся в секторе “Б”. Для удаления дефектного слоя с левых боковых поверхностей этих 3–4 зубьев необходимо предусмотреть еще два дополнительных прохода с глубинами резания  $t_7 = 0,04$  мм и  $t_8 = 0,02$  мм.

После завершения процесса шлифования зубчатого колеса в сек-

торе “Б” с правых боковых поверхностей зубьев колеса будет удален общий припуск  $z_n = 560$  мкм, а с левых боковых поверхностей зубьев –  $z_l = 60$  мкм.

После цементации глубина цементированного слоя на боковых поверхностях зубьев колеблется в пределах 1,2–1,5 мм. После удаления с боковых поверхностей зуба слоя, равного  $z = 560$  мкм, глубина оставшегося цементированного слоя уменьшится до 0,64–0,94 мм. В цементированном слое содержание углерода уменьшается по мере удаления от поверхности вглубь тела. Например, на поверхности цементированного слоя стали 12Х2Н4А содержание углерода изменяется от 1,62 до 1,82 % , а на глубине 0,5–0,6 мм содержание углерода уменьшается до 0,78–0,92 % (табл. 2.12) [103].

Проведенный анализ показал, что неравномерное удаление припуска с боковых поверхностей зубьев вызывает при шлифовании сложные термомеханические процессы, протекающие в условиях многократного наложения температурных полей и изменяющихся физико-механических и химических свойств обрабатываемого материала. Для стабилизации качественных показателей зубчатых колес надо устранить или хотя бы уменьшить деформацию заготовки при термической обработке, устранить или хотя бы уменьшить погрешность радиального биения зубчатого колеса. Для этой цели надо найти способ оптимальной настройки станка, т.е. распределить более равномерно снимаемый припуск на операции зубошлифования. Правильный выбор установочных баз позволяет уменьшить погрешность базирования на операции восстановления баз. Например, шлифование отверстия, которое является установочной базой на операции зубошлифования, следует производить не от наружного диаметра, а от диаметра делительной окружности. И, наконец, следует равномерно распределить припуск на операции зубошлифования, т.е. – оптимизировать настройку.

Иными словами, надо найти такую впадину на зубчатом колесе, ориентация инструмента по которой сведет к минимуму колебания припусков на операции зубошлифования. В рассматриваемом варианте (рис. 2.8) ориентация круга по впадине “А” является наиболее оптимальной. Чтобы обеспечить касание боковых поверхностей зубьев с инструментом по впадине “А”, надо сначала определить эту впадину, а затем обеспечить касание правого и левого профилей зубьев с кругом в этой впадине. Для этой цели следует кривую 1 опустить

Таблица 2.12

Изменение углерода в пределах глубины цементированного слоя в процентах

Марка стали	№ класса	Глубина слоя											
		0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0	1,1	1,2
12X2H4A	1	1,62	1,20	1,05	0,97	0,86	0,80	0,76	0,72	0,68	0,60	0,52	0,48
	2	1,52	1,41	1,10	0,92	0,82	0,78	0,72	0,68	0,62	0,58	0,52	0,48
	3	1,61	1,30	1,05	0,87	0,80	0,79	0,74	0,70	0,64	0,58	0,58	0,48
	4	1,72	1,50	1,11	1,02	0,92	0,88	0,84	0,76	0,70	0,64	0,62	0,48
	5	1,82	1,52	1,08	1,02	0,88	0,84	0,82	0,78	0,70	0,66	0,60	0,58
18XMBА	1	1,73	1,26	1,06	0,92	0,90	0,90	0,78	0,74	0,70	0,66	0,66	0,58
	2	1,71	1,38	1,09	0,90	0,86	0,80	0,77	0,76	0,71	0,58	0,56	0,48
	3	1,81	1,51	1,18	0,94	0,87	0,82	0,79	0,74	0,71	0,61	0,58	0,52
	4	1,86	1,28	1,08	0,96	0,88	0,80	0,72	0,68	0,66	0,64	0,54	0,54
	5	1,79	1,24	1,04	1,00	0,96	0,86	0,84	0,80	0,72	0,70	0,66	0,62

вниз, совместив ее с точкой “О”, а кривую 2 поднять вверх. При наладке станка по впадине “А” по сравнению с наладкой станка по впадине “Г” максимальный припуск уменьшается с  $\Delta = 500$  мкм до  $\Delta = 300$  мкм.

Для равномерного распределения припуска по боковым поверхностям зубьев колес нами разработан специальный способ наладки зубошлифовальных станков [291]. Способ позволяет найти такую впадину зубчатого колеса, ориентация инструмента по которой сведет к минимуму колебания припуска на боковых поверхностях зубьев при зубошлифовании.

На рис.2.9 показана последовательность наладки зубошлифовального станка:

1. Вне станка определяется впадина, находящаяся на минимальном расстоянии от центра вращения зубчатого колеса.
2. Колесо на оправке устанавливается в центрах станка. Круг подводится до касания с боковыми поверхностями зубьев, минимально удаленными от центра зубчатого колеса. По нониусу станка регистрируется первоначальное положение оси круга.
3. Круг выводится из впадины зубчатого колеса и осуществляется поворот колеса на  $90^\circ$  в любую сторону с помощью делительного механизма. После этого круг вводится во впадину до касания с боковыми поверхностями зубьев. Из-за наличия погрешностей шлифовальный круг будет соприкасаться только с одной из сторон впадины, а между другой стороной впадины и кругом образуется зазор  $\delta'_1$ . По нониусу станка фиксируется положение оси шлифовального круга  $\delta''_1$ .
4. Шлифовальный круг снова отводится от впадины зубчатого колеса и производится поворот колеса вокруг своей оси на угол  $180^\circ$ . После этого шлифовальный круг снова вводится до касания с боковой поверхностью впадины зубчатого колеса. По нониусу фиксируется положение круга и определяется зазор  $\delta'_2$  и рассчитывается величина смещения оси круга  $\delta''_2$  по отношению ее к первоначальному положению (рис.2.9).
5. Шлифовальный круг подводится до касания с боковыми поверхностями минимально удаленной впадины и отводится от зубчатого колеса на величину

$$\delta''_3 = \frac{\delta''_1 + \delta''_2}{2}.$$

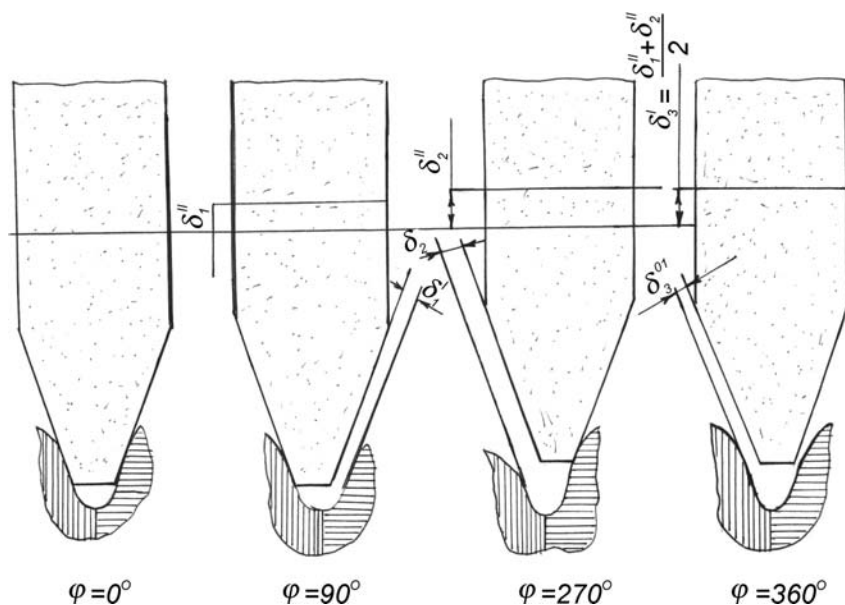


Рис. 2.9. Последовательность наладки станка.

Между шлифовальным кругом и боковыми поверхностями впадины образуется одинаковый зазор  $\delta_3''$ .

После настройки шлифовального круга по указанному алгоритму осуществляется первый проход.

Последующие проходы шлифова-

ния осуществляются с уменьшающимися от прохода к проходу глубинами.

Для обеспечения максимальной производительности, необходимо общий припуск удалять за минимальное количество проходов. С другой стороны, чтобы обеспечить требуемую точность и качество поверхностного слоя, необходимо шлифование производить с такими режимами, при которых глубина дефектного слоя не превышала бы величины припуска оставшегося под последующую обработку.

### 2.3. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ПРИПУСКА ПО ПРОХОДАМ

Припуск  $z$ , удаляемый с боковых поверхностей зубьев за  $n$  проходов, равен сумме глубин резания

$$z = \sum_{i=1}^n t_i$$

где  $z$  – общий припуск, мкм;  $t_i$  – глубины шлифования на различных проходах. мкм.

Величина дефектного слоя, образовавшаяся после удаления слоя  $t_1$  на первом проходе, рассчитывается по формуле

$$h_{d1} = \sum_{i=2}^n t_i \cdot \quad (2.6)$$

После удаления припуска  $t_2$  на втором проходе величина дефектного слоя рассчитывается по формуле

$$h_{\partial_2} = \sum_{i=3}^n t_i. \quad (2.7)$$

После удаления припуска  $t_k$  на  $k$ -ом проходе величина дефектного слоя рассчитывается по формуле

$$h_{\partial_k} = \sum_{i=k+1}^n t_i, \quad (2.8)$$

где  $t_i$  – глубина шлифования на  $i$ -ом технологическом переходе  $k+1 \leq i \leq n$ .

Глубина распространения температуры, вызывающей структурные изменения в обрабатываемом материале, равна глубине структурных изменений. По данным работы [121], глубина распространения температуры  $X_{max}$ , равная глубине дефектного слоя  $h_{\partial}$ , может быть представлена в виде

$$X_{max} = h_{\partial} = \alpha(q_k - q_0) \cdot \tau^{\beta}, \quad (2.9)$$

где  $\alpha$  и  $\beta$  – коэффициенты, зависящие от теплофизических параметров, т.е.

$$\alpha = f(a, \sqrt{\lambda \cdot c \cdot \gamma}, T_{кр}), \quad (2.10)$$

$$\beta = \varphi(a, \sqrt{\lambda \cdot c \cdot \gamma}, T_{кр}),$$

$q_k$  – плотность теплового потока на обрабатываемой поверхности, Вт/м<sup>2</sup>;  $q_0$  – предельная плотность теплового потока, при которой начинают появляться структурные изменения в обрабатываемом материале, Вт/м<sup>2</sup>;  $\tau$  – время контакта шлифовального круга с обрабатываемой поверхностью, с;  $\lambda$  – коэффициент теплопроводности обрабатываемого материала, Дж/(м·с·°С);  $c$  – теплоемкость обрабатываемого материала, Дж/(кг·°С);  $\gamma$  – плотность обрабатываемого материала, кг/м<sup>3</sup>;  $a = \frac{\lambda}{c \cdot \gamma}$  – коэффициент температуропроводности, м<sup>2</sup>/с;  $T_{кр}$  – критическая температура, вызывающая распад мартенситной структуры.

Для стали 12Х2Н4А ( $\frac{\lambda}{c \cdot \gamma} = 8$  м<sup>2</sup>/с,  $\sqrt{\lambda \cdot c \cdot \gamma} = 12374 \cdot \frac{BT}{m^2}$  при  $T_{кр} = 550$  °С).

В интервале режимов зубошлифования, обеспечивающих изме-



нение плотности теплового потока  $q$  от  $20 \cdot 10^6$  Вт/м<sup>2</sup> до  $100 \cdot 10^6$  Вт/м<sup>2</sup> коэффициенты  $\alpha$  и  $\beta$  изменяются в следующих пределах [121]

$q$ , Вт/м <sup>2</sup>	.....	$20 \cdot 10^6$	.....	$100 \cdot 10^6$
$\alpha$	.....	0,269	.....	0,262
$\beta$	.....	0,987	.....	0,937

Из приведенных данных видно, что в интервале изменения плотности теплового потока  $q$  от  $20 \cdot 10^6$  Вт/м<sup>2</sup> до  $100 \cdot 10^6$  Вт/м<sup>2</sup> коэффициенты  $\alpha$  и  $\beta$  изменяются незначительно. Их можно принять равными  $\alpha = 0,262$ ;  $\beta = 0,937$ .

Подставляя (2.8) в (2.9), получим

$$q_k = \frac{\tau^{-\beta}}{\alpha} \sum_{i=k+1}^n t_i + q_0. \quad (2.11)$$

Плотность теплового потока на каждом следующем проходе  $q_{k+1}$  должна быть меньше, чем на предыдущем проходе  $q_k$  на величину, пропорциональную глубине шлифования на последующем проходе  $t_{k+1}$ , и зависеть от времени воздействия теплового источника  $\tau$ . На последнем проходе величина плотности теплового потока равна предельной величине, при которой еще не происходят структурные изменения в обрабатываемой детали. Плотность теплового потока пропорциональна мощности, затрачиваемой на шлифование  $N$ , и обратно пропорциональна площади контакта круга с обрабатываемой деталью  $S_k$

$$q_k = \frac{N_k}{S_k} \cdot \psi, \quad (2.12)$$

где  $\psi$  – коэффициент, учитывающий распределение теплового потока между кругом и деталью

$$(q_k - q_0) = \Delta q = \frac{(N_k - N_0)}{S_k} \cdot \psi. \quad (2.13)$$

Подставляя (2.13) в (2.9) получим

$$h_\partial = \alpha \frac{(N_k - N_0)}{S_k} \cdot \tau^\beta,$$

$$h_\partial = 0,262 \cdot \frac{(N_k - N_0)}{S_k} \cdot \tau^{0,937}. \quad (2.14)$$

Зубошлифование на станках МААГ (5851, 5851М) осуществляется методом обкатки при нулевой или 15 – градусной установке та-

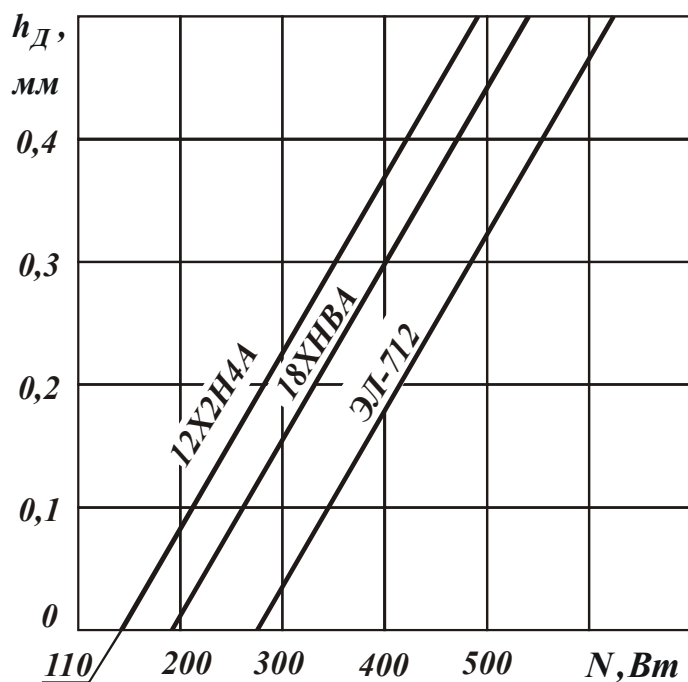


Рис. 2.10. Зависимость глубины дефектного слоя от мощности  $N$ .

рельчатых шлифовальных кругов.

На рис. 2.10 представлены экспериментальные зависимости глубины дефектного слоя  $h_d$  от мощности, затрачиваемой на резание  $N$ , при зубошлифовании на станке МААГ.

Зависимость  $h_d = \varphi(N)$  может быть представлена в виде уравнения прямой линии

$$h_d = a' \cdot (N_k - N_0), \quad (2.15)$$

где  $a'$  – коэффициент мкм/Вт, для сплошного круга  $a' = 1,5$ , а для прерывистого –  $a' = 0,474$ .

вистого –  $a' = 0,474$ .

Мощность, затрачиваемая на резание при зубошлифовании на станках 5851, выражается зависимостью

$$N_k = C' \cdot t^x \cdot V^y \cdot n^z \cdot k_m \cdot k_u \cdot k_p, \quad (2.16)$$

где  $t$ ,  $V$ ,  $n$  – глубина резания, скорость перемещения стола, число касаний стола;  $k_m$ ,  $k_u$ ,  $k_p$  – коэффициенты, учитывающие материал, инструмент и радиус профиля эвольвенты зуба;  $C'$ ,  $x$ ,  $y$ ,  $z$  – коэффициенты, зависящие от угла установки тарельчатых кругов.

Значения коэффициентов  $C'$ ,  $x$ ,  $y$ ,  $z$  приведены в табл. 2.13.

Таблица 2.13

Коэффициенты	$C'$	$x$	$y$	$z$
Установка кругов, $0^\circ$	0,022	0,75	0,95	0,25
Установка кругов, $15^\circ$	0,59	0,75	0,33	0,2

Значения коэффициентов  $k_m$ , учитывающих марку обрабатываемого материала, представлены в табл. 2.14

Таблица 2.14

Марка стали	12X2H4A	18XНВА	12X2H4ВФА
$k_m$ (HRC 60–62)	1,0	1,3	1,45

Значения коэффициентов  $k_u$ , учитывающих марку шлифовального круга, приведены в табл. 2.15

Таблица 2.15

M2	M3	CM2	C1
Зернистость 12			
1,35	1,50	1,60	1,65
Зернистость 25			
0,9	1,0	1,05	1,10
Зернистость 40			
0,55	0,6	0,63	0,66

Значения коэффициентов  $k_p$ , учитывающих радиус кривизны эвольвенты зуба, представлены в табл. 2.16

Таблица 2.16

Радиус кривизны, мм	16,75	23,9	34,7	45,5
$k_p$	0,82	0,85	1,00	1,07

Время, затрачиваемое на технологический переход, определяется из выражения

$$\tau_k = \frac{L}{V} = \frac{L \cdot [C' \cdot t^x \cdot n^z]^{1/y}}{N_k^{1/y}} = \frac{L \cdot [C' \cdot n^z]^{1/y} \cdot t_k^{x/y}}{N_k^{1/y}}, \quad (2.17)$$

где  $L$  – длина хода стола зубошлифовального станка;  $V$  – скорость перемещения стола станка.

С учетом обозначений  $\alpha = \frac{x}{y}$ ;  $\varepsilon = \frac{1}{y}$ ;  $M = L \cdot [C' \cdot n^z]^{1/y}$  выражение (2.17) примет вид

$$\tau_k = M \cdot \frac{t_k^\alpha}{N_k^\varepsilon}. \quad (2.18)$$

Операция зубошлифования осуществляется за несколько проходов, следовательно, машинное время равно сумме

$$\tau_m = \sum_{i=1}^m \tau_i = M \cdot \sum_{i=1}^m \frac{t_i^\alpha}{N_i^\varepsilon}. \quad (2.19)$$

Из (2.15) выразим мощность, затрачиваемую на  $k$ -ом технологическом проходе

$$N_k = \frac{h_{0k}}{a'} + N_0. \quad (2.20)$$

Подставляя (2.8) в (2.20), получим

$$N_k = \frac{1}{a'} \sum_{i=k+1}^m t_i + N_0. \quad (2.21)$$

С учетом (2.21) и (2.19) получим

$$\tau_m = M \cdot \sum_{i=1}^m \frac{t_i^\alpha}{\left[ \frac{1}{a'} \cdot \sum_{i=k+1}^m t_i + N_0 \right]^\varepsilon}. \quad (2.22)$$

Глубину дефектного слоя, возникающую после удаления припуска  $t_k$  на  $k$ -ом проходе, можно рассчитать, если из общего припуска  $z$  вычесть сумму припусков, удаляемых на предшествующих проходах

$$h_{\partial k} = \sum_{i=k+1}^m t_i = z - \sum_{i=1}^k t_i. \quad (2.23)$$

Подставляя (2.23) в (2.22) и производя преобразования, получим уравнения для расчета машинного времени при удалении общего припуска за два и три прохода

$$\tau_{m(2)} = M \cdot \left[ \frac{(z - t_1)^{\alpha_1}}{N_0^\varepsilon} + \frac{t_1^{\alpha_1}}{\left[ \frac{z - t_1}{a'} + N_0 \right]^\varepsilon} \right], \quad (2.24)$$

$$\tau_{m(3)} = M \cdot \left[ \frac{(z - t_1 - t_2)^{\alpha_1}}{N_0^\varepsilon} + \frac{(t_1 + t_2)^{\alpha_1}}{\left[ \frac{z - t_1 - t_2}{a'} + N_0 \right]^\varepsilon} \right]. \quad (2.25)$$

Из анализа выражений (2.24) и (2.25) видно, что зависимость машинного времени  $\tau_m$  от глубины шлифования  $t$  имеет экстремальный характер, так как с увеличением числителя во втором слагаемом знаменатель уменьшается. Следовательно, существует такая глубина резания  $t_1$ , при которой машинное время на обработку  $\tau_{m(2)}$  будет минимальным. Для нахождения этой оптимальной глубины резания необходимо взять производную по глубине  $t_1$  и приравнять ее к нулю

$$\frac{\partial \tau_{м(2)}}{\partial t_1} = 0.$$

$$-\frac{\alpha_1(z-t_1)}{N_0^\varepsilon} + \frac{\alpha_1 \cdot t_1^{(\alpha_1-1)}}{\left[\frac{z-t_1}{a'} + N_0\right] \cdot \varepsilon} + \frac{t_1^{\alpha_1} \cdot \varepsilon}{a' \cdot \left[\frac{z-t_1}{a'} + N_0\right]^{(\varepsilon+1)}} = 0. \quad (2.26)$$

При удалении общего припуска  $z$  за три прохода глубина резания  $t_1$  и  $t_2$  определяется из решения системы двух уравнений с двумя неизвестными, т.е.

$$\frac{\partial \tau_{м(3)}}{\partial t_1} = 0, \quad \frac{\partial \tau_{м(3)}}{\partial t_2} = 0. \quad (2.27)$$

При удалении припуска за  $n$  проходов (общий случай) необходимо решать систему  $(n-1)$  уравнений с  $(n-1)$  неизвестными.

При использовании численного метода при решении уравнения (2.26) установлены  $t_{1onm}$  и  $\tau_{min}$  для различных заданных  $z$ .

$z$ мм	0,400	0,300	0,200	0,100	0,075
$\tau_{min}$	37,7	32,7	26,9	18,6	15,1
$t_{1onm}$	0,306	0,219	0,140	0,058	0,045

На рис. 2.11 представлены зависимости машинного времени  $\tau_{min}$  и  $t_{1onm}$  на первом проходе от величины общего припуска  $z$ . Зависимость  $t_{1onm} = f(z)$  является линейной функцией

$$t_{1onm} = Az - B, \quad (2.28)$$

где  $A$  и  $B$  коэффициенты:  $A = 0,77$ ,  $B = 0,012$  мм.

Из рис. 2.11 видно, что на первом проходе припуск удаляется только с правых боковых поверхностей зубьев. Глубины срезаемых слоев изменяются от нуля до максимума  $t_1$ . Отсюда напрашивается вывод, что при изменяющихся глубинах резания зубошлифование с одинаковыми продольными подачами экономически не выгодно. По мере изменяющихся глубин резания необходимо продольную скорость стола изменять в соответствии с зависимостью

$$V = C_1 \cdot \frac{N^{1/y}}{t_\phi^{x/y}}, \quad (2.29)$$

где  $C_1$  – постоянный коэффициент;  $t_\phi$  – фактическая толщина срезаемого слоя с боковых поверхностей зубьев.

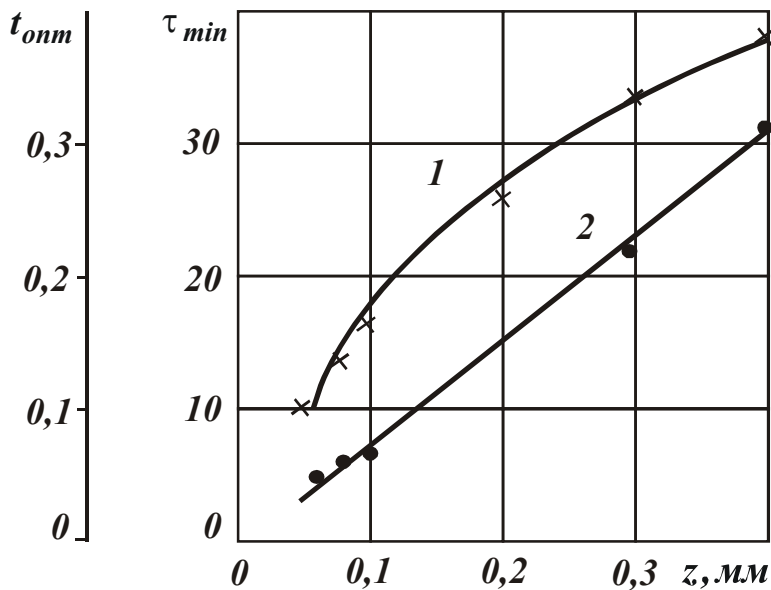


Рис. 2.11. Зависимость  $\tau$  (кривая 1) и  $t_{onm}$  (кривая 2) от припуска  $z$ .

При изменении  $t_{\phi}$  необходимо продольную подачу стола зубошлифовального станка изменять таким образом, чтобы при обработке мощность, затрачиваемая на резание, сохранялась постоянной.

Проведенный анализ показал, что технологическая наследственность оказывает влияние не только на глубину де-

фектного слоя, но и на машинное время зубошлифования. Глубина проникновения дефектного слоя  $h_{\delta}$  зависит от режимов зубошлифования, состояния рабочей поверхности и типа зубошлифовального станка. В общем случае выражение для глубины дефектного слоя  $h_{\delta}$  может быть представлено зависимостью

$$h_{\delta} = C_1 V_{\delta}^x S^y t^k \tau^z,$$

где  $C_1, x, y, k, z$  – постоянные коэффициенты.

Экспериментально установлено, что независимо от сочетания скорости  $V_{\delta}$  и подачи  $S$  глубина дефектного слоя  $h_{\delta}$  пропорциональна глубине шлифования [48].

В табл. 2.17 представлены экспериментальные данные глубин дефектного слоя при шлифовании зубчатых колес из стали 12Х2Н4А на станках 5851 с  $\alpha_u = 0^{\circ}$ ; 5851 с  $\alpha_u = 15^{\circ}$  и 5831.

Из приведенных данных следует, что с увеличением времени воздействия теплового источника возрастает глубина дефектного слоя.

На основании данных, приведенных в табл. 2.17, построена зависимость глубины дефектного слоя  $h_{\delta}$  от глубины шлифования зубчатых колес на станке 5851 с  $\alpha_u = 0$  (кривая 1) и  $\alpha_u = 15^{\circ}$  (кривая 2) и на станке 5831 (кривая 3) (рис.2.12).

Таблица 2.17

Модель станка	Глубина резания, мм	Поперечная подача мм/кач	Продольная подача кач/мин	$\tau$ , с	$\theta$ , °С	$h_d$ , мкм
5851 $\alpha_u = 0^\circ$	0,03	1,67	93	0,0030	501	18-25
	0,05			0,0037	719	35-45
	0,07			0,0043	918	60-70
5851 $\alpha_u = 15^\circ$	0,03	1,67	93	0,0215	490	58-65
	0,05			0,0286	591	90-100
	0,07			0,0326	870	130-145
5831	0,03	1,27	100	0,0340	557	75-80
	0,05			0,0390	620	130-135
	0,07			0,0430	665	150-170

Из анализа зависимостей  $h_d = f(t)$  (рис.2.12) видно, что дефектный слой при шлифовании

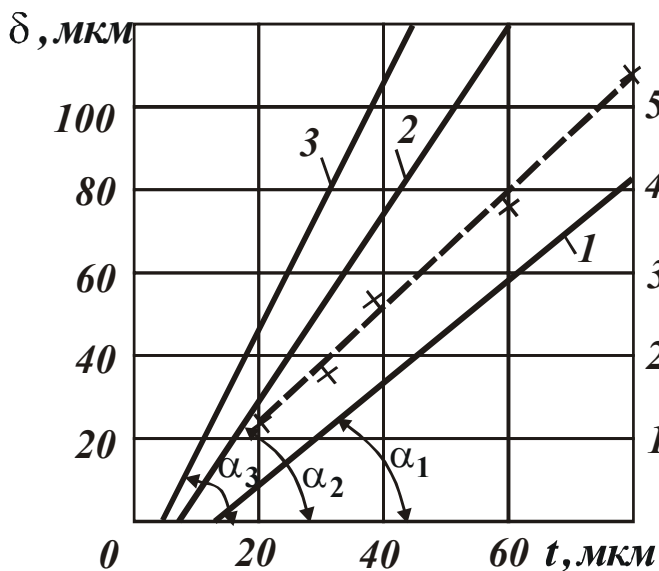


Рис. 2.12. Зависимость глубины дефектного слоя  $h_d$  от глубины шлифования: 1) станок 5851  $\alpha_u = 0$ ; 2) станок 5851,  $\alpha_u = 15^\circ$ ; 3) станок НАИЛС (5831).

зубчатых колес ( $m = 5, z = 30, \alpha = 20$  сталь 12Х2Н4М) появляется при глубине резания  $t_0$ .

Рассматриваемые схемы зубошлифовальных станков имеют различные значения начальных глубин  $t_0$ . Например, при шлифовании зубчатых колес на станке 5631 дефектный слой начинает появляться при глубине резания  $t_0 = 0,005$  мм, при шлифовании на станке 5851 с настройкой кругов  $\alpha_u = 15^\circ$  –  $t_0 = 0,008$  мм, а при шлифовании на станке 5851 с  $\alpha_u = 0$ ,  $t_0 = 0,012$  мм.

Величину дефектного слоя можно рассчитать по формуле

$$h_d = (t - t_0) \cdot \operatorname{tg} \alpha, \quad (2.30)$$

где  $h_d$  – величина дефектного слоя, мкм;  $t$  – глубина шлифования, мкм;  $t_0$  – глубина шлифования, при которой начинают появляться дефекты, мкм;  $\operatorname{tg} \alpha$  – параметр, характеризующий влияние кинемати-

ки станков на теплонапряженность процесса шлифования.

Например, для условий шлифования, приведенных в табл. 2.9, для зубошлифовального станка 5851 с  $\alpha_u = 0$  –  $tg\alpha_1 = 1,14$ , для зубошлифовального станка 5851 с  $\alpha_u = 15^\circ$  –  $tg\alpha_1 = 2,18$ , для зубошлифовального станка 5831 –  $tg\alpha_1 = 2,78$ .

Для устранения шлифовочных дефектов необходимо удаление припуска производить с таким расчетом, чтобы дефектный слой от предыдущего прохода не превышал оставшийся припуск на последующую обработку. Например, при выполнении равенства (2.30) глубина дефектного слоя не должна превышать оставшийся припуск под последующую обработку

$$t_1 + tg\alpha_1(t_1 - t_0) = z \quad (2.31)$$

где  $t_1$  – глубина резания на первом проходе;  $z$  – общий припуск на шлифование.

Глубина резания на первом проходе будет равна

$$t_1 = \frac{z + t_0 tg\alpha_1}{1 + tg\alpha_1} \quad (2.32)$$

Глубина резания на  $i$ -ом проходе

$$t_i = \frac{\left( z - \sum_{i=1}^{n-1} t_i \right) + t_0 tg\alpha_1}{1 + tg\alpha_1} \quad (2.33)$$

Из рис.2.13 видно, что под действием сил резания происходит деформация шпиндельного узла шлифовального станка. В результате фактический (расчетный) сьем металла будет отличаться от глубины шлифования, установленной по нониусу станка

$$t = t_n - \Delta_0, \quad (2.34)$$

где  $t$  – фактический сьем металла (расчетный);  $t_n$  – лимбовая глубина шлифования;  $\Delta_0$  – величина смещения круга в направлении нормали к кругу.

Величину  $\Delta_0$  можно определить из выражения [260]

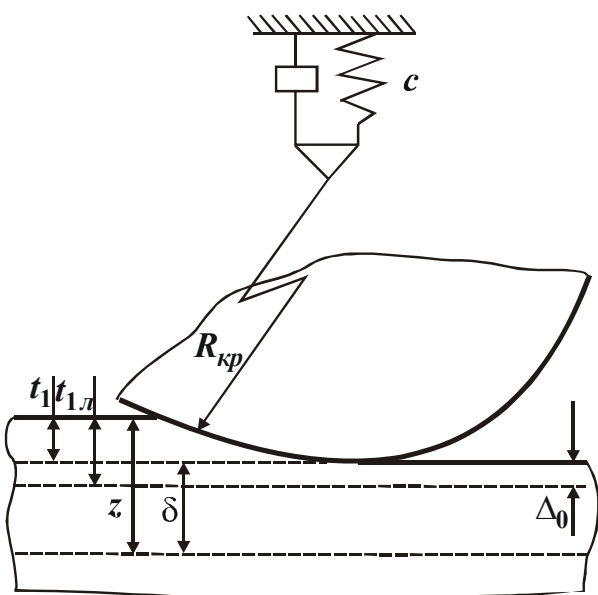


Рис. 2.13. Расчетная схема для определения глубины дефектного слоя.



$$\Delta_0 = \frac{k_0}{c_{жс} + k_0} \cdot t_l, \quad (2.35)$$

где  $c_{жс}$  – статическая жесткость упругой системы шпиндельного узла, Н/мм;  $k_0$  – динамическая жесткость, характеризующая силу резания, приходящуюся на единицу глубины внедрения шлифовального круга в металл, Н/мм.

В технологических картах технолог указывает лимбовые глубины. После подстановки выражения (2.35) в (2.34) и некоторых преобразований, получена формула для определения лимбовых глубин шлифования

$$t_l = \frac{t}{1 - \frac{k_0}{k_0 + c_{жс}}}. \quad (2.36)$$

Для зубошлифовального станка 5851 жесткость шпиндельного узла  $c_{жс} = 7000 \text{ Н/мм}$ , динамическая жесткость  $k_0 = c_{жс} \cdot \left( \frac{t_l}{t} - 1 \right)$  и равна  $k_0 = 4666 \text{ Н/мм}$ .

Таблица 2.18

№ прохода	5851 $\alpha_u = 0$		5851 $\alpha_u = 15^\circ$		5831	
	$C_{жс}$ , Н/мм	$K_0$ , Н/мм	$C_{жс}$ , Н/мм	$K_0$ , Н/мм	$C_{жс}$ , Н/мм	$K_0$ , Н/мм
	7000	4666	7000	4666	7000	4666
	глубины шлифования, мм		глубины шлифования, мм		глубины шлифования, мм	
$t$	$t_l$	$t$	$t_l$	$t$	$t_l$	
1	0,0942	0,157	0,068	0,111	0,0420	0,069
2	0,0500	0,083	0,045	0,074	0,0300	0,049
3	0,0270	0,045	0,032	0,052	0,0220	0,036
4	0,0140	0,023	0,022	0,036	0,0166	0,027
5	0,0700	0,011	0,008	0,013	0,0122	0,020
6	0,0080	0,013	0,008	0,013	0,0090	0,015
7			0,008	0,013	0,0066	0,011
8			0,007	0,011	0,0050	0,008

В табл.2.18 представлены расчетные значения глубин шлифования при удалении максимального общего припуска  $z = 0,2$  мм.

Рассмотренная методика распределения припуска по проходам может быть использована на этапе проектирования операции зубошлифования (при оптимизации режимов) и на этапе механической

обработки (при диагностике режимов).

Однако данная методика распределения припуска основана на конкретных экспериментальных данных. Она не позволяет сделать обобщение для всего диапазона режимов зубошлифования.

Для получения более обобщенной математической модели необходимо установить функциональную связь параметров  $t_0$  и  $tg\alpha_1$  с режимами шлифования. Для определения функциональных связей параметров  $t_0$  и  $tg\alpha_1$  с режимами необходимо решить дифференциальное уравнение теплопроводности  $T(x, \tau)$ . Полученную зависимость приравняем к величине критической температуры  $T(x, \tau) = T_{kp}$ , где  $x$  – глубина распространения температуры  $T_{kp}$ , при которой начинается распад мартенситной структуры.

Зависимость глубины  $x_{kp}$  от плотности теплового потока  $q$  и времени воздействия теплового источника  $\tau$  установлена в работе [121] в виде следующей структурной формулы

$$x_{kp} = h_d = \alpha_1 \cdot q \cdot (\tau - \tau_0)^{\beta_1}, \quad (2.37)$$

где  $\alpha, \beta$  – коэффициенты, зависящие от теплофизических параметров обрабатываемого материала;  $\tau_0$  – фиксированная величина времени воздействия теплового источника, при которой температура в зоне контакта достигает критической величины  $T_{kp}$  (при  $\tau \geq \tau_0$  происходит распад мартенситовой структуры, т.е. появляется прижог – дефектный слой).

Максимальная температура на поверхности в зоне шлифования, т.е. при  $x = 0$  в соответствии с решением одномерного дифференциального уравнения теплопроводности, описывается уравнением

$$T = \frac{2 \cdot q}{\lambda} \cdot \sqrt{\frac{a \cdot \tau}{\pi}}, \quad (2.38)$$

где  $a, \lambda$  – температуро- и теплопроводность обрабатываемого материала.

Из уравнения (2.38) при  $T = T_{kp}$  получим

$$\tau = \tau_0 = \frac{T_{kp}^2 \cdot \lambda^2 \cdot \pi}{4 \cdot q^2 \cdot a}. \quad (2.39)$$

Максимальное время воздействия теплового источника  $\tau$  равно отношению длины дуги контакта теплового источника к скорости его

перемещения. Например, при плоском шлифовании

$$\tau = \frac{\sqrt{D \cdot t}}{V_{cm}}, \quad (2.40)$$

где  $D$  – диаметр шлифовального круга;  $t$  – глубина шлифования;  $V_{cm}$  – скорость стола станка.

Плотность теплового потока  $q$  определяется по формуле

$$q = \frac{N \cdot \psi}{S}, \quad (2.41)$$

где  $S$  – площадь контакта;  $N$  – мощность, затрачиваемая на шлифование;  $\psi$  – коэффициент тепловода.

Для плоского шлифования

$$q = \frac{N \cdot \psi}{\sqrt{D \cdot t} \cdot S_n}, \quad (2.42)$$

где  $S_n$  – поперечная подача или ширина полосы шлифования.

С учетом уравнений (2.37) и (2.42) получена формула

$$h_\delta = \alpha \cdot \frac{N \cdot \psi}{\sqrt{D \cdot t} \cdot S_n} \cdot \left( \frac{\sqrt{D \cdot t}}{V_\delta} - \frac{T_{kp}^2 \lambda^2 \pi \cdot D \cdot t \cdot S_n^2}{4 \cdot \psi^2 N^2 a} \right)^\beta. \quad (2.43)$$

При  $h_\delta = 0$  выражение (2.43) преобразуется к виду

$$\frac{\sqrt{D \cdot t}}{V_\delta} = \frac{\pi \cdot T_{kp}^2 \cdot \lambda^2 \cdot S_n^2 \cdot D \cdot t}{4 \cdot a \cdot \psi^2 \cdot N^2}. \quad (2.44)$$

Откуда

$$N = \frac{T_{kp} \cdot \lambda \cdot S_n \sqrt{\pi \cdot V_\delta \sqrt{D \cdot t}}}{2 \cdot \psi \cdot \sqrt{a}}. \quad (2.45)$$

Известно, что

$$N = c \cdot t_0^x \cdot S_n^y \cdot V_\delta^z. \quad (2.46)$$

Для определения глубины шлифования, при которой не образуется дефектный слой  $t_0$ , необходимо приравнять выражения (2.46) и (2.45) и полученное уравнение решить относительно  $t_0$ . При шлифовании стали 12Х2Н4А экспериментально установлены коэффициент  $c = 7,85 \cdot 10^7$  и показатели степени  $x = 0,72$ ;  $y = 0,43$ ;  $z = 0,95$ .

После подстановки данных в выражения (2.46) и (2.45), получим

$$t_0 = \left( \frac{T_{kp} \cdot \lambda \cdot S_n^{0,75} \sqrt{\frac{\pi}{a} \sqrt{D}}}{2 \cdot \psi \cdot c \cdot V_\delta^{0,45}} \right)^{2,12} \quad (2.47)$$

При исходных данных:  $T_{kp} = 350 \text{ }^\circ\text{C}$ ;  $S_n = 3,6 \cdot 10^{-3}$  м/ход;  $\lambda = 16,7$ ;  $V_\delta = 0,057$  м/с;  $D = 0,25$  м;  $\psi = 0,8$ ;  $a = 3 \cdot 10^{-6}$  м<sup>2</sup>/с; глубина шлифования  $t_0 = 7,8 \cdot 10^{-6}$  м.

Из анализа выражения (2.47) следует, что глубина шлифования, при которой не происходят структурные превращения, не является постоянной величиной. Она зависит от марки обрабатываемого материала и режимов шлифования. Например, при  $S_n = 1,2 \cdot 10^{-3}$  м/ход глубина шлифования  $t_0 = 2,1 \cdot 10^{-6}$  м, а при  $S_n = 3,6 \cdot 10^{-3}$  м/ход –  $t_0 = 7,8 \cdot 10^{-6}$ . Чтобы производить распределение припуска по проходам надо знать тангенс угла наклона прямой  $h_\delta = \varphi(t)$ . Этот параметр  $tg\alpha$  зависит от глубины дефектного слоя  $h_{\delta_2}$ , глубины шлифования на данном проходе  $t_1$  и глубины шлифования  $t_0$ .

Для определения угла наклона прямой  $h_\delta = \varphi(t)$  воспользуемся уравнением прямой линии, проходящей через две точки

$$y_2 - y_1 = k(x_2 - x_1). \quad (2.48)$$

Таблица 2.19

Параметры	Ст 12Х2Н4А ( $a = 3 \cdot 10^{-6}$ ; $\lambda = 16,7$ )	Ст Р6М5 ( $a = 8 \cdot 10^{-5}$ ; $\lambda = 40$ )
$N$ , Вт	499	1425
$q$ , Вт/м <sup>2</sup>	$2,5 \cdot 10^6$	$51,7 \cdot 10^6$
$h_\delta$ , м	$29,9 \cdot 10^{-6}$	$45 \cdot 10^{-6}$
$tg\alpha_1$	0,259	0,40
$t' = 10t_0$ , м	$78 \cdot 10^{-6}$	$150 \cdot 10^{-6}$
$t_0$ , м	$7,8 \cdot 10^{-6}$	$15 \cdot 10^{-6}$

Принимаем  $y_2 = h_{\delta_2}$ ;  $y_1 = h_{\delta_1} = 0$ ;  $x_2 = t'$ ;  $x_1 = t_0$ , где  $h_{\delta_2}$  – глубина дефектного слоя, соответствующая глубине шлифования  $t'$ ;

$$k = tg\alpha_1 = \frac{h_{\delta_2}}{t' - t_0}. \quad (2.49)$$

В табл. 2.19 представлены расчетные значения технологических параметров ( $N$ ,  $q$ ,  $h_\delta$ ,  $tg\alpha_1$ ,  $t$ ,  $t_0$ ) при шлифовании сталей 12Х2Н4А и Р6М5 на режиме:  $T_{кр} = 350^\circ C$ ;  $\psi = 0,8$ ;  $V_\delta = 0,12$  м/с;  $D = 0,25$  м;  $c = 7,85 \cdot 10^7$ ;  $S_n = 3,6 \cdot 10^{-3}$  м/ход.

Из анализа полученных данных, приведенных в таблице, видно, что марка обрабатываемого материала оказывает существенное влияние на мощность, затрачиваемую на резание  $N$ , интенсивность теплового потока и глубину резания  $t_0$ , которая определяет начало возникновения структурных изменений в материале. Сталь Р6М5 имеет более высокую теплостойкость по сравнению со сталью 12Х2Н4А, допускает возможность шлифования с более повышенными глубинами, сохраняя при этом исходное состояние структуры.

Для определения тангенсов угла наклона, приведенных в табл. 2.19, использовались две точки, лежащие на прямой:  $A_1(7,8; 0)$ ;  $B_1(78; 29,9)$ ;  $A_2(15; 0)$ ;  $B_2(150; 45)$ .

Таблица 2.20

Режимы шлифования					
12Х2Н4А; $S_n = 3,6 \cdot 10^{-3}$ м/ход; $tg\alpha_1 = 0,4259$ ; $t_0 = 7,8 \cdot 10^{-6}$ м; $V_\delta = 0,12$ м/с					
Параметры	Проходы				
$t_i$ , мм	0,143	0,042	0,0128	0,00217	
$q$ , Вт/м <sup>2</sup>	$13,4 \cdot 10^6$	$15,2 \cdot 10^6$	$20,6 \cdot 10^6$	$20,7 \cdot 10^6$	
$N$ , Вт	360	149,2	83	34,5	
$a$ , Дж/мм <sup>3</sup>	6,99	9,88	18,1	43,5	
Режимы шлифования					
12Х2Н4А; $S_n = 2,4 \cdot 10^{-3}$ м/ход; $tg\alpha_1 = 0,6553$ ; $t_0 = 4,8 \cdot 10^{-6}$ м; $V_\delta = 0,12$ м/с					
$t_i$ , мм	0,122	0,049	0,0194	0,0077	0,002
$N$ , Вт	230	184	145,9	116,5	82,7
$a$ , Дж/мм <sup>3</sup>	5,26	10,43	20,9	42,1	114,9
Режимы шлифования					
Р6М5; $S_n = 3,6 \cdot 10^{-3}$ м/ход; $tg\alpha_1 = 0,40$ ; $t_0 = 15 \cdot 10^{-6}$ м; $V_\delta = 0,12$ м/с					
$t_i$ , мм	0,147	0,042	0,012		

В табл. 2.20 представлены расчетные значения глубин шлифования сталей 12Х2Н4А и Р6М5 при послойном удалении общего припуска  $z = 0,2$  мм.

Из анализа данных следует, что с уменьшением продольной подачи  $S_n$  уменьшается глубина  $t_0$  и увеличивается угол наклона пря-

мой  $h_d = \varphi(t)$  и, как следствие, увеличивается количество проходов, необходимых для удаления заданного припуска. С уменьшением глубины резания возрастает удельная работа шлифования.

Разработанная методика распределения припуска по проходам позволяет стабилизировать качество поверхностного слоя при шлифовании зубчатых колес.

## 2.4. ВЛИЯНИЕ ПЕРЕКРЕСТНОГО ПРОЦЕССА ШЛИФОВАНИЯ НА КАЧЕСТВО ПОВЕРХНОСТНОГО СЛОЯ ЗУБЧАТЫХ КОЛЕС

### 2.4.1. ОСТАТОЧНЫЕ НАПРЯЖЕНИЯ ПРИ ПЕРЕКРЕСТНОМ ШЛИФОВАНИИ ЗУБЧАТЫХ КОЛЕС

Технологические остаточные напряжения возникают в результате пластической деформации металла поверхностного слоя, фазовых и структурных изменений. Остаточные напряжения возникают от

неоднородного силового и теплового полей внутри тела.

Микронапряжения соизмеримы с размерами детали, так как уравниваются в области одного порядка с размерами детали. Кроме того, они имеют ориентацию, связанную с формой детали.

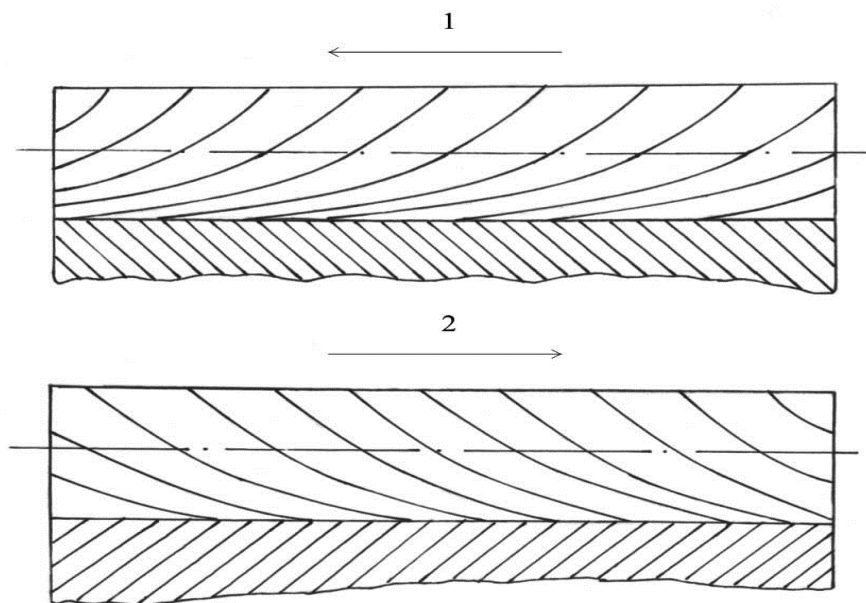


Рис. 2.14. Следы круга при двухстороннем делении колеса.

На рис. 2.14 видны следы нанесенных рисок от тарельчатого круга при шлифовании зубчатого колеса на станке МААГ (5851) с  $15^\circ$  настройкой кругов при двухстороннем делении колеса.

При движении зубчатого колеса справа налево по направлению стрелки 1 на боковой поверхности зуба видны следы рисок от тарельчатого круга. После деления зубчатого колеса и реверсирования

направления движения колеса риски на боковой поверхности другого зуба имеют противоположное направление.

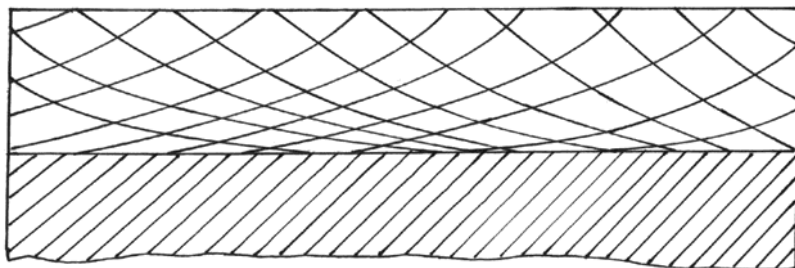


Рис. 2.15. Следы круга при одностороннем делении круга.

На рис. 2.15 представлен внешний вид зуба колеса после шлифования на станке МААГ (5851) при одностороннем делении. При данной схеме настройки станка

(одностороннем делении) переход на обработку следующего зуба производится после завершения цикла обработки одного зуба, включающего правые и левые перемещения стола.

При данной схеме обработки на боковую поверхность зуба наносится сетка перекрещивающихся следов от круга.

В работе Свирщева В.И. [220] приведены сравнительные исследования остаточных напряжений при перекрестном (планетарном) шлифовании и обычном плоском шлифовании. Сравнительные исследования показали, что при обычном способе шлифования в поверхностном слое формируются остаточные напряжения растяжения, величина которых на глубине 5–10 мкм составляет 400–500 МПа, а на глубине 70–80 мкм они переходят в сжимающие. При воздействии этих напряжений образцы деформировались. При перекрестном шлифовании, которое сопровождается перерезанием волокон, сформированных на предыдущем проходе, зафиксированы остаточные напряжения порядка 50–70 МПа. На ряде образцов выявлены сжимающие напряжения. После обработки отсутствует коробление.

При зубошлифовании на станках МААГ с  $15^\circ$  настройкой кругов просматривается аналогичная картина. При одностороннем делении вытянутые и деформированные волокна предыдущего прохода пересекаются с волокнами под некоторым углом на последующем проходе.

Для оценки влияния технологической наследственности на качество поверхностного слоя зубчатых колес проводилась специальная серия исследований.

На специальном приспособлении (оправке) закреплялись плоские образцы (100 x 19 x 15 мм). Эти образцы шлифовались на зубошлифовальном станке МААГ (5851). На основании проведенного

исследования получены функциональные соотношения для расчета технологических остаточных напряжений 1 рода [29].

При двустороннем делении зубчатого колеса

$$\sigma = 12 \cdot 10^3 \cdot V_{\delta}^{-0,6909} \cdot S^{0,526} \cdot t^{0,161} \cdot \tau^{-0,104} \quad (2.50)$$

При перекрестном шлифовании (одностороннем делении зубчатого колеса)

$$\sigma = 3 \cdot 10^6 \cdot V_{\delta}^{0,12} \cdot S^{0,9} \cdot t^{0,337} \cdot \tau^{-0,036} \quad (2.51)$$

где  $V_{\delta}$  – м/с;  $t \cdot 10^{-6}$  м;  $S \cdot 10^{-3}$  м/ход.

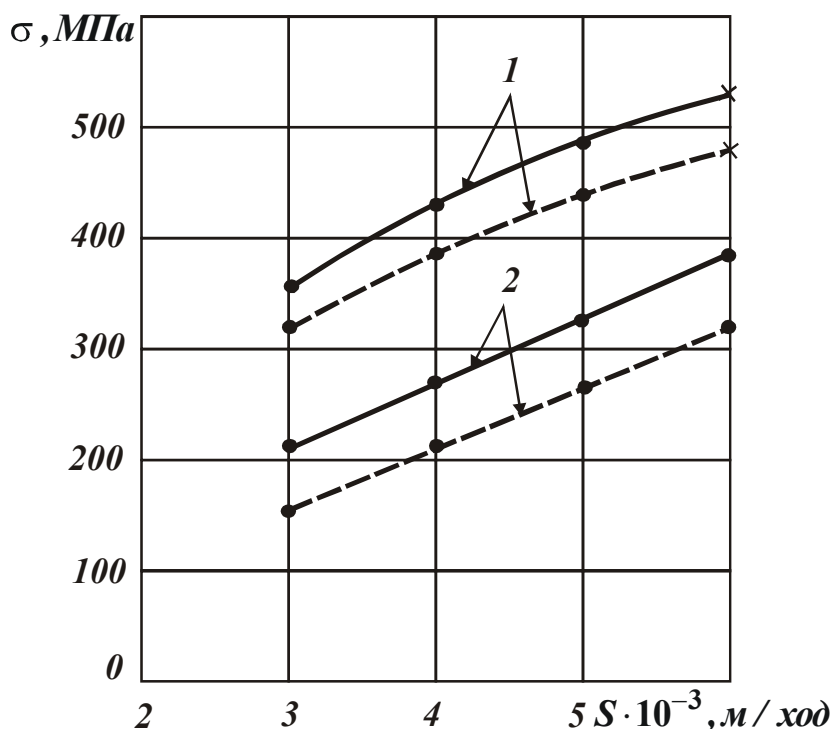


Рис. 2.16. Зависимость остаточных напряжений от поперечной подачи ( $V_{\delta}=0,16$  м/с;  $\tau=4$  мин). Шлифование с двухсторонним делением (кривая 1), односторонним делением перекрестное (кривая 2). Контурные линии  $t=6 \cdot 10^{-6}$  м, пунктирные  $t=3 \cdot 10^{-6}$  м.

По эмпирическим зависимостям построены графики, представленные на рис. 2.16.

Из анализа кривых видно, что с увеличением продольной подачи величина остаточных напряжений возрастает. Но при перекрестном шлифовании величина остаточных напряжений значительно ниже, чем при шлифовании с двусторонним делением. С увеличением скорости обкатки уменьшается время воздействия теплового источника на контактные участки шлифуемой

поверхности, что уменьшает влияние теплового фактора в формировании остаточных напряжений. Глубина шлифования и продольная подача оказывают более сильное влияние на динамику роста напряжений по сравнению с увеличением скорости обкатки. Уменьшение



остаточных напряжений при перекрестном шлифовании можно объяснить на основе рассмотрения кинетики формирования остаточных напряжений [292].

В работах Подзезя А.В. [185] рекомендуется для уменьшения остаточных напряжений задавать на последующих проходах течение материала в направлении перпендикулярном течению материала на предшествующих проходах. Такой способ удаления припуска позволяет последующим проходам компенсировать остаточные напряжения по величине и знаку, которые возникают на предшествующем проходе.

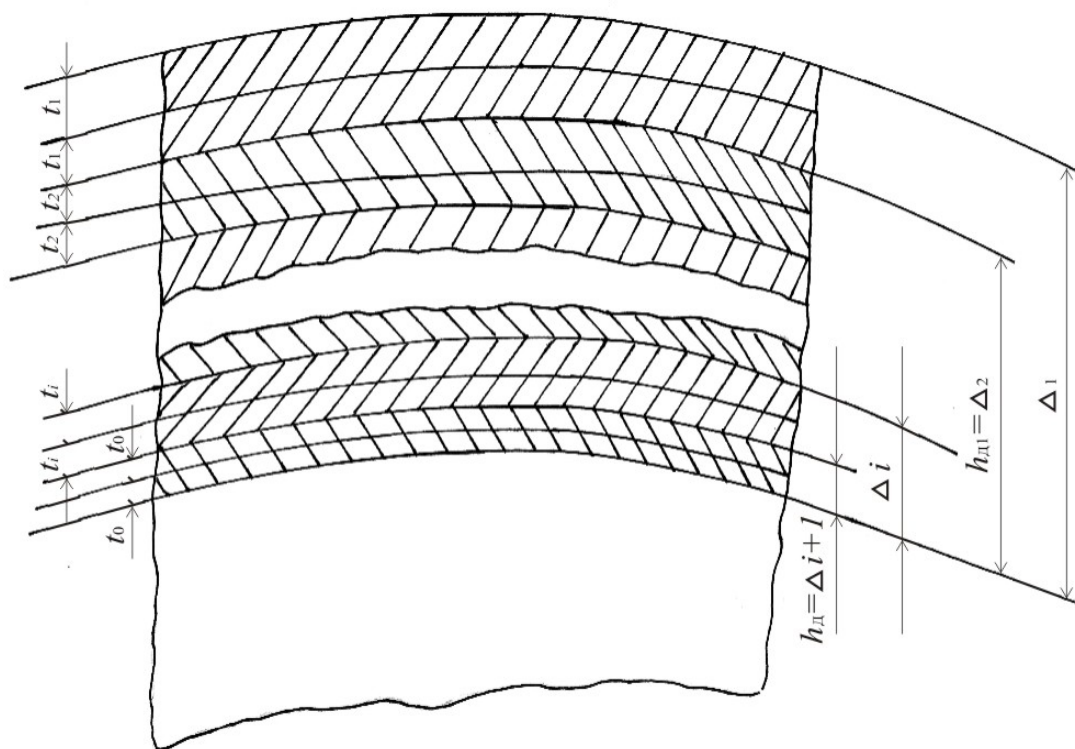


Рис. 2.17. Схема съема припуска при зубошлифовании на станке МААГ (5851).

На рис. 2.17 приведена схема удаления припуска с боковых поверхностей зубьев. На схеме указаны  $\Delta_1, \Delta_2, \dots, \Delta_i$  величины припусков перед первой парой проходов, перед второй парой проходов, перед  $i$ -ой парой проходов. Глубины шлифования  $t_1, t_2, \dots, t_i$  соответственно равны глубинам на первом, втором и последующем текущем проходе ( $t_0$  – глубина шлифования, при которой не возникают шлифовочные дефекты).

На рис. 2.17 показаны глубины дефектных слоев  $h_{\delta 1}, h_{\delta 2}, \dots, h_{\delta i}$ , которые соответствуют оставшимся припускам  $\Delta_1, \Delta_2, \dots, \Delta_i$  под по-

следующую обработку. На первой паре проходов в поверхностном слое зубьев шестерен шлифовочные дефекты не возникают, если выполняется следующее равенство

$$tg\alpha_1 \cdot (t_1 - t_0) = \Delta_1 - 2 \cdot t_1. \quad (2.52)$$

Выполняя равенство (2.52) для каждой последующей пары проходов при  $tg\alpha_1 \cdot t_0 = const$ , выражение для глубины шлифования на  $i$ -ой паре проходов примет вид

$$t_i = \frac{\left( \Delta_1 - \sum_{i=1}^{n-1} 2t_i \right) + t_0 \cdot tg\alpha}{1 + tg\alpha}. \quad (2.53)$$

Нанесение перекрещивающихся рисок на боковых поверхностях зубьев создает мааговскую сетку, которая благотворно влияет на работоспособность зубчатой передачи. За счет создания масляных карманов в углублениях мааговской сетки улучшаются условия смазки в зоне контакта зубьев. Приведенный анализ наглядно показывает влияние технологической наследственности на качество поверхностного слоя и эксплуатационные условия работы зубчатых колес.

#### 2.4.2. МИКРОРЕЛЬЕФ ПОВЕРХНОСТИ ПРИ ПЕРЕКРЕСТНОМ ЗУБОШЛИФОВАНИИ НА СТАНКАХ 5851 С 15° УСТАНОВКОЙ КРУГОВ

Зубошлифование на станках 5851 осуществляется узкой полоской торца круга. Ширина этой полоски зависит от угла поднутрения шлифовального круга и глубины шлифования. За одно обкаточное движение режущая кромка круга прорезает на боковой поверхности зуба риску переменного сечения, расширяющуюся от ножки к головке. Глубина риски зависит от толщины снимаемого слоя, а ширина – от угла поднутрения шлифовального круга. Наложение рисок, смещенных одна по отношению к другой, формирует рельеф поверхности. На рис.2.18 представлена схема формирования неровностей на боковой поверхности зуба.

Из схемы формирования макрорельефа следует, что высота неровностей  $h$  уменьшается от головки к ножке. Величина неровностей зависит от продольной подачи зубчатого колеса на одно качание. Для определения высоты неровностей  $h$  рассмотрим расчетную схему (рис. 2.18).

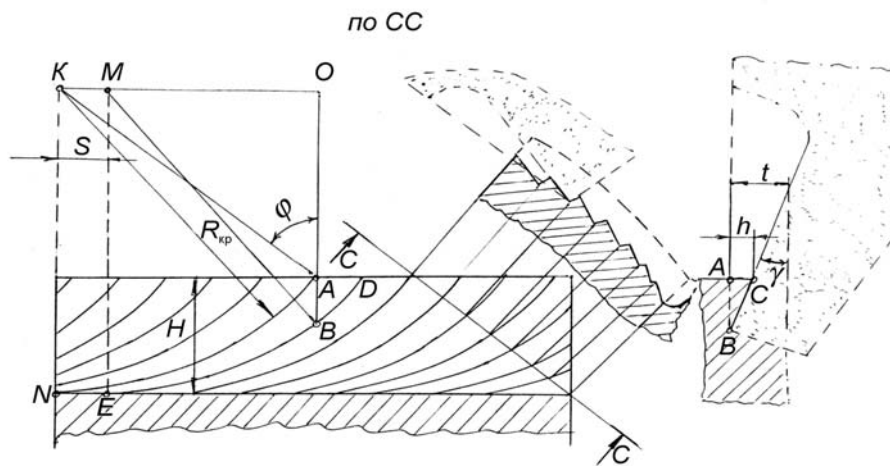


Рис. 2.18. Расчетная схема для определения высоты неровностей  $h$  при шлифовании кругом, имеющим острую режущую кромку.

На боковой поверхности зуба показаны два следа  $NA$  и  $ED$  от режущей кромки тарельчатого шлифовального круга. За период обкатки центр шлифовального круга перемещается вдоль оси зубчатого колеса на величину подачи  $S$ . При шлифовании зуба тарельчатым кругом с острой режущей кромкой высота неровностей определяется из выражения

$$h = AB \cdot \operatorname{tg} \gamma, \quad (2.54)$$

где  $\gamma$  – угол поднутрения шлифовального круга.

Катет  $AB$  определяется из расчетной схемы  $AB^2 = OB^2 - OA^2$ .

Из треугольника  $AOK$  катет  $AO$  равен

$$AO = R_{kp} \cdot \cos \varphi. \quad (2.55)$$

Из треугольника  $BMO$  катет  $OB$  равен

$$OB = \sqrt{R_{kp}^2 - (R_{kp} \cdot \sin \varphi - S)^2}. \quad (2.56)$$

После подстановки выражений (2.55) и (2.56) в (2.54) формула для расчета высоты неровностей будет иметь вид

$$h = \left[ \sqrt{R_{kp}^2 - (R_{kp} \cdot \sin \varphi - S)^2} - R_{kp} \cdot \cos^2 \varphi \right] \cdot \operatorname{tg} \gamma. \quad (2.57)$$

Из анализа выражения (2.57) следует, что высота неровностей возрастает с увеличением продольной подачи  $S$ . На головке зуба высота неровностей достигает максимального значения, а к ножке зуба она уменьшается.

Для определения высоты неровностей были проведены расчеты. Исходные данные:  $h_1 = 0,03386$  мм;  $H = 5$  мм;  $S_1 = 3$  мм/ход;  $D_{kp} = 137,5$  мм;  $\gamma = 5^\circ$ ;  $S_2 = 1,0$  мм/ход;  $h_2 = 0,01288$  мм.

Из опыта изготовления шестерни известно, что если шлифовальный круг заправить под острую кромку, то на боковой поверхно-

На боковой поверхности зуба показаны два следа  $NA$  и  $ED$  от режущей кромки тарельчатого шлифовального круга. За период обкатки центр шлифовального круга перемещается

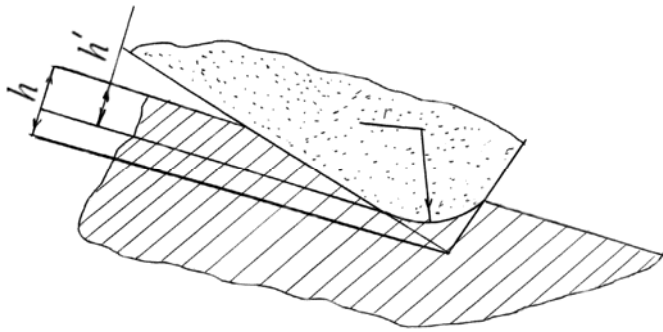


Рис. 2.19. Расчетная схема высоты неровностей при зубошлифовании на станке 5851 с 15° настройкой круга.

сти зуба остаются глубокие риски, которые являются концентраторами напряжений. В реальных условиях зубошлифования режущую кромку закругляют (радиус закругления  $r = 0,3 - 0,4$ ). При этих условиях шлифования высота неровностей уменьшается (рис. 2.19.).

На рис. 2.20 представлена схема удаления припуска на черновом и чистовом проходах.

Черновые проходы выполняются с большими подачами  $S_{\text{чист}} = 300-400$  мм/мин. На чистовых проходах подачи уменьшаются до  $S_{\text{чист}} = 100-200$  мм/мин. Несовпадение по фазе волн неровностей может привести к тому, что на чистовых проходах глубина снимаемого слоя на отдельных участках может быть соизмерима с глубиной срезаемого слоя на черновых проходах, а иногда и превышает ее. При этих условиях зубошлифования нарушается условие, которое принято

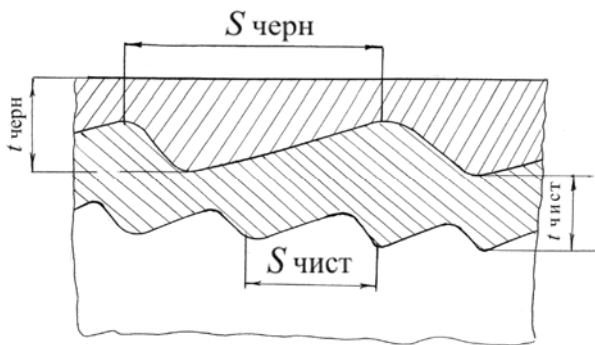


Рис. 2.20. Схема удаления припуска при черновом 1 и чистовом 2 проходах.

в основу разработки методики распределения припуска по проходам, т.е. глубина дефектного слоя здесь будет превышать оставшийся припуск под последующую обработку.

Для подтверждения влияния технологической наследственности на качество поверхностного слоя зубчатых колес при зубошлифовании в работе

[291] приведены сравнительные данные по микротвердости поверхностного слоя зубьев после шлифования их на станке МААГ (5851) с нулевой и 15-и градусной установкой тарельчатых кругов с одинарным делением заготовки.

На рис. 2.21 представлены кривые изменения микротвердости по глубине шлифования зубчатых колес на станке 5851 с 15-и градусной (а) и нулевой (б) настройкой кругов.

После шлифования зубьев с нулевой настройкой кругов полу-

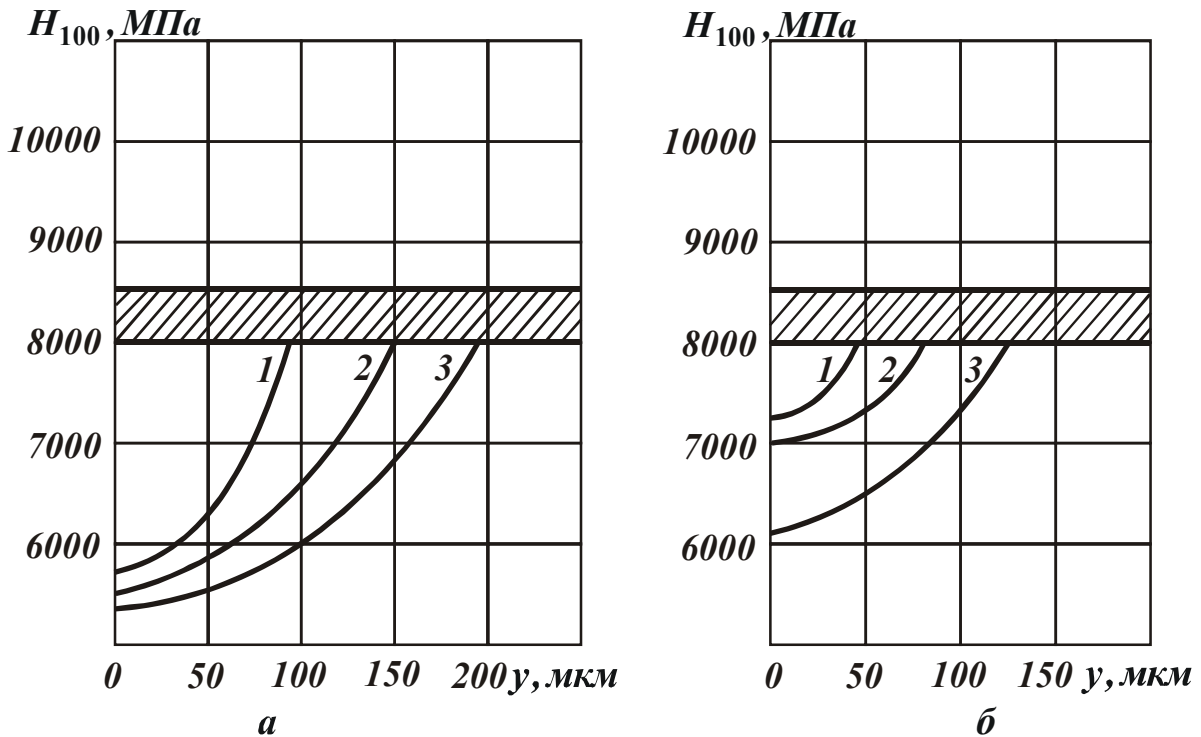


Рис. 2.21. Кривые изменения микротвердости после шлифования зубчатых колес на станке 5851 с  $15^\circ$  (а) и нулевой (б) настройкой кругов на режимах:  $t = 0,03$  мм,  $S_{\text{чери}} = 250$  (кривая 1),  $S = 325$  (кривая 2) и  $S = 400$  (кривая 3),  $S_{\text{уст}} = 100$  мм/мин.

чены следующие результаты: микротвердость снижается по отношению к исходной до зубошлифования  $H_{100} = 8000$  МПа до 7200; 7000; 6000 МПа, при глубинах отпущенных слоев 0,045, 0,075 и 0,14 мм.

После шлифования зубчатых колес с настройкой кругов  $15^\circ$  микротвердость на поверхности уменьшилась до 5500 МПа с выходом на исходную микротвердость  $H_{100} = 8000$  МПа на глубинах 0,09 мм, 0,15 мм и 0,18 мм. В интервале изменения глубины шлифования от 0,03 мм до 0,15 мм степень отпуска и глубина дефектного слоя увеличиваются от 29 % до 59 % и от 50 мкм до 400 мкм соответственно.

Частота качаний стола оказывает на качественные показатели неоднозначное влияние. В интервале изменения частоты качания стола от  $100 \text{ мин}^{-1}$  до  $210 \text{ мин}^{-1}$  степень отпуска и глубина дефектного слоя увеличиваются от 22 % до 38 % и от 50 мкм до 98 мкм соответственно. Дальнейшее увеличение частоты качаний стола от  $210 \text{ мин}^{-1}$  до  $300 \text{ мин}^{-1}$  вызывает уменьшение степени отпуска и глубины дефектного слоя от 38 % до 28,8 % и от 98 мкм до 60 мкм соответственно.

Для пояснения полученных результатов рассмотрим влияние

скорости перемещения теплового источника на температуру в зоне шлифования.

С увеличением частоты качаний стола увеличивается скорость перемещения теплового источника. При постоянной минутной продольной подаче стола  $S$ , мм/мин, с увеличением скорости перемещения теплового источника возрастает интенсивность съема металла в единицу времени  $Q$ , мм<sup>3</sup>/с, и возрастает интенсивность теплового потока  $q$ , Вт/мм<sup>2</sup>. С другой стороны с увеличением числа качаний стола при постоянной минутной подаче стола  $S$ , мм/мин, уменьшается подача на одно качание и уменьшается время воздействия теплового источника на боковую поверхность зуба.

С увеличением частоты качаний стола или скорости перемещения теплового источника, с одной стороны, возрастает интенсивность съема металла, а с другой стороны, уменьшается подача на одно качание. Первое увеличивает интенсивность теплового потока и температуру шлифования, а второе уменьшает интенсивность теплового потока и температуру шлифования. В зависимости от того, какой из указанных факторов оказывает преобладающее влияние, температура в зоне резания по мере возрастания скорости обкатки может увеличиваться, оставаться неизменной и даже уменьшаться.

В заключение следует заметить, что процесс зубошлифования с частотой качания стола  $n \leq 100$  мин<sup>-1</sup> из-за низкой производительности на заводах не применяется. При шлифовании зубчатых колес с частотой качания стола  $n \geq 350$  мин<sup>-1</sup> возникают большие инерционные силы от качающихся частей станка, которые деформируют ленты, вызывая появление погрешности профиля зуба. Оптимальные значения частот качаний составляют 180–200 в минуту, но при этом часто возникают значительные структурные изменения в материале.

Проведенный анализ наглядно показывает роль технологической наследственности на точность и качество поверхностного слоя.

## **2.5. СВЯЗЬ ИСХОДНОЙ ТВЕРДОСТИ МАТЕРИАЛА С КАЧЕСТВОМ ПОВЕРХНОСТНОГО СЛОЯ ЗУБЧАТЫХ КОЛЕС**

При шлифовании зубчатых колес часто на заводах появляется массовый брак из-за наличия шлифовочных трещин на боковых поверхностях зубьев. Проведенный анализ показал, что шлифовочные трещины возникают на тех зубчатых колесах, которые после химико-

термической обработки имеют твердость порядка HRC 65–66.

Для объяснения причин, вызывающих разрушение поверхностного слоя зубьев, проводилась специальная серия экспериментов. Были изготовлены 2 партии образцов из стали 12Х2Н4А. Одна партия образцов после цементации и закалки имела твердость HRC 58–60, а вторая – HRC 65–66. После шлифования образцов на станке 3Г71 кругом 24А25СМ26К5 на режиме  $t = 0,05$  мм;  $V_d = 10$  м/мин;  $V_{кр} = 30$  м/с цветной дефектоскопией выявились шлифовочные трещины. На рис. 2.22 представлены внешние виды образцов после шлифования.

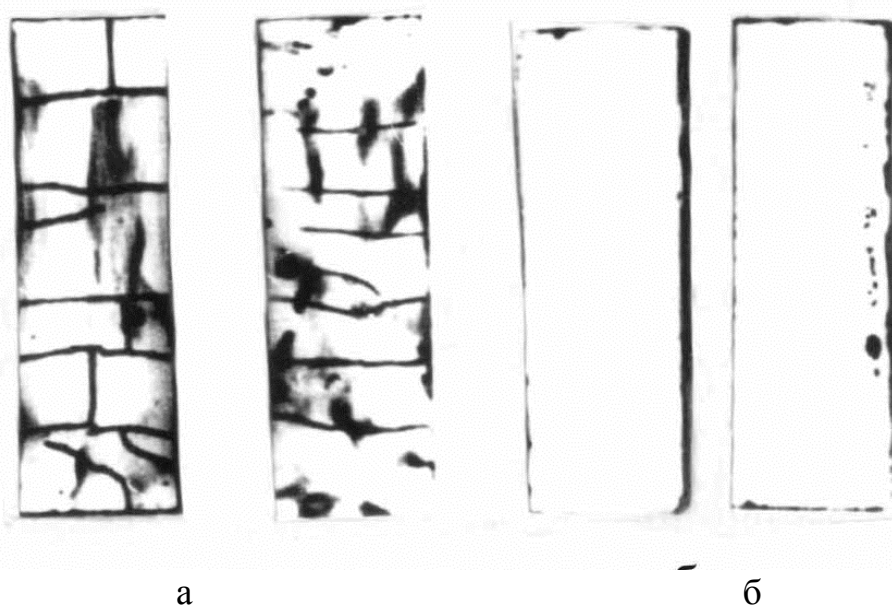


Рис. 2.22. Внешние виды образцов: с исходной твердостью HRC 65–66 (а) и HRC 58–60 (б).

На образцах, имеющих твердость HRC 65–66, цветной дефектоскопией обнаружены трещины. На приборе ПМТЗ по косому срезу были произведены измерения микротвердости. На всех образцах независимо от ис-

ходной твердости обнаружено на глубине 0,05–0,06 мм снижение микротвердости до  $H_{100} = 4500$  МПа. На образцах, имеющих исходную твердость HRC 65–66, твердость снижается после шлифования с 11000 МПа до 4500 МПа, а на образцах, имеющих исходную твердость HRC 58–60, твердость снижается с  $H_{100} = 7400$  МПа до  $H_{100} = 4500$  МПа.

Известно, что с увеличением градиента твердости увеличиваются временные термоупругие напряжения, которые вызывают разрушение поверхности.

Приведенные данные убедительно показывают влияние технологической наследственности на качество поверхностного слоя зубчатых колес.

## 2.6. ВЛИЯНИЕ КРИТИЧЕСКИХ ТОЧЕК СТРУКТУРНЫХ ПРЕВРАЩЕНИЙ МАТЕРИАЛА НА СКЛОННОСТЬ ЕГО К ВОЗНИКНОВЕНИЮ ШЛИФОВОЧНЫХ ТРЕЩИН

Процесс шлифования зубчатых колес сопровождается высокими скоростями нагрева (порядка  $3-5 \cdot 10^3$  К/с) до температур 973 К и выше и резким охлаждением со скоростью того же порядка. Этот процесс аналогичен процессу закалки ТВЧ. Высокие скорости нагрева в процессе шлифования по данным Садовского В.Д.[215], Курдюмова Г.В.[114], Гридиева [57] приводят к образованию метастабильных структур, имеющих смещение критических точек  $A_{C1}$  и  $A_{C3}$  в область более низких температур.

На рис. 2.23 представлена метастабильная диаграмма сплавов Fe–C [57].

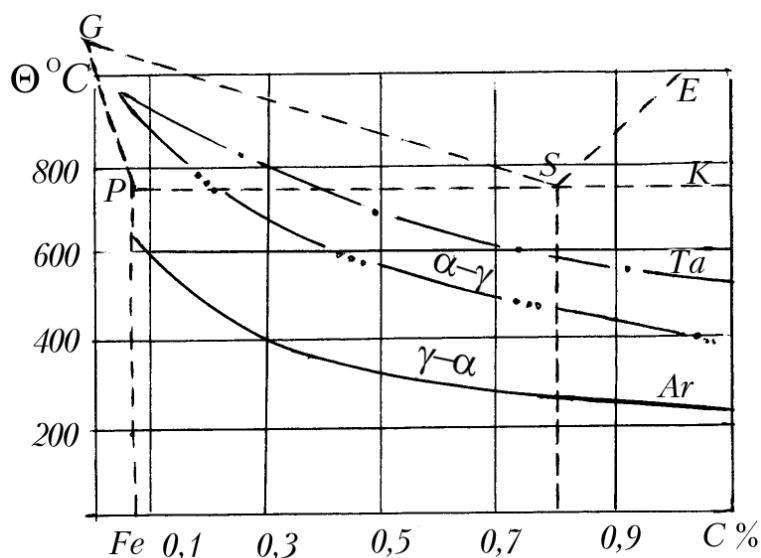


Рис.2.23. Метастабильная диаграмма сплава Fe–C.

Кроме того, высокие скорости нагрева и охлаждения влияют на температурный коэффициент линейного расширения ТКЛР. Произвести измерение ТКЛР при таких высоких скоростях нагрева и охлаждения невозможно, а без данной информации невозможно оценить влияние критических точек структурных превращений различных плавок материала на предрасположенность к возникновению шлифовочных трещин.

Иными словами, для управления качеством поверхностного слоя при шлифовании необходимо учитывать влияние технологической наследственности плавок материала на предрасположенность материала к шлифовочным трещинам.

Критические точки структурных превращений нами определялись косвенно по дилатометрическим кривым на дилатометре. В качестве эталона использовался образец  $\varnothing 3$  мм,  $L = 50$  мм, изготовленный из сплава пиррос.

При исследовании дилатометрических кривых было установле-



но, что в зависимости от химического состава плавок стали 12Х2Н4А по характеру изменения дилатометрических кривых можно разделить их на две группы (рис. 2.24).

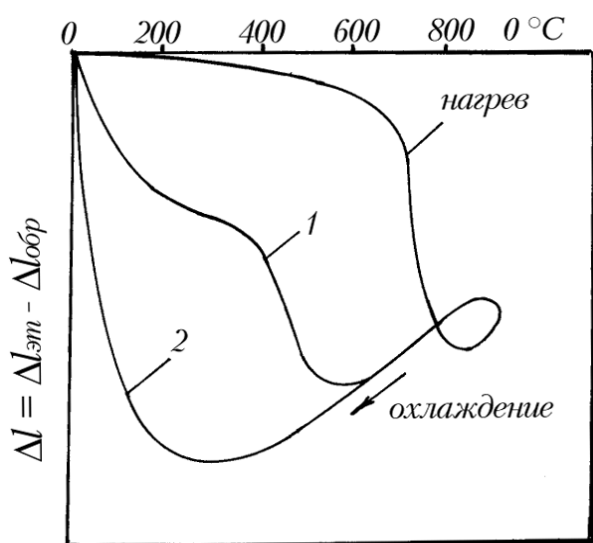


Рис. 2.24. Дилатометрические кривые различных плавок стали 12Х2Н4А (по данным В.А. Бахвалова) [21].

Для первой группы плавок характерен частичный распад аустенита в области высоких температур (350–400 °С) (кривая 1), для второй группы плавок – распад аустенита происходит при низких температурах (70–100 °С) (кривая 2). На деталях из плавок первой группы шлифовочные трещины не возникают, а на деталях из плавок второй группы шлифовочные трещины появляются очень часто.

Попытаемся объяснить происходящие процессы.

Механические свойства хромоникелевых сталей до 600 °С почти не изменяются. Дальнейшее увеличение температуры приводит к резкому увеличению пластичности и уменьшению предела текучести материала. В зоне резания металл разогревается до температур, превышающих критические точки структурных превращений. Уменьшение объема тонкого поверхностного слоя металла при охлаждении вызывает появление в нем растягивающих напряжений. Наряду с этим для плавок сталей, имеющих на дилатометрических кривых ступеньку (рис. 2.24), в интервале изменения 350–400 °С происходит распад аустенита, сопровождающийся увеличением объема. При этих условиях возникают напряжения обратного знака (сжимающие напряжения). В результате, после полного охлаждения, в материале возникнут небольшие растягивающие напряжения, которые не вызывают разрушения поверхности, т.е. не вызывают появления на поверхности шлифовочных трещин.

В сталях, относящихся ко второй группе, распад аустенита происходит при температурах ниже 150–200 °С. Здесь внутреннее напряжение растяжения не уравнивается структурными напряжениями сжатия. По мере охлаждения они непрерывно увеличиваются и в интервале 150–200 °С достигают значений, превышающих предел прочности материала. При анализе состояния поверхностного слоя в зоне контакта круга с боковой поверхностью зуба колеса необ-

ходимо учитывать структурные и фазовые превращения в условиях высоких скоростей нагрева и охлаждения.

В области движущегося теплового источника прилегающие участки зоны контакта можно разделить на три характерные зоны (рис. 2.22):

- 1) незначительного повышения температуры перед приближающимся тепловым источником;
- 2) интенсивного роста температуры перед тепловым источником;
- 3) резкого снижения температуры после прохождения источника.

Последнюю зону можно считать предельно напряженной и от-

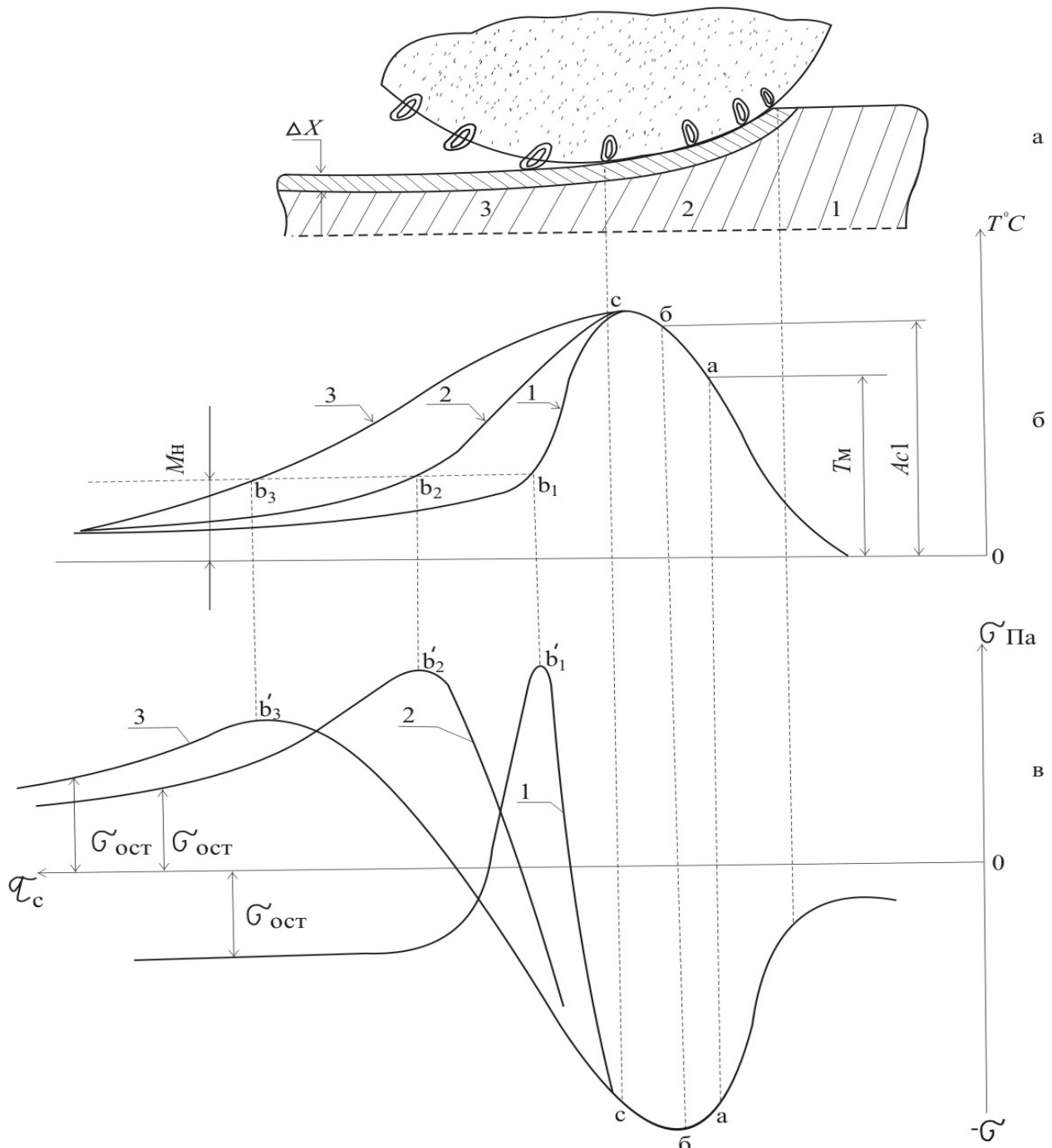


Рис. 2.25. Кинетика формирования временных термических напряжений.

ветственной за образование трещин, так как здесь особенно резко проявляется роль температурного градиента.

При температурах выше  $700\text{ }^{\circ}\text{C}$  наступает процесс аустенизации стали, когда мартенсит может переходить в аустенит.

В связи со сложностью протекающих явлений проведен анализ напряженности поверхностного слоя зубчатых колес отдельно для случая, когда температура в зоне шлифования не превышает  $700\text{ }^{\circ}\text{C}$  и когда она более  $700\text{ }^{\circ}\text{C}$ . При таком рассмотрении кинетики формирования напряженного состояния следует увязать явления, связанные со структурными и термическими напряжениями.

Зону 1 (рис. 2.25, а) можно принять за стенку жесткой заделки. В зоне 2 поверхностный слой, нагреваясь до высоких температур, стремится расшириться. Однако, этому расширению препятствуют условные стенки, ограничивающие зону контакта. При этих условиях

во второй зоне поверхностного слоя возникают сжимающие напряжения (рис. 2.25, в), а глубинные слои оказываются растянутыми.

В зоне 3 в результате быстрого отвода тепла в деталь или охлаждающую жидкость с поверхности слой  $\Delta x$  стремится сжаться, но этому сжатию препятствуют подповерхностные глубинные слои, которые в данный момент имеют более высокую температуру. При этих условиях в поверхностном слое возникают большие растягивающие напряжения.

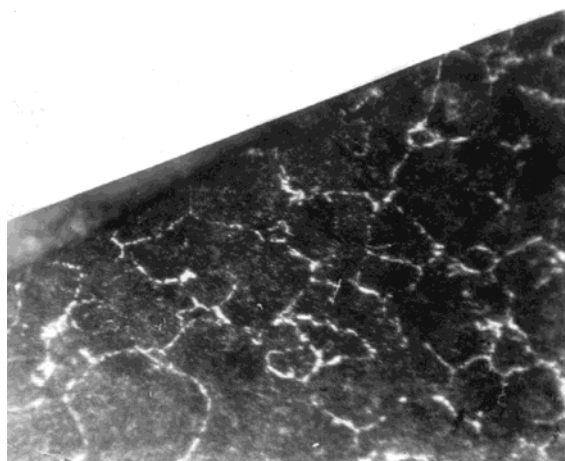


Рис. 2.26. Трещины, возникающие на зубьях, в поверхностном слое которых имеется цементитная сетка.

На условной границе между зонами 2 и 3 возникают касательные напряжения среза, стремящиеся сместить одну зону относительно другой. Под воздействием временных термоупругих напряжений часто на боковых поверхностях зубьев шестерен появляются трещины.

Установлено, что трещины возникают на зубьях, в поверхностном слое которых имеется цементитная сетка (рис. 2.26). Кроме того, из метастабильной диаграммы (рис. 2.23) Fe–C видно, что зубья колеса, с которых удален минимальный припуск, имеют точку мартенсит-

ного превращения  $M_n = 150-170$  °С.

Проведенный анализ свидетельствует о наличии связи технологической наследственности с качеством поверхностного слоя.

Следует заметить, что в структуре хромоникелевых сталей типа 12Х2Н4А, 18Х2Н4А, 38ХМ10А и др., из которых обычно изготавливаются зубчатые колеса высокооборотных радиаторов, содержится множество опасных в различной степени наследственных дефектов литья и термической обработки. Наиболее опасными являются включения в виде скопления карбидов по границе зерен (рис. 2.27). В этом

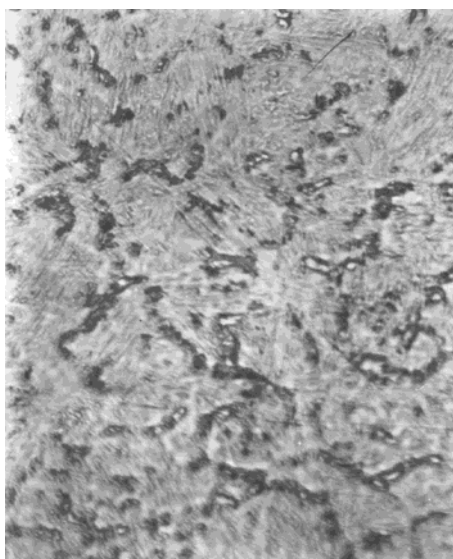


Рис. 2.27. Включения в виде скопления карбидов по границе зерен.

случае шлифовочные трещины распространяются по границам наследственных аустенитных зерен, которые формируются при ковке или штамповке, т.е. при нагреве материала до температуры 900–950 °С и длительной выдержке.

Рассмотрим схему шлифования зубчатых колес, работающих с обильным охлаждением. К числу таких станков можно отнести станки типа НАИЛС (5831; 5841), Гир-Грандинг (5860), Рейсхауэр (5833).

При наличии термомеханического удара (импульсного нагрева поверхности до температур порядка 800 °С) происхо-

дит прямое превращение мартенсита в аустенит  $\alpha \rightarrow \gamma$ . При нагреве в поверхностном слое возникают напряжения сжатия, которые с увеличением температуры увеличиваются. Максимальному значению сжимающих напряжений соответствует точка  $A_{C_1}$ . Дальнейший рост температуры выше критической точки  $A_{C_1}$  сопровождается прямым бездиффузионным  $\alpha \rightarrow \gamma$  превращением, в результате чего образуется структура большей плотности.

В зоне 3 (рис. 2.25) происходит охлаждение поверхности. Поверхностный слой стремится сжаться, но этому препятствуют нижележащие слои металла. Это приводит к снижению уровня сжимающих напряжений и переходу их в растягивающие. Наибольшее значение внутренние напряжения растяжения достигают при температуре, соответствующей критической точке  $M_n$ .

Процесс охлаждения сопровождается бездиффузионным пре-

вращением аустенита в мартенсит. На рис. 2.25 представлены три различных случая охлаждения поверхности. В первом случае охлаждение металла протекает со скоростью, превышающей критическую скорость закалки. В этом случае термомеханические процессы не сопровождаются превращением основной массы аустенита в мартенсит вторичной закалки.

Во втором случае охлаждение протекает со скоростью, близкой к критической скорости закалки. При этих условиях процесс сопровождается частичным  $\alpha \rightarrow \gamma$  превращением аустенита в мартенсит.

В третьем случае охлаждение протекает при таких малых скоростях, что бездиффузионное превращение аустенита в мартенсит практически отсутствует.

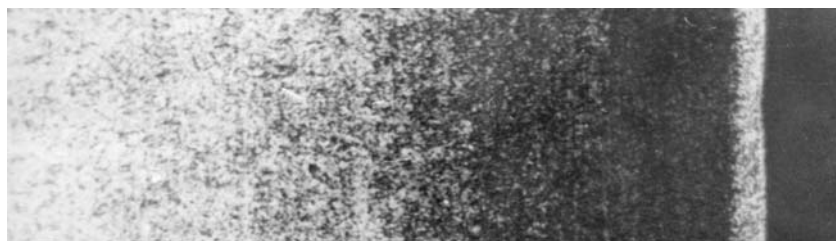


Рис. 2.28. Внешний вид прижога вторичной закалки.

В первом случае на поверхности детали образуется белый слой вторичной закалки. Под ним залегают слои, состоящие из про-

дуктов распада аустенита (троостит, сорбит). В результате полного  $\alpha \rightarrow \gamma$  превращения в поверхностном слое металл стремится расширяться, но ему препятствуют нижележащие слои. При этом в тонком поверхностном слое  $\Delta x$  (рис. 2.25) возникают напряжения сжатия, которые на границе «белого» слоя, (рис. 2.25) меняют знак и при удалении от поверхности в зоне промежуточных структур распада аустенита переходят в растягивающие.

Такое распределение напряжений вызывает образование подповерхностных трещин, вызывающих иногда отслаивание белого слоя (рис. 2.29).

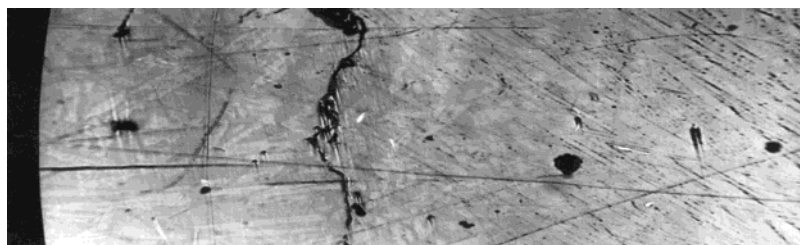


Рис. 2.29. Образование подповерхностных трещин, вызывающих иногда отслаивание белого слоя.

Во втором случае белый слой на поверхности не образуется. Частичное  $\alpha \rightarrow \gamma$  превращение приводит к некоторому снижению

уровня растягивающих напряжений.

Характер изменения напряженного состояния поверхностного слоя в процессе шлифования показан на рис. 2.25 (кривая 2).

В третьем случае при отсутствии  $\alpha \rightarrow \gamma$  превращения внутренние напряжения продолжают расти до точки  $M_H$  (рис.2.25, кривая 3).

Проведенный анализ показывает, что предельно напряженное состояние материала, при котором происходит разрушение поверхности зубьев, зависит от скорости охлаждения и от температуры точки  $M_H$  и состояния структуры материала.

## 2.7. ОСОБЕННОСТИ ФОРМИРОВАНИЯ КАЧЕСТВА ПОВЕРХНОСТНОГО СЛОЯ ПРИ ШЛИФОВАНИИ ЗУБЧАТЫХ КОЛЕС

При шлифовании зубчатых колес на станках 5851 с постоянной частотой обкаточных движений температура в зоне контакта изменяется почти пропорционально изменению величины продольной подачи. Например, при шлифовании зубчатого колеса ( $m = 3,85$  мм,  $z = 31$ ) из стали 12Х2Н4А (HRC 60–62) на станке 5851 с постоянной частотой обкаточных движений  $150 \text{ мин}^{-1}$  с изменением продольной подачи от 0,7 до 2,7 мм/кач (от 100 до 400 мм/мин), температура в зоне контакта изменяется от 250 до 500 °С, при настройке станка на нулевой профильный угол и от 500 до 750 °С, при 15° настройке соответственно.

Установлено, что характер изменения температуры по высоте зуба в любом сечении по длине зуба сохраняется постоянным. Поэтому при рассмотрении происходящих в поверхностном слое тепловых процессов можно принять следующую тепловую схему. По поверхности зуба в направлении продольной подачи перемещается тепловой источник шириной  $2h$  (рис. 2.30).

По мере приближения его, например, к торцу зуба 1, последний будет играть роль адиабатической стенки, вблизи которой накапливается тепло.

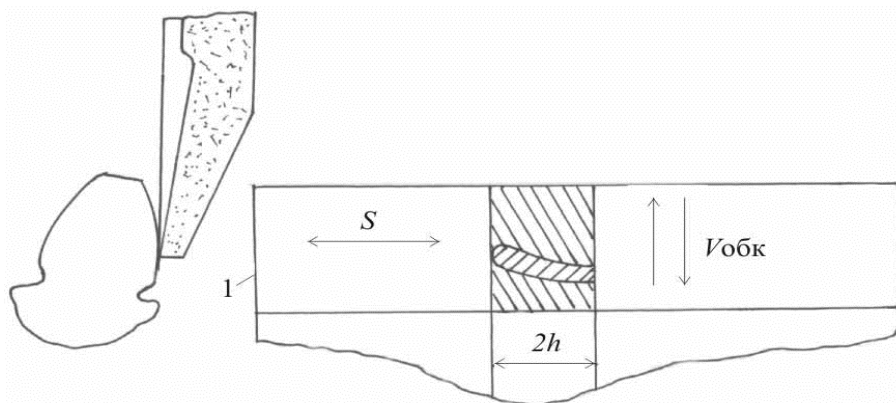


Рис. 2.30. Направление движений зоны контакта.

В силу этого, области, прилегающие к стенке, находятся в условиях повышенной теплонапряженности. Металлографическим анализом

на зубьях, шлифованных на режиме  $S = 400$  мм/мин,  $n = 200$  кач/мин,  $t = 0,06$  мм выявлен на поверхности белый, вторично закаленный слой, меняющийся по толщине на различных участках зуба.

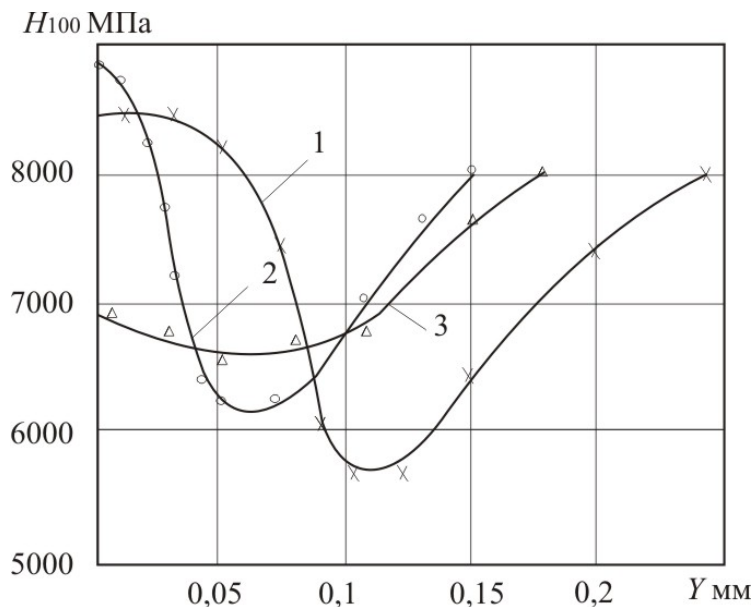


Рис. 2.31. Кривые изменения микротвердости в поверхностном слое зуба колеса: 1 – у торца; 2 – на расстоянии 1 мм от торца; 3 – на расстоянии 5 мм от торца.

$H_{100} = 5800\text{--}6000$  МПа.

Максимальная глубина дефектного слоя обнаружена в зонах, прилегающих к торцу зуба (кривая 1). Глубина дефектного слоя проникает до 250 мкм, максимальная степень отпуска структуры материала залегает на глубине 50–100 мкм. Толщина белого слоя 50 мкм (рис. 2.32).

На расстоянии 1,0 мм от торца глубина дефектного слоя уменьшается, белый слой толщиной 0,01 мм имеет твердость  $H_{100} = 9000$  МПа (кривая 2, рис. 2.31). На глубине 0,04–0,05 мм просматривается резкий градиент твердости. На зубе шестерен цветной дефек-

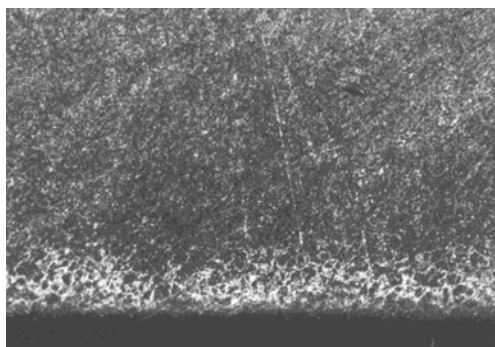


Рис. 2.32. Толщина белого слоя 50 мкм.

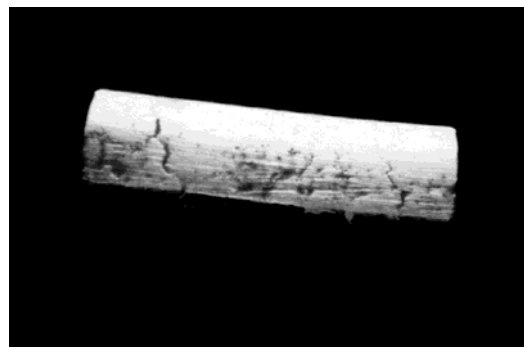


Рис. 2.33. Внешний вид зуба с трещинами.

тоскопией обнаружены шлифовочные трещины (рис. 2.33).

В зоне, удаленной от торца на 5 мм и более выявлен периодически прерывающийся тонкий вторично-закаленный белый слой толщиной 0,01 мм. В местах разрыва белого слоя структура материала имеет заниженную твердость до  $H_{100} = 6500-7000$  МПа (кривая 3, рис. 2.31).

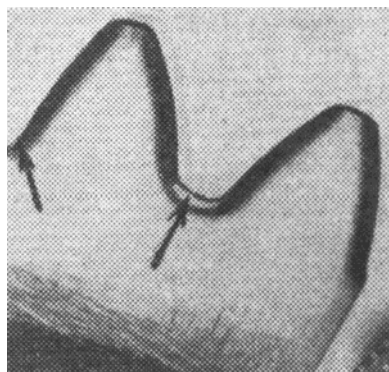


Рис. 2.35. Внешний вид зубчатого колеса с прижогом во впадине.

При шлифовании зубчатых венцов на станках 5851 шлифовальные круги, образующие нулевой профильный угол, устанавливаются на уровне касательной АВ к основной окружности зубчатого колеса (рис. 2.31).

При этих условиях обработки пятно контакта круга с профилем зуба колеса имеет форму сегмента. В ряде случаев, когда требуется шлифовать впадину зубчатого колеса, режущая кромка кругов опускается ниже уровня касательной к основной окружности. Зона контакта круга с боковой поверхностью зуба приобретает новую форму.

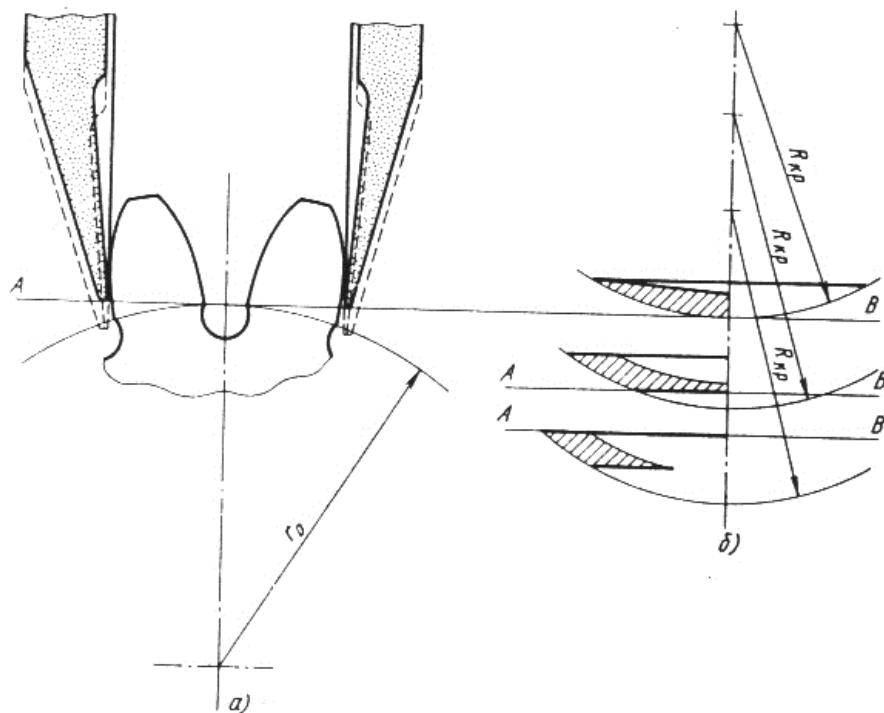


Рис. 2.34. Способы установки кругов при наладке зубошлифовального станка 5851 (а) и изменение формы пятен контакта по мере опускания кромки круга во впадину зубчатого колеса ниже уровня касательной к основной окружности АВ (б).

Из рассмотренных схем наладок первая схема является менее теплонапряженной. Наиболее теплонапряженной является третья схема, которая при наличии незначительного дисбаланса круга вызывает появление прижогов во впадине зубчатого колеса.

На рис. 2.35 представлен внешний вид зубчатого колеса с прижогом во впа-



дине.

#### Выводы:

1. Разработанная методика распределения припуска по проходам позволяет стабилизировать качество поверхностного слоя при зубошлифовании.
2. Установлено, что создание перекрещивающихся рисок на боковых поверхностях зубьев за счет перерезания волокон, сформированных на предыдущем проходе, уменьшает величину остаточных напряжений.
3. Установленная функциональная связь остаточных напряжений с режимами зубошлифования на станке МААГ с  $15^\circ$  настройкой кругов позволяет оценить влияние перекрестного процесса шлифования на качество поверхностного слоя зубчатых колес.
4. Установлено, что различное сочетание гребешков и впадин, образовавшихся на боковых поверхностях зубьев, после черного и чистового шлифования на станках 5851 с  $15^\circ$  настройкой кругов приводит к тому, что в ряде случаев на чистовых проходах глубины срезаемых слоев соизмеримы, а иногда и превышают глубины черного шлифования. Местное увеличение глубин шлифования вызывает появление циклических прижогов.
5. Установлено, что неравномерное удаление припуска с боковых поверхностей зубьев колес вызывает при шлифовании сложные термодинамические процессы.
6. Разработанный способ наладки зубошлифовальных станков позволяет наиболее рационально распределить припуски на боковых поверхностях зубьев шестерен.
7. Установлена связь исходной твердости материала до шлифования с напряженностью поверхностного слоя при шлифовании.

## **2.8. ВЛИЯНИЕ РЕЖИМОВ ЗУБОШЛИФОВАНИЯ НА КАЧЕСТВО ПОВЕРХНОСТНОГО СЛОЯ**

На рис.2.36 представлены кривые изменения микротвердости на зубьях шестерни, шлифованных на различных глубинах на станке 5861 сплошным и прерывистым ( $l_1 = 40$  мм,  $l_2 = 20$  мм,  $D_{kp} = 500$  мм) кругами.

Прерывистый круг на всех исследуемых режимах обеспечивает лучшее качество поверхностного слоя.

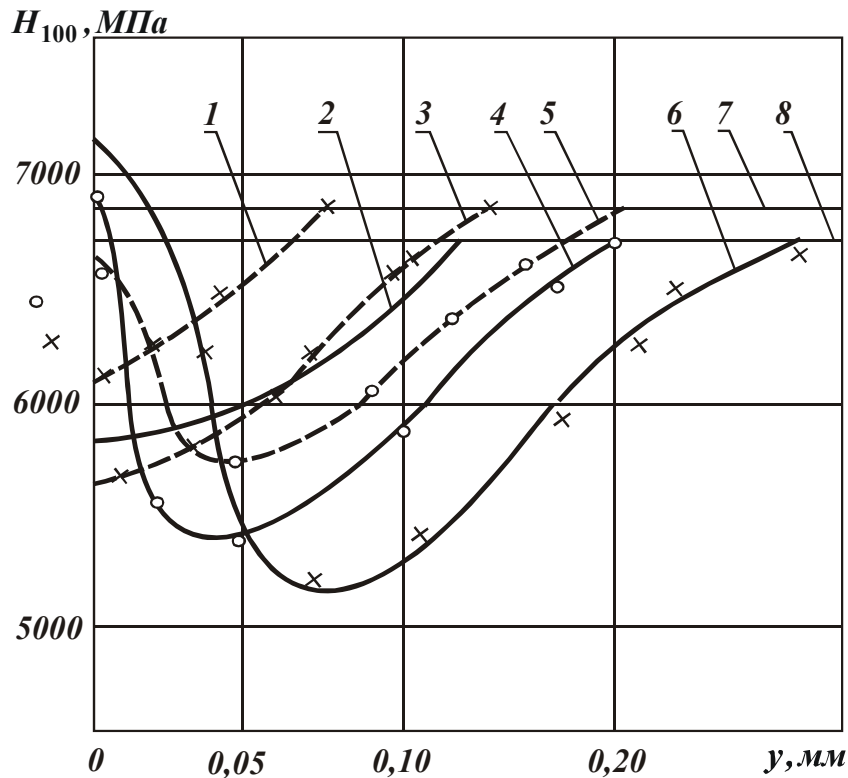


Рис. 2.36. Кривые изменения микротвердости по глубине поверхностного слоя. Режимы:  $S = 6$  м/мин,  $t = 0,04$  (кривые 1, 2);  $t = 0,06$  мм (кривые 3, 4);  $t = 0,1$  мм (кривые 5, б). Исходная твердость до шлифования (кривые 7, 8). Сплошной круг – контурные линии, прерывистый ( $l_1 = 40$  мм,  $l_2 = 20$  мм,  $\varnothing = 500$  мм) – пунктирные линии.

В табл. 2.21 представлены сравнительные данные по качеству поверхностного слоя после шлифования зубчатых колес сплошным и прерывистым кругами на различных режимах.

Таблица 2.21

Сплошной круг			Прерывистый круг		
$S$ м/мин	$t$ мм	Состояние поверхностного слоя	$S$ м/мин	$t$ мм	Состояние поверхностного слоя
1	2	3	4	5	6
8	0,075	Сплошной прижог подкалки с отпущенным подслоем 150-180 мкм	8	0,08	Прижог отпуска глубина 75-100 мкм
6	0,075	Локальные участки прижога закалки с отпуском, глубина прижога 180-200 мкм	6	0,075	Прижог отпуска на глубину 50-80 мкм
8	0,05	Прижог отпуска	8	0,06	Изменений в структуре нет

10	0,05	Прижог отпуска	10	0,06	Изменений в структуре нет
8	0,04	Прижог отпуска 15-20 мкм	8	0,05	Изменений в структуре нет
8	0,02	Изменений в структуре нет	8	0,04	Изменений в структуре нет

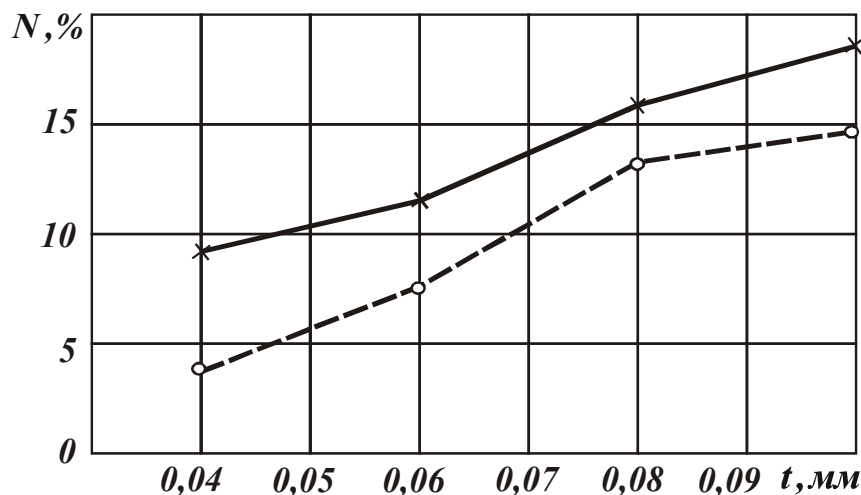


Рис. 2.37. Зависимость степени отпуска от глубины шлифования при сплошном (контурные линии) и прерывистом (пунктирные линии) шлифовании. Режимы:  $V_{кр} = 27$  м/с,  $S = 8$  м/мин, круг 24А40МЗК6 ( $l_1 = 40$ ,  $l_2 = 20$ ).

На рис. 2.37 представлена зависимость степени отпуска  $N$  от глубины шлифования. С изменением глубины шлифования от 0,04 до 0,1 мм степень отпуска увеличивается от 9% до 18 % при обычном шлифовании и от 3,5 % до 15 % при прерывистом шлифовании.

вании.

Установлено, что поверхностный слой зуба после шлифования по заводской технологии имеет неравномерное распределение твердости на участках профиля зуба. Микроструктурным анализом на ра-

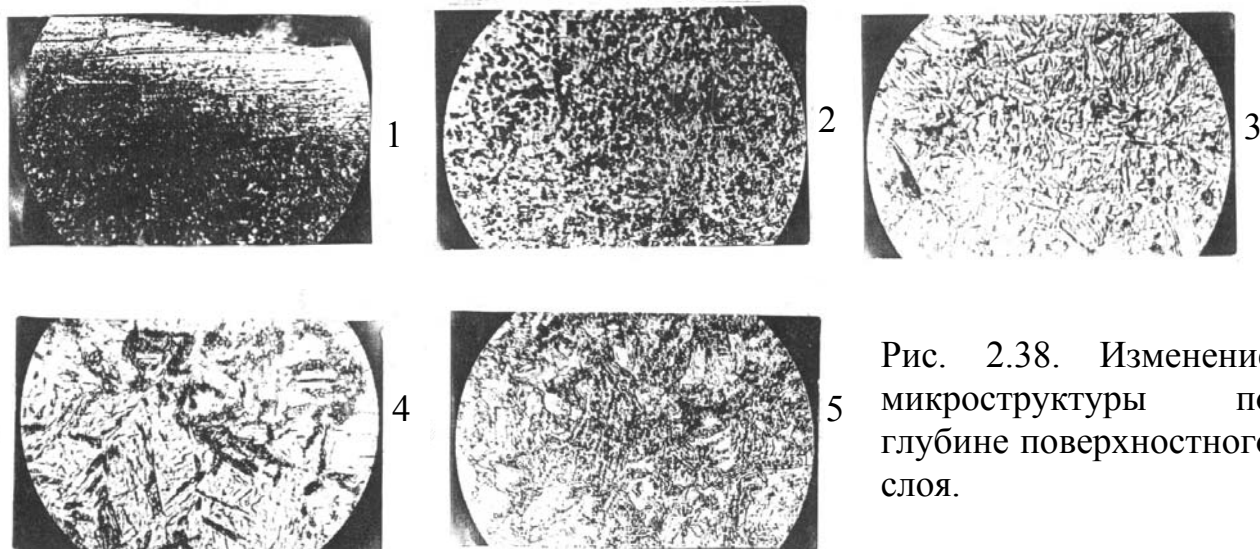


Рис. 2.38. Изменение микроструктуры по глубине поверхностного слоя.

бочих поверхностях зубьев обнаружены местные прижоги вторичной закалки и отпуска. На рис. 2.38 представлены микрошлифы различных участков структуры поверхностного слоя зуба цементированной шестерни после шлифования.

С поверхности видна белая (нетравящаяся) структура 1 с твердостью 9500 Мпа (при

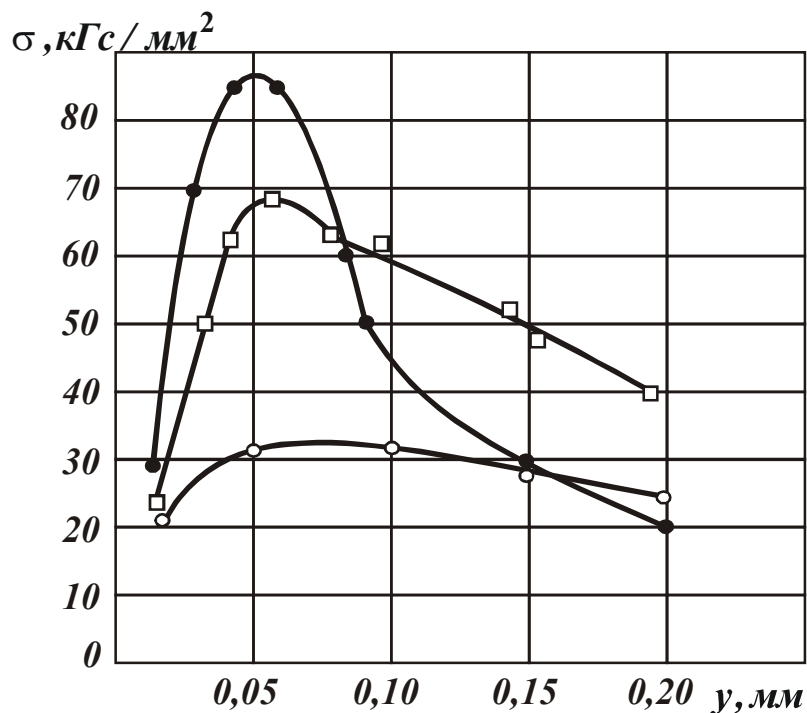


Рис. 2.39. Кривые распределения остаточных напряжений в поверхностном слое ведомой шестерни после шлифования на режиме:  $S = 6$  м/мин,  $t_1 = 0,04$  (кривая 1);  $t_2 = 0,075$  мм (кривая 2);  $t = 0,1$  мм (кривые 3).

исходной твердости до шлифования  $H_{100}=8500$  МПа). За

вторично-закаленным слоем, имеющим глубину 20 мкм, залегает подслоя отпущенной структуры в виде сферидов цементита и карбидов 2 на фоне бесструктурного мартенсита. За мартенситной структурой

цементированного слоя 3 залегает вторичная мартенситно-бейнитная зона 4, переходящая в грубую сорбито-бейнитную структуру 5.

На рис. 2.39 представлены кривые распределения остаточных напряжений в поверхностном слое зубьев ведомой шестерни после шлифования с различными глубинами.

С увеличением глубины шлифования от 0,04 мм до 0,1 мм величина растягивающих напряжений увеличилась с 35 кгс/мм<sup>2</sup> до 90 кгс/мм<sup>2</sup>.

## 2.9. ВЛИЯНИЕ ИСХОДНОГО СОСТОЯНИЯ МАТЕРИАЛА НА СКЛОННОСТЬ К ВОЗНИКНОВЕНИЮ ШЛИФОВОЧНЫХ ДЕФЕКТОВ

С целью уточнения причин эпизодического возникновения брака был собран подробный статистический материал по дефектам зубчатых колес на одном из машиностроительных заводов.

Средний процент брака по прижогам при изготовлении планетарного редуктора ( $m=6$  мм,  $z=29$ ,  $B=60$  мм) из стали 18X2H4BAШ и зубчатых колес ( $m=6$  мм,  $z=47$ ,  $B=60$  мм) из стали 12X2H4A составил соответственно 15,5 % и 17,3 %. Было замечено, что в различные месяцы года процент бракованных деталей по прижогам и трещинам колеблется в широких пределах.

Обрабатывались шестерни сателлиты из 12 плавок стали 18X2H4BA-Ш и центральные шестерни из 7 плавок стали 12X2H4A.

Было установлено, что средний процент брака по прижогам зубчатых колес разных плавок изменяется от 6 до 30 %. Например, на шестернях –сателлитах процент брака по прижогам колеблется от 6,7 % (плавка № 621725, химический состав: C = 0,15 %; Mn = 0,43 %; Si = 0,24 %; S = 0,011 %; P = 0,016 %; Cr = 1,58 %; Ni = 4 %; W = 00,8 %;) до 32,9 % (плавка № 821857, химический состав: C = 0,18 %; Mn = 0,5 %; Si = 0,25 %; S = 0,011 %; P = 0,012 %; Cr = 1,52 %; Ni = 4 %; W = 0,79 %; Mo = 0,13 % ) [21].

По приведенным данным утверждать, что превалирующее влияние на появление дефектов шлифования оказывает плавка, нельзя.

Заводской производственный цикл построен таким образом, что шестерни на химико-термическую обработку поступают партиями по 15-20 сателлитов и 3-5 центральных шестерен. В партию на операцию зубошлифования могут попасть детали из разных плавок. Это затрудняет проведение достоверного анализа по определению влияния плавок на качество поверхностного слоя при зубошлифовании.

Чтобы установить связь эпизодичности появления шлифовочных дефектов с технологией изготовления зубчатых колес, необходимо изучить причины, вызывающие предрасположенность материала к появлению шлифовочных дефектов.

Например, надо изучить влияние температуры отпуска на характер структурных превращений при зубошлифовании. Надо установить связь времени разрыва между закалкой и обработкой холодом на склонность материала к появлению шлифовочных дефектов. Надо установить связь температуры и процентного содержания углерода на теплофизические параметры материала  $a$  ( $m^2/c$ ) и  $\lambda$  ( $Вт/м^2К$ ) и критические точки структурных превращений  $Ac_3$ ,  $Ac_1$ ,  $M_n$ .

Только такая научная информация может позволить разработку технологических рекомендаций по управлению и диагностике качества поверхностного слоя зубчатых колес на стадии проектирования и изготовления.

## 2.10. ВЛИЯНИЕ ХИМИКО-ТЕРМИЧЕСКОЙ ОБРАБОТКИ НА СКЛОННОСТЬ МАТЕРИАЛА К ВОЗНИКНОВЕНИЮ ШЛИФОВОЧНЫХ ТРЕЩИН

### 2.10.1. ВЛИЯНИЕ ТЕМПЕРАТУРЫ ОТПУСКА И ВРЕМЕНИ РАЗРЫВА МЕЖДУ ЗАКАЛКОЙ И ОБРАБОТКОЙ ХОЛОДОМ НА СКЛОННОСТЬ МАТЕРИАЛА К ВОЗНИКНОВЕНИЮ ШЛИФОВОЧНЫХ ТРЕЩИН

Исследования проводились на образцах из стали 12Х2Н4А, изготовленных из одного прута и подвергнутых цементации в твердом карбюризаторе при  $1173 \pm 20$  К на глубину 1,1–1,3 мм с последующей закалкой при  $1133 \pm 20$  К и обработке холодом.

Температура низкого отпуска изменялась от 413 К до 553 К, а время разрыва между закалкой и обработкой холодом колебалось от 40 минут до 12 часов.

Увеличение температуры низкого отпуска приводит к уменьшению количества остаточного аустенита и снижению твердости.

В табл. 2.22 показано влияние температуры отпуска на твердость материала поверхностного слоя и количество остаточного аустенита.

После шлифования количество остаточного аустенита возрастает. При температурах отпуска менее 500 К происходит первая стадия отпуска, при которой остаточный аустенит не испытывает заметных превращений, но при этом происходит его стабилизация и незначительное диффузионное перемещение углерода к границам фаз. При второй стадии отпуска при температурах выше 500 К происходит распад остаточного аустенита и при последующем охлаждении он превращается в мартенсит.

Таблица 2.22

Температура отпуска	Количество аустенита в %			Твердость HRC
	До шлифования	После шлифования	Прирост	
413 К	18,2	35,2	17	61
	9	22,6	16,6	64
458 К	18,7	31	12,3	60
	10,8	25,2	14,4	62,8
413 К	16,6	23,4	16,8	58,5
	7	21	13,4	59,5
413 К	3	10,6	7,6	57
	3	14,7	11,7	58,5
413 К	1,5	9,7	8,2	56
	1,3	14,8	13,0	58

Однако с увеличением температуры отпуска уменьшается твердость поверхностного слоя, что не всегда допустимо. Для деталей с твердостью поверхности HRC 60 – 62 оптимальной температурой отпуска следует считать 453 К – 473 К.

Наличие времени разрыва между закалкой и обработкой холодом приводит к повышению устойчивости аустенита и увеличению его количества. Например, после шлифования зубчатых колес из стали 12Х2Н4А, имеющих 40 минутный разрыв времени между закалкой и обработкой холодом, структура содержит 20-23 % остаточного аустенита, а после 12-и часового разрыва, количество остаточного аустенита возросло до 35-40 %.

Следует заметить, что измерения твердости по Раквеллу не позволило выявить различия (HRC 64), а измерения микротвердости показало, что увеличение процентного содержания аустенита от 20 до 40 % увеличивает степень отпуска от 6 до 18 % и глубину залегания отпущенного слоя от 0,05 мм до 0,08 мм.

Исходя из этого, следует сокращать время разрыва между закалкой и обработкой холодом.

# ГЛАВА 3

## КИНЕТИКА ТЕПЛООВОГО И НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ ЦЕМЕНТИРОВАННОГО СЛОЯ ЗУБЧАТЫХ КОЛЕС ПРИ ШЛИФОВАНИИ

Процесс шлифования зубчатых колес сопровождается как тепловым так и силовым воздействием круга на боковую поверхность зуба шестерни. Силовое воздействие режущих зерен вызывает в тонком поверхностном слое наклеп, что приводит к повышению микротвердости поверхностного слоя и способствует возникновению очагов микроповреждений. В то же время, под воздействием высоких температур происходит релаксация формирующихся напряжений, что приводит к снижению степени наклепа.

На поверхности зубчатых колес шлифовочные трещины возникают не в момент действия сил в зоне контакта, а при охлаждении, когда разогретая зона выходит из под круга.

В связи с вышеизложенным, кинетику термомеханических явлений при шлифовании зубчатых колес следует рассматривать с позиции тепловой теории [231].

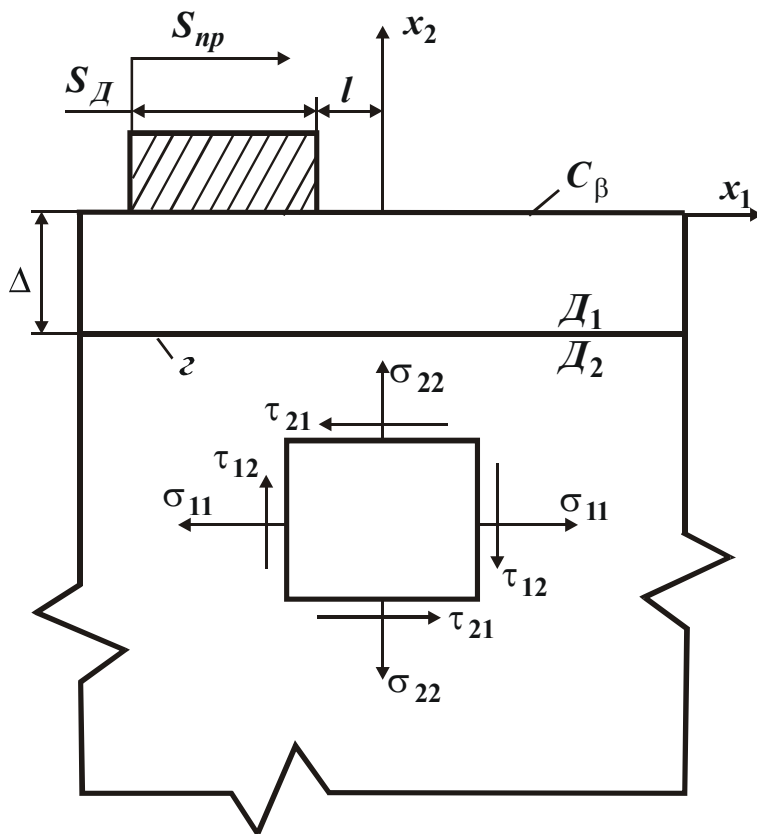


Рис. 3.1. Расчетная схема к задаче термоупругопластичности при шлифовании.

Кривизна эвольвенты зуба в пределах зоны контакта не оказывает существенного влияния на геометрическую схему взаимодействия круга с боковой поверхностью зуба. Поэтому при составлении расчетной схемы принята плоскость, по поверхности которой движется полосовой источник тепла.

Особенностью



расчетной схемы для цементируемой детали является представление полуплоскости, состоящей из двух областей: цементированного слоя  $D_1$  и основного металла  $D_2$ . Расчетная схема для определения термоупругопластического состояния цементированного слоя при шлифовании приведена на рис.3.1.

Система координат связана с телом детали. Начало координат - на обрабатываемой поверхности. Система уравнений, определяющих тепловое и напряженно-деформированное состояние поверхности детали с цементированным слоем при шлифовании, включает в себя:

а) уравнение нелинейной задачи нестационарной теплопроводности

$$\rho \cdot c \cdot \frac{\partial T}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \lambda \frac{\partial T}{\partial x_i} \right), \quad (i = 1, 2); \quad (3.1)$$

б) уравнение теории пластического течения [217]

$$\frac{\partial}{\partial x_i} (d\sigma_{ij}) = 0, \quad (i, j = 1, 2), \quad (3.2)$$

$$d\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left[ \frac{\partial}{\partial x_j} (du_i) + \frac{\partial}{\partial x_i} (du_j) \right], \quad (i, j = 1, 2, 3), \quad (3.3)$$

$$d\varepsilon_{ij} = d\varepsilon_{ij}^l + d\varepsilon_{ij}^p + \delta_{ij} d\varepsilon^r, \quad (i, j = 1, 2, 3); \quad (3.4)$$

в) тепловые и механические начальные условия

$$T(x_{k,o}) = const, \quad (3.5)$$

$$d\varepsilon_{ij}(x_{k,o}) = d\varepsilon_{oij}(x_k), \quad x_k \in D_1 \quad \text{или} \quad x_k \in D_2, \quad (3.6)$$

$$d\sigma_{ij}(x_{k,o}) = d\sigma_{oij}(x_k), \quad x_k \in D_1 \quad \text{или} \quad x_k \in D_2; \quad (3.7)$$

г) граничные условия

$$-\lambda \frac{\partial T}{\partial x_2} \Big|_{x_2=0}^{l-C_q < x < l} = q, \quad (3.8)$$

$$-\lambda_1 \frac{\partial T}{\partial x_2} \Big|_{x_1 < l-C_q}^{x_1 > l, x_2=0} = \beta(T_n - T_c), \quad (3.9)$$

$$\lambda_1 \frac{\partial T}{\partial x_2} \Big|_{x_2=-\Delta} \text{ на } \Gamma \in D_1 = \lambda_2 \frac{\partial T}{\partial x_2} \Big|_{x_2=-\Delta} \text{ на } \Gamma \in D_2, \quad (3.10)$$

$$T \Big|_{x_2=-\Delta} \text{ на } \Gamma \in D_1 = T \Big|_{x_2=-\Delta} \text{ на } \Gamma \in D_2, \quad (3.11)$$

$$P_i \Big|_{x_2=0} = 0, \quad (i = 1, 2), \quad (3.12)$$

$$P_i|_{x_2=-\Delta \text{ на } \Gamma \in D_1} = P_i|_{x_2=-\Delta \text{ на } \Gamma \in D_2}, \quad (3.13)$$

$$u_i|_{x_2=-\Delta \text{ на } \Gamma \in D_1} = u_i|_{x_2=-\Delta \text{ на } \Gamma \in D_2}, \quad (3.14)$$

где  $x_i (i = 1, 2)$  – декартовы координаты;  $T(x_i, \tau)$  – температура;  $\tau$  – время;  $\rho = \rho(T, \tau)$  – плотность материала;  $C = C(T, \tau)$  – теплоемкость;  $\lambda = \lambda(T, \tau)$  – теплопроводность;  $D_1$  – область цементированного слоя;  $D_2$  – область основного материала;  $\rho_1 C_1 \lambda_1 \in D_1$ ;  $\rho_2 C_2 \lambda_2 \in D_2$ ;  $D_1 + D_2 = D$ ;  $l = l_0 + v\tau$  – координата  $x_1$  передней кромки источника тепла;  $P_i(x, i)$  – поверхностные силы;  $l_0$  – координата передней кромки источника при  $\tau = 0$ ;  $v$  – скорость движения источника;  $\Delta$  – толщина цементированного слоя;  $C_q$  – граница тела, на которой заданы граничные условия второго рода;  $q(x_1)$  – плотность теплового потока на границе  $C_q$ ;  $C_\beta$  – граница тела, на которой заданы граничные условия третьего рода  $C = C_\beta + C_q$ ;  $\beta$  – коэффициент теплообмена;  $T_c$  – температура охлаждающей среды;  $T_n(x_1, \tau)$  – температура поверхности;  $\sigma_{ij}(\tau, x_k)$  – компоненты тензора напряжения ( $i, j = 1, 2$ );  $u_i(\tau, x_k)$ ,  $u_j(x_k, \tau)$  – перемещения;  $\varepsilon_{ij}(\tau, x_k)$ ;  $\varepsilon_{ij}^l(S_{n,k}, \theta, \tau)$ ;  $\varepsilon_{ij}^p(\sigma, \theta, \tau)$  – компоненты тензора полных деформаций, упругих и пластических;  $\varepsilon^m(T, \tau)$  – тепловая и структурная деформация;  $\varepsilon_{oij}$  – компоненты тензора начальных полных деформаций;  $\sigma_{oij}$  – компоненты тензора начальных напряжений;  $\delta_{ij}$  – символ Кронекера.

Для оценки изменения прочности материала в процессе шлифования использовалась обобщенная теория прочности Писаренко – Лебедева. Обобщенный критерий разрушения определяется из выражения [183]

$$\chi \sigma_i + (1 - \chi) \sigma_1 \leq \sigma_b, \quad (3.15)$$

где  $\chi = \sigma_b / \sigma_c$ ;  $\sigma_b$  – предел прочности на растяжение;  $\sigma_c$  – предел прочности на сжатие;  $\sigma_i$  – интенсивность напряжений;  $\sigma_1$  – главное напряжение.

Для условий плоско-напряженного состояния с учетом зависимости модуля упругости первого рода  $E$  и коэффициента поперечной деформации  $\nu$  от температуры и времени  $\nu = \nu(T, \tau)$  – коэффициент

Пуассона, компоненты упругих деформаций можно представить в виде [232]

$$d\varepsilon_{ij}^l = \frac{1}{E} [(1+\nu)d\sigma_{ij} - \nu \cdot \delta_{ij}d\sigma_{kk}] - \\ - \frac{1}{E^2} [(1-\nu) \cdot \sigma_{ij} - \nu \cdot \delta_{ij} \cdot \sigma_{kk}] \cdot \left( \frac{\partial E}{\partial T} dT + \frac{\partial E}{\partial \tau} d\tau \right) + \\ + \frac{1}{E} (\sigma_{ij} - \delta_{ij} \cdot \sigma_{kk}) \cdot \left( \frac{\partial \nu}{\partial T} dT + \frac{\partial \nu}{\partial \tau} d\tau \right), (i, j = 1, 2). \quad (3.16)$$

Деформация от температурного расширения элементов объема равна [232]

$$d\varepsilon^T = \alpha dT. \quad (3.17)$$

Коэффициент линейного расширения  $\alpha = \alpha(T, \tau)$  несет информацию об изменении линейных размеров элементарного объема материала, как за счет изменения удельного объема при переходе от одной структуры к другой.

Деформация  $\varepsilon^T$  включает тепловые и структурные изменения объема  $\alpha = \alpha(T, \tau)$ .

$$d\varepsilon^T = \alpha dT + T \left( \frac{\partial \alpha}{\partial T} dT + \frac{\partial \alpha}{\partial \tau} d\tau \right). \quad (3.18)$$

В условиях плоско-напряженного состояния выражение для определения полной деформации с учетом термоупругопластичности материала при шлифовании имеет вид [217]

$$d\varepsilon_{ij} = \frac{1}{E} [(1+\nu)d\sigma_{ij} - \nu \cdot \delta_{ij}d\sigma_{kk}] - \\ - \frac{1}{E^2} [(1-\nu) \cdot \sigma_{ij} - \nu \cdot \delta_{ij} \cdot \sigma_{kk}] \cdot \left( \frac{\partial E}{\partial T} dT + \frac{\partial E}{\partial \tau} d\tau \right) + \\ + \frac{1}{E} (\sigma_{ij} - \delta_{ij} \sigma_{kk}) + \delta_{ij} \alpha dT + \\ + \delta_{ij} \cdot T \left( \frac{\partial \alpha}{\partial T} dT + \frac{\partial \alpha}{\partial \tau} d\tau \right) + \frac{3}{2} \cdot \left( \frac{1}{E_k} - \frac{1}{E} \right) dS_{ij} - \\ - \frac{3}{2} \cdot \frac{S_{ij}^x}{\sigma_i^x} - \left( \frac{1}{E_k} - \frac{1}{E} \right) \cdot \left( \frac{\partial \sigma}{\partial T} dT + \frac{\partial \sigma}{\partial \tau} d\tau \right) - \\ - \frac{\varepsilon_{ij}^p}{(E - E_k)} \cdot \left[ \frac{E}{E_k} \left( \frac{\partial E_k}{\partial T} dT + \frac{\partial E_k}{\partial \tau} d\tau \right) - \frac{E_k}{E} \left( \frac{\partial E}{\partial T} dT + \frac{\partial E}{\partial \tau} d\tau \right) \right], \quad (3.19)$$

где  $(i, j = 1, 3)$ .

На базе программного комплекса АСПП –TANDEM, разработанного в институте АН УССР Сазоновым И.П. [217] было доказано, что решение (3.19) нелинейной нестационарной задачи теплопроводности и термопластичности может быть использовано для исследования кинетики формирования временных термоупругих напряжений.

Кинетика термопластических явлений в поверхностном слое материала детали при шлифовании и возможность прогнозирования возникновения шлифовочных трещин проводилась на образцах пластин изготовленных из стали 45 с диффузионным покрытием бора. Толщина борид-железного покрытия  $Fe_2B$  равна  $0,15 \cdot 10^{-3}$  м [217].

На базе полученных экспериментально-теоретических данных Сазонова И.П. нами был проведен по аналогии анализ термомеханических явлений, протекающих в зоне шлифования зубчатых колес из цементируемой стали 12Х2Н4А.

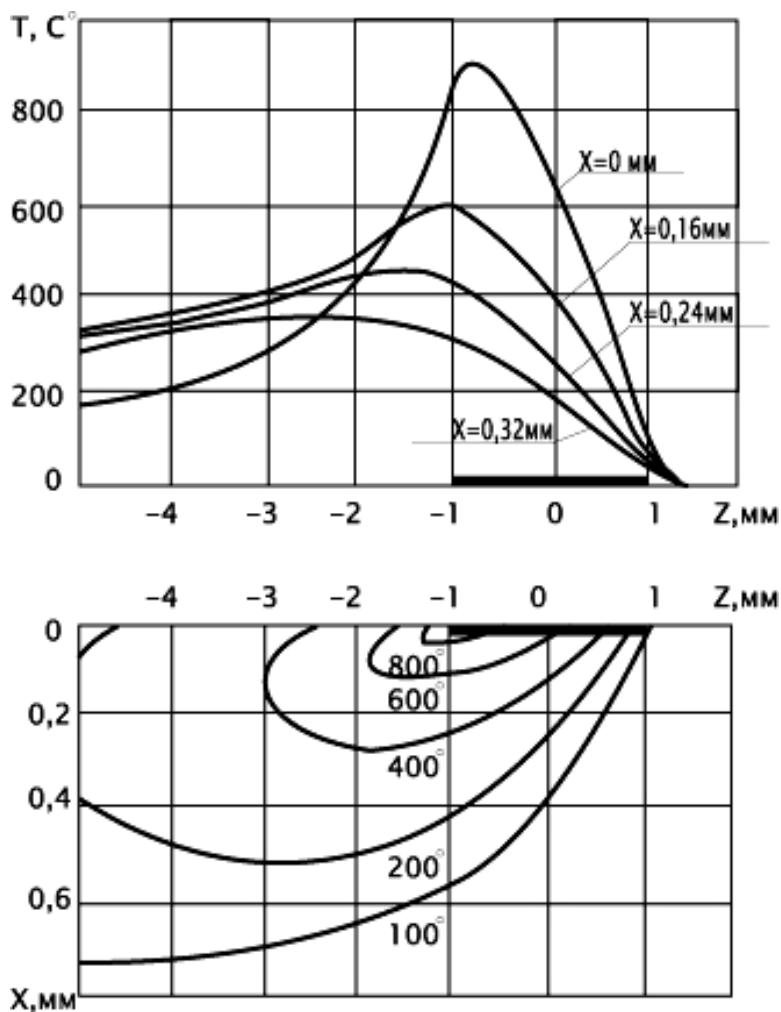


Рис. 3.2. Температурное поле при шлифовании  $a = 6,6$  кал/(см·с °C).

Область, охваченная термомеханическими процессами условно разбивается на три зоны: перед тепловым источником – “зона нагрева” и за источником – “зона охлаждения”. Прочность поверхностного слоя материала оценивалась по обобщенной теории прочности Писаренко – Лебедева. Коэффициент запаса прочности материала определялся по формуле [183]

$$K(\chi, \tau) = \frac{\sigma_b}{\sigma_s}, \quad (3.20)$$

где  $\sigma_s = \chi\sigma_i + (1 - \chi)\sigma_1$ .

Температурное поле в поверхностном слое обрабатываемой детали при шлифовании стали 12Х2Н4А показано на рис. 3.2. Для наглядности температурное поле представлено в виде кривых распределения температуры на определенных глубинах и в изотермах. Перед источником движется тепловая волна, которая разогревает материал в первой зоне на незначительную глубину.

Максимум температуры на границе первой и второй деформационных зон находится на поверхности.

Максимум температуры во второй зоне расположен на поверхности и смещен к задней кромке источника. В зоне за источником температурная кривая поверхности пересекает кривые распределения температуры в более глубоких слоях. Иными словами, охлаждение поверхности детали приводит к перераспределению температур, при которых температура на поверхности становится ниже, чем в более глубоких слоях. При этих условиях часть теплового потока будет направлена к обработанной поверхности, а часть идет в глубинные слои детали. Если к изотермам построить нормали (линии теплового потока), то можно наглядно показать распределение тепловых потоков по объему детали.

На основании анализа кривой изменения температуры в зоне контакта можно сделать следующие выводы:

1. Охлаждение поверхности оказывает существенное влияние на температурное поле подвижного теплового полосового источника.
2. В зону шлифования охлаждающая жидкость не поступает. Следовательно, тепло, выделяющееся в зоне резания, прежде чем попасть в зону охлаждения проходит через шлифуемый металл.
3. Охлаждение сильно деформирует температурное поле на задней кромке теплового источника и за источником. При этом существенно изменяется скорость нагрева и охлаждения, которые оказывают исключительно большое влияние на характер протекания термического цикла при шлифовании.

Средние скорости нагрева и охлаждения, от которых зависит характер фазоструктурных превращений, определяется из формулы [231]

$$\frac{\Delta\theta}{\Delta Z} = \frac{1}{\Delta Z} \left\{ \int_{z_1-H}^{z_1+H} \exp(-\xi) K_0 \left( \sqrt{X^2 + \xi^2} \right) d\xi - \right.$$

$$- \int_{Z_2-H}^{Z_2+H} \exp(-\xi) K_0 \left( \sqrt{X^2 + \xi^2} \right) d\xi \}, \quad (3.21)$$

где  $Z_1$  и  $Z_2$  – координаты точек, имеющих разную температуру  $\theta_1$  и  $\theta_2$ ;  $\Delta\theta = \theta_1 - \theta_2$ ;  $\Delta Z = Z_1 - Z_2$ .

В качестве примера для режима шлифования:  $D_{кр} = 250$  мм,  $V_D = 3$  м/мин,  $n_{ш.к} = 2800$  об/мин, стали 12Х2Н4А ( $a = 0,03$  см<sup>2</sup>/с,  $\lambda = 0,04$  кал/см·с°С), коэффициент теплообмена  $\alpha = 6,6$  кал/см<sup>2</sup>·с°С.

Для этих условий  $\frac{2\alpha \cdot f}{\lambda \cdot V} \approx 1,2$ . Относительная полуширина источника

$H = 6$ , а плотность теплового потока  $q = 720$  кал/(см<sup>2</sup>·с),  $\frac{\Delta\theta}{\Delta Z} = 0,15$ ,

скорость нагрева равна 47454 град/с, а скорость охлаждения 21090 град/с.

На рис.3.3 представлено распределение нормального напряжения  $\sigma_{11}$  в различных деформационных зонах поверхности [217].

Сложный характер кинетики напряжений в деформационных зонах шлифования определяется знакопеременной пластической деформацией в материале.

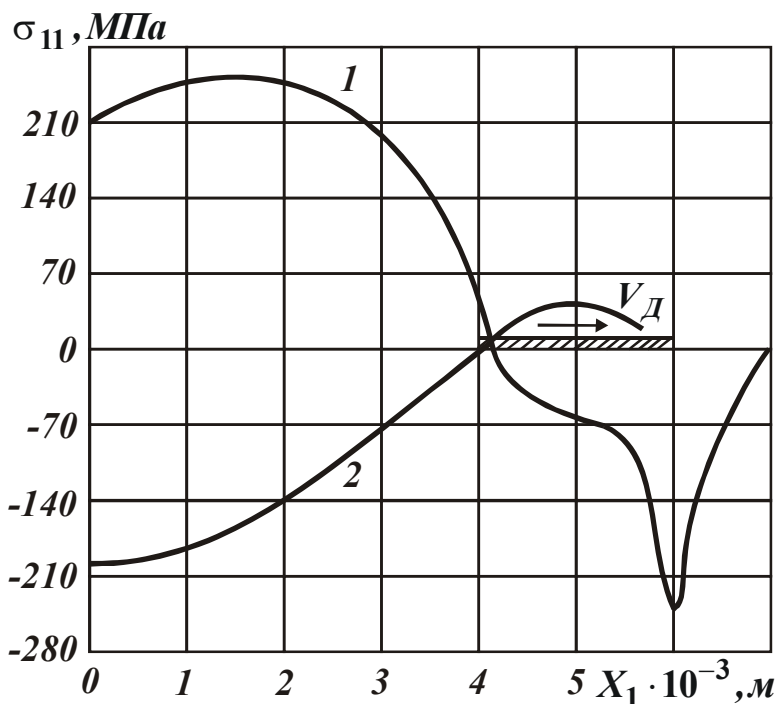


Рис. 3.3. Кинетика временного напряжения  $\sigma_{11}$  в различных деформационных зонах: в поверхностном слое (1) и на глубине (2).

Высокие температуры, разогревая материал при шлифовании, приводят к появлению термопластических деформаций различного уровня в разных деформационных зонах.

Нагревание материала в первой и второй зонах вызывает расширение его в направлении осей  $X_1$  и  $X_2$ . Деформационное воздействие расширяющегося материала второй зоны и

собственное расширение материала первой зоны вызывает появление сжимающих напряжений в направлении оси  $X_1$ , а в направлении  $X_2$ , перпендикулярном обрабатываемой поверхности, возникают растягивающие напряжения  $-\sigma_{22}$ .

Термомеханические явления во второй деформационной зоне связаны с действием начальных напряжений из первой зоны, с расширением материала от нагрева и снижения предела текучести и увеличения пластичности материала. В результате пластической деформации поверхностных слоев происходит релаксация временных напряжений и уровень сжимающих напряжений уменьшается. На границе цементированного слоя, где температура изменяется незначительно, во второй деформационной зоне формируются временные растягивающие напряжения (кривая 2 рис. 3.3). Эти напряжения деформируются вследствие деформационного воздействия расширяющихся поверхностных слоев материала.

Особый интерес представляют переходные процессы на границе между второй и третьей деформационными зонами на задней кромке источника. Максимум температуры на поверхности (рис. 3.3) несколько смещен в глубину второй зоны от задней кромки. Следовательно, охлаждение поверхностного слоя начинается еще раньше выхода материала из этой зоны. Начинаясь снижение температуры вызывает деформацию сужения материала, сопровождающуюся образованием растягивающих напряжений. Уровень напряжений прямо или косвенно определяется параметрами температурного поля: максимальной температурой и градиентами температур в направлении осей  $X_1$  и  $X_2$ .

Кинетика напряженно-деформированного состояния в третьей зоне – “зоне охлаждения” характеризуется следующим: почти от максимальной температуры охлаждается поверхностный слой материала. Одновременно, вследствие инерционности тепловых процессов, происходит прогрев глубоких слоев. Это уменьшает теплоотвод и вызывает выравнивание скоростей охлаждения слоев материала на разных глубинах.

Возникающая при быстром охлаждении деформация поверхностного слоя приводит, с одной стороны, к ускоренной релаксации сжимающих напряжений вблизи задней кромки теплового источника, с другой – способствует формированию дополнительных расширяющих напряжений в материале поверхностного слоя. Растягивающие напряжения в поверхностном слое возникают в результате различных

скоростей охлаждения поверхности и нижележащих слоев материала. При этом благодаря достаточно высоким температурам в поверхностном слое протекает пластическая деформация. В связи со сменой знака напряжений, направление деформаций становится обратным по сравнению с ориентацией деформации при нагреве. По мере снижения температуры поверхностного слоя материала, повышается предел его текучести и соответственно возрастают растягивающие напряжения. С охлаждением глубинных слоев уменьшается воздействие на верхний слой и на поверхности наступает стабилизация величины растягивающих напряжений (рис. 3.3). В глубинных слоях образуются напряжения сжатия (рис. 3.3, кривая 2).

По мере выравнивания температуры повышаются пределы текучести и прочности материала, прекращаются пластические деформации, завершается формирование остаточного напряженно-деформированного состояния материала.

Кинетика формирования остаточных напряжений  $\sigma_{11}$  по координате  $X_2$  показана на рис. 3.4 [217].

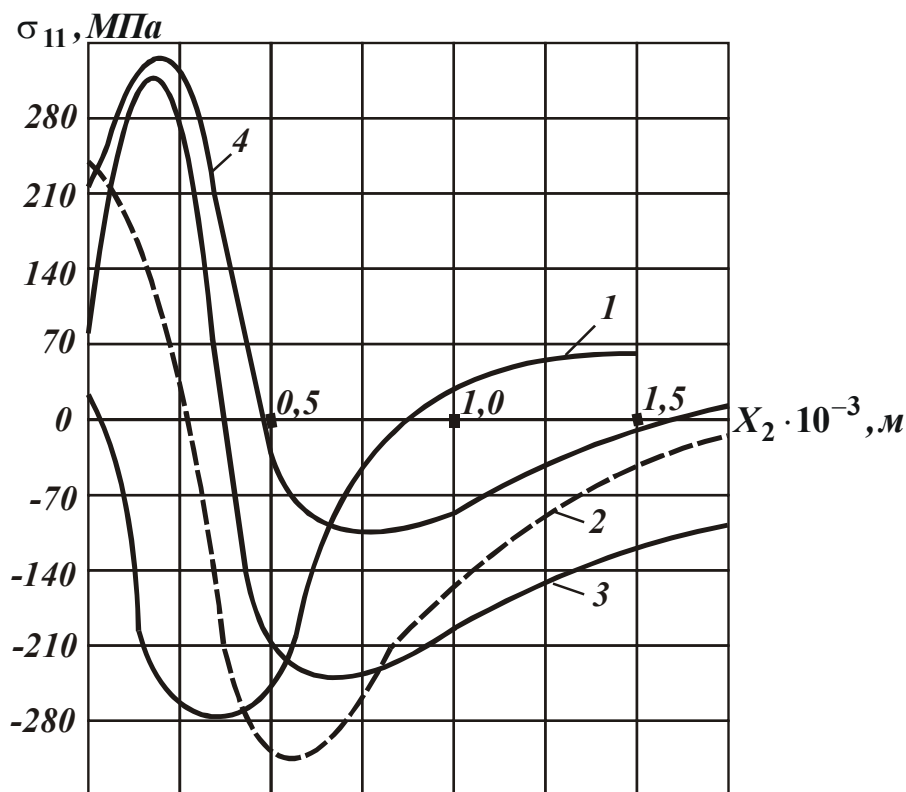


Рис. 3.4. Распределение  $\sigma_{11}$  по глубине на задней кромке источника (1), распределение  $\sigma_{11}$  спустя  $\tau = 0,012c$  после начала охлаждения (2), распределение  $\sigma_{11}$  после  $\tau = 0,025c$  (3), остаточные напряжения (4).

На границе второй и третьей зоны в момент выхода из зоны контакта напряженно-деформированное состояние материала отображено кривой 1 и является начальным для третьей зоны.

Дальнейшее охлаждение поверхности сопровождается возрастанием растягивающих напряжений на поверхности (кривая 2). Уве-



личиваются область и глубина залегания сжимающих напряжений. По мере дальнейшего охлаждения поверхности происходит выравнивание скоростей охлаждения поверхностных и глубинных слоев. При этих условиях максимальное значение растягивающих напряжений смещается в глубинные слои, ослабляя напряженность на поверхности (кривая 3).

После выравнивания температуры формируются остаточные напряжения (кривая 4).

Проведенный анализ кинетики теплового и напряженно-деформированного состояния поверхностного слоя зубчатых колес при шлифовании выявил превалирующую роль термопластических деформаций, протекающих при нагреве и охлаждении. Однако, следует заметить, что проведенный анализ кинетики теплового и напряженно-деформированного состояния поверхностного слоя зубчатых колес не учитывает структурные изменения. Эти изменения, протекающие в условиях динамики нагрева и охлаждения, сопровождаются изменением удельных объемов. Охлаждение металла ниже мартенситного превращения (точки *M<sub>n</sub>*) может сопровождаться бездиффузионным превращением аустенита в мартенсит. При этом возможны три различных случая:

1. Охлаждение металла протекает со скоростью, превышающей критическую скорость закалки и сопровождается превращением основной массы аустенита в мартенсит вторичной закалки.
2. Охлаждение металла протекает со скоростью охлаждения, близкой к критической скорости закалки и сопровождается частичным  $\gamma \rightarrow \alpha$  превращением.
3. Охлаждение протекает настолько медленно, что бездиффузионное  $\gamma \rightarrow \alpha$  превращение практически отсутствует.

В первом случае на поверхности детали образуется белый нетравящийся вторично-закаленный слой. Под ним залегают слои, состоящие из продуктов распада аустенита. В результате полного  $\gamma \rightarrow \alpha$  превращения в поверхностном слое металл будет расширяться, но этому расширению будут препятствовать нижележащие слои. При этих условиях в тонком поверхностном слое возникнут сжимающие напряжения (рис. 3.5, кривая 1).

Во втором случае “белый” слой на поверхности не образуется. Частичное  $\gamma \rightarrow \alpha$  превращение приводит к некоторому снижению уровня растягивающих напряжений. Характер изменения напряженного состояния поверхностного слоя в процессе шлифования пред-

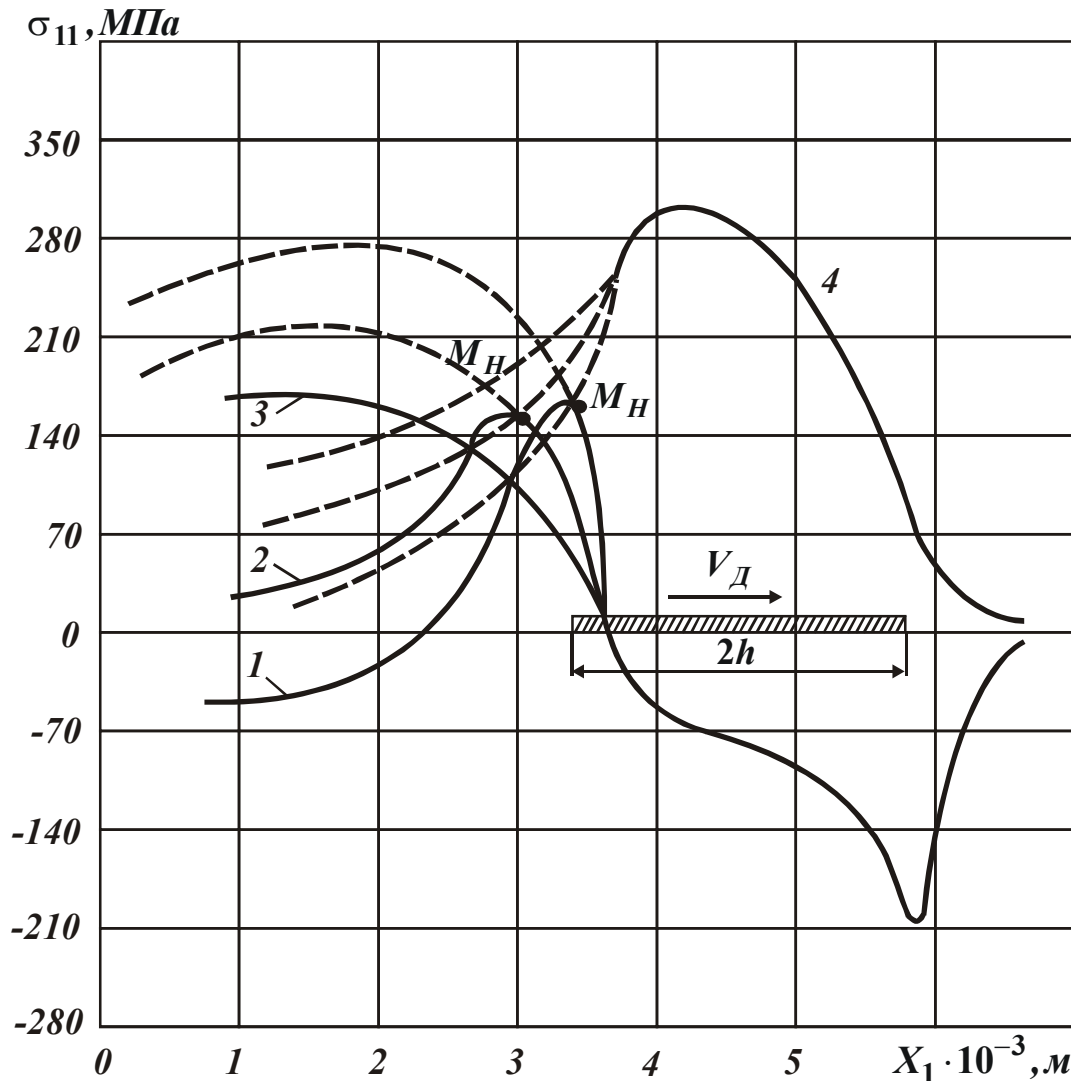


Рис. 3.5. Схема формирования внутренних напряжений в поверхностном слое детали при шлифовании с фазовыми превращениями: 1, 2, 3 – кривые изменения напряжений при различных скоростях охлаждения. Кривая 4 – характер изменения температуры.

ставлен на рис. 3,5, кривая 2.

В третьем случае, при отсутствии  $\gamma \rightarrow \alpha$  превращений, внутренние напряжения растяжения будут расти по мере охлаждения поверхности (рис. 3.5, кривая 3).

Прочность материала при шлифовании оценивается коэффициентом запаса прочности  $K_{з.п}$ .

Динамика формирования прочности в различных деформационных зонах шлифования показана на рис. 3.6 [217].

По мере возрастания температуры в пределах зоны контакта (кривая 3) снижается предел прочности материала, коэффициент запаса прочности  $K_{з.п}$  снижается (кривая 1). У задней кромки зоны контакта в момент перехода от сжимающих напряжений к растяги-

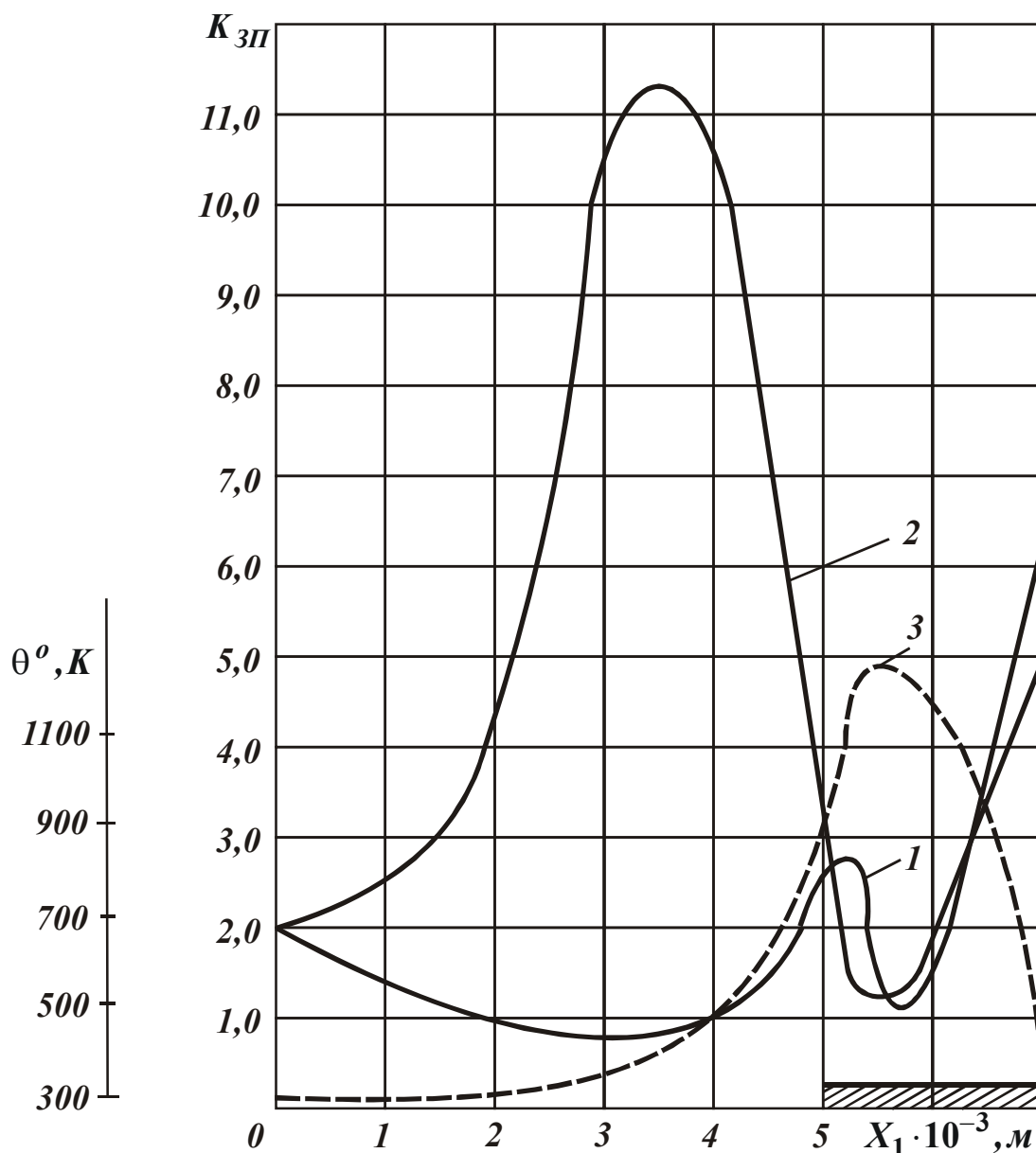


Рис.3.6. Зависимость коэффициента запаса прочности на поверхности (кривая 1), на глубине  $X_2=0,25 \cdot 10^{-3}$  м (кривая 2). Изменение температуры на поверхности (пунктирная кривая 3).

вающим (рис. 3.3) коэффициент запаса прочности возрастает, следовательно, разрушение материала в этой зоне маловероятно. При выходе материала из зоны кинетической деформации наблюдается резкое снижение  $K_{3.n}$ . В зоне интенсивного охлаждения поверхности характер напряженно-деформированного состояния имеет хрупкую природу разрушения материала детали при шлифовании под воздействием нормальных растягивающих напряжений, действующих в направлении оси  $X_1$ , т.е. в направлении вектора скорости перемещения источника тепла.

Приведенные зависимости термомеханических явлений, проте-

кающих в поверхностном слое деталей, при шлифовании позволяет рассмотреть функциональные связи параметров обработки с напряженно-деформированным состоянием деталей, найти пути управления этим состоянием и прогнозировать условия бездефектной обработки.

Основываясь на вышеизложенном, можно утверждать, что ответственными за возникновение шлифовочных трещин являются не остаточные, а временные термоупругие напряжения растяжения, возникающие при охлаждении в зоне III до температуры, соответствующей критической точке *Mn*. Это положение подтверждается наличием эффекта сдвига по границам трещин в направлении, перпендикулярном к следам обработки. Из работ Ляшко Н.Ф. известно, что в сталях с гетерогенной структурой трещины распространяются в области стыка встречных пластически-деформированных зон металла. Наиболее мягкие фазы деформируются больше, причем деформации имеют сдвиговый характер. Сдвиги фаз распространяются не прямолинейно, а по плоскостям, имеющим наименьшее сопротивление деформации. Явления сдвига свидетельствуют о том, что разрушение поверхности и возникновение трещины, происходят не в процессе нагрева, а при охлаждении, т.е. после выхода поверхности из зоны шлифования.

## ГЛАВА 4

### РАСЧЕТЫ ТЕМПЕРАТУРНЫХ ПОЛЕЙ ПРИ ШЛИФОВАНИИ

#### 4.1. КРАТКИЕ СВЕДЕНИЯ О ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ

Теплопроводность – перенос теплоты в результате движения и энергетического взаимодействия микрочастиц тела (молекул, атомов, электронов). Явление теплопроводности возможно только в вещественной среде: твердых телах, неподвижных жидкостях и газах.

В основу теории теплопроводности положены два закона: закон теплопроводности Фурье и закон теплоотдачи Ньютона-Рихмана.

Согласно теории Фурье, количество тепла  $dQ$ , проходящее через элементарную площадку  $dS$  за время  $dt$ , пропорционально градиенту температуры  $\frac{\partial T}{\partial n}$ , т.е.

$$dQ = -\frac{\partial T}{\partial n} \cdot ds \cdot dt. \quad (4.1)$$

Знак минус указывает на то, что тепло передается в сторону убывания температуры. Коэффициент пропорциональности  $\lambda$  - есть физический параметр вещества, характеризующий его способность проводить тепло. Он называется коэффициентом теплопроводности или просто теплопроводностью.

Количество тепла, переносимого в единицу времени через единицу площади, называется плотностью теплового потока  $q = -\lambda \cdot \frac{\partial T}{\partial n}$ .

В системе единиц СИ рассмотренные величины измеряются следующим образом:  $[\lambda]$  Вт/м<sup>2</sup>·К,  $[q]$  Вт/м<sup>2</sup>.

Закон Ньютона-Рихмана описывает процесс теплообмена между поверхностью твердого тела и окружающей средой (жидкостью или газом). Он описывается в виде соотношения

$$q = \alpha(T_0 - T_c), \quad (4.2)$$

где  $q$  - плотность теплового потока, Вт/м<sup>2</sup>;  $\alpha$  - коэффициент теплоотдачи, Вт/м<sup>2</sup>·К;  $T_0$  - температура поверхности тела, К;  $T_c$  - температура окружающей среды, К.

Дифференциальное уравнение теплопроводности выводится на основе закона сохранения энергии. Если элементарному объему  $dV$

сообщить количество тепла  $dQ$ , то температура увеличится на  $dT$  в соответствии с уравнением

$$dQ = C \cdot \gamma \cdot dV \cdot dT, \quad (4.3)$$

где  $C$  - удельная теплоемкость, Дж/(кг·К);  $\gamma$  - плотность вещества, кг/м<sup>3</sup>.

Для определения общего количества тепла, поглощенного телом объемом  $V$ , необходимо произвести интегрирование по всему этому

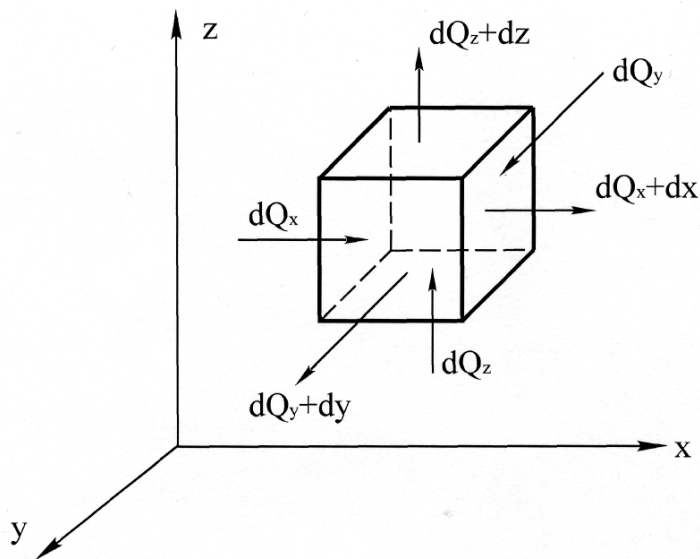


Рис. 4.1. Расчетная схема.

объему. Данная идея положена в основу методов математического описания и исследования температурного поля в твердых телах.

Если допустить, что к элементарному объему  $dV$  через его грани за время  $dt$  будет подведено тепло  $dQ_x, dQ_y, dQ_z$ , а за это же время через противоположные грани будет отведено количество тепла

$dQ_{x+dx}, dQ_{y+dy}, dQ_{z+dz}$ , то, например, в направлении оси X через грань площадью  $dy \cdot dz$  подведенное количество тепла можно выразить зависимостью (рис. 4.1)

$$dQ = q_x \cdot dy \cdot dz \cdot dt, \quad (4.4)$$

где  $q_x$  - проекция вектора плотности теплового потока на ось X.

Соответственно, через противоположную грань будет отведено количество тепла

$$dQ_{x+dx} = q_{x+dx} \cdot dy \cdot dz \cdot dt. \quad (4.5)$$

Количество тепла, поглощаемое элементарным объемом, равно разности

$$dQ'_x = q_x \cdot dy \cdot dz \cdot dt - q_{x+dx} \cdot dy \cdot dz \cdot dt. \quad (4.6)$$

Приращение плотности теплового потока  $q_{x+dx}$  можно представить в виде

$$q_{x+dx} = q_x + \frac{\partial q_x}{\partial x} \cdot dx. \quad (4.7)$$

После подстановки выражения (4.7) в (4.6), получим

$$dQ'_x = -\frac{\partial q_x}{\partial x} \cdot dx \cdot dy \cdot dz \cdot dt. \quad (4.8)$$

Учитывая аналогичным образом количество тепла, подведенного через другие оставшиеся грани, можно найти общее количество тепла, полученного элементарным объемом  $dV$

$$dQ = -\left(\frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} + \frac{\partial q_z}{\partial z}\right) \cdot dx \cdot dy \cdot dz \cdot dt. \quad (4.9)$$

Приравнивая полученное выражение к правой части уравнения (4.3), получим

$$-\left(\frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} + \frac{\partial q_z}{\partial z}\right) \cdot dx \cdot dy \cdot dz \cdot dt = \tilde{N} \cdot \gamma \cdot dx \cdot dy \cdot dz \cdot dT \quad (4.10)$$

или

$$C \cdot \gamma \cdot \frac{\partial T}{\partial t} = -\left(\frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} + \frac{\partial q_z}{\partial z}\right). \quad (4.11)$$

На основании закона Фурье проекции вектора плотности теплового потока можно представить в виде

$$q_x = -\lambda \cdot \frac{\partial T}{\partial x}; \quad q_y = -\lambda \cdot \frac{\partial T}{\partial y}; \quad q_z = -\lambda \cdot \frac{\partial T}{\partial z}. \quad (4.12)$$

После подстановки выражения (4.2) в (4.11), можно получить

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\lambda}{C \cdot \gamma} \cdot \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}\right). \quad (4.13)$$

Уравнение (4.13) описывает процесс теплопередачи в неподвижной твердой среде, который осуществляется за счет теплопроводности. Однако, при механической обработке деталей машин приходится иметь дело с подвижными источниками тепла. При этих условиях перенос тепла будет осуществляться не только за счет теплопроводности, но и за счет движения самой нагретой детали. Данный случай следует рассматривать как частный случай конвективного переноса тепла, при котором все элементы нагретой среды перемещаются с одинаковой скоростью. Если совместить одну из осей системы координат (например, ось  $Z$ ) с направлением движения теплового источника, то уравнение теплопроводности (4.13) будет иметь вид

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\lambda}{C \cdot \gamma} \cdot \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}\right) + V \cdot \frac{\partial T}{\partial z}. \quad (4.14)$$

Здесь  $V$  - скорость перемещения теплового источника; коэффициент

$a = \lambda / C \cdot \gamma$  называется коэффициентом температуропроводности ( $\text{м}^2/\text{с}$ ) или просто температуропроводностью.

## 4.2. МЕТОД ИСТОЧНИКОВ

При решении теплофизических задач широкое распространение получил метод источников (метод Грина). Этот метод хорошо известен в теории электрического потенциала. Идея метода и его физическая интерпретация состоят в том, что если известен закон изменения потенциала от точечного заряда, то можно построить картину потенциала заряженного тела любой формы или произвольной системы тел [231]. Для данного метода вся сложность задачи состоит в определении так называемой функции Грина, удовлетворяющей данным граничным условиям. Процесс определения этой функции называют построением фундаментального решения.

Сущность метода Грина применительно к теории теплопроводности заключается в следующем. Если известен закон изменения температуры  $T(x, y, z, t)$  в точке  $B(x, y, z)$  теплопроводящего пространства от точечного источника, помещенного в точку  $A(x', y', z')$ , выделившего количество тепла  $Q$  в момент времени  $t'$ , то температура в точке  $B(x, y, z)$  от системы распределенных в пространстве источников определяется суперпозицией из температурных полей. Решение задачи сводится к определению функции  $T(x, y, z, t)$  от единичного источника тепла  $Q$  (функция Грина), удовлетворяющей граничным условиям задачи. Распределение тепловых отраженных источников в пространстве, время их действия и движения учитываются интегрированием.

### 4.2.1. ПРИМЕРЫ ПОСТРОЕНИЯ ФУНКЦИИ ГРИНА

1. Известно, что если в  $n$ -мерном пространстве в точке  $A$  с координатами  $x'_1, x'_2, x'_3, \dots, x'_n$  в момент времени  $t'$  выделилось количество тепла  $Q$ , то температура тела в точке  $B$  с координатами  $x_1, x_2, \dots, x_n$  в момент времени ( $t > t'$ ) описывается функцией

$$T(x_1, x_2, \dots, x_n, x'_1, x'_2, \dots, x'_n, t, t') =$$



$$= \frac{Q}{C \cdot \gamma \cdot [\sqrt{4\pi a \cdot (t-t')}]^n} \cdot \exp\left\{-\frac{R^2}{4a(t-t')}\right\}, \quad (4.15)$$

где  $R^2$  - квадрат расстояния между точками  $A$  и  $B$ , причем

$$R^2 = (x_1 - x'_1)^2 + (x_2 - x'_2)^2 + \dots + (x_n - x'_n)^2. \quad (4.16)$$

Функция (4.15) есть решение фундаментального уравнения теплопроводности

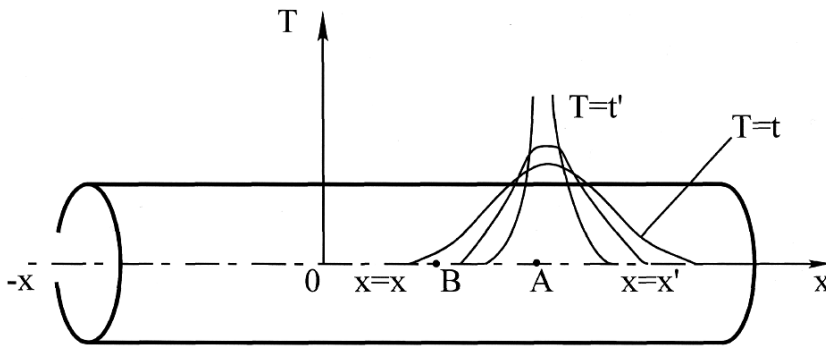


Рис. 4.2. Расчетная схема распространения тепла в бесконечном стержне.

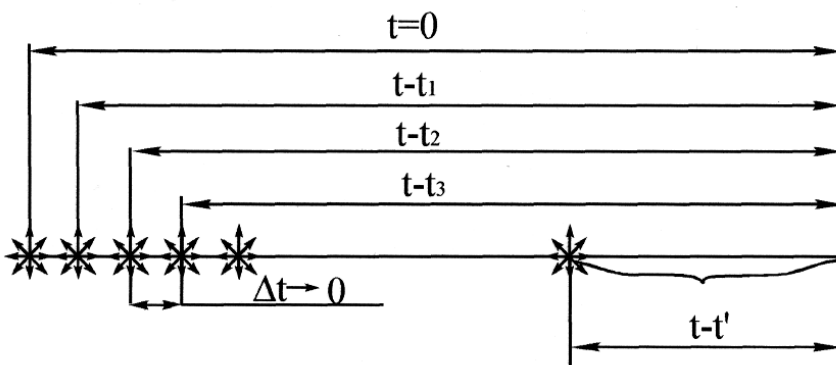
лопроводности (4.14). На основе данного решения можно записать функцию Грина для различных условий задачи. Рассмотрим некоторые характерные случаи.

#### Задача 1.

Распространение тепла в бесконечном стержне (рис. 4.2) связано с решением одномерной задачи. Если в точке стержня с координатой  $x - x'$  подействовал в момент времени  $t'$  мгновенный источник тепла  $q = Q$ , то температура в точке  $B$ , расположенной на расстоянии  $X = x$  в момент времени  $t > t'$ , опишется функцией

$$T(x,t) = \frac{Q}{C \cdot \gamma \cdot \sqrt{4\pi a \cdot (t-t')}} \cdot \exp\left\{-\frac{(X-x')^2}{4a(t-t')}\right\}. \quad (4.17)$$

Задача 2. Источник тепла, возникнув в точке  $A$  в момент времени  $\tau=0$ , действовал непрерывно до момента времени  $\tau = t'$ . Температура в точке  $B'$  стержня на расстоянии  $x$  от теплового источника в момент времени  $t > t'$  определяется суперпозицией температурных полей во времени.



Действие источника тепла от момента времени  $\tau = 0$  до  $\tau = t'$  определяется как действие последовательно “вспыхивающих” в одной и той же точке

Рис. 4.3. Временная схема действия источника.

МГНОВЕННЫХ ИСТОЧНИКОВ ТЕПЛА.

Если представить схему действия источников при помощи временной оси  $\tau$  (рис. 4.3), то указанная суперпозиция запишется в виде суммы

$$\begin{aligned}
 T(x,t) &= \frac{Q}{C \cdot \gamma \cdot \sqrt{4\pi a}} \cdot \left[ \frac{1}{\sqrt{t-0}} \cdot \exp\left\{-\frac{(x-x')^2}{4a(t-0)}\right\} + \right. \\
 &+ \frac{1}{\sqrt{t-t_1}} \cdot \exp\left\{-\frac{(x-x')^2}{4a(t-t_1)}\right\} + \frac{1}{\sqrt{t-t_2}} \cdot \exp\left\{-\frac{(x-x')^2}{4a(t-t_2)}\right\} + \\
 &+ \dots + \left. \frac{1}{\sqrt{t-t'}} \cdot \exp\left\{-\frac{(x-x')^2}{4a(t-t')}\right\} \right] = \\
 &= \frac{Q}{C \cdot \gamma \cdot \sqrt{4\pi a}} \cdot \int_0^{t'} \frac{d\tau}{\sqrt{t-\tau}} \cdot \exp\left\{-\frac{(x-x')^2}{4a(t-\tau)}\right\}
 \end{aligned} \quad (4.18)$$

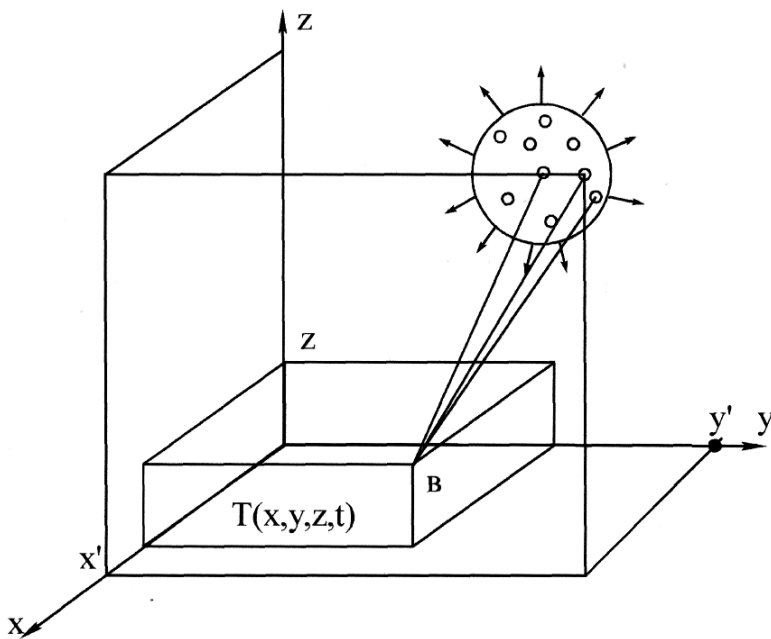


Рис. 4.4. Схема действия источника тепла.

**Задача 3.** Источники тепла распределены в объеме  $V$  и действуют непрерывно от момента времени  $t' = 0$  до исследуемого момента времени  $t' = t$  (рис. 4.4).

Температура в точке  $B$  теплопроводящего пространства в момент времени  $t' = t$  определится суперпозицией температурных полей от всех источников  $q$  как в пространстве, так и во времени, т.е.

$$\begin{aligned}
 T(x, y, z, t) &= \iiint_V \int_0^t \frac{Q(x', y', z', t')}{C \cdot \gamma \cdot [4\pi a(t-t')]^{3/2}} \times \\
 &\times \exp\left\{-\frac{(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2}{4a(t-t')}\right\} \cdot dx' \cdot dy' \cdot dz' \cdot dt'. \quad (4.19)
 \end{aligned}$$

В формуле (4.19)  $x, y, z, t$  - постоянные величины (координаты точки  $B$ , а  $x', y', z', t'$  - переменные интегрирования.

До сих пор рассматривалось бесконечное сплошное теплопроводящее пространство. Если ограничить теплопроводящее пространство плоскими поверхностями, то температурное поле с учетом граничных условий будет сформировано. Для решения задач теплопроводности в этих случаях широко используется метод отраженных тепловых источников. Для криволинейных поверхностей применение метода источников (метода Грина) ограничено.

#### 4.2.2. ГРАНИЧНЫЕ УСЛОВИЯ

Уравнения (4.13) и (4.14) представляют собой линейные уравнения второго порядка в частных производных. Для того чтобы решение  $T(x, y, z, t)$  являлось единственным решением поставленной задачи, оно должно одновременно удовлетворять некоторым начальным и граничным условиям.

Начальное условие  $T = T(x, y, z, t_0) = \Theta(x, y, z)$  определяет распределение температуры внутри исследуемой области в начальный момент времени.

Граничные условия в теории теплопроводности принято разделять на четыре вида. Граничные условия первого рода задают распределение температуры на границе области в любой момент времени, т.е.

$$T(x_S, y_S, z_S, t) = \varphi(t, S).$$

Например, на границе теплопроводящего ограниченного пространства выполняются граничные условия первого рода, т.е. поддерживается постоянная температура  $T|_{x=0} = 0$ .

На рис. 4.5 представлено теплопроводящее тело, внутри которого в точке  $A$  с координатами  $x', y', z'$  в момент времени  $t' = 0$  мгновенно вы-

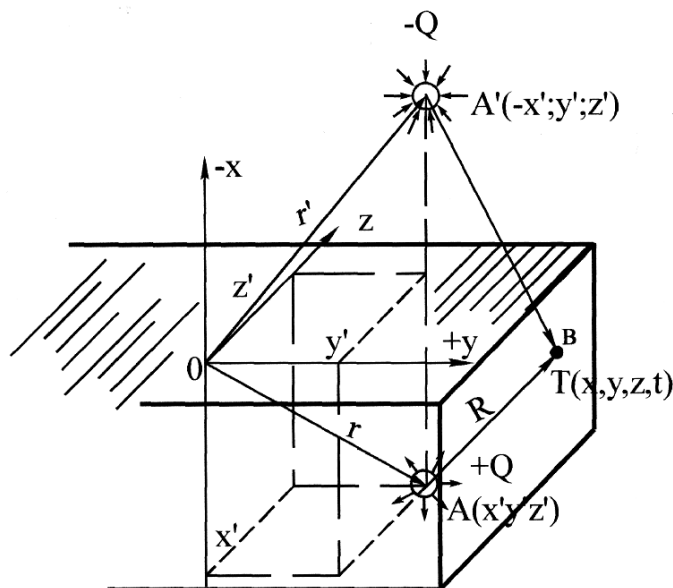


Рис. 4.5. Расчетная схема.

делилось количество тепла  $Q$ . Требуется определить температуру в точке  $B$  теплопроводящего тела в момент времени  $t' = t$ .

Для обеспечения заданных граничных условий первого рода необходимо расширить теплопроводящую среду в области отрицательных значений  $X$  (рис. 4.5) и для обеспечения стока тепла равной интенсивности поместить в точке  $A$  с координатами  $-x'$ ,  $+y'$ ,  $+z'$  зеркально-симметричный относительно точки  $A$  тепловой источник. Тогда температура в точке  $B$  определится суперпозицией этих двух источников.

Функция Грина, описывающая распределение температуры в теплопроводном теле с граничными условиями первого рода, имеет вид

$$\begin{aligned}
 T(x, y, z, t) &= \frac{Q}{C \cdot \gamma \cdot (4\pi at)^{3/2}} \times \\
 &\times \exp\left\{-\frac{(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2}{4at}\right\} - \frac{Q}{C \cdot \gamma (4\pi at)^{3/2}} \times \\
 &\times \exp\left\{-\frac{(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2}{4at}\right\} = \\
 &= \frac{Q}{C \cdot \gamma \cdot (4\pi at)^{3/2}} \times \left[ \exp\left\{-\frac{(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2}{4at}\right\} - \right. \\
 &\left. - \exp\left\{-\frac{(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2}{4at}\right\} \right].
 \end{aligned} \tag{4.20}$$

Подставляя в (4.20) координату  $x=0$ , можно убедиться, что граничные условия первого рода выполняются. Кроме того, формула удовлетворяет дифференциальному уравнению теплопроводности.

Граничное условие второго рода задает плотность теплового потока для каждой точки граничной поверхности в любой момент времени, т.е.  $q(x_S, y_S, z_S, t)$  или по закону Фурье

$$\left. \frac{\partial T}{\partial n} \right|_S = -\frac{1}{\lambda} \cdot q(S, t),$$

где  $\frac{\partial T}{\partial n}$  - производная температуры по нормали поверхности  $S$ .

Частный случай – это  $\left. \frac{\partial T}{\partial n} \right|_{S=0} = 0$  - адиабатическая стенка. Для

построения функции источника, удовлетворяющего граничному условию второго рода, необходимо относительно адиабатической плоскости поместить в точке  $A'(-x', y', z')$  зеркально-симметричный положительный тепловой источник (рис. 4.5), т.е. задать в точке  $(A')$  источник такой же интенсивности.

Температура в точке  $B$  определится суперпозицией этих двух источников, т.е.

$$T(x, y, z, t) = \frac{Q}{C \cdot \gamma \cdot (4\pi at)^{3/2}} \times \left[ \exp\left\{ -\frac{(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2}{4at} \right\} + \exp\left\{ -\frac{(x+x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2}{4at} \right\} \right] \quad (4.21)$$

Если источник подействовал на поверхности, то отраженный источник совпадает с исходным. В этом случае тепловой источник имеет удвоенную мощность.

При выполнении граничных условий второго рода функция Грина имеет вид

$$T(x, y, z, t) = \frac{2 \cdot Q}{C \cdot \gamma \cdot (4\pi at)^{3/2}} \times \exp\left\{ -\frac{x^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2}{4at} \right\}.$$

Если продолжительность действия теплового источника изменяется от  $t' = 0$  до  $t' = t$ , то функция Грина запишется так:

$$T(x, y, z, t) = \int_0^t \frac{2 \cdot Q \cdot dt'}{C \cdot \gamma \cdot [4\pi a(t-t')]^{3/2}} \times \exp\left\{ -\frac{x^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2}{4a(t-t')} \right\} \quad (4.22)$$

Граничные условия третьего рода задает теплообмен на границе области с окружающей средой. Закон теплообмена может быть задан в форме рассмотренного выше закона Ньютона-Рихмана, т.е.

$$q = \alpha \cdot (T_0 - T_C), \quad \alpha \cdot (T_0 - T_C) + \lambda \cdot \left. \frac{\partial T}{\partial n} \right|_S = 0,$$

где  $T_0$  - температура поверхности тела;  $T_C$  - температура окружающей среды.

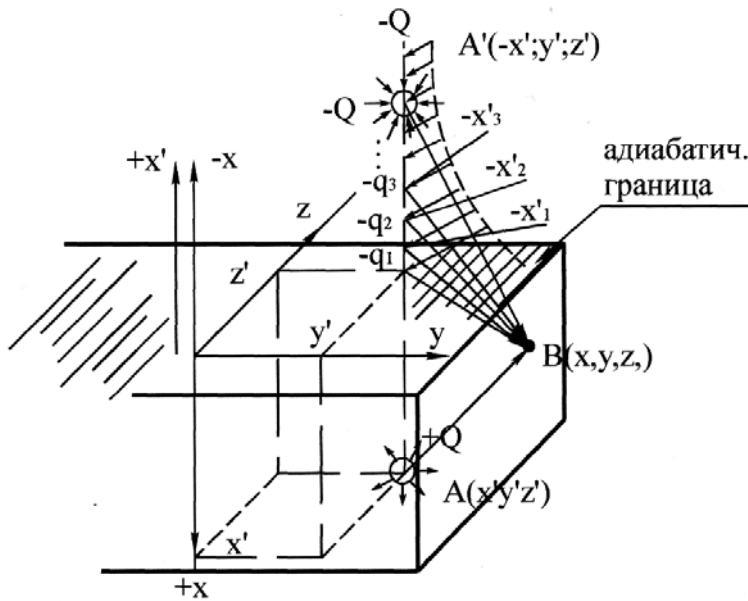


Рис. 4.6. Расчетная схема.

цией всех источников. Закон распределения стоков описывается формулой

$$Q' = \frac{\alpha}{\lambda} \cdot Q \cdot \exp\left\{-\frac{\alpha}{\lambda} \cdot x\right\} \quad (4.23)$$

при наличии дополнительного отрицательного источника интенсивностью  $Q$  в зеркально-симметричной точке  $A'(-x', +y', +z')$ . Уравнение для расчета температуры в точке  $B(x, y, z)$  имеет вид

$$\begin{aligned}
 T(x, y, z, t) = & \frac{Q}{C \cdot \gamma \cdot (4\pi at)^{3/2}} \times \left[ \exp\left\{-\frac{(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2}{4at}\right\} - \right. \\
 & \left. - \exp\left\{-\frac{(x+x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2}{4at}\right\} \right] - \left[ \frac{Q'_1 \cdot (x'_1)}{C \cdot \gamma \cdot (4\pi at)^{3/2}} \times \right. \\
 & \times \exp\left\{-\frac{(x+x'_1)^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2}{4at}\right\} \left. \right] + \frac{Q'_2 \cdot (x'_2)}{C \cdot \gamma \cdot (4\pi at)^{3/2}} \times \\
 & \times \exp\left\{-\frac{(x+x'_2)^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2}{4at}\right\} + \dots + \\
 & + \frac{Q'_n \cdot (x'_n)}{C \cdot \gamma \cdot (4\pi at)^{3/2}} \cdot \exp\left\{-\frac{(x+x'_n)^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2}{4at}\right\} \quad (4.24)
 \end{aligned}$$

Коэффициент теплообмена  $\alpha$  зависит от свойств тела, среды и температуры.

Если на прямой, перпендикулярной плоскости XOY и проходящей через точку  $A(x', y', z')$ , задать систему отрицательных стоков в области отрицательных значений X (рис. 4.6), то температура в точке  $B(x, y, z)$  определится суперпозицией

$$\begin{aligned}
T(x, y, z, t) = & \frac{Q}{C \cdot \gamma \cdot (4\pi at)^{3/2}} \times \\
& \times \left[ \exp\left\{-\frac{(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2}{4at}\right\} - \right. \\
& \left. - \exp\left\{-\frac{(x+x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2}{4at}\right\} \right] - \left[ \frac{\alpha}{\lambda} \cdot \frac{Q_1}{C \cdot \gamma \cdot (4\pi at)^{3/2}} \times \right. \\
& \left. \times \int_0^\infty \exp\left\{-\frac{(x+x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2}{4at} - \frac{\alpha}{\lambda} \cdot x'\right\} \cdot dx' \right] \cdot dx'
\end{aligned} \tag{4.25}$$

Если тепловой источник  $Q$  располагается на поверхности ( $x' = 0$ ), то система стоков описывается формулой

$$Q' = 2 \cdot \frac{\alpha}{\lambda} \cdot Q \cdot \exp\left\{-\frac{\alpha}{\lambda} \cdot x\right\}, \tag{4.26}$$

а формула суперпозиции имеет вид

$$\begin{aligned}
T(x, y, z, t) = & \frac{2 \cdot Q}{C \cdot \gamma \cdot (4\pi at)^{3/2}} \cdot \exp\left\{-\frac{x^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2}{4at}\right\} - \\
& - 2 \cdot Q \cdot \frac{\alpha}{\lambda} \cdot \frac{1}{C \cdot \gamma \cdot (4\pi at)^{3/2}} \times \\
& \times \int_0^\infty \exp\left\{-\frac{(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2}{4at} - \frac{\alpha}{\lambda} \cdot x'\right\} \cdot dx'
\end{aligned} \tag{4.27}$$

Если тепловой источник действует на поверхность в течение некоторого промежутка времени от  $t' = 0$  до  $t' = t$ , то уравнение для расчета температуры в точке  $B(x, y, z)$  таково

$$\begin{aligned}
T(x, y, z, t) = & \int_0^t \frac{2 \cdot Q \cdot dt'}{C \cdot \gamma \cdot [4\pi a(t-t')]^{3/2}} \times \\
& \times \exp\left\{-\frac{x^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2}{4a(t-t')}\right\} - \\
& - 2 \cdot Q \cdot \frac{\alpha}{\lambda} \cdot \frac{1}{C \cdot \gamma} \cdot \int_0^t \frac{dt'}{[4\pi a(t-t')]^{3/2}} \times
\end{aligned} \tag{4.28}$$

$$\times \int_0^{\infty} \exp \left\{ -\frac{(x+x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2}{4a(t-t')} - \frac{\alpha}{\lambda} \cdot x' \right\} \cdot dx'.$$

Рассмотренные функции удовлетворяют граничным условиям третьего рода. Граничные условия четвертого рода выражают равенство тепловых потоков на границе раздела двух теплопроводящих сред и записываются в виде равенства

$$-\lambda \cdot \frac{\partial T_1}{\partial x} \Big|_S = \lambda_2 \cdot \frac{\partial T_2}{\partial x} \Big|_S. \quad (4.29)$$

Задачи с заданным граничным условием и подвижными источниками тепла решаются численными методами математики.

### 4.2.3. ДВИЖУЩИЕСЯ ИСТОЧНИКИ

Рассмотренные решения теплофизических задач (функции Грина) удовлетворяют уравнению теплопроводности в системе координат, связанной с твердым теплопроводящим пространством. При наличии движения теплового источника необходимо систему координат

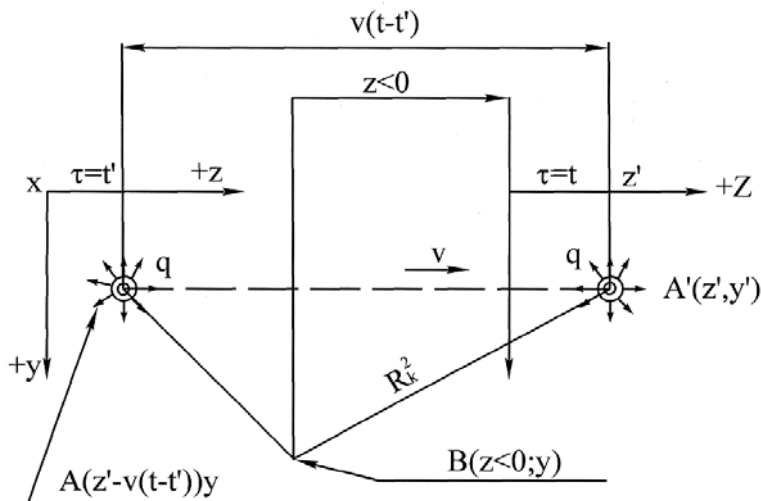


Рис. 4.7. Схема движения точечного источника тепла.

связать с движущимся источником. При совмещении оси  $Z$  с направлением движения теплового источника дифференциальное уравнение теплопроводности запишется в виде (4.14). Фундаментальным решением уравнения теплопроводности (4.14) является функция источника с непрерывно изменяющейся координатой

$z'$  по закону  $z' - Vt$ . На рис. 4.7 показан точечный источник, движущийся в плоскости  $OZY$  вместе с подвижными осями координат. В начальный момент времени  $\tau = t'$  источник занимает положение в точке  $A(z' - V(t - t'); y')$ , в конечный момент времени – в точке  $A'(z'; y')$ . Оси координат вместе с источником переместились на рас-



стояние  $l = V(t - t')$ . Температура в точке  $B(z, y)$  равна суперпозиции от всех положений движущегося теплового источника. В формулу Грина входит квадрат расстояния  $R^2$ . Этот параметр по мере перемещения осей координат изменяется. В конечном положении осей координат (для  $\tau = t$ ) в точке  $A'(z'; y')$

$$R_k^2 = (z - z')^2 + (y - y')^2,$$

а в начальном положении осей координат в точке  $A(z' - V(t - t'); y')$

$$R_i^2 = (z - z' + V(t - t'))^2 + (y - y')^2.$$

Если источник подействовал в начале координат  $x' = y' = z' = 0$  в момент времени  $t' = 0$  (мгновенный источник), то температура в точке  $B$  (рис. 4.7) в подвижных осях координат в момент времени  $t = t'$  определится из выражения

$$T(x, y, z, t) = \frac{Q}{C \cdot \gamma \cdot (4\pi at)^{3/2}} \cdot \exp\left\{-\frac{x^2 + y^2 + [z - z' + Vt]^2}{4at}\right\} = \quad (4.30)$$

$$= \frac{Q}{C \cdot \gamma \cdot (4\pi at)^{3/2}} \cdot \exp\left\{-\frac{x^2 + y^2 + (z + Vt)^2}{4at}\right\}$$

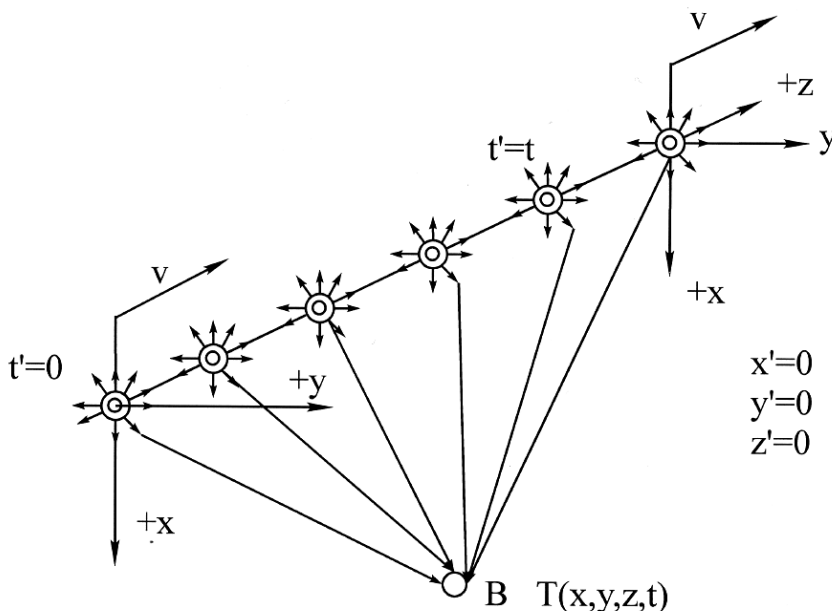


Рис. 4.8. Расчетная схема.

в гирлянде иллюминации.

Температура в точке  $B$  для данных условий определяется суперпозицией всех промежуточных положений тепловых источников

*Задача 1.* В интервале времени от  $t' = 0$  до  $t = t'$  в положительном направлении оси  $Z$  движется тепловой источник мощностью  $Q$  (рис. 4.8). По данным А.Н. Резникова [204], это движение можно моделировать по аналогии с кажущимся движением последовательно зажигающихся ламп в

$$T(x, y, z, t) = \int_0^t \frac{Q \cdot dt'}{C \cdot \gamma \cdot [4\pi a(t-t')]^{3/2}} \times \exp\left\{-\frac{x^2 + y^2 + [z + V(t-t')]^2}{4a(t-t')}\right\} \quad (4.31)$$

*Задача 2.* Точечный источник мощностью  $q$  движется по поверхности адиабатической стенки  $\left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x=0} = 0$ . Теплообмен на поверхности отсутствует. В этом случае, как указывалось ранее, мощность теплового источника удваивается. Температура в точке (рис. 4.8) определяется суперпозицией всех промежуточных положений тепловых источников

$$T(x, y, z, t) = \int_0^t \frac{2 \cdot q \cdot dt'}{C \cdot \gamma \cdot [4\pi a(t-t')]^{3/2}} \times \exp\left\{-\frac{x^2 + y^2 + [z + V(t-t')]^2}{4a(t-t')}\right\} \quad (4.32)$$

*Задача 3.* Задана система подвижных тепловых источников, распределенных в объеме сферической поверхности радиусом  $R$  (рис. 4.9). Источники действуют непрерывно в интервале времени от  $t' = 0$  до  $t = t'$ . Сферическая поверхность перемещается в направлении оси  $Z$  со скоростью  $V$ . Требуется найти температуру в точке  $B(x, y, z)$  в момент времени  $t$ .

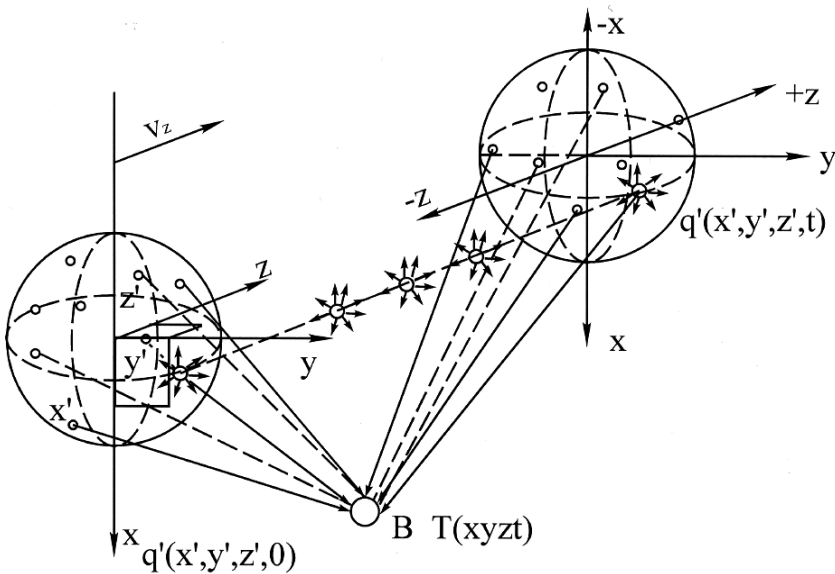


Рис. 4.9. Расчетная схема.

Температура в точке  $B(x, y, z)$  определяется суперпозицией как в пространстве, так и во времени всех источников. Причем, координата  $z$  точки  $B(x, y, z)$  отсчитывается в конечном положении подвижных осей координат  $XYZO$ . Координаты

$x$  и  $y$  не зависят от положения подвижных осей. Температура в точке  $B(x, y, z)$  определяется из выражения

$$\begin{aligned}
 T(x, y, z, t) = & \int_0^t dt' \cdot \int_{-R}^R dx' \cdot \int_{-\sqrt{R^2-(x')^2}}^{\sqrt{R^2-(x')^2}} dy' \cdot \times \\
 & \times \int_{-\sqrt{R^2-(x')^2-(y')^2}}^{\sqrt{R^2-(x')^2-(y')^2}} \frac{Q}{C \cdot \gamma \cdot [4\pi a(t-t')]^{3/2}} \times \\
 & \times \exp\left\{-\frac{(x-x')^2 + (y-y')^2 + [z-z' + V(t-t')]^2}{4a(t-t')}\right\} \cdot dz'
 \end{aligned} \quad (4.33)$$

Рассмотрим интегрирование функции Грина в следующих задачах.

*Задача 4.* По поверхности твердого теплопроводящего пространства в положительном направлении оси  $Z$  движется постоянно действующий источник тепла мощностью  $q$ . На поверхности отсутствует теплообмен ( $\alpha = 0$ ). Функция, описывающая температурное поле от такого источника, имеет вид

$$\begin{aligned}
 T(x, y, z, t) = & \int_0^t \frac{2 \cdot q \cdot dt'}{C \cdot \gamma \cdot [4\pi a(t-t')]^{3/2}} \times \\
 & \times \exp\left\{-\frac{x^2 + y^2 + [z + V(t-t')]^2}{4a(t-t')}\right\}
 \end{aligned} \quad (4.34)$$

Требуется вычислить интеграл в формуле (4.34). Представим (4.34) в виде

$$\begin{aligned}
 T = & \int_0^t \frac{2 \cdot q}{C \cdot \gamma \cdot [4\pi a(t-t')]^{3/2}} \times \\
 & \times \exp\left\{-\frac{x^2 + y^2 + z^2 + 2 \cdot z \cdot V(t-t') + V^2(t-t')^2}{4a(t-t')}\right\} \cdot dt'
 \end{aligned} \quad (4.35)$$

ИЛИ

$$\begin{aligned}
 T = & \int_0^t \frac{2 \cdot q}{C \cdot \gamma \cdot [4\pi a(t-t')]^{3/2}} \times \\
 & \times \exp\left\{-\frac{R^2 + 2 \cdot z \cdot V(t-t') + V^2(t-t')^2}{4a(t-t')}\right\} \cdot dt'
 \end{aligned}$$

где  $R = x^2 + y^2 + z^2$ .

Формулу можно записать

$$T = \exp\left\{-\frac{V \cdot z}{2 \cdot a}\right\} \cdot \int_0^t \frac{2 \cdot q}{C \cdot \gamma \cdot [4\pi a(t-t')]^{3/2}} \times \\ \times \exp\left\{-\left[\frac{R^2}{4a(t-t')} + \frac{V^2}{4a} \cdot (t-t')\right]\right\} \cdot dt'.$$

Произвести замену переменной  $t' \rightarrow \xi$

$$\xi^2 = \frac{R^2}{4 \cdot a \cdot (t-t')}; \quad 2 \cdot \xi \cdot d\xi = \frac{R^2}{4 \cdot a} \cdot \frac{dt'}{(t-t')^2}; \\ t-t' = \frac{R^2}{4 \cdot a \cdot \xi^2}; \quad dt' = \frac{R^2}{2 \cdot a \cdot \xi^3} \cdot d\xi; \\ \xi_i = \frac{R}{\sqrt{4 \cdot a \cdot t}}; \quad \xi_{\hat{A}} = \frac{R}{\sqrt{4 \cdot a \cdot (t-t')}} = \infty.$$

Отсюда

$$T = \exp\left\{-\frac{V \cdot z}{2 \cdot a}\right\} \cdot \int_{R/\sqrt{4at}}^{\infty} \frac{2 \cdot q}{C \cdot \gamma \cdot \left[\frac{4\pi a R^2}{4a \xi^2}\right]^{3/2}} \times \\ \times \exp\left\{-\left[\xi^2 + \frac{V^2 \cdot R^2}{4a \cdot 4a \xi^2}\right]\right\} \cdot \frac{R^2}{2a \cdot \xi^3} \cdot d\xi.$$

Учитывая, что  $\lambda = C \cdot \gamma \cdot a$ , получим

$$T = \exp\left\{-\frac{V \cdot z}{2 \cdot a}\right\} \cdot \int_{R/\sqrt{4at}}^{\infty} \frac{q}{\lambda \cdot R \cdot \pi^{3/2}} \times \\ \times \exp\left\{-\left[\xi^2 + \frac{V^2 \cdot R^2}{16 \cdot a^2 \cdot \xi^2}\right]\right\} \cdot d\xi \quad (4.36)$$

Если источник движется достаточно долго, то процесс устанавливается; температурное поле в системе координат, связанной с источником, становится квазистационарным, не зависящим от времени. Поэтому, подставив в (4.35)  $t \rightarrow \infty$ , получим выражение, описывающее квазистационарный процесс

$$T = \exp\left\{-\frac{V \cdot z}{2 \cdot a}\right\} \cdot \int_0^{\infty} \frac{q}{\lambda \cdot R \cdot \pi^{3/2}} \times \\ \times \exp\left\{-\left[\xi^2 + \frac{V^2 \cdot R^2}{16 \cdot a^2 \cdot \xi^2}\right]\right\} \cdot d\xi$$

Вычислим интеграл

$$\int_0^{\infty} \exp\left\{-\left[\xi^2 + \frac{V^2 \cdot R^2}{16 \cdot a^2 \cdot \xi^2}\right]\right\} \cdot d\xi = \\ = \int_0^{\infty} \exp\left\{-\left[\xi^2 - 2 \cdot \xi \cdot \frac{V \cdot R}{4a \cdot \xi} + \frac{V^2 \cdot R^2}{16a^2 \cdot \xi^2} + 2\xi \cdot \frac{V \cdot R}{4a \cdot \xi}\right]\right\} \cdot d\xi = \\ = \int_0^{\infty} \exp\left\{-\left[\xi - \frac{V \cdot R}{4a \cdot \xi}\right]^2 - \frac{1}{2} \cdot \frac{V \cdot R}{a}\right\} \cdot d\xi = \\ = \exp\left(-\frac{V \cdot R}{2a}\right) \cdot \int_0^{\infty} \exp\left\{-\left[\xi - \frac{V \cdot R}{4a \cdot \xi}\right]^2\right\} \cdot d\xi.$$

Производим замену переменной  $\xi \rightarrow U$ ;  $U = -\frac{V \cdot R}{4a \cdot \xi}$ ;  $U_H = -\infty$ ;

$$U_B = 0; \quad dU = \frac{V \cdot R}{4a} \cdot \frac{d\xi}{\xi^2}; \quad \xi^2 = \frac{V^2 \cdot R^2}{16a^2 \cdot U^2}; \quad d\xi = \frac{4a}{V \cdot R} \cdot \xi^2 \cdot dU;$$

$$\int_0^{\infty} \exp\left\{-\left[\xi - \frac{V \cdot R}{4a \cdot \xi}\right]^2\right\} \cdot d\xi = \\ = \int_{-\infty}^0 \exp\left\{-\left[-\frac{V \cdot R}{4a \cdot U} + U\right]^2\right\} \cdot \frac{4a}{V \cdot R} \cdot \frac{V^2 \cdot R^2}{16a^2 U^2} \cdot dU = \\ = \int_{-\infty}^0 \exp\left\{-\left[-\frac{V \cdot R}{4a \cdot U} + U\right]^2\right\} \cdot \frac{U \cdot R}{4a \cdot U^2} \cdot dU.$$

Замена  $U \rightarrow v$  дает  $dU = -dv$ ;  $v_H = +\infty$ ;  $v_B = 0$ , получим

$$-\int_{+\infty}^0 \exp\left\{-\left[\frac{V \cdot R}{4a \cdot v} - v\right]^2\right\} \cdot \frac{V \cdot R}{4a \cdot v^2} \cdot dv = \int_0^{\infty} \exp\left\{-\left[\frac{V \cdot R}{4a \cdot v} - v\right]^2\right\} \times$$

$$\begin{aligned} & \times \left( \frac{V \cdot R}{4a \cdot v^2} + 1 - 1 \right) \cdot dv = - \int_0^{\infty} \exp \left\{ - \left[ \frac{V \cdot R}{4a \cdot v} - v \right]^2 \right\} \cdot dv + \\ & + \int_0^{\infty} \exp \left\{ - \left[ \frac{V \cdot R}{4a \cdot v} - v \right]^2 \right\} \cdot \left( \frac{V \cdot R}{4a \cdot v^2} + 1 \right) \cdot dv. \end{aligned}$$

Таким образом,

$$\begin{aligned} & \int_0^{\infty} \exp \left\{ - \left[ \xi - \frac{V \cdot R}{4a \cdot \xi} \right]^2 \right\} \cdot d\xi = - \int_0^{\infty} \exp \left\{ - \left[ \frac{V \cdot R}{4a \cdot v} - v \right]^2 \right\} \cdot dv + \\ & + \int_0^{\infty} \exp \left\{ - \left[ \frac{V \cdot R}{4a \cdot v} - v \right]^2 \right\} \cdot \left( \frac{V \cdot R}{4a \cdot v^2} + 1 \right) \cdot dv. \end{aligned}$$

Первый интеграл в правой части отличается от вычисляемого только знаком, поэтому

$$\begin{aligned} 2 \cdot \int_0^{\infty} \exp \left\{ - \left[ \xi - \frac{V \cdot R}{4a \cdot \xi} \right]^2 \right\} \cdot d\xi &= \int_0^{\infty} \exp \left\{ - \left[ \frac{V \cdot R}{4a \cdot v} - v \right]^2 \right\} \times \\ & \times \left( 1 - \frac{V \cdot R}{4a \cdot v^2} \right) \cdot dv. \end{aligned}$$

И, наконец, производя замену, получим

$$v - \frac{V \cdot R}{4a \cdot v} = \kappa; \quad d\kappa = \left( 1 + \frac{V \cdot R}{4a \cdot v^2} \right) \cdot dv; \quad \kappa_H = -\infty; \quad \kappa_B = +\infty;$$

$$\int_0^{\infty} \exp \left\{ - \left[ \xi - \frac{V \cdot R}{4a \cdot \xi} \right]^2 \right\} \cdot d\xi = \frac{1}{2} \cdot \int_{-\infty}^{\infty} \exp[-\kappa^2] \cdot d\kappa = \frac{\sqrt{\pi}}{2}.$$

Решение задачи имеет вид

$$\begin{aligned} T &= \exp \left\{ - \left[ \frac{V \cdot z}{2a} + \frac{V \cdot R}{2a} \right] \right\} \cdot \frac{q \cdot \sqrt{\pi}}{2\lambda \cdot R \cdot \pi^{3/2}} = \\ &= \frac{q}{2\pi \cdot \lambda \cdot R} \cdot \exp \left\{ - \frac{V}{2a} \cdot (z + R) \right\} \end{aligned} \quad (4.37)$$

Решим еще дополнительную задачу на бесконечно длинный линейный источник.

*Задача 5.* Задан бесконечно длинный линейный источник, совпадающий с осью  $Y$ , т.е.  $x' = 0$ ;  $z' = 0$ . Пусть рассматриваемый источник движется в положительном направлении оси  $Z$  со скоростью  $V$ . Интенсивность теплового источника характеризуется линейной плот-

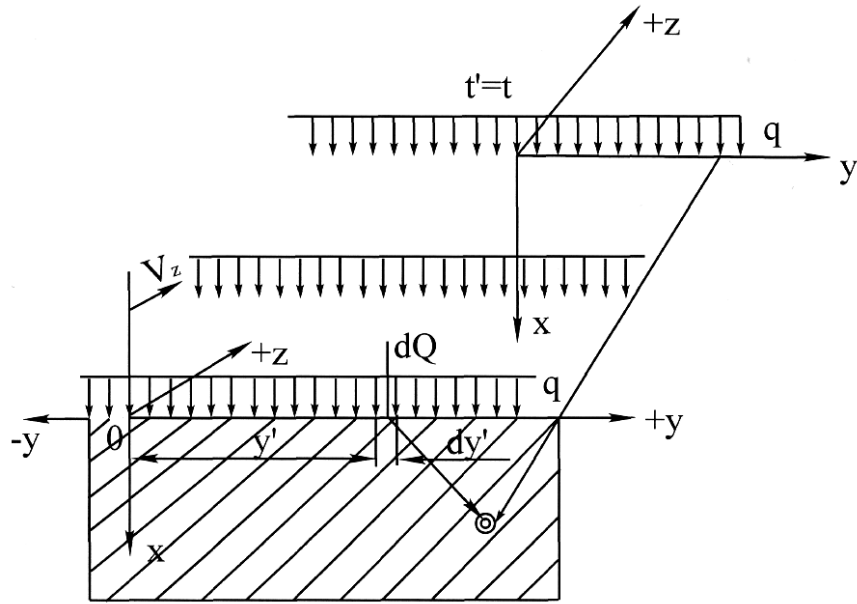


Рис. 4.10. Схема движения бесконечного линейного источника тепла.

ностью теплового потока  $-q$ . Пусть такой источник действует в течение времени  $t$  (рис.4.10). Необходимо найти температурное поле. Тогда элементарный источник  $q \cdot Q = q \cdot dy'$ .

Функция Грина запишется таким образом:

$$dT(x, y, z, t) = \frac{2 \cdot q \cdot dy'}{C \cdot \gamma \cdot [4\pi \cdot a \cdot (t - t')]^{3/2}} \times \exp\left\{-\frac{x^2 + (y - y')^2 + [z + V(t - t')]^2}{4a(t - t')}\right\} \cdot dt' \quad (4.38)$$

Требуется вычислить функцию (4.38)

$$T = \int_{-\infty}^{+\infty} dy' \cdot \int_0^t \frac{2q}{C \cdot \gamma \cdot [4\pi \cdot a \cdot (t - t')]^{3/2}} \times \exp\left\{-\frac{x^2 + (y - y')^2 + [z + V(t - t')]^2}{4a(t - t')}\right\} \cdot dt' \quad (4.39)$$

Для вычисления интеграла

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \exp\left\{-\frac{(y - y')^2}{4a(t - t')}\right\} \cdot dy'$$

произведем замену переменных

$$\frac{y - y'}{\sqrt{4a(t - t')}} = \xi; \quad d\xi = -\frac{dy'}{\sqrt{4a(t - t')}}; \quad \xi_H = \frac{y + \infty}{\sqrt{4a(t - t')}} = +\infty;$$

$$\xi_H = \frac{y - \infty}{\sqrt{4a(t-t')}} = -\infty; \int_{-\infty}^{+\infty} \exp\{-\xi^2\} \cdot \sqrt{4a(t-t')} \cdot d\xi = \sqrt{4\pi \cdot a \cdot (t-t')}.$$

Подставляя в формулу (4.39), получим

$$T = \int_0^t \frac{q}{C \cdot \gamma \cdot 2\pi a(t-t')} \exp\left\{-\frac{x^2 + [z + V(t-t')]^2}{4a(t-t')}\right\} dt'. \quad (4.40)$$

Представим решение в виде

$$\begin{aligned} T &= \int_0^t \frac{q}{C \cdot \gamma \cdot 2\pi a(t-t')} \times \\ &\times \exp\left\{-\frac{x^2 + z^2 + 2 \cdot V \cdot z \cdot (t-t') + V^2 \cdot (t-t')^2}{4a(t-t')}\right\} dt' = \\ &= \exp\left\{-\frac{V \cdot z}{2a}\right\} \cdot \frac{q}{2\pi \cdot \lambda} \cdot \int_0^t \frac{dt'}{(t-t')} \cdot \exp\left\{-\left[\frac{r^2}{4a(t-t')} + \frac{V^2 \cdot (t-t')}{4a}\right]\right\} \end{aligned}$$

где  $r^2 = x^2 + z^2$ .

Заменяя переменную  $\frac{r^2}{4a \cdot (t-t')} = \xi$ ;  $\xi_H = \frac{r^2}{4a}$ ;  $\xi_B = +\infty$ ;

$$d\xi = \frac{r^2}{4a} \cdot \frac{dt'}{(t-t')^2}; \quad t-t' = \frac{r^2}{4a\xi}; \quad d\xi = \frac{r^2}{4a} \cdot \frac{16a^2 \cdot \xi^2}{r^4} \cdot dt' = \frac{4a \cdot \xi^2}{r^2} \cdot dt';$$

$$dt' = \frac{r^2}{4a \cdot \xi^2} \cdot d\xi, \text{ получим:}$$

$$\begin{aligned} &\int_0^t \frac{dt'}{(t-t')} \cdot \exp\left\{-\left[\frac{r^2}{4a \cdot (t-t')} + \frac{V^2 \cdot (t-t')}{4a}\right]\right\} = \\ &= \int_{r^2/4at}^{\infty} \frac{r^2}{4a \cdot \xi^2} \cdot \frac{4a \cdot \xi}{r^2} \cdot d\xi \cdot \exp\left\{-\left[\xi + \frac{V^2 \cdot r^2}{4a \cdot 4a \cdot \xi}\right]\right\} = \\ &= \int_{r^2/4at}^{\infty} \frac{d\xi}{\xi} \cdot \exp\left\{-\left[\xi + \frac{V^2 \cdot r^2}{16a^2 \cdot \xi}\right]\right\} \end{aligned}$$

Для состояния теплового насыщения  $t \rightarrow \infty$  получим

$$\int_0^{\infty} \frac{d\xi}{\xi} \cdot \exp\left\{-\left[\xi + \frac{V^2 \cdot r^2}{16a^2 \cdot \xi}\right]\right\}.$$



Осуществляя замену переменной

$$\frac{V^2 \cdot r^2}{4a^2} \cdot \eta^2 = \xi; \quad d\xi = \frac{V^2 \cdot r^2}{2a^2} \cdot \eta \cdot d\eta; \quad \eta_H = 0; \quad \eta_B = \infty,$$

получим:

$$\begin{aligned} & \int_0^{\infty} \frac{d\xi}{\xi} \cdot \exp\left\{-\left[\xi + \frac{V^2 \cdot r^2}{16a^2 \cdot \xi}\right]\right\} = \\ & = \int_0^{\infty} \frac{V^2 \cdot r^2}{2a^2} \cdot \eta \cdot d\eta \cdot \frac{4a^2}{V^2 \cdot r^2 \cdot \eta^2} \cdot \exp\left\{-\left[\frac{V^2 \cdot r^2}{4a^2} \cdot \eta^2 + \frac{V^2 \cdot r^2 \cdot 4a^2}{16a^2 \cdot V^2 \cdot r^2 \cdot \eta^2}\right]\right\} = \\ & = 2 \cdot \int_0^{\infty} \frac{d\eta}{\eta} \cdot \exp\left\{-\left[\frac{V^2 \cdot r^2}{4a^2} \cdot \eta^2 + \frac{1}{4\eta^2}\right]\right\}. \end{aligned}$$

Из теории цилиндрических функций [36] известно интегральное представление модифицированной функции Бесселя второго рода нулевого порядка:

$$K_0(m) = \int_0^{\infty} \frac{dz}{z} \cdot \exp\left\{-\left[m^2 \cdot z^2 + \frac{1}{4z^2}\right]\right\}.$$

В нашем случае  $m = V \cdot r / 2a$ , получим

$$\int_0^{\infty} \frac{d\xi}{\xi} \cdot \exp\left\{-\left[\xi + \frac{V^2 \cdot r^2}{16a^2 \cdot \xi}\right]\right\} = 2 \cdot K_0 \cdot \left(\frac{V}{2a} \cdot \sqrt{x^2 + z^2}\right).$$

Окончательно

$$T = \frac{q}{\pi \cdot \lambda} \cdot \exp\left\{-\frac{V \cdot z}{2a}\right\} \cdot K_0 \cdot \left(\frac{V \cdot r}{2a}\right). \quad (4.41)$$

Приведенные в задачах 4 и 5 интегралы используются в дальнейших выводах.

#### 4.2.4. ПЛОСКОЕ ШЛИФОВАНИЕ С ОХЛАЖДЕНИЕМ

Необходимо решить следующую задачу.

По поверхности полубесконечного тела, на которой задан теплообмен, по закону Ньютона в положительном направлении оси  $Z$  с постоянной скоростью  $V$  движется бесконечно протяженный вдоль оси  $Y$  полосовой источник шириной  $2h$ . Плотность теплового потока  $q$  по всей площади источника распределена равномерно. Темпера-

туру окружающей среды примем равной нулю. Математически задача формулируется так. Требуется решить дифференциальное уравнение

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a \cdot \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) + V_z \cdot \frac{\partial T}{\partial z} \quad (4.42)$$

с граничными и начальными условиями

$$\begin{aligned} T|_{t=0} = 0; \quad \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x \rightarrow \infty} = \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z \rightarrow \infty} = 0; \\ -\lambda \cdot \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=0}^{z>h} + \alpha T \Big|_{x=0}^{z>h} = 0; \quad -\lambda \cdot \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=0}^{z<h} = q. \end{aligned} \quad (4.43)$$

Решение будем искать методом источников. Решением уравнения теплопроводности с краевыми условиями (4.43) для неподвижного точечного источника, т.е.  $V = 0$ , действующего на поверхности теплопроводящей среды с момента времени  $t' = 0$  до  $t' = t$  описывается формулой (4.28).

Чтобы удовлетворить уравнению (4.42), необходимо учесть движение среды относительно источника и связанной с ним системой координат. Для этого в решении (4.28) вместо  $z'$  запишем  $z' - V(t - t')$ . Кроме того, источник тепла рассредоточен по бесконечной полосе. Поэтому введем в решение задачи величину элементарного мгновенного количества тепла, выделяющегося в данной точке

$$dQ = q \cdot dy' \cdot dz' \cdot dt'.$$

Схема представлена на рис. 4.11. Температурное поле будет представлено суперпозицией как в пространстве, так и во времени всех элементарных точечных источников  $2 \cdot dQ$ , действующих на плоскости  $x = 0$  в течение времени от  $t' = 0$  до  $t' = t$ , плюс суперпозиция всех отрицательных  $2 \cdot dQ'$  стоков, построенных для каждого из элементарных источников  $2 \cdot dQ$ . Таким образом, формула для элементарного источника  $2 \cdot dQ$  имеет вид

$$\begin{aligned} dT = \frac{2 \cdot q \cdot dz' \cdot dy' \cdot dt'}{C \cdot \gamma \cdot [4\pi \cdot a \cdot (t - t')]^{3/2}} \times \\ \times \exp \left\{ - \frac{x^2 + (y - y')^2 + [z - z' + V(t - t')]^2}{4a \cdot (t - t')} \right\} - \\ - 2 \cdot \frac{\alpha}{\lambda} \cdot q \cdot dz' \cdot dy' \cdot dt' \int_0^\infty \frac{1}{C \cdot \gamma \cdot [4\pi \cdot a \cdot (t - t')]^{3/2}} \times \end{aligned}$$

$$\times \exp \left\{ - \frac{(x+x')^2 - (y-y')^2 + [z-z' + V(t-t')]^2}{4a \cdot (t-t')} - \frac{\alpha}{\lambda} \cdot x' \right\} \cdot dx'. \quad (4.44)$$

Первое слагаемое (4.44) описывает действие элементарного источника  $2 \cdot dQ$  в точке  $(A)$ ,  $(x' = 0)$  (рис. 4.11).

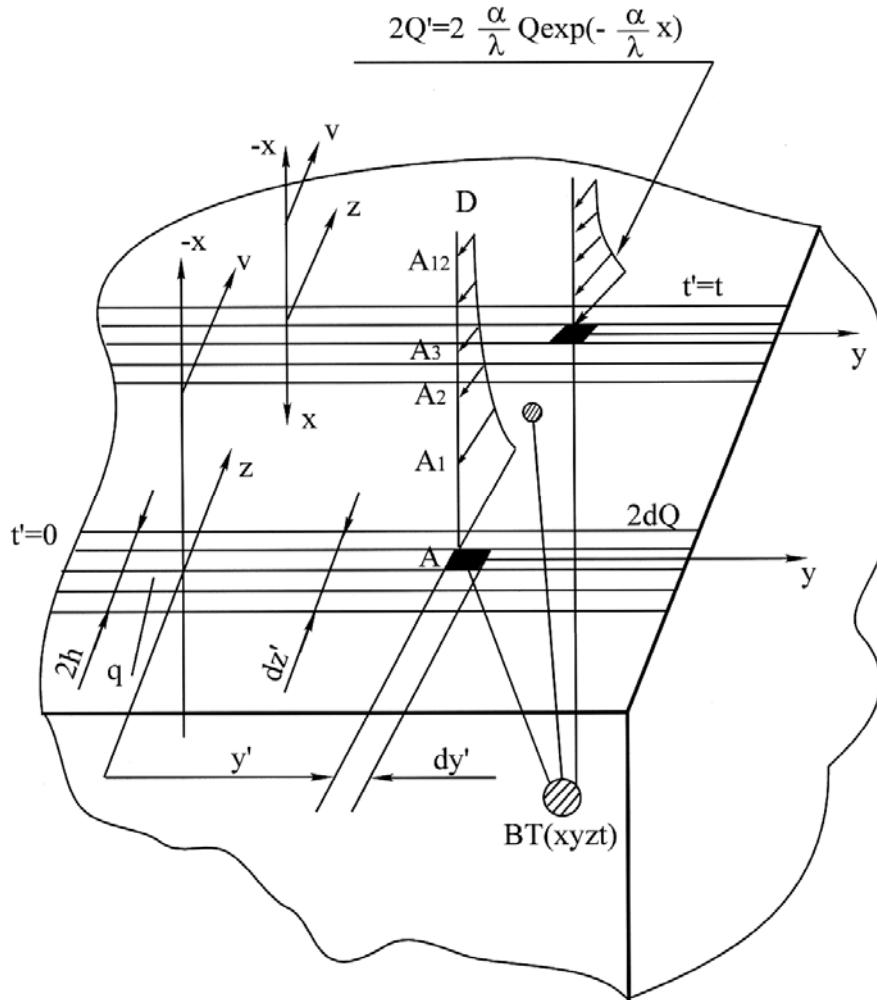


Рис. 4.11. Расчетная схема плоского шлифования с охлаждением.

Второе слагаемое учитывает действие всех отрицательных стоков, размещенных на луче AD. Учитывая, что источники распределены по полосе и, кроме того, движутся, причем  $t'$  изменяются от 0 до  $t$ ,  $z'$  - от  $-h$  до  $+h$ , а  $y'$  - от  $-\infty$  до  $+\infty$ , получим формулу суперпозиции

$$T(x, y, z, t) = \int_{-h}^{+h} dz' \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} dy' \cdot \int_0^{t \rightarrow \infty} \frac{2 \cdot q \cdot dt'}{C \cdot \gamma \cdot [4\pi \cdot a \cdot (t-t')]^{3/2}} \times (4.45)$$

$$\times \exp \left\{ - \frac{x^2 + (y-y')^2 - [z-z' + V(t-t')]^2}{4a \cdot (t-t')} \right\} -$$

$$-\frac{\alpha}{\lambda} \cdot \int_{-h}^{+h} dz' \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} dy' \cdot \int_0^{t \rightarrow \infty} \frac{2 \cdot q \cdot dt'}{C \cdot \gamma \cdot [4\pi \cdot a \cdot (t-t')]^{3/2}} \times$$

$$\times \int_0^{\infty} \exp \left\{ -\frac{(x+x')^2 + (y-y')^2 + [z-z' + V(t-t')]^2}{4a \cdot (t-t')} - \frac{\alpha}{\lambda} \cdot x' \right\} \cdot dx'$$

Необходимо учесть, что при шлифовании температурное поле быстро становится квазистационарным, поэтому верхний предел интегрирования  $t$  будем приравнивать бесконечности. Вычислим интеграл в формуле (4.45). Преобразуем второе слагаемое

$$\frac{\alpha}{\lambda} \cdot \int_{-h}^{+h} dz' \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} dy' \cdot \int_0^t \frac{2 \cdot q \cdot dt'}{C \cdot \gamma \cdot [4\pi \cdot a \cdot (t-t')]^{3/2}} \times$$

$$\times \int_0^{\infty} \exp \left\{ -\frac{x^2 + 2 \cdot x \cdot x' + (x')^2 + (y-y')^2}{4a \cdot (t-t')} - \frac{[z-z' + V(t-t')]^2}{4a(t-t')} - \frac{\alpha}{\lambda} \cdot x' \right\} \cdot dx' =$$

$$= \frac{\alpha}{\lambda} \cdot \int_{-h}^{+h} dz' \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} dy' \cdot \int_0^t \frac{2 \cdot q \cdot dt'}{C \cdot \gamma \cdot [4\pi \cdot a \cdot (t-t')]^{3/2}} \times$$

$$\times \exp \left\{ -\frac{x^2 - (y-y')^2 + [z-z' + V(t-t')]^2}{4a \cdot (t-t')} \right\} \times$$

$$\times \int_0^{\infty} \exp \left\{ -\frac{(x')^2 + 2 \cdot x \cdot x'}{4a \cdot (t-t')} - \frac{\alpha}{\lambda} \cdot x' \right\} \cdot dx'$$

Проинтегрируем по  $x'$ :

$$\int_0^{\infty} \exp \left\{ -\frac{(x')^2 + 2 \cdot x \cdot x'}{4a \cdot (t-t')} - \frac{\alpha}{\lambda} \cdot x' \right\} \cdot dx' =$$

$$= \int_0^{\infty} \exp \left\{ -\frac{(x')^2 + 2 \cdot x \cdot x' + 4 \cdot \frac{\alpha}{\lambda} \cdot x' \cdot a \cdot (t-t')}{4a \cdot (t-t')} \right\} \cdot dx' =$$

$$= \int_0^{\infty} \exp \left\{ -\frac{(x')^2 + 2x' \cdot \left[ x + 2 \cdot \frac{\alpha}{\lambda} \cdot a \cdot (t-t') \right]^2 + \left[ x + 2 \cdot \frac{\alpha}{\lambda} \cdot a \cdot (t-t') \right]^2}{4a \cdot (t-t')} \right\} \cdot dx'$$

$$\begin{aligned}
& \left. - \frac{\left[ x + 2 \cdot \frac{\alpha}{\lambda} \cdot a \cdot (t-t') \right]^2}{4a \cdot (t-t')} \right\} \cdot dx' = \\
& = \int_0^{\infty} \exp \left\{ - \frac{\left[ x' + x + 2 \cdot \frac{\alpha}{\lambda} \cdot a \cdot (t-t') \right]}{4a(t-t')} \right\} \cdot \exp \left\{ \frac{\left[ x + 2 \cdot \frac{\alpha}{\lambda} \cdot a \cdot (t-t') \right]^2}{4a(t-t')} \right\} \cdot dx' = \\
& = \exp \left[ \frac{x}{2 \cdot \sqrt{a \cdot (t-t')}} + \frac{\alpha}{\lambda} \cdot \sqrt{a \cdot (t-t')} \right]^2 \cdot \int_0^{\infty} \exp \left\{ - \frac{\left[ x' + x + 2 \cdot \frac{\alpha}{\lambda} \cdot (t-t') \right]^2}{4a \cdot (t-t')} \right\} \times \\
& \quad \times dx' = \exp \left[ \frac{x}{2 \cdot \sqrt{a \cdot (t-t')}} + \frac{\alpha}{\lambda} \cdot \sqrt{a \cdot (t-t')} \right]^2 \times \\
& \quad \times \int_0^{\infty} \exp \left\{ - \left( \frac{x'}{2 \cdot \sqrt{a \cdot (t-t')}} + \frac{x}{2 \cdot \sqrt{a \cdot (t-t')}} + \frac{\alpha}{\lambda} \cdot \sqrt{a \cdot (t-t')} \right)^2 \right\} \cdot dx'
\end{aligned}$$

В полученном выражении комплекс

$\frac{x}{2 \cdot \sqrt{a \cdot (t-t')}} + \frac{\alpha}{\lambda} \cdot \sqrt{a \cdot (t-t')}$  не зависит от переменной интегрирования  $x'$ .

Обозначив его  $-\frac{x}{2 \cdot \sqrt{a \cdot (t-t')}} + \frac{\alpha}{\lambda} \cdot \sqrt{a \cdot (t-t')} = U$ , получим

$$\exp U^2 \cdot \int_0^{\infty} \exp \left\{ - \left( \frac{x'}{2 \cdot \sqrt{a \cdot (t-t')}} + U \right)^2 \right\} \cdot dx'.$$

Произведя замену переменной

$$\frac{x'}{2 \cdot \sqrt{a \cdot (t-t')}} + U = \xi; \quad \xi_i = U; \quad \xi_A = \infty; \quad dx' = 2 \cdot \sqrt{a \cdot (t-t')} \cdot d\xi,$$

получим

$$\exp U^2 \cdot \int_0^{\infty} \exp \left\{ - \left( \frac{x'}{2 \cdot \sqrt{a \cdot (t-t')}} + U \right)^2 \right\} \cdot dx' = \exp U^2 \cdot \int_U^{\infty} \exp \left\{ - \xi^2 \right\} \times$$

$$\times 2 \cdot \sqrt{a \cdot (t - t')} \cdot d\xi = \exp U^2 \cdot 2 \cdot \sqrt{a \cdot (t - t')} \cdot \int_U^\infty \exp\{-\xi^2\} \cdot d\xi;$$

НО

$$\int_U^\infty \exp\{-\xi^2\} \cdot d\xi = \frac{\sqrt{\pi}}{2} \cdot \operatorname{erfc} U,$$

ПОЛУЧИМ

$$\exp U^2 \cdot \sqrt{\pi \cdot a \cdot (t - t')} \cdot \operatorname{erfc} U.$$

Тогда (4.45) запишется в виде:

$$\begin{aligned} T(x, y, z, t) = & \int_{-h}^{+h} dz' \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} dy' \cdot \int_0^t \frac{2 \cdot q \cdot dt'}{C \cdot \gamma \cdot [4\pi \cdot a \cdot (t - t')]^{3/2}} \times \\ & \times \exp\left\{-\frac{x^2 + (y - y')^2 + [z - z' + V(t - t')]^2}{4a \cdot (t - t')}\right\} \times \\ & \times \left(1 - \frac{\alpha}{\lambda} \cdot \sqrt{\pi \cdot a \cdot (t - t')} \cdot \operatorname{erfc} U \cdot \exp U^2\right) \end{aligned} \quad (4.46)$$

Если в (4.46) принять  $\alpha = 0$ , то получим задачу на нагрев без теплообмена. Таким образом, множитель в скобках характеризует влияние теплообмена. Осуществим интегрирование по времени формулы (4.46). В (4.46) первое слагаемое не учитывает теплообмена

$$\begin{aligned} T_1 = & \int_{-h}^{+h} dz' \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} dy' \cdot \int_0^\infty \frac{2 \cdot q \cdot dt'}{C \cdot \gamma \cdot [4\pi \cdot a \cdot (t - t')]^{3/2}} \times \\ & \times \exp\left\{-\frac{x^2 + (y - y')^2 + (z - z')^2}{4a \cdot (t - t')}\right. \\ & \left. - \frac{2 \cdot V \cdot (z - z') \cdot (t - t') + V^2 \cdot (t - t')^2}{4a \cdot (t - t')}\right\} \end{aligned}$$

Обозначив  $R^2 = x^2 + (y - y')^2 + (z - z')^2$ , получим

$$\begin{aligned} T_1 = & \int_{-h}^{+h} dz' \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} dy' \cdot \int_0^{t \rightarrow \infty} \frac{2 \cdot q \cdot dt'}{C \cdot \gamma \cdot [4\pi \cdot a \cdot (t - t')]^{3/2}} \times \\ & \times \exp\left\{-\left(\frac{R^2}{4a \cdot (t - t')} + \frac{V \cdot (z - z')}{2a} + \frac{V^2 \cdot (t - t')}{4a}\right)\right\} = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \int_{-h}^{+h} \exp\left\{-\frac{V \cdot (z - z')}{2a}\right\} \cdot dz' \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} dy' \cdot \int_0^t \frac{2 \cdot q \cdot dt'}{C \cdot \gamma \cdot [4\pi \cdot a \cdot (t - t')]^{3/2}} \times \\
&\times \exp\left\{-\left(\frac{R^2}{4a \cdot (t - t')} + \frac{V^2 \cdot (t - t')}{4a}\right)\right\} = \int_{-h}^{+h} dz' \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} dy' \cdot \exp\left\{-\frac{V}{2a} \cdot (z - z')\right\} \times \\
&\times \int_0^t \frac{2 \cdot q \cdot dt'}{C \cdot \gamma \cdot [4\pi \cdot a \cdot (t - t')]^{3/2}} \cdot \exp\left\{-\left(\frac{R^2}{4a \cdot (t - t')} + \frac{V^2 \cdot (t - t')}{4a}\right)\right\}.
\end{aligned}$$

Интеграл

$$\begin{aligned}
&\int_0^{t \rightarrow \infty} \frac{2 \cdot q \cdot dt'}{C \cdot \gamma \cdot [4\pi \cdot a \cdot (t - t')]^{3/2}} \cdot \exp\left\{-\left(\frac{R^2}{4a \cdot (t - t')} + \frac{V^2 \cdot (t - t')}{4a}\right)\right\} = \\
&= \exp\left\{-\frac{V \cdot R}{2a}\right\} \cdot \frac{q}{2\pi \cdot \lambda \cdot R}
\end{aligned}$$

вычисляется в задаче 4.

Получим:

$$T_1 = \int_{-h}^{+h} dz' \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{q}{2\pi \cdot \lambda \cdot R} \cdot \exp\left\{-\frac{V}{2a} \cdot (z - z' + R)\right\} \cdot dy',$$

где  $R = \sqrt{x^2 + (y - y')^2 + (z - z')^2}$ .

Слагаемое, учитывающее теплообмен

$$\begin{aligned}
T_2 &= \frac{\alpha}{\lambda} \cdot \int_{-h}^{+h} dz' \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} dy' \cdot \int_0^{t \rightarrow \infty} \frac{2 \cdot q \cdot dt'}{C \cdot \gamma \cdot [4\pi \cdot a \cdot (t - t')]^{3/2}} \times \\
&\times \exp\left\{-\left(\frac{x^2 + (y - y')^2 - (z - z')^2 - 2V \cdot (z - z') \cdot (t - t') + V^2 \cdot (t - t')^2}{4a \cdot (t - t')}\right)\right\} \times \\
&\times \sqrt{\pi \cdot a \cdot (t - t')} \cdot \operatorname{erfc}\left(\frac{x}{2 \cdot \sqrt{a \cdot (t - t')}} + \frac{\alpha}{\lambda} \cdot \sqrt{a \cdot (t - t')}\right) \times \\
&\times \exp\left(\frac{x}{\sqrt{4a \cdot (t - t')}} + \frac{\alpha}{\lambda} \cdot \sqrt{a \cdot (t - t')}\right)^2 = \\
&= \frac{\alpha}{\lambda} \cdot \int_{-h}^{+h} dz' \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} dy' \cdot \exp\left\{-\frac{V}{2a} \cdot (z - z')\right\} \cdot \int_0^{t \rightarrow \infty} \frac{2 \cdot q \cdot dt'}{C \cdot \gamma \cdot [4\pi \cdot a \cdot (t - t')]^{3/2}} \times
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \times \exp\left\{-\frac{R^2 + V^2 \cdot (t-t')^2}{4a \cdot (t-t')}\right\} \cdot \sqrt{\pi \cdot a \cdot (t-t')} \times \\
& \times \exp\left(\frac{x}{\sqrt{4a \cdot (t-t')}} + \frac{\alpha}{\lambda} \cdot \sqrt{a \cdot (t-t')}\right)^2 \times \quad ; \\
& \times \operatorname{erfc}\left(\frac{x}{2 \cdot \sqrt{a \cdot (t-t')}} + \frac{\alpha}{\lambda} \cdot \sqrt{a \cdot (t-t')}\right) \\
& \frac{\alpha}{\lambda} \cdot \exp\left\{-\frac{V}{2a} \cdot (z-z')\right\} \cdot \int_0^{t \rightarrow \infty} \frac{2q \cdot dt'}{C \cdot \gamma \cdot 8\pi \cdot a \cdot (t-t')} \times \\
& \times \exp\left\{-\left(\frac{R^2}{4a \cdot (t-t')} + \frac{V^2 \cdot (t-t')}{4a}\right)\right\} \times \\
& \times \exp\left(\frac{x}{\sqrt{4a \cdot (t-t')}} + \frac{\alpha}{\lambda} \cdot \sqrt{a \cdot (t-t')}\right)^2 \times \\
& \times \operatorname{erfc}\left(\frac{x}{2 \cdot \sqrt{a \cdot (t-t')}} + \frac{\alpha}{\lambda} \cdot \sqrt{a \cdot (t-t')}\right) = \\
& = \frac{\alpha}{\lambda} \cdot \exp\left\{-\frac{V}{2a} \cdot (z-z')\right\} \cdot \frac{q}{C \cdot \gamma \cdot 4\pi \cdot a} \cdot \int_0^t \frac{dt'}{(t-t')} \times \\
& \times \exp\left\{-\frac{R^2}{4a \cdot (t-t')} - \frac{V^2 \cdot (t-t')}{4a} + \frac{x^2}{4a \cdot (t-t')} + 2 \cdot \frac{x}{\sqrt{4a \cdot (t-t')}} \cdot \frac{\alpha}{\lambda} \times \right. \\
& \left. \times \sqrt{a \cdot (t-t')} + \frac{\alpha^2 \cdot a \cdot (t-t')}{\lambda^2}\right\} \cdot \operatorname{erfc}\left(\frac{x}{2 \cdot \sqrt{a \cdot (t-t')}} + \frac{\alpha}{\lambda} \cdot \sqrt{a \cdot (t-t')}\right)
\end{aligned}$$

Обозначив  $R^2 = x^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2 = x^2 + r^2$ , получим

$$\begin{aligned}
& \frac{\alpha}{\lambda} \cdot \exp\left\{-\frac{V}{2a} \cdot (z-z')\right\} \cdot \frac{q}{C \cdot \gamma \cdot 4\pi \cdot a} \cdot \int_0^t \frac{dt'}{(t-t')} \times \\
& \times \exp\left\{-\frac{x^2 + r^2}{4a \cdot (t-t')} - \frac{V^2 \cdot (t-t')}{4a} + \frac{x^2}{4a \cdot (t-t')} + x \cdot \frac{\alpha}{\lambda} + \frac{\alpha^2}{\lambda^2} \times \right. \\
& \left. \times \sqrt{a \cdot (t-t')} - \right\} \cdot \operatorname{erfc}\left(\frac{x}{\sqrt{4a \cdot (t-t')}} + \frac{\alpha}{\lambda} \cdot \sqrt{a \cdot (t-t')}\right) =
\end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
&= \frac{\alpha}{\lambda} \cdot \exp\left\{-\frac{V}{2a} \cdot (z - z') + x \cdot \frac{\alpha}{\lambda}\right\} \cdot \frac{q}{C \cdot \gamma \cdot 4\pi \cdot a} \cdot \int_0^{t \rightarrow \infty} \frac{dt'}{t - t'} \times \\
&\times \exp\left\{-\left[\frac{r^2}{4a \cdot (t - t')} + (t - t') \cdot \left(\frac{V^2}{4a} - \frac{\alpha^2}{\lambda^2} \cdot a\right)\right]\right\} \times \\
&\times \operatorname{erfc}\left(\frac{x}{\sqrt{4a \cdot (t - t')}} + \frac{\alpha}{\lambda} \cdot \sqrt{a \cdot (t - t')}\right)
\end{aligned}$$

Предлагаем читателям доказать следующий интеграл:

$$\begin{aligned}
&\int_0^{t \rightarrow \infty} \frac{dt'}{(t - t')} \cdot \exp\left\{-\left(\frac{r^2}{4a \cdot (t - t')} + (t - t') \cdot \left(\frac{V^2}{4a} - \frac{\alpha^2}{\lambda^2} \cdot a\right)\right)\right\} \times \\
&\times \operatorname{erfc}\left(\frac{x}{\sqrt{4a \cdot (t - t')}} + \frac{\alpha}{\lambda} \cdot \sqrt{a \cdot (t - t')}\right) = \\
&= 2 \cdot \int_x^{\infty} \frac{1}{\sqrt{\xi^2 + r^2}} \cdot \exp\left(-\frac{\alpha}{\lambda} \cdot \xi - \frac{V}{2a} \cdot \sqrt{\xi^2 + r^2}\right) \cdot d\xi
\end{aligned}$$

Окончательно получим, учитывая, что  $\lambda = C \cdot \gamma \cdot a$ :

$$\begin{aligned}
&\frac{\alpha}{\lambda} \cdot \exp\left\{-\frac{V}{2a} \cdot (z - z') + x \cdot \frac{\alpha}{\lambda}\right\} \cdot \frac{q}{2\pi \cdot \lambda} \cdot \int_x^{\infty} \frac{d\xi}{\sqrt{\xi^2 + r^2}} \times \\
&\times \exp\left(-\frac{\alpha}{\lambda} \cdot \xi - \frac{V}{2a} \cdot \sqrt{\xi^2 + r^2}\right) \cdot d\xi,
\end{aligned}$$

где  $\xi$  - переменная интегрирования от  $x$  до  $\infty$ .

Тогда

$$\begin{aligned}
T_2 &= -\frac{\alpha}{\lambda} \cdot \frac{q}{2\pi \cdot \lambda} \cdot \int_{-h}^{+h} dz' \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} dy' \cdot \exp\left\{-\left(\frac{-V \cdot (z - z')}{2a} + \frac{\alpha}{\lambda} \cdot x\right)\right\} \times \\
&\times \int_x^{\infty} \frac{d\xi}{\sqrt{\xi^2 + r^2}} \cdot \exp\left(-\frac{\alpha}{\lambda} \cdot \xi - \frac{V}{2a} \cdot \sqrt{\xi^2 + r^2}\right)
\end{aligned} \tag{4.48}$$

Подставляя (4.47) и (4.48) в (4.46), получим:

$$T(x, y, z) = \int_{-h}^{+h} dz' \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{q \cdot dy'}{2\pi \cdot \lambda \cdot R} \cdot \exp\left\{-\frac{V}{2a} \cdot (z - z' + R)\right\} -$$

$$-\frac{\alpha}{\lambda} \cdot \int_{-h}^{+h} \frac{q}{2\pi \cdot \lambda} \cdot \exp\left\{\frac{V \cdot (z - z')}{2a} + \frac{\alpha}{\lambda} \cdot x\right\} \cdot \left\{ \int_x^{\infty} \exp\left(-\frac{\alpha}{\lambda} \cdot \xi\right) \times \right. \\ \left. \times \left\{ \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\xi}{\sqrt{\xi^2 + r^2}} \cdot \exp\left\{-\frac{V}{2a} \cdot \sqrt{\xi^2 + r^2}\right\} dy' \right\} d\xi \right\} \cdot dz',$$

где  $R^2 = x^2 + (y - y')^2 + (z - z')^2$ ,  $r^2 = (y - y')^2 + (z - z')^2$ . Или, подставляя  $R^2$  и  $r^2$ , получим

$$T(x, y, z) = \int_{-h}^{+h} \exp\left\{-\frac{V}{2a} \cdot (z - z')\right\} \cdot \left[ \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{q}{2\pi \cdot \lambda \cdot \sqrt{x^2 + (y - y')^2 + (z - z')^2}} \times \right. \\ \left. \times \exp\left\{-\frac{V}{2a} \cdot \sqrt{x^2 + (y - y')^2 + (z - z')^2}\right\} \cdot dy' \right] dz' - \frac{\alpha}{\lambda} \times \\ \times \int_{-h}^{+h} \frac{q}{2\pi \cdot \lambda} \cdot \exp\left[-\frac{V \cdot (z - z')}{2a} + \frac{\alpha}{\lambda} \cdot x\right] \cdot \left\{ \int_x^{\infty} \exp\left(-\frac{\alpha}{\lambda} \cdot \xi\right) \times \right. \\ \left. \times \left\{ \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\exp\left\{-\frac{V}{2a} \cdot \sqrt{\xi^2 + (y - y')^2 + (z - z')^2}\right\}}{\sqrt{\xi^2 + (y - y')^2 + (z - z')^2}} \cdot dy' \right\} \cdot d\xi \right\} \cdot dz'. \quad (4.49)$$

Интегрируя по  $y'$  и делая замену  $y' \rightarrow \eta$

$$\eta = (y - y') + \sqrt{x^2 + (y - y')^2 + (z - z')^2}$$

в первом слагаемом и

$$\eta = (y - y') + \sqrt{\xi^2 + (y - y')^2 + (z - z')^2}$$

и во втором, получим

$$d\eta = -dy' - \frac{2 \cdot (y - y') \cdot dy'}{2 \cdot \sqrt{x^2 + (y - y')^2 + (z - z')^2}};$$

$$d\eta = -\frac{dy' \cdot \left[ (y - y') + \sqrt{x^2 + (y - y')^2 + (z - z')^2} \right]}{\sqrt{x^2 + (y - y')^2 + (z - z')^2}};$$

$$d\eta = -dy' \cdot \frac{\eta}{\sqrt{x^2 + (y - y')^2 + (z - z')^2}};$$

$$-\frac{d\eta}{\eta} = -\frac{dy'}{\sqrt{x^2 + (y - y')^2 + (z - z')^2}};$$

$$\eta_i = y + \infty = \infty; \quad \eta_A = y - \infty = -\infty.$$

Выразим  $y - y'$  через  $\eta$ . Для этого возведем в квадрат левую и правую части:

$$\eta - (y - y') = \sqrt{x^2 + (y - y')^2 + (z - z')^2};$$

$$\eta^2 - 2\eta \cdot (y - y') + (y - y')^2 = x^2 + (y - y')^2 + (z - z')^2;$$

$$y - y' = \frac{\eta^2 - [x^2 + (z - z')^2]}{2\eta}.$$

Подставляя в (4.49), получим:

$$T(x, y, z) = \int_{-h}^{+h} \exp\left\{-\frac{V}{2a} \cdot (z - z')\right\} \cdot \left[ \int_{+\infty}^{-\infty} \frac{q}{2\pi \cdot \lambda} \cdot \left(-\frac{d\eta}{\eta}\right) \times \right.$$

$$\times \sqrt{x^2 + (y - y')^2 + (z - z')^2} \cdot \frac{1}{\sqrt{x^2 + (y - y')^2 + (z - z')^2}} \times$$

$$\times \exp\left\{-\frac{V}{2a} \cdot (\eta - (y - y'))\right\} \cdot dz' - \frac{\alpha}{\lambda} \times$$

$$\times \int_{-h}^{+h} \frac{q}{2\pi \cdot \lambda} \cdot \exp\left[-\frac{V}{2a} \cdot (z - z') + \frac{\alpha}{\lambda} \cdot x\right] \cdot \left\{ \int_x^{\infty} \exp\left(-\frac{\alpha}{\lambda} \cdot \xi\right) \times \right.$$

$$\times \left. \left[ \int_{+\infty}^{-\infty} \frac{\exp\left\{-\frac{V}{2a} \cdot (\eta - (y - y'))\right\}}{\sqrt{\xi^2 + (y - y')^2 + (z - z')^2}} \cdot \left(-\frac{d\eta}{\eta}\right) \right] \times \right.$$

$$\times \left. \sqrt{\xi^2 + (y - y')^2 + (z - z')^2} \cdot d\xi \cdot dz' \right.$$

Отсюда, подставляя

$$y - y' = \frac{\eta^2 - [x^2 + (z - z')^2]}{2\eta},$$

имеем:

$$T(x, y, z) = \int_{-h}^{+h} \exp\left\{-\frac{V}{2a} \cdot (z - z')\right\} \cdot \left[ \int_{+\infty}^{-\infty} \frac{q}{2\pi \cdot \lambda} \cdot \left(-\frac{d\eta}{\eta}\right) \times \right.$$

$$\begin{aligned} & \times \exp\left\{-\frac{V}{2a} \cdot \left(\eta + \frac{x^2 + (z - z')^2}{\eta}\right)\right\} \cdot dz' - \frac{\alpha}{\lambda} \cdot \int_{-h}^{+h} \frac{q}{2\pi \cdot \lambda} \times \\ & \times \exp\left\{-\frac{V}{2a} \cdot (z - z') + \frac{\alpha}{\lambda} \cdot x\right\} \cdot \int_x^\infty \exp\left(-\frac{\alpha}{\lambda} \cdot \xi\right) \times \\ & \left[ \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\eta}{\eta} \cdot \exp\left\{-\frac{V}{4a} \left(\eta + \frac{\xi^2 + (z - z')^2}{\eta}\right)\right\} \right] \cdot d\xi \cdot dz'. \end{aligned}$$

Преобразуем интеграл:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\eta}{\eta} \cdot \exp\left\{-\frac{V}{4a} \cdot \left(\eta + \frac{x^2 + (z - z')^2}{\eta}\right)\right\}.$$

Из теории цилиндрических функций известно следующее интегральное представление модифицированной функции Бесселя второго рода мнимого аргумента [36]:

$$K_V(x) = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot z\right)^V \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} \exp\left\{-\left(\tau + \frac{z^2}{4\tau}\right)\right\} \cdot \frac{d\tau}{\tau^{V+1}}.$$

Для  $V = 0$  получим:

$$K_0(z) = \frac{1}{2} \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} \exp\left\{-\left(\tau + \frac{z^2}{4\tau}\right)\right\} \cdot \frac{d\tau}{\tau}.$$

Тогда интеграл запишется так:

$$\begin{aligned} & \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\eta}{\eta} \cdot \exp\left\{-\frac{V}{4a} \cdot \left(\eta + \frac{x^2 + (z - z')^2}{\eta}\right)\right\} = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\eta}{\eta} \times \\ & \times \exp\left\{-\left(\frac{V \cdot \eta}{4a} + \frac{x^2 + (z - z')^2}{\eta} \cdot \frac{V}{4a}\right)\right\}. \end{aligned}$$

Наконец, делая замену

$$\frac{V \cdot \eta}{4a} = \xi; \quad \xi_I = -\infty; \quad \xi_A = +\infty; \quad d\xi = \frac{V}{4a} \cdot d\eta; \quad \frac{1}{\eta} = \frac{V}{4a} \cdot \frac{1}{\xi},$$

получим

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\eta}{\eta} \cdot \exp\left\{-\frac{V}{4a} \cdot \left(\eta + \frac{x^2 + (z - z')^2}{\eta}\right)\right\} = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{4a}{V} \cdot d\xi \cdot \frac{V}{4a \cdot \xi} \times$$

$$\begin{aligned} \times \exp\left\{-\left(\xi + \frac{x^2 + (z - z')^2}{4 \cdot \xi} \cdot \frac{V^2}{4a^2}\right)\right\} &= \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\xi}{\xi} \cdot \exp\left\{-\left(\xi + \frac{z^2}{4 \cdot \xi}\right)\right\} = \\ &= 2 \cdot K_0(z) = 2 \cdot K_0\left(\frac{V}{2a} \cdot \sqrt{x^2 + (z - z')^2}\right). \end{aligned}$$

Окончательное решение поставленной задачи, как видно, не зависит от  $y$

$$\begin{aligned} T(x, z) = & \int_{-h}^{+h} \exp\left\{-\frac{V}{2a} \cdot (z - z')\right\} \cdot \frac{q}{\pi \cdot \lambda} \cdot K_0 \cdot \left(\frac{V}{2a} \cdot \sqrt{x^2 + (z - z')^2}\right) \cdot dz' - \\ & - \frac{\alpha}{\lambda} \cdot \int_{-h}^{+h} \frac{q}{\pi \cdot \lambda} \cdot \exp\left\{-\frac{V}{2a} \cdot (z - z') + \frac{\alpha}{\lambda} \cdot x\right\} \times \\ & \times \left[ \int_x^{\infty} \exp\left(-\frac{\alpha}{\lambda} \cdot \xi\right) \cdot K_0 \cdot \left(\frac{V}{2a} \cdot \sqrt{\xi^2 + (z - z')^2}\right) \cdot d\xi \right] \cdot dz'. \quad (4.50) \end{aligned}$$

В этой формуле  $z$  и  $x$  - константы координаты точек в подвижных осях. Для того, чтобы воспользоваться полученным решением, в формулу необходимо подставить численные значения координаты точки  $\hat{A}$ . Первое слагаемое формулы - определенный интеграл по переменной  $z'$ , которая меняется в пределах от  $-h$  до  $+h$ . Второе слагаемое формулы - двойной интеграл. Сначала вычисляем внутренний несобственный интеграл по переменной  $\xi$ , причем нижняя граница интегрирования - это координата точки  $B$  -  $x$ . Переменная  $z'$  при этом постоянная. Расчеты на ЭВМ показали быструю сходимость данного интеграла. Затем вычисляется наружный определенный интеграл по переменной  $z'$ . Сходимость интегралов обоснована в работе [231].

Удобно использовать полученное решение не в абсолютных, а в относительных координатах. Введем безразмерные комплексы

$$\psi = \frac{V \cdot (z - z')}{2a}; \quad \frac{V \cdot z}{2a} = Z; \quad \frac{V \cdot x}{2a} = X; \quad \frac{V \cdot h}{2a} = H.$$

Тогда

$$\begin{aligned} d\psi &= -\frac{V}{2a} \cdot dz'; \quad dz' = -\frac{2a}{V} \cdot d\psi; \\ \psi_H &= \frac{V \cdot (z + h)}{2a} = \frac{V \cdot z}{2a} + \frac{V \cdot h}{2a} = Z + H; \end{aligned}$$

$$\psi_H = \frac{V \cdot (z - h)}{2a} = \frac{V \cdot z}{2a} - \frac{V \cdot h}{2a} = Z - H.$$

Подставляя безразмерные параметры в (4.50), получим:

$$\begin{aligned} T(X, Z) = & \int_{Z+H}^{Z-H} \exp\{-\psi\} \cdot \frac{q}{\pi \cdot \lambda} \cdot K_0 \cdot \left( \sqrt{\frac{V^2 \cdot x^2}{4a^2} + \frac{V^2}{4a^2} \cdot (z - z')^2} \right) \times \\ & \times \left( -\frac{2a}{V} \right) \cdot d\psi - \frac{\alpha}{\lambda} \cdot \int_{Z+H}^{Z-H} \frac{q}{\pi \cdot \lambda} \cdot \exp\left\{-\psi + \frac{\alpha}{\lambda} \cdot \frac{2a}{V} \cdot X\right\} \times \\ & \times \left[ \int_X^\infty \exp\left(-\frac{\alpha}{\lambda} \cdot \frac{2a}{V} \cdot \xi\right) \cdot K_0 \cdot \left( \sqrt{\frac{\xi^2 \cdot V^2}{4a^2} + \frac{V^2}{4a^2} \cdot (z - z')^2} \right) \cdot \frac{2a}{V} \cdot d\xi \right] \times \\ & \times \left( -\frac{2a}{V} \right) \cdot d\psi. \end{aligned}$$

Во внутреннем интеграле введены следующие комплексы:

$$\frac{V \cdot \xi}{2a} = \xi; \quad d\xi = \frac{V}{2a} d\xi; \quad \xi_H = \frac{V \cdot x}{2a} = X; \quad \xi_B = \frac{V \cdot \infty}{2a} = \infty.$$

Окончательно в безразмерных координатах решение запишется таким образом:

$$\begin{aligned} T(X, Z) = & \frac{2q \cdot a}{\pi \cdot \lambda \cdot V} \cdot \left[ \int_{Z-H}^{Z+H} \exp\{-\psi\} \cdot K_0 \cdot \left( \sqrt{X^2 + \psi^2} \right) \cdot d\psi - \right. \\ & \left. - \frac{2a \cdot \alpha}{\lambda \cdot V} \cdot \exp\left(\frac{2a \cdot \alpha}{V \cdot \lambda} \cdot X\right) \cdot \int_{Z-H}^{Z+H} \exp\{-\psi\} \times \right. \\ & \left. \times \left[ \int_X^\infty \exp\left(-\frac{\alpha}{\lambda} \cdot \frac{2a}{V} \cdot \xi\right) \cdot K_0 \cdot \left( \sqrt{\xi^2 + \psi^2} \right) \cdot d\xi \right] \cdot d\psi \right]. \quad (4.51) \end{aligned}$$

#### 4.2.5. ШЛИФОВАНИЕ ТОНКИХ ПЛАСТИН

Если бесконечно удаленная плоскость приближена к плоскости, по которой движется источник тепла, то ее влияние на температуру становится существенным. Такой объект назовем тонкой пластиной.

Задача формулируется следующим образом. По поверхности бесконечной пластины толщиной  $d$  в положительном направлении оси  $Z$  (рис. 4.12) движется бесконечно длинный полосовой источник шириной  $2h$  с постоянной скоростью  $V$ . Теплообмен на плоскостях

$x = 0$  и  $x = d$  отсутствует. Плотность теплового потока  $q = const$ . Математическая постановка задачи сводится к решению уравнения (4.42) с начальными и граничными условиями:

$$T|_{t=0} = 0; \quad -\lambda \cdot \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=0, |z|<h} = q; \quad \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=0, |z|<h} = \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=d} = 0.$$

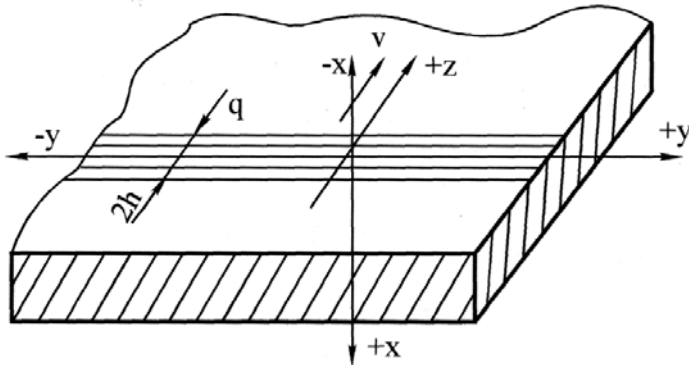


Рис. 4.12. Расчетная схема шлифования тонкостенной пластины.

ника источник, удовлетворяющий как дифференциальному уравнению, так и указанному граничному условию, точечный источник, необходимо отобразить зеркально-симметрично относительно адиабатической плоскости. То есть с противоположной стороны плоскости задать точечный источник такой же интенсивности, при этом считается, что среда с

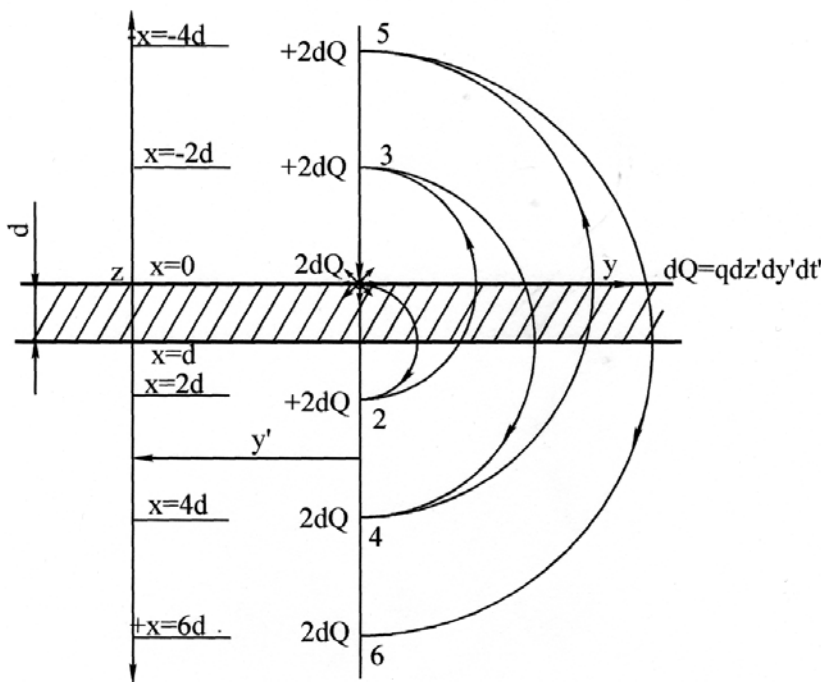


Рис. 4.13. Схема отраженных источников.

При решении данной, а также следующих задач на клин, используется ранее сформулированное правило (зависимость (4.21)).

Если на граничной плоскости выполняется условие второго рода  $\frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=0} = 0$ , то для построения функции источника

удовлетворяющей как дифференциальному уравнению, так и указанному граничному условию, точечный источник, необходимо отобразить зеркально-симметрично относительно адиабатической плоскости. То есть с противоположной стороны плоскости задать точечный источник такой же интенсивности, при этом считается, что среда с

противоположной стороны стенки имеет такую же теплопроводность, как и тело. Если источник  $q$  движется по поверхности адиабатической стенки, то отраженный источник совпадает с исходным, т.е. мощность источника удваивается.

Решение поставленной задачи ищем в системе ко-

ординат, связанной с источником. При этом применяем метод источников плюс метод изображений. Схема построения приведена на рис. 4.13.

Сущность построения сводится к следующим действиям: пусть на плоскости  $ZOX$  ( $x=0$ ) задан точечный движущийся источник  $dQ$ . В соответствии с упомянутым выше принципом для выполнения условия  $\partial T / \partial x|_{x=0} = 0$  необходимо удвоить его мощность  $2 \cdot dQ$ . Но необходимо одновременно обеспечить и выполнение условия  $\partial T / \partial x = 0$  на плоскости  $x = d$ . Поэтому относительно плоскости  $x = d$  строим зеркально-симметрично такой же источник  $+2 \cdot dQ$  (точка 2). Тогда условие  $\partial T / \partial x|_{x=0} = 0$  выполняется. Однако источник в точке 2 ( $x = -2 \cdot d$ ) изменит граничное условие на плоскости  $x = 0$  строим отраженный источник ( $x = -2 \cdot d$ ), точка 3. Условие  $\partial T / \partial x|_{x=0} = 0$  выполняется. Однако нарушается условие  $\partial T / \partial x|_{x=d} = 0$ . Как следует из рассуждений, таких отраженных источников необходимо построить бесконечное множество, т.е. бесконечный ряд функций отраженных источников – есть суперпозиция поставленной задачи.

Для источника, находящегося на поверхности пластины  $x' = 0$ , координаты зеркально-отраженных источников выразятся в виде

$$x' = \pm 2 \cdot n \cdot d; \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

Произведя суммирование по всем  $n$ , получим

$$dT = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{2q(t') \cdot dy' \cdot dz' \cdot dt'}{C \cdot \gamma \cdot [4\pi \cdot a \cdot (t - t')]^{3/2}} \times \\ \times \exp \left[ - \frac{(x - 2 \cdot dn)^2 + (y - y')^2 + (z - z')^2}{4a \cdot (t - t')} \right]. \quad (4.53)$$

Для определения температуры от бесконечного полосового движущегося источника интегрируем выражение (4.53) по  $y'$  в пределах  $(-\infty; +\infty)$ , по  $z'$  в интервале  $(V \cdot t' - h)$  и  $(V \cdot t' + h)$  и по времени от 0 до  $t$

$$T = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int_0^t q(t') \cdot dt' \cdot \int_{V \cdot t' - h}^{V \cdot t' + h} dz' \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{2 \cdot dy'}{C \cdot \gamma \cdot [4\pi \cdot a \cdot (t - t')]^{3/2}} \times \\ \times \exp \left[ - \frac{(x - 2 \cdot dn)^2 + (y - y')^2 + (z - z')^2}{4a(t - t')} \right]. \quad (4.54)$$



После некоторых преобразований функция распределения температуры в пластине примет вид

$$T = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{1}{2 \cdot C \cdot \gamma \cdot \sqrt{\pi \cdot a}} \cdot \int_0^t \exp\left[-\frac{(x - 2 \cdot dn)^2}{4a \cdot (t - t')}\right] q(t') \left[ \operatorname{erf}\left(\frac{z + h - V \cdot t'}{2 \cdot \sqrt{a \cdot (t - t')}}\right) - \operatorname{erf}\left(\frac{z - h - V \cdot t'}{2 \cdot \sqrt{a \cdot (t - t')}}\right) \right] \cdot \frac{dt'}{\sqrt{t - t'}}. \quad (4.55)$$

Для вычислений и анализа установившегося режима удобно перейти к системе отсчета, связанной с серединой движущегося источника тепла. Переход осуществляется заменой переменной  $z$  на  $z + V \cdot t$ . Координата  $z$  входит лишь в функцию  $\operatorname{erf}$ , поэтому перепишем их разность с учетом замены

$$\operatorname{erf}\left(\frac{z + h + V \cdot (t - t')}{2 \cdot \sqrt{a \cdot (t - t')}}\right) - \operatorname{erf}\left(\frac{z - h + V \cdot (t - t')}{2 \cdot \sqrt{a \cdot (t - t')}}\right). \quad (4.56)$$

Выражение (4.55) с учетом (4.56) примет вид

$$T = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \frac{1}{2 \cdot C \cdot \gamma \cdot \sqrt{\pi \cdot a}} \cdot \int_0^t \exp\left[-\frac{(x - 2 \cdot dn)^2}{4a \cdot (t - t')}\right] \cdot \Phi(z, t') \cdot q(t') \cdot \frac{dt'}{\sqrt{t - t'}}, \quad (4.57)$$

где 
$$\Phi(z, t') = \operatorname{erf}\left(\frac{z + h + V \cdot (t - t')}{2 \cdot \sqrt{a \cdot (t - t')}}\right) - \operatorname{erf}\left(\frac{z - h + V \cdot (t - t')}{2 \cdot \sqrt{a \cdot (t - t')}}\right).$$

Полученное выражение (4.57) описывает распределение температуры в пластине толщиной  $d$  и может быть использовано для расчета температур при заданных значениях параметров. Однако в такой форме решение не позволяет сделать обобщенных выводов.

Переход к безразмерным величинам уменьшает число неизвестных параметров и позволяет распространить результаты исследований на большой класс подобных явлений.

Введем безразмерные координаты и комплексы:

$\xi = z / h$  - безразмерная координата вдоль оси  $Z$  (направление движения источника);

$X = x / h$  - безразмерная координата вдоль оси  $X$  (в глубине пластины);

$U = \frac{V}{a} \cdot h$  - безразмерная скорость источника (число Пекле);

$\tau = a \cdot t' / h^2$  - безразмерный параметр времени действия источника;

$F_0 = a \cdot t / h^2$  - число Фурье;

$l = d / h$  - безразмерная толщина пластины.

$$\begin{aligned} \operatorname{erf}\left(\frac{z+h+V \cdot t'}{2 \cdot \sqrt{a \cdot t'}}\right) &= \operatorname{erf}\left(\frac{\xi+l+U \cdot \tau}{2 \cdot \sqrt{\tau}}\right); \\ \operatorname{erf}\left(\frac{z-h+V \cdot t'}{2 \cdot \sqrt{a \cdot t'}}\right) &= \operatorname{erf}\left(\frac{\xi-l+U \cdot \tau}{2 \cdot \sqrt{\tau}}\right); \\ -\frac{(x-2 \cdot dn)^2}{4 \cdot a \cdot t'} &= \frac{(X-2 \cdot l \cdot n)^2}{4 \cdot \tau}; \quad q \cdot (t-t') = q(F_0 - \tau). \end{aligned}$$

Решение в безразмерных величинах имеет вид

$$\theta = \frac{1}{2 \cdot \sqrt{\pi}} \cdot \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \int_0^{F_0} \exp\left[-\frac{(X-2 \cdot l \cdot n)^2}{4 \cdot \tau}\right] \cdot \Phi(\xi, \tau) \cdot q(F_0 - \tau) \cdot \frac{d\tau}{\sqrt{\tau}}, \quad (4.58)$$

где  $\theta = \frac{\lambda}{q_0 \cdot h} \cdot T$ .

Преобразуем решение (4.58):

$$\begin{aligned} \theta &= \frac{1}{2 \cdot \sqrt{\pi}} \cdot \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \int_0^{F_0} \exp\left[-\frac{(X-2 \cdot l \cdot n)^2}{4 \cdot \tau}\right] \cdot \Phi(\xi, \tau) \cdot q(F_0 - \tau) \cdot \frac{d\tau}{\sqrt{\tau}} = \\ &= \frac{1}{2 \cdot \sqrt{\pi}} \cdot \left[ \sum_{n=0}^{\infty} \exp\left[-\frac{(X-2 \cdot l \cdot n)^2}{4 \cdot \tau}\right] \cdot \Phi(\xi, \tau) \cdot q(F_0 - \tau) \cdot \frac{d\tau}{\sqrt{\tau}} + \right. \\ &\quad \left. + \sum_{n=-\infty}^{-1} \int_0^{F_0} \exp\left[-\frac{(X-2 \cdot l \cdot n)^2}{4 \cdot \tau}\right] \cdot \Phi(\xi, \tau) \cdot q(F_0 - \tau) \cdot \frac{d\tau}{\sqrt{\tau}} \right]. \quad (4.59) \end{aligned}$$

Вынесем за знак первой суммы нулевой член ( $n=0$ ):

$$\theta = \theta_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \theta_n, \quad (4.60)$$

где  $\theta_0 = \frac{1}{2 \cdot \sqrt{\pi}} \cdot \int_0^{F_0} \exp\left[-\frac{X^2}{4 \cdot \tau}\right] \cdot \Phi(\xi, \tau) \cdot q(F_0 - \tau) \cdot \frac{d\tau}{\sqrt{\tau}};$

$$\theta_n = \frac{1}{2 \cdot \sqrt{\pi}} \cdot \int_0^{F_0} q(F_0 - \tau) \cdot \Phi(\xi, \tau) \cdot \tau_n(X, \tau) \cdot \frac{d\tau}{\sqrt{\tau}};$$

$$\tau_n(X, \tau) = \exp\left[-\frac{(X+2 \cdot l \cdot n)^2}{4 \cdot \tau}\right] + \exp\left[-\frac{(X-2 \cdot l \cdot n)^2}{4 \tau}\right].$$

Второе слагаемое в (4.60) характеризует результат действия от-

раженных источников вследствие ограниченной толщины пластины.

Влияние нижней границы пластины на распределение температуры можно учесть коэффициентом

$$K = \frac{1}{\theta} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \theta_n. \quad (4.61)$$

Тогда безразмерная температура  $\theta$  для пластины запишется в виде

$$\theta = \theta_0 \cdot (1 + K). \quad (4.62)$$

Коэффициент  $K$  является сложной функцией

$$K = \frac{\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2 \cdot \sqrt{\pi}} \cdot \int_0^{F_0} \Phi(\xi, \tau) \cdot q(F_0 - \tau) \cdot \tau_n(X, \tau) \cdot \frac{d\tau}{\sqrt{\tau}}}{\frac{1}{4 \cdot \sqrt{\pi}} \cdot \int_0^{F_0} \Phi(\xi, \tau) \cdot q(F_0 - \tau) \cdot \tau_0(X, \tau) \cdot \frac{d\tau}{\sqrt{\tau}}}. \quad (4.63)$$

Введем замену

$$X = n \cdot l; \quad 0 \leq n \leq 1. \quad (4.64)$$

Для установившегося режима в функции  $F(X, \tau)$  текущее время  $\tau$  заменим на максимальное, соответствующее времени теплового насыщения  $F_{0_n}$ .

Эта замена приведет к некоторому завышению  $K$ . С учетом замены (4.64) преобразуем (4.63) к виду

$$\begin{aligned} K &= \frac{\int_0^{F_0} \Phi(\xi, \tau) q(F_{0_n} - \tau) \frac{d\tau}{\sqrt{\tau}} \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \exp \left[ -\frac{(\eta + 2n)^2 l^2}{4 \cdot F_{0_n}} \right] + \exp \left[ -\frac{(\eta - 2n)^2 l^2}{4 \cdot F_{0_n}} \right] \right\}}{\int_0^{F_0} \Phi(\xi, \tau) \cdot q(F_{0_n} - \tau) \cdot \frac{d\tau}{\sqrt{\tau}} \cdot \exp \left( -\frac{\eta^2 \cdot l^2}{4 \cdot F_{0_n}} \right)} = \\ &= \frac{\sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \exp \left[ -\frac{\eta^2 l^2 + 4\eta \cdot n \cdot l^2 + 4n^2 l^2}{4 \cdot F_{0_n}} \right] + \exp \left[ -\frac{\eta^2 l^2 - 4\eta \cdot n \cdot l^2 + 4n^2 l^2}{4 \cdot F_{0_n}} \right] \right\}}{\exp \left( -\frac{\eta^2 \cdot l^2}{4 \cdot F_{0_n}} \right)} = \\ &= \sum_{n=1}^{\infty} \exp \left( -\frac{n^2 \cdot l^2}{F_{0_n}} \right) \cdot \left[ \exp \left( -\frac{\eta \cdot n \cdot l^2}{F_{0_n}} \right) + \exp \left( \frac{\eta \cdot n \cdot l^2}{F_{0_n}} \right) \right]. \quad (4.65) \end{aligned}$$

Из анализа (4.65) следует, что на коэффициент  $K$  наибольшее

влияние оказывает толщина пластины. Для поверхности пластины ( $\eta = 0$ ) в любой момент времени коэффициент  $K$  определяется суммой

$$K = 2 \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \exp\left(-\frac{n^2 \cdot l^2}{F_{0_n}}\right). \quad (4.66)$$

Так как  $l^2 / F_{0_n}$  практически всегда больше единицы, то для упрощения анализа в сумме (4.66) можно ограничиться первым членом ряда  $n=1$ . Тогда

$$K = 2 \exp\left(-\frac{l^2}{F_{0_1}}\right).$$

Полученное выражение (4.67) позволяет определить толщину пластины, начиная с которой вклад даже первого отраженного источника очень мал, т.е. с этого момента пластину практически можно считать бесконечным телом.

Например, если  $K = 0,1$ , то температура пластины толщиной  $l$  при выбранной скорости отличается от температуры полубесконечного тела на 10%. Для  $K = 0,05$  и  $0,01$  это отличие составляет 5% и 1% соответственно.

Если верхний предел  $F_0$  в интеграле положить равным половине времени теплового насыщения, то получим для нахождения предельной безразмерной толщины пластины следующие выражения [218]:

$$l_{\infty} = \frac{2,12}{U} \cdot \sqrt{U+1}, \quad K = 0,1;$$

$$l_{\infty} = \frac{2,36}{U} \cdot \sqrt{U+1}, \quad K = 0,05;$$

$$l_{\infty} = \frac{2,82}{U} \cdot \sqrt{U+1}, \quad K = 0,01.$$

В табл. 4.1 приведены значения безразмерных предельных толщин [218].

Таблица 4.1

$K / U$	1	10	25	50	100	200
0,01	4,0	0,89	0,516	0,39	0,28	0,20
0,05	3,32	0,75	0,47	0,33	0,213	0,167
0,01	3,0	0,67	0,42	0,30	0,210	0,155

На противоположной плоскости пластины ( $\eta = 1$ ) формула для расчета коэффициента  $K$  имеет вид

$$K = 1 + \exp\left(-\frac{2 \cdot l^2}{F_0}\right), \quad n=1. \quad (4.68)$$

Из сопоставления (4.67) и (4.68) видно, что коэффициенты  $K$  на нижней грани больше, чем на верхней. Таким образом, температура на нижней грани пластины в два и более раз превышает температуру в полубесконечном теле на глубине, равной толщине пластины  $X = l$ . При  $l \rightarrow \infty$

$$K|_{\eta=0} = 0; \quad K|_{\eta=1} = 1.$$

Для режимов шлифования, при которых комплекс  $U = \frac{V}{a} \cdot h \geq 1$ , значения предельных толщин в размерном виде запишутся как

$$d_\infty = 2,12 \cdot \sqrt{\frac{a \cdot h}{V} + \frac{q^2}{V^2}}, \quad K = 0,1;$$

$$d_\infty = 2,36 \cdot \sqrt{\frac{a \cdot h}{V} + \frac{q^2}{V^2}}, \quad K = 0,05;$$

$$d_\infty = 2,82 \cdot \sqrt{\frac{a \cdot h}{V} + \frac{q^2}{V^2}}, \quad K = 0,01.$$

Из анализа приведенных формул следует, что чем больше скорость детали, тем при меньшей толщине пластину можно принимать за полубесконечное тело.

На рис. 4.14 представлена зависимость коэффициента  $K$  от толщины пластины для различных чисел Пекле.

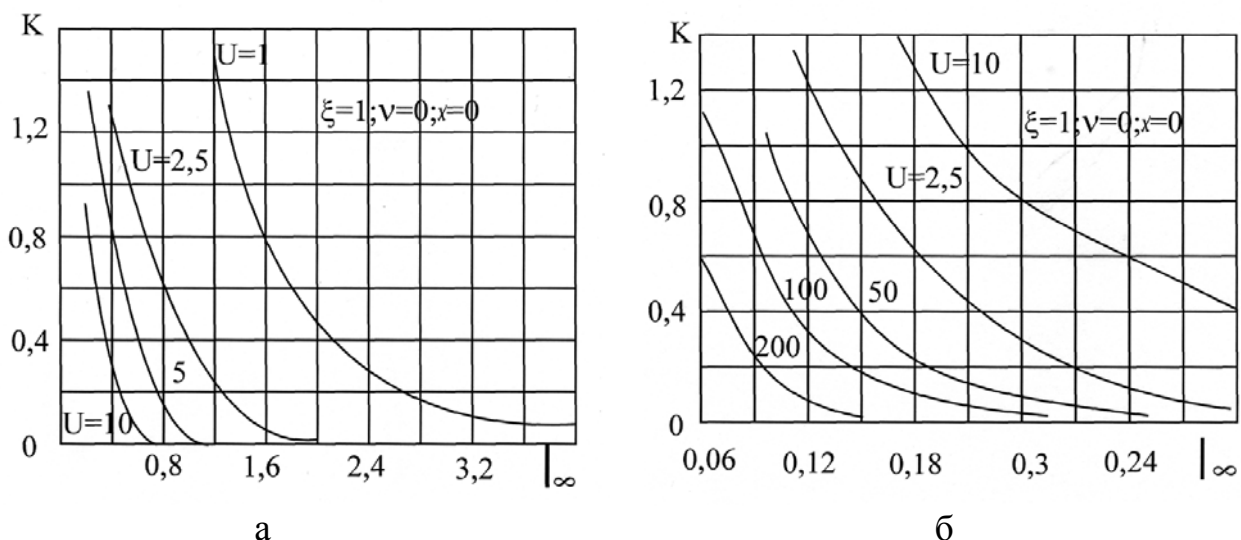


Рис. 4.14. Зависимость коэффициента  $K$  от толщины пластины для различных чисел Пекле  $U$ .

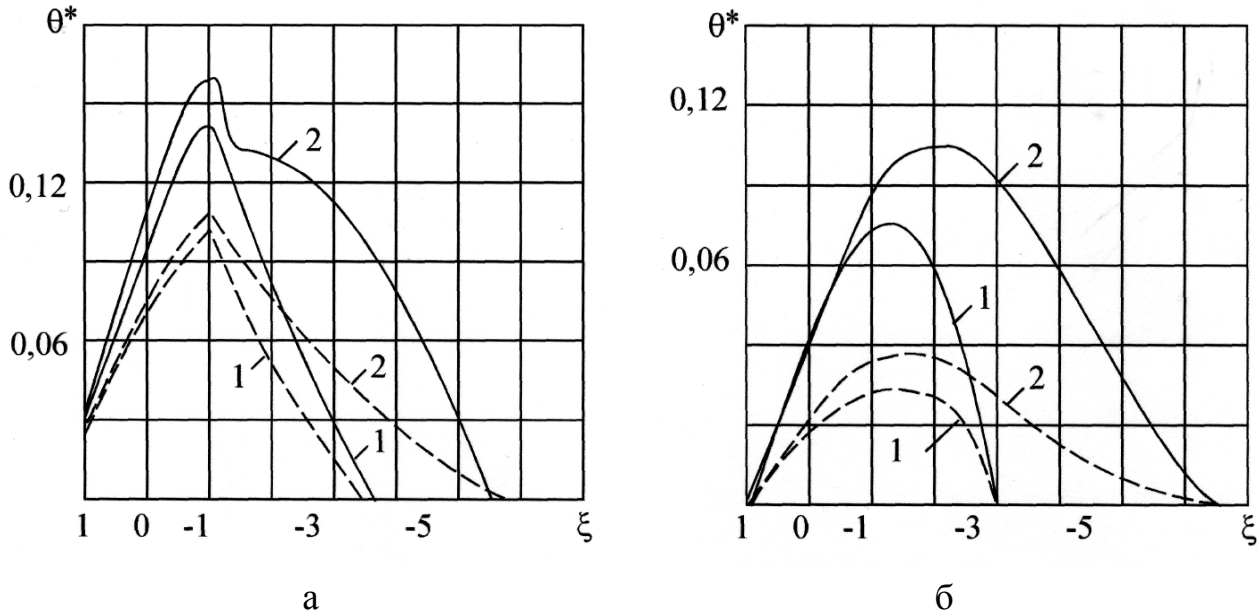


Рис. 4.15. Кривые расположения температур на поверхности (а) и на нижней грани пластины (б).

Коэффициент  $K$  с увеличением толщины пластины понижается. Физически это означает, что пластина с некоторых значений  $l$  становится полубесконечным телом.

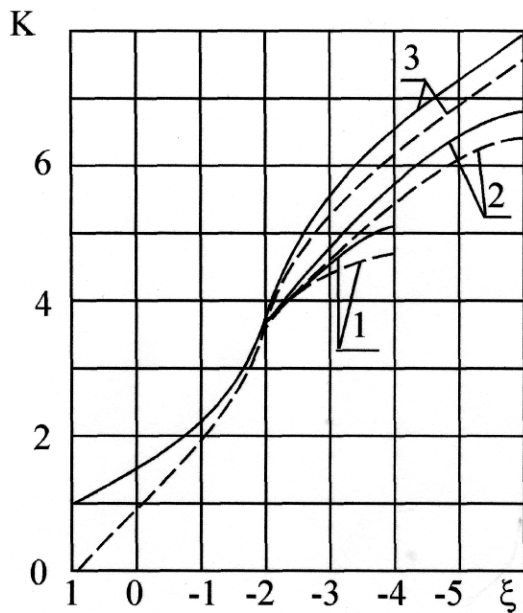


Рис. 4.16. Зависимость коэффициента  $K$  от времени  $F_0$  и положения точки  $(\xi, X)$ . Сплошные линии  $X = 0,1$ ; пунктирные  $X = 0$ . ( $F_0 = 0,01$ ) кривая 1; ( $F_0 = 0,02$ ) кривая 2; ( $F_0 = 0,03$ ) кривая 3 ( $U = 25$ ).

На рис. 4.15,а представлены кривые распределения температур на поверхности пластины (сплошные кривые) и полубесконечного тела (пунктирные). Кривые построены для различных моментов времени  $F_0 = 10^{-2}$  и  $2 \cdot 10^{-2}$ . Безразмерные скорости и толщина  $l$  равны соответственно 200 и 0,075.

На рис. 4.15,б приведены кривые распределения температуры на нижней грани пластины  $X = l$ . За тепловым источником до координаты  $\xi = -2,5$  наблюдается возрастание температуры.

Для количественной оценки анализируемых процессов проследим за характером изменения коэффициента  $K$  вдоль движения источника тепла и вглубь пласти-

ны в разные моменты времени  $F_0$ .

На рис. 4.16 представлена зависимость коэффициента  $K$  от положения движущейся точки поверхности  $K = K(\xi, X, F_0)$ .

Сплошные кривые показывают изменение коэффициента  $K$  на нижней грани пластины  $X = 0,1$ ; пунктирные – на поверхности движения теплового источника ( $X = 0$ ).

На поверхности коэффициент  $K$  всегда меньше, чем на глубине. На передней кромке теплового источника ( $\xi = 1$ ) различие коэффициента ( $\xi = 1$ ) максимально. На задней кромке зоны контакта ( $\xi = -1$ ) происходит скачок в темпе роста коэффициента  $K$ , вызванный резким уменьшением величины  $\theta_0$ . В точке ( $\xi = -3$ ),  $X = 0$  в момент времени  $F_0 = 0,2$  коэффициент  $K$  достигает  $K = 5,1$ .

Расчет температур при шлифовании тонкостенных деталей осуществляется по (4.62).

Величина  $\theta_0$  вычисляется из соотношения, описывающего температурное поле для полубесконечного тела. Например:

$$\theta_0 = \frac{2 \cdot q \cdot a}{\pi \cdot \lambda \cdot V} \cdot \int_{Z-H}^{Z+H} \exp(-\xi) \cdot K_0 \cdot \sqrt{X^2 + \xi^2} \cdot d\xi \quad (4.69)$$

или по аппроксимирующей зависимости

$$\theta_0 = \frac{1,6}{\sqrt{U}} - \frac{0,16}{U}. \quad (4.70)$$

Определяется безразмерная толщина пластины  $l = d/h$ . По значениям безразмерной скорости  $U$  и толщине пластины  $l$ , используя кривые (рис. 4.14), определяется коэффициент  $K$ . По данным  $\theta_0$  и  $K$  определяется максимальная температура  $\theta_{max}$  в пластине по (4.62). В размерных величинах

$$T = \frac{q_0 \cdot h}{\lambda} \cdot \theta_0 \cdot (1 - K). \quad (4.71)$$

Температурные поля в пластине можно также рассчитывать по выражению, представляющему решение для полубесконечного тела, умноженное на функцию, характеризующую ограниченность теплопроводящего пространства [231]

$$T = \frac{2 \cdot q \cdot a}{\pi \cdot \lambda \cdot V} \int_{Z-H}^{Z+H} \exp(-\xi) \cdot K_0 \times$$

$$\times \frac{\sum_{n=-\infty}^{n+\infty} K_0 \left[ \sqrt{(X - 2 \cdot Dn)^2 + \xi^2} \right]}{K_0 \sqrt{X^2 + \xi^2}} \cdot d\xi, \quad (4.72)$$

где  $D = \frac{dV}{2a}$ ;  $X = \frac{V \cdot x}{2a}$ ;  $Z = \frac{V \cdot z}{2a}$ ;  $H = \frac{V \cdot h}{2a}$ ;  $\xi = \frac{V \cdot (z + z')}{2a}$ .

Обозначив множитель, характеризующий влияние толщины пластины на температурное поле

$$M(X, D, \xi) = \frac{\sum_{n=-\infty}^{n+\infty} K_0 \left[ \sqrt{(X - 2 \cdot D \cdot n)^2 + \xi^2} \right]}{K_0 \left( \sqrt{X^2 + \xi^2} \right)}, \quad (4.73)$$

получим

$$T = \frac{2 \cdot q \cdot a}{\pi \cdot \lambda \cdot a} \cdot \int_{Z-H}^{Z+H} M(X, D, \xi) \cdot \exp(-\xi) \cdot K_0 \cdot \sqrt{X^2 + \xi^2} \cdot d\xi. \quad (4.74)$$

Для поверхности пластины  $X = 0$  множитель, учитывающий влияние толщины пластины, имеет вид

$$M(X, D, \xi) = \frac{\sum_{n=-\infty}^{n+\infty} K_0 \left[ \sqrt{(2 \cdot D \cdot n)^2 + \xi^2} \right]}{K_0(\xi)}. \quad (4.75)$$

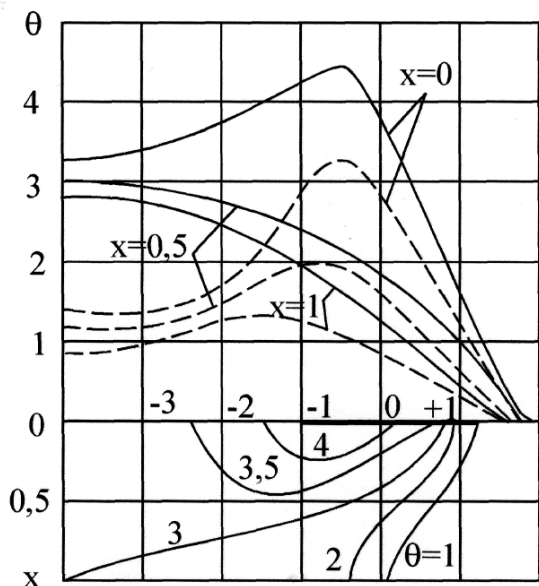


Рис. 4.17. Влияние ограниченности размеров деталей на температурное поле. Сплошные линии – пластина ( $D = 1$ ,  $H = 1$ ); штриховые – полубесконечное тело.

На рис. 4.17 показано температурное поле в пластине  $D = 1$ ,  $H = 1$  при  $X = 0$ ;  $X = 0,5$ ;  $X = 1,0$ .

Сплошными линиями показано изменение температуры при шлифовании пластины, штриховыми – при шлифовании полубесконечного тела.

Следует заметить, что за тепловым источником (в области отрицательных значений  $Z$ ) происходит выравнивание температуры по всей толщине пластины. При достаточно больших значениях  $Z$  температура не зависит от  $X$ , и задачу можно считать одномерной.

Если ограничиться расчетом



влияния толщины пластины на максимальную температуру, то формулу для расчета температур можно значительно упростить [231]. Множитель  $M$ , соответствующий максимальной температуре, приобретает конкретное значение и его можно вынести за знак интеграла. В этом случае расчетная формула для тонкостенной пластины будет отличаться от расчетной формулы для полубесконечного тела только наличием постоянного множителя  $M(X, D, \xi)$ . Обозначим этот постоянный множитель  $N(D, H)$ , тогда формула для расчета температур в пластине имеет вид

$$\frac{\pi \cdot \lambda \cdot V \cdot T}{2 \cdot q \cdot a} = N(D, H) \cdot \int_{Z-H}^{Z+H} \exp(-\xi) \cdot K_0 \cdot \sqrt{X^2 + \xi^2} \cdot d\xi. \quad (4.76)$$

Зависимость множителя  $N(D, H)$  от параметров  $D$  и  $H$  показана на рис. 4.18 [231].

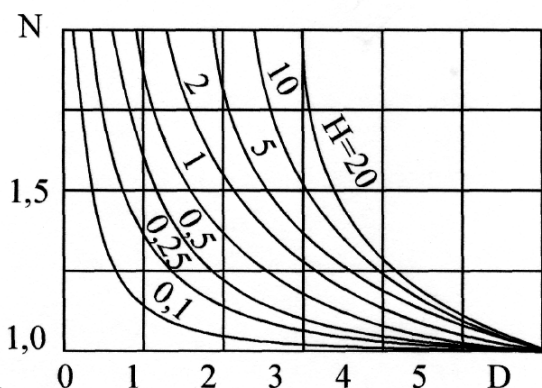


Рис. 4.18. Зависимость множителя  $N$  от параметров  $D$  и  $H$ .

При толщине пластины  $D > 6$  практически для всех режимов плоского шлифования для  $H$ , не превышающих 20, множитель  $N(D, H) = 1$ . Следовательно, все детали  $D > 6$  считаются полубесконечным телом.

Например, при шлифовании пластины толщиной 1,2 мм из быстрорежущей стали Р18 ( $a = 0,065 \text{ см}^2/\text{с}$ ) при скорости  $V = 6 \text{ м/мин}$  пластина считается полубесконечным телом. Если уве-

личить скорость  $V$ , то условию полубесконечного тела будут удовлетворять пластины еще меньшей толщины. Таким образом, подбирая режимы обработки, можно в значительных пределах относительную толщину изменять и шлифование осуществлять так, чтобы температура шлифования из-за ограниченности размеров не повышалась.

Для случая заданных граничных условий 3-го рода

$$-\lambda \cdot \frac{\partial T}{\partial x} + \alpha \cdot T|_{x=0} = 0; \quad \alpha \neq 0; \quad \lambda \cdot \frac{\partial T}{\partial x} + \alpha \cdot T|_{x=d} = 0$$

построение системы отраженных источников затруднительно. Так, если на поверхности  $x=0$  зададим точечный источник  $+q$ , то для выполнения

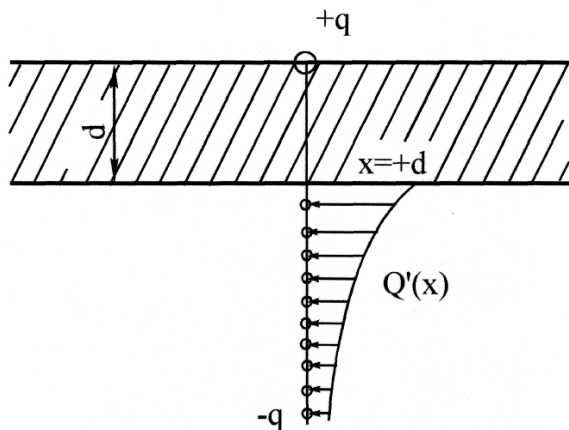


Рис. 4.19. Расчетная схема.

условия

$$\lambda \cdot \frac{\partial T}{\partial x} + \alpha \cdot T|_{x=d} = 0$$

необходимо с противоположной стороны задать системы отрицательных стоков  $-Q'(x)$  и, кроме того, дополнительный сток такой же интенсивности  $-q$  в точке  $x = -2 \cdot d$  (рис. 4.19). Но каждый из этих элементарных стоков внесет искажение в условие

$-\lambda \cdot \frac{\partial T}{\partial x} + \alpha \cdot T|_{x=0} = 0$  и потребуются бесконечная система бесконечных отрицательных стоков при  $x > 0$ .

Решение такой задачи методом построения функции Грина весьма затруднительно.

## 4.2.6. ШЛИФОВАНИЕ КЛИНОВИДНЫХ ДЕТАЛЕЙ

### 4.2.6.1. ОДНОСТОРОННИЙ ИСТОЧНИК

Если две плоскости пересекаются и по одной (или двум одновременно) движутся тепловые источники, то имеет место третий тип задач, так называемые задачи на клин. На практике – это задачи, связанные с описанием тепловых полей при заточке инструмента и шлифовании треугольных резцов.

Пусть по одной из граней бесконечно длинного клина в положительном направлении оси  $Z$  с постоянной скоростью  $V$  движется нормально ориентированный к ребру клина полосовой источник тепла шириной  $2 \cdot h$  (рис. 4.20). Интенсивность теплового потока постоянна по всей поверхности и равна  $q$ . Угол раствора клина будет считаться равным  $180^\circ/m$ , где  $m$  - целое число, кратное 180;  $\alpha = 180/m$ . На гранях клина теплообмен отсутствует ( $\alpha = 0$ ). Решение задачи будем искать в цилиндрической системе координат.

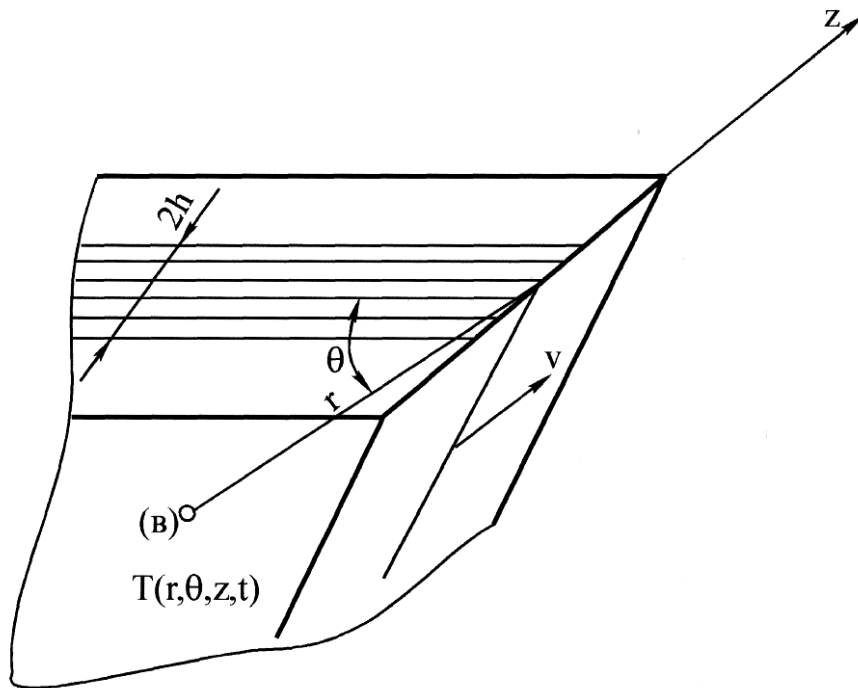


Рис.4.20. Схема шлифования клиновидных деталей.

Требуется найти решение дифференциального уравнения

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a \cdot \left( \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial^2 T}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) + V \cdot \frac{\partial T}{\partial z} \quad (4.77)$$

с краевыми условиями:

$$T|_{t=0} = 0; \quad \frac{\lambda}{r} \cdot \frac{\partial T}{\partial \theta} \Big|_{\theta=0, |z|<h} = q; \quad \frac{\partial T}{\partial \theta} \Big|_{\theta=0, |z|>h} = \frac{\partial T}{\partial \theta} \Big|_{\theta=\alpha} = 0. \quad (4.78)$$

Применим, как и в предыдущем случае, метод источников плюс метод изображений. Схема построения приведена на рис. 4.21,а,б для углов клина  $\alpha=60^\circ$  и  $\alpha=45^\circ$ .

Сущность построения заключается в следующем. Примем угол клина  $\alpha=60^\circ$  ( $m=3$ ) (рис. 4.21,а). Продолжим адиабатические плоскости ОА и ОВ от точки пересечения в обе стороны. Поместим точечный источник на ребре клина ОА. Тогда для выполнения граничного условия

$\frac{\partial T}{\partial \theta} \Big|_{\theta=0, |z|>h} = 0$  удвоим мощность источника:  $2 \cdot dQ$ . Но на

границе  $OB \left( \theta = \frac{\pi}{3} \right)$  также необходимо обеспечить выполнение условия

$\frac{\partial T}{\partial \theta} \Big|_{\theta=\alpha} = 0$ . Поэтому изобразим источник  $2 \cdot dQ$  относительно плос-

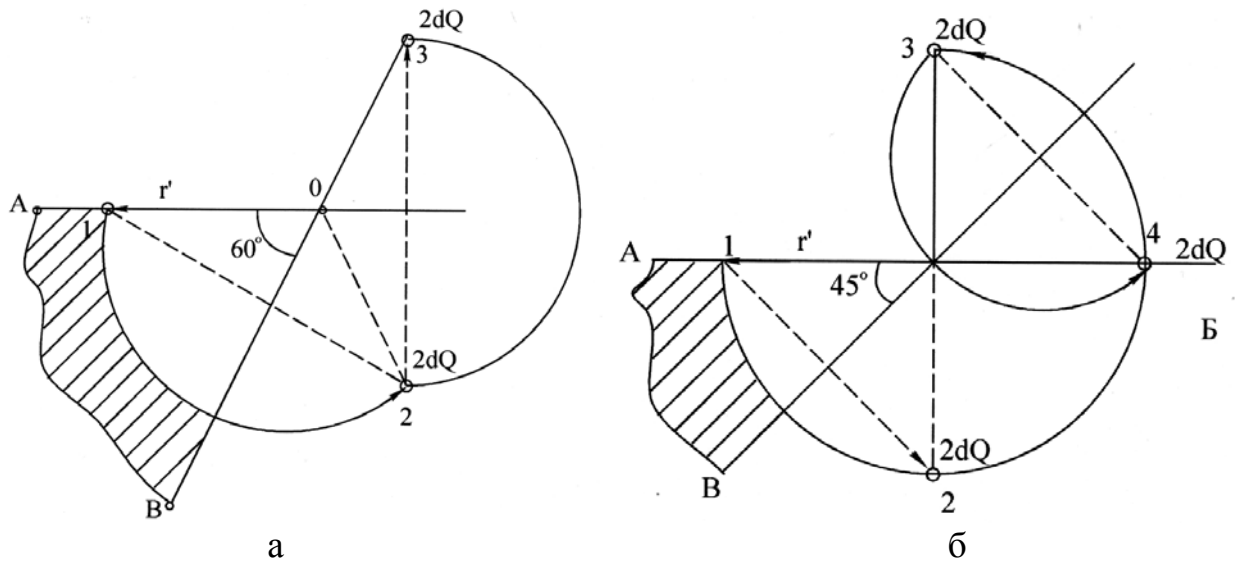


Рис.4.21. Схема построения отраженных источников для углов клина: а –  $\alpha=60^\circ$ ; б –  $\alpha=45^\circ$ .

кости  $OB$  – точки 2. Отражая источник  $2 \cdot dQ$  относительно плоскости  $OA$ , получим точку 3. Условие  $\frac{\partial T}{\partial \theta} = 0$  при  $\theta = 0$  будет выполнено. Нарушения же условия  $\frac{\partial T}{\partial \theta} = 0$  при  $\theta = \frac{\pi}{3}$  не произойдет, так как источник 3 расположен в плоскости  $OB$  и совпадает со своим отраженным источником. Построение окончено. На рис. 4.21,б в качестве примера приведено построение отраженных источников для  $\alpha = 45^\circ$ .

В случае угла клина, не являющегося целой частью  $\pi$ , угол  $\alpha$  необходимо округлять до ближайшего кратного числа.

Тепловое поле от единичного движущегося по поверхности полубесконечного тела источника тепла  $q$  в прямоугольной подвижной системе координат описывается формулой

$$T(x, y, z, t) = \int_0^t \frac{2 \cdot q \cdot dt'}{C \cdot \gamma \cdot [4\pi \cdot a \cdot (t - t')]^{3/2}} \times \exp \left\{ - \frac{x^2 + (y - y')^2 + [z - z' + V \cdot (t - t')]^2}{4a \cdot (t - t')} \right\}. \quad (4.79)$$

Расчетная схема задачи приведена на рис. 4.22, где точка  $A$  с координатами  $\theta; y'; z'$  определяет положение точечного источника; точка  $B$  с координатами  $x; y; z$  указывает положение точки, в которой определяется температура.

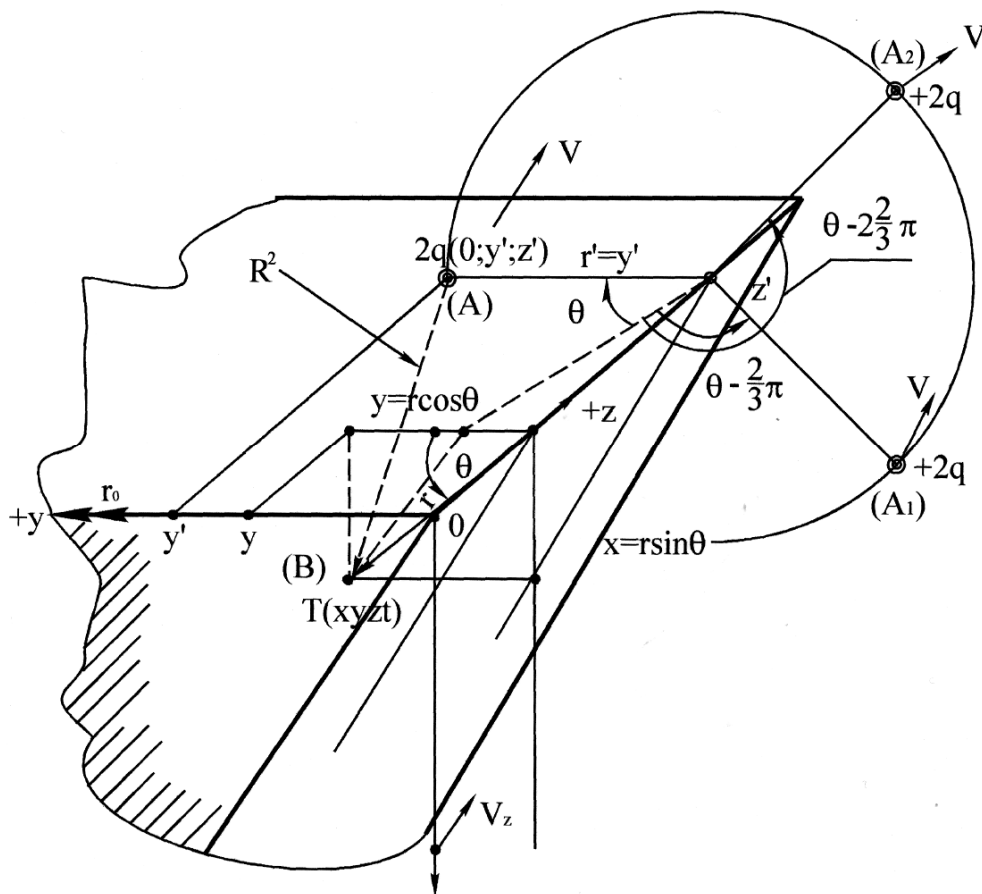


Рис.4.22.Расчетная схема.

Запишем (4.79) в цилиндрических координатах, переход к которым осуществляется по формуле

$$y = r \cdot \cos \theta; \quad x = r \cdot \sin \theta; \quad z = z.$$

Тогда квадрат расстояния от В до А определится так:

$$\begin{aligned} R^2 &= x^2 + (y - y')^2 + (z - z' + V \cdot (t - t'))^2 = r^2 \cdot \sin^2 \theta + (r \cdot \cos \theta - r')^2 + \\ &+ (z - z' + V \cdot (t - t'))^2 = r^2 \cdot \sin^2 \theta + r^2 \cdot \cos^2 \theta - 2r \cdot r' \cdot \cos \theta + (r')^2 + \\ &+ (z - z' + V \cdot (t - t'))^2 = r^2 + (r')^2 - 2r \cdot r' \cdot \cos \theta + (z - z' + V \cdot (t - t'))^2 \end{aligned}$$

Температура в точке В:  $T(r, \theta, z, t)$

$$\begin{aligned} T &= \int_0^t \frac{2q \cdot dt'}{C \cdot \gamma \cdot [4\pi \cdot a \cdot (t - t')]^{3/2}} \times \\ &\times \exp \left\{ - \frac{r^2 + (r')^2 - 2r \cdot r' \cdot \cos \theta + (z - z' + V \cdot (t - t'))^2}{4a \cdot (t - t')} \right\}. \end{aligned} \quad (4.80)$$

Как видно из приведенных построений, для случая клина температура в точке В определится суперпозицией трех точечных подвижных источников, т.е.

$$T = T_1 + T_2 + T_3.$$

Причем, функции для  $T_2$  и  $T_3$  отличаются квадратами расстояний от точки В до точек  $A_1$  и  $A_2$ . Указанная величина для точки  $A_1$  (рис. 4.23 – вид со стороны оси  $Z$ ) запишется таким образом:

$$R^2 = r^2 + (r')^2 - 2r \cdot r' \cdot \cos\left(\theta - \frac{2}{3} \cdot \pi\right) + (z + z' + V \cdot (t - t'))^2$$

и соответственно для точки  $A_2$

$$R^2 = r^2 + (r')^2 - 2r \cdot r' \cdot \cos\left(\theta - \frac{2}{3} \cdot \pi\right) +$$

$$+ (z + z' + V \cdot (t - t'))^2$$

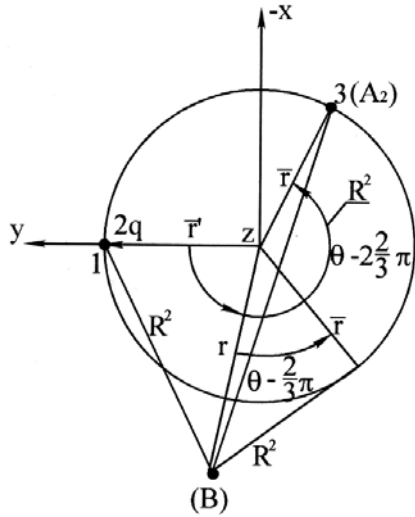


Рис. 4.23. Схема суперпозиции температур.

Аргумент функции косинус – угол между радиус-векторами  $r$  и  $r'$  в проекции на плоскость  $OXY$ .

Формула суперпозиций такова:

$$T = \int_0^t \frac{2 \cdot q \cdot dt'}{C \cdot \gamma \cdot [4\pi \cdot a \cdot (t - t')]^{3/2}} \times$$

$$\times \left[ \exp\left\{ -\frac{r^2 + (r')^2 - 2r \cdot r' \cdot \cos \theta + [z - z' + V \cdot (t - t')]^2}{4a \cdot (t - t')} \right\} + \right.$$

$$+ \exp\left\{ -\frac{r^2 + (r')^2 - 2r \cdot r' \cdot \cos\left(\theta - \frac{2}{3} \cdot \pi\right) + (z - z' + V \cdot (t - t'))^2}{4a \cdot (t - t')} \right\} +$$

$$\left. + \exp\left\{ -\frac{r^2 + (r')^2 - 2r \cdot r' \cdot \cos\left(\theta - \frac{4}{3} \cdot \pi\right) + (z - z' + V \cdot (t - t'))^2}{4a \cdot (t - t')} \right\} \right] =$$

$$= \sum_{n=0}^2 \int_0^t \frac{2q \cdot dt'}{C \cdot \gamma \cdot [4\pi \cdot a \cdot (t - t')]^{3/2}} \times$$

$$\times \exp \left\{ - \frac{r^2 + (r')^2 - 2r \cdot r' \cdot \cos \left( \theta - \frac{2\pi}{m} \cdot n \right) + [z - z' + V \cdot (t - t')]^2}{4a \cdot (t - t')} \right\}.$$

В общем случае выражение для подвижного источника для угла клина  $\alpha = \frac{\pi}{m}$  таково

$$T(r, \theta, z, t) = \sum_{n=0}^{m-1} \int_0^t \frac{2q \cdot dt'}{C \cdot \gamma \cdot [4\pi \cdot a \cdot (t - t')]^{3/2}} \times$$

$$\times \exp \left\{ - \frac{r^2 + (r')^2 - 2r \cdot r' \cdot \cos \left( \theta - \frac{2\pi}{m} \cdot n \right) + [z - z' + V \cdot (t - t')]^2}{4a \cdot (t - t')} \right\}.$$

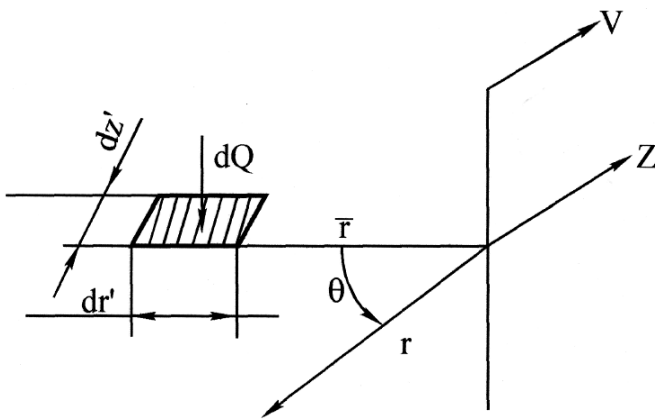


Рис.4.24. Схема движения элементарного источника по поверхности клина.

В случае полосового источника элементарная мгновенная мощность:

$$dQ = 2q \cdot dr' \cdot dz' \cdot dt' \quad (\text{рис. 4.24}).$$

Тогда мгновенная температура точки В (рис. 4.24) может быть представлена в виде

$$dT = \sum_{n=0}^{m-1} \frac{2q \cdot dr' \cdot dz' \cdot dt'}{C \cdot \gamma \cdot [4\pi \cdot a \cdot (t - t')]^{3/2}} \times$$

$$\times \exp \left\{ - \frac{r^2 + (r')^2 - 2r \cdot r' \cos \left( \theta - \frac{2\pi}{m} n \right) - [z - z' + V(t - t')]^2}{4a(t - t')} \right\}. \quad (4.81)$$

Решение поставленной задачи есть интеграл функции (4.81)

$$T(r, \theta, z, t) = \sum_{n=0}^{m-1} \int_0^{\infty} dr' \cdot \int_{-h}^{+h} dz' \cdot \int_0^{t \rightarrow \infty} \frac{2q}{C \cdot \gamma \cdot [4\pi \cdot a \cdot (t - t')]^{3/2}} \times$$

$$\times \exp \left\{ - \frac{r^2 + (r')^2 - 2r \cdot r' \cdot \cos \left( \theta - \frac{2\pi}{m} \cdot n \right) + [z - z' + V \cdot (t - t')]^2}{4a \cdot (t - t')} \right\} \cdot dt'. \quad (4.82)$$

При  $t \rightarrow \infty$  температурное поле квазистационарное.

Осуществим интегрирование по времени  $t'$ :

$$\int_0^{t \rightarrow \infty} \frac{2q \cdot dt'}{C \cdot \gamma \cdot [4\pi \cdot a \cdot (t-t')]^{3/2}} \times$$

$$\times \exp \left\{ - \frac{r^2 + (r')^2 - 2r \cdot r' \cdot \cos \left( \theta - \frac{2\pi}{m} \cdot n \right)}{4a \cdot (t-t')} - \frac{[z - z' + V \cdot (t-t')]^2}{4a \cdot (t-t')} \right\} =$$

$$= \int_0^{t \rightarrow \infty} \frac{2q \cdot dt'}{C \cdot \gamma \cdot [4\pi \cdot a \cdot (t-t')]^{3/2}} \times$$

$$\times \exp \left\{ - \frac{r^2 + (r')^2 - 2r \cdot r' \cos \left( \theta - \frac{2\pi}{m} n \right)}{4a \cdot (t-t')} - \frac{(z-z')^2 + 2V(z-z')(t-t') + V^2(t-t')^2}{4a \cdot (t-t')} \right\}.$$

Обозначим  $r^2 + (r')^2 - 2r \cdot r' \cdot \cos \left( \theta - \frac{2\pi}{m} n \right) = R^2$ . Введем новую переменную:  $t' \rightarrow \xi$

$$\xi = \frac{\sqrt{r^2 + (r')^2 - 2r \cdot r' \cos \left( \theta - \frac{2\pi}{m} n \right) + (z-z')^2}}{2 \cdot \sqrt{a \cdot (t-t')}} = \frac{R}{2 \cdot \sqrt{a \cdot (t-t')}};$$

$$d\xi = \frac{(-1) \cdot R \cdot (-1) \cdot dt'}{2 \cdot \sqrt{a} \cdot 2 \cdot (t-t')^{3/2}} = \frac{R \cdot dt'}{4 \cdot \sqrt{a} \cdot (t-t')^{3/2}};$$

$$dt' = \frac{4 \cdot \sqrt{a} \cdot (t-t')^{3/2}}{R} \cdot d\xi; \quad \xi^3 = \frac{R^3}{8a \cdot \sqrt{a} \cdot (t-t')^{3/2}};$$

$$(t-t')^{3/2} = \frac{R^3}{8a \cdot \sqrt{a} \cdot \xi^3}; \quad dt' = \frac{4 \cdot \sqrt{a}}{R} \cdot \frac{R^3}{8a \cdot \sqrt{a} \cdot \xi^3} \cdot d\xi = \frac{R^2}{2a \cdot \xi^3} \cdot d\xi;$$

$$\xi_n = \frac{R}{2 \cdot \sqrt{a \cdot \infty}} = 0; \quad \xi_e = \frac{R}{2 \cdot \sqrt{a \cdot (t-t')}} = \infty.$$

Учитывая, что  $C \cdot \gamma \cdot a = \lambda$ , получим

$$\int_0^\infty \frac{2q}{C\gamma(4\pi a)^{3/2}} \frac{8a\sqrt{a}\xi^3}{R^3} \frac{R^2}{2a\xi^3} d\xi \cdot \exp \left\{ - \left( \xi^2 + \frac{V(z-z')}{2a} + \frac{V^2}{4a} \frac{R^2}{4a\xi^2} \right) \right\} =$$



$$\begin{aligned}
&= \int_0^{\infty} \frac{q \cdot d\xi}{R \cdot \lambda \cdot \pi^{3/2}} \cdot \exp\left\{-\left(\xi^2 + \frac{V(z-z')}{2a} + \frac{V^2 R^2}{16a^2 \xi^2}\right)\right\} = \\
&= \exp\left\{-\frac{V}{2a} \cdot (z-z')\right\} \cdot \int_0^{\infty} \frac{q}{R \cdot \lambda \cdot \pi^{3/2}} \cdot \exp\left\{-\left(\xi^2 + \frac{V^2 \cdot R^2}{16a^2 \cdot \xi^2}\right)\right\} \cdot d\xi,
\end{aligned}$$

но интеграл

$$\int_0^{\infty} \frac{q}{R \cdot \lambda \cdot \pi^{3/2}} \cdot \exp\left\{-\left(\xi^2 + \frac{V^2 \cdot R^2}{16a^2 \cdot \xi^2}\right)\right\} \cdot d\xi$$

вычисляется в задаче 4 по формуле (4.37)

$$\begin{aligned}
\int_0^{\infty} \exp\left\{-\left(\xi^2 + \frac{V^2 \cdot R^2}{16a^2 \cdot \xi^2}\right)\right\} \cdot d\xi &= \exp\left(-\frac{V \cdot R}{2a}\right) \cdot \int_0^{\infty} \left\{-\left(\xi + \frac{V \cdot R}{4a\xi}\right)^2\right\} d\xi = \\
&= \frac{\sqrt{\pi}}{2} \cdot \exp\left\{-\frac{V \cdot R}{2a}\right\}.
\end{aligned}$$

Получим

$$\begin{aligned}
&\exp\left\{-\frac{V}{2a}(z-z')\right\} \cdot \int_0^{\infty} \frac{q}{R \cdot \lambda \cdot \pi^{3/2}} \cdot \exp\left\{-\left(\xi^2 + \frac{V^2 \cdot R^2}{16a^2 \xi^2}\right)\right\} \cdot d\xi = \\
&\exp\left\{-\frac{V}{2a}(z-z') - \frac{VR}{2a}\right\} \frac{q}{R\lambda\pi^{3/2}} \frac{\sqrt{\pi}}{2} = \frac{q}{2\pi R\lambda} \exp\left\{-\frac{V}{2a}(R+(z-z'))\right\}
\end{aligned} \tag{4.83}$$

Подставляя (4.62) в (4.61), получим

$$\begin{aligned}
T(r, \theta, z) &= \sum_{n=0}^{m-1} \int_0^{\infty} dr' \cdot \int_{-h}^{+h} dz' \cdot \frac{q}{2\pi R\lambda} \cdot \exp\left\{-\frac{V}{2a} \cdot (R+z-z')\right\} = \sum_{n=0}^{m-1} \frac{q}{2\pi\lambda} \times \\
&\times \int_{-h}^{+h} \exp\left\{-\frac{V}{2a} \cdot (z-z')\right\} \cdot dz' \cdot \int_0^{\infty} \frac{1}{R} \cdot \exp\left\{-\frac{VR}{2a}\right\} \cdot dr' = \\
&= \sum_{n=0}^{m-1} \frac{q}{2\pi\lambda} \cdot \int_{-h}^{+h} \exp\left\{-\frac{VR}{2a} \cdot (z-z')\right\} \cdot dz' \cdot \left(\frac{V}{2a}\right) \times
\end{aligned}$$

$$\times \int_0^{\infty} \frac{\exp\left\{-\frac{V}{2a} \cdot \sqrt{r^2 + (r')^2 - 2r \cdot r' \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{m} n\right) + (z-z')^2}\right\}}{\left(\frac{V}{2a}\right) \cdot \sqrt{r^2 + (r')^2 - 2r \cdot r' \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{m} n\right) + (z-z')^2}} \cdot dr'.$$

Выделяем полный квадрат

$$\begin{aligned}
r^2 + (r')^2 - 2r \cdot r' \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{m}n\right) &= (r')^2 - 2r \cdot r' \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{m}n\right) + \\
&+ r^2 \cos^2\left(\theta - \frac{2\pi}{m}n\right) - r^2 \cos^2\left(\theta - \frac{2\pi}{m}n\right) + r^2 = \\
&= \left[r' - r \cdot \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{m}n\right)\right]^2 + r^2 \cdot \sin^2\left(\theta - \frac{2\pi}{m}n\right).
\end{aligned}$$

Тогда решение запишется в виде

$$\begin{aligned}
T &= \sum_{n=0}^{m-1+h} \int_{-h}^h \frac{q}{2\pi\lambda} \cdot \exp\left\{-\frac{V}{2a}(z-z')\right\} \cdot dz' \cdot \frac{V}{2a} \times \\
&\times \int_0^\infty \frac{\exp\left\{-\frac{V}{2a} \sqrt{\left[r' - r \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{m}n\right)\right]^2 + r^2 \sin^2\left(\theta - \frac{2\pi}{m}n\right) + (z-z')^2}\right\}}{\frac{V}{2a} \cdot \sqrt{\left[r' - r \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{m}n\right)\right]^2 + r^2 \sin^2\left(\theta - \frac{2\pi}{m}n\right) + (z-z')^2}} dr'.
\end{aligned}$$

Заменяем переменную

$$\begin{aligned}
\frac{V}{2a} \cdot \left[r' - r \cdot \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{m}n\right)\right] &= \eta; \\
\eta_n = -\frac{V}{2a} \cdot r \cdot \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{m}n\right); \quad \eta_B = \frac{V}{2a} \cdot \infty = \infty; \quad d\eta &= \frac{V}{2a} \cdot dr'.
\end{aligned}$$

Получим

$$\begin{aligned}
&\frac{V}{2a} \cdot \int_{-\frac{Vr}{2a} \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{m}n\right)}^\infty \frac{\exp\left\{-\frac{V}{2a} \sqrt{\frac{4a^2}{V^2} \eta^2 + r^2 \sin^2\left(\theta - \frac{2\pi}{m}n\right) + (z-z')^2}\right\} \frac{2a}{V}}{\frac{V}{2a} \sqrt{\frac{4a^2}{V^2} \eta^2 + r^2 \sin^2\left(\theta - \frac{2\pi}{m}n\right) + (z-z')^2}} d\eta = \\
&= \int_{-\frac{Vr}{2a} \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{m}n\right)}^\infty \frac{\exp\left\{-\sqrt{\eta^2 + \frac{V^2}{4a^2} \left[r^2 \sin^2\left(\theta - \frac{2\pi}{m}n\right) + (z-z')^2\right]}\right\}}{\sqrt{\eta^2 + \frac{V^2}{4a^2} \eta^2 \cdot \left[r^2 \sin^2\left(\theta - \frac{2\pi}{m}n\right) + (z-z')^2\right]}} d\eta \cdot (4.84)
\end{aligned}$$

В интеграле (4.84) обозначим

$$-\frac{Vr}{2a} \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{m}n\right) = -b; \quad \frac{V^2}{4a^2} \cdot \left[r^2 \sin^2\left(\theta - \frac{2\pi}{m}n\right) + (z-z')^2\right] = A^2.$$

Тогда интеграл (4.84) запишется в такой форме:

$$\begin{aligned} \int_{-b}^{\infty} \frac{\exp\{-\sqrt{\eta^2 + A^2}\}}{\sqrt{\eta^2 + A^2}} d\eta &= \int_{-b}^0 \frac{\exp\{-\sqrt{\eta^2 + A^2}\}}{\sqrt{\eta^2 + A^2}} d\eta + \int_0^{\infty} \frac{\exp\{-\sqrt{\eta^2 + A^2}\}}{\sqrt{\eta^2 + A^2}} d\eta = \\ &= \int_0^b \frac{\exp\{-\sqrt{\eta^2 + A^2}\}}{\sqrt{\eta^2 + A^2}} d\eta + \int_0^{\infty} \frac{\exp\{-\sqrt{\eta^2 + A^2}\}}{\sqrt{\eta^2 + A^2}} d\eta. \end{aligned}$$

Вычислим второй интеграл суммы.

Из теории цилиндрических функций известно интегральное представление модифицированной функции Бесселя мнимого аргумента [36]:

$$K_0(z) = \frac{\Gamma\left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{2}z\right)^{\nu}}{\Gamma\left(\nu + \frac{1}{2}\right)} \cdot \int_{+1}^{\infty} e^{-zt} (t^2 - 1)^{\nu - \frac{1}{2}} \cdot dt.$$

В частности, если  $\nu = 0$ , то

$$K_0(z) = \int_{+1}^{\infty} e^{-zt} (t^2 - 1)^{-\frac{1}{2}} \cdot dt.$$

Произведем замену переменной

$$\left(\eta^2 + A^2\right)^{\frac{1}{2}} = A \cdot t \Rightarrow \eta^2 + A^2 = A^2 \cdot t^2;$$

$$\eta = A \cdot \sqrt{t^2 - 1}; \quad A \cdot dt = \frac{\eta \cdot d\eta}{\sqrt{\eta^2 + A^2}};$$

$$t_H = 1; \quad t_B = \infty; \quad d\eta = A \cdot \frac{\sqrt{\eta^2 + A^2}}{\eta} \cdot dt.$$

Тогда

$$\int_0^{\infty} \frac{\exp\{-\sqrt{\eta^2 + A^2}\}}{\sqrt{\eta^2 + A^2}} \cdot d\eta = \int_1^{\infty} \frac{\exp\{-A \cdot t\} \cdot A \cdot \sqrt{\eta^2 + A^2}}{\sqrt{\eta^2 + A^2} \cdot \eta} \cdot dt =$$

$$= \int_1^{\infty} \frac{\exp\{-A \cdot t\} \cdot A \cdot dt}{A \cdot \sqrt{t^2 - 1}} = \int_1^{\infty} e^{-At} \cdot (t^2 - 1)^{-\frac{1}{2}} \cdot dt = K_0(A).$$

Таким образом,

$$\int_0^{\infty} \frac{\exp\left\{-\sqrt{\eta^2 + A^2}\right\}}{\sqrt{\eta^2 + A^2}} \cdot d\eta = K_0 \left( \frac{V}{2a} \cdot \sqrt{r^2 \sin^2\left(\theta - \frac{2\pi}{m}n\right) + (z - z')^2} \right).$$

Окончательно решение примет вид:

$$\begin{aligned} T(r, \theta, z) = & \sum_{n=0}^{m-1} \frac{q}{2\pi\lambda} \cdot \int_{-h}^{+h} \exp\left\{-\frac{V}{2a}(z - z')\right\} \cdot dz' \times \\ & \times \left[ K_0 \left\{ \frac{V}{2a} \cdot \sqrt{r^2 \sin^2\left(\theta - \frac{2\pi}{m}n\right) + (z - z')^2} \right\} + \right. \\ & \left. + \frac{Vr}{2a} \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{m}n\right) \exp\left\{-\sqrt{\eta^2 + \frac{V^2}{4a^2} \left[ r^2 \sin^2\left(\theta - \frac{2\pi}{m}n\right) + (z - z')^2 \right]}\right\} \right. \\ & \left. + \int_0^{\infty} \frac{d\eta}{\sqrt{\eta^2 + \frac{V^2}{4a^2} \left[ r^2 \sin^2\left(\theta - \frac{2\pi}{m}n\right) + (z - z')^2 \right]}} \right]. \end{aligned} \quad (4.85)$$

Вычисление по (4.85) выполняется следующим образом. В формулу подставляются координаты точки В в цилиндрических осях  $r, \theta, z = \text{const}$ . Берем  $n=0$ . Вычисляются внутренний интеграл по переменной  $\eta$  и значение функции Бесселя  $K_0$ , при этом  $z'$  считается постоянной, а затем вычисляется наружный интеграл по переменной  $z'$ .

Алгоритм повторяется для  $n=1, n=2$  и т.д. до  $n = m - 1$ . Решение (4.85) целесообразно представить в безразмерных координатах. Для этого введем безразмерные комплексы.

$$\begin{aligned} \rho &= \frac{V \cdot r}{2a}; & Z &= \frac{V \cdot z}{2a}; & H &= \frac{V \cdot h}{2a}; \\ \xi &= \frac{V}{2a} \cdot (z - z'); & d\xi &= -\frac{V}{2a} \cdot dz'; & dz' &= -\frac{2a}{V} \cdot d\xi; \end{aligned}$$

$$\xi_n = Z + H; \quad \xi_e = Z - H.$$

Тогда

$$\begin{aligned} T = & \sum_{n=0}^{m-1} \frac{q}{2\pi\lambda} \cdot \int_{Z-H}^{Z+H} \exp\{-\xi\} \cdot \frac{2a}{V} \cdot d\xi \times \\ & \times \left[ K_0 \left\{ \sqrt{\frac{V^2 \cdot r^2}{4a^2} \cdot \sin^2\left(\theta - \frac{2\pi}{m}n\right) + \frac{V^2}{4a^2} \cdot (z - z')^2} \right\} + \right. \end{aligned}$$

$$+ \left. \int_0^{\rho \cdot \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{m}n\right)} \frac{\exp\left\{-\sqrt{\eta^2 + \frac{V^2 r^2}{4a^2} \sin^2\left(\theta - \frac{2\pi}{m}n\right) + \frac{V^2}{4a^2}(z-z')^2}\right\}}{\sqrt{\eta^2 + \frac{V^2 r^2}{4a^2} \sin^2\left(\theta - \frac{2\pi}{m}n\right) + \frac{V^2}{4a^2}(z-z')^2}} d\eta \right].$$

Окончательно

$$T = \sum_{n=0}^{m-1} \frac{q \cdot a}{\pi \cdot \lambda \cdot V} \cdot \int_{Z-H}^{Z+H} \exp\{-\xi\} \cdot d\xi \times \left[ K_0 \left\{ \sqrt{\rho^2 \sin^2\left(\theta - \frac{2\pi}{m}n\right) + \xi^2} \right\} + \right. \\ \left. + \int_0^{\rho \cdot \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{m}n\right)} \frac{\exp\left\{-\sqrt{\eta^2 + \rho^2 \cdot \sin^2\left(\theta - \frac{2\pi}{m}n\right) + \xi^2}\right\}}{\sqrt{\eta^2 + \rho^2 \cdot \sin^2\left(\theta - \frac{2\pi}{m}n\right) + \xi^2}} d\eta \right]. \quad (4.86)$$

Полученное решение не учитывает теплообмена на поверхности клина ( $\alpha = 0$ ). Применение метода источников для  $\alpha \neq 0$  затруднительно по вышеприведенным соображениям. Решение (4.86) можно представить в виде произведения хорошо изученного выражения для полубесконечного тела на некоторую функцию  $M(\rho, \theta, \xi, m)$ , характеризующую влияние ограниченности размеров детали [231]

$$T = \frac{2q \cdot a}{\pi \lambda \cdot V} \int_{Z-H}^{Z+H} M(\rho, \theta, \xi, m) \cdot \exp\{-\xi\} K \cdot \left(\sqrt{\rho^2 \sin^2 \theta + \xi^2}\right) d\xi. \quad (4.87)$$

Анализ для решения (4.87), проведенный Сипайловым В.А. [231], показал, что для ребра клина и точек, непосредственно близких к ребру ( $\rho = 0$ ), множитель  $M$  принимает значение  $m/2$ . Для ребра клина с углом раствора  $\alpha = \pi/m$  решение имеет вид

$$T = \frac{2q \cdot a}{\pi \cdot \lambda \cdot V} \cdot \frac{m}{2} \cdot \int_{Z-H}^{Z+H} \exp\{-\xi\} \cdot K_0(\xi) \cdot d\xi. \quad (4.88)$$

Закон распределения температуры вдоль ребра клина будет таким же, как и на поверхности полубесконечного тела. Но абсолютные значения температур будут в  $m/2$  раза выше, чем в соответствующих точках полубесконечного тела при тех же условиях. Например, для угла клина  $\alpha = 60^\circ$  ( $m = 3$ ) множитель перед интегралом 1,5. При  $\alpha = 30^\circ$  ( $m = 6$ ) множитель  $m/2 = 3$ .

Поскольку (4.88) допускает любые значения углов, ее можно

записать так:

$$T = \frac{2q \cdot a}{\pi \cdot \lambda \cdot V} \cdot \frac{90^\circ}{\alpha^\circ} \cdot \int_{Z-H}^{Z+H} \exp\{-\xi\} \cdot K_0(\xi) \cdot d\xi. \quad (4.89)$$

Здесь  $\alpha$  - любой угол клина, выраженный в градусах.

Интеграл, представленный в виде функции

$$J(U, \rho, \theta) = \int_0^U M(\rho, \theta, \xi) \cdot \exp\{-\xi\} \cdot K_0 \cdot \left( \sqrt{\rho^2 \sin^2 \theta + \zeta^2} \right) \cdot d\xi,$$

протабулирован в [231] для  $\theta = 0; \frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{3}$  и  $\rho = 1, 2, 3, 4, 5, 6$ .

Относительная температура может быть вычислена как разность этих функций соответственно при верхнем и нижнем пределах

$$\theta = J(Z + H) - J(Z - H). \quad (4.90)$$

#### 4.2.6.2. ДВУХСТОРОННИЙ ИСТОЧНИК

Используя полную аналогию с предыдущей схемой, можно построить математическую модель охватывающего источника тепла (рис. 4.25). Математически задача формулируется в следующем виде:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a \cdot \left( \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial^2 T}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) + V \cdot \frac{\partial T}{\partial z}. \quad (4.91)$$

Граничные условия:

$$T|_{t=0} = 0; \quad \pm \frac{\partial T}{\partial \theta} \Big|_{\substack{\theta=\alpha \\ \theta=0 \\ |z|<h}} = q;$$

$$\frac{\partial T}{\partial \theta} \Big|_{\substack{\theta=0 \\ |z|>h}} = \frac{\partial T}{\partial \theta} \Big|_{\theta=\alpha} = 0 \quad (\text{теплообмен отсутствует}) \quad \alpha = 0.$$

Так же, как и в предыдущей задаче, применим метод источников плюс метод отражений. Пусть на поверхности клина действуют два движущихся точечных источника  $P_0$  и  $P'_0$  (рис. 4.26).

Для выполнения граничного условия  $\frac{\partial T}{\partial \theta} \Big|_{\substack{\theta=\alpha \\ \theta=0}} = 0$  удваиваем

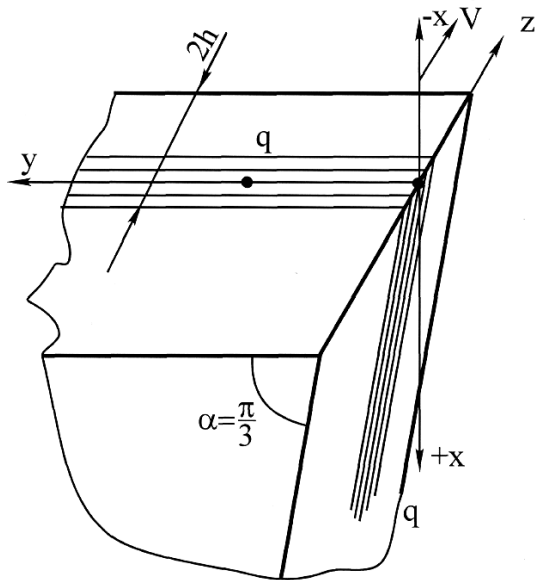


Рис.4.25. Расчетная схема движения охватывающего источника тепла.

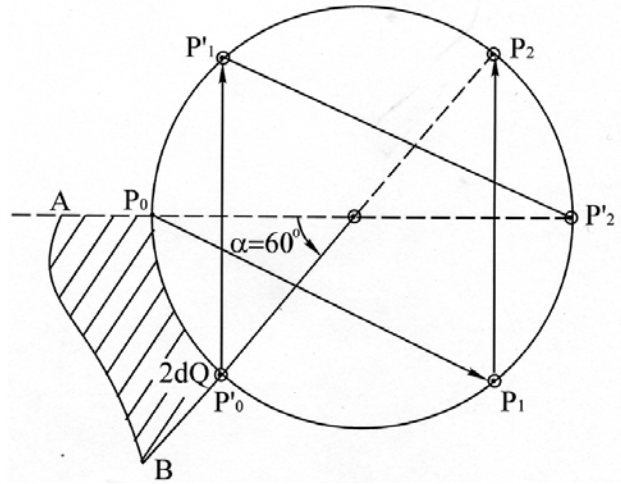


Рис. 4 26. Схема построения отраженных источников для двухсторонней схемы.

мощности источников  $P_0 \rightarrow 2dQ$  и  $P'_0 \rightarrow 2dQ$ .

Однако источник  $P_0$  будет нарушать условие  $\frac{\partial T}{\partial \theta} \Big|_{\theta=\alpha} = 0$  на

ребре  $OB$  клина, а источник  $P'_0$  - соответственно условие  $\frac{\partial T}{\partial \theta} \Big|_{\theta=0} = 0$  на ребре  $OA$  клина. Поэтому зеркально-симметрично

произведем построение двух отраженных источников  $P_1$  и  $P'_1$ . Но  $P_1$  нарушает граничное условие на ребре клина  $OA$ , а  $P'_1$  - на ребре клина  $OB$ . Поэтому производим построение зеркально-симметричных источников  $P_2$  и  $P'_2$ , которые совпадают с противоположными гранями клина, т.е. со своими отраженными источниками. Построение закончено.

Следовательно, в данной задаче при  $\alpha = 60^\circ$  температура в точке  $B$  клина определится суперпозицией действия шести движущихся источников тепла:

$$T = T_1 + T_2 + T_3 + T_4 + T_5 + T_6.$$

Таким образом, для двухсторонней схемы количество источников удваивается:

$$T(r, \theta, z) = \sum_{n=0}^{2} \int_{-h}^{+h} \frac{q}{2\pi \cdot \lambda} \cdot \exp\left\{-\frac{V}{2a}(z - z')\right\} \cdot dz' \left[ K_0 \left\{ \frac{V}{2a} \times \right.$$

$$\begin{aligned}
& \times \sqrt{r^2 \sin^2\left(\theta - \frac{2}{3}\pi \cdot n\right) + (z - z')^2} \Big\} + \\
& + \frac{Vr}{2a} \cos\left(\theta - \frac{2}{3}\pi \cdot n\right) \exp\left\{-\sqrt{\frac{V^2}{4a^2} \left[r^2 \sin^2\left(\theta - \frac{2}{3}\pi \cdot n\right) + (z - z')^2\right] + \eta^2}\right\} \\
& + \int_0^{\dots} \frac{\dots}{\sqrt{\frac{V^2}{4a^2} \left[r^2 \sin^2\left(\theta - \frac{2}{3}\pi \cdot n\right) + (z - z')^2\right] + \eta^2}} \cdot d\eta + \\
& + K_0 \left\{ \frac{V}{2a} \cdot \sqrt{r^2 \sin^2\left(\theta - \frac{2}{3}\pi \cdot n - \frac{\pi}{3}\right) + (z - z')^2} \right\} + \quad (4.92) \\
& + \left. \int_0^{\dots} \frac{\frac{Vr}{2a} \cos\left(\theta - \frac{\pi}{3} - \frac{2}{3}\pi m\right) \exp\left\{-\sqrt{\frac{V^2}{4a^2} \left[r^2 \sin^2\left(\theta - \frac{\pi}{3} - \frac{2}{3}\pi m\right) + (z - z')^2\right] + \eta^2}\right\}}{\sqrt{\frac{V^2}{4a^2} \left[r^2 \sin^2\left(\theta - \frac{\pi}{3} - \frac{2}{3}\pi \cdot n\right) + (z - z')^2\right] + \eta^2}} d\eta \right]
\end{aligned}$$

Формула (92) может быть существенно упрощена. Учитывая, что слагаемые суммы отличаются только аргументами тригонометрических функций:

$$\begin{aligned}
\sin^2 \theta &= \sin^2(\theta - \pi); & \sin^2\left(\theta - \frac{4}{3}\pi\right) &= \sin^2\left(\theta - \frac{\pi}{3}\right); \\
\sin^2\left(\theta - \frac{5}{3}\pi\right) &= \sin^2\left(\theta - \frac{2}{3}\pi\right); & \cos(\theta - \pi) &= -\cos \theta; \\
\cos\left(\theta - \frac{4}{3}\pi\right) &= -\cos\left(\theta - \frac{\pi}{3}\right); & \cos\left(\theta - \frac{5}{3}\pi\right) &= -\cos\left(\theta - \frac{2}{3}\pi\right),
\end{aligned}$$

кроме того, учитывая четность подинтегральных функций, можно доказать справедливость окончательного решения (интегралы в (4.92) взаимно вычитаются):

$$\begin{aligned}
T(r, \theta, z) &= \int_{-h}^{+h} \frac{q}{\pi \lambda} \exp\left\{-\frac{V}{2a}(z - z')\right\} dz' \left[ K_0 \left\{ \frac{V}{2a} \sqrt{r^2 \sin^2 \theta + (z - z')^2} \right\} + \right. \\
& \left. + K_0 \left\{ \frac{V}{2a} \sqrt{r^2 \cdot \sin^2\left(\theta - \frac{\pi}{3}\right) + (z - z')^2} \right\} + \right.
\end{aligned}$$



$$+ K_0 \left\{ \frac{V}{2a} \cdot \sqrt{r^2 \cdot \sin^2 \left( \theta - \frac{2}{3} \pi \right) + (z - z')^2} \right\} \quad (4.93)$$

Решение (4.93) может быть использовано для моделирования тепловых полей при шлифовании метрических резьб ( $\alpha = 60^\circ$ ). На вершине нитки резьбы  $\alpha = 60^\circ$ , шлифуемой многониточным кругом, температура в 3 раза выше по сравнению с температурой полубесконечного тела. Как и в предыдущей задаче, теплообмен на поверхности клина не учитывается.

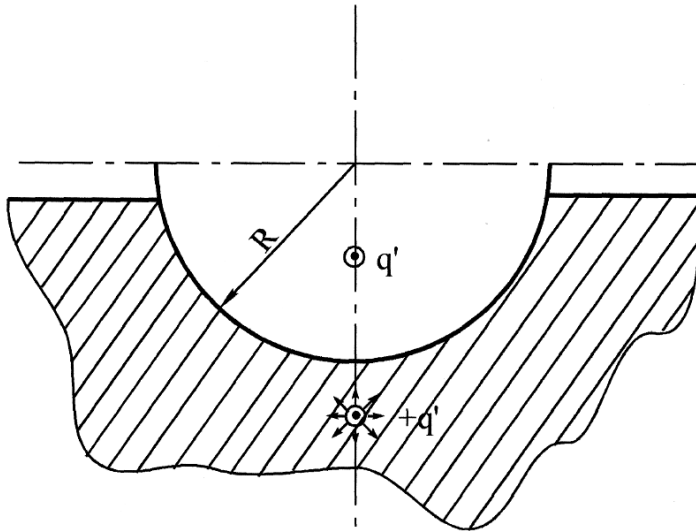


Рис.4.27. Расчетная схема.

В случае, если поверхность резьбы криволинейная (рис. 4.27), то мощность отраженного источника  $q'$  (расположенного на нормали к поверхности) на равна мощности действующего  $q$  как для плоского случая. Необходимо так подобрать систему отраженных источников, чтобы на поверхности резьбы (шариковинтовые передачи) выполнялось ГУ  $\frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r=R_p} = 0$  в случае отсутствия теплообмена.

Для криволинейных адиабатических поверхностей применение метода источников затруднительно. Что касается приведенной задачи, то в [296] установлена возможность применения формулы (4.51), умноженной на поправочный коэффициент, учитывающий криволинейность поверхности резьбы. В целом для решения подобных задач применяются другие методы. Например, метод интегральных преобразований.

**Задачи для самостоятельного решения**

*Задача 1* (рис. 4.28). На поверхности полубесконечного тела в момент времени  $t' = 0$  начинает действовать мгновенный точечный источник  $A_1$  (координаты  $x' = 0$ ;  $y' = 0$ ;  $z' = 0$ ) система неподвижна,  $V = 0$ .

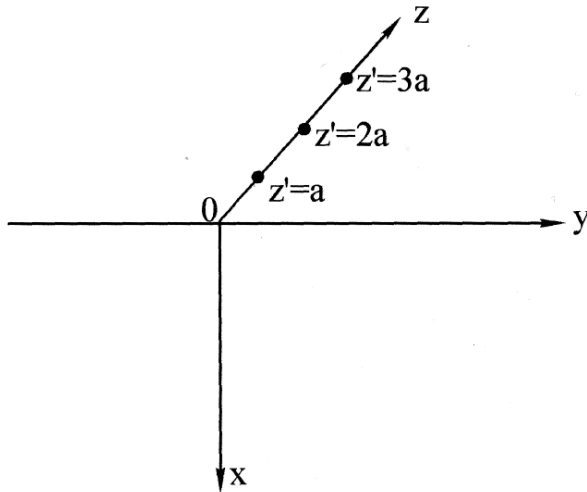


Рис.4.28. Расчетная схема.

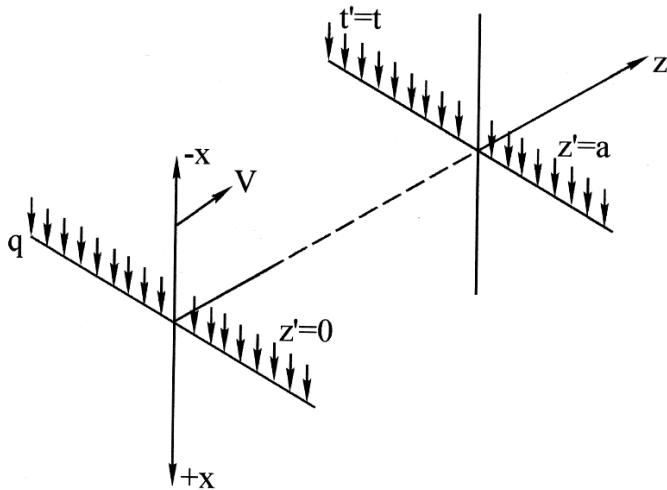


Рис.4.29. Расчетная схема.

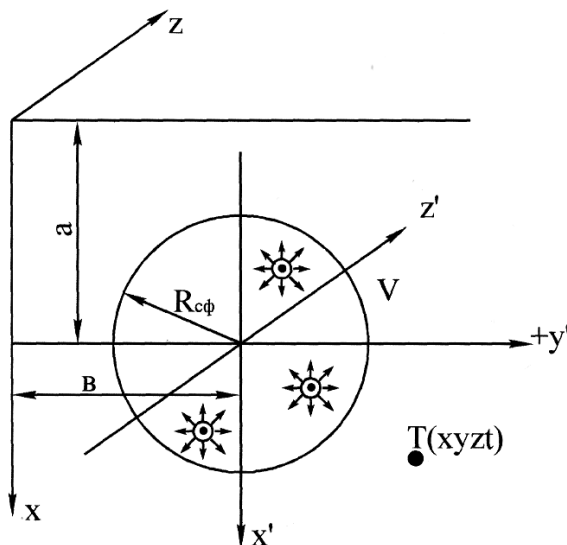


Рис.4.30. Расчетная схема.

В момент времени  $x' = \Delta$  начинает действовать второй мгновенный источник тепла в точке  $z' = a; x' = 0; y' = 0$ . В момент времени  $x' = 2\Delta$  начинает действовать мгновенный источник в точке  $z' = 2 \cdot a; x' = 0; y' = 0$  и т.д. до  $z' = 9 \cdot a$  число “вспышек” источников  $n = 10$ . Найти  $T(x, y, z, t)$  для любой точки полубесконечного тела, если на поверхности задано условие  $\left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x=0} = 0$  для момента времени  $t > 9 \cdot \Delta$ .

**Задача 2** (рис.4.29). На поверхности полубесконечного тела в момент времени  $t' = 0$  начинает действовать линейный источник тепла ( $z' = 0; x' = 0$ ), распределенный вдоль оси  $Y$  с плотностью потока  $-q$ . Источник движется со скоростью  $V$ . В момент времени  $t' = t$  начинает действовать второй линейный источник, смещенный относительно первого  $z' = +a$  с плотностью  $q$ , который также движется со скоростью  $V$ . Найти  $T(x, y, z, t)$  для  $\tau > 1$ , если на поверхности задано ГУ  $\left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x=0} = 0$ .

**Задача 3.** Решить задачу 2 для случая, когда линейные

источники движутся по поверхности клина.

*Задача 4.* Внутри проводящей среды в объеме  $V$  в момент времени  $t' = 0$  начинают действовать источники с плотностью потока  $q$ . Источники распределены в сфере радиуса  $R$  (рис. 4.30). Найти функцию Грина, если на поверхности задано граничное условие  $\left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x=0} = 0$  ( $\mathcal{S} = 0$  система неподвижна).

#### 4.2.7. ИССЛЕДОВАНИЕ НЕСТАЦИОНАРНОГО ТЕМПЕРАТУРНОГО ПОЛЯ

Результаты исследования температурных полей, изложенные в предыдущих разделах, представлены только для стационарных режимов, которые наступают после начала процесса шлифования.

От момента начала процесса шлифования до установления предельного состояния имеется хотя и малый, но физически ощутимый промежуток времени, в течение которого процесс шлифования протекает в нестационарном режиме. Аналитическое исследование нестационарного температурного поля открывает принципиальную возможность понижения контактных температур за счет периодического прерывания процесса.

Периодическое прерывание процесса шлифования можно осуществить, если режущую поверхность круга разбить на ряд чередующихся выступов и впадин.

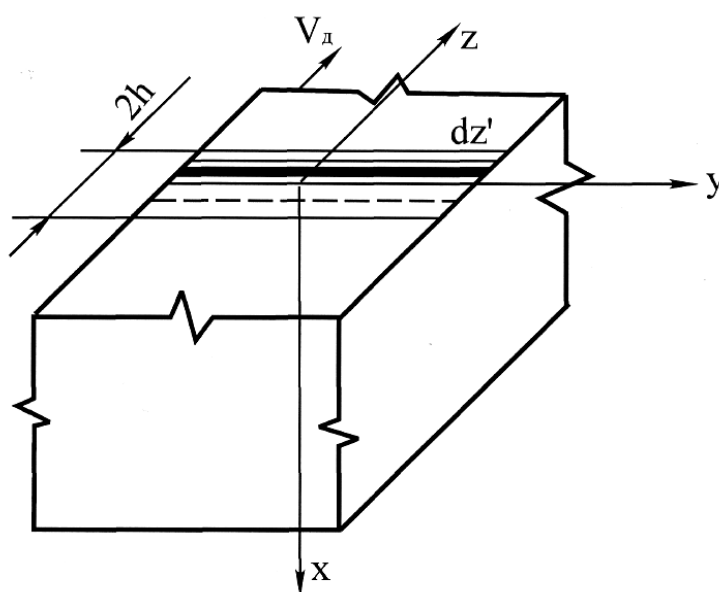


Рис.4.31. Расчетная схема нестационарных температурных полей.

Длина режущего выступа, очевидно, должна быть определена с учетом временной зависимости максимальной температуры.

Геометрические параметры прерывистых кругов можно определить на основе исследования нестационарного процесса и выявления его основных закономерностей.

При исследовании нестационарных температурных полей была принята расчетная схема (рис. 4.31).

По поверхности полубесконечного тела в положительном направлении оси  $Z$  движется со скоростью  $V$  бесконечно длинный (по оси  $Y$ ) полосовой источник шириной  $2h$ . Ось  $X$  направлена внутрь тела. Начальная температура всюду равна нулю. С окружающей средой, имеющей нулевую температуру, происходит теплообмен. Плотность теплового потока изменяется со временем по некоторому закону. Требуется найти распределение температуры при  $t > 0$ .

Используем функцию Грина для мгновенно действующего в момент времени  $t = t'$  точечного источника, расположенного на поверхности в точках  $0, y', z'$  при наличии теплообмена.

Формула распределения температуры в полубесконечном массиве от точечного источника, мгновенно выделившего количество тепла  $Q$ , имеет вид:

$$T = \frac{2 \cdot Q}{C \cdot \gamma \cdot [4\pi \cdot a \cdot (t - t')]^{3/2}} \cdot \exp\left(-\frac{R^2}{4a \cdot (t - t')}\right) - \frac{\alpha}{\lambda} \cdot \int_0^{\infty} \exp\left[-\frac{R_1^2}{4a \cdot (t - t')} - \frac{\alpha}{\lambda} \cdot x''\right] \cdot dx'', \quad (4.94)$$

где  $R^2 = x^2 + (y - y')^2 + (z - z')^2$ ,

$$R_1^2 = (x - x'')^2 + (y - y')^2 + (z - z')^2.$$

Допустим, что тепловые источники распределены на поверхности в бесконечной (по оси  $Y$ ) полосе шириной  $2h$  и действуют непрерывно. Пусть  $q(t')$  - мощность источников, выделяемая единицей площади. Тогда количество тепла, выделенного в момент времени  $t'$  за время  $dt'$  на площади  $dzdy$ :

$$dQ = q(t') \cdot dy' \cdot dz' \cdot dt'. \quad (4.95)$$

Если область действия источников движется в направлении оси  $Z$  со скоростью  $V$ , а середина источника совпадает с началом отсчета, то координаты точек области его действия будут изменяться с течением времени в соответствии с неравенством:

$$-h + V \cdot t' < z' < h + V \cdot t'. \quad (4.96)$$

Подставляя (4.95) в (4.94) и выполняя интегрирование по  $x'', y', z'$  с учетом неравенства (4.96), получим:

$$T = \frac{1}{2C\gamma\sqrt{\pi a}} \int_0^t \exp\left[-\frac{x^2}{4a(t-t')}\right] \cdot \Phi_1(z, t-t') \cdot q(t') \cdot M(x, t-t') \frac{dt'}{\sqrt{t-t'}},$$

где  $\Phi_1(z, t-t') = \operatorname{erf}\left(\frac{z+h-V \cdot t}{2\sqrt{a \cdot (t-t')}}\right) - \operatorname{erf}\left(\frac{z-h-V \cdot t}{2\sqrt{a \cdot (t-t')}}\right)$ ;

$$M(x, t-t') = 1 - \frac{\alpha}{\lambda} \sqrt{\pi a(t-t')} \exp\left[\frac{b}{16a(t-t')}\right] \cdot \left[1 - \operatorname{erf}\left(\frac{b}{4 \cdot \sqrt{a(t-t')}}\right)\right];$$

$$b = 4 \cdot \frac{\alpha}{\lambda} \cdot a \cdot (t-t') + 2x,$$

где  $\operatorname{erf}(z) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \cdot \int_0^z e^{-x^2} \cdot dx$  - функция ошибок Гаусса.

Перейдем к системе отсчета, связанной с движущимся источником. Для этого заменим координату  $z$  на  $(z + V \cdot t)$ . Тогда

$$\Phi(z, t-t') = \operatorname{erf}\left(\frac{z+h-V \cdot (t-t')}{2 \cdot \sqrt{a \cdot (t-t')}}\right) - \operatorname{erf}\left(\frac{z-h-V \cdot (t-t')}{2 \cdot \sqrt{a \cdot (t-t')}}\right).$$

Переходя к безразмерным величинам, решение можно привести к виду

$$\theta = \frac{1}{2 \cdot \sqrt{\pi}} \int_0^{F_0} \exp\left(-\frac{X}{4\tau}\right) \cdot \Phi(\xi, \tau) \cdot M(X, \tau) \cdot D(F_0 - \tau) \cdot \frac{d\tau}{\sqrt{\tau}}, \quad (4.97)$$

где

$$\theta = \frac{\lambda}{q_0 \cdot h} \cdot T;$$

$$\Phi(\xi, \tau) = \operatorname{erf}\left(\frac{\xi + U\tau + 1}{2 \cdot \sqrt{\tau}}\right) - \operatorname{erf}\left(\frac{\xi + U\tau - 1}{2 \cdot \sqrt{\tau}}\right);$$

$$M(X, \tau) = 1 - B \cdot \sqrt{\pi\tau} \cdot \exp\left[\frac{(2B\tau + X)^2}{4\tau}\right] \cdot \left[1 - \operatorname{erf}\left(\frac{2B\tau + X}{2 \cdot \sqrt{\tau}}\right)\right];$$

$$\operatorname{erf}(X) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \cdot \int_0^z e^{-X^2} \cdot dX;$$

$$F_0 = \frac{a}{h^2}; \quad \tau = \frac{a}{h^2} \cdot t'; \quad U = \frac{V}{a} \cdot h; \quad B = \frac{\alpha}{\lambda} \cdot h; \quad \xi = \frac{z}{h}; \quad X = \frac{x}{h}.$$

Решение (4.97) описывает температурное поле от полосового источника в системе отсчета, движущейся вместе с источником.

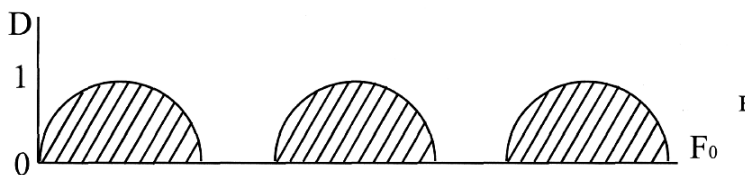
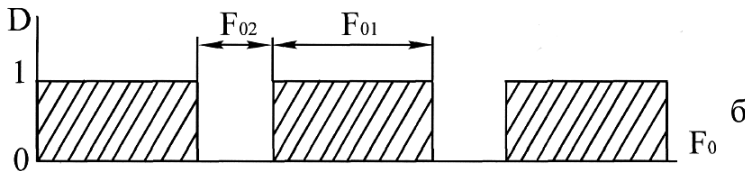
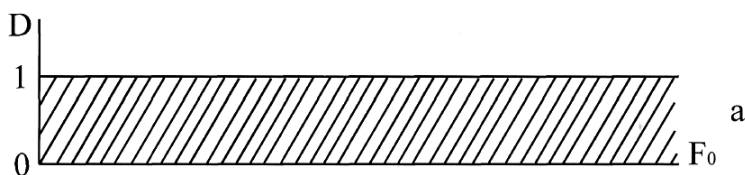
В формуле (4.97) функция  $D(F_0 - \tau)$  определяет форму теплового импульса, а  $q_0$  - его амплитудное значение. В случае шлифования сплошным кругом тепловой импульс будет непрерывным. Соответственно функция, задающая форму теплового импульса, запишется

$$D(F_0 - \tau) = 1,$$

а  $q_0$  - его амплитудное значение. В случае шлифования сплошным кругом тепловой импульс будет непрерывным. Соответственно функция, задающая форму теплового импульса,  $D(F_0 - \tau) = 1$ . Прямоугольная форма единичного выступа прерывистого круга показана на рис. 4.32:

$$D(F_0 - \tau) = \begin{cases} 1; F_{01} \geq \tau \geq 0 \\ 0; F_{01} < \tau < F_{01} + F_{02} \end{cases},$$

где  $F_{01}$  - безразмерное время действия теплового импульса, соответствующего времени прохождения режущего выступа  $l_1$  под зоной контакта круга с деталью;



соответствующего времени прохождения режущего выступа  $l_1$  под зоной контакта круга с деталью;  $F_{02}$  - безразмерное время прерывания процесса, соответствующее прохождению впадины  $l_2$ .

Возможны и другие условия взаимодействия. В качестве рабочей гипотезы импульс может иметь синусоидальную форму. Математически она представляется в виде:

$$D(F_0 - \tau) = \begin{cases} \sin \frac{\pi}{F_{01}} \cdot \tau; F_{01} \geq \tau \geq 0 \\ 0; F_{01} < \tau < F_{01} + F_{02} \end{cases}.$$

Она может быть реализована при шлифовании эксцентричным кругом.

Возможно, также задание любого другого закона изменения

плотности теплового потока на промежутке времени  $F_{02}$ . Например, форма теплового импульса может быть представлена так:

$$D(F_0 - \tau) = \begin{cases} b_1, \frac{F_0 - \tau}{F_{01} \cdot (1 + n)} < 1 + \frac{1}{n} \\ \rho, k + \frac{1}{1 + n} < \frac{F_0 - \tau}{F_{01} (1 + n)} < k + 1 \end{cases},$$

где  $n = \frac{F_{02}}{F_{01}}$ ;  $k$  - целое число интервалов  $F_{01} + F_{02}$  на отрезке интегрирования  $(0, F_0 - \tau)$  и находится как целая часть дроби  $k = E \left[ \frac{F_0 - \tau}{F_{01} \cdot (1 + n)} \right]$ ;  $\rho$  - задает форму импульса на промежутке “паузы” -  $F_{02}$ .

Изменение температуры во времени определяется главным образом функцией

$$\Phi(\xi, \tau) = \operatorname{erf} \left( \frac{\xi - U\tau + 1}{2 \cdot \sqrt{\tau}} \right) - \operatorname{erf} \left( \frac{\xi + U\tau - 1}{2 \cdot \sqrt{\tau}} \right). \quad (4.98)$$

При заданных режимах шлифования  $V, h$  и свойствах обрабатываемого материала  $a$  - комплекс  $U = \frac{V}{a} \cdot h$  будет иметь конкретное значение. По мере перемещения теплового источника аргумент функции  $\operatorname{erf}$  будет возрастать за счет  $\tau$ . Известно, что при возрастании аргумента функция  $\operatorname{erf}$  стремится к единице. Например, при  $\frac{\xi \pm 1 + U\tau}{2 \cdot \sqrt{\tau}} = 3$  значение  $\operatorname{erf}$  отличается от единицы на 0,002%. С возрастанием параметра  $\tau$  функция  $\Phi(\xi, \tau)$  стремится к нулю, а безразмерная температура  $\theta$  - к максимальной предельной температуре [186].

Момент теплового насыщения зависит от скорости перемещения теплового источника. В табл. 4.2 представлены аргументы второй функции  $\operatorname{erf}$  выражения (6.98).

Таблица 4.2

$\xi$	$U = 1$	$U = 100$
-1	1,36	1,44
-9	1,28	1,36

Из таблицы видно, что в интервале изменения параметра  $U$  от 1 до 100 аргументов второй функции не превышает 1,5. Поэтому время теплового насыщения на поверхности полубесконечного тела при действии теплового источника постоянной интенсивности приближенно можно найти из выражения

$$\frac{\xi + U \cdot F_{0H} - 1}{2 \cdot \sqrt{F_{0H}}} = A,$$

откуда

$$F_{0H} = \frac{4A^2 + 2U \cdot (1 - \xi) + 2A \cdot \sqrt{4A^2 + 4U \cdot (1 - \xi)}}{2U^2}.$$

Принимая  $A = 1,5$ , получим

$$F_{0H} = \frac{9 + 2U \cdot (1 - \xi) + 2A \cdot \sqrt{4U \cdot (1 - \xi) + 9}}{2U^2}. \quad (4.99)$$

Для задней кромки теплового источника  $\xi = -1$  формула для нахождения времени теплового насыщения определяется выражением:

$$F_{0H} = \frac{9 + 4U + 3 \cdot \sqrt{8U + 9}}{2U^2}. \quad (4.100)$$

Для произвольной точки детали размерное время насыщения

$$t_H = \frac{h^2}{a} \cdot F_{0H}$$

для принятого условия  $A = 1,5$  с учетом (4.99) размерное время насыщения

$$t_H = \frac{9a}{2V^2} + \frac{h(1 \pm \xi)}{V} + \frac{3a}{2V^2} \cdot \sqrt{4 \cdot \frac{V \cdot h}{a} \cdot (1 \pm \xi) + 9},$$

где  $\xi = z/h$ ;  $z$  - координата точки; знак “-” берется для точек, лежащих между передней кромкой источника и его серединой, а знак “+” - для точек, расположенных от середины источника к задней

кромке и далее за ней. Для  $\xi = 1$ ,  $t_H = \frac{9a}{V_2}$ ; для  $\xi = -1$ ,

$$t_H = \frac{9a}{2V} + \frac{2h}{V} + \frac{3a}{2V^2} \cdot \sqrt{8 \cdot \frac{V \cdot h}{a} + 9}.$$

Как видно, время насыщения зависит от положения точки на поверхности тела, скорости перемещения источника тепла  $V$ , области его действия  $(-h, +h)$  и температуропроводности материала.



### 4.3. МЕТОД ИНТЕГРАЛЬНЫХ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ

#### 4.3.1. СУЩНОСТЬ МЕТОДА

Метод интегральных преобразований заключается в непосредственном интегрировании уравнения теплопроводности. При этом используются граничные и начальные условия.

Пусть задано дифференциальное уравнение второго порядка

$$a_{11} \cdot \frac{\partial^2 U}{\partial x_1^2} + a_{22} \cdot \frac{\partial^2 U}{\partial x_2^2} + b_1 \cdot \frac{\partial U}{\partial x_1} + b_2 \cdot \frac{\partial U}{\partial x_2} + c = \frac{\partial f(x_1, x_2, t)}{\partial t}. \quad (4.101)$$

Функция  $U$  зависит от переменных  $x_1$ ,  $x_2$  и времени  $t$ . Сущность метода заключается в последовательном применении к (4.101) интегральных операторов вида

$$\bar{F}(\lambda, x_2, t) = \frac{1}{C_\lambda} \cdot \int_a^b f(x_1, x_2, t) \cdot \rho(x_1) \cdot K_\lambda(x_1, \lambda) \cdot dx_1,$$

позволяющих исключить операцию дифференцирования сначала по переменной  $x_1$  (где  $a$  и  $b$  - интервалы изменения переменной  $x_1$ , могут быть и бесконечными).

Уравнение (6.101) запишется в виде:

$$\begin{aligned} \frac{1}{C_\lambda} \cdot \int_a^b \left( a_{11} \cdot \frac{\partial^2 U}{\partial x_1^2} + a_{22} \cdot \frac{\partial^2 U}{\partial x_2^2} + b_1 \cdot \frac{\partial U}{\partial x_1} + b_2 \cdot \frac{\partial U}{\partial x_2} + c \right) \cdot \rho(x_1) \cdot K_\lambda(x_1, \lambda) dx &= \\ = \frac{1}{C_\lambda} \cdot \int_a^b \frac{\partial f(x_1, x_2, t)}{\partial t} \cdot \rho(x_1) \cdot K_\lambda(x_1, \lambda) \cdot dx_1. \end{aligned}$$

После интегрирования:

$$\begin{aligned} -\lambda^2 \cdot \bar{U}(\lambda, x_2, t) + a_2 \cdot \frac{\partial^2 \bar{U}(\lambda, x_2, t)}{\partial x_2^2} + b_2 \cdot \frac{\partial \bar{U}(\lambda, x_2, t)}{\partial x_2} + \bar{c}(\lambda, x_2, t) = \\ = \frac{\partial \bar{f}(\lambda, x_2, t)}{\partial t} \end{aligned}, \quad (4.102)$$

где  $\bar{U}(\lambda, x_2, t)$  - оператор.

Затем по переменной  $x_2$  - преобразование вида

$$\tilde{F}(\lambda, \gamma, t) = \frac{1}{C_\lambda} \cdot \int_c^d \bar{f}(\lambda, x_2, t) \cdot \rho(x_2) \cdot K_\gamma(x_2, \gamma) \cdot dx_2.$$

Тогда уравнение (4.102) запишется так:

$$\frac{1}{C_{\lambda c}} \int_c^d \left\{ -\lambda^2 \bar{U}(\lambda, x_2, t) + a_{22} \frac{\partial^2 \bar{U}(\lambda, x_2, t)}{\partial x_2^2} + b_2 \frac{\partial \bar{U}(\lambda, x_2, t)}{\partial x_2} + \bar{c}(\lambda, x_2, t) \right\} \times \\ \times \rho(x_2) \cdot K_{\gamma}(x_2, \gamma) dx_2 = \frac{1}{C_{\lambda c}} \int_c^d \frac{\partial \bar{f}(\lambda, x_2, t)}{\partial t} \rho(x_2) \cdot K_{\gamma}(x_2, \gamma) \cdot dx_2. \quad (4.103)$$

Получаем обыкновенное дифференциальное уравнение

$$-\lambda^2 \cdot \tilde{U}(\lambda, \gamma, t) - \gamma^2 \cdot \tilde{U}(\lambda, \gamma, t) + \tilde{c}(\lambda, \gamma, t) = \frac{\partial \tilde{f}}{\partial t}(\lambda, \gamma, t).$$

Решая это уравнение, находим  $\tilde{U}(\lambda, \gamma, t)$  - оператор;  $\lambda$  и  $\gamma$  - собственные числа задачи.

Затем совершаются обратные интегральные преобразования. Для случая интегрирования в конечных пределах формулы перехода имеют вид:

$$\bar{U}(\lambda, x_2, t) = \sum_{\gamma=1}^{\infty} \tilde{U}(\lambda, \gamma, t) \cdot K_{\gamma}(x_2, \gamma) \quad (4.104)$$

и

$$U(x_1, x_2, t) = \sum_{\lambda=1}^{\infty} \bar{U}(\lambda, x_2, t) \cdot K_{\lambda}(x_1, \lambda) = \\ = \sum_{\lambda=1}^{\infty} \sum_{\gamma=1}^{\infty} \tilde{U}(\lambda, \gamma, t) \cdot K_{\gamma}(x_2, \gamma) \cdot K_{\lambda}(x_1, \lambda), \quad (4.105)$$

где  $K_{\gamma}$  и  $K_{\lambda}$  - собственные функции преобразования;  $\rho(x_1)$  и  $\rho(x_2)$  - весовые функции;  $C_{\gamma}$  и  $C_{\lambda}$  - нормирующие делители.

Для того чтобы осуществить интегральное преобразование, например, по координате  $x_1$ , необходимо выполнить действия в такой последовательности:

1. Выделить в дифференциальном уравнении дифференциальное выражение, зависящее только от переменной  $x_1$ . В общем виде выражение записано так:

$$\mu_{jU} = a_{11}(x_1) \frac{\partial^2 U}{\partial x_1^2} + b_1(x_1) \frac{\partial U}{\partial x_1} + c(x_1)U.$$

2. Найти весовую функцию  $\rho(x_1)$  как решение дифференциального уравнения

$$b_1(x_1) \cdot \rho(x_1) = \frac{d}{dx_1} (a_{11}(x_1) \cdot \rho(x_1)).$$

3. Найти ядро прямого преобразования

$$K_\lambda(x_1, \lambda) = \frac{1}{C_\lambda} \cdot \rho(x_1) \cdot K_\lambda(x_1),$$

где  $C_\lambda$  - нормирующий делитель, определится по формуле

$$C_\lambda = \int_a^b \rho(x_1) \cdot [K_\lambda(x_1)]^2 \cdot dx_1,$$

а  $K_\lambda(x_1)$  - собственная функция, которая определится как решение дифференциального уравнения (граничная задача Штурма-Лиувилля):

$$\frac{\partial}{\partial x_1} \left( p \cdot \frac{\partial K_\lambda}{\partial x_1} \right) - q \cdot K_\lambda + \lambda^2 \cdot \rho(x_1) \cdot K_\lambda = 0,$$

где  $q = -c(x_1) \cdot \rho(x_1)$ ;  $p = a_{11}(x_1) \cdot \rho(x_1)$ ,

причем

1)  $K_\lambda$  - удовлетворяет граничным условиям задачи;

2) любые две собственные функции ряда (см. формулы (4.104) и (4.105)) попарно ортогональны с весом  $\rho(x_1)$ , что важно при определении постоянной интегрирования, т.е.

$$\int_a^b \rho(x_1) \cdot K_\lambda(x_1, \lambda) \cdot K_\xi(x_1, \xi) \cdot dx_1 = 0;$$

для всех  $\lambda \neq \xi$  и не равно нулю при  $\lambda = \xi$ , аналогично для  $K_\gamma(x_2, \gamma)$

$$\int_c^d \rho(x_2) \cdot K_\gamma(x_2, \gamma) \cdot K_r(x_2, r) \cdot dx_2 = 0; \text{ при } \gamma = r.$$

При интегрировании в бесконечных пределах подход аналогичен [107].

#### 4.3.2. ПРИМЕР ПРИМЕНЕНИЯ МЕТОДА

Для пояснения приведенных формул рассмотрим задачу из лекционного курса “Уравнения в частных производных” [107].

*Задача 1.* Необходимо найти распределение тепла в прямоугольном параллелепипеде  $0 \leq x_1 \leq a$ ;  $0 \leq x_2 \leq b$ ;  $0 \leq x_3 \leq c$ , если на боковых поверхностях поддерживается постоянная температура  $T = const$ . Начальная температура  $T|_{t=0} = f(x_1, x_2, x_3)$  (рис. 6.33).

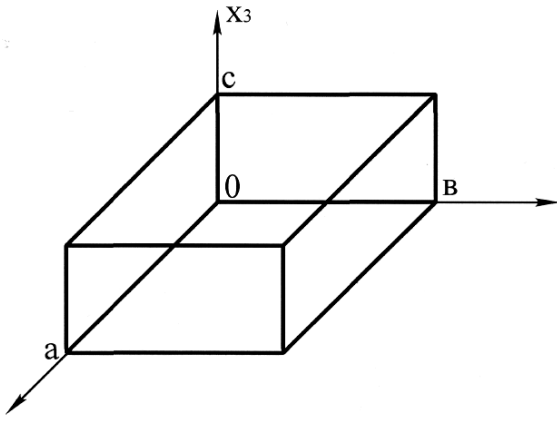


Рис.6.33. Расчетная схема.

Необходимо решить уравнение

$$\frac{1}{k} \cdot \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial^2 T}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial x_3^2} \quad (4.106)$$

при граничных и начальных условиях

$$\begin{aligned} T|_{x_1=0} &= T|_{x_1=a} = T|_{x_2=0} = \\ &= T|_{x_2=b} = T|_{x_3=0} = T|_{x_3=c} = T_0 \end{aligned} \quad (4.107)$$

Сведем задачу подстановкой

$$\theta(x_1, x_2, x_3, t) = T(x_1, x_2, x_3, t) - T_0$$

к нулевому граничному условию.

$$\begin{aligned} \theta|_{x_1=0} &= \theta|_{x_1=a} = \theta|_{x_2=0} = \theta|_{x_2=b} = \theta|_{x_3=0} = \theta|_{x_3=c} = 0; \\ \theta|_{t=0} &= f(x_1, x_2, x_3) - T_0. \end{aligned}$$

1. Исключим дифференцирование по переменной  $x_1$ .

1.1. Выделяем в дифференциальном уравнении дифференциальное выражение, зависящее только от  $x_1$ :

$$\mu_{1U} = a_{11} \cdot \frac{\partial^2 \theta}{\partial x_1^2} + b_1 \cdot \frac{\partial \theta}{\partial x_1} + c \cdot (x_1) \cdot \theta = 1 \cdot \frac{\partial^2 \theta}{\partial x_1^2} + 0 \cdot \frac{\partial \theta}{\partial x_1} + 0 \cdot \theta,$$

тогда  $a_{11} = 1$ ;  $b_1 = 0$ ;  $c = 0$ .

1.2. Находим весовую функцию  $\rho(x_1)$

$$0 \cdot \rho(x_1) = \frac{d}{dx_1} \cdot (1 \cdot \rho(x_1)),$$

отсюда

$$\frac{d\rho(x_1)}{dx_1} = 0; \quad \rho(x_1) = C.$$

Примем  $C = 1$ .

1.3. Находим собственную функцию  $\bar{K}_1(x_1)$  из уравнения

$$\frac{\partial}{\partial x_1} \cdot \left( p \cdot \frac{d\bar{K}_1}{dx_1} \right) - q\bar{K}_1 + m_\gamma^2 \cdot \rho(x_1) \cdot \bar{K}_1 = 0,$$

где  $q = -C \cdot \rho(x_1) = 0$ ;  $p = a_{11} \cdot \rho(x_1) = 1$ .

Тогда получим

$$\frac{d^2 \bar{K}_1}{dx_1^2} + m_\gamma^2 \cdot \bar{K}_1 = 0,$$

где  $m_\gamma > 0$ .

Решение линейного уравнения:

$$\bar{K}_1 = A_m \cdot \cos m_\gamma \cdot x_1 + B_m \cdot \sin m_\gamma \cdot x_1,$$

причем  $\bar{K}_1$  удовлетворяет граничным условиям задачи:

$$\bar{K}_1 \Big|_{x_1=0} = \bar{K}_1 \Big|_{x_1=a} = 0.$$

Подставляя первое условие, получим

$$A_m \cdot 1 + B_m \cdot 0 = 0 \Rightarrow A_m = 0;$$

подставляя второе условие

$$B_m \cdot \sin m_\gamma \cdot a = 0;$$

примем  $B_m=1$ ;  $m_\gamma \cdot a = \pi \cdot m$  - корни характеристического уравне-

ния;  $m_\gamma = \frac{\pi \cdot m}{a}$  - собственные числа задачи, где  $m = 1, 2, 3, \dots$

Тогда собственная функция запишется таким образом:

$$\bar{K}_1 = \sin\left(\frac{\pi \cdot m}{a} \cdot x_1\right).$$

1.4. Нормирующий делитель:

$$C_\gamma = \int_0^a \sin^2\left(\frac{\pi \cdot m}{a} \cdot x_1\right) \cdot dx_1 = \frac{a}{2}.$$

1.5. Ядро преобразования:

$$\bar{K}_1(x_1, \gamma) = \frac{1}{C_\gamma} \cdot \rho(x_1) \cdot \bar{K}_1 = \frac{a}{2} \cdot \sin\left(\frac{\pi \cdot m}{a} \cdot x_1\right).$$

1.6. Осуществим интегральное преобразование

$$\begin{aligned} \frac{2}{a} \cdot \int_0^a \frac{1}{k} \cdot \frac{\partial \theta}{\partial t} \sin\left(\frac{\pi \cdot m}{a} x_1\right) dx_1 &= \frac{2}{a} \cdot \int_0^a \frac{\partial^2 \theta}{\partial x_1^2} \sin\left(\frac{\pi \cdot m}{a} x_1\right) dx_1 + \\ + \frac{2}{a} \cdot \int_0^a \frac{\partial^2 \theta}{\partial x_2^2} \sin\left(\frac{\pi \cdot m}{a} x_1\right) dx_1 &+ \frac{2}{a} \cdot \int_0^a \frac{\partial^2 \theta}{\partial x_3^2} \sin\left(\frac{\pi \cdot m}{a} x_1\right) dx_1. \end{aligned} \quad (4.108)$$

Учитывая, что формула перехода к изображению

$$\bar{\theta}(\gamma, x_2, x_3, t) = \frac{2}{a} \cdot \int_0^a \theta(x_1, x_2, x_3, t) \cdot \sin\left(\frac{\pi \cdot m}{a} x_1\right) dx_1,$$

тогда первый интеграл

$$\frac{2}{a} \int_0^a \frac{1}{k} \frac{\partial \theta}{\partial t} \sin\left(\frac{\pi m}{a} x_1\right) dx_1 = \frac{1}{k} \frac{\partial}{\partial t} \left[ \frac{2}{a} \int_0^a \theta(x_1, x_2, x_3, t) \sin\left(\frac{\pi m}{a} x_1\right) dx_1 \right] = \frac{1}{k} \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial t}.$$

Второй и третий интегралы

$$\frac{2}{a} \int_0^a \frac{\partial^2 \theta}{\partial x_2^2} \sin\left(\frac{\pi m}{a} x_1\right) dx_1 = \frac{\partial^2}{\partial x_2^2} \left[ \frac{2}{a} \int_0^a \theta(x_1, x_2, x_3, t) \sin\left(\frac{\pi m}{a} x_1\right) dx_1 \right] = \frac{\partial^2 \bar{\theta}}{\partial x_2^2}$$

$$\frac{2}{a} \int_0^a \frac{\partial^2 \theta}{\partial x_3^2} \sin\left(\frac{\pi m}{a} x_1\right) dx_1 = \frac{\partial^2}{\partial x_3^2} \left[ \frac{2}{a} \int_0^a \theta(x_1, x_2, x_3, t) \sin\left(\frac{\pi m}{a} x_1\right) dx_1 \right] = \frac{\partial^2 \bar{\theta}}{\partial x_3^2}.$$

Вычислим, интегрируя по частям, последний интеграл:

$$\begin{aligned} \frac{2}{a} \int_0^a \sin\left(\frac{\pi m}{a} x_1\right) \frac{\partial^2 \theta}{\partial x_1^2} dx_1 &= \left. \begin{aligned} \frac{\partial^2 \theta}{\partial x_1^2} dx_1 = dV; \sin\left(\frac{\pi m}{a} x_1\right) = U \\ V = \frac{\partial \theta}{\partial x_1}; dU = \frac{\pi m}{a} \cos\left(\frac{\pi m}{a} x_1\right) dx_1 \end{aligned} \right|; \\ &= \frac{2}{a} \left[ \frac{\partial \theta}{\partial x_1} \sin\left(\frac{\pi m}{a} x_1\right) \right]_0^a - \frac{\pi m}{a} \cdot \int_0^a \frac{\partial \theta}{\partial x_1} \cos\left(\frac{\pi m}{a} x_1\right) dx_1 = \\ &= -\frac{2}{a} \cdot \frac{\pi m}{a} \cdot \int_0^a \frac{\partial \theta}{\partial x_1} \cos\left(\frac{\pi m}{a} x_1\right) dx_1 = \left. \begin{aligned} \frac{\partial \theta}{\partial x_1} dx_1 = dV; U = \cos\left(\frac{\pi m}{a} x_1\right) \\ V = \theta; dU = -\frac{\pi m}{a} \sin\left(\frac{\pi m}{a} x_1\right) dx_1 \end{aligned} \right| = \\ &= -\frac{2}{a} \cdot \frac{\pi \cdot m}{a} \left[ \theta \cdot \cos\left(\frac{\pi \cdot m}{a} x_1\right) \right]_0^a + \frac{\pi \cdot m}{a} \int_0^a \theta \cdot \sin\left(\frac{\pi \cdot m}{a} x_1\right) dx_1; \\ &\quad \theta|_{x_1=a} = \theta|_{x_1=0} = 0, \end{aligned}$$

получим

$$\begin{aligned} \frac{2}{a} \int_0^a \frac{\partial^2 \theta}{\partial x_1^2} \sin\left(\frac{\pi \cdot m}{a} x_1\right) dx_1 &= -\frac{2}{a} \left(\frac{\pi \cdot m}{a}\right)^2 \cdot \int_0^a \theta \cdot \sin\left(\frac{\pi \cdot m}{a} x_1\right) dx_1 = \\ &= -\left(\frac{\pi \cdot m}{a}\right)^2 \cdot \frac{2}{a} \left[ \int_0^a \theta \cdot \sin\left(\frac{\pi \cdot m}{a} x_1\right) dx_1 \right] = -m_\gamma^2 \cdot \bar{\theta}(\gamma, x_2, x_3, t). \end{aligned}$$

Уравнение (6.106) запишется в таком виде:

$$\frac{1}{k} \cdot \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial t} = -m_\gamma^2 \cdot \bar{\theta} + \frac{\partial^2 \bar{\theta}}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2 \bar{\theta}}{\partial x_3^2}. \quad (4.109)$$

2. Исключаем дифференцирование по переменной  $x_2$ .

2.1. Выделяем дифференциальное выражение, зависящее только

от  $x_2$ :

$$\mu_{2U} = a_{22}(x_2) \cdot \frac{\partial^2 \tilde{\theta}}{\partial x_2^2} + b_2(x_2) \cdot \frac{\partial \tilde{\theta}}{\partial x_2} + c(x_2) \tilde{\theta};$$

$$a_{22} = 1; \quad b_2 = 0; \quad c = 0.$$

2.2. По аналогии весовая функция  $\rho(x_2) = 1$ .

2.3. Собственная функция -  $\bar{K}_2(x_2)$

$$\frac{d^2 \bar{K}}{dx_2^2} + n_\eta^2 \cdot \bar{K}(x_2) = 0,$$

где  $n_\eta > 0$ .

Решение

$$\bar{K}_2(x_2) = A_n \cdot \cos(n_\eta x_2) + B_n \cdot \sin(n_\eta x_2),$$

$\bar{K}_2(x_2)$  - удовлетворяет граничным условиям задачи

$$\bar{K}_2(x_2)|_{x_2=0} = \bar{K}_2(x_2)|_{x_2=b} = 0.$$

Подставляя в решение, получим

$$A_n = 0; \quad \sin n_\eta b = 0; \quad B_n \neq 0.$$

Собственные числа задачи

$$n_\eta b = \pi \cdot n; \quad n_\eta = \frac{\pi \cdot n}{b},$$

где  $n$  - целое число;  $n = 1, 2, 3, \dots, \infty$ .

Принимая  $B_n = 1$ , получим собственную функцию задачи:

$$\bar{K}_2(x_2) = \sin\left(\frac{\pi \cdot n}{b} x_2\right).$$

2.4. Нормирующий делитель:

$$C_\eta = \int_0^b \sin^2\left(\frac{\pi \cdot n}{b} x_2\right) dx_2 = \frac{b}{2}.$$

2.5. Ядро преобразования:

$$\bar{K}_2(x_2, \eta) = \frac{1}{C_\eta} \cdot \rho(x_2) \cdot \bar{K}_2(x_2) = \frac{2}{b} \cdot \sin\left(\frac{\pi \cdot n}{b} x_2\right).$$

Тогда формула перехода к изображению такова:

$$\tilde{\theta}(\gamma, \eta, x_3, t) = \frac{2}{b} \cdot \int_0^b \bar{\theta}(\gamma, x_2, x_3, t) \cdot \sin\left(\frac{\pi \cdot n}{b} x_2\right) dx_2.$$

2.6. Осуществляем установленное интегральное преобразование:

$$\begin{aligned} \frac{2}{b} \int_0^b \frac{1}{k} \cdot \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial t} \sin\left(\frac{\pi \cdot n}{b} x_2\right) dx_2 &= \frac{2}{b} \int_0^b (-m_\gamma^2) \cdot \bar{\theta}(\gamma, x_2, x_3, t) \cdot \sin\left(\frac{\pi \cdot n}{b} x_2\right) dx_2 + \\ &+ \frac{2}{b} \cdot \int_0^b \frac{\partial^2 \bar{\theta}}{\partial x_2^2} \sin\left(\frac{\pi \cdot n}{b} x_2\right) dx_2 + \frac{2}{b} \cdot \int_0^b \frac{\partial^2 \bar{\theta}}{\partial x_3^2} \cdot \sin\left(\frac{\pi \cdot n}{b} x_2\right) dx_2. \end{aligned} \quad (4.110)$$

Вычислим аналогично интегралы и получим

$$\begin{aligned} \frac{1}{k} \cdot \frac{\partial \tilde{\theta}(\gamma, \eta, x_3, t)}{\partial \tau} &= -m_\gamma^2 \cdot \tilde{\theta}(\gamma, \eta, x_3, t) - n_\eta^2 \cdot \tilde{\theta}(\gamma, \eta, x_3, t) + \\ &+ \frac{\partial^2 \tilde{\theta}(\gamma, \eta, x_3, t)}{\partial x_3^2} \end{aligned} \quad (4.111)$$

3. Исключаем дифференцирование по переменной  $x_3$ .

3.1. Выделим дифференциальное выражение:

$$\mu_{3U} = a_{33} \frac{\partial \tilde{\theta}}{\partial x_3^2} + b_3 \cdot \frac{\partial \tilde{\theta}}{\partial x_3} + c(x_3) \tilde{\theta};$$

$$a_{33} = 1; \quad b_3 = 0; \quad c = 0.$$

3.2. Весовая функция  $\rho(x_3) = 1$ .

3.3. Собственная функция как решение уравнения:

$$\frac{d^2 \bar{K}_3(x_3)}{dx_3^2} + s_\xi^2 \cdot \bar{K}_3(x_3) = 0,$$

где  $\bar{K}_3(x_3)$  удовлетворяет граничным условиям задачи

$$\bar{K}_3 \Big|_{x_3=0} = \bar{K}_3 \Big|_{x_3=c} = 0.$$

Получим собственные числа задачи:

$$s_\xi C = \pi \cdot s,$$

где  $s = 1, 2, 3, \dots, \infty$ :

$$\bar{K}_3(x_3) = \sin\left(\frac{\pi \cdot s}{c} x_3\right).$$

3.4. Нормирующий делитель:

$$C_\xi = \int_0^c \sin^2\left(\frac{\pi \cdot s}{c} x_3\right) dx_3 = \frac{c}{2}.$$

3.5. Ядро преобразования:

$$\bar{K}_3(x_3) = \frac{1}{C_\xi} \cdot \rho(x_3) \cdot \bar{K}_3(x_3) = \frac{2}{c} \sin\left(\frac{\pi \cdot s}{c} x_3\right).$$



3.6. Осуществляем преобразование в установленных пределах, учитывая, что переход к изображению осуществляется по формуле

$$\begin{aligned}\tilde{\theta}(\gamma, \eta, \xi, t) &= \frac{2}{c} \cdot \int_0^c \tilde{\theta}(\gamma, \eta, x_3, t) \cdot \sin\left(\frac{\pi \cdot s}{c} x_3\right) dx_3. \\ \frac{2}{c} \cdot \int_0^c \frac{1}{k} \cdot \frac{\partial \tilde{\theta}}{\partial t} \sin\left(\frac{\pi \cdot s}{c} x_3\right) dx_3 &= -\frac{2}{c} \cdot \int_0^c (m_\gamma^2 + n_\eta^2) \cdot \tilde{\theta}(\gamma, \eta, x_3, t) \times \\ &\times \sin\left(\frac{\pi \cdot s}{c} x_3\right) dx_3 + \frac{2}{c} \cdot \int_0^c \frac{\partial^2 \tilde{\theta}(\gamma, \eta, x_3, t)}{\partial x_3^2} \cdot \sin\left(\frac{\pi \cdot s}{c} x_3\right) dx_3. \quad (4.112)\end{aligned}$$

4. Получаем обыкновенное дифференциальное уравнение, где  $\tilde{\theta}(\gamma, \eta, \xi, t)$  - оператор:

$$\frac{1}{k} \cdot \frac{\partial \tilde{\theta}(\gamma, \eta, \xi, t)}{\partial t} = -\left(m_\gamma^2 + n_\eta^2 + s_\xi^2\right) \cdot \tilde{\theta}(\gamma, \eta, \xi, t),$$

где  $m_\gamma = \frac{\pi \cdot m}{a}$ ;  $n_\eta = \frac{\pi \cdot n}{b}$ ;  $s_\xi = \frac{\pi \cdot s}{c}$ .

Решение уравнения имеет вид:

$$\tilde{\theta}(\gamma, \eta, \xi, t) = C_{nms} \cdot e^{-k(m_\gamma^2 + n_\eta^2 + s_\xi^2)t},$$

где  $C_{nms}$  - постоянная интегрирования.

Осуществляем обратные переходы в такой последовательности:

$$\tilde{\theta}(\gamma, \eta, \xi, t) \rightarrow \tilde{\theta}(\gamma, \eta, x_3, t) \rightarrow \bar{\theta}(\gamma, x_2, x_3, t) \rightarrow \theta(x_1, x_2, x_3, t);$$

$$\tilde{\theta}(\gamma, \eta, x_3, t) = \sum_{s=1}^{\infty} \tilde{\theta} \bar{K}_3(x_3) = \sum_{s=1}^{\infty} C_{nms} \cdot e^{-k(m_\gamma^2 + n_\eta^2 + s_\xi^2)t} \cdot \sin\left(\frac{\pi \cdot s}{c} x_3\right); \quad (4.113)$$

$$\bar{\theta}(\gamma, x_2, x_3, t) = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{s=1}^{\infty} C_{nms} \cdot e^{-k(m_\gamma^2 + n_\eta^2 + s_\xi^2)t} \sin\left(\frac{\pi \cdot s}{c} x_3\right) \sin\left(\frac{\pi \cdot n}{b} x_2\right); \quad (4.114)$$

и, наконец, оригинал

$$\begin{aligned}\theta(x_1, x_2, x_3, t) &= \sum_{m=1}^{\infty} \bar{\theta}(\gamma, x_2, x_3, t) \cdot \bar{K}_1(x_1) = \\ &= \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{s=1}^{\infty} C_{nms} \cdot e^{-k(m_\gamma^2 + n_\eta^2 + s_\xi^2)t} \cdot \sin\left(\frac{\pi \cdot s}{c} x_3\right) \times \\ &\times \sin\left(\frac{\pi \cdot n}{b} x_2\right) \cdot \sin\left(\frac{\pi \cdot m}{a} x_1\right). \quad (4.115)\end{aligned}$$

В случае бесконечных пределов интегрирования вместо сумм применяются интегральные суммы [107]. В решении (4.115)  $C_{nms}$  - постоянная интегрирования. Для ее нахождения используем начальное условие задачи:

$$\theta_0 = f(x_1, x_2, x_3) - T_0$$

и ее свойство ортогональности собственных функций

$$K_1 = \sin\left(\frac{\pi \cdot m}{a} x_1\right); \quad K_2 = \sin\left(\frac{\pi \cdot n}{b} x_2\right); \quad K_3 = \sin\left(\frac{\pi \cdot s}{c} x_3\right),$$

которое заключается в следующих условиях:

$$\begin{aligned} \int_0^a \sin\left(\frac{\pi \cdot m}{a} x_1\right) \cdot \sin\left(\frac{\pi \cdot m_1}{a} x_1\right) dx_1 &= \begin{cases} 0; m_1 \neq m \\ \frac{a}{2}; m_1 = m \end{cases}; \\ \int_0^b \sin\left(\frac{\pi \cdot n}{b} x_2\right) \cdot \sin\left(\frac{\pi \cdot n_1}{b} x_2\right) dx_2 &= \begin{cases} 0; n_1 \neq n \\ \frac{b}{2}; n_1 = n \end{cases}; \\ \int_0^c \sin\left(\frac{\pi \cdot s}{c} x_3\right) \cdot \sin\left(\frac{\pi \cdot s_1}{c} x_3\right) dx_3 &= \begin{cases} 0; s_1 \neq s \\ \frac{c}{2}; s_1 = s \end{cases}. \end{aligned} \quad (4.116)$$

Подставив в (4.115)  $t = 0$ , получим:

$$\begin{aligned} f(x_1, x_2, x_3) - T_0 &= \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{s=1}^{\infty} C_{nms} \cdot \sin\left(\frac{\pi \cdot s}{c} x_3\right) \times \\ &\times \sin\left(\frac{\pi \cdot n}{b} x_2\right) \cdot \sin\left(\frac{\pi \cdot m}{a} x_1\right). \end{aligned} \quad (4.117)$$

В правой части (4.117) находится бесконечное количество неизвестных  $C_{nms}$ . Однако их можно определить, используя (4.116). Умножим правую и левую части (4.117) на комплекс, например:

$$\sin\left(\frac{\pi}{c} x_3\right) \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{b} x_2\right) \cdot \sin\left(\frac{3\pi}{a} x_1\right),$$

где  $s = 1$ ;  $n = 2$ ;  $m = 3$  и возьмем от левой и правой частей полученной формулы тройной интеграл:

$$\int_0^a \int_0^b \int_0^c [f(x_1, x_2, x_3) - T_0] \cdot \sin\left(\frac{\pi}{c} x_3\right) \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{b} x_2\right) \cdot \sin\left(\frac{3\pi}{a} x_1\right) dx_1 dx_2 dx_3 =$$

$$\begin{aligned}
&= \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{s=1}^{\infty} C_{nms} \cdot \int_0^a \sin\left(\frac{3\pi}{a} x_1\right) dx_1 \cdot \int_0^b \sin\left(\frac{2\pi}{b} x_2\right) \cdot \sin\left(\frac{\pi \cdot n}{b} x_2\right) dx_2 \times \\
&\quad \times \int_0^c \sin\left(\frac{\pi}{c} x_3\right) \cdot \sin\left(\frac{\pi \cdot s}{c} x_3\right) dx_3. \quad (4.118)
\end{aligned}$$

Из всех бесконечных сумм, состоящих из тройных интегралов, в правой части останется одно слагаемое, соответствующее  $m = 3$ ;  $n = 2$ ;  $s = 1$ , т.е.

$$\begin{aligned}
&\int_0^a \int_0^b \int_0^c [f(x_1, x_2, x_3) - T_0] \cdot \sin\left(\frac{\pi}{c} x_3\right) \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{b} x_2\right) \cdot \sin\left(\frac{3\pi}{a} x_1\right) dx_1 dx_2 dx_3 = \\
&= C_{231} \frac{a}{2} \frac{b}{2} \frac{c}{2}
\end{aligned}$$

Обобщая проведенные рассуждения для любого  $n$ ,  $m$  и  $s$ , можно записать формулу определения произвольных постоянных интегрирования:

$$\begin{aligned}
C_{nms} &= \frac{8}{abs} \cdot \int_0^a \int_0^b \int_0^c [f(x_1, x_2, x_3) - T_0] \cdot \sin\left(\frac{\pi \cdot m}{a} x_1\right) \cdot \sin\left(\frac{\pi \cdot n}{b} x_2\right) \times \\
&\quad \times \sin\left(\frac{\pi \cdot s}{c} x_3\right) dx_1 dx_2 dx_3. \quad (4.119)
\end{aligned}$$

Тогда задача решается так:

$$\begin{aligned}
T(x_1, x_2, x_3, t) &= \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{s=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \frac{8}{abc} \int_0^a \int_0^b \int_0^c [f(x_1, x_2, x_3) - T_0] \times \right. \\
&\quad \times \sin\left(\frac{\pi \cdot n}{b} x_2\right) \cdot \sin\left(\frac{\pi \cdot s}{c} x_3\right) \cdot \sin\left(\frac{\pi \cdot m}{a} x_1\right) dx_1 dx_2 dx_3 \left. \right\} \times \\
&\quad \times e^{-k\pi^2 \left( \frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2} + \frac{s^2}{c^2} \right) \cdot t} \cdot \sin\left(\frac{\pi \cdot s}{c} x_3\right) \cdot \sin\left(\frac{\pi \cdot n}{b} x_2\right) \cdot \sin\left(\frac{\pi \cdot m}{a} x_1\right). \quad (4.120)
\end{aligned}$$

Вернемся к рассмотрению задач на движущиеся полосовые источники тепла.

## 4.4. ШЛИФОВАНИЕ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ДЕТАЛЕЙ (КОЛЬЦЕВОЙ ИСТОЧНИК ТЕПЛА)

### 4.4.1. ШЛИФОВАНИЕ СПЛОШНЫХ ДЕТАЛЕЙ

Необходимо сразу отметить, что при шлифовании цилиндрических деталей источник в виде пятна контакта движется по винтовой поверхности. Кольцевая же схема не соответствует реальной схеме шлифования. Исследования выводимого ниже решения в [258] показали, что для оценки среднеинтегральных по объему температур, предопределяющих тепловые деформации цилиндрических деталей, данное решение имеет приемлемую точность.

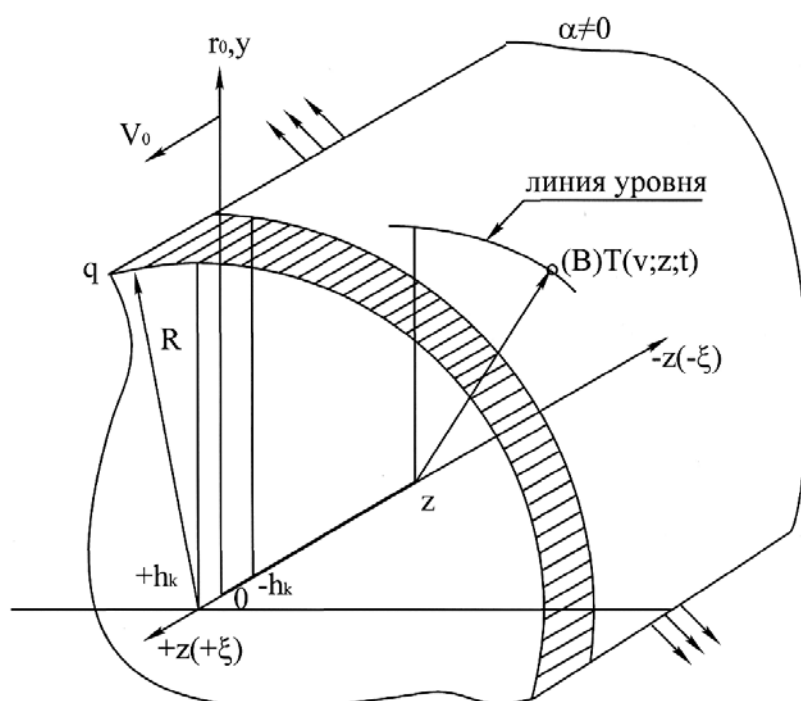


Рис.4.34. Расчетная схема шлифования цилиндрических деталей (кольцевой источник тепла).

радиуса  $R$  со скоростью  $V$ . На поверхности бесконечного цилиндра задан теплообмен  $\alpha \neq 0$ . Источник подействовал в момент времени  $\tau = 0$ . Необходимо определить температуру в точке В в цилиндрических подвижных координатах в момент времени  $\tau = t$  от начала движения. Как и в предыдущем разделе, задачу будем решать в подвижной системе координат.

Ось  $Y$  проходит через середину теплового кольца.

Для решения задачи удобно перейти к цилиндрическим координатам. Учитывая симметричность задачи, координату  $\varphi$  исключаем.

Дифференциальное уравнение теплопроводности в относитель-

На рис. 4.34 представлена схема движения кольцевого источника по поверхности цилиндра.

Задача формулируется таким образом.

Пусть кольцевой источник тепла шириной  $2hk$  движется в положительном направлении от  $Z$  (плотность теплового потока  $q$ ) по поверхности бесконечного цилиндра

ных координатах запишется так:

$$\frac{\partial \theta}{\partial F_0} = \frac{1}{\rho} \cdot \left[ \frac{\partial}{\partial \rho} \cdot \left( \rho \frac{\partial \theta}{\partial \rho} \right) \right] + \frac{\partial^2 \theta}{\partial \xi^2} + U \frac{\partial \theta}{\partial \xi} + P_0. \quad (4.121)$$

Начальные и граничные условия:

$$\theta|_{F_0=0} = 0; \quad \frac{\partial \theta}{\partial \rho} + B_i \cdot \theta(\rho, \xi, F_0) |_{\rho=1} = 0; \quad \frac{\partial \theta}{\partial \xi} \Big|_{\xi=\pm\infty}, \quad (4.122)$$

где  $\theta = \frac{T - T_0}{T_0}$  - безразмерная температура;  $F_0 = \frac{a \cdot \tau}{R^2}$  - число Фурье;

$U = \frac{V}{a} \cdot R$  - безразмерный комплекс, характеризующий движение,

критерий Пекле;  $B_i = \frac{\alpha}{\lambda} \cdot R$  - критерий Био, характеризующий теп-

лообмен;  $\rho = \frac{r}{R}$ ;  $\xi = \frac{z}{R}$  - безразмерные координаты.

Источник тепла описывается критерием Померанцева:

$$P_0 = \frac{K_i(\tau)}{1 - \rho_1} \cdot \delta(\xi) \cdot \delta(\rho),$$

где  $K_i(\tau) = q(\tau) \cdot R / (\lambda \cdot T_0)$  - критерий Кирпичева;  $q(\tau)$  - плотность теплового потока;  $\delta(\xi)$ ;  $\delta(\rho)$  - дельта функции.

Причем,

$$\delta(\xi) = \begin{cases} 1; & |\xi| \leq h \\ 0; & |\xi| > h \end{cases},$$

где  $h = \frac{h_k}{R}$ ;

$$\delta(\rho) = \begin{cases} 1; & \rho_1 < \rho < 1 \\ 0; & \rho < \rho_1 \end{cases},$$

где  $\rho_1 \rightarrow 1$ .

Применим метод интегральных преобразований для решения поставленной задачи.

Последовательность решения:

1. Преобразование по координате  $\rho$ .
2. Преобразование по координате  $\xi$ .
3. Решение дифференциального уравнения.
4. Обратный переход по координате  $\xi$ .

5. Обратное преобразование по координате  $\rho$ .

1. Исключаем дифференцирование по переменной  $\rho$ . Выделяем в (4.121) дифференциальное выражение только от  $\rho$  вида

$$\mu_{i\rho} = a_{\rho\rho} \cdot \frac{\partial^2 \theta}{\partial \rho^2} + b_\rho \cdot \frac{\partial \theta}{\partial \rho} + c(\rho)\theta.$$

Это выражение имеет вид

$$\mu_{i\rho} = \frac{1}{\rho} \cdot \left[ \frac{\partial}{\partial \rho} \cdot \left( \rho \frac{\partial \theta}{\partial \rho} \right) \right] = \frac{\partial^2 \theta}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial \theta}{\partial \rho};$$

$$a_{\rho\rho} = 1; \quad b_\rho = \frac{1}{\rho}; \quad c(\rho) = 0.$$

Находим весовую функцию  $P(\rho)$ :

$$b_\rho P(\rho) = \frac{d}{d\rho} (a_{\rho\rho} P(\rho));$$

$$\frac{1}{\rho} P(\rho) = \frac{d}{d\rho} (P(\rho)); \quad \frac{P(\rho)}{\rho} = \frac{dP}{d\rho};$$

$$\frac{dP}{P} = \frac{d\rho}{\rho} \Rightarrow P(\rho) = \rho.$$

Находим собственную функцию  $\bar{K}_1(\rho)$  из уравнения:

$$\frac{\partial}{\partial \rho} \left( P(\rho) \cdot \frac{d\bar{K}_1}{d\rho} \right) - q\bar{K}_1 + S_\gamma^2 \cdot P(\rho) \cdot \bar{K}_1 = 0,$$

$$q = -C(\rho) \cdot \rho = 0; \quad P = a_{\rho\rho} \cdot P(\rho) = \rho;$$

$$\frac{\partial}{\partial \rho} \cdot \left( \rho \cdot \frac{d\bar{K}_1}{d\rho} \right) + S_\gamma^2 \cdot P(\rho) \cdot \bar{K}_1 = 0$$

или

$$\rho \cdot \frac{d^2 \bar{K}_1}{d\rho^2} + \frac{d\bar{K}_1}{d\rho} + S_\gamma^2 \cdot \rho \cdot \bar{K}_1 = 0,$$

или

$$\rho^2 \cdot \frac{d^2 \bar{K}_1}{d\rho^2} + \rho \cdot \frac{d\bar{K}_1}{d\rho} + S_\gamma^2 \cdot \rho^2 \cdot \bar{K}_1 = 0.$$

При решении многих задач математической физики приходят к уравнению Бесселя:

$$x^2 \cdot y''(x) + x \cdot y'(x) + (k^2 \cdot x^2 - \nu^2) \cdot y(x) = 0,$$

где  $\nu$  и  $k$  - константы.

Решение данного уравнения есть функция

$$y = C_1 \cdot J_\nu(kx) + C_2 \cdot Y_\nu(kx),$$

где  $J_\nu(kx)$  - функция Бесселя 1-го рода;  $\nu$ -го порядка;  $Y_\nu(kx)$  - функция Бесселя 2-го рода;  $\nu$ -го порядка (функция Вебера).

В нашем случае  $\nu=0$ , поэтому решение запишется таким образом:

$$\bar{K}_1(\rho) = C_1 \cdot J_0(S\rho) + C_2 \cdot Y_0(S\rho),$$

причем собственная функция  $\bar{K}_1(\rho)$  удовлетворяет граничным условиям задачи. Из физического смысла задачи следует, что температура на оси детали  $\rho=0$  ограничена, т.е.  $\theta|_{\rho=0} \neq \infty$ , но тогда и  $\bar{K}_1|_{\rho=0} \neq \infty$ , а  $Y(0) \rightarrow -\infty$ , поэтому второе слагаемое решения следует отбросить.

Получим  $\bar{K}_1(\rho) = C_1 \cdot J_0(S\rho)$ ; принимаем  $C_1 = 1$ . Второе граничное условие задачи:

$$\frac{\partial \theta}{\partial \rho} + B_i \theta|_{\rho=1} = 0,$$

поэтому

$$\frac{\partial \bar{K}_1}{\partial \rho} + B_i \bar{K}_1|_{\rho=1} = 0.$$

Получим характеристическое уравнение для определения собственных чисел  $S_n$

$$B_i J_0(S) + [J_0(S\rho)]'_\rho|_{\rho=1} = 0 \quad \text{или} \quad B_i J_0(S) - S J_1(S) = 0,$$

откуда находим  $S_1, S_2, S_3, \dots, S_n, \dots$   $n \rightarrow \infty$  - корни характеристического уравнения, причем  $S_n > 0$ .

Тогда собственная функция имеет вид

$$\bar{K}_1 = J_0(S_n \rho).$$

Определим нормирующий делитель в соответствии с формулой

$$C_1 = \int_0^1 P(\rho) \cdot [\bar{K}_1(\rho)]^2 \cdot d\rho = \int_0^1 \rho \cdot J_0^2(S_n \rho) \cdot d\rho.$$

Из теории Бесселевых функций [107] известно значение интеграла:

$$\int_0^l x \cdot J_\nu^2\left(\mu \frac{x}{1}\right) dx = \frac{l^2}{2} \left(1 + \frac{\alpha^2 - \beta^2 \cdot \nu^2}{\beta^2 \cdot \mu^2}\right) \cdot J_\nu^2(\mu),$$

где  $\mu$  - один из корней характеристического уравнения

$$\alpha \cdot J_\nu(x) + \beta \cdot x \cdot J'_\nu(x) = 0.$$

Вычислим

$$\int_0^1 \rho \cdot J_0^2(S_n \rho) d\rho \left| \begin{array}{l} \rho = \frac{r}{R}; r_n = 0; r_e = R \\ d\rho = \frac{1}{R} dr \end{array} \right. = \frac{1}{R^2} \cdot \int_0^R r \cdot J_0^2\left(S_n \cdot \frac{r}{R}\right) dr$$

при  $B_i \cdot J_0(S) - S \cdot J_1(S) = 0$ .

По аналогии в нашем случае

$$\frac{S_n}{R} \rightarrow \frac{\mu}{l}; \quad R \rightarrow l; \quad \nu = 0; \quad B_i \rightarrow \alpha; \quad \beta = 1; \quad S_n \rightarrow \mu; \quad S \rightarrow x,$$

поэтому

$$\frac{1}{R^2} \int_0^R r \cdot J_0^2\left(S_n \frac{r}{R}\right) dr = \frac{1}{R^2} \cdot \frac{R^2}{2} \left(1 + \frac{B_i^2 - 1 \cdot 0}{l \cdot S_n^2}\right) J_0^2(S_n).$$

Следовательно,

$$C_1 = \frac{1}{2} \cdot \left(1 + \frac{B_i^2}{S_n^2}\right) \cdot J_0^2(S_n).$$

Ядро преобразования:

$$\bar{K}_1(\rho, S) = \frac{1}{C_1} \cdot J_0(S_n \rho) \cdot \rho.$$

Осуществим интегральное преобразование по переменной  $\rho$

$$\begin{aligned} \frac{1}{C} \cdot \int_0^1 \left[ \frac{1}{\rho} \left[ \frac{\partial}{\partial \rho} \left( \rho \frac{\partial \theta}{\partial \rho} \right) \right] + \frac{\partial^2 \theta}{\partial \xi^2} + U \frac{\partial \theta}{\partial \xi} + P_0 \right] \cdot \rho \cdot J_0(S_n \rho) d\rho = \\ = \frac{1}{C} \cdot \int_0^1 \frac{\partial \theta}{\partial F_0} \cdot \rho \cdot J_0(S_n \rho) d\rho. \end{aligned} \quad (4.124)$$

Формула перехода к изображению

$$\bar{T}_n(S, \xi, F_0) = \frac{1}{C_1} \cdot \int_0^1 \theta(\rho, \xi, F_0) \cdot J_0(S_n \rho) \cdot \rho \cdot d\rho.$$

Вычислим интегралы в (4.124):

$$\frac{1}{C_1} \cdot \int_0^1 \frac{\partial \theta}{\partial F_0} \cdot J_0(S_n \rho) \cdot \rho \cdot d\rho = \frac{\partial}{\partial F_0} \left\{ \frac{1}{C_1} \cdot \int_0^1 \theta \cdot J_0(S_n \rho) \cdot \rho \cdot d\rho \right\} = \frac{\partial \bar{T}_n}{\partial F_0};$$

$$\frac{1}{C_1} \cdot \int_0^1 P_0 \cdot J_0(S_n \rho) \cdot d\rho = \bar{P}_0(S, \rho, F_0)_n;$$



$$\frac{1}{C_1} \cdot \int_0^1 \frac{\partial^2 \theta}{\partial \xi^2} \cdot \rho \cdot J_0(S_n \rho) \cdot d\rho = \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} \left[ \frac{1}{C_1} \cdot \int_0^1 \theta \cdot J_0(S_n \rho) \cdot \rho \cdot d\rho \right] = \frac{\partial^2 \bar{T}}{\partial \xi^2};$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{C_1} \cdot \int_0^1 \rho \cdot J_0(S_n \rho) \cdot \frac{1}{\rho} \cdot \left[ \rho \frac{\partial \theta}{\partial \rho} \right]'_{\rho} \cdot d\rho &= \left. \begin{aligned} J_0(S_n \rho) = U; \left[ \rho \frac{\partial \theta}{\partial \rho} \right]'_{\rho} \cdot d\rho = dV \\ dU = -S_n J_1(S_n \rho) d\rho; V = \rho \frac{\partial \theta}{\partial \rho} \end{aligned} \right| = \\ &= \frac{1}{C_1} \left[ J_0(S_n \rho) \cdot \rho \frac{\partial \theta}{\partial \rho} \Big|_0^1 + S_n \cdot \int_0^1 \rho \frac{\partial \theta}{\partial \rho} \cdot J_1(S_n \rho) d\rho \right] = \\ &= \frac{1}{C_1} \left[ J_0(S_n) \cdot \frac{\partial \theta}{\partial \rho}(1, \xi, F_0) + S_n \cdot \int_0^1 \rho \frac{\partial \theta}{\partial \rho} \cdot J_1(S_n \rho) d\rho \right]. \quad (4.125) \end{aligned}$$

Из теории функций Бесселя известно тождество [107]

$$\frac{d}{dx} [x^{\nu+1} \cdot J_{\nu+1}(\lambda x)] = x^{\nu+1} \cdot J_{\nu}(\lambda x) \cdot \lambda$$

или для  $\nu = 0$ :

$$x J_0(\lambda x) = \frac{1}{\lambda} [x J_1(\lambda x)]'_x.$$

Применим указанную формулу для вычисления интеграла в скобках. Интегрируя по частям, получим

$$\begin{aligned} \left. \begin{aligned} \rho J_1(S_n \rho) = U; \frac{\partial \theta}{\partial \rho} d\rho = dV \\ dU = [\rho J_1(S_n \rho)]'_{\rho} = S_n \rho J_0(S_n \rho) d\rho; V = \theta \end{aligned} \right| &= \frac{1}{C_1} \left[ J_0(S_n) \frac{\partial \theta}{\partial \rho}(1, \xi, F_0) + \right. \\ &+ S_n \left( \theta \rho J_1(S_n \rho) \Big|_0^1 - S_n \int_0^1 \theta \rho J_0(S_n \rho) d\rho \right) \Big] = \frac{1}{C_1} \left[ J_0(S_n) \frac{\partial \theta}{\partial \rho}(1, \xi, F_0) + \right. \\ &\left. + S_n \theta(1, \xi, F_0) \cdot J_1(S_n) \right] - S_n^2 \cdot \frac{1}{C_1} \int_0^1 \theta(\rho, \xi, F_0) \cdot J_0(S_n \rho) \cdot \rho \cdot d\rho, \end{aligned}$$

но  $J_1(S_n) S_n = B_i J_0(S_n)$  из характеристического уравнения, тогда

$$\frac{1}{C_1} \int_0^1 \rho J_0(S_n \rho) \cdot \frac{1}{\rho} \left[ \rho \frac{\partial \theta}{\partial \rho} \right]'_{\rho} d\rho =$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{C_1} \left[ J_0(S_n) \frac{\partial \theta}{\partial \rho}(1, \xi, F_0) + B_i J_0(S_n) \cdot \theta(1, \xi, F_0) \right] - S_n^2 \cdot \bar{T}_n = \\
&= \frac{1}{C_1} J_0(S_n) \cdot \left[ \frac{\partial \theta}{\partial \rho}(1, \xi, F_0) + B_i \cdot \theta(1, \xi, F_0) \right] - S_n^2 \cdot \bar{T}_n,
\end{aligned}$$

но  $\frac{\partial \theta}{\partial \rho} + B_i \theta|_{\rho=1} = 0$ ,

ПОЭТОМУ

$$\begin{aligned}
&\frac{1}{C_1} \int_0^1 \rho J_0(S_n \rho) \cdot \frac{1}{\rho} \left[ \rho \frac{\partial \theta}{\partial \rho} \right]_{\rho} \cdot d\rho = -S_n^2 \cdot \bar{T}_n(S, \xi, F_0); \\
&\frac{1}{C_1} \int_0^1 \rho J_0(S_n \rho) \cdot U \frac{\partial \theta}{\partial \xi} d\rho = U \frac{\partial \bar{T}'_n}{\partial \xi}(S, \xi, F_0).
\end{aligned}$$

Уравнение (6.124) после интегрирования запишется так:

$$\frac{\partial \bar{T}_n}{\partial F_0} = -S_n^2 \cdot \bar{T}_n(S, \xi, F_0) + \frac{\partial^2 \bar{T}_n}{\partial \xi^2} + U \frac{\partial \bar{T}_n}{\partial \xi} + \bar{P}_{0n}. \quad (4.126)$$

2. Исключаем дифференцирование по переменной  $\xi$ . Переменная  $\xi$  изменяется в бесконечных пределах  $-\infty$  до  $+\infty$ . В данном случае применяется комплексное преобразование Фурье. Формула прямого преобразования имеет вид

$$\bar{T}_{HC}(S, \rho, F_0) = \int_{-\infty}^{+\infty} T_n(S, \xi, F_0) \cdot e^{-ip\xi} \cdot d\xi.$$

Применим данное преобразование к уравнению (6.126)

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \left( -S_n^2 \cdot \bar{T}_n + \frac{\partial^2 \bar{T}_n}{\partial \xi^2} + U \frac{\partial \bar{T}_n}{\partial \xi} + \bar{P}_{0n} \right) \cdot e^{-ip\xi} \cdot d\xi = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\partial \bar{T}_n}{\partial F_0} \cdot e^{-ip\xi} \cdot d\xi, \quad (4.127)$$

где  $\bar{P}_{0n}(S, p, F_0) = \frac{1}{C_1} \int_0^1 P_0 J_0(S_n \rho) \cdot \rho \cdot d\rho$ .

Вычислим интегралы в (4.127)

$$\frac{\partial}{\partial F_0} \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} \bar{T}_n(S, \xi, F_0) \cdot e^{-ip\xi} \cdot d\xi = \frac{\partial \bar{T}_{HC}(S, p, F_0)}{\partial F_0},$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \bar{P}_{0n} \cdot e^{-ip\xi} \cdot d\xi = \frac{1}{C} \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} \left[ \int_0^1 P_0 \cdot \rho \cdot J_0(S_n \rho) d\rho \right] \cdot e^{-ip\xi} \cdot d\xi = \bar{P}_{0HC}(S, p, F_0);$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\partial^2 \bar{T}_n}{\partial \xi^2} \cdot e^{-ip\xi} \cdot d\xi = \left| \begin{array}{l} \frac{\partial^2 \bar{T}_n(S, \xi, F_0)}{\partial \xi^2} = dV; U = e^{-ip\xi} \\ V = \frac{\partial \bar{T}_n}{\partial \xi}; dU = -ipe^{-ip\xi} \cdot d\xi \end{array} \right| =$$

$$= e^{-ip\xi} \cdot \frac{\partial \bar{T}_n}{\partial \xi} \Big|_{-\infty}^{+\infty} + \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\partial \bar{T}_n}{\partial \xi} \cdot ip e^{-ip\xi} \cdot d\xi.$$

Учитывая  $\frac{\partial \bar{T}_n}{\partial \xi} \Big|_{\xi=\pm\infty} = 0$ , получим

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\partial^2 \bar{T}_n}{\partial \xi^2} \cdot e^{-ip\xi} \cdot d\xi = ip \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\partial \bar{T}_n}{\partial \xi} \cdot e^{-ip\xi} \cdot d\xi = \left| \begin{array}{l} \frac{\partial \bar{T}_n}{\partial \xi} \cdot d\xi = dV; U = e^{-ip\xi} \\ V = \bar{T}_n; dU = -ipe^{-ip\xi} \cdot d\xi \end{array} \right| =$$

$$= ip \left[ \bar{T}_n \cdot e^{-ip\xi} \Big|_{-\infty}^{+\infty} + ip \int_{-\infty}^{+\infty} \bar{T}_n \cdot e^{-ip\xi} \cdot d\xi \right],$$

но  $\bar{T}_n \Big|_{\xi=\pm\infty} = 0$ , тогда

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\partial^2 \bar{T}_n}{\partial \xi^2} \cdot e^{-ip\xi} \cdot d\xi = -p^2 \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} \bar{T}_n \cdot e^{-ip\xi} \cdot d\xi = -p^2 \cdot \bar{T}_{HC};$$

$$U \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\partial \bar{T}_n}{\partial \xi} \cdot e^{-ip\xi} \cdot d\xi = U \left[ \bar{T}_n \cdot e^{-ip\xi} \Big|_{-\infty}^{+\infty} + ip \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} \bar{T}_n \cdot e^{-ip\xi} \cdot d\xi \right] = ip U \bar{T}_{HC}(S, p, F_0);$$

$$-S_n^2 \int_{-\infty}^{+\infty} \bar{T}_n \cdot e^{-ip\xi} \cdot d\xi = -S_n^2 \cdot \bar{T}_{HC}(S, p, F_0).$$

3. Уравнение (4.127) запишется в виде

$$\frac{d\bar{T}_{HC}}{dF_0} = -S_n^2 \cdot \bar{T}_{HC} - p^2 \cdot \bar{T}_{HC} + U \cdot ip \cdot \bar{T}_{HC} + \bar{P}_{0HC}$$

или

$$\frac{d\bar{T}_{HC}}{dF_0} + (S_n^2 + p^2 - U \cdot ip) \cdot \bar{T}_{HC} - \bar{P}_{0HC} = 0, \quad (4.128)$$

где  $\bar{T}_{HC}$  - изображение.

Решаем линейное уравнение (4.126). Решение ищем в виде

$$\bar{T}_{HC} = X(F_0)Y(F_0).$$

$$X'Y + Y'X + XY(S_n^2 + p^2 - U \cdot ip) - \bar{P}_{0HC} = 0;$$

$$\frac{dY}{dF_0} = Y(S_n^2 + p^2 - U \cdot ip) \Rightarrow Y(F_0) = e^{-(S_n^2 + p^2 - Uip)F_0};$$

$$\frac{dX}{dF_0} \cdot e^{-(S_n^2 + p^2 - Uip)F_0} = \bar{P}_{0HC};$$

$$X(F_0) = \int_0^{F_0} e^{(S_n^2 + p^2 - Uip)\tau} \cdot \bar{P}_{0HC} \cdot d\tau + C.$$

Отсюда

$$\bar{T}_{HC} = e^{-(S_n^2 + p^2 - Uip)F_0} \cdot \left[ \int_0^{F_0} e^{\tau(S_n^2 + p^2 - Uip)} \cdot \bar{P}_{HC} \cdot d\tau + C \right].$$

Учитывая, что  $\theta|_{F_0=0} = 0$  и  $\bar{T}_{HC}|_{F_0=0} = 0$ , получим

$$0 = e^0 \cdot \left[ \int_0^0 e^{\tau(S_n^2 + p^2 - Uip)} \cdot \bar{P}_{0HC} \cdot d\tau + C \right] \Rightarrow C = 0.$$

Получим решение (6.128) в виде

$$\bar{T}_{HC} = \int_0^{F_0} e^{(\tau - F_0)(S_n^2 + p^2 - Uip)} \cdot \bar{P}_{0HC} \cdot d\tau, \quad (4.129)$$

где  $\tau$  - переменная интегрирования.

4. Осуществим обратный переход по переменной  $\xi(p \rightarrow \xi)$ . Для этого применим обратное комплексное преобразование Фурье:

$$\bar{T}_i(S, \xi, F_0) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{ip\xi} \cdot \bar{T}_{HC}(S, p, F_0) \cdot dp. \quad (4.130)$$

Подставляя (4.130) в (4.129), получим

$$\bar{T}_i(S, \xi, F_0) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{ip\xi} \left[ \int_0^{F_0} e^{(\tau - F_0)(S_n^2 + p^2 - Uip)} \cdot \bar{P}_{0HC} \cdot d\tau \right] dp.$$

Изменим порядок интегрирования, тогда

$$\begin{aligned} \bar{T}_i(S, \xi, F_0) &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{F_0} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{(\tau - F_0)S_n^2} \cdot e^{(\tau - F_0)(p^2 - Uip)} \cdot e^{ip\xi} \cdot \bar{P}_{0HC} \cdot dp \cdot d\tau = \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{F_0} e^{(\tau - F_0)S_n^2} \cdot \left[ \int_{-\infty}^{+\infty} e^{(\tau - F_0)(p^2 - Uip) + ip\xi} \cdot \bar{P}_{0HC} \cdot dp \right] d\tau. \end{aligned}$$

Осуществим замену переменной:

$$\left| \begin{array}{l} F_0 - \tau = t; t_n = F_0 \\ -d\tau = dt; t_B = 0 \end{array} \right|.$$

Получим

$$\bar{T}_n(S, \xi, F_0) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{F_0} e^{-S_n^2 \cdot t} \left[ \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-t(p^2 - Uip) + ip\xi} \cdot \bar{P}_0(S, p, F_0)_{HC} \cdot dp \right] dt.$$

Вычислим интеграл:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-t(p^2 - Uip) + ip\xi} \cdot \bar{P}_{0HC} \cdot dp = \frac{1}{C_1} \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-t(p^2 - Uip) + ip\xi} \times \\ \times \left[ \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-ip\xi} \left[ \int_0^1 \frac{K_i(F_0 - \tau)}{1 - \rho_1} \cdot \delta(\rho) \cdot \delta(\xi) \cdot J_0(S_n \rho) \cdot \rho \cdot d\rho \right] \cdot d\xi \right] \cdot dp.$$

Вычислим тройной интеграл:

$$\delta(\xi) \int_0^1 \frac{K_i(F_0 - t)}{1 - \rho_1} \cdot \delta(\rho) \cdot J_0(S_n \rho) \cdot \rho \cdot d\rho = \\ = \delta(\xi) \cdot K_i \cdot \lim_{\rho_1 \rightarrow 1} \frac{\int_0^{\rho_1} \delta(\rho) \cdot J_0(S_n \rho) \cdot \rho \cdot d\rho + \int_{\rho_1}^1 \delta(\rho) \cdot J_0(S_n \rho) \cdot \rho \cdot d\rho}{1 - \rho_1} = \\ = \delta(\xi) \cdot K_i \cdot \lim_{\rho_1 \rightarrow 1} \frac{\int_0^1 1 \cdot J_0(S_n \rho) \cdot \rho \cdot d\rho}{1 - \rho_1}.$$

Данная дробь представляет неопределенность вида 0/0, раскрываем по правилу Лопиталья

$$\delta(\xi) \cdot K_i \cdot \lim_{\rho_1 \rightarrow 1} \frac{\frac{d}{d\rho_1} \int_0^1 J_0(S_n \rho) \cdot \rho \cdot d\rho}{\frac{d}{d\rho_1} (1 - \rho_1)} = \delta(\xi) \cdot K_i \cdot \lim_{\rho_1 \rightarrow 1} \frac{J_0(S_n \rho_1) \cdot \rho_1}{(-1)} = -\delta(\xi) K_i J_0(S_n);$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-ip\xi} [-\delta(\xi)] \cdot K_i \cdot J_0(S_n) d\xi = \int_{-\infty}^{-h} \dots d\xi + \int_{-h}^{+h} \dots d\xi + \int_{+h}^{+\infty} \dots d\xi;$$

учитывая, что  $\delta(\xi) = 1$  при  $|\xi| \leq h$  и  $\delta(\xi) = 0$  при  $|\xi| > h$ , получим

$$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-ip\xi} [-\delta(\xi)] \cdot K_i \cdot J_0(S_n) d\xi = K_i \cdot J_0(S_n) \cdot \int_{-h}^{+h} (-1) \cdot e^{-ip\xi} \cdot d\xi =$$

$$= \left. \begin{array}{l} ip\xi = z \\ dz = -ipd\xi \\ z_H = +iph; z_B = -iph \end{array} \right| = K_i \cdot J_0(S_n) \cdot \int_{+iph}^{-iph} e^z \cdot \frac{dz}{ip} = K_i \cdot J_0(S_n) \cdot \frac{1}{ip} [e^{-iph} - e^{+iph}]$$

и, наконец,

$$\frac{1}{C_1} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-t(p^2 - Uip) + ip\xi} \cdot \frac{K_i \cdot J_0(S_n)}{ip} [e^{-iph} - e^{+iph}] dp =$$

$$= \frac{K_i \cdot J_0(S_n)}{C_1} \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{ip} \cdot e^{-t(p^2 - Uip) + ip\xi} [e^{-iph} - e^{+iph}] dp =$$

$$= \frac{K_i \cdot J_0(S_n)}{C_1} \left[ \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{-t(p^2 - Uip) + ip\xi - iph}}{ip} dp - \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{-t(p^2 - Uip) + ip\xi + iph}}{ip} dp \right].$$

Осуществляем замену переменной

$$p = \frac{z}{\sqrt{t}}; \quad dp = \frac{1}{\sqrt{t}} dz; \quad z_i = -\infty; \quad z_A = +\infty.$$

$$\frac{K_i \cdot J_0(S_n)}{C_1} \left[ \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{-tp^2 - ip(h - \xi - Ut)}}{ip} dp - \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{-tp^2 - ip(-h - \xi - Ut)}}{ip} dp \right] =$$

$$= \frac{K_i \cdot J_0(S_n)}{C_1} \left[ \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{i \cdot \frac{z}{\sqrt{t}}} \cdot \frac{e^{-z^2 - i \frac{z}{\sqrt{t}}(h - \xi - Ut)}}{ip} \cdot \frac{dz}{\sqrt{t}} - \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{i \cdot \frac{z}{\sqrt{t}}} \cdot \frac{e^{-z^2 - i \frac{z}{\sqrt{t}}(-h - \xi - Ut)}}{ip} \cdot \frac{dz}{\sqrt{t}} \right] =$$

$$= \frac{K_i \cdot J_0(S_n)}{C_1} \left[ \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{iz} \cdot e^{-z^2} \cdot e^{-iz \left( \frac{h - \xi - Ut}{\sqrt{t}} \right)} \cdot dz - \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{iz} \cdot e^{-z^2} \cdot e^{-iz \left( \frac{-h - \xi - Ut}{\sqrt{t}} \right)} \cdot dz \right];$$

Известно следующее интегральное соотношение:

$$\frac{1}{2C} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\bar{U}_1(\gamma)}{i\gamma} \cdot e^{-i\gamma\xi} \cdot d\gamma = \frac{1}{2C} \int_a^\xi U_1(\xi) d\xi.$$

Два последних интеграла могут быть вычислены по указанной формуле, если принять

$$\gamma \Rightarrow z; \quad \bar{U}_1(\gamma) \Rightarrow e^{-z^2}; \quad C=1;$$

$$\text{в первом интеграле: } \xi = \frac{h - \xi - Ut}{\sqrt{t}};$$

$$\text{во втором интеграле: } \xi = \frac{-h - \xi - Ut}{\sqrt{t}}.$$

Получим

$$\begin{aligned} &= \frac{K_i \cdot J_0(S_n)}{C_1} \left[ \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{iz} \cdot e^{-z^2} \cdot e^{-iz \left( \frac{h - \xi - Ut}{\sqrt{t}} \right)} \cdot dz - \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{iz} \cdot e^{-z^2} \cdot e^{-iz \left( \frac{-h - \xi - Ut}{\sqrt{t}} \right)} \cdot dz \right] = \\ &= \frac{K_i \cdot J_0(S_n)}{C_1} \left[ \int_a^{\frac{h - \xi - Ut}{\sqrt{t}}} e^{-\xi^2} \cdot d\xi - \int_a^{\frac{-h - \xi - Ut}{\sqrt{t}}} e^{-\xi^2} \cdot d\xi \right], \end{aligned}$$

где  $a$  - произвольная константа. Примем  $a=0$  и получим окончательно

$$\begin{aligned} &\frac{1}{C_1} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-t(p^2 - Uip) + ip\xi} \cdot \frac{K_i \cdot J_0(S_n)}{ip} \left[ e^{-iph} - e^{+iph} \right] dp = \\ &= \frac{K_i \cdot J_0(S_n) \sqrt{\pi}}{C_1} \cdot \frac{1}{2} \cdot \left[ \operatorname{erf} \left( \frac{h - \xi - Ut}{\sqrt{t}} \right) - \operatorname{erf} \left( \frac{-h - \xi - Ut}{\sqrt{t}} \right) \right] = \\ &= \frac{K_i \cdot J_0(S_n) \sqrt{\pi}}{C_1} \cdot \frac{1}{2} \cdot \left[ \operatorname{erf} \left( \frac{h - \xi - Ut}{\sqrt{t}} \right) + \operatorname{erf} \left( \frac{h + \xi + Ut}{\sqrt{t}} \right) \right], \quad (4.131) \end{aligned}$$

Подставляя (4.131) в (4.130), получим

$$\bar{T}_n(S, \xi, F_0) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-S_n^2 t} \cdot \frac{1}{C_1} \cdot \frac{K_i J_0(S_n)}{1} \cdot \frac{\sqrt{\pi}}{2} \left[ \operatorname{erf} \left( \frac{h - \xi - Ut}{\sqrt{t}} \right) + \operatorname{erf} \left( \frac{h + \xi + Ut}{\sqrt{t}} \right) \right] dt,$$

$$\text{или } \bar{T}_n(S, \xi, F_0) = \frac{1}{C_1} \cdot \frac{1}{2\pi} \int_0^{F_0} e^{-S_n^2 t} \cdot K_i J_0(S_n) \Phi(\xi, t) \cdot dt,$$

$$\text{где } \Phi(\xi, t) = \frac{\sqrt{\pi}}{2} \left[ \operatorname{erf} \left( \frac{h - \xi - Ut}{\sqrt{t}} \right) + \operatorname{erf} \left( \frac{h + \xi + Ut}{\sqrt{t}} \right) \right]. \quad (4.132)$$

5. Осуществим обратный переход по координате  $\rho$ . В соответствии с (4.104) и (4.105) формула перехода запишется так:

$$\theta(\rho, \xi, F_0) = \sum_{n=1}^{\infty} \bar{T}_n(S, \xi, F_0) \cdot \bar{K}_1(\rho), \quad (4.133)$$

где  $K_1(\rho) = J_0(S_n \rho)$ , т.е. необходимо учесть сумму по всем собственным числам задачи.

$$\text{Учитывая, что} \quad C_1 = \frac{1}{2} \left( \frac{S_n^2 + B_i^2}{S_n^2} \right) \cdot J_0^2(S_n),$$

где  $S_n$  - корни уравнения,

$$B_i J_0(S) - S J_1(S) = 0, \quad (S_1, S_2, \dots, S_n, \dots).$$

Подставляя (4.132) в (4.133), получим решение задачи

$$\begin{aligned} \theta(\rho, \xi, F_0) &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{C_1} \cdot \frac{1}{2\pi} \int_0^{F_0} e^{-S_n^2 \cdot t} \cdot K_i J_0(S_n) \Phi(\xi, t) dt \cdot J_0(S_n \rho) = \\ &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{S_n^2 J_0(S_n \rho)}{(S_n^2 + B_i^2) J_0^2(S_n)} \cdot \frac{1}{\pi} \int_0^{F_0} e^{-S_n^2 \cdot t} \cdot K_i J_0(S_n) \cdot \Phi(\xi, t) \cdot dt \end{aligned}$$

или

$$\theta(\rho, \xi, F_0) = \frac{1}{\pi} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \frac{S_n^2 J_0(S_n \rho)}{(S_n^2 + B_i^2) J_0^2(S_n)} \cdot \int_0^{F_0} e^{-S_n^2 \cdot t} \cdot K_i \cdot \Phi(\xi, t) \cdot dt, \quad (4.134)$$

$$\text{где} \quad \Phi(\xi, t) = \frac{\sqrt{\pi}}{2} \left[ \operatorname{erf} \left( \frac{h - \xi - Ut}{\sqrt{t}} \right) + \operatorname{erf} \left( \frac{h + \xi + Ut}{\sqrt{t}} \right) \right], \quad (4.135)$$

где  $t$  - безразмерная переменная интегрирования.

Формула (4.134) и есть решение поставленной задачи. Для расчета по (4.134) необходимо задаться временем Фурье. Например, необходимо определить температуры в цилиндрической заготовке длиной  $L$  после прохождения теплового источника по всей поверхности детали. Тогда в решение (4.134) подставляем  $F_0 = aL / (R^2 \cdot V_0)$ , где  $V_0$  - осевая скорость движения источника.

Далее задаемся координатой сечения  $z = z_1$  ( $z_1 < 0$ ) за источником и радиусом  $r = r_1$  окружности в сечении (линия уровня). Подставляем в формулу  $\rho = \frac{r_1}{R}$ ;  $\xi = \frac{z_1}{R}$ ;  $U = \frac{V_0}{a} \cdot R$ ;  $h = \frac{h_k}{R}$  и вычисляем первые 5-6 слагаемых ряда, используя корни  $S_1, S_2, \dots, S_6$  характеристического уравнения. Анализ решения показал быструю сходимость бесконечного ряда. На основании данного решения в [258] получена



модель, используемая для прогнозирования осевых тепловых деформаций при резьбошлифовании ходовых винтов. Необходимо заметить, что (4.134) дает заниженные результаты, т.к. не учитывает наличия адиабатических стенок при  $z=0$  и  $z=-L$ .

#### 4.4.2. ШЛИФОВАНИЕ ПОЛЫХ ДЕТАЛЕЙ

Пусть кольцевой источник тепла шириной  $2hk$  движется в положительном направлении оси  $Z$  по поверхности бесконечного полого цилиндра  $R_H = R_2$ ,

$R_B = R_1$ , ( $R_2 > R_1$ ) со скоростью  $V$ . На поверхности цилиндра задан теплообмен  $\alpha \neq 0$ ; на внутреннем диаметре теплообмен отсутствует  $\alpha=0$ . Источник подействовал в момент времени  $\tau$ . Необходимо найти распределение температуры в цилиндре в момент времени  $\tau = t$  от начала движения.

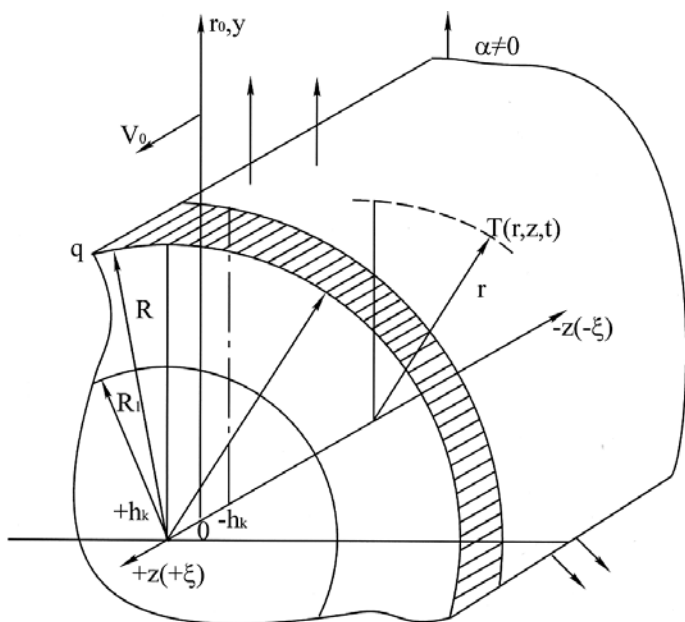


Рис.4.35. Расчетная схема шлифования цилиндрических деталей с внутренним отверстием (кольцевой источник тепла).

Как и предыдущая, данная задача решается в цилиндрических подвижных осях координат (рис. 4.35).

Дифференциальное уравнение теплопроводности в относительных координатах запишется так:

$$\frac{\partial \theta}{\partial F_0} = \frac{1}{\rho} \left[ \frac{\partial}{\partial \rho} \left( \rho \frac{\partial \theta}{\partial \rho} \right) \right] + \frac{\partial^2 \theta}{\partial \xi^2} + U \frac{\partial \theta}{\partial \xi} + P_0. \quad (4.136)$$

Начальные и граничные условия:

$$\theta|_{F_0=0} = 0; \text{ и } \begin{cases} \frac{\partial \theta}{\partial \rho}(\rho, \xi, F_0) + B_i \cdot \theta(\rho, \xi, F_0)|_{\rho=R_1} = 0 \\ \frac{\partial \theta}{\partial \xi}|_{\rho=R_2} = 0 \end{cases}$$

$$\theta|_{F_0=0} = 0; \quad \left\{ \frac{\partial \theta}{\partial \rho}(\rho, \xi, F_0) + B_i \cdot \theta(\rho, \xi, F_0) \right\}_{\rho=1} = 0$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial \xi} \Big|_{\xi \pm \infty} = 0; \quad \theta|_{\xi \pm \infty} = 0. \quad (4.137)$$

Все остальные данные аналогичны предыдущей задаче, за исключением относительной координаты  $\rho = \frac{r}{R_2} \leq 1$ .

$$\text{Критерий Померанцева:} \quad P_0 = \frac{K_i}{1 - \rho_1} \cdot \delta(\xi) \cdot \delta(\rho),$$

$$\text{где } \delta(\xi) = \begin{cases} 1; & |\xi| \leq h \\ 0; & |\xi| > h \end{cases}; \quad \delta(\rho) = \begin{cases} 1; & \rho_1 \leq \rho \leq 1 \\ 0; & \rho \leq \rho_1; \rho_1 \rightarrow 1 \end{cases}$$

Последовательность решения задачи такая же:

1. Исключим дифференцирование по  $\rho$ . Собственные функции задачи включают и второе слагаемое решения уравнения Бесселя

$$\bar{K}_1(\rho) = C_1 J_0(S\rho) + C_2 Y_0(S\rho).$$

Так как при  $\rho=0$  задача физического смысла не имеет, то функция Вебера  $Y_0(S\rho)$  имеет место.

Подчиним  $\bar{K}_1(\rho)$  граничным условиям (4.137) задачи. Учитывая, что

$$\frac{\partial \bar{K}_1(\rho)}{\partial \rho} = C_1 S J'_0(S\rho) + C_2 S Y'_0(S\rho),$$

$$\text{получим } \begin{cases} C_1 S J'_0\left(S \frac{R_1}{R_2}\right) + C_2 Y'_0\left(S \frac{R_1}{R_2}\right) S = 0 \\ C_1 [S J'_0(S) + B_i J_0(S)] + C_2 [S Y'_0(S) + B_i Y_0(S)] = 0 \end{cases} \quad (4.138)$$

Данная система имеет решение, отличное от тривиального  $C_1 = C_2 = 0$ , когда определитель

$$\begin{vmatrix} S J'_0\left(S \frac{R_1}{R_2}\right) & S Y'_0\left(S \frac{R_1}{R_2}\right) \\ S J'_0(S) + B_i J_0(S) & S Y'_0(S) + B_i Y_0(S) \end{vmatrix} = 0$$

или

$$J'_0\left(S \frac{R_1}{R_2}\right) \cdot [S Y'_0(S) + B_i Y_0(S)] - Y'_0\left(S \frac{R_1}{R_2}\right) \cdot [S J'_0(S) + B_i J_0(S)] = 0. \quad (4.139)$$

Из данного уравнения определяем корни  $S_n$  - собственные числа задачи  $(S_1, S_2, S_3, \dots, S_n, \dots)$ , где  $S_n > 0$ .

Сравнивая второе уравнение системы (4.138) и характеристическое уравнение (4.139), можно записать:

$$C_1 = -Y'_0\left(S \frac{R_1}{R_2}\right); \quad C_2 = J'_0\left(S \frac{R_1}{R_2}\right).$$

Таким образом, получим

$$\bar{K}_1(\rho) = -J_0(S_n \rho) \cdot Y'_0\left(S_n \frac{R_1}{R_2}\right) + J'_0\left(S_n \frac{R_1}{R_2}\right) \cdot Y_0(S_n \rho) -$$

собственные функции задачи. Нормирующий делитель

$$C_\gamma = \int_{\frac{R_1}{R_2}}^1 \rho \left[ Y_0(S_n \rho) J'_0\left(S_n \frac{R_1}{R_2}\right) - J_0(S_n \rho) \cdot Y'_0\left(S_n \frac{R_1}{R_2}\right) \right]^2 \cdot d\rho.$$

Обозначим  $\bar{K}_1(\rho) = V_0(S_n \rho)$ ;

$$V_0(S_n \rho) = Y_0(S_n \rho) \cdot J'_0\left(S_n \frac{R_1}{R_2}\right) - J_0(S_n \rho) \cdot Y'_0\left(S_n \frac{R_1}{R_2}\right),$$

причем  $\bar{K}_1(\rho)$  удовлетворяет условию ортогональности

$$\int_{\frac{R_1}{R_2}}^1 \rho \cdot V_0(S_n \rho) \cdot V_0(S_k \rho) d\rho = 0 \quad \text{при всех } k \neq n.$$

Вычислим нормирующий делитель. Если функции  $V_m(\lambda_m r)$  и  $V_n(\lambda_n r)$  взаимно ортогональны с весом  $r$ , то можно доказать интеграл [107]

$$\int_a^b r \cdot V_m^2(\lambda r) dr = \frac{r^2}{2} [V_m^2(\lambda r) + V_{m+1}^2(\lambda r)] \Big|_a^b.$$

Учитывая, что

$$[V_0(S_n \rho)]' = V_1(S_n \rho) = S_n Y'_0(S_n \rho) J'_0\left(S_n \frac{R_1}{R_2}\right) - S_n J'_0(S_n \rho) Y'_0\left(S_n \frac{R_1}{R_2}\right),$$

получим

$$\int_{\frac{R_1}{R_2}}^1 \rho V_0^2(S_n \rho) d\rho = \frac{\rho^2}{2} [V_0^2(S_n \rho) + V_1^2(S_n \rho)] \Big|_{\frac{R_1}{R_2}}^1 =$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{2} \left[ V_0^2(S_n) + V_1^2(S_n) \right] - \frac{1}{2} \left( \frac{R_1}{R_2} \right)^2 \cdot \left[ V_0^2 \left( S_n \frac{R_1}{R_2} \right) + V_1^2 \left( S_n \frac{R_1}{R_2} \right) \right] = \\
&= \frac{1}{2} \left[ \left\{ Y_0(S_n) J'_0 \left( S_n \frac{R_1}{R_2} \right) - J_0(S_n) Y'_0 \left( S_n \frac{R_1}{R_2} \right) \right\}^2 + \right. \\
&\quad \left. + S_n^2 \left\{ Y'_0(S_n) J'_0 \left( S_n \frac{R_1}{R_2} \right) - J'_0(S_n) Y'_0 \left( S_n \frac{R_1}{R_2} \right) \right\}^2 \right] - \\
&\quad - \frac{1}{2} \cdot \frac{R_1^2}{R_2^2} \left[ \left\{ Y_0 \left( S_n \frac{R_1}{R_2} \right) J'_0 \left( S_n \frac{R_1}{R_2} \right) - J_0 \left( S_n \frac{R_1}{R_2} \right) Y'_0 \left( S_n \frac{R_1}{R_2} \right) \right\}^2 + \right. \\
&\quad \left. + S_n^2 \left\{ Y'_0 \left( S_n \frac{R_1}{R_2} \right) J'_0 \left( S_n \frac{R_1}{R_2} \right) - J'_0 \left( S_n \frac{R_1}{R_2} \right) Y'_0 \left( S_n \frac{R_1}{R_2} \right) \right\}^2 \right].
\end{aligned}$$

Учитывая известное из теории Бесселевых функций тождество [107]

$$J'_m(\lambda x) \cdot Y_m(\lambda x) - J_m(\lambda x) \cdot Y'_m(\lambda x) = \frac{2}{\pi \lambda x},$$

а также характеристическое уравнение задачи

$$\begin{aligned}
&J'_0 \left( S_n \frac{R_1}{R_2} \right) Y'_0(S_n) - Y'_0 \left( S_n \frac{R_1}{R_2} \right) J'_0(S_n) = \\
&= \frac{B_i}{S_n} \left( J_0(S_n) \cdot Y'_0 \left( S_n \frac{R_1}{R_2} \right) - J'_0 \left( S_n \frac{R_1}{R_2} \right) \cdot Y_0(S_n) \right),
\end{aligned}$$

получим окончательно

$$\begin{aligned}
\int_{\frac{R_1}{R_2}}^1 \rho V_0^2(S_n \rho) d\rho &= \frac{1}{2} \left[ \left\{ Y_0(S_n) \cdot J'_0 \left( S_n \frac{R_1}{R_2} \right) - J_0(S_n) \cdot Y'_0 \left( S_n \frac{R_1}{R_2} \right) \right\}^2 + \right. \\
&\quad \left. + S_n^2 \cdot \frac{B_i^2}{S_n^2} \left\{ J_0(S_n) \cdot Y'_0 \left( S_n \frac{R_1}{R_2} \right) - J'_0 \left( S_n \frac{R_1}{R_2} \right) \cdot Y_0(S_n) \right\}^2 \right] - \\
&\quad - \frac{1}{2} \cdot \frac{R_1^2}{R_2^2} \cdot \frac{4R_2^2}{\pi^2 \cdot S_n^2 \cdot R_1^2} = \frac{1}{2} \left( 1 + B_i^2 \right) \cdot V_0^2(S_n) - \frac{2}{\pi^2 \cdot S_n^2},
\end{aligned}$$

где  $V_0(S_n) = Y_0(S_n) \cdot J'_0\left(S_n \cdot \frac{R_1}{R_2}\right) - J_0(S_n) \cdot Y'_0\left(S_n \frac{R_1}{R_2}\right)$ .

Нормирующий делитель:

$$C_\gamma = \frac{\pi^2 \cdot S_n^2 (1 + B_i^2) \cdot V_0^2(S_n) - 4}{2\pi^2 \cdot S_n^2}.$$

Осуществим интегральное преобразование:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{C_\gamma} \int_{\frac{R_1}{R_2}}^1 \left\{ \frac{1}{\rho} \left[ \frac{\partial}{\partial \rho} \left( \rho \frac{\partial \theta}{\partial \rho} \right) \right] + \frac{\partial^2 \theta}{\partial \xi^2} + U \frac{\partial \theta}{\partial \xi} + P_0 \right\} \times \\ & \times \rho \cdot \left[ Y_0(S_n \rho) \cdot J'_0\left(S_n \frac{R_1}{R_2}\right) - J_0(S_n \rho) \cdot Y'_0\left(S_n \frac{R_1}{R_2}\right) \right] d\rho = \\ & \frac{1}{C_\gamma} \int_{\frac{R_1}{R_2}}^1 \rho \cdot \left[ Y_0(S_n \rho) \cdot J'_0\left(S_n \frac{R_1}{R_2}\right) - J_0(S_n \rho) \cdot Y'_0\left(S_n \frac{R_1}{R_2}\right) \right] \cdot \frac{\partial \theta}{\partial F_0} \cdot d\rho. \end{aligned}$$

1. Вычисляем интегралы преобразования:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{C_\gamma} \int_{\frac{R_1}{R_2}}^1 \frac{\partial}{\partial \rho} \left( \rho \frac{\partial \theta}{\partial \rho} \right) V_0(S_n \rho) d\rho = \left. \begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial \rho} \left( \rho \frac{\partial \theta}{\partial \rho} \right) d\rho = dU; V = V_0(S_n \rho) \\ & U = \rho \frac{\partial \theta}{\partial \rho}; dV = S_n \cdot V'_0(S_n \rho) d\rho \end{aligned} \right| = \\ & = \frac{1}{C_\gamma} \left[ \rho \cdot \frac{\partial \theta}{\partial \rho} \cdot V_0(S_n \rho) \Big|_{\frac{R_1}{R_2}}^1 - \int_{\frac{R_1}{R_2}}^1 \rho \cdot \frac{\partial \theta}{\partial \rho} \left\{ -S_n Y_1(S_n \rho) \cdot J'_0\left(S_n \frac{R_1}{R_2}\right) + \right. \right. \\ & \left. \left. + S_n J_1(S_n \rho) \cdot Y'_0\left(S_n \frac{R_1}{R_2}\right) \right\} d\rho \right]. \end{aligned}$$

Используем известные тождества [107]

$$\frac{d}{dx} \cdot [x J_1(S_n x)] = x J_0(S_n x) \cdot S_n;$$

$$\frac{d}{dx} \cdot [x Y_1(S_n x)] = x Y_0(S_n x) \cdot S_n.$$

Последний интеграл запишется так:

$$-S_n J'_0 \left( S_n \frac{R_1}{R_2} \right) \int_{\frac{R_1}{R_2}}^1 \rho \frac{\partial \theta}{\partial \rho} Y_1(S_n \rho) d\rho + S_n Y'_0 \left( S_n \frac{R_1}{R_2} \right) \int_{\frac{R_1}{R_2}}^1 \rho \frac{\partial \theta}{\partial \rho} J_1(S_n \rho) d\rho.$$

Вычисляя по частям два последних интеграла, получим

$$\left| \begin{array}{l} \rho Y_1(S_n \rho) = V; \\ dV = \frac{d}{d\rho}(\rho Y_1(S_n \rho)) = \rho S_n Y_0(S_n \rho) d\rho; \end{array} \right. \quad \left. \begin{array}{l} \frac{\partial \theta}{\partial \rho} d\rho = dU \\ U = \theta \end{array} \right|$$

и

$$\left| \begin{array}{l} \rho J_1(S_n \rho) = V; \\ dV = \rho J_0(S_n \rho) \cdot S_n \cdot d\rho; \end{array} \right. \quad \left. \begin{array}{l} \frac{\partial \theta}{\partial \rho} d\rho = dU \\ U = \theta \end{array} \right| =$$

$$\begin{aligned} &= -S_n J'_0 \left( S_n \frac{R_1}{R_2} \right) \left\{ \theta \rho Y_1(S_n \rho) \Big|_{\frac{R_1}{R_2}}^1 - S_n \int_{\frac{R_1}{R_2}}^1 \theta \rho Y_0(S_n \rho) d\rho \right\} + \\ &+ S_n Y'_0 \left( S_n \frac{R_1}{R_2} \right) \left\{ \theta \rho J_1(S_n \rho) \Big|_{\frac{R_1}{R_2}}^1 - S_n \int_{\frac{R_1}{R_2}}^1 \theta \rho J_0(S_n \rho) d\rho \right\} = \\ &= -S_n J'_0 \left( S_n \frac{R_1}{R_2} \right) \cdot \theta \rho Y_1(S_n \rho) \Big|_{\frac{R_1}{R_2}}^1 + S_n Y'_0 \left( S_n \frac{R_1}{R_2} \right) \cdot \theta \rho J_1(S_n \rho) \Big|_{\frac{R_1}{R_2}}^1 + \\ &+ S_n^2 \int_{\frac{R_1}{R_2}}^1 \theta \rho \left[ J'_0 \left( S_n \frac{R_1}{R_2} \right) Y_0(S_n \rho) - Y'_0 \left( S_n \frac{R_1}{R_2} \right) J_0(S_n \rho) \right] d\rho. \end{aligned}$$

Следовательно,

$$\begin{aligned} \frac{1}{C_\gamma} \int_{\frac{R_1}{R_2}}^1 \frac{\partial}{\partial \rho} \left( \rho \frac{\partial \theta}{\partial \rho} \right) V_0(S_n \rho) d\rho &= \frac{1}{C_\gamma} \left\{ \rho \frac{\partial \theta}{\partial \rho} V_0(S_n \rho) \Big|_{\frac{R_1}{R_2}}^1 + \right. \\ &S_n J'_0 \left( S_n \frac{R_1}{R_2} \right) \cdot \theta \rho Y_1(S_n \rho) \Big|_{\frac{R_1}{R_2}}^1 - S_n Y'_0 \left( S_n \frac{R_1}{R_2} \right) \cdot \theta \rho J_1(S_n \rho) \Big|_{\frac{R_1}{R_2}}^1 - \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \left. - S_n^2 \int_{\frac{R_1}{R_2}}^1 \theta \rho V_0(S_n \rho) d\rho \right\} = -S_n^2 \tilde{\theta}(S, \xi, F_0) + \frac{1}{C_\gamma} \left\{ \rho \frac{\partial \theta}{\partial \rho} V_0(S_n \rho) \Big|_{\frac{R_1}{R_2}} + \right. \\
& \left. + S_n J'_0 \left( S_n \frac{R_1}{R_2} \right) \cdot \theta \rho Y_1(S_n \rho) \Big|_{\frac{R_1}{R_2}} - S_n Y'_0 \left( S_n \frac{R_1}{R_2} \right) \cdot \theta \rho J_1(S_n \rho) \Big|_{\frac{R_1}{R_2}} \right\} = \\
& = -S_n^2 \tilde{\theta} + \frac{1}{C_\gamma} \left\{ \frac{\partial \theta}{\partial \rho} \Big|_{\rho=1} \left[ Y_0(S_n) J'_0 \left( S_n \frac{R_1}{R_2} \right) - J_0(S_n) Y'_0 \left( S_n \frac{R_1}{R_2} \right) \right] - \right. \\
& - \frac{\partial \theta}{\partial \rho} \Big|_{\rho=\frac{R_1}{R_2}} \cdot \frac{R_1}{R_2} \left[ Y_0 \left( S_n \frac{R_1}{R_2} \right) J'_0 \left( S_n \frac{R_1}{R_2} \right) - J_0 \left( S_n \frac{R_1}{R_2} \right) Y'_0 \left( S_n \frac{R_1}{R_2} \right) \right] + \\
& + S_n J'_0 \left( S_n \frac{R_1}{R_2} \right) \cdot \theta \Big|_{\rho=1} \cdot Y_1(S_n) - S_n J'_0 \left( S_n \frac{R_1}{R_2} \right) \cdot \theta \Big|_{\rho=\frac{R_1}{R_2}} \cdot \frac{R_1}{R_2} Y_1 \left( S_n \frac{R_1}{R_2} \right) - \\
& \left. - S_n Y'_0 \left( S_n \frac{R_1}{R_2} \right) \cdot \theta \Big|_{\rho=1} \cdot J_1(S_n) + S_n Y'_0 \left( S_n \frac{R_1}{R_2} \right) \cdot \theta \Big|_{\rho=\frac{R_1}{R_2}} \cdot \frac{R_1}{R_2} J_1 \left( S_n \frac{R_1}{R_2} \right) \right\};
\end{aligned}$$

но  $\frac{\partial \theta}{\partial \rho} \Big|_{\rho=\frac{R_1}{R_2}} = 0$  - граничное условие задачи. Получим

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{C_\gamma} \int_{\frac{R_1}{R_2}}^1 \frac{\partial}{\partial \rho} \left( \rho \frac{\partial \theta}{\partial \rho} \right) V_0(S_n \rho) d\rho = \frac{1}{C_\gamma} \left\{ \frac{\partial \theta}{\partial \rho} \Big|_{\rho=1} \left[ Y_0(S_n) J'_0 \left( S_n \frac{R_1}{R_2} \right) - J_0(S_n) Y'_0 \left( S_n \frac{R_1}{R_2} \right) \right] + \right. \\
& + S_n \theta \Big|_{\rho=1} \left[ J'_0 \left( S_n \frac{R_1}{R_2} \right) Y_1(S_n) - Y'_0 \left( S_n \frac{R_1}{R_2} \right) J_1(S_n) \right] + \left( \frac{R_1}{R_2} \right) S_n \theta \Big|_{\rho=\frac{R_1}{R_2}} \times \\
& \left. \times \left[ Y'_0 \left( S_n \frac{R_1}{R_2} \right) \cdot J_1 \left( S_n \frac{R_1}{R_2} \right) - J'_0 \left( S_n \frac{R_1}{R_2} \right) \cdot Y_1 \left( S_n \frac{R_1}{R_2} \right) \right] \right\} - S_n^2 \tilde{\theta};
\end{aligned}$$

но

$$\left[ Y'_0 \left( S_n \frac{R_1}{R_2} \right) \cdot J_1 \left( S_n \frac{R_1}{R_2} \right) - J'_0 \left( S_n \frac{R_1}{R_2} \right) \cdot Y_1 \left( S_n \frac{R_1}{R_2} \right) \right] =$$

$$= -Y_1\left(S_n \frac{R_1}{R_2}\right) \cdot J_1\left(S_n \frac{R_1}{R_2}\right) + J_1\left(S_n \frac{R_1}{R_2}\right) \cdot Y_1\left(S_n \frac{R_1}{R_2}\right) = 0.$$

Кроме того, используя граничное условие,

$$J'_0\left(S_n \frac{R_1}{R_2}\right) Y'_0(S_n) - Y'_0\left(S_n \frac{R_1}{R_2}\right) J'_0(S_n) = \frac{B_i}{S_n} \left[ J_0(S_n) Y'_0\left(S_n \frac{R_1}{R_2}\right) - J'_0\left(S_n \frac{R_1}{R_2}\right) Y_0(S_n) \right].$$

Учитывая, что

$$\begin{aligned} J'_0\left(S_n \frac{R_1}{R_2}\right) Y'_1(S_n) - Y'_0\left(S_n \frac{R_1}{R_2}\right) J'_1(S_n) &= -J'_0\left(S_n \frac{R_1}{R_2}\right) Y'_0(S_n) + Y'_0\left(S_n \frac{R_1}{R_2}\right) J'_0(S_n) = \\ &= \frac{B_i}{S_n} \left[ J'_0\left(S_n \frac{R_1}{R_2}\right) Y_0(S_n) - J_0(S_n) Y'_0\left(S_n \frac{R_1}{R_2}\right) \right], \end{aligned}$$

окончательно

$$\begin{aligned} &\frac{1}{C_\gamma} \int_{\frac{R_1}{R_2}}^1 \frac{\partial}{\partial \rho} \left( \rho \frac{\partial \theta}{\partial \rho} \right) V_0(S_n \rho) d\rho = \\ -S_n^2 \tilde{\theta} + \frac{1}{C_\gamma} &\left\{ \left( \frac{\partial \theta}{\partial \rho} \right)_{\rho=1} + B_i \theta_{\rho=1} \right\} \cdot \left[ Y_0(S_n) J'_0\left(S_n \frac{R_1}{R_2}\right) - J_0(S_n) Y'_0\left(S_n \frac{R_1}{R_2}\right) \right] \right\} = -S_n^2 \tilde{\theta} \end{aligned}$$

Таким образом, получим

$$\frac{1}{C_\gamma} \int_{\frac{R_1}{R_2}}^1 \frac{\partial}{\partial \rho} \left( \rho \frac{\partial \theta}{\partial \rho} \right) V_0(S_n \rho) d\rho = -S_n^2 \bar{\theta}_n(S, \xi, F_0);$$

$$\frac{1}{C_\gamma} \int_{\frac{R_1}{R_2}}^1 \frac{\partial^2 \theta}{\partial \xi^2} \cdot \rho \cdot V_0(S_n \rho) d\rho = \frac{\partial^2 \bar{\theta}_n}{\partial \xi^2};$$

$$\frac{1}{C_\gamma} \int_{\frac{R_1}{R_2}}^1 U \frac{\partial \theta}{\partial \xi} \cdot \rho \cdot V_0(S_n \rho) d\rho = U \frac{\partial \bar{\theta}_n}{\partial \xi};$$

$$\frac{1}{C_\gamma} \int_{\frac{R_1}{R_2}}^1 P_0 \cdot \rho \cdot V_0(S_n \rho) d\rho = \bar{P}_{0i};$$



$$\frac{1}{C_\gamma} \int_{\frac{R_1}{R_2}}^1 \frac{\partial \theta}{\partial F_0} \cdot \rho \cdot V_0(S_n \rho) d\rho = \frac{\partial^2 \bar{\theta}_n}{\partial F_0}.$$

Тогда уравнение (4.136) запишется в виде

$$-S_n^2 \bar{\theta}(S, \xi, F_0) + \frac{\partial^2 \bar{\theta}_n}{\partial \xi^2} + U \frac{\partial \bar{\theta}_n}{\partial \xi} + \bar{P}_{0n} = \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial F_0}. \quad (4.140)$$

Дальнейшее решение аналогично задаче разд. 4.4.1.

2. По координате  $\xi$  применим комплексное преобразование Фурье:

$$\tilde{\theta}_{nc}(S, p, F_0) = \int_{-\infty}^{+\infty} \bar{\theta}_n(S, \xi, F_0) \cdot e^{-ip\xi} \cdot d\xi.$$

Тогда получим линейное дифференциальное уравнение

$$\frac{d\tilde{\theta}_{nc}}{dF_0} + \tilde{\theta}_{nc}(S_n^2 + p^2 - Uip) - \tilde{P}_{0nc} = 0. \quad (4.141)$$

3. Решение данного уравнения запишется в виде

$$\tilde{\theta}_{nc} = \int_0^{F_0} e^{(\tau - F_0)(S_n^2 + p^2 - Uip)} \cdot \tilde{P}_{0nc} \cdot d\tau.$$

4. Обратное комплексное преобразование Фурье:

$$\bar{\theta}_n(S, \xi, F_0) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{\theta}_{nc}(S, p, F_0) \cdot e^{-ip\xi} \cdot dp,$$

или, подставляя значение  $\tilde{\theta}_{nc}$ , получим

$$\bar{\theta}_n(S, \xi, F_0) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{F_0} e^{-S_n^2 \cdot t} \cdot \left[ \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-t(p^2 - Uip) + ip\xi} \cdot \tilde{P}_{0nc}(S, p, F_0) dp \right] \cdot dt.$$

Вычислим внутренний интеграл:

$$\frac{1}{C_\gamma} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-t(p^2 - Uip) + ip\xi} \left\{ \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-ip\xi} \int_{\frac{R_1}{R_2}}^1 \frac{K_i}{1 - \rho_1} \delta(\rho) \delta(\xi) \times \right.$$

$$\left. \times \left[ Y_0(S_n \rho) \cdot J'_0 \left( S_n \frac{R_1}{R_2} \right) - J_0(S_n \rho) \cdot Y'_0 \left( S_n \frac{R_1}{R_2} \right) \right] \rho \cdot d\rho \cdot d\xi \right\} dp.$$

Интегрируя по переменной  $\rho$ , получим

$$\begin{aligned}
& \delta(\xi) \int_{\frac{R_1}{R_2}}^1 \frac{K_i}{1-\rho_1} \delta(\rho) \cdot V_0(S_n \rho) \cdot \rho \cdot d\rho = \\
& \delta(\xi) K_i \cdot \lim_{\rho_1 \rightarrow 1} \frac{\int_{\frac{R_1}{R_2}}^{\rho_1} 0 \cdot V_0(S_n \rho) \rho d\rho + \int_{\frac{R_1}{R_2}}^1 1 \cdot V_0(S_n \rho) \rho d\rho}{1-\rho_1} = \\
& = \delta(\xi) K_i \cdot \lim_{\rho_1 \rightarrow 1} \frac{\frac{\partial}{\partial \rho_1} \int_{\rho_1}^1 \left[ Y_0(S_n \rho) J'_0\left(S_n \frac{R_1}{R_2}\right) - J_0(S_n \rho) Y'_0\left(S_n \frac{R_1}{R_2}\right) \right] \rho \cdot d\rho}{\frac{\partial}{\partial \rho_1} (1-\rho_1)} = \\
& = -\delta(\xi) K_i \left[ Y_0(S_n) J'_0\left(S_n \frac{R_1}{R_2}\right) - J_0(S_n) Y'_0\left(S_n \frac{R_1}{R_2}\right) \right] = -\delta(\xi) K_i V_0(S_n).
\end{aligned}$$

По переменной  $\xi$ :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-ip\xi} [-\delta(\xi)] K_i \cdot V_0(S_n) \cdot d\xi = \frac{K_i \cdot V_0(S_n)}{ip} (e^{-iph} - e^{iph});$$

и, наконец, по переменной  $p$ , получим формулу:

$$\begin{aligned}
\bar{\theta}_n(S, \xi, F_0) &= \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{C_\gamma} \int_0^{F_0} e^{-S_n^2 \cdot t} \frac{K_i V_0(S_n)}{1} \cdot \frac{\sqrt{\pi}}{2} \left[ \operatorname{erf}\left(\frac{h-\xi-Ut}{\sqrt{t}}\right) + \operatorname{erf}\left(\frac{h+\xi+Ut}{\sqrt{t}}\right) \right] dt = \\
&= \frac{1}{2\pi \cdot C_\gamma} \int_0^{F_0} e^{-S_n^2 \cdot t} \cdot K_i \cdot V_0(S_n) \cdot \Phi(\xi, t) \cdot dt,
\end{aligned}$$

где  $\Phi(\xi, t) = \frac{\sqrt{\pi}}{2} \left[ \operatorname{erf}\left(\frac{h-\xi-Ut}{\sqrt{t}}\right) + \operatorname{erf}\left(\frac{h+\xi+Ut}{\sqrt{t}}\right) \right]$ .

Переход от изображения  $\bar{\theta}_n$  к оригиналу  $\theta(\rho, \xi, F_0)$  осуществим по формуле:

$$\theta(\rho, \xi, F_0) = \sum_{n=1}^{\infty} \bar{\theta}_n(S, \xi, F_0) \cdot \bar{K}_1(\rho).$$

Тогда решение поставленной задачи запишется в таком виде:

$$\theta(\rho, \xi, F_0) = \pi \sum_{n=1}^{\infty} \frac{S_n^2 V_0(S_n) V_0(S_n \rho)}{\pi^2 S_n^2 (1 + B_i^2) V_0^2(S_n) - 4} \times$$

$$\times \int_0^{F_0} e^{-S_n^2 \cdot t} \cdot K_i \cdot \Phi(\xi, t) \cdot dt. \quad (4.142)$$

Данная модель может быть применена для оценки среднеинтегральных деталей, например, полых винтов.

#### 4.5. ШЛИФОВАНИЕ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ДЕТАЛЕЙ С ВИНТОВЫМ ИСТОЧНИКОМ ТЕПЛА.

Расчетная схема задачи максимально приближена к реальной схеме (рис. 4.36). Источник тепла – прямоугольник шириной  $L$  и длиной  $2hk$  – движется по винтовой линии. Угловая скорость перемещения источника  $W$ , осевая  $V$ , радиус цилиндра  $R$ .

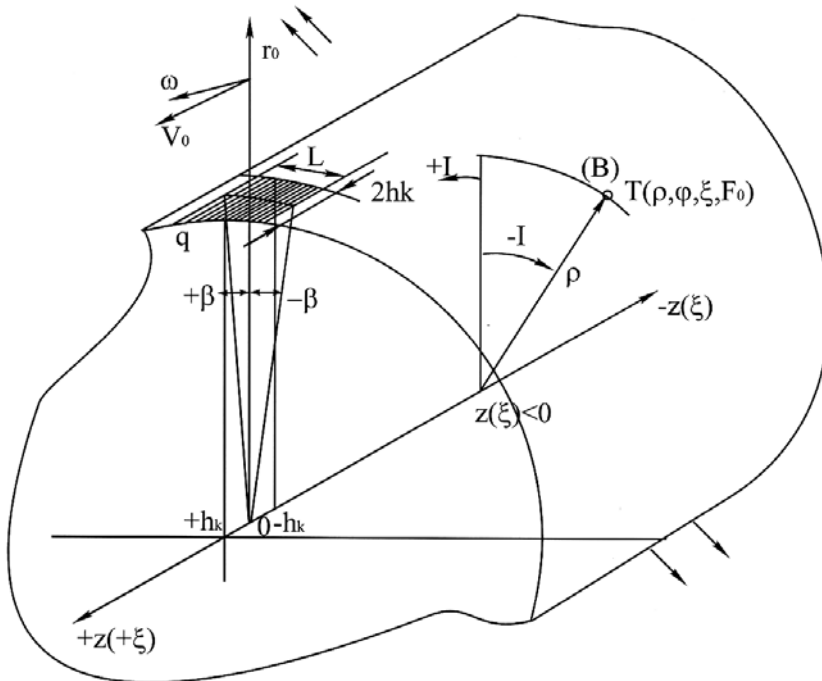


Рис.4.36. Расчетная схема шлифования цилиндрических деталей с винтовым источником тепла.

На поверхности цилиндра задан теплообмен ( $\alpha \neq 0$ ). Источник подействовал и одновременно начал движение в момент времени  $\tau=0$ . Необходимо найти температуру в момент времени  $\tau=1$  от начала движения. Как предыдущая, данная задача решается в цилиндрических подвижных

осях координат. Полярная ось  $r_0$  проходит через центр площадки ( $2hk \times L$ ) и движется вместе с источником, т.е. ось  $r_0$  описывает поверхность прямого геликоида. Температурное поле задачи несимметричное, поэтому имеет место координата  $\varphi$ .

Дифференциальное уравнение теплопроводности в относительных координатах запишется в виде:

$$\frac{\partial \theta}{\partial F_0} = \frac{1}{\rho} \left( \rho \frac{\partial \theta}{\partial \rho} \right)'_{\rho} + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2 \theta}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial \xi^2} + \Omega \frac{\partial \theta}{\partial \varphi} + U \frac{\partial \theta}{\partial \xi} + P_0. \quad (4.143)$$

Начальные и граничные условия задачи записываются так:

$$\theta|_{F_0} = 0; \quad \left. \frac{\partial \theta}{\partial \rho} + B_i \theta(\rho, \varphi, \xi, F_0) \right|_{\rho=1} = 0 \quad \left. \frac{\partial \theta}{\partial \xi} \right|_{\xi=\pm\infty} = 0; \\ \theta|_{\varphi=0} = \theta|_{\varphi=2\pi}, \quad (4.144)$$

где  $\theta = \frac{T - T_0}{T_0}$  - безразмерная температура;  $F_0 = \frac{a\tau}{R^2}$  - число Фурье;

$\Omega = \frac{w}{a} R^2$  - безразмерный комплекс, характеризующий скорость

вращения;  $U = \frac{V}{a} R$  - безразмерный комплекс, характеризующий

движения вдоль оси;  $B_i = \frac{a}{\lambda} R$  - критерий Био;  $\rho = \frac{r}{R}$ ;  $\xi = \frac{z}{R}$  - относительные координаты.

Источник тепла описывается критерием Поперанцева:

$$P_0 = \frac{K_i}{1 - \rho_1} \delta(\varphi) \delta(\xi) \delta(\rho),$$

где  $K_i = \frac{qR}{\lambda T_0}$  - критерий Кирпичева;  $\delta(\varphi)$ ;  $\delta(\xi)$ ;  $\delta(\rho)$  - дельта функции, причем

$$\delta(\varphi) = \begin{cases} 1; & |\varphi| \leq \beta \\ 0; & |\varphi| > \beta \end{cases};$$

$$\delta(\xi) = \begin{cases} 1; & |\xi| \leq h \\ 0; & |\xi| > h \end{cases}, \quad \text{где } h = \frac{hk}{R};$$

$$\delta(\rho) = \begin{cases} 1; & \rho_1 \leq \rho \leq 1 \\ 0; & \rho < \rho_1 \end{cases}, \quad \text{если } \rho_1 \rightarrow 1.$$

Последовательность решения задачи

1. Преобразование по координате  $\varphi$ .
2. Преобразование по координате  $\rho$ .
3. Преобразование по координате  $\xi$ .
4. Решение обыкновенного дифференциального уравнения.
5. Обратный переход по координате  $\xi$ .
6. Обратный переход по координате  $\rho$ .
7. Обратный переход по  $\varphi$ .

Предлагаем читателям самостоятельно вывести решения задачи. Некоторые опорные формулы при решении задачи имеют вид:

А. Преобразование по координате  $\varphi$  осуществляется с ядром

$$\overline{K}_\varphi = \cos m(\varphi + \Omega\tau), \text{ где } m=0, 1, 2 \dots \infty.$$

После преобразования уравнение выглядит так:

$$\frac{\partial \overline{T}_c}{\partial F_0} = \frac{1}{\rho} \left[ \frac{\partial}{\partial \rho} \left( \rho \frac{\partial \overline{T}_c}{\partial \rho} \right) \right] - \frac{m^2}{\rho^2} \overline{T}_c + \frac{\partial^2 \overline{T}_c}{\partial \xi^2} + U \frac{\partial \overline{T}_c}{\partial \xi} + \overline{P}_{0c}. \quad (4.145)$$

Б. Собственные функции преобразования по координате  $\rho$  находятся из уравнения

$$\rho^2 \frac{d^2 \overline{K}_s}{d\rho^2} + \rho \frac{d\overline{K}_s}{d\rho} + \overline{K}_s [\rho^2 S_m^2 - m^2] = 0.$$

Характеристическое уравнение имеет вид

$$B_i J_m(S_m) + [J_m(S_m \rho)]' \rho \Big|_{\rho=1} = 0,$$

где каждому  $m$  соответствует бесконечное множество положительных корней  $S_{mn}$ , например,  $m=0$ :  $S_{01}, S_{02}, S_{03}, S_{0n}$  (собственные числа.)

Собственная функция преобразования по  $\rho$  такова:

$$\overline{K}_s = J_m(S_{mn} \rho).$$

Нормирующий делитель:

$$C_s = \frac{1}{2} \left( \frac{S_{mn}^2 + B_i^2 - m^2}{S_{mn}^2} \right) J_m^2(S_{mn}).$$

После преобразования по координате  $\rho$  уравнение (4.143) запишется таким образом:

$$\frac{\partial \overline{T}_{cn}}{\partial F_0} = -S_{mn}^2 \overline{T}_{cn} + \frac{\partial^2 \overline{T}_{cn}}{\partial \xi^2} + U \frac{\partial \overline{T}_{cn}}{\partial \xi} + \overline{P}_{0cn}. \quad (4.146)$$

В. По координате  $\xi$  применяется комплексное преобразование Фурье:

$$\tilde{T}_{cnc'}(S, m, p, F_0) = \int_{-\infty}^{+\infty} \overline{T}_{cn}(S, m, \xi, F_0) e^{-ip\xi} d\xi,$$

тогда получим операторное уравнение

$$\frac{\partial \tilde{T}_{cnc'}}{\partial F_0} + (S_{mn}^2 + p^2 - Uip) \tilde{T}_{cnc'} - \tilde{P}_{0cnc'} = 0.$$

Г. Решение уравнения:

$$\tilde{T}_{снс'} = \int_0^{F_0} e^{(\tau-F_0)(S_{mn}^2 + p^2 - Uip)} \tilde{P}_{0снс'} d\tau.$$

Д. Обратное комплексное преобразование Фурье:

$$\overline{T}_{сн} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{T}_{снс'} e^{+ip\xi} dp.$$

Тогда после преобразования получим:

$$\overline{T}_{сн} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{F_0} e^{-S_{mn}^2 \cdot t} \left[ \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-t(p^2 - Uip) + ip\xi} \tilde{P}_{0снс'} dp \right] dt,$$

или после вычисления интегралов:

$$\overline{T}_{сн} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{F_0} e^{-S_{mn}^2 t} \frac{2K_i \sin m\beta}{mC_s} \Phi(\xi, t) dt,$$

где 
$$\Phi(\xi, t) = \frac{\sqrt{\pi}}{2} \left[ \operatorname{erf} \left( \frac{h - \xi - Ut}{\sqrt{t}} \right) + \operatorname{erf} \left( \frac{h + \xi + Ut}{\sqrt{t}} \right) \right].$$

Е. Обратное преобразование Ханкеля осуществляется по формуле:

$$\theta(\rho, \varphi, \xi, F_0) = \frac{1}{\pi} \overline{T}_c|_{m=0} + \frac{1}{\pi} \sum_{m=1}^{\infty} \overline{T}_c \cos m(\varphi + \Omega\tau).$$

Решение задачи имеет вид:

$$\begin{aligned} \theta = & \frac{2\beta}{\pi^2} \left\{ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{S_{0n}^2 J_0(S_{0n}\rho)}{J_0^2(S_{0n})(S_{0n}^2 + B_i^2)} \int_0^{F_0} e^{-S_{0n}^2(F_0 - \tau)} K_i \Phi(\xi, F_0 - \tau) d\tau + \right. \\ & \left. + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\sin m\beta}{m\beta} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{S_{mn}^2 J_m(S_{mn}\rho)}{J_m^2(S_{mn})(S_{mn}^2 + B_i^2 - m^2)} \int_0^{F_0} e^{-S_{mn}^2(F_0 - \tau)} K_i \Phi(\xi, F_0 - \tau) \times \right. \\ & \left. \times \cos m(\varphi + \Omega\tau) d\tau \right\}. \end{aligned} \quad (4.147)$$

Для расчета температур по (4.147) необходимо определить безразмерное время Фурье. Например, требуется рассчитать температуры в цилиндрической заготовке длиной  $L$  в момент окончания обработки. Тогда в решение (4.147) подставляем  $F_0 = \frac{aL}{R^2 V_0}$ . Будем счи-

тать, что в момент времени  $F_0$  полярная ось находится в вертикальной плоскости осевого сечения цилиндра, координата точки  $B$  откладывается в конечном положении подвижных осей:

$\xi = \frac{z}{R}$  ( $\xi < 0$ );  $\rho = \frac{r}{R}$ ;  $\varphi > 0$  - против часовой стрелки от верти-

кального луча;  $\varphi > 0$  - по часовой стрелке.

Данное решение, как и предыдущее, не учитывает адиабатических торцевых поверхностей деталей при  $\xi = 0$  и  $\xi = -\frac{Lp}{R}$ .

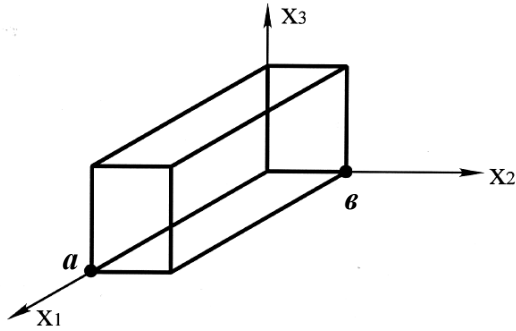


Рис.4.37. Расчетная схема.

### Приложение

Задача 1. Установить закон распространения тепла в прямоугольном параллелепипеде (рис. 4.37)  $0 \leq x_1 \leq a$ ,  $0 \leq x_2 \leq b$ ,  $0 \leq x_3 \leq c$ .

Начальная температура  $T|_{t=0} = f(x_1, x_2, x_3)$ . Параллелепипед помещен в охлаждающую среду, на поверхности осуществляется теплообмен.

Дифференциальное уравнение,

граничные и начальные условия запишутся так:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial x_3^2} = \frac{1}{k} \frac{\partial T}{\partial t};$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial T}{\partial x_1} - hT|_{x_1=0} &= 0; & \frac{\partial T}{\partial x_1} - hT|_{x_1=a} &= 0; \\ \frac{\partial T}{\partial x_2} - hT|_{x_2=0} &= 0; & \frac{\partial T}{\partial x_2} - hT|_{x_2=b} &= 0; \\ \frac{\partial T}{\partial x_3} - hT|_{x_3=0} &= 0; & \frac{\partial T}{\partial x_3} - hT|_{x_3=c} &= 0; \end{aligned}$$

$$T_0 = f(x_1, x_2, x_3).$$

Задача 2. Решить задачу 1 при следующих граничных и начальных условиях (совмещенные)

$$\begin{aligned} \frac{\partial T}{\partial x_1} - hT|_{x_1=0} &= 0; & \frac{\partial T}{\partial x_1} - hT|_{x_1=a} &= 0; \\ \frac{\partial T}{\partial x_2} - hT|_{x_2=0} &= 0; & \frac{\partial T}{\partial x_2} - hT|_{x_2=b} &= 0; \\ T|_{x_3=0} &= 0; & T|_{x_3=c} &= 0. \end{aligned}$$

Задача 3. Решить задачу разд. 4.4.2 (рис. 4.38) при условии наличия теплообмена на внутреннем диаметре цилиндра, т.е. при ГУ

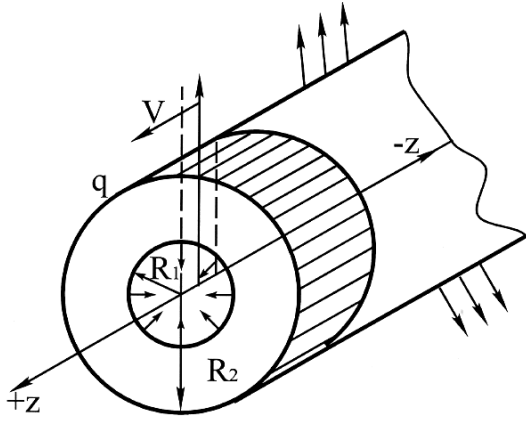


Рис.4.38. Расчетная схема.

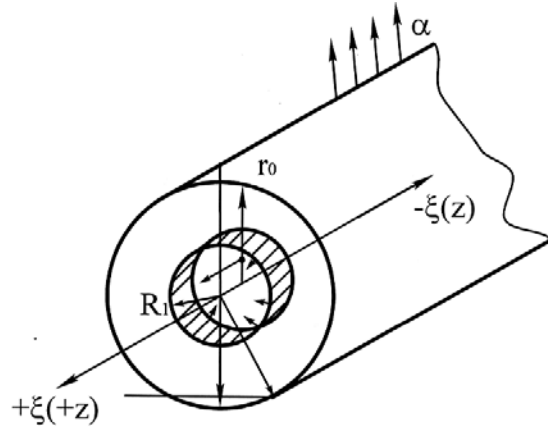


Рис.4.39. Расчетная схема.

$$\left. \frac{\partial \theta}{\partial \rho}(\rho, \xi, F_0) + B_i \theta(\rho, \xi, F_0) \right|_{\rho=1} = 0;$$

$$\left. \frac{\partial \theta}{\partial \rho}(\rho, \xi, F_0) - B_i \theta(\rho, \xi, F_0) \right|_{\rho=\frac{R_1}{R_2}} = 0;$$

Остальные данные задачи аналогичны.

Задача 4. Решить задачу 3 при условии движения источника тепла по внутренней поверхности бесконечного цилиндра и ГУ (рис.4.39).

$$\left. \frac{\partial \theta}{\partial \rho}(\rho, \xi, F_0) + B_i \theta(\rho, \xi, F_0) \right|_{\rho=1} = 0;$$

$$\left. \frac{\partial \theta}{\partial \rho}(\rho, \xi, F_0) - B_i \theta(\rho, \xi, F_0) \right|_{\rho=\frac{R_1}{R_2}} = 0.$$

#### 4.6. ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ.

Одним из наиболее распространенных численных методов решения задач теории теплопроводности является метод разностных схем, который, в свою очередь, основывается на положениях теории конечных разностей. Теория конечных разностей, первоначально имевшая основным своим приложением лишь приближенные вычисления, в XX в. оформилась в направление математики – дискретный анализ. Предварительно рассмотрим некоторые интересующие нас положения теории. Если  $y = f(x)$  - функция одной переменной задана в явном виде, то, как известно, производная от данной функции

$$y'(x_0) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \operatorname{tg} \alpha,$$



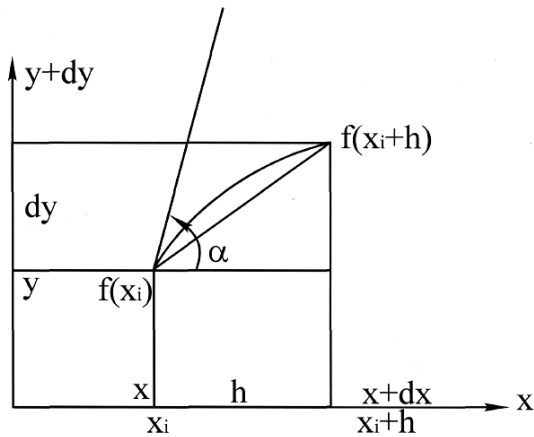


Рис.4.40. Геометрическая схема конечной разности.

т.е. определяет тангенс угла наклона касательной к графику функции  $f(x)$  в точках  $x = x_0$  (рис. 4.40).

Эту непрерывную величину можно заменить дискретной разностью

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \alpha &= \frac{\partial f}{\partial x} \approx \frac{f(x_i + h) - f(x_i)}{h} = \\ &= y_x^+ = \Delta y_i \end{aligned} \quad (4.148)$$

Берется разность значения функции  $f(x)$  в двух соседних точках, отстоящих на величину шага

$h$ . Данное выражение называется правой конечной разностью первого порядка, записанной для точки  $x_i$ .

Однако производная в точке  $x_i$  может быть представлена и другими разностными схемами, например:

$$\frac{dy}{dx} \approx \frac{y(x_i + h) - y(x_i - h)}{2h} = y_x^- = \nabla y_i. \quad (4.149)$$

Это выражение также определяет производную и называется левой конечной разностью первого порядка. Кроме того, возможна и другая аппроксимация:

$$\frac{dy}{dx} \approx \frac{y(x_i + h) - y(x_i - h)}{2h} = y_x^0, \quad (4.150)$$

которая называется центральной разностной производной. Возникает вопрос: какая разностная схема наиболее точная?

Для конкретной постановки задачи пригодны только такие разностные схемы, в которых при уменьшении шага  $h$  (шаг сетки) решение разностного уравнения стремится к решению дифференциального исходного уравнения.

Таким образом, исходное дифференциальное уравнение записывается разностным уравнением. Одновременно начальные и граничные условия задачи также представляются разностными уравнениями. Подставляя в разностное уравнение значение функции  $f(x)$  в узловых точках,  $x_1, x_2, \dots, x_i (i = n)$ , получаем систему алгебраических линейных уравнений. Решая данную систему, находим не функцию  $f(x)$ , как в случае дифференциального уравнения, а значение приближенной функции  $V(x_i)$  в  $i = n$  точках.

Разностная схема считается приемлемой, если  $V(x_i) - y(x) \rightarrow 0$  при уменьшении шага  $h$  разностной схемы. Ошибка, допускаемая при использовании той или иной разностной схемы, зависит от физической схемы решаемой задачи. В зависимости от вида задачи (задача

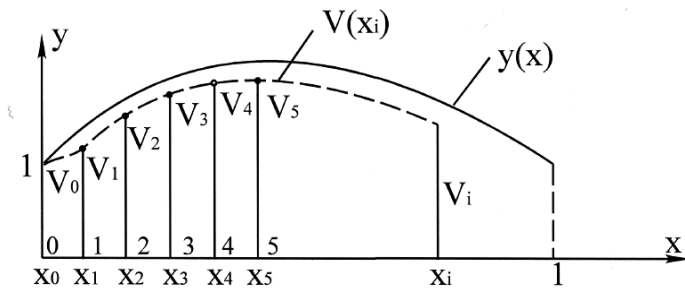


Рис.4.41. Схема задачи интерполяции.

теплопроводности, волновая задача, задача теории упругости) применяются различные аппроксимации. В зависимости от применяемой разностной схемы сходимость задачи различия. Методы анализа сходимости

решений рассматриваются в [218].

Рассмотрим пример применения теории разностных схем.

Найти решение уравнения

$$\frac{dy}{dx} + \frac{1}{5}y(x) = f(x), \quad (4.151)$$

удовлетворяющее НУ:  $y(0) = 1$ .

Будем искать решение задачи на интересующем нас интервале, например от  $x = 0$  до  $x = 1$ .

1. Разделим интервал от  $x = 0$  до  $x = 1$  на  $n$  равных частей

$$h = \frac{1}{n}.$$

2. Заменяем оператор дифференцирования разностной схемой, например, правой конечной разностью. Получим уравнение:

$$\frac{V(x_i + h) - V(x_i)}{h} + \frac{1}{5}V(x_i) = f(x_i), \quad (4.152)$$

где  $y(x)$  заменено  $V(x_i)$ , или (4.152) записывает в виде

$$V(x_i + h) - V(x_i) + \frac{1}{5}hV(x_i) = hf(x_i). \quad (4.153)$$

Начальное условие  $V(0) = 1$ . На рис.4.41 приведена разностная сетка решаемой задачи.

Уравнение (4.153) называется разностным уравнением, эквивалентным (4.151). Подставим в (4.153) первый “узел” схемы  $x = x_0$ , получим

$$V(x_0 + h) - V(x_0) + \frac{1}{5}hV(x_0) = hf(x_0),$$

но  $V(x_0 + h) = V_1$ , а  $V(x_0) = V_0$ , тогда первое уравнение системы запишется так:

$$V_1 - V_0 + \frac{1}{5}hV_0 = hf(x_0),$$

Далее подставим в (4.153) второй “узел” схемы  $x = x_1$ , получим уравнение

$$V_2 - V_1 + \frac{1}{5}hV_1 = hf(x_1), \text{ и т.д.}$$

Система запишется таким образом:

$$\left\{ \begin{array}{l} V_1 - V_0 + \frac{1}{5}hV_0 = hf(x_0) \\ V_2 - V_1 + \frac{1}{5}hV_1 = hf(x_1) \\ V_3 - V_2 + \frac{1}{5}hV_2 = hf(x_2) \\ \dots\dots\dots \\ V_{i+1} - V_i + \frac{1}{5}hV_i = hf(x_i) \\ V_n - V_{n-1} + \frac{1}{5}hV_{n-1} = hf(x_{n-1}) \end{array} \right. \quad (4.154)$$

Учитывая, что  $V_0 = V(x_0) = 1$ , из первого уравнения получим

$$V_1 = hf(x_0) + V_0 - \frac{1}{5}hV_0 = hf(x_0) + 1 - \frac{1}{5}h.$$

Тогда из второго уравнения

$$\begin{aligned} V_2 &= hf(x_1) + V_1 - \frac{1}{5}hV_1 = \\ &= hf(x_1) + \left[ hf(x_0) + 1 - \frac{1}{5}h \right] - \frac{1}{5}h \left[ hf(x_0) + 1 - \frac{1}{5}h \right]. \end{aligned}$$

Такой метод последовательного нахождения значений функций  $V(x_i)$  в теории разностных систем получил название метода “прогонки”. Для оценки сходимости полученного решения уменьшаем шаг сетки, например  $h = \frac{1}{n+10}$ , и повторим алгоритм. Если полученные значения  $V(x_i)$  отличаются от предыдущих не более чем на 5%, то можно считать решение приемлемым.

Однако наиболее эффективно применение разностных уравнений для решения задач математической физики. При этом аппроксимируются дифференциальные уравнения в частных производных. Соответственно приходится искать функции двух или трех переменных, заданных на сетке, т.е. на дискретном множестве точек. Число этих точек достигает десятков и даже сотен тысяч. В результате получаем систему того же количества разностных уравнений.

Прежде чем переходить к рассмотрению уравнений в частных производных, рассмотрим аппроксимации производных более высоких порядков.

Найдем аппроксимацию второй разностной производной двух переменных  $U(x, y)$ . Будем для простоты разностную функцию обозначать  $U$ .

Разложим функцию  $U(x, y)$  по степеням  $h$  переменной  $x$  в ряд Тейлора:

$$U(x+h, y) - U(x, y) = \frac{\partial U}{\partial x} \Big|_x \cdot h + \frac{1}{2!} \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} \Big|_x \cdot h^2 + \frac{1}{3!} \frac{\partial^3 U}{\partial x^3} \Big|_x \cdot h^3 + \dots$$

Теперь подставим вместо  $h$  значение  $(-h)$ . Имеем

$$U(x-h, y) - U(x, y) = -\frac{\partial U}{\partial x} \Big|_x \cdot h + \frac{1}{2!} \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} \Big|_x \cdot h^2 - \frac{1}{3!} \frac{\partial^3 U}{\partial x^3} \Big|_x \cdot h^3 + \dots$$

Сложим эти два выражения. Учитывая, что шаг сетки  $h \rightarrow 0$ , можно отбросить производные четвертого и высшего порядков.

Получим

$$U(x+h, y) - 2U(x, y) + U(x-h, y) = \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} \Big|_x \cdot h^2 + q(h), \text{ где } q(h) \rightarrow 0.$$

Теперь

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} \approx \frac{1}{h^2} [U(x+h; y) - 2U(x, y) + U(x-h, y)]. \quad (4.155)$$

По аналогии

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} \approx \frac{1}{h_1^2} [U(x, y+h_1) - 2U(x, y) + U(x, y-h_1)],$$

где  $h$  - шаг сетки по координате  $x$ , а  $h_1$  - шаг сетки по координате  $y$ .

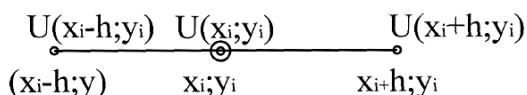


Рис.4.42. Двухточечный шаблон.

Таким образом, вторая производная в точке  $x = x_i$  сводится к

трехточечному шаблону, например для  $\frac{\partial^2 U}{\partial x^2}$ , схема имеет вид, как на рис. 4.42.

Найдем разностную аппроксимацию смешанной производной второго порядка  $\frac{\partial^2 U}{\partial x \partial y}$ . В [218] установлено, что наибольшая точность приближения будет в том случае, если вычислять указанную разность по формуле

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x \partial y} = \frac{1}{2} \left[ \left( U_x^- \right)_y^+ + \left( U_x^+ \right)_y^- \right], \quad (4.156)$$

где  $\left( U_x^- \right)_y^+$  означает следующее.

От  $U$  находится левая конечная разность по переменной  $x$ , а затем от полученного выражения берется правая конечная разность от переменной  $y$ ;  $\left( U_x^- \right)_y^+$  - правая конечная разность по  $x$ , а затем левая конечная разность по  $y$ .

Учитывая, что шаг сетки по переменной  $x - h_1$ , а по переменной  $y - h_2$ , получим

$$\begin{aligned} U_x^- &\approx \frac{U(x, y) - U(x - h_1, y)}{h_1}; \\ \left( U_x^- \right)_y^+ &\approx \frac{1}{h_1} [\Delta_y U(x, y) - \Delta_y U(x - h_1, y)] = \\ &= \frac{1}{h_1 h_2} [U(x, y + h_2) - U(x, y) - U(x - h_1, y + h_2) + U(x - h_1, y)] \quad (4.157) \end{aligned}$$

Беря левую разность получим

$$\begin{aligned} \left( U_x^+ \right)_y^- &\approx \frac{1}{h_1} [\Delta_y U(x, y) - \Delta_y U(x - h_1, y)] = \\ &= \frac{1}{h_1} \left[ \frac{U(x + h_1, y) - U(x + h_1, y - h_2)}{h_2} - \frac{U(x, y) - U(x, y - h_2)}{h_2} \right] = \\ &= \frac{1}{h_1 h_2} [U(x + h_1, y) - U(x + h_1, y - h_2) - U(x, y) + U(x, y - h_2)]. \quad (4.158) \end{aligned}$$

Складывая (4.157) и (4.158) и подставляя в (4.156), получим

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x \partial y} \approx \frac{1}{2h_1 h_2} [U(x, y+h_2) + U(x-h_1, y) + U(x+h_1, y) + U(x, y-h_2) - 2U(x, y) - U(x-h_1, y+h_2) - U(x+h_1, y-h_2)] \quad (4.159)$$

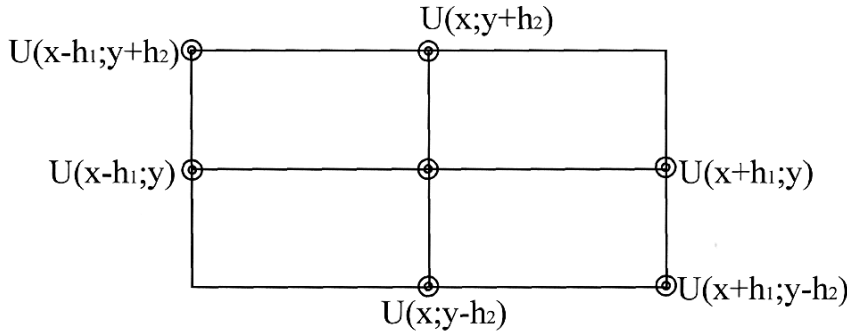


Рис.4.43. Семиточечный шаблон.

Таким образом, вторая смешанная производная в точке  $(x, y)$  сводится к семиточечному шаблону вида (рис.4.43).

Разностная аппроксимация третьей производной

$\frac{\partial^3 U}{\partial x^3}$ . Для нахождения конечной разности разложим в ряд Тейлора

первую производную от  $\frac{\partial U}{\partial x}$  по степеням  $h$ :

$$\frac{\partial U}{\partial x}(x+h) - \frac{\partial U}{\partial x}(x) = \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} \Big|_x h + \frac{1}{2!} \frac{\partial^3 U}{\partial x^3} \Big|_x h^2 + \dots$$

Заменяя  $h$  на  $-h$ , получим

$$\frac{\partial U}{\partial x}(x-h) - \frac{\partial U}{\partial x}(x) = \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} \Big|_x h + \frac{1}{2!} \frac{\partial^3 U}{\partial x^3} \Big|_x h^2 - \dots$$

Сложим полученные выражения. Пренебрегая большими степенями, можно записать

$$\frac{\partial^3 U}{\partial x^3} \approx \frac{1}{h^2} \left[ \frac{\partial U}{\partial x}(x+h) - 2 \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial U}{\partial x}(x-h) \right]. \quad (4.160)$$

Заменяем производную в квадратных скобках центральными двухсторонними разностями по (4.150).

Имеем

$$\frac{\partial U}{\partial x} \approx U_x^0 = \frac{U(x+h) - U(x-h)}{2h};$$

$$\frac{\partial U}{\partial x}(x+h) \approx \frac{U(x+h+h) - U(x+h-h)}{2h} = \frac{U(x+2h) - U(x)}{2h};$$

$$\frac{\partial U}{\partial x}(x-h) \approx \frac{U(x-h+h) - U(x-h-h)}{2h} = \frac{U(x) - U(x-2h)}{2h}.$$

Подставляя в (4.160), получим

$$\begin{aligned} \frac{\partial^3 U}{\partial x^3} &\approx \frac{1}{h^2} \left[ \frac{U(x+2h) - U(x)}{2h} - 2 \frac{U(x+h) - U(x-h)}{2h} + 2 \frac{U(x) - U(x-2h)}{2h} \right] = \\ &= \frac{1}{2h^3} [U(x+2h) + 2U(x-h) - 2U(x+h) - U(x-2h)], \end{aligned}$$

или для случая функции двух переменных:

$$\frac{\partial^3 U}{\partial x^3} \approx \frac{1}{2h^3} [U(x+2h, y) + 2U(x-h, y) - 2U(x+h, y) - U(x-2h, y)]. \quad (4.161)$$

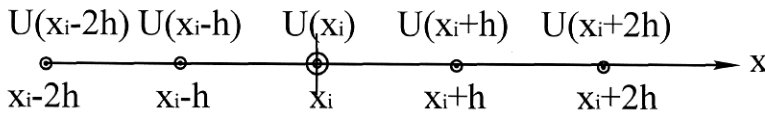


Рис.4.44. Пятиточечный шаблон.

Третья производная в точке  $x, y$  сводится к четырехточечному шаблону вида как на рис.4.44.

Разностная производная четвертого порядка:  $\frac{\partial^4 U}{\partial x^4}$ .

Воспользуемся формулой (4.155). Известна следующая аппроксимация:

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} \approx \frac{U(x+h) - 2U(x) + U(x-h)}{h^2} = U_{xx},$$

где  $U_{xx}$  обозначим разностную аппроксимацию второй производной от функции  $U(x, y)$  (координату  $y$  для простоты не пишем).

Учитывая, что  $\frac{\partial^4 U}{\partial x^4} = \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left( \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} \right)$ , получим

$$\frac{\partial^4 U}{\partial x^4} \approx \frac{1}{h^2} [U_{xx}(x+h) - 2U_{xx}(x) + U_{xx}(x-h)]. \quad (4.162)$$

Тогда в соответствии с (4.155) имеем

$$\begin{aligned} U_{xx}(x+h) &= \frac{1}{h^2} [U(x+h+h) - 2U(x+h) + U(x+h-h)] = \\ &= \frac{1}{h^2} [U(x+2h) - 2U(x+h) + U(x)]; \end{aligned}$$

$$U_{xx}(x) = \frac{1}{h^2} [U(x+h) - 2U(x) + U(x-h)];$$

$$U_{xx}(x-h) = \frac{1}{h^2} [U(x-h+h) - 2U(x-h) + U(x-h-h)] =$$

$$= \frac{1}{h^2} [U(x) - 2U(x-h) + U(x-2h)].$$

Подставляем полученные выражения в (4.162):

$$\frac{\partial^4 U}{\partial x^4} \approx \frac{1}{h^4} [U(x+2h) - 2U(x+h) + U(x) - 2U(x-h) + 4U(x) - 2U(x-h) +$$

$$+ U(x) - 2U(x-h) + U(x-2h)] = \frac{1}{h^4} [U(x+2h, y) - 4U(x+h, y) +$$

$$+ 6U(x, y) - 4U(x-h, y) + U(x-2h, y)]. \quad (4.163)$$

Наконец, вычислим последнюю смешанную производную:

$$\frac{\partial^4 U}{\partial x^2 \partial y^2} = \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left( \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} \right).$$

Шаг сетки по переменной  $y \rightarrow h_2$ , а по переменной  $x \rightarrow h_1$ .

Производная  $\frac{\partial^2 U}{\partial y^2}$  аппроксимируется выражением

$$\frac{\partial^2 U}{\partial y^2} \approx \frac{1}{h_2^2} [U(x, y+h_2) - 2U(x, y) + U(x, y-h_2)].$$

Тогда

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left( \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} \right) \approx \frac{1}{h_1^2} [U_{xx}(x, y+h_2) - 2U_{xx}(x, y) + U_{xx}(x, y-h_2)], \quad (4.164)$$

где  $U_{xx}$  - разностная аппроксимация второй производной по переменной  $x$  от функции  $U$ .

Запишем эти разностные аппроксимации:

$$U_{xx}(x, y+h_2) = \frac{1}{h_1^2} [U(x+h_1, y+h_2) - 2U(x, y+h_2) + U(x-h_1, y+h_2)];$$

$$U_{xx}(x, y) = \frac{1}{h_1^2} [U(x+h_1, y) - 2U(x, y) + U(x-h_1, y)]; \text{ и}$$

$$U_{xx}(x, y-h_2) = \frac{1}{h_1^2} [U(x+h_1, y-h_2) - 2U(x, y-h_2) + U(x-h_1, y-h_2)].$$

Подставляем в (4.164):



$$\frac{\partial^4 U}{\partial x^2 \partial y^2} \approx \frac{1}{h_1^2 h_2^2} [U(x-h_1, y-h_2) - 2U(x, y-h_2) + U(x+h_1, y-h_2) + \\ + 4U(x, y) - 2U(x-h_1, y) - 2U(x+h_1, y) + U(x+h_1, y+h_2) - \\ - 2U(x, y+h_2) + U(x-h_1, y+h_2)].$$

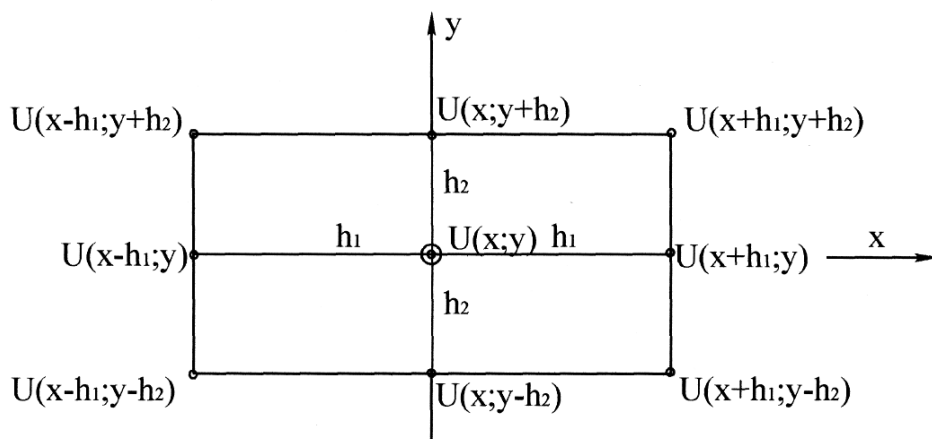


Рис.4.45. Девятизначный шаблон.

Указанная производная аппроксимируется девятиточечным шаблоном (4.45).

Формулы разностных аппроксимаций производных более высоких порядков приведены в [47].

Рассмотрим применение теории разностных схем на примерах конкретных задач. Начнем с теории упругости.

**Задача 1.** Определить напряжения, образующиеся в стержне прямоугольного сечения, если угол закручивания свободного конца  $V$ ; длина стержня  $l$ ; сечение стержня  $a \times b$ , материал сталь 45.

Известно, что теория плоских сечений неприемлема при кручении стержней некруглого сечения. Сопротивление материалов основывается на гипотезе недеформированных плоских сечений.

При кручении круглого бруса любое поперечное сечение остается плоским (не деформируется). Все точки сечения поворачиваются вокруг

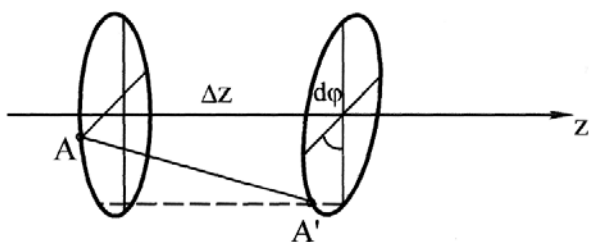


Рис.4.46. Деформация круглого стержня при кручении.

оси как одно целое (рис. 4.46). Касательное напряжение определяется по формуле

$$\tau_a = \frac{\mu_{kp} r}{J_p},$$

где  $J_p$  - полярный момент инерции.

При кручении же некруглых

стержней поперечные сечения обязательно депланируют. Согласно теории Сен-Венана, точки перемещаются, но проекция деформированного сечения на плоскость, перпендикулярную оси  $Z$ , сохраняет первоначальную форму сечения (рис.4.47). Если выделить в стержне элементарный объем в виде бесконечно малого параллелепипеда, то, как известно из курса сопротивления материалов, на гранях этого параллелепипеда действуют шесть составляющих тензора напряжений:

$$\sigma_x; \sigma_y; \sigma_z; \tau_{xy}=\tau_{yx}; \tau_{zx} = \tau_{xz}; \tau_{yz} = \tau_{zy},$$

где  $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$  - нормальные напряжения;  $\tau_{xy}, \tau_{zx}, \tau_{yz}$  - касательные напряжения.

Индекс  $y$  этого напряжения указывает ту ось, параллельно которой направлено напряжение.

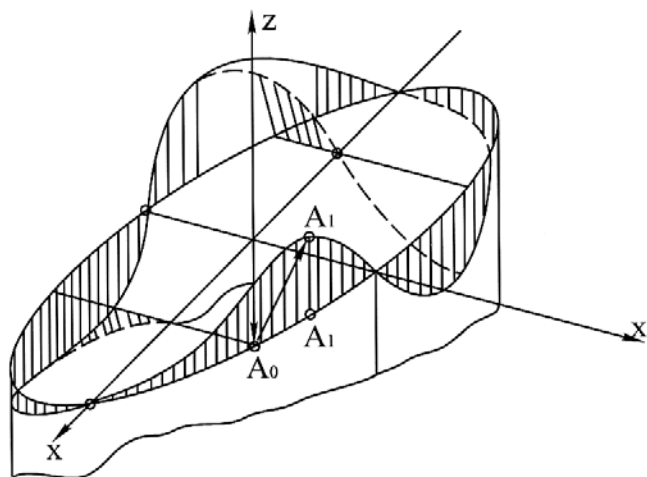


Рис.4.47. Депланация эллиптического сечения при кручении.

Первый индекс указывает, в направлении какой оси действует данное напряжение, второй индекс обозначает нормаль к данной площадке. Например:  $\tau_{xy}$  - касательное напряжение, имеющее направление, параллельное оси  $X$  и действующее на площадке, нормаль к которой параллельна оси  $Y$ . Для кручения

некруглых стержней установлено, что

$$\sigma_x = \sigma_y = \sigma_z = 0;$$

$$\tau_{xy} = 0; \quad \text{а} \quad \tau_{yz} = -G \frac{V}{l} \frac{\partial F(x, y)}{\partial x}; \quad \tau_{xz} = G \frac{V}{l} \frac{\partial F(x, y)}{\partial y}, \quad (4.166)$$

где  $G = \frac{E}{2(1+\mu)}$  - модуль упругости второго рода;  $\mu$  - коэффициент Пуассона;

$F(x, y)$  - функция напряжений - функция Прандтля, которая во всех точках контура равна нулю  $F_s(x, y) = 0$ , а внутри контура удовлетворяет уравнению

$$\frac{\partial^2 F(x, y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 F(x, y)}{\partial y^2} = -2. \quad (4.167)$$

Компоненты напряжения зависят от положения точки внутри сечения  $(x, y)$  и не зависят от координаты  $z$ .

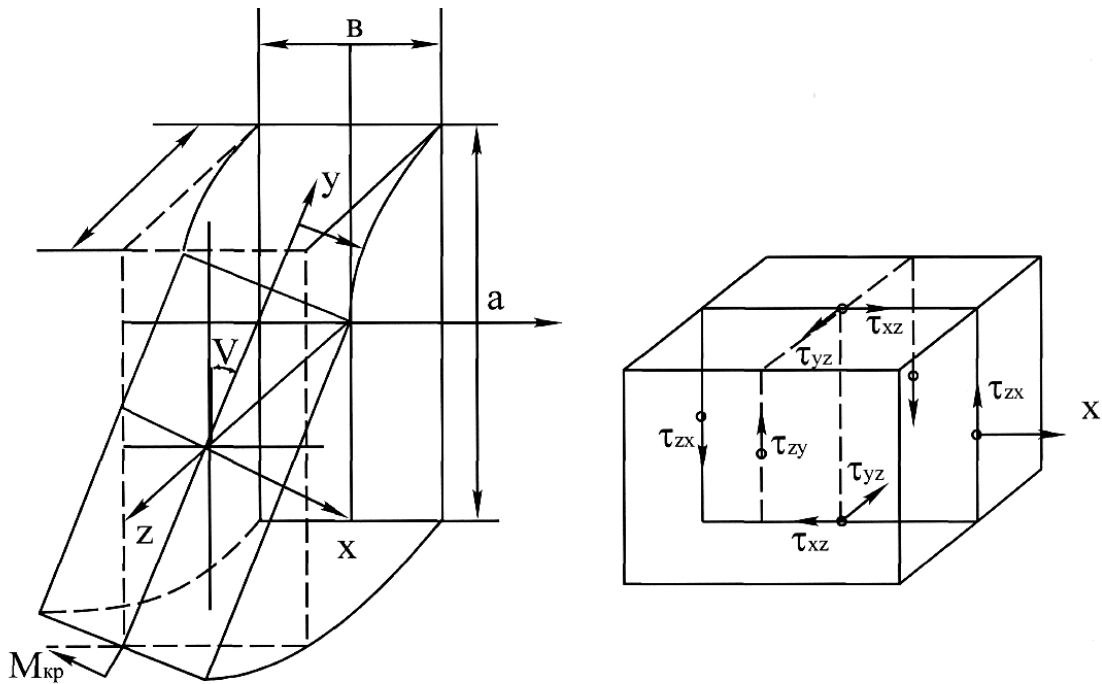


Рис.4.48. Расчетная схема при кручении стержня с прямоугольным профилем сечения.

Схема нагружения и тензор напряжений приведены на рис.4.48.

Таким образом, решив уравнение

$$\frac{\partial^2 F(x, y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 F(x, y)}{\partial y^2} = -2; \text{ с ГУ } F_s(x, y) = 0$$

и учитывая, что  $V$ ,  $G$  и  $l$  - известные величины, можно найти  $\tau_{yz}$  и  $\tau_{zx}$ .

Запишем (4.167) в конечных разностях, используя формулы:

$$F(x+h, y) - 2F(x, y) + F(x-h, y) + \\ + F(x, y+h) - 2F(x, y) + F(x, y-h) = -2h^2$$

или

$$4F(x, y) - F(x+h, y) - F(x-h, y) - \\ - F(x, y+h) - F(x, y-h) = 2h^2. \quad (4.168)$$

Таким образом, (4.167) заменяется разностным уравнением (4.168).

Алгоритм решения

1. Заменяем непрерывную область изменения аргументов  $x, y$  об-

ластью дискретного изменения  $x_i, y_i$ .

2. Заменяем дифференциальные выражения некоторыми разностными операторами, а также формируем разностный аналог ГУ и НУ.
3. Составляем систему алгебраических уравнений. При численном решении, как указывалось выше, нельзя воспроизвести разностное решение для всех значений аргументов  $x$  и  $y$ , поэтому выбираем некоторое конечное множество точек и ищем приближенное решение только в этих точках. Такое множество точек называется сеткой, а отдельные точки - узлами сетки. Функция, определенная в узлах сетки  $F(x_i, y_i)$  - сеточная функция.

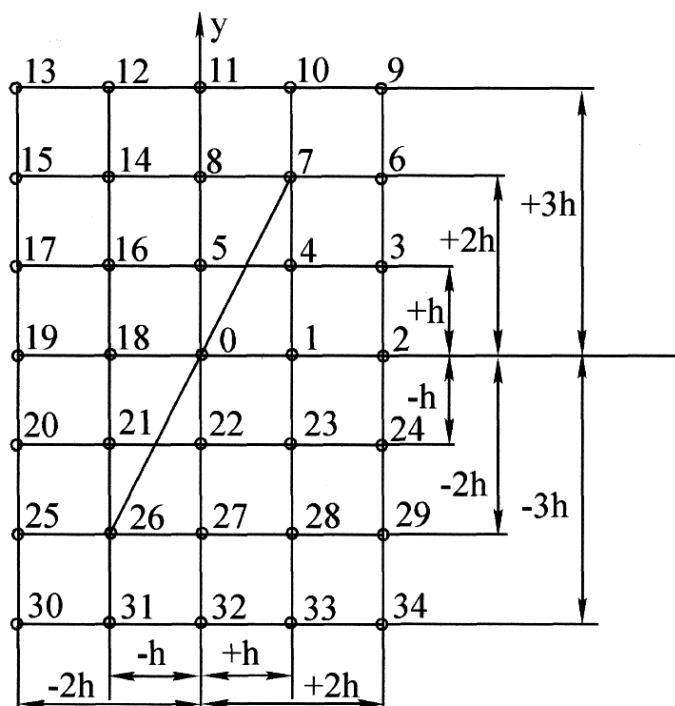


Рис.4.49. Расчетная схема отыскания функции Прандтля для прямоугольной области.

сетки  $h$  вдоль  $x$  и  $y$  одинаковы и достаточно велики (узлов относительно мало). Кроме того, известно, что функция напряжений  $F(x, y)$  - гармоническая, обладает осевой и центральной симметрией.

Тогда

$$F_4 = F_{16}; F_1 = F_{18}; F_4 = F_{23}; F_{21} = F_{16}; F_{26} = F_7,$$

т.е. достаточно составить разностные уравнения для точек в первой четверти сечения стержня.

Граничное условие задачи  $F_s(x, y) = 0$  имеет вид

$$F_2 = F_3 = F_6 = F_9 = F_{10} = 0$$

Это значит, что значение сеточной функции на границе равно нулю.

Составляем разностное уравнение для нулевого узла  $0,0$ :

$$4F(0,0) - F(0+h,0) - F(0-h,0) - F(0,0+h) - F(0,0-h) = 2h^2,$$

или, учитывая, что

$$F(0,0) = F_0; F(h,0) = F_1; F(-h,0) = F_{18};$$

$$F(0,h) = F_5; F(0,-h) = F_{22}$$

но  $F_{18} = F_1; F_{22} = F_5$ , тогда для нулевого узла разностное уравнение запишется так:

$$4F_0 - F_1 - F_1 - F_5 - F_5 = 2h^2.$$

Для узла №1 с координатами  $+h,0$  разностное уравнение имеет вид

$$4F(h,0) - F(h+h,0) - F(h-h,0) - F(h,0+h) - F(h,0-h) = 2h^2.$$

Учитывая, что

$F(h,0) = F_1; F(2h,0) = F_2 = 0; F(0,0) = F_0; F(h,h) = F_4; F(h,-h) = F_{23} = F_4$   
получим

$$4F_1 - 0 - F_0 - F_4 - F_4 = 2h^2.$$

Для контурных точек разностные уравнения записывать не будем.

Тогда получим следующую систему:

№ узла	Разностное уравнение
0	$4F_0 - F_1 - F_1 - F_5 - F_5 = 2h^2$
1	$4F_1 - F_2 - F_0 - F_4 - F_4 = 2h^2$
4	$4F_4 - F_3 - F_5 - F_7 - F_1 = 2h^2$
5	$4F_5 - F_4 - F_4 - F_8 - F_0 = 2h^2$
7	$4F_7 - F_6 - F_8 - F_{10} - F_4 = 2h^2$
8	$4F_8 - F_7 - F_7 - F_{11} - F_5 = 2h^2$

Учитывая, что  $F_2 = F_3 = F_6 = F_{10} = F_{11} = 0$ , получим окончательную систему уравнений:

$$\begin{cases} 4F_0 - 2F_1 - 2F_5 = 2h^2 \\ 4F_1 - F_0 - 2F_4 = 2h^2 \\ 4F_4 - F_5 - F_7 - F_1 = 2h^2 \\ 4F_5 - 2F_4 - F_8 - F_0 = 2h^2 \\ 4F_7 - F_8 - F_4 = 2h^2 \\ 4F_8 - 2F_7 - F_5 = 2h^2 \end{cases}$$

Решая вышеприведенную систему методом Гаусса, получим эквивалентную систему:

$$\begin{cases} F_0 - \frac{1}{2}F_1 + 0 \cdot F_4 - \frac{1}{2}F_5 + 0 \cdot F_7 + 0 \cdot F_8 = \frac{h^2}{2} \\ F_1 - \frac{8}{7}F_4 - \frac{1}{7}F_5 + 0 \cdot F_7 + 0 \cdot F_8 = \frac{5}{7}h^2 \\ F_4 - \frac{2}{5}F_5 - \frac{7}{20}F_7 + 0 \cdot F_8 = \frac{19}{20}h^2 \\ \frac{84}{35}F_5 - \frac{9}{10}F_7 - F_8 = \frac{371}{70}h^2 \\ F_7 - 0, (3)F_8 = 1,095h^2 \\ 2,791F_8 = 6,81h^2 \end{cases} \quad (4.169)$$

Решая систему (4.169), получим значение функции  $F(x_i, y_i)$  в узлах сетки.

$$F_0 = 4,93h^2; F_1 = 4,92h^2; F_4 = 3,193h^2; F_5 = 3,94h^2; \\ F_7 = 1,908h^2; F_8 = 2,439h^2.$$

Касательные напряжения вычисляются по (4.166). Заменяя производные разностными выражениями вида

$$\frac{\partial F}{\partial x} \approx \frac{F(x, y) - F(x-h, y)}{h} = F_{\bar{x}}; \\ \frac{\partial F}{\partial y} \approx \frac{F(x, y) - F(x, y-h)}{h} = F_{\bar{y}};$$

получим

$$\tau_{yz} \approx -G \frac{V}{l} \frac{F(x, y) - F(x-h, y)}{h}; \\ \tau_{xz} \approx G \frac{V}{l} \frac{F(x, y) - F(x, y-h)}{h}.$$

Тогда, например, для узла №7  $+h + 2h$ , имеем

$$\tau_{yz(7)} \approx -G \frac{V}{l} \frac{F(h, 2h) - F(0, 2h)}{h} \approx -G \frac{V}{l} \frac{F_7 - F_8}{h}; \\ \tau_{xz(7)} \approx G \frac{V}{l} \frac{F(h, 2h) - F(h, h)}{h} \approx G \frac{V}{l} \frac{F_7 - F_4}{h}.$$

С уменьшением шага сетки  $h$  точность решения задачи увеличивается, однако количество уравнений возрастает. В данной задаче

нахождение сеточных функций методом «прогонки», т.е. последовательно из каждого уравнения системы, невозможно. В задаче придется решать систему  $N$  линейных уравнений. Такое решение возможно только на основе применения ЭВМ.

Для повышения точности решаемых задач в теории разностных схем применяются некоторые дополнительные приемы, в частности связанные с представлением граничных условий задачи.

Как указывалось в разд. 4.1, граничное условие - это задание функции на границе  $S$  исследуемой области. В случае, если граничное условие задано в виде

$$\frac{\partial T}{\partial n}(x_s, y_s, z_s, t) = \text{const}, \text{ или } \left. \frac{\partial T}{\partial n} \right|_s + \sigma T \Big|_s = 0,$$

существует возможность повысить точность задачи (либо увеличить шаг сетки без потери точности), применяя некоторые искусственные приемы в представлении граничного условия.

Рассмотрим на примерах.

Задача 2. Задан стержень длиной  $l$ , боковая поверхность которого теплоизолирована. На торце  $x=0$  действует охлаждение.

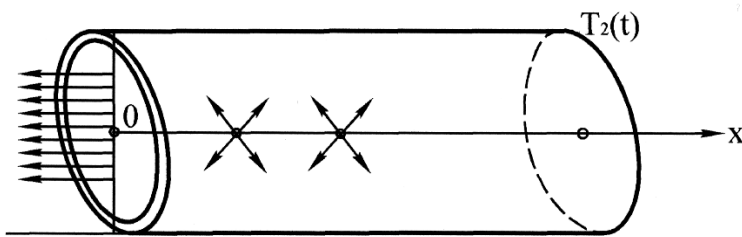


Рис.4.50. Расчетная схема тепловой задачи.

На торце  $x=l$  температура изменяется по закону  $T_2(t)$ . Внутри стержня действуют источники тепла с плотностью  $f(x, t)$  (рис.4.50).

Начальная температура  $T(x, 0) = T_0(x)$ ;

$0 \leq x \leq l$ . Найти закон распределения  $T(x, t)$  в стержне.

Запишем задачу в безразмерных координатах:

$$\xi = \frac{x}{l}; \quad F_0 = \frac{at}{l^2}; \quad \theta = \frac{T(x, t) - T_0}{T_0}; \quad 0 \leq \xi \leq 1.$$

Получаем дифференциальное уравнение

$$\frac{\partial \theta}{\partial F_0}(\xi, F_0) = \frac{\partial^2 \theta}{\partial \xi^2}(\xi, F_0) + \bar{f}(\xi, F_0).$$

Граничные условия:

$$\theta(1, F_0) = \mu_2(F_0); \quad \frac{\partial \theta}{\partial \xi}(0, F_0) - \frac{\alpha}{\lambda} l \cdot \theta(0, F_0) = 0. \quad (4.170)$$

Начальное условие:

$$\theta(\xi, 0) = 0.$$

Заменяем дифференциальное уравнение, а также граничные и начальные условия разностными аналогами.

Обозначим символом  $y(\xi_i, F_{0i})$  сеточную функцию, где  $\tau$  - шаг сетки по безразмерному времени  $F_0$ , а  $h$  - шаг сетки по безразмерной координате  $\xi$ . Тогда дифференциальное уравнение запишется в виде разностного уравнения

$$\frac{y(\xi_i, F_{0i} + \tau) - y(\xi_i, F_{0i})}{\tau} = \frac{y(\xi_i + h, F_{0i}) - 2y(\xi_i, F_{0i}) + y(\xi_i - h, F_{0i})}{h^2} + \bar{f}(\xi_i, F_{0i}), \quad (4.171)$$

где  $\xi_i$  и  $F_{0i}$  - дискретные переменные.

Начальное условие запишется так:  $y(\xi_i, 0) = 0$ .

Граничные условия:  $y(1, F_{0i}) = \mu_2(F_{0i})$ .

Второе граничное условие можно аппроксимировать разностным уравнением:

$$\frac{y(\xi_i + h, F_{0i}) - y(\xi_i, F_{0i})}{h^2} + \frac{\alpha}{\lambda} y(\xi_i, F_{0i}) \Big|_{\xi_i=0} = 0.$$

Погрешность такой разностной схемы равна шагу сетки [218].

Можно уменьшить эту погрешность, заменив приведенную разностную схему другой.

Разложим функцию  $y(\xi_i, F_{0i})$  в ряд Тейлора по степеням  $h$ :

$$y(\xi_i + h, F_{0i}) - y(\xi_i, F_{0i}) = \frac{\partial y}{\partial \xi} \Big|_{\xi=\xi_i} \cdot h + \frac{h^2 \partial^2 y}{2! \partial \xi^2} \Big|_{\xi=\xi_i} + \dots$$

Разложим на  $h$  левую и правую части разложения:

$$\frac{y(\xi_i + h, F_{0i}) - y(\xi_i, F_{0i})}{h} = \frac{\partial y}{\partial \xi} \Big|_{\xi=\xi_i} + \frac{h \partial^2 y}{2! \partial \xi^2} \Big|_{\xi=\xi_i} + \dots$$

Подставим  $\xi = 0$  (на границе стержня):

$$\frac{y(h, F_{0i}) - y(0, F_{0i})}{h} = \frac{\partial y(0, F_{0i})}{\partial \xi} + 0,5h \frac{\partial^2 y(0, F_{0i})}{\partial \xi^2} + \dots$$

Учитывая, что  $h < 1$ , отбросим все слагаемые разложения, кроме первых двух. Тогда



$$\frac{\partial y}{\partial \xi}(\mathbf{0}, F_{0i}) = \frac{y(h, F_{0i}) - y(\mathbf{0}, F_{0i})}{h} - 0,5h \frac{\partial^2 y(\mathbf{0}, F_{0i})}{\partial \xi^2}. \quad (4.172)$$

Выражение для  $\partial^2 y / \partial \xi^2$  подставим из уравнения теплопроводности, учитывая, что  $y$  - сеточный аналог  $\theta$ :

$$\frac{\partial^2 y(\mathbf{0}, F_0)}{\partial \xi^2} = \frac{\partial y(\mathbf{0}, F_0)}{\partial \xi} - \bar{f}(\mathbf{0}, F_0). \quad (4.173)$$

Подставив (4.173) в (4.172), получим

$$\frac{\partial y}{\partial \xi}(\mathbf{0}, F_{0i}) = \frac{y(h, F_{0i}) - y(\mathbf{0}, F_{0i})}{h} - 0,5h \left[ \frac{\partial y(\mathbf{0}, F_0)}{\partial F_0} - \bar{f}(\mathbf{0}, F_0) \right]. \quad (4.174)$$

Заменяя  $\frac{\partial y}{\partial F_0}(\mathbf{0}, F_0)$  конечной разностью по формуле

$$\frac{\partial y}{\partial F_0} \approx \frac{y(\mathbf{0}, F_{0i} + \tau) - y(\mathbf{0}, F_{0i})}{\tau}$$

и подставляя ее в (4.174), получим

$$\frac{\partial y}{\partial \xi}(\mathbf{0}, F_{0i}) = \frac{y(h, F_{0i}) - y(\mathbf{0}, F_{0i})}{h} - 0,5h \left[ \frac{y(\mathbf{0}, F_{0i} + \tau) - y(\mathbf{0}, F_{0i})}{\tau} - \bar{f}(\mathbf{0}, F_0) \right]. \quad (4.175)$$

Тогда второе граничное условие аппроксимируется выражением

$$\begin{aligned} \frac{y(h, F_{0i}) - y(\mathbf{0}, F_{0i})}{h} - 0,5h \left[ \frac{y(\mathbf{0}, F_{0i} + \tau) - y(\mathbf{0}, F_{0i})}{\tau} \right] + 0,5h \bar{f}(\mathbf{0}, F_{0i}) - \\ - \frac{\alpha}{\lambda} l y(\mathbf{0}, F_{0i}) = 0 \end{aligned} \quad (4.176)$$

Разностная схема имеет вид

$$\left\{ \begin{aligned} & \frac{y(\xi_i, F_{0i} + \tau) - y(\xi_i, F_{0i})}{\tau} = \frac{y(\xi_i + h, F_{0i}) - 2y(\xi_i, F_{0i}) + y(\xi_i - h, F_{0i})}{h^2} + \bar{f}(\xi_i, F_{0i}) \\ & y(\xi_i, 0) = 0 \\ & y(1, F_{0i}) = \mu_2 y(F_{0i}) \\ & \frac{y(h, F_{0i}) - y(\mathbf{0}, F_{0i})}{h} - 0,5h \left[ \frac{y(\mathbf{0}, F_{0i} + \tau) - y(\mathbf{0}, F_{0i})}{\tau} \right] + 0,5h \bar{f}(\mathbf{0}, F_{0i}) - \frac{\alpha}{\lambda} l y(\mathbf{0}, F_{0i}) = 0 \end{aligned} \right. \quad (4.177)$$

Погрешность такой аппроксимации равна квадрату шага сетки [218]. Так как шаг - величина меньше единицы, то точность существенно увеличивается.

Заменяем непрерывную область изменения аргументов  $\xi$  и  $F$ , где  $0 \leq \xi \leq 1$ ;  $0 \leq F_0$ , область дискретного изменения аргументов  $\xi_i$  и

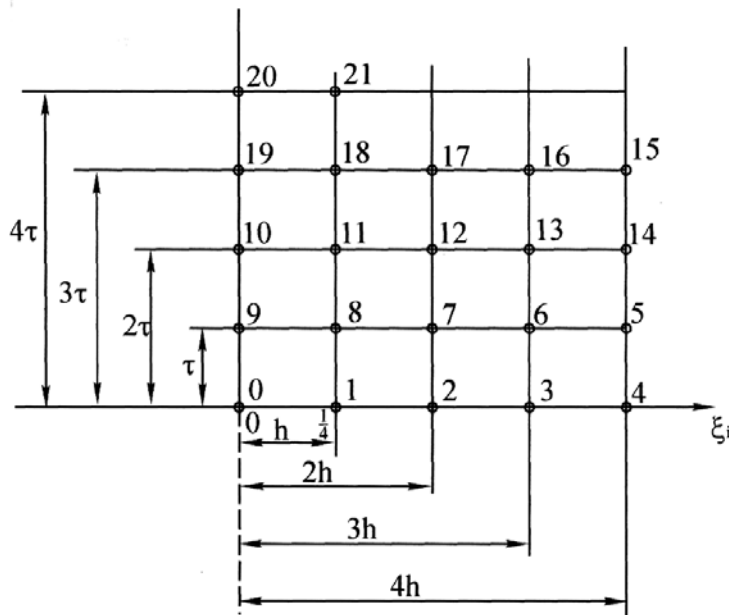


Рис.4.51. Расчетная схема к определению температуры методом сеток.

$F_{0i}$ . Для простоты изложения разобьем стержень на четыре интервала – пять узловых точек (рис.4.51).

Ось ординат соответствует безразмерному времени Фурье. По координате  $F_{0i}$  схема ограничений не имеет. Например, узлы №№ 2, 7, 12, 17 характеризуют температуру в сечении стержня  $\xi_i = 2h$  в моменты времени  $F_0 = 0$ ;

$F_0 = \tau$ ;  $F_0 = 2\tau$ ;  $F_0 = 3\tau$  соответственно.

На основе системы уравнений (4.177) составляется алгоритм решения задачи на ЭВМ.

### Алгоритм программы

Используя условие  $y(\xi_i, 0) = 0$ , найдем значение сеточной функции в узлах №№ 0, 1, 2, 3, 4

$$y_0(\xi_0, 0) = y_1(\xi_1, 0) = y_2(\xi_2, 0) = y_3(\xi_3, 0) = y_4(\xi_4, 0) = 0,$$

причем первое граничное условие не должно противоречить начальному условию задачи, т.е.

$$y(1, F_{0i}) \Big|_{F_{0i}=0} = y_4(\xi_4, 0) = \mu_2(0) = 0.$$

Теперь применим к внутренним узлам контура №№ 1, 2, 3 уравнение (4.171), а к граничному узлу № 0 - (4.176). Для узла № 0 с координатой 0,0 (4.176) запишется в виде

$$\frac{y(h, 0) - y(0, 0)}{h} - 0,5h \left[ \frac{y(0, 0 + \tau) - y(0, 0)}{\tau} \right] + 0,5h \bar{f}(0, 0) - \frac{a}{\lambda} l \cdot y(0, 0) = 0$$

Учитывая, что  $y(h, 0) = y_1$ ,  $y(0, 0) = y_0$ ,  $y(0, \tau) = y_9$ , значения се-

точных функций в соответствующих узлах, кроме того,  $y_0 = y_1 = 0$ , получим

$$y_9 = \tau \cdot \bar{f}(0,0).$$

Для узла №1 с координатой  $(h,0)$  (4.171) запишется так:

$$\frac{y(h,\tau) - y(h,0)}{\tau} = \frac{y(h+h,0) - 2y(h,0) + y(h-h,0)}{h^2} + \bar{f}(h,0);$$

$y(h,\tau) = y_8$ ,  $y(h,0) = y_1 = 0$ ,  $y(2h,0) = y_2 = 0$ ,  $y(0,0) = y_0 = 0$ , получим

$$y_8 = \tau \cdot \bar{f}(h,0).$$

Аналогично, записав уравнения для узлов №№2 и 3, определяем сеточные функции  $y_7$  и  $y_6$ , а значение  $y_5 = y_5(1,\tau) = \mu_2(\tau)$  определим из граничного условия.

Далее к внутренним узлам №№ 8, 7, 6 применяем уравнение (4.171), а к узлу №9 – (4.176) и находим величины сеточных функций в узлах №№ 10, 11, 12, 13. Например, для узла №8 с координатой  $(h,\tau)$  получим

$$\frac{y(h,\tau+\tau) - y(h,\tau)}{\tau} = \frac{y(h+h,\tau) - 2y(h,\tau) + y(h-h,\tau)}{h^2} + \bar{f}(h,\tau).$$

Учитывая, что  $y(h,2\tau) = y_{11}$ ,  $y(h,\tau) = y_8$ ,  $y(2h,\tau) = y_7$ ,  $y(0,\tau) = y_9$ , имеем

$$\frac{y_{11} - y_8}{\tau} = \frac{y_7 - 2y_8 + y_9}{h^2} + \bar{f}(h,\tau),$$

откуда находим  $y_{11}$ .

Отличие задачи №2 от задачи №1 заключается в последовательном вычислении сеточных функций (нет необходимости решать систему линейных уравнений).

Если граничная область задачи не является прямолинейной, например окружность, применяются нерегулярные шаблоны, т.е. сетки с переменным шагом.

Аппроксимации частных производных второго порядка на нерегулярных шаблонах имеют вид

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} \approx \frac{1}{h_1} \left[ \frac{U(x_i + h_1^{\oplus}, y_i, t_i) - U(x_i, y_i, t_i)}{h_1^{\oplus}} - \frac{U(x_i, y_i, t_i) - U(x_i - h_1^{(-)}, y_i, t_i)}{h_1^{(-)}} \right], \quad (4.178)$$

где  $\hbar_1 = \frac{1}{2}(h_1^\oplus + h_1^{(-)})$ ;

$$\frac{\partial^2 U}{\partial y^2} \approx \frac{1}{\hbar_2} \left[ \frac{U(x_i, y_i + h_2^\oplus, t_i) - U(x_i, y_i, t_i)}{h_2^\oplus} - \frac{U(x_i, y_i, t_i) - U(x_i, y_i - h_2^{(-)}, t_i)}{h_2^{(-)}} \right],$$

где  $\hbar_2 = \frac{1}{2}(h_2^\oplus + h_2^{(-)})$ ;  $h_1^\oplus$  - шаг вправо по координате  $x_i$ ;  $h_1^{(-)}$  - шаг влево по координате  $x_i$ ;  $h_2^\oplus$  и  $h_2^{(-)}$  - аналогично для координаты  $y_i$ .

Данные производные представляются шаблоном, приведенным на рис. 4.52.

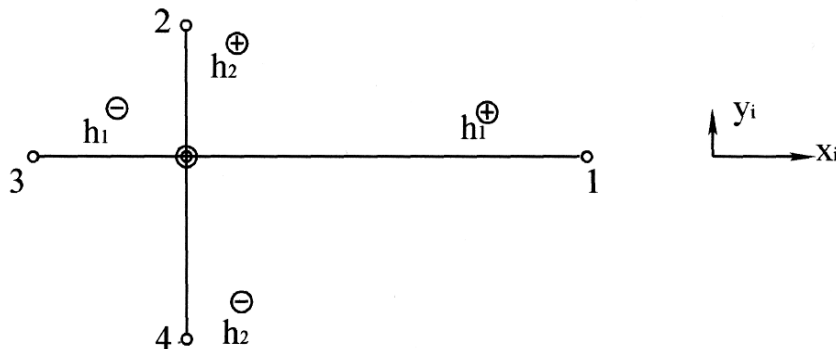


Рис.4.52. Схема нерегулярного шаблона.

В качестве примера решим следующую задачу.

**Задача 3.** Задан бесконечный цилиндр радиуса  $R$ . На боковой поверхности цилиндра осуществляется

теплообмен с окружающей средой по закону Фурье. Построить разностную схему задачи.

В цилиндрических координатах задача записывается таким образом:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a \left( \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} \right);$$

$T(r, 0) = \varphi(r)$  - начальное условие;

$\left. \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\alpha}{\lambda} T(r) \right|_{r=R} = 0$  - граничное условие.

Перейдем от цилиндрических координат к прямоугольным. Тогда задача запишется в виде

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right). \quad (4.179)$$

Начальное условие:

$$T(x, y, 0) = \varphi(\sqrt{x^2 + y^2}).$$

Граничное условие запишется, если производную по направле-

нию  $\left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{r=R}$  представить в декартовых координатах:

$$\left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{r=R} = \frac{\partial T}{\partial x} \cos \alpha + \frac{\partial T}{\partial y} \sin \alpha = \frac{\partial T}{\partial x} \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}} + \frac{\partial T}{\partial y} \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}};$$

учитывая, что  $x$  и  $y$  - это координаты поверхности цилиндра, получим

$$\left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{r=R} = \frac{\partial T}{\partial x}(x_s, y_s, t) \frac{x_s}{R} + \frac{\partial T}{\partial y}(x_s, y_s, t) \frac{y_s}{R}.$$

Тогда граничное условие запишется так:

$$\frac{\partial T}{\partial x} \frac{x_s}{R} + \frac{\partial T}{\partial y} \frac{y_s}{R} + \frac{\alpha}{\lambda} T(x_s, y_s, t) = 0. \quad (4.180)$$

В произвольном поперечном сечении цилиндра строим сетку.

Сначала проводим систему вертикальных и горизонтальных ли-

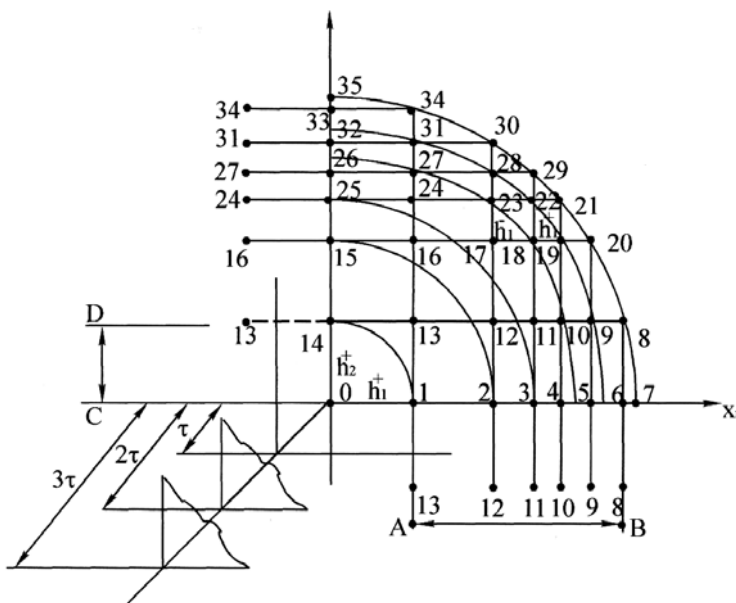


Рис.4.53. Расчетная схема к определению температуры методом сеток в сечении круглого стержня.

ний одинакового шага до пересечения с контуром  $L$ . Так как температурное поле в данной задаче обладает центральной и осевой симметрией, то достаточно рассмотреть только первый квадрант. Далее от точек пересечения линий с контуром проводим дополнительные горизонтальные или вертикальные линии до пересечения с осями координат  $x_i$  и  $y_i$  - получим нерегулярную сетку (рис. 4.53). Производные  $\partial T / \partial x$  и  $\partial T / \partial y$  аппроксимируем левыми конечными разностями вида (4.149)

$$\frac{\partial T}{\partial x} \approx T_x = \frac{T(x_i, y_i, t_i) - T(x_i - h_1^{(-)}, y_i, t_i)}{h_1^{(-)}},$$

$$\frac{\partial T}{\partial y} \approx T_y = \frac{T(x_i, y_i, t_i) - T(x_i, y_i - h_2^{(-)}, t_i)}{h_2^{(-)}}.$$

Сеточную функцию также обозначим символом  $T$ .

Тогда разностная аппроксимация уравнения (4.179) запишется так:

$$\frac{T(x_i, y_i, t_i + \tau) - T(x_i, y_i, t_i)}{\tau} = \alpha \left[ \frac{1}{\bar{h}_1} \left( \frac{T(x_i + h_1^{\oplus}, y_i, t_i) - T(x_i, y_i, t_i)}{h_1^{\oplus}} - \frac{T(x_i, y_i, t_i) - T(x_i - h_1^{(-)}, y_i, t_i)}{h_1^{(-)}} \right) + \frac{1}{\bar{h}_2} \left( \frac{T(x_i, y_i + h_2^{\oplus}, t_i) - T(x_i, y_i, t_i)}{h_2^{\oplus}} - \frac{T(x_i, y_i, t_i) - T(x_i, y_i - h_2^{(-)}, t_i)}{h_2^{(-)}} \right) \right], \quad (4.181)$$

где  $\bar{h}_1 = 0,5(h_1^{\oplus} + h_1^{(-)})$ ;  $\bar{h}_2 = 0,5(h_2^{\oplus} + h_2^{(-)})$ .

Для точек контура уравнение (4.180) имеет вид

$$\frac{T(x_i, y_i, t_i) - T(x_i - h_1^{(-)}, y_i, t_i)}{h_1^{(-)}} \frac{x_i}{R} + \frac{T(x_i, y_i, t_i) - T(x_i, y_i - h_2^{(-)}, t_i)}{h_2^{(-)}} \frac{y_i}{R} + \frac{\alpha}{\lambda} T(x_i, y_i, t_i) = 0. \quad (4.182)$$

В формуле (4.182)  $x_i$  и  $y_i$  - координаты узлов, принадлежащих контуру  $L$ ;  $\alpha$  - коэффициент теплоотдачи;  $\lambda$  - коэффициент теплопроводности;  $R$  - радиус цилиндра.

Начальное условие запишется таким образом:

$$T(x_i, y_i, 0) = \varphi(\sqrt{x_i^2 + y_i^2}). \quad (4.183)$$

Формулы (4.181) и (4.182) описывают разностную схему задачи. На основе уравнений составляется алгоритм решения задачи на ЭВМ. Алгоритм заключается в следующем.

Для начального момента времени  $t_i = 0$  по (4.183) вычисляем начальные температуры в 35-ти узлах первого квадранта. Для этого же момента времени (сечение  $t_i = 0$ , рис.4.53) для каждого внутреннего узла №№1,2, .....33 записываем разностное уравнение (4.181) и рассчитываем сеточные функции в параллельной временной плоскости  $t_1 = \tau$ . Например, записав уравнение для узла 0 в момент времени  $t_1 = 0$ , определяем сеточную функцию в этом же узле, но в момент времени  $t_1 = \tau$ . Для контурных точек №№ 7, 8, 20, 21, 29, 30, 34, 35 разностное уравнение не записываем, так как уравнение (4.182) не позволяет определить сеточную функцию в параллельной временной

плоскости  $t_1 = \tau$ . Только определив на основании (4.181) сеточные функции во всех внутренних узлах временного сечения  $t_1 = \tau$ , находим сеточные функции в узлах на контуре по (4.182).

Далее для внутренних узлов сечения  $t_1 = \tau$  записываем (4.181) и определяем сеточные функции для параллельного времени сечения  $t_2 = 2\tau$ . Используя значение сеточной функции во внутренних углах, определяем значения  $T(x_i, y_i, t_i)$  на контуре для  $t_2 = 2\tau$ , далее алгоритм повторяется.

Для пояснения запишем несколько разностных уравнений. Узел №0 с координатой  $0,0,0$ . Уравнение (4.181) запишем таким образом:

$$\begin{aligned} \frac{T(0,0,\tau) - T(0,0,0)}{\tau} = a \left[ \frac{1}{0,5(|0;1| + |0;1|)} \left( \frac{T(h_1^\oplus, 0,0) - T(0,0,0)}{|0;1|} - \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{T(0,0,0) - T(-h_1^{(-)}, 0,0)}{|0;1|} \right) + \frac{1}{(|0;14| + |0;14|)} \left( \frac{T(0, +h_2^\oplus, 0) - T(0,0,0)}{|0;14|} - \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{T(0,0,0) - T(0, -h_2^{(-)}, 0)}{|0;14|} \right) \right]. \end{aligned} \quad (4.184)$$

В формуле (4.184);  $|0;1|$  - величина отрезка на рис 4.53 между узлами №0 и 1 и аналогично  $|0;14|$ ,

$$T(h_1^\oplus, 0,0) = T_1(\tau = 0) = T_1(0);$$

$T(-h_1^{(-)}, 0,0) = T_1(0)$  - температура в узловой точке, расположенной симметрично узла № 1, на отрицательной оси  $x_i$ .

Из-за симметричности задачи получим

$$T(h_1^\oplus, 0,0) = T(-h_1^{(-)}, 0,0) = T_1(0);$$

$$T(0, h_2^\oplus, 0) = T_{14}(\tau = 0) = T_{14}(0);$$

$$T(0, -h_2^{(-)}, 0) = T_{14}(\tau = 0) = T_{14}(0),$$

тогда уравнение (4.184) примет вид

$$\begin{aligned} \frac{T_0(\tau) - T_0(0)}{\tau} = a \left[ \frac{1}{0,5(|0;1| + |0;1|)} \left( \frac{T_1(0) - T_0(0)}{|0;1|} - \frac{T_0(0) - T_1(0)}{|0;1|} \right) + \right. \\ \left. + \frac{1}{0,5(|0;14| + |0;14|)} \left( \frac{T_{14}(0) - T_0(0)}{|0;14|} - \frac{T_0(0) - T_{14}(0)}{|0;14|} \right) \right]. \end{aligned}$$

Учитывая, что все  $T_i(0)$  для  $\tau_i = 0$  определены, по (4.183) нахо-

дим  $T_0(\tau)$ -сеточную функцию в узле №0, но для момента времени  $t_i = \tau$ .

Узел №18 для  $\tau = 0$  имеет нерегулярную координату  $(x_3, y_{15}, 0)$ .

Уравнение (4.181) для данного узла запишется в виде

$$\begin{aligned} \frac{T(x_3, y_{15}, \tau) - T(x_3, y_{15}, 0)}{\tau} = a \left[ \frac{1}{0,5(|18;19| + |17;18|)} \times \right. \\ \left. \times \left( \frac{T(x_3 + h_1^{\oplus}, y_{15}, 0) - T(x_3, y_{15}, 0)}{|18;19|} - \frac{T(x_3, y_{15}, 0) - T(x_3 - h_1^{(-)}, y_{15}, 0)}{|17;18|} \right) + \right. \\ \left. + \frac{1}{0,5(|18;11| + |18;22|)} \left( \frac{T(x_3, y_{15} + h_2^{\oplus}, 0) - T(x_3, y_{15}, 0)}{|18;22|} - \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{T(x_3, y_{15}, 0) - T(x_3, y_{15} - h_2^{(-)}, 0)}{|18;11|} \right) \right], \quad (4.185) \end{aligned}$$

где  $|18;19|$ ;  $|17;18|$ ;  $|18;11|$  и  $|18;22|$  - величины соответствующих отрезков на схеме, тогда:

$$\begin{aligned} T(x_3 + h_1^{\oplus}, y_{15}, 0) &= T_{19}(\tau = 0) = T_{19}(0); \\ T(x_3, y_{15}, 0) &= T_{18}(\tau = 0) = T_{18}(0); \\ T(x_3 - h_1^{(-)}, y_{15}, 0) &= T_{17}(\tau = 0) = T_{17}(0); \\ T(x_3, y_{15} + h_2^{\oplus}, 0) &= T_{22}(\tau = 0) = T_{22}(0); \\ T(x_3, y_{15} - h_2^{(-)}, 0) &= T_{11}(\tau = 0) = T_{11}(0). \end{aligned}$$

Из формулы (4.185) определяем  $T_{18}(\tau)$ . Таким образом находим  $T_0(\tau), T_1(\tau), \dots, T_{33}(\tau)$ . Для определения  $T_7(\tau), T_8(\tau), T_{20}(\tau), T_{21}(\tau), T_{35}(\tau)$  применим разностное уравнение (4.182) для узлов контура. Например, для узла №8 в плотности  $t_1 = \tau$  с координатой  $(x_6, y_{14}, \tau)$

$$\begin{aligned} \frac{T(x_6, y_{14}, \tau) - T(x_6 - h_1^{(-)}, y_{14}, \tau)}{|9;8|} \frac{|AB|}{R} + \\ + \frac{T(x_6, y_{14}, \tau) - T(x_6, y_{14} - h_2^{(-)}, \tau)}{|8;6|} \frac{|CD|}{R} + \\ + \frac{\alpha}{\lambda} T(x_6, y_{14}, \tau) = 0 \end{aligned}$$



или

$$\frac{T_8(\tau) - T_9(\tau) \Big|_{AB}}{9;8} \frac{R}{R} + \frac{T_8(\tau) - T_6(\tau) \Big|_{CD}}{8;6} \frac{R}{R} + \frac{\alpha}{\lambda} T_8(\tau) = 0.$$

Из этого уравнения определяем  $T_8(\tau)$  и далее по аналогии, алгоритм повторяется. Данная тепловая задача также решается методом «прогонки».

Задача 4.

Решим методом сеток задачу на движущийся полосовой источник тепла. Напомним читателям, что данная задача решалась методом источников в параграфе 4.2.4.

Условие задачи: по поверхности полубесконечного тела, на которой задан теплообмен по закону Ньютона, в положительном направлении оси  $Z$  с постоянной скоростью  $V$  движется полосовой

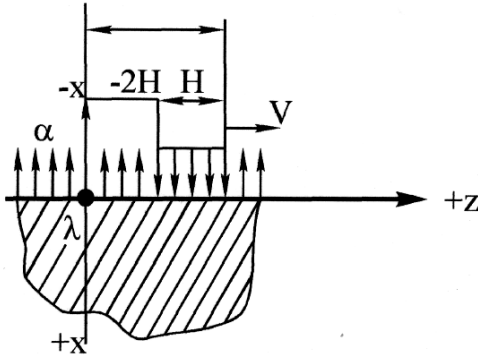


Рис.5.54. Расчетная схема задачи с подвижным тепловым источником.

источник тепла шириной  $H$ . Плотность теплового потока  $q$  по всей площади источника распределена равномерно. Температуру окружающей среды примем равной  $0$ .

Специфика метода сеток заключается в том, что оси координат  $Oxz$  неподвижны и связаны с теплопроводящим телом. Положительное направление от  $X$  примем внутрь тела. В момент времени  $t = 0$  координата передней кромки источника  $I_0$ , в момент времени  $\tau$  эта координата определяется по формуле:  $I = I_0 + V\tau$  (рис.4.54).

Требуется решить уравнение

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) \quad (4.186)$$

с начальным условием:

$$T|_{t=0} = 0 \quad (4.187)$$

и граничными условиями:

$$-\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{\substack{x=0 \\ z < 1-H \\ z > 1}} + \alpha T \Big|_{\substack{x=0 \\ z < 1-H \\ z > 1}} = 0; \quad -\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{1-H < z < 1} = q. \quad (4.188)$$

Сеточная функция, соответствующая температуре

$T(x, z, t) \rightarrow \theta(x_i, z_i, t_i)$ . По координате  $x$  и  $z$  выбираем равномерный шаг  $h$ , по временной координате шаг  $\tau$ , причем  $h = V\tau$ , т.е. за время, равное шагу временной сетки, источник перемещается в положительном направлении оси  $Z$  на величину шага  $h$ .

Заменяем дифференциальное уравнение разностным, а также формируем разностный аналог для граничных и начальных условий.

Получим

$$\begin{aligned} & \frac{\theta(x_i, z_i, t_i + \tau) - \theta(x_i, z_i, t_i)}{\tau} = \\ & = a \left[ \frac{\theta(x_i + h, z_i, t_i) - \theta(x_i, z_i, t_i) + \theta(x_i - h, z_i, t_i)}{h^2} + \right. \\ & \left. + \frac{\theta(x_i, z_i + h, t_i) - \theta(x_i, z_i, t_i) + \theta(x_i, z_i - h, t_i)}{h^2} \right]. \end{aligned} \quad (4.189)$$

Можно аппроксимировать граничные условия задачи следующими разностными выражениями:

$$\begin{aligned} -\lambda \frac{\theta(x_i + h, z_i, t_i) - \theta(x_i, z_i, t_i)}{h} + \alpha \theta(x_i, z_i, t_i) \Big|_{x_i=0} &= 0; \\ -\lambda \frac{\theta(x_i + h, z_i, t_i) - \theta(x_i, z_i, t_i)}{h} \Big|_{x_i=0} &= q \end{aligned} \quad (4.190)$$

Погрешность такой аппроксимации равна шагу  $h$  сетки. Можно повысить точность задачи, заменив разностную схему (4.190) несколько отличным разностным выражением (методом повышения порядка аппроксимации разностной суммы). Разложим функцию  $\theta(x_i, z_i, t_i)$  в ряд Тейлора по степеням  $h$  переменной  $x$

$$\theta(x_i + h, z_i, t_i) - \theta(x_i, z_i, t_i) = \frac{\partial \theta}{\partial x} \Big|_{x_i} \cdot h + \frac{h^2}{2!} \cdot \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} \Big|_{x_i} + \dots,$$

отсюда

$$\frac{\partial \theta}{\partial x} \Big|_{x_i=0} \approx \frac{\theta(h, z_i, t_i) - \theta(0, z_i, t_i)}{h} - 0,5h \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} \Big|_{x_i=0},$$

а значение  $\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} \Big|_{x_i=0}$  подставим из уравнения теплопроводности:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} \Big|_{x_i=0} &= \frac{1}{a} \frac{\partial \theta}{\partial t} \Big|_{x_i=0} - \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} \Big|_{x_i=0} \approx \frac{1}{a} \left[ \frac{\theta(x_i, z_i, t_i + \tau) - \theta(x_i, z_i, t_i)}{\tau} \right] \Big|_{x_i=0} - \\ & - \frac{\theta(x_i, z_i + h, t_i) - \theta(x_i, z_i, t_i) + \theta(x_i, z_i - h, t_i)}{h^2} \Big|_{x_i=0} = \end{aligned}$$

$$= \frac{1}{a\tau} [\theta(0, z_i, t_i + \tau) - \theta(0, z_i, t_i)] - \\ - \frac{1}{h^2} [\theta(0, z_i + h, t_i) - 2\theta(0, z_i, t_i) + \theta(0, z_i - h, t_i)]$$

Тогда

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} \Big|_{x_i=0} = \frac{\theta(h, z_i, t_i) - \theta(0, z_i, t_i)}{h} - \frac{0,5h}{a\tau} [\theta(0, z_i, t_i + \tau) - \theta(0, z_i, t_i)] + \\ + \frac{0,5}{h} [\theta(0, z_i + h, t_i) - 2\theta(0, z_i, t_i) + \theta(0, z_i - h, t_i)].$$

Подставляем полученное разностное выражение в ГУ задачи (4.188). Разностная схема задачи запишется в виде системы уравнений:

$$\left[ \frac{\theta(x_i, z_i, t_i + \tau) - \theta(x_i, z_i, t_i)}{\tau} = a \left[ \frac{\theta(x_i + h, z_i, t_i) - 2\theta(x_i, z_i, t_i)}{h^2} + \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{\theta(x_i - h, z_i, t_i) + \theta(x_i, z_i + h, t_i) - 2\theta(x_i, z_i, t_i) + \theta(x_i, z_i - h, t_i)}{h_2} \right] \right] \quad (4.191)$$

$$\left[ \frac{\theta(h, z_i, t_i) - \theta(0, z_i, t_i)}{h} - \frac{0,5h}{a\tau} [\theta(0, z_i, t_i + \tau) - \theta(0, z_i, t_i)] + \frac{0,5}{h} \times \right. \\ \left. \times [\theta(0, z_i + h, t_i) - 2\theta(0, z_i, t_i) + \theta(0, z_i - h, t_i)] - \frac{\alpha}{\lambda} \theta(0, z_i, t_i) = 0 \right] \quad (4.192)$$

$$\left[ \frac{\theta(h, z_i, t_i) - \theta(0, z_i, t_i)}{h} - \frac{0,5h}{a\tau} [\theta(0, z_i, t_i - \tau) - \theta(0, z_i, t_i)] + \frac{0,5}{h} \times \right. \\ \left. \times [\theta(0, z_i + h, t_i) - 2\theta(0, z_i, t_i) + \theta(0, z_i - h, t_i)] - \frac{q}{\lambda} = 0 \right] \quad (4.193)$$

$$\left[ \theta(x_i, z_i, 0) = 0 \right] \quad (4.194)$$

Заменяем область изменения непрерывных переменных  $x, z, t$  областью дискретных переменных  $x_i, z_i, t_i$ . Наносим отметку, в узловых точках которой ищем приближенное решение  $\theta(x_i, z_i, t_i)$ . Ограничимся рассмотрением  $11 \times 3 = 33$ -х узловых точек в пространствен-

ных координатах  $x_i$  и  $z_i$  и 3-х временных координат:  $t_1=0$ ;  $t_2 = \tau = h|V$  и  $t_3 = 2\tau = 2h|V$ . На рис.4.55,а,б,в приведены расчетные схемы задачи для  $t_1$ ,  $t_2$  и  $t_3$  соответственно.

Будем обозначать значение сеточной функции в  $i$ -м узле в момент времени  $t_i$  с символом  $\theta_i(t_i)$ . Например, температура в узле №25 в момент времени  $t_i = 2\tau$  обозначается  $\theta_{25}(2\tau)$ .

Алгоритм решения задачи.

Для всех узлов сетки в момент времени  $t_1=0$  вычисляем значение сеточных функций  $\theta_i(0)$ , используя (4.194).

В данном случае  $\theta_1(0) = \theta_2(0) = \dots = \theta_{33}(0) = 0$ .

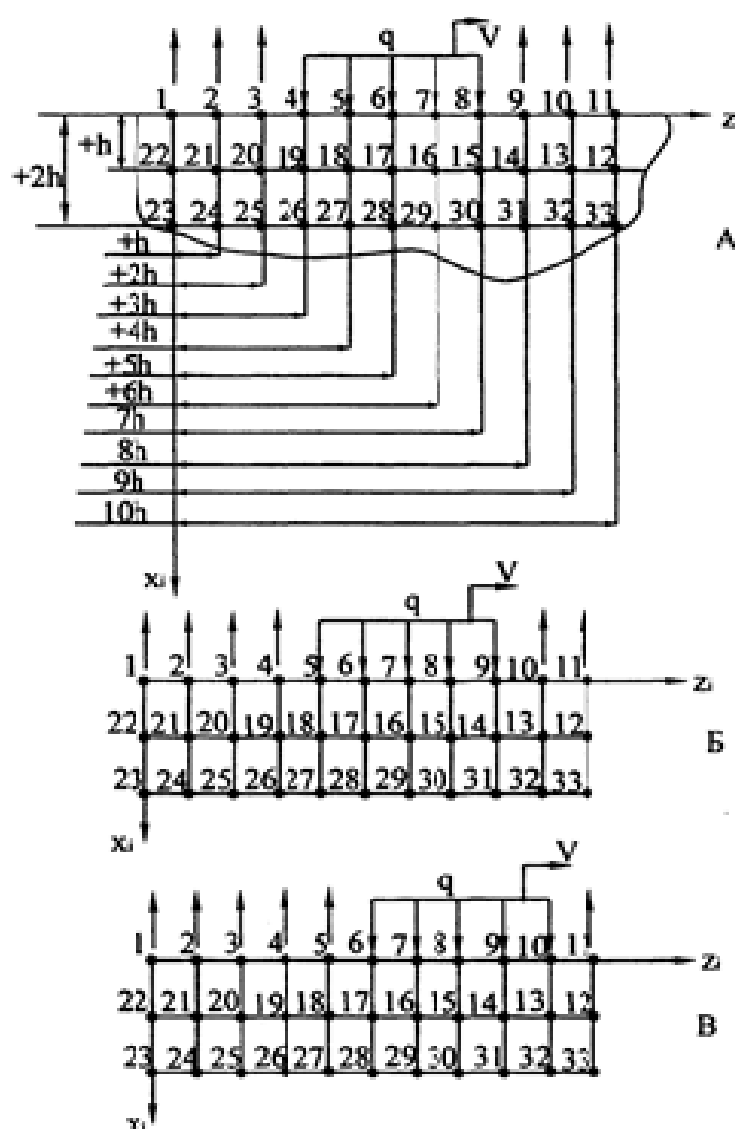


Рис.4.55. Расчетная схема к определению температуры методом сеток с подвижным тепловым источником: а -  $t=0$ ; б -  $t = \tau$ ; в -  $t = 2\tau$ .

Для этой же временной координаты  $t_1=0$  (рис. 4.55,а) для каждого узла сетки запишем соответствующее разностное уравнение. Причем для узлов №№4,5,6,7,8 применяем уравнение (4.193) (действует источник тепла); для узлов №№1,2,3,9,10 и 11 применяем уравнение (4.192) (теплообмен с окружающей средой), а для всех остальных узлов сечения – уравнение (4.191). Таким образом, получаем 33 уравнения. Из каждого уравнения, записанного для  $t_1=0$ , определяем значение сеточной функции  $\theta$  в этом же узле, но для момента времени  $t_2 = \tau$ , т.е. для узлов схемы на рис.4.55,б.

Далее повторяем процедуру для сетки с временной координатой

$t_2 = \tau$ . Для каждого узла записываются разностные уравнения. Необходимо учитывать, что узел №4 освободился от действия теплового источника, для данного узла применяем уравнение (4.192). Для узла №9 следует записать уравнение (4.193). Из 33-х разностных уравнений определяем значения сеточных функций для момента времени  $t_3 = 2\tau$ .

Переходим к сетке с временной координатой  $t_3 = 2\tau$ . Алгоритм расчета не сложен, однако, учитывая, что структура разностного уравнения формируется по программе в зависимости от номера узла, кроме того, узлы в граничной области находятся под воздействием переменных ГУ, разработка программы вычисления  $\theta(x_i, z_i, t_i)$  - довольно трудоемкая процедура.

Приведем в качестве примера разностные уравнения для ряда узлов.

1. Временная координата  $t_1 = 0$ . Запишем уравнение для узла №1 с координатой  $(0,0,0)$ . Состояние узла описывается разностным уравнением (4.192)

$$\frac{\theta(h,0,0) - \theta(0,0,0)}{h} - \frac{0,5h}{a\tau} [\theta(0,0,\tau) - \theta(0,0,0)] + \frac{0,5}{h} \times \\ \times [\theta(0,h,0) - 2\theta(0,0,0) + \theta(0,-h,0)] - \frac{\alpha}{\lambda} \theta(0,0,0) = 0$$

или

$$\frac{\theta_{22}(0) - \theta_1(0)}{h} - \frac{0,5h}{a\tau} [\theta_1(\tau) - \theta_1(0)] + \frac{0,5}{h} [\theta_2(0) - 2\theta_1(0) + \theta(0,-h,0)] - \\ - \frac{\alpha}{\lambda} \theta_1(0) = 0.$$

Учитывая, что  $\theta_{22}(0) = \theta_1(0) = \theta_2(0) = \theta(0,-h,0) = 0$ , получим  $\theta_1(\tau) = 0$ . Аналогично, записывая разностные уравнения для узлов №№2 и 3, имеем  $\theta_2(\tau) = \theta_3(\tau) = 0$ .

Запишем разностные уравнения для узла №4 с координатой  $(0,3h,0)$ . Состояние узла описывается аппроксимацией (4.193)

$$\frac{\theta(h,3h,0) - \theta(0,3h,0)}{h} - \frac{0,5h}{a\tau} [\theta(0,3h,\tau) - \theta(0,3h,0)] + \frac{0,5}{h} \times \\ \times [\theta(0,4h,0) - 2\theta(0,3h,0) + \theta(0,2h,0)] + \frac{q}{\lambda} = 0$$

или

$$\frac{\theta_{19}(0) - \theta_4(0)}{h} - \frac{0,5h}{a\tau} [\theta_4(\tau) - \theta_4(0)] + \frac{0,5}{h} [\theta_5(0) - 2\theta_4(0) + \theta_3(0)] + \frac{q}{\lambda} = 0,$$

отсюда

$$\theta_4(\tau) = \frac{q \cdot a\tau}{0,5h\lambda}.$$

Для узла №5 (0,4h,0) также применяем разностное уравнение (4.193):

$$\frac{\theta(h,4h,0) - \theta(0,4h,0)}{h} - \frac{0,5h}{a\tau} [\theta(0,4h,\tau) - \theta(0,4h,0)] + \frac{0,5}{h} \times$$

$$\times [\theta(0,5h,0) - 2\theta(0,4h,0) + \theta(0,3h,0)] + \frac{q}{\lambda} = 0$$

откуда  $\theta_5(\tau) = \frac{q \cdot a\tau}{0,5h\lambda}.$

Аналогично для узлов №№6,7 и 8 получим

$$\theta_6(\tau) = \theta_7(\tau) = \theta_8(\tau) = \frac{q \cdot a\tau}{0,5h\lambda}.$$

Для узлов №№9,10, 11 применяем уравнение (4.192):

$$\theta_9(\tau) = \theta_{10}(\tau) = \theta_{11}(\tau) = 0.$$

Для внутренних узлов применяем уравнение (4.191)

Например, для узла №18 (h,4h,0) разностное уравнение запишется в виде

$$\frac{\theta(h,4h,\tau) - \theta(h,4h,0)}{h} = a \left[ \frac{\theta(2h,4h,0) - 2\theta(h,4h,0) + \theta(0,4h,0)}{h^2} + \right.$$

$$\left. + \frac{\theta(h,5h,0) - 2\theta(h,4h,0) + \theta(h,3h,0)}{h^2} \right],$$

или

$$\frac{\theta_{18}(\tau) - \theta_{18}(0)}{\tau} = a \left[ \frac{\theta_{27}(0) - 2\theta_{18}(0) + \theta_5(0)}{h^2} + \frac{\theta_{17}(0) - 2\theta_{18}(0) + \theta_{19}(0)}{h^2} \right],$$

отсюда  $\theta_{18}(\tau) = 0.$

Таким образом, сеточные функции  $\theta(x_i, z_i, t_i)$  при  $t_2 = \tau$  равны нулю во всех точках, кроме узлов №№4,5,6,7,8, где

$$\theta = \frac{q \cdot a\tau}{0,5h\lambda}.$$

2. Временная координата  $t_2 = \tau$  (рис.4.55,6).

Записывая разностные уравнения для узлов, определим  $\theta_i(2\tau)$ . В качестве примера определим температуры на поверхности проводящей среды  $x_i = 0$ . Для узла №1  $(0,0,\tau)$  применяем формулу (4.192)

$$\frac{\theta(h,0,\tau) - \theta(0,0,\tau)}{h} - \frac{0,5h}{a\tau} [\theta(0,0,2\tau) - \theta(0,0,\tau)] + \frac{0,5}{h} \times \\ \times [\theta(0,h,\tau) - 2\theta(0,0,\tau) + \theta(0,-h,\tau)] - \frac{\alpha}{\lambda} \theta(0,0,\tau) = 0$$

или

$$\frac{\theta_{22}(\tau) - \theta_1(\tau)}{h} - \frac{0,5h}{a\tau} [\theta_1(2\tau) - \theta_1(\tau)] + \frac{0,5}{h} [\theta_2(\tau) - 2\theta_1(\tau) + \theta(0,-h,\tau)] - \\ - \frac{\alpha}{\lambda} \theta_1(\tau) = 0$$

Из предыдущего цикла расчета сеточной функции получено

$$\theta_{22}(\tau) = \theta_1(\tau) = \theta_2(\tau) = \theta(0,-h,\tau) = 0,$$

следовательно

$$\theta_1(2\tau) = 0.$$

Аналогично можно убедиться, что  $\theta_2(2\tau) = 0$ .

Запишем разностное уравнение (4.192) для узла №3  $(0,2h,\tau)$ :

$$\frac{\theta(h,2h,\tau) - \theta(0,2h,\tau)}{h} - \frac{0,5h}{a\tau} [\theta(0,2h,2\tau) - \theta(0,2h,\tau)] + \frac{0,5}{h} \times \\ \times [\theta(0,3h,\tau) - 2\theta(0,2h,\tau) + \theta(0,h,\tau)] - \frac{\alpha}{\lambda} \theta(0,2h,\tau) = 0$$

или

$$\frac{\theta_{20}(\tau) - \theta_3(\tau)}{h} - \frac{0,5h}{a\tau} [\theta_3(2\tau) - \theta_3(\tau)] + \\ + \frac{0,5}{h} [\theta_4(\tau) - 2\theta_3(\tau) + \theta_2(\tau)] - \frac{\alpha}{\lambda} \theta_3(\tau) = 0$$

Учитывая, что  $\theta_{20}(\tau) = \theta_3(\tau) = \theta_3(0) = \theta_2(\tau) = 0$ , получим

$$\theta_3(2\tau) = \frac{2q(a\tau)^2}{\lambda h^3}.$$

Для узла №4 также применяем уравнение (4.192) (так как источник переместился на величину  $h$  в направлении оси  $Z$ ). Имеем уравнение

$$\frac{\theta_{19}(\tau) - \theta_4(\tau)}{h} - \frac{0,5h}{a\tau} [\theta_4(2\tau) - \theta_4(\tau)] +$$

$$+ \frac{0,5}{h} [\theta_5(\tau) - 2\theta_4(\tau) + \theta_3(\tau)] - \frac{\alpha}{\lambda} \theta_4(\tau) = 0 .$$

Учитывая, что  $\theta_{19}(\tau) = \theta_3(\tau) = 0$ , а  $\theta_4(\tau) = \theta_5(\tau) = \frac{q \cdot a \tau}{0,5h\lambda}$ , полу-

чим

$$\theta_4(2\tau) = \frac{q \cdot a \tau}{0,5h\lambda} \left[ 1 - 3 \frac{a\tau}{h^2} - 2 \frac{\alpha \cdot a\tau}{\lambda \cdot h} \right].$$

Для узла №5 запишем уравнение (4.193)

$$\frac{\theta_{18}(\tau) - \theta_5(\tau)}{h} - \frac{0,5h}{a\tau} [\theta_5(2\tau) - \theta_5(\tau)] + \frac{0,5}{h} [\theta_6(\tau) - 2\theta_5(\tau) + \theta_4(\tau)] + \frac{q}{\lambda} = 0 ,$$

где  $\theta_6(\tau) = \theta_4(\tau) = \theta_5(\tau) = \frac{q \cdot a \tau}{0,5h\lambda}$ ;  $\theta_{18}(\tau) = 0$ ,

тогда  $\theta_5(2\tau) = 4q \frac{a\tau}{h\lambda} \left[ 1 - \frac{a\tau}{h^2} \right].$

Аналогично, записываем уравнение (4.193) для узлов №№6,7. Получим

$$\theta_6(2\tau) = \theta_7(2\tau) = 4q \frac{a\tau}{h\lambda} \left[ 1 - \frac{a\tau}{h^2} \right].$$

Для узла №8 применим уравнение (4.193):

$$\frac{\theta_{15}(\tau) - \theta_8(\tau)}{h} - \frac{0,5h}{a\tau} [\theta_8(2\tau) - \theta_8(\tau)] + \frac{0,5}{h} [\theta_9(\tau) - 2\theta_8(\tau) + \theta_7(\tau)] + \frac{q}{\lambda} = 0 ,$$

отсюда

$$\theta_8(2\tau) = 4q \frac{a\tau}{h\lambda} \left[ 1 - \frac{3a\tau}{2h^2} \right].$$

Применяя для узла №9 уравнение (4.193), имеем

$$\frac{\theta_{14}(\tau) - \theta_9(\tau)}{h} - \frac{0,5h}{a\tau} [\theta_9(2\tau) - \theta_9(\tau)] + \frac{0,5}{h} [\theta_{10}(\tau) - 2\theta_9(\tau) + \theta_8(\tau)] + \frac{q}{\lambda} = 0 ,$$

откуда

$$\theta_9(2\tau) = 2q \frac{a\tau}{h\lambda} \left[ 1 - \frac{a\tau}{h^2} \right].$$

Для узла №10 с координатой  $(0,9h, \tau)$  применяем уравнение (4.192):

$$\frac{\theta_{13}(\tau) - \theta_{10}(\tau)}{h} - \frac{0,5h}{a\tau} [\theta_{10}(2\tau) - \theta_{10}(\tau)] + \frac{0,5}{h} [\theta_{11}(\tau) - 2\theta_{10}(\tau) + \theta_9(\tau)] - \frac{\alpha}{\lambda} \theta_{10}(\tau) = 0$$



Получим  $\theta_{10}(2\tau) = 0$ . Для всех остальных узлов на поверхности  $x_i = 0$  получим нулевые значения функции  $\theta$ . Для внутренних узлов применяем уравнение (4.191).

Задача 5. Решим методом сеток задачу с граничным условием 4-го рода. Задачи формулируются следующим образом. На поверхности полубесконечного тела задан тепловой поток  $q$ . Область пространства  $0 \leq x < \Delta$  имеет теплофизические параметры:  $\lambda_1, a_1$ , а область  $\Delta < x < \infty - \lambda_2, a_2$ . Необходимо решить систему уравнений:

$$\begin{cases} \frac{1}{a_1} \cdot \frac{\partial \theta}{\partial \tau} = \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} & 0 < x < \Delta \\ \frac{1}{a_2} \cdot \frac{\partial \theta}{\partial \tau} = \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} & \Delta < x < \infty \end{cases} \quad (4.195)$$

с начальным условием:

$$\theta(x, 0) = U_0(x); \quad (4.196)$$

граничными условиями:

$$-\lambda_1 \frac{\partial \theta}{\partial x} \Big|_{x=0} = q; \quad \theta \Big|_{x=\Delta+\xi} = \theta \Big|_{x=\Delta-\xi; \xi \rightarrow 0}; \quad \lambda_1 \frac{\partial \theta}{\partial x} \Big|_{x=\Delta} = \lambda_2 \frac{\partial \theta}{\partial x} \Big|_{x=\Delta}. \quad (4.197)$$

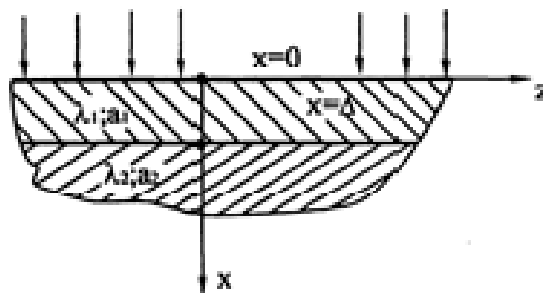


Рис.4.56. Расчетная схема тепловой задачи с граничным условием 4-го рода.

Источник тепла неподвижен (рис.4.56). Сеточная функция, соответствующая температуре,  $-\theta(x_i, t_i)$ . По координате  $x$  выберем шаг  $h$ , а по координате  $t$  - шаг  $\tau$ . Найдем разностные аппроксимации ГУ (4.197). Разложим функцию  $\theta(x_i, t_i)$  в ряд Тейлора;

$$\frac{\partial \theta}{\partial x} \Big|_{x_i=0} = \frac{\theta(x_i + h, t_i) - \theta(x_i, t_i)}{h} \Big|_{x_i=0} \approx \frac{\partial \theta}{\partial x} \Big|_{x_i=0} + 0,5h \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} \Big|_{x_i=0},$$

отсюда

$$\frac{\partial \theta}{\partial x} \Big|_{x_i=0} = \frac{\theta(h, t_i) - \theta(0, t_i)}{h} - 0,5h \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} \Big|_{x_i=0}.$$

Значение  $\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2}$  подставляем из уравнения теплопроводности:

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} \Big|_{x=0} = \frac{1}{a_1} \cdot \frac{\partial \theta}{\partial \tau} \approx \frac{1}{a_1} \left[ \frac{\theta(0, t_i + \tau) - \theta(0, t_i)}{\tau} \right],$$

получаем граничное условие на поверхности среды:

$$\lambda_1 \left[ \frac{\theta(h, t_i) - \theta(0, t_i)}{h} - \frac{0,5h}{a_1} \left( \frac{\theta(0, t_i + \tau) - \theta(0, t_i)}{\tau} \right) \right] = q.$$

Учитывая, что

$$\frac{\partial \theta}{\partial x} \Big|_{x = \Delta - \xi} \Big|_{\xi \rightarrow 0} \approx \frac{\theta(\Delta + h, t_i) - \theta(\Delta, t_i)}{h} - \frac{0,5h}{a_1} \left[ \frac{\theta(\Delta, t_i + \tau) - \theta(\Delta, t_i)}{\tau} \right],$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial x} \Big|_{x = \Delta + \xi} \Big|_{\xi \rightarrow 0} \approx \frac{\theta(\Delta + h, t_i) - \theta(\Delta, t_i)}{h} - \frac{0,5h}{a_2} \left[ \frac{\theta(\Delta, t_i + \tau) - \theta(\Delta, t_i)}{\tau} \right]$$

разностную схему задачи можно записать так:

$$\frac{1}{a_1} \cdot \frac{\theta(x_i, t_i + \tau) - \theta(x_i, t_i)}{\tau} = \frac{\theta(x_i + h, t_i) - 2\theta(x_i, t_i) + \theta(x_i - h, t_i)}{h^2}; \quad 0 < x_i < \Delta \quad (4.198)$$

$$\frac{1}{a_2} \cdot \frac{\theta(x_i, t_i + \tau) - \theta(x_i, t_i)}{\tau} = \frac{\theta(x_i + h, t_i) - 2\theta(x_i, t_i) + \theta(x_i - h, t_i)}{h^2}; \quad \Delta < x_i < \infty \quad (4.199)$$

ГУ:

$$-\lambda_1 \left[ \frac{\theta(h, t_i) - \theta(0, t_i)}{h} - \frac{0,5h}{a_1} \left( \frac{\theta(0, t_i + \tau) - \theta(0, t_i)}{\tau} \right) \right] = q; \quad x_i = 0 \quad (4.200)$$

$$\lambda_1 \left[ \frac{\theta(\Delta + h, t_i) - \theta(\Delta, t_i)}{h} - \frac{0,5h}{a_1} \left( \frac{\theta(\Delta, t_i + \tau) - \theta(\Delta, t_i)}{\tau} \right) \right] =$$

$$= \lambda_2 \left[ \frac{\theta(\Delta + h, t_i) - \theta(\Delta, t_i)}{h} - \frac{0,5h}{a_2} \left( \frac{\theta(\Delta, t_i + \tau) - \theta(\Delta, t_i)}{\tau} \right) \right]; \quad x_i = \Delta$$

$$\theta(x_i, 0) = U(x_i)$$

Шаг сетки  $h$  выбираем так, чтобы раздел сред ( $\lambda_1; a_1$  и  $\lambda_2; a_2$ ) совпал с одним из узлов, т.е.  $\Delta = h_i$ , где  $i$  – целое число, в остальном расчетная схема аналогична задаче 2 данного раздела.

Задача 6. Используя выкладки задач 4 и 5, решить методом се-

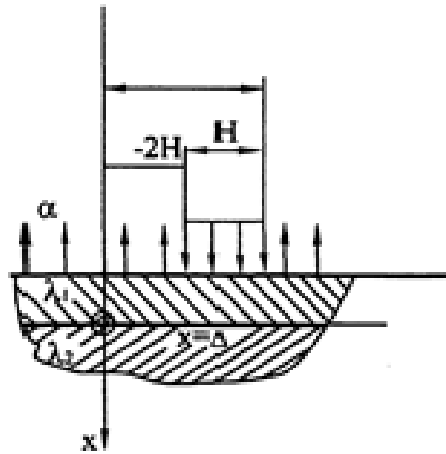


Рис.4.57. Расчетная схема шлифования покрытий.

ток задачу на построение математической модели, описывающей температурное поле при шлифовании покрытий.

Задача формулируется следующим образом. По поверхности полубесконечного тела, на которой задан теплообмен по закону Ньютона, в положительном направлении оси  $Z$  с постоянной скоростью движется полосовой источник тепла шириной  $H$ . Плотность теплового потока -  $q$ . Температура окружающей среды -  $\theta_c$ . Начальная температура -  $T_0$ . Область пространства  $0 < x < \Delta$  имеет теплофизические параметры  $\lambda_1$  и  $a_1$ , а область  $\Delta < x < \infty$  -  $\lambda_2$ ,  $a_2$  (рис.4.57).

Необходимо решить систему уравнений:

$$\begin{cases} \frac{1}{a_1} \cdot \frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} & 0 < x < \Delta \\ \frac{1}{a_2} \cdot \frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} & \Delta < x < \infty \end{cases} \quad (4.201)$$

с начальным условием:

$$\theta(x, z, 0) = T_0, \quad (4.202)$$

с граничными условиями:

$$-\lambda_1 \frac{\partial \theta}{\partial x} \Big|_{x=0}^{l-2H < z < l} = q, \quad -\lambda_1 \frac{\partial \theta}{\partial x} \Big|_{x=0}^{z > l} + \alpha \left( \theta \Big|_{x=0} - \theta_c \right),$$

$$\lambda_1 \frac{\partial \theta}{\partial x} \Big|_{x=\Delta} = \lambda_2 \frac{\partial \theta}{\partial x} \Big|_{x=\Delta}, \quad \theta \Big|_{x=\Delta+\xi} = \theta \Big|_{x=\Delta-\xi} \text{ при } \xi \rightarrow 0, \quad (4.203)$$

где  $l = l_0 + V\tau$ .

### Задачи для самостоятельного решения

#### Задача 1. Решить уравнение

$$(1+x^2)\frac{d^2y}{dx^2} + 2x\frac{dy}{dx} - 2y = 4x^2 + 2,$$

если  $y(-1) = 0$ ;  $\left.\frac{dy}{dx}\right|_{x=-1} = 0$ .

Решение найти в интервале  $-1 \leq x \leq 1$ .

Задача 2. Решить уравнение

$$\frac{d^2y}{dx^2} - 3\frac{dy}{dx} + 2y = f(x),$$

если  $y(0) = 1$ ;  $\left.\frac{dy}{dx}\right|_{x=0} = 2$ ,

где  $f(x)$  - аналитическая функция.

Решение на интервале  $-1 \leq x \leq 1$ .

Задача 3. Записать разностную аппроксимацию волновой задачи

$$\frac{\partial^2 U}{\partial t^2} = \frac{\partial U}{\partial x^2} + f(x, t); \quad 0 < x < 1;$$

$$0 < t < t_0;$$

$$U(0, t) = U_1(t);$$

$$U(1, t) = U_2(t);$$

$$U(x, 0) = U_0(x);$$

$$\frac{\partial U}{\partial t}(x, 0) = \bar{U}_0(x).$$

## ГЛАВА 5

### МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ КОМПЬЮТЕРНОЙ СИСТЕМЫ ТЕХНОЛОГИЧЕСКОЙ ДИАГНОСТИКИ ПРОФИЛЬНОГО ШЛИФОВАНИЯ (ПО КРИТЕРИЮ КАЧЕСТВА ПОВЕРХНОСТНОГО СЛОЯ)

Математизация технологических исследований и разработок является неотъемлемым признаком современной технологии машиностроения, основанной на широком применении компьютерной техники на всех этапах жизненного цикла изделий машиностроительного производства. Тенденция широкого применения математики (и, как следствие, компьютерной техники) в технологии послужила причиной и составила основу для построения всех десяти томов по физико-математической теории процессов обработки материалов и технологии машиностроения.

В настоящем томе основное внимание уделяется вопросам обеспечения и стабилизации качества поверхностного слоя деталей при их механической обработке, в частности при шлифовании труднообрабатываемых материалов. Поэтому в данной главе тома рассмотрены вопросы теории обеспечения и стабилизации качества поверхностного слоя при профильном шлифовании на основе применения компьютерных систем технологической диагностики, которые встроены в технологическую систему шлифования и работают в режиме реального времени. Применение таких систем в производстве является логическим этапом развития учения о качестве поверхностного слоя, но одновременно сопряжено с рядом специфических особенностей и трудностей как теоретического, так и практического характера.

С точки зрения теории имеются определенные трудности с разработкой математической модели объекта (процесса шлифования). Речь идет о модели, уравнение которой позволяло бы верно прогнозировать параметры качества поверхностного слоя на основе фактической информации о процессе. С точки зрения практики необходимо иметь встроенные в технологическую систему первичные преобразователи информации, выходные сигналы которых без опоздания доставляли бы достоверную информацию о процессе в компьютерный блок системы диагностики.

Вот почему вопросы метрологического обеспечения компьютерной системы технологической диагностики (КСТД) приобретают

важнейшее значение с точки зрения обеспечения достоверности оценки фактического состояния технологической системы.

По аналогии с системами автоматизированного проектирования (САПР) КСТД должны иметь описания следующих видов обеспечений: математического, лингвистического, технического, информационного, программного, методического и организационного [242]. В данной работе основное внимание уделяется математическому обеспечению, которое предопределяет все другие вышеуказанные виды обеспечений.

Кроме того, рассмотрен еще один вид обеспечения от которого зависит достоверность диагностики - метрологическое обеспечение, которое в данной работе является частью математического обеспечения.

Исследования в технологии машиностроения на современном ее этапе осуществляются в двух основных направлениях: разработка качественно новых методов обработки заготовок и сборки машин и приборов и совершенствование уже имеющихся технологических процессов в направлении повышения их надежности (стабильность и предсказуемость получения результатов), обеспечивающих коммерческую выгоду).

Имеются также дополнительные направления, основанные на первых двух: синтез рациональных и оптимальных последовательностей технологических операций (САПР) применительно к деталям определенной геометрической формы, комбинации известных методов обработки при их осуществлении и т.п.

Анализ технической литературы показывает, что доминирующее влияние имеет направление, связанное с повышением надежности существующих технологических процессов. Многовекторный характер этого направления не позволяет кратко перечислить проводимые в этом направлении работы.

Однако разработка компьютерных систем диагностики технологических процессов несомненно принадлежит к этому направлению работ и является актуальной в технологии машиностроения на современном этапе ее развития (когда средства вычислительной техники на основе IBM совместимых персональных компьютеров с открытой архитектурой стали доступны широкому пользователю и имеют необходимые для этого аппаратные и программные возможности).

## 5.1. ПРОБЛЕМЫ ИНЖЕНЕРИИ ПОВЕРХНОСТНОГО СЛОЯ ДЕТАЛЕЙ

Общепризнанно, что свойства поверхностного слоя деталей машин и приборов оказывают решающее влияние на их эксплуатационные свойства. Именно поверхностный слой детали подвергается наиболее сильному механическому, тепловому, электромагнитному и другим видам воздействия. Параметры состояния поверхностного слоя до сих пор не стандартизованы (за исключением параметров шероховатости поверхности). До сих пор нет общепризнанной классификации этих параметров. В технологии машиностроения поверхностный слой деталей из конструкционных сталей и сплавов после механических и физико-химических методов обработки чаще всего характеризуют такими параметрами как шероховатость поверхности, глубина и степень упрочнения и остаточные макронапряжения [184].

Упрочнение поверхностного слоя при лезвийной обработке – наклеп – вызывается действием силового фактора. В то же время при шлифовании возможно упрочнение поверхностного слоя в результате одновременного действия силового и температурного факторов при доминирующем влиянии температурного фактора. Таким образом, упрочненный поверхностный слой – «белый слой» (слой вторичной закалки) – имеет не только повышенную твердость, но и обладает также определенной пластичностью. Такая особенность «белого слоя», образующегося при шлифовании, является исключением из известного правила, в соответствии с которым увеличение твердости приводит к охрупчиванию материала. Однако упрочненный «белый слой», образующийся при шлифовании, чаще всего считают дефектным слоем – прижогом вторичной закалки, поскольку, с одной стороны, свойства этого слоя нельзя гарантировать технологическим регламентом, с другой – под этим слоем (ниже) располагается отпущенная структура (прижог отпуска), твердость которой ниже, чем твердость исходной структуры материала. Сформированный таким образом поверхностный слой содержит слой повышенной твердости, который лежит на «мягкой подушке». Наконец следует отметить также возможность получения упрочненного поверхностного слоя при шлифовании вследствие температурных пластических деформаций.

Многочисленные исследования процесса шлифования (см., например, работу [112]) показывают, что в общем случае поверхностный слой материала может представлять собой многослойную композицию, имеющую сложный закон распределения микротвердо-

сти по глубине этого слоя. Однако причиной формирования закона распределения микротвердости по глубине поверхностного слоя, как следует из анализа технической литературы по шлифованию, чаще всего является соответствующий закон распределения температуры по глубине поверхностного слоя. Следовательно, распределение температурного поля по глубине, может быть использовано для прогнозирования параметров качества формирующегося при шлифовании поверхностного слоя. В свою очередь для описания температурного поля нами выбран феноменологический подход, базирующийся на применении фундаментальных уравнений теплопроводности в дифференциальной форме, которые (после их интегрирования) позволяют прогнозировать распределение температурного поля в твердом теле с учетом предварительно заданных начальных (по времени) и граничных (температура или плотность теплового потока на границе твердого тела) условий.

Известно, что неотъемлемым существенным признаком науки является наличие в ней соответствующей математики. Однако следует различать собственно математику и ее интерпретацию. Интерпретация математики заключается в замене материальных элементов объекта их идеальными (абстрактными, виртуальными) аналогами. Как правило, замене подлежат определенные свойства материального объекта: время, длина (время, длина - первичные свойства, т.к. это формы существования материи), температура, твердость (свойства другого плана вторичные, т.к. зависят от большого количества других факторов). При замене материального объекта его свойствами (первичными и вторичными) требуется обеспечить адекватность между реальными и виртуальными свойствами. Эта адекватность (равенство оценок по исследуемому свойству) обеспечивается средствами соответствующей науки (метрологии) через осуществление процесса измерения, в ходе которого осуществляется воспроизведение какой-либо физической величины, характеризующей свойства объекта. Например, при шлифовании (объект - процесс шлифования) из-за высокой температуры в зоне резания образуется прижог - поверхностный слой с измененной структурой. Этот слой имеет глубину залегания  $h_0$ , которую называют глубиной дефектного слоя. Для определения  $h_0$  необходимо знать закон распределения температуры по глубине поверхностного слоя. Этот закон устанавливается средствами математики (в данном случае - средствами математической теплофизики) путем решения дифференциального уравнения теплопроводности.



Адекватность модели и объекта должна быть проверена экспериментально на практике с привлечением метрологии для оценки погрешности эксперимента. Кроме того, адекватность может быть достигнута путем применения специальных методов коррекции математических моделей.

Учение о качестве поверхностного слоя деталей машин и приборов является быстро развивающейся и перспективной областью исследования в технологии машино- и приборостроения и связано с привлечением смежных научных дисциплин (физика, химия, материаловедение и т.п.), поскольку успехи в этой области связаны с увеличением ресурса работы механизмов, машин и приборов (ресурсосберегающие технологии). Качество поверхностного слоя, оцениваемое через совокупность параметров состояния, формируется на финишных операциях изготовления деталей, однако затем изменяется в процессе эксплуатации и ремонта изделий. Управление качеством поверхностного слоя деталей в процессе эксплуатации машин и приборов сформировалось в самостоятельное научное направление, которое в зарубежной литературе получило название Smart-Self Technology. Поэтому управление качеством поверхностного слоя является системной задачей, охватывающей не только этапы производства и его подготовки, но также этап эксплуатации изделий. Общеизвестно, что исходные параметры качества (сформированные на этапе финишной обработки) оказывают существенное влияние на долговечность изделий и определяют эксплуатационные расходы. Следовательно, повышение надежности обеспечения параметров качества поверхностного слоя деталей машин на этапе их изготовления является актуальной научно-технической проблемой. Здесь важная роль принадлежит финишным методам обработки, к числу которых относится шлифование, позволяющее получить требуемую точность обработки и сформировать исходные параметры состояния поверхностного слоя деталей перед эксплуатацией: шероховатость поверхности, фазовый и химический состав, распределение микротвердости и остаточных напряжений по глубине и другие. Указанные параметры состояния формируются в результате сложного физико-химического процесса, протекающего в зоне контакта шлифовального круга и обрабатываемой заготовки. Особенностью этого процесса является высокая теплонпряженность. Уровень развивающихся при шлифовании температур предопределяет состав и направление развития термомеханических, теплофизических и термохимических явлений в поверхностном

слое. Поэтому повышение достоверности определения температуры при шлифовании (при диагностике процесса по температурному критерию) является важной задачей в технологии машиностроения.

Большой вклад в изучение теплофизики процессов сварки, резания и шлифования внесли научные школы Рыкалина Н.Н., Резникова А.Н., Силина С.С., Евсеева Д.Г., Якимова А.В. (Сипайлов В.А., Паршаков А.Н., Ярмонов Н.А., Напарьин Ю.А.) и многие другие. В результате всестороннего теоретического и экспериментального исследования тепловых явлений при шлифовании были разработаны физические и математические модели температурного поля для различных условий обработки. Однако большое количество таких моделей затрудняет их целесообразный выбор в инженерной практике. Поэтому под руководством профессора Якимова А.В. была проведена систематизирующая работа по установлению единой математической зависимости, позволяющей прогнозировать температуру шлифования с учетом влияния на нее формы поверхности обрабатываемой детали (плоская, выпуклая, вогнутая, клиновидная).

## **5.2. УПРАВЛЕНИЕ КАЧЕСТВОМ ПОВЕРХНОСТНОГО СЛОЯ НА ОСНОВЕ ДИАГНОСТИКИ СОСТОЯНИЯ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ СИСТЕМ**

### **5.2.1. ДИАГНОСТИКА ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ СИСТЕМ КАК НЕОБХОДИМОЕ УСЛОВИЕ ДЛЯ УПРАВЛЕНИЯ ТОЧНОСТЬЮ И КАЧЕСТВОМ ОБРАБОТКИ**

В соответствии с паспортом специальности «технология машиностроения» одним из важных направлений в этой науке является управление точностью и качеством изготовления изделий. Процесс управления, как известно, осуществляется на двух смежных этапах жизненного цикла изделий: этапе технологической подготовки производства (ТПП) и этапе собственно изготовления продукции. В этом смысле управление на первом этапе может быть названо предварительным (этап планирования), а на втором (собственно изготовление) — окончательным. Результатом первого этапа является план будущих технологических действий (информационный продукт, хранящийся на магнитных, лазерных, бумажных и т.п. носителях информации). Результатом второго этапа является готовое изделие (материальный продукт деятельности машиностроительного предприятия или фир-

мы). Следовательно, объектом управления на первом этапе (этапе ТПП) является процесс проектирования технологии (т.е. процесс разработки плана будущих действий), а объектом управления на втором этапе (этапе изготовления)— является процесс изготовления продукции (производственный или технологический процесс). С точки зрения технологии машиностроения объектом управления на втором этапе является так называемая технологическая система под которой понимают технологическую конструкцию, включающую оборудование, технологическую и инструментальную оснастку, и собственно изделие.

В общей теории управления принято условно различать такие режимы управления как режим реального времени (on-line) и режим разделения времени (off-line). В первом случае речь идет о непосредственном управлении на этапе изготовления изделия, когда управляющие воздействия непосредственно влияют на ход выполняемого в данное время технологического процесса, во втором — речь идет о косвенном (апосредованном) управлении, когда необходимо правильно распределить технологические ресурсы с учетом возможных возмущений, которые могут иметь место в будущем. Как правило, на этом этапе вводятся определенные коэффициенты запаса, т.е. расчеты на этапе ТПП производятся либо исходя из худшего случая (метод «максимума-минимума»), либо — из наиболее вероятного случая. Метод «максимума-минимума» и вероятностный метод нашли свое отражение в таких известных подходах, как метод полной и неполной (частичной) взаимозаменяемости, соответственно. Метод полной взаимозаменяемости, гарантирующий 100%-й выход годной продукции, отличается высокой трудоемкостью и технологической себестоимостью, и содержит самый большой коэффициент технологического запаса. В то время как метод неполной (частичной) взаимозаменяемости отличается меньшей трудоемкостью и предусматривает некоторые дополнительные затраты на брак или его устранение.

Подводя итог сказанному, отметим, что управление точностью и качеством изготовления изделий на этапе ТПП приводит к созданию избыточной технологической системы в той или иной мере (т.е. на 100% и меньше) гарантирующей точность и качество изготавливаемой продукции и, следовательно, имеется технологический резерв увеличения эффективности производства. Этот резерв можно использовать, если ввести управление в режиме on-line (управление по факту, имеющему место) на этапе изготовления продукции. Создаваемую

и работающую таким образом автоматизированную технологическую систему называют интегрированной [120].

Управление при проектировании (этап ТПП) и изготовлении (этап изготовления) возможно только при условии моделирования (чаще всего математического) объекта управления. В данном случае под объектом понимается технологическая система. Без модели управление невозможно. Поясним сказанное примерами. Для того, чтобы что-либо рассчитать необходимо иметь математическую модель, из которой вытекают расчетные формулы. Например, чтобы рассчитать температуру шлифования и ее распределение по глубине поверхностного слоя необходимо иметь модель температурного поля, которая в данном случае является моделью объекта (технологической системы шлифования) по конкретному его свойству — температуре шлифования. Следовательно, в данном случае модель температурного поля одновременно является моделью технологической системы шлифования (по такому важному свойству процесса, каким является температура шлифования).

Различие этапов производства и его подготовки приводит к различным требованиям, предъявляемым к моделям объектов. Так, например, если расчет по уравнениям модели производится на этапе ТПП (off-line), то предполагается, что полученные результаты расчета могут либо иметь, либо не иметь места в реальных условиях. Здесь, таким образом, речь идет об определении возможных граничных параметров. Например, расчет погрешности базирования при проектировании станочного приспособления это определение возможного последствия, если причина (смещение измерительной базы в направлении выполняемого размера) может быть охарактеризована конкретной (задается в расчете) граничной величиной. Например, причина — колебание размера диаметра вала (допуск на диаметр) однозначно определит при расчете погрешность базирования вала на призму и погрешность установки после его закрепления при известных геометрических моделях вала и призмы. Отсутствие таких геометрических моделей не позволило бы рассчитать указанные погрешности. В то же время применение встроенных в технологическую систему измерительных средств (например, тактильных датчиков фирмы ReniShaw) позволяет на основании тех же самых геометрических моделей вала и призмы определить фактическую (т.е. в данном конкретном случае) погрешность установки. Этот пример показывает отличие между режимами управления off-line и on-line. В

первом случае (off-line) речь идет об управлении исходя из худшего возможного или наиболее вероятного случая, во втором — исходя из фактической погрешности базирования, которая имеет место в данном случае при обработке конкретной заготовки, т.е. с учетом индивидуальных особенностей элементов технологической системы (объект управления).

Управление в режимах off-line и on-line применительно к технологии машиностроительного производства не является чем-то новым. Оно всегда присутствовало (как бы по умолчанию) в традиционном (не компьютеризированном) производстве. Действительно, на этапе ТПП технологи-проектировщики планировали будущие действия, создавая технологический проект, а производственники (цеховые технологи, начальники участков и цехов, рабочие) при реализации этого технологического проекта вносили соответствующие коррективы с учетом фактических индивидуальных особенностей технологических систем. Однако качество такого управления (в режиме on-line) ограничивалось возможностями людей в получении информации, возникающей в процессе обработки и сборки. К этому следует добавить влияние на качество управления уровня профессиональной подготовки производственников, который, например, применительно к рабочим-станочникам колеблется в широких пределах: от полного незнания дела до мастера высшего класса.

Интерес к управлению производством в режимах off-line и on-line (на подготовительном и заключительном его этапах) заметно возрос в связи с компьютеризацией машиностроительного производства. Появление CAD/CAM систем, CALS-технологий, САПР и систем встроенной технологической диагностики, призвано, в конечном счете, поднять технический уровень и эффективность машиностроительного производства в условиях острой конкурентной борьбы. Росту этого интереса способствовало появление международных стандартов по управлению качеством продукции (ISO 9000 и другие), внедрение которых является обязательным для сертификации производимой продукции и поставки ее на международный рынок.

В данной работе рассмотрен один из аспектов управления качеством изготовления машиностроительной продукции, связанный с разработкой встроенных компьютерных систем технологической диагностики. Приведенный выше анализ был необходим для выяснения места этой разработки в общей системе управления качеством продукции. Рассмотрение общих теоретических подходов и положений

по разработке математического обеспечения систем диагностики в данной работе производится на конкретном примере, в котором объектом диагностики является технологическая система резьбошлифования ходовых винтов передач «винт-гайка качения». Результаты работы могут быть распространены на другие процессы профильного шлифования труднообрабатываемых материалов. Кроме того, общие подходы к управлению точностью и качеством изготовления продукции на этапах производства и его подготовки применимы к любым технологическим процессам механической обработки и сборки в машиностроении.

Подводя итог сказанному отметим, что цель управления в режиме «on-line» в условиях компьютерно-интегрированного производства заключается в том, чтобы направить ход реального технологического процесса по плану, синтезированному на этапе технологического проектирования (в том числе при помощи САПР) применительно к виртуальному (воображаемому) технологическому процессу, т.е. «сделать желаемое действительным». Для этого нужна информация о действительном состоянии технологической системы, чтобы корректировать это состояние с учетом технологических требований (например, требований к качеству поверхностного слоя). Получение такой объективной информации является необходимым условием для управления. Можно выделить следующие пути получения такой информации:

1. Использование на этапе проектирования технологической системы эмпирических данных о ее состоянии (эмпирические силы резания — для оценки отжатый и сил закрепления заготовок, эмпирическая мощность резания — для оценки теплонапряженности, например, процесса шлифования и выбора станка по требуемой мощности электродвигателя главного движения и т.п.).
2. Применение экспресс-методов для прогнозирования и корректирования состояния технологической системы.
3. Применение встроенных компьютерных систем технологической диагностики, позволяющих оценивать фактическое состояние технологической системы, работать в режиме «советчика оператора», собирать данные и оценивать стабильность технологического процесса по технологическим критериям. В перспективе возможно построение систем автоматического управления, интегрированных с компьютерными системами технологической диагностики.

Подчеркнем, что рассмотренные выше системы диагностики построены на основе компьютерных систем сбора данных о процессе и их статистической обработки. Следовательно, эти системы позволяют оценивать эксплуатационную характеристику технологических систем. Для этого нужны методы, аппаратура и программное обеспечение, позволяющие получать и обрабатывать данные, а также соответствующие системы управления базами данных (СУБД) с тем, чтобы иметь возможность корректировать ход технологического процесса с учетом возникающей информации на длительном периоде эксплуатации управляемых технологических систем.

Системы технологической диагностики могут работать в следующих режимах:

1. Режим «советчика оператора».
2. Экспертные компьютерные системы принятия решения.
3. Автоматические (полностью формализованные) системы принятия решения и внесения корректив в состояние технологической системы.

Из сказанного вытекает необходимость разработки прежде всего математического (в том числе метрологического) обеспечения компьютерных систем технологической диагностики.

### **5.2.2. ДИАГНОСТИКА ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ СИСТЕМ ШЛИФОВАНИЯ**

Научные исследования по технологии шлифования, начиная с 60-х годов прошлого века начинались с познания сущности процесса шлифования. Было установлено преобладающее влияние теплового фактора (по сравнению с силовым) на формирование шлифовочных дефектов (прижогов и микротрещин), а в ряде случаев и на формирование точности обработки. Профессорами Якимовым А.В. и Сипайловым В.А. впервые были разработаны и применены модели температурного поля при шлифовании, основанные на методах неподвижного и подвижного тепловых источников [231, 293]. В последствии под руководством профессора Якимова А.В. было защищено 50 кандидатских и 5 докторских диссертаций, в которых в той или иной степени рассматривались вопросы исследования температурного поля при шлифовании. С точки зрения управления процессом все эти работы можно условно разделить на две группы: управление в режиме

off-line (режим разделения времени) и в режиме on-line (режим реального времени).

Под диагностикой объекта (процесса, конструкции или технологической системы) обычно понимают выявление состояния этого объекта для последующего принятия решения по управлению этим объектом. Таким образом, достоверность диагностики предопределяет качество управления объектом с точки зрения получаемых при этом результатов, в том числе результатов коммерческого характера. Очевидно, что диагностика технологической системы шлифования в режиме реального времени основывается на измерениях параметров процесса шлифования и обработке результатов этих измерений (компьютерная обработка данных). В этой связи построение алгоритмов диагностики должно быть основано на алгоритмах измерения, которые разрабатываются на основе теоретических основ метрологии - науки об измерениях.

### **5.3. МЕТРОЛОГИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ КОМПЬЮТЕРНЫХ СИСТЕМ ТЕХНОЛОГИЧЕСКОЙ ДИАГНОСТИКИ**

Выше было отмечено, что управление технологической системой шлифования в режиме реального времени сопряжено с получением и преобразованием информации, возникающей при шлифовании. С этой целью производятся прямые и косвенные измерения параметров, характеризующих текущее состояние процесса. Для повышения достоверности измерительной информации должны быть использованы основы метрологической науки и математической статистики.

#### **5.3.1. ВЫБОР И ОБОСНОВАНИЕ ИЗМЕРИТЕЛЬНОЙ ЗАДАЧИ НА ОСНОВЕ КЛАССИФИКАЦИИ ИЗМЕРЕНИЙ В МЕТРОЛОГИИ**

В метрологии принята следующая классификация измерений в зависимости от вида уравнения измерения, связывающего измеряемую и непосредственно наблюдаемые величины [56].

При прямом измерении измеряемая величина  $Q$  пропорциональна непосредственно наблюдаемой  $X$



$$Q = c \cdot X, \quad (5.1)$$

где  $c$  - коэффициент пропорциональности.

При косвенном измерении величина  $Q$  является известной функцией от непосредственно наблюдаемых аргументов  $x_1, \dots, x_m$

$$Q = f(x_1, \dots, x_m). \quad (5.2)$$

При совместных измерениях находят функциональную зависимость  $Y = f(X)$  между переменными величинами  $X$  и  $Y$  путем измерений ряда величин  $x_1, \dots, x_m$  и соответствующих им величин  $Y_1, \dots, Y_m$

$$Y_i = f(x_i). \quad (5.3)$$

При совокупных измерениях значения набора одноименных величин  $Q_1, \dots, Q_k$  определяют путем измерений сумм или разностей этих величин в различных сочетаниях

$$Y_i = \sum c_{ij} \cdot Q_j, \quad (5.4)$$

где  $c_{ij}$  - коэффициенты, которые принимают значения  $\pm 1$  или 0.

Из анализа приведенной классификации измерений следует, что к косвенным измерениям величин  $Q$  относится широкий класс моделей различных объектов, для которых имеются уравнения типа (5.2). Практически любые научные исследования связаны с получением уравнений типа (5.2) и, следовательно, являются частью тех или иных исследований определенных свойств объектов. Да и сама разработка моделей объектов, позволяющая получать зависимости типа (5.2) является всего лишь одним из этапов косвенных измерений выходных параметров  $x_1, \dots, x_m$ .

Кроме того, многочисленные примеры совместных измерений можно видеть в широко распространенных задачах построения градуировочных характеристик аттестуемых средств измерений, которые производятся при помощи эталонных измерительных средств. Речь идет о построении зависимостей  $Y = f(X)$ , связывающих величину  $X$  на входе с величиной  $Y$  на выходе аттестуемого средства измерений. В качестве примера в ниже будет рассмотрена задача градуировки аттестуемого преобразователя активной мощности, разработанного и изготовленного для измерения мощности, затрачиваемой на шлифование. Этот преобразователь является одним из блоков компьютерной системы технологической диагностики.

### 5.3.2. ЭТАПЫ ПРОЦЕССА ИЗМЕРЕНИЯ

Процесс измерения в метрологии принято осуществлять за три этапа [56]: подготовка, измерительный эксперимент, обработка экспериментальных данных. Этап подготовки включает постановку измерительной задачи и планирование измерительного эксперимента (рис.5.1). При исследовании сложных объектов (каким является, например, процесс профильного шлифования резьбы шариковых ходовых винтов) наиболее важным является этап формирования модели объекта, которая разрабатывается на основе априорных данных. Измеряемая величина будет параметром (характеристикой) этого объекта и для ее определения необходимо иметь математическую модель этого объекта. Учитывая материал, изложенный в разделах 5.1 и 5.2, приходим к выводу, что в качестве измеряемой величины, которая предопределяет формирование качества поверхностного слоя резьбы может быть температура в зоне контакта и ее распределение по глубине поверхностного слоя.

Следовательно, необходимо иметь теоретическую модель тем-

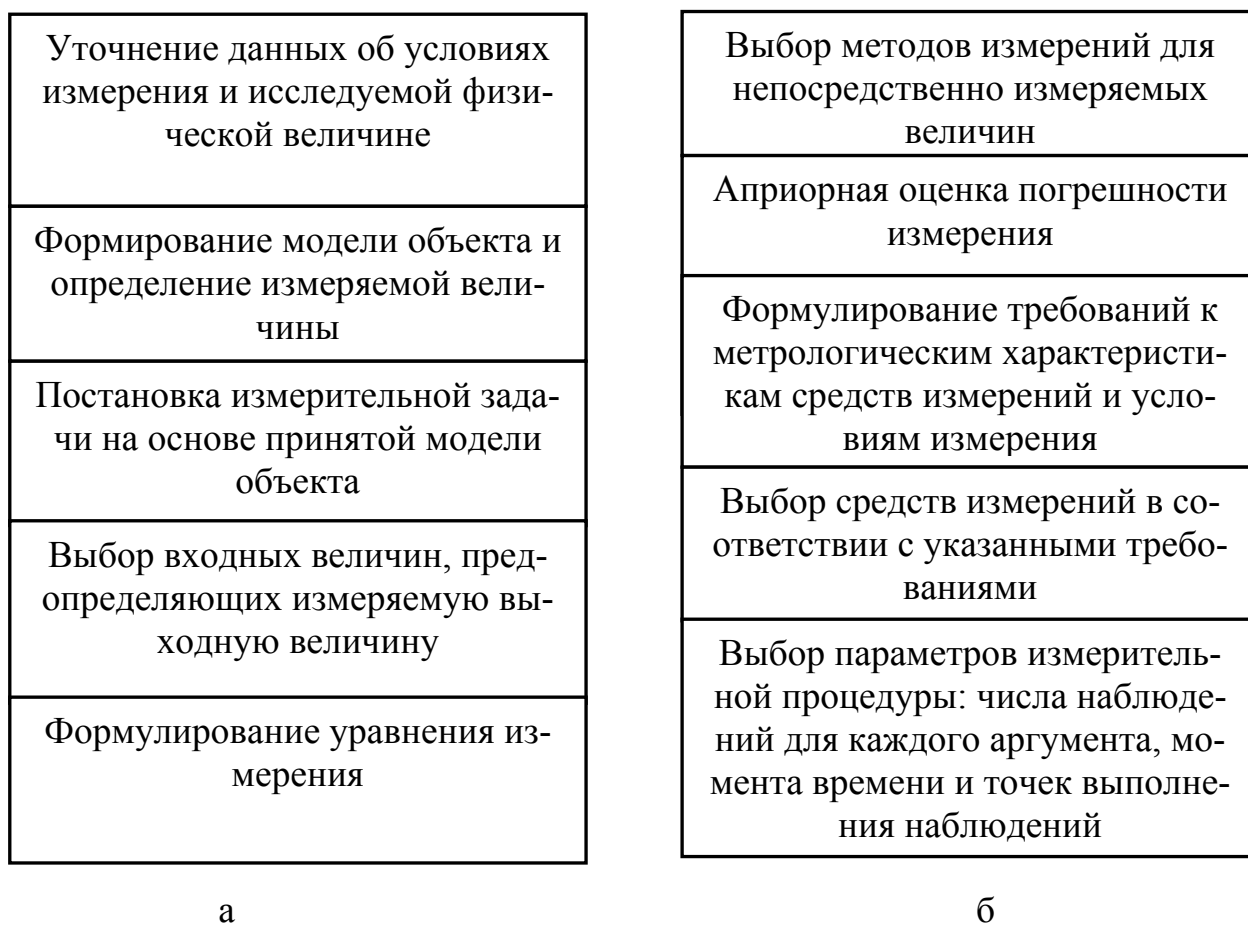


Рис.5.1. Структура этапов постановки измерительной задачи (а) и планирования измерения (б).

пературного поля при профильном шлифовании. Разработке такой модели посвящен раздел 5.4 данной работы. Здесь же отметим, что неизбежная идеализация объекта (процесса профильного шлифования) является одним из существенных источников образования погрешности при определении температуры шлифования. Эта идеализация приводит в силу влияния указанной погрешности к несоответствию измеряемой величины исследуемому свойству реального объекта (фактической температуры шлифования и ее распределения по глубине поверхностного слоя). Это несоответствие в метрологии называют пороговым несоответствием [56]. При исследовании сложных технологических объектов каким, например, является технологическая система профильного шлифования, разработка модели объекта по каким-либо исследуемым его свойствам (например, температуре шлифования и ее распределению по глубине поверхностного слоя) является самостоятельной научной задачей, решением которой к настоящему времени занималось уже не одно поколение технологов-теплофизиков. Созданное их трудом математическое (алгоритмическое, программное и т.п.) обеспечение теплофизических задач технологии весьма обширно и требует квалифицированного анализа и систематизации применительно к использованию имеющихся наработок для целей технологической диагностики. Этому вопросу посвящена и данная работа. Можно без преувеличения сказать, что наибо-

Анализ информации с предыдущих этапов
Вычисление и внесение поправок на систематические погрешности
Формирование и анализ математической задачи обработки данных
Построение или уточнение возможных алгоритмов обработки данных
Анализ алгоритмов и выбор одного из них
Проведение вычислений по алгоритму и определение измеряемой величины и ее погрешности
Анализ и содержательная интерпретация полученных результатов
Запись результата измерения и его погрешности по установленной форме

Рис.5.2. Последовательность обработки данных.

лее представительные и серьезные наработки в этом вопросе созданы трудами научной школы профессора А.В. Якимова, поэтому именно эти наработки явились объектом критического анализа.

Как отмечалось выше, вторым этапом процесса измерения является измерительный эксперимент, т.е. совокупность измерительных операций, состоящих из элементарных измерительных процедур - «наблюдений при измерении» или просто наблюдений. Наконец, обработка данных при измерении представляет собой заключительный этап измерительной процедуры, в ходе которого по совокупности экспериментальных данных (полученным на предыдущем этапе) с помощью математических методов получают искомый результат измерения и оценивают его погрешность (рис.5.2).

### **5.3.3. МЕТОДИКА ГРАДУИРОВКИ И ОЦЕНКИ КЛАССА ТОЧНОСТИ ПЕРВИЧНЫХ ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕЙ НА ПРИМЕРЕ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯ АКТИВНОЙ МОЩНОСТИ**

Для проведения градуировки аттестуемого прибора (на основе метода совместных измерений) собрана соответствующая схема (рис.5.3) на которой использованы следующие обозначения:

- $\mu_1, \mu_2$  - погрешности визуального отсчета показаний;
- $x_\partial$  - действительный отсчет по прибору Д566 (с учетом его погрешности и погрешности  $\mu_1$ ) - т.е. результат воспроизведения свойства объекта эталонным прибором Д566;
- $\bar{y}$  - усредненный результат многократных наблюдений или результат однократного наблюдения, не содержащий «грубых промахов»;
- $y$  - результат вычисления выходного сигнала по линейному уравнению индивидуальной модели аттестуемого средства (ПАМ);
- Loop* - замкнутый (через человека) контур автоматического регулирования величины  $x_\partial$ .

ПАМ - преобразователь активной мощности, т.е. аттестуемое средство, не содержащее визуальных индикаторов (выходом ПАМ является выходное напряжение в вольтах, которое без индикаторов не может быть воспроизведено (т.е. недоступно глазу контролера).

Здесь следует отметить, что трёхкратные наблюдения (наиболее часто встречающиеся на практике) в метрологии принято относить к однократным наблюдениям, поскольку трёхкратные наблюдения

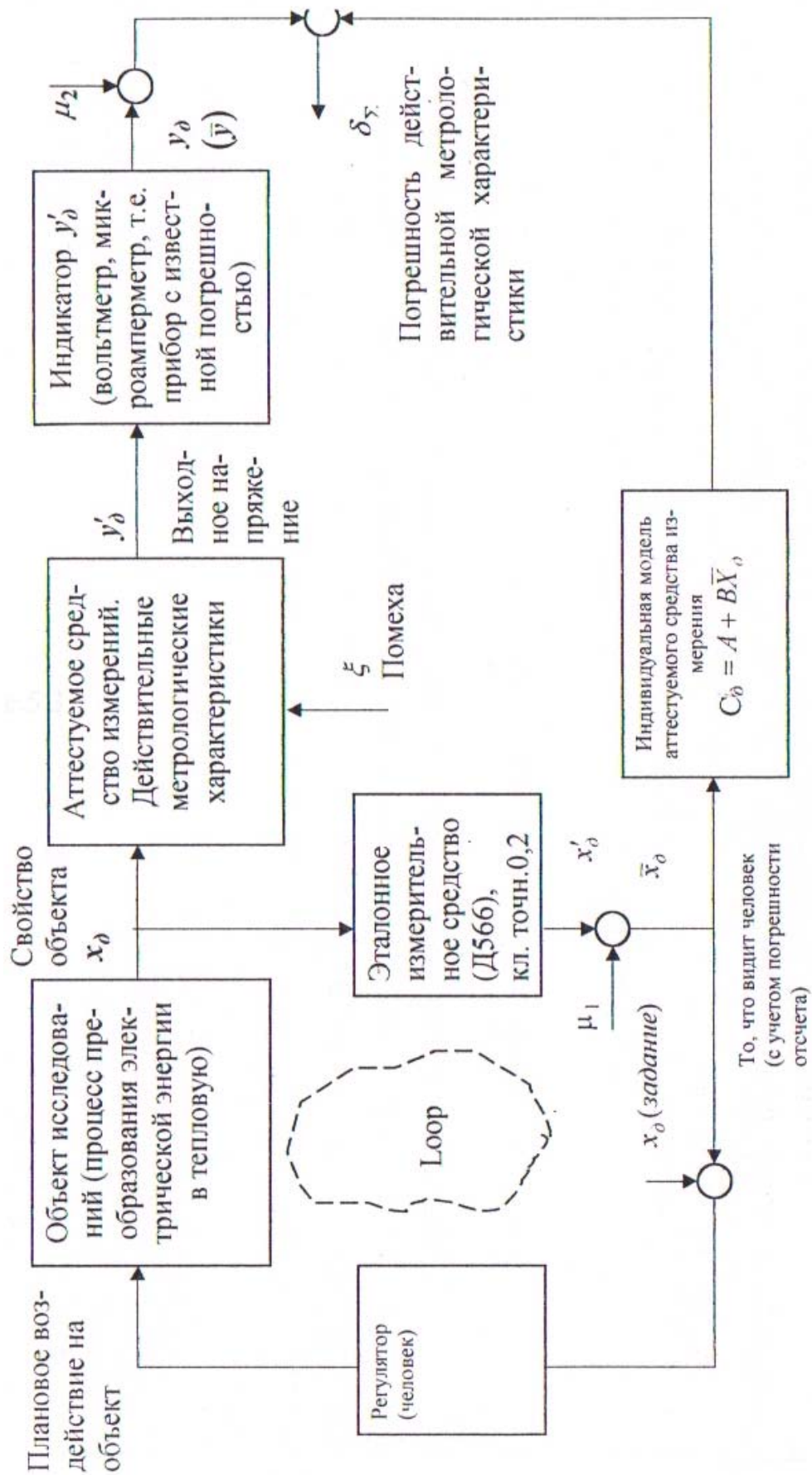


Рис. 5.3. Схема градуировки (тарировки) аттестуемого средства измерения (ПАМ).

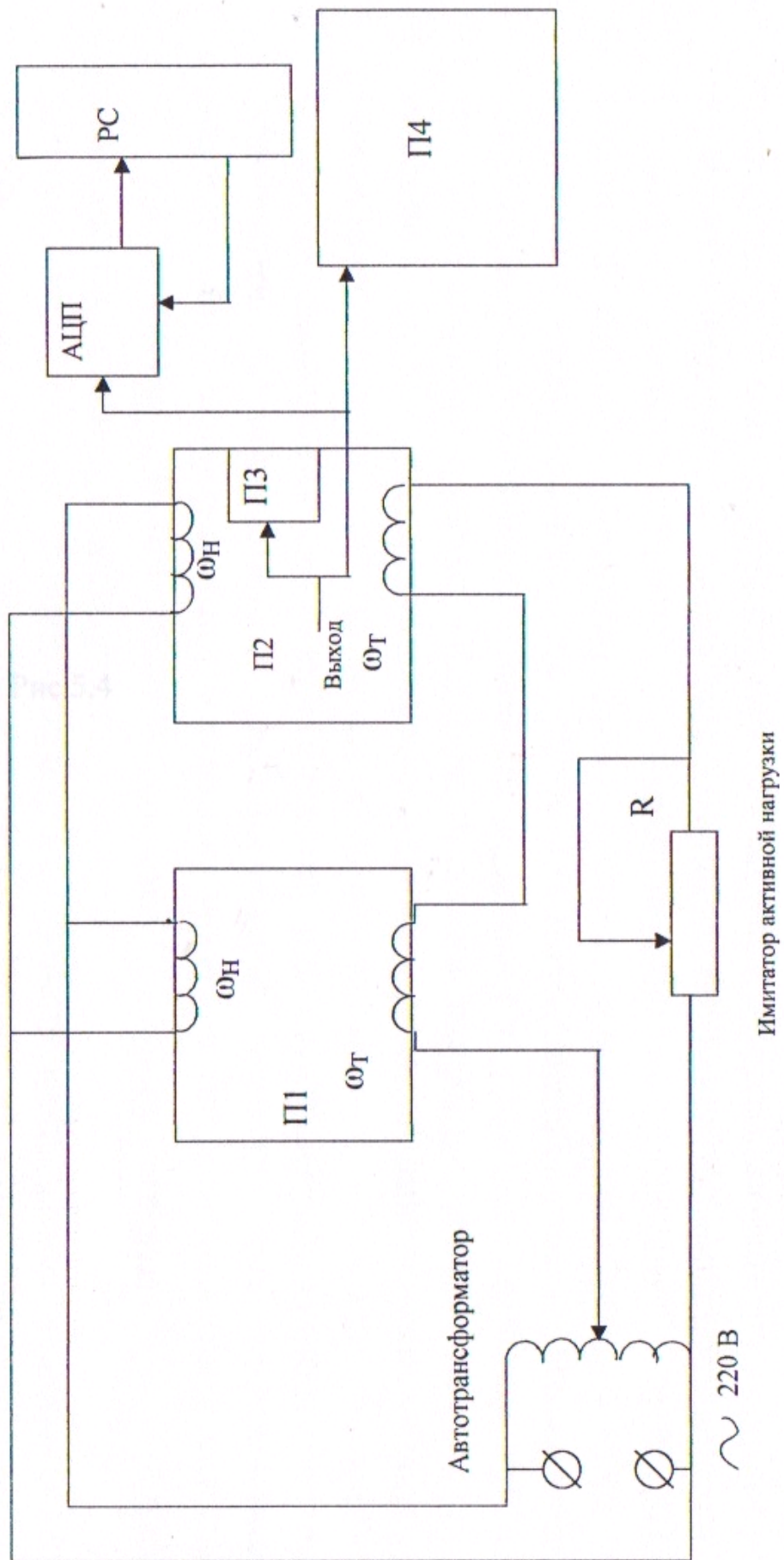


Рис. 5.4. Экспериментальная установка для оценки погрешности и градуировки преобразователя активной мощности (ПАМ).

Таблица 5.1

Результаты измерений активной мощности на разных диапазонах прибора ПАМ

Мощность, дел.	Выходной сигнал прибора П4, В			Выходной сигнал прибора П3, мкА		
	Номер опыта			Номер опыта		
	1	2	3	1	2	3
Первый диапазон (малая чувствительность)						
0	0,5	0,5	0,5	15	18	17
10	1,1	1,1	1,1	32	33	34
20	1,6	1,7	1,7	50	50	50
30	2,3	2,2	2,3	68	67	67
40	2,9	2,9	2,8	84	80	83
50	3,5	3,4	3,4	100	100	100
60	4,1	4,0	4,0	118	116	115
70	4,7	4,7	4,6	135	133	132
80	5,3	5,3	5,3	148	149	148
90	5,9	5,9	5,9	165	155	165
100	6,5	6,5	6,5	182	180	181
110	7,1	7,1	7,1	197	197	197
120	7,7	7,8	7,7	213	212	212
130	8,4	8,4	8,4	230	228	230
140	9,0	9,0	9	243	245	244
150	9,5	9,5	9,5	258	258	258
Второй диапазон (средняя чувствительность)						
0	0,5	0,5	0,5	15	15	15
10	1,4	1,5	1,5	45	45	45
20	2,4	2,4	2,4	70	72	70
30	3,4	3,4	3,4	99	100	100
40	4,3	4,4	4,4	125	125	125
50	5,4	5,4	5,4	152	157	152
60	6,5	6,5	6,5	180	180	180
70	7,5	7,5	7,5	206	205	207
80	8,5	8,5	8,5	232	232	234
90	9,5	9,5	9,5	258	257	257
Третий диапазон (высокая чувствительность)						
0	0,5	0,6	0,5	15	15	15
5	1,9	1,9	2,0	50	58	60
10	3,2	3,2	3,2	93	90	92
15	4,5	4,5	4,5	129	130	130
20	6,1	6,1	6,1	170	171	170
25	7,5	7,5	7,5	210	209	205
30	9,1	9,0	9,1	250	245	249
34	10,0	10,0	10,0	270	270	270

позволяют устранить только «грубые промахи». С другой стороны существует методика определения погрешности измерения при трёхкратных наблюдениях, при которой определяют погрешность измерения, задавшись уровнем доверительной вероятности 95% [56, 201].

Экспериментальная установка для оценки погрешности и градуировки ПАМ содержит: П1- эталонный прибор Д566; П2- ПАМ; П3- микроамперметр; П4- вольтметр; АЦП- аналого-цифровой преобразователь;  $R$ - имитатор активной нагрузки (резистор); РС- персональный компьютер;  $\omega_H$  и  $\omega_T$  – обмотки напряжения и тока измерительных приборов (рис.5.4).

Для градуировки аттестуемого прибора необходимо усреднить выходные результаты трехкратных наблюдений и получить измеренную величину  $\bar{X}_{изм.}$ , которая для используемых приборов-индикаторов (вольтметра и микроамперметра), соответственно, составит

$$\bar{X}_{изм.} = \bar{U}_{изм.} \text{ и } \bar{X}_{изм.} = \bar{I}_{изм.}$$

Затем необходимо получить линейную модель следующего вида (по параметрам  $Y$  и  $\bar{X}_{изм.} = \bar{U}_{изм.}$ , а также  $Y$  и  $\bar{X}_{изм.} = \bar{I}_{изм.}$ )

$$X = aY + b, \quad (5.5)$$

где  $Y$ - контролируемый параметр (активная мощность, Вт), который может быть установлен любой величины из возможного диапазона;  $X$  - расчетный выходной сигнал прибора - индикатора (микроамперметр или вольтметр), получен по линейной модели (5.1).

Здесь следует отметить, что под прибором-индикатором понимается вспомогательный прибор для воспроизведения выходного сигнала ПАМ. Из формулы (5.5) получаем искомую градуировочную характеристику прибора

$$Y = Ax - B, \quad (5.6)$$

где  $A > 0; B > 0$ .

С помощью экспериментальной установки (рис.5.4) получены результаты прямых измерений мощности шлифования, напряжения и тока с помощью ваттметра, вольтметра и микроамперметра, соответственно. Измерения производили для различных диапазонов чувствительности (малой, средней и высокой) ПАМ. Получены следующие результаты равноточных измерений (выполняемых с одинаковой тщательностью и в одинаковых условиях) (табл.5.1).

С помощью автотрансформатора (грубо) и переменного силового резистора (точно) устанавливали по эталонному прибору - ваттметру



Таблица 5.2

Результаты усреднения наблюдений и расчета выходных сигналов по линейной модели

Мощность $Y$		Выходной сигнал прибора, В		Выходной сигнал прибора, мкА	
Дел.	Вт	Измеренный $\bar{U}_{изм.}$	Расчетный $U_{расч.}$	Измеренный $\bar{I}_{изм.}$	Расчетный $I_{расч.}$
Первый диапазон (малая чувствительность)					
0	0	0,50	0,45	16,67	18,06
10	300	1,10	1,05	33,00	34,24
20	600	1,67	1,66	50,00	50,42
30	900	2,27	2,27	67,33	66,6
40	1200	2,87	2,87	82,33	82,78
50	1500	3,43	3,48	100,00	98,97
60	1800	4,03	4,09	116,33	115,14
70	2100	4,67	4,69	133,33	131,33
80	2400	5,30	5,30	148,33	147,50
90	2700	5,90	5,91	161,67	163,67
100	3000	6,50	6,51	181,00	179,87
110	3300	7,10	7,12	197,00	196,05
120	3600	7,73	7,73	212,33	212,23
130	3900	8,40	8,33	229,33	228,41
140	4200	9,00	8,94	244,00	244,59
150	4500	9,50	9,54	258,00	260,77
Второй диапазон (средняя чувствительность)					
0	0	0,50	0,42	15,00	17,34
10	300	1,47	1,43	45,00	44,27
20	600	2,40	2,44	70,67	71,19
30	900	3,40	3,44	99,67	98,11
40	1200	4,37	4,45	125,00	125,04
50	1500	5,40	5,46	153,67	151,96
60	1800	6,50	6,46	180,00	178,88
70	2100	7,50	7,47	206,00	205,80
80	2400	8,50	8,48	232,67	232,73
90	2700	9,50	9,48	257,33	259,65
Третий диапазон (высокая чувствительность)					
0	0	0,53	0,45	15,00	16,52
5	150	1,93	1,86	56,00	54,52
10	300	3,20	3,27	91,67	92,33
15	450	4,50	4,68	129,67	130,53
20	600	6,10	6,09	170,33	168,54
25	750	7,50	7,50	208,00	206,54
30	900	9,07	8,92	248,00	244,55
34	1020	10,00	10,05	270,00	274,95

Д566 требуемое значение активной мощности (рис.5.4). При этом значении мощности (левый столбик табл.5.1) снимали отсчеты с приборов-индикаторов ПЗ (микроамперметр типа М261М) и П4 (вольтметр – тестер типа ТЛ-4М). Наблюдения по данной методике производили три раза при одинаковой тщательности (равноточные измерения).

Для оценки погрешности ПАМ необходимо усреднить отдельные наблюдения по приборам – индикаторам (вольтметр и микроамперметр), а также сопоставить их с результатами расчета одноименных параметров по их линейным моделям (табл.5.2).

По аналогии с приведенной погрешностью можно сформировать оценочную функцию (назовем ее условная приведенная погрешность) для сравнительной оценки точности изготавливаемых приборов, позволяющую сравнивать между собой индивидуально изготавливаемые приборы и выбирать лучшие из них, т.е. те, которые имеют наименьшую условную приведенную погрешность.

Примем в качестве оценочной функции следующую зависимость

$$\delta = \frac{|\bar{U}_{изм.} - U_{расч.}|_{max}}{U_{в.} - U_{н.}} \cdot 100\%, \quad (5.7)$$

где  $\bar{U}_{изм.}$  - результат усреднения наблюдений;  $U_{расч.}$  - результат расчета по линейной модели;  $U_{в.}$  - верхнее значение шкалы аттестуемого прибора;  $U_{н.}$  - нижнее значение шкалы аттестуемого прибора;  $|U_{в.} - U_{н.}|_{max}$  - наибольшее отклонение из имеющихся данных.

Для получения исходных данных для формулы (5.7) составим табл.5.3.

По формуле (5.7) получаем для вольтметра и микроамперметра, соответственно, в разных режимах.

В режиме низкой чувствительности

$$\frac{0,07}{10} \cdot 100\% = 0,7\% \quad \text{и} \quad \frac{2,77}{300} \cdot 100\% = 0,9\% .$$

В режиме средней чувствительности

$$\frac{0,08}{10} \cdot 100\% = 0,8\% \quad \text{и} \quad \frac{2,34}{300} \cdot 100\% = 0,8\% .$$

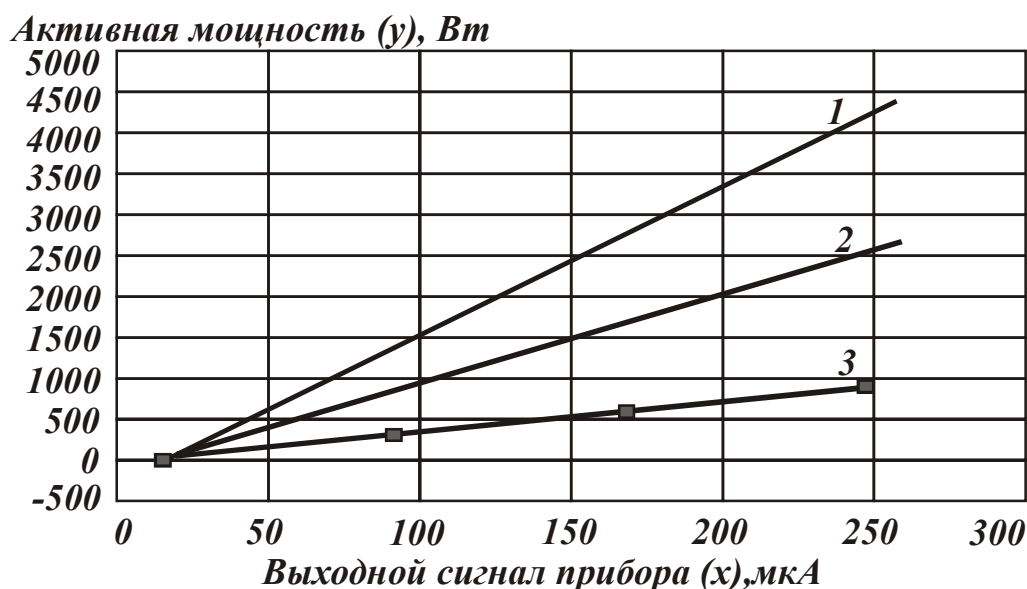
В режиме высокой чувствительности

$$\frac{0,18}{10} \cdot 100\% = 1,8\% \quad \text{и} \quad \frac{4,95}{300} \cdot 100\% = 1,65\% .$$

Таблица 5.3

Определение отклонения от линейности модели по приборам – индикаторам

$ \bar{U}_{изм.} - U_{расч.} $ , В			$ \bar{I}_{изм.} - I_{расч.} $ , мкА		
Чувствительность ПАМ			Чувствительность ПАМ		
Низкая	Средняя	Высокая	Низкая	Средняя	Высокая
0,05	0,08	0,08	1,39	2,34	1,52
0,05	0,04	0,07	1,24	0,73	1,48
0,01	0,04	0,07	0,42	0,52	0,66
0	0,04	0,18	0,73	1,56	0,86
0	0,08	0,01	0,45	0,04	1,79
0,05	0,06	0	1,03	1,71	1,46
0,06	0,04	0,15	1,19	1,12	3,45
0,02	0,03	0,05	2	0,2	4,95
0	0,02	-	0,83	0,06	-
0,01	0,02	-	2	2,32	-
0,01	-	-	1,13	-	-
0,02	-	-	0,95	-	-
0	-	-	0,1	-	-
0,07	-	-	0,92	-	-
0,06	-	-	0,59	-	-
0,04	-	-	2,77	-	-



$$1 - y = 18,541x - 334,92; 2 - y = 11,143x - 193,29; 3 - y = 3,8576x - 56,315.$$

Рис. 5.5 Градуировочная характеристика ПАМ по микроамперметру: 1, 2, 3-диапазоны измерения в направлении увеличения чувствительности прибора.

Таким образом, для обоих приборов-индикаторов введенная оценка погрешности приблизительно одинаковая. Тарировочные графики построены в стандартной программе Excel (рис.5.5 и рис.5.6). Уравне-

ния градуировочных характеристик получены автоматически в указанной программе в режиме линейной аппроксимации (возможно, что методом наименьших квадратов). Для проверки аналогичные уравнения получены в программе MathCAD. Коэффициенты уравнений прямых линий (полученных в Excel и MathCAD) совпали с точностью до третьего знака после запятой.

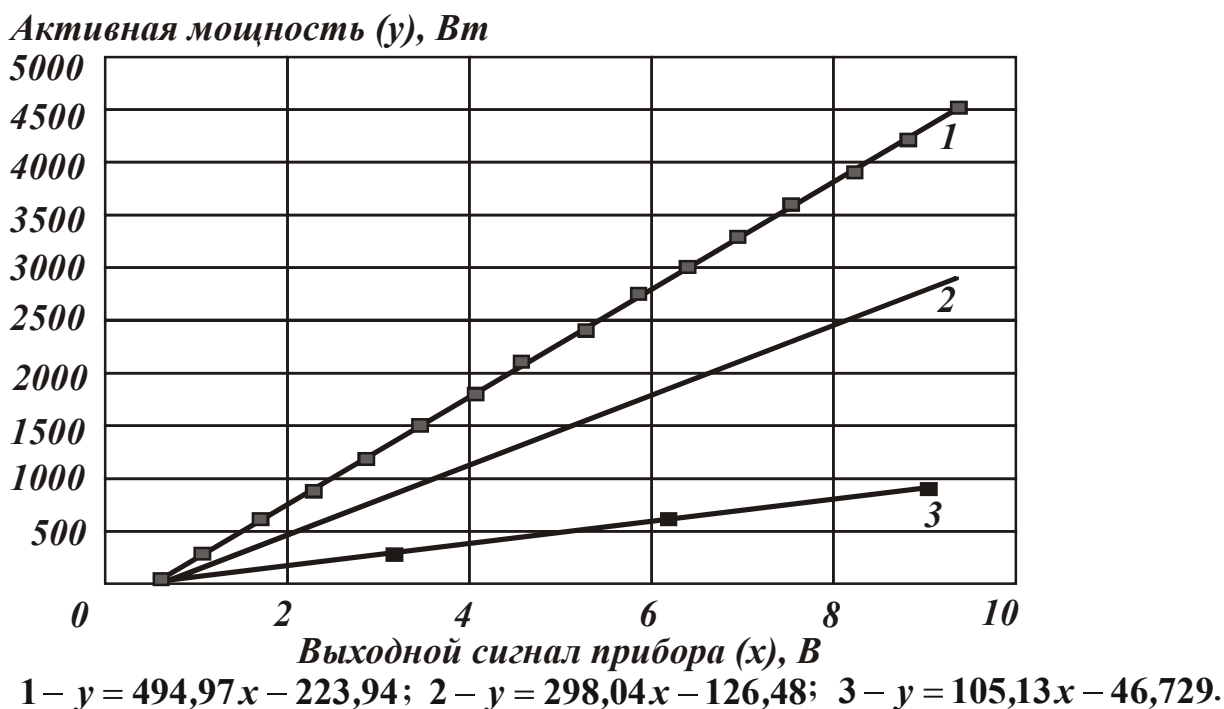


Рис.5.6. Градуировочная характеристика ПАМ по вольтметру: 1, 2, 3- диапазоны измерения в направлении увеличения чувствительности прибора.

#### 5.3.4. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОГРЕШНОСТИ ЭКСПЕРИМЕНТА ПРИ РАВНОТОЧНЫХ ИЗМЕРЕНИЯХ

Известно, что любое теоретическое знание учитывает наиболее важные свойства и особенности изучаемой технической системы (ТС) или явления. Однако параметры и показатели ТС, учитывающие эти свойства и особенности, на практике подвержены влиянию различных возмущающих факторов. Как следствие, в результатах экспериментального измерения параметров и показателей ТС содержатся два вида погрешностей: систематические и случайные [255]. Следовательно, основной задачей любого эксперимента является выделение информации, характеризующей свойства и особенности ТС, путем отделения систематических и случайных погрешностей или путем оценки доверительной вероятности полученных результатов.

Назовем параметрами и показателями ТС такие оценки свойств ТС, которые получаются при использовании прямых и косвенных измерений, соответственно. Причем, при прямых измерениях искомое значение измеряемой величины получают прямым сравнением этой величины с ее мерой. При косвенных - с помощью вычислений на основании известной зависимости между этой величиной и другими величинами, полученными при прямых измерениях.

Внедрение в производственную практику компьютерных систем диагностики и регулирования технологических процессов непосредственно связано с возможностью и достоверностью измерения параметров и показателей этих процессов в условиях влияния на результаты измерений систематических и случайных погрешностей. Такие измерения, как правило, проводятся в режиме реального времени («on-line»), поэтому алгоритмы измерения параметров и их оценки должны выполняться автоматически. Следовательно, задача разработки таких информационных технологий измерения и соответствующих алгоритмов является актуальной в технологии машиностроения. Сущность задачи заключается в такой компьютерной обработке результатов измерения, которая позволяет выделить полученный сигнал с требуемым уровнем доверительной вероятности.

Статистическая обработка выборки экспериментальных данных выполняется в следующей последовательности [201].

1. Исключить (или уменьшить) систематические составляющие погрешности из результатов наблюдений. Систематические погрешности можно обнаружить поверкой рабочего средства измерений по образцовому, имеющему более высокую точность, и применением нового прибора, который делает возможным переход от косвенных измерений к прямым с достаточной точностью
2. Проверить соответствие экспериментального закона распределения теоретическому нормальному (аналитическим или графическим способом). В случае, если можно предполагать, что выборка является частью генеральной совокупности, распределенной по нормальному закону, обработка данных продолжается.
3. Вычислить наиболее вероятное значение  $\bar{x}$  искомой величины по формуле

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i . \quad (5.8)$$

4. Вычислить среднеквадратическое отклонение  $S$  результата наблюдения по формуле

$$S = \sqrt{(n-1)^{-1} \cdot \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}. \quad (5.9)$$

5. Для оценки аномальности некоторого результата наблюдения  $x_k$ , который заметно отличается от остальных в выборке, вычислить показатель аномальности  $V_k$  для этого результата. Затем, задавшись доверительной вероятностью для данного объема выборки  $n$ , необходимо найти параметр  $\beta$ . Критерием аномальности является условие  $V_k \geq \beta$ . Если подозрения в аномальности подтвердятся, этот результат наблюдения ( $x_k$ ) должен быть из этой выборки исключен, а значения  $\bar{x}$  и  $S$  вычислены заново (для этой же выборки, но без  $x_k$ ). Причем,

$$V_k = |(x_k - \bar{x}) / S|. \quad (5.10)$$

6. Вычислить коэффициент вариации  $v$  для данной выборки, который представляет собой относительную величину выборочного среднеквадратического отклонения (измеряется в процентах), причем

$$v = 100 \cdot S / \bar{x}. \quad (5.11)$$

7. Вычислить среднеквадратическое отклонение результата измерения  $S_{\bar{x}}$

$$S_{\bar{x}} = \frac{S}{\sqrt{n}}. \quad (5.12)$$

8. Определить доверительную границу случайной составляющей погрешности результата измерения  $\varepsilon$

$$\varepsilon = t_\gamma \cdot S_{\bar{x}}, \quad (5.13)$$

где  $t_\gamma$  - коэффициент доверия, зависящий от объема выборки  $n$  и принятой доверительной вероятности  $\gamma$ .

9. Определить доверительную границу оставшейся систематической составляющей погрешности результата измерения

$$\Theta = K \cdot \sqrt{\sum_{i=1}^m \Theta_i^2}, \quad (5.14)$$

где  $\Theta_i$  - граница  $i$ -й оставшейся систематической составляющей погрешности;  $m$  - число оставшихся систематических составляющих;  $K$  - коэффициент, зависящий от принятой доверительной вероятности, числа систематических составляющих и соотношения между ними.

Причем,

$$\Theta_i = \frac{\delta_{np} \cdot N_{ni}}{100}, \quad (5.15)$$

где  $\delta_{np}$  - приведенная погрешность прибора;  $N_{ni}$  - нормирующее значение для данного прибора (разность между верхним и нижним пределами измерений, если шкала односторонняя и полный диапазон измерения, если шкала двусторонняя).

10. Определить доверительную границу общей погрешности результата измерения  $\Delta A$  в зависимости от соотношения величин  $\Theta$  и  $S_{\bar{x}}$ . А именно:

- если  $\Theta / S_{\bar{x}} < 0,8$ , то величиной  $\Theta$  пренебрегают и считают, что  $\Delta A = \varepsilon$ ;
- если  $\Theta / S_{\bar{x}} > 8$ , то величиной  $\varepsilon$  пренебрегают, и принимают  $\Delta A = \Theta$ ;
- если  $0,8 < \Theta / S_{\bar{x}} < 8$ , то доверительная граница  $\Delta A$  вычисляется по формуле

$$\Delta A = \frac{\varepsilon + \Theta}{S_{\bar{x}} + (\Theta / \sqrt{3})} \cdot \sqrt{S_{\bar{x}}^2 + \left(\frac{\Theta}{\sqrt{3}}\right)^2}. \quad (5.16)$$

После выполнения указанных выше десяти пунктов окончательная запись результата прямого измерения имеет следующий вид

$$x = A \pm \Delta A, \quad (5.17)$$

где  $A$  - наиболее вероятное значение результата этого измерения ( $A \approx \bar{x}$ );  $\Delta A$  - доверительная граница погрешности измерения.

Например, имеются результаты прямых измерений мощности шлифования, которую определяли путем измерения мощности электродвигателя привода шлифовального круга. Измерения проводили при помощи самопишущего ваттметра, который дополнительно тарировали одноименным прецизионным прибором типа Д566. Получены следующие результаты равноточных измерений (выполняемых с одинаковой тщательностью и в одинаковых условиях): 612,5 Вт, 587,5 Вт и 625,0 Вт.

При сравнительно небольшом числе наблюдений проверку соответствия опытного распределения нормальному можно выполнить аналитическим способом с помощью критерия  $W$  [201]. Расчет с помощью критерия  $W$  выполняется для выборок объемом от 3 до 50 наблюдений, т.е. при  $3 \leq n \leq 50$ . При этом необходимо упорядочить

выборку, расположив все наблюдения  $x_j$  в неубывающем порядке:  $x_1 \leq x_2 \leq \dots \leq x_n$ . Исходные данные запишем в табл. 5.4.

Таблица 5.4

$i$	$x_i$ , Вт	$j$	$a_{n-j+1}$	$(x_{n-j+1} - x_j)$ , Вт	$(a_{n-j+1} \cdot \Delta x)$ , Вт
1	2	3	4	5	6
1	587,5				
2	612,5				
3	625,0	1	0,7071	37,5	26,516

Примечание:  $\Delta x = x_{n-j+1} - x_j$ .

В нижней половине третьей графы снизу вверх записываются значения  $j$  от 1 до  $l$ , причем  $l = n/2$ , если  $n$  четное, и  $l = (n-1)/2$  при нечетном  $l$ . Для принятых данных  $l = (3-1)/2 = 1$ .

При соответствующих значениях  $n$  и  $l$  из работы [201] находим значения коэффициента  $a_{n-j+1}$  для  $j$  от 1 до  $l$  и записываем их снизу вверх в графе 4, а затем подсчитываем разности  $(x_{n-j+1} - x_j)$ , которые вносим в графу 5 табл.5.4. Результаты построчного перемножения содержимого граф 4 и 5 записываем в графе 6. Вычисляем характеристики  $\varphi^2$  и  $b^2$  по формулам (5.11) и (5.12). Для принятых данных

$$\varphi^2 = (587,5^2 + 612,5^2 + 625^2) - \frac{1}{3} \cdot (587,5 + 612,5 + 625)^2 = 729,167$$

$$b^2 = 26,516^2 = 703,098.$$

Критерий  $W$  определяется по формуле (5.13). Для принятых данных

$$W = \frac{703,098}{729,167} = 0,964.$$

Задавшись определенным уровнем значимости  $\alpha$ , отображающим наибольшую вероятность ошибочности гипотезы о принадлежности данной выборки к нормальной генеральной совокупности из книги [201] находим значение  $W^*$ . При  $W > W^*$  можно предполагать, что указанная гипотеза справедлива и опытное распределение не противоречит нормальному закону. При  $W < W^*$  опытное распределение не соответствует нормальному закону.

Для принятых данных  $W^* = 0,737$  для  $\alpha = 0,05$ . Так как  $0,964 > 0,737$ , то опытное распределение не противоречит нор-



мальному закону. Результаты вычислений сводим в табл.5.5.

Таблица 5.5

$\bar{x}$ , Вт	$S$ , Вт	$V$ , %	$S_{\bar{x}}$ , Вт	$\varepsilon$ , Вт	$\Theta$ , Вт	$\frac{\Theta}{S_{\bar{x}}}$
608,33	19,094	3,139	11,024	47,44	3,3	0,299
Примечание: $\gamma=95\%$ , $t_\gamma=4,303$						

Так как  $\frac{\Theta}{S_{\bar{x}}} = 0,299 < 0,8$ , то принимаем  $\Delta A = \varepsilon$ . Тогда результат

технического измерения запишется в виде **608,33 Вт ± 47,44 Вт**.

Применим данную методику к некоторым результатам измерений, полученных в разделе 5.3.3.

Рассмотрим три результата измерения тока для режима низкой чувствительности, отличающиеся от других наибольшим рассеянием (поскольку при измерении выходного напряжения вольтметром рассеяние между результатами наблюдений меньше цены деления шкалы, погрешность результата измерений для вольтметра не определяем). Итак выписываем три результата измерения: 165 мкА, 155 мкА и 165 мкА. При сравнительно небольшом числе наблюдений проверку соответствия опытного распределения нормальному можно выполнить аналитическим способом с помощью критерия W [201]. Расчет с помощью критерия W выполняется для выборок объемом от 3 до 50 наблюдений, т.е. при  $3 \leq n \leq 50$ . При этом необходимо упорядочить выборку, расположив все наблюдения  $x_i$  в неубывающем порядке:  $x_1 \leq x_2 \leq \dots \leq x_n$ . Исходные данные запишем в табл.5.6.

Таблица 5.6

$i$	$x_i$ , мкА	$j$	$a_{n-j+1}$	$(x_{n-j+1} - x_j)$ , мкА	$(a_{n-j+1} \cdot \Delta x)$ , мкА
<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>
1	155				
2	165				
3	165	1	0,7071	10	7,071
Примечание: $\Delta x = x_{n-j+1} - x_j$ .					

В нижней половине третьей графы снизу вверх записываются значения  $j$  от 1 до  $l$ , причем  $l = n/2$ , если  $n$  четное, и  $l = (n-1)/2$  при нечетном  $l$ . Для принятых данных  $l = (3-1)/2 = 1$ .

При соответствующих значениях  $n$  и  $l$  из работы [201] находим значения коэффициента  $a_{n-j+1}$  для  $j$  от 1 до  $l$  и записываем их снизу вверх в графе 4, а затем подсчитываем разности  $(x_{n-j+1} - x_j)$ , которые вносим в графу 5 табл.5.6. Результаты построчного перемножения содержимого граф 4 и 5 записываем в графе 6. Вычисляем характеристики  $\varphi^2$  и  $b^2$  по формулам (5.11) и (5.12). Для принятых данных

$$\varphi^2 = (155^2 + 165^2 + 165^2) - \frac{1}{3} \cdot (155 + 165 + 165)^2 = 66,667$$

$$b^2 = 7,071^2 = 49,999.$$

Критерий  $W$  определяется по формуле (5.13)

$$W = \frac{49,999}{66,667} = 0,749.$$

Задавшись определенным уровнем значимости  $\alpha$ , отображающим наибольшую вероятность ошибочности гипотезы о принадлежности данной выборки к нормальной генеральной совокупности из книги [201] находим значение  $W^*$ . При  $W > W^*$  можно предполагать, что указанная гипотеза справедлива и опытное распределение не противоречит нормальному закону. При  $W < W^*$  опытное распределение не соответствует нормальному закону.

Таблица 5.7

$\bar{x}$ , Вт	$S$ , Вт	$V$ , %	$S_{\bar{x}}$ , Вт	$\varepsilon$ , Вт	$\Theta$ , Вт	$\frac{\Theta}{S_{\bar{x}}}$
161,67	4,714	2,916	2,722	11,71	8,25	3,03
Примечание: $\gamma = 95\%$ , $t_\gamma = 4,303$						

Для принятых данных  $W^* = 0,737$  для  $\alpha = 0,05$ . Так как  $0,749 > 0,737$ , то опытное распределение не противоречит нормальному закону. Результаты вычислений сводим в табл.5.7.

Доверительная граница неисключенных остатков систематической составляющей погрешности результата измерения определялась по формуле (5.14). Для доверительной вероятности  $\gamma = 95\%$  при числе составляющих  $m \leq 4$  принимают коэффициент  $K = 1,1$ . Абсолютное значение неисключенной систематической погрешности для прибора (в данном случае микроамперметра) находим по формуле (5.15). В этой формуле  $\delta_{np}$  зависит от класса точности прибора. У

микроамперметра класс точности 2,5, следовательно  $\delta_{np}=2,5$ . Нормирующее значение  $N_{ni}$  для данного прибора представляет собой разность между верхним и нижним пределами измерений (т.к. шкала 0-300 мкА односторонняя).

С учетом выше сказанного

$$\Theta_1 = \frac{2,5 \cdot 300}{100} = 7,5 \quad \Theta = 1,1 \cdot 7,5 = 8,25 \quad \text{и} \quad \frac{\Theta}{S_{\bar{x}}} = 5,25 < 8$$

Так как  $0,8 < \Theta / S_{\bar{x}} < 8$ , то доверительная граница погрешности измерения подсчитывается по формуле (5.16)

$$\Delta A = \frac{11,71 + 8,25}{2,722 + \left(\frac{8,25}{\sqrt{3}}\right)} \cdot \sqrt{2,722^2 + \left(\frac{8,25}{\sqrt{3}}\right)^2} = 14,63.$$

Результат измерения запишем в виде  $161,67 \pm 14,63$  мкА.

Для доказательства правомерности выбранной методики по сравнению с известной, определим доверительные границы по известной методике [12, 56]

$$\Delta A = \frac{S_{\bar{x}}}{\sqrt{n}} \cdot t_{\gamma} = \frac{2,72}{\sqrt{3}} \cdot 4,303 = 11,71 \text{ мкА.}$$

Следовательно, результат измерения должен быть представлен в виде  $161,67 \pm 11,71$  мкА. Сравнивая полученные результаты измерения по известной [12, 56] и выбранной [201] методикам видим, что известная методика уменьшает погрешность измерения (вместо  $\Delta A = 14,63$  мкА имеем  $\Delta A = 11,71$  мкА).

Рассмотрим три результата измерения тока для режима средней чувствительности, отличающиеся от других наибольшим рассеянием: 152 мкА, 157 мкА и 152 мкА. Согласно рассмотренной методике проделываем те же операции, что и для режима низкой чувствительности. Составляем табл. 5.8.

Таблица 5.8

$i$	$x_i$ , мкА	$j$	$a_{n-j+1}$	$(x_{n-j+1} - x_j)$ , мкА	$(a_{n-j+1} \cdot \Delta x)$ , мкА
1	2	3	4	5	6
1	152				
2	152				
3	157	1	0,7071	5	3,5355

Примечание:  $\Delta x = x_{n-j+1} - x_j$ .

Критерий  $W = 0,749$ . Так как  $0,749 > 0,737$ , то опытное распределение не противоречит нормальному закону. Результаты вычислений сводим в табл. 5.9.

Таблица 5.9

$\bar{x}$ , Вт	$S$ , Вт	$V$ , %	$S_{\bar{x}}$ , Вт	$\varepsilon$ , Вт	$\Theta$ , Вт	$\frac{\Theta}{S_{\bar{x}}}$
153,67	2,357	1,534	1,361	5,85	8,25	6,06
Примечание: $\gamma = 95\%$ , $t_{\gamma} = 4,303$						

Так как  $0,8 < \Theta / S_{\bar{x}} < 8$ , то доверительную границу погрешности измерения  $\Delta A$  находим по формуле (5.16). Результат измерения запишем в виде  $153,67 \pm 11,4$  мкА.

В заключение рассмотрим три результата измерения тока для чувствительного режима, отличающиеся от других наибольшим рассеянием: 50 мкА, 58 мкА и 60 мкА. Согласно методике проделываем те же операции, что и для режима низкой чувствительности. Составляем табл. 5.10.

Таблица 5.10

$i$	$x_i$ , мкА	$j$	$a_{n-j+1}$	$(x_{n-j+1} - x_j)$ , мкА	$(a_{n-j+1} \cdot \Delta x)$ , мкА
1	2	3	4	5	6
1	50				
2	58				
3	60	1	0,7071	10	7,071
Примечание: $\Delta x = x_{n-j+1} - x_j$ .					

Критерий  $W = 0,893$ . Так как  $0,893 > 0,737$ , то опытное распределение не противоречит нормальному закону. Результаты вычислений сводим в табл. 5.11.

Таблица 5.11

$\bar{x}$ , Вт	$S$ , Вт	$V$ , %	$S_{\bar{x}}$ , Вт	$\varepsilon$ , Вт	$\Theta$ , Вт	$\frac{\Theta}{S_{\bar{x}}}$
56	4,32	7,714	2,49	10,7	8,25	3,3
Примечание: $\gamma = 95\%$ , $t_{\gamma} = 4,303$						

Так как  $0,8 < 5,73 < 8$ , то  $\Delta A$  определяется по формуле (5.16) и составляет 14,04 мкА. Результат измерения запишем в виде  $56 \pm 14,04$  мкА.

Описанный способ определения точности эксперимента в зави-

симости от объема испытаний может быть использован в компьютерных технологиях обработки экспериментальных данных как в режиме разделения времени (off-line), так и в режиме реального времени (on-line). В первом случае способ может найти применение в технологических экспериментальных исследованиях, во втором - при управлении процессом и его технологической диагностике.

#### **5.4. РАЗРАБОТКА МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ПРОЦЕССА ПРОФИЛЬНОГО ШЛИФОВАНИЯ ДЛЯ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ И ОЦЕНКИ КАЧЕСТВА ПОВЕРХНОСТНОГО СЛОЯ**

Качество поверхностного слоя резьбы ходовых винтов передач винт-гайка качения формируется при шлифовании этих деталей. Со шлифованием связаны такие дефекты обработки, как прижоги и микротрещины в поверхностном слое. Поэтому обеспечение требуемого качества поверхностного слоя на этапе обработки является актуальной проблемой в технологии машиностроения. Для управления качеством поверхностного слоя нужна математическая модель процесса, позволяющая прогнозировать параметры качества.

##### **5.4.1. ТЕМПЕРАТУРА ШЛИФОВАНИЯ И ГЛУБИНА ЕЕ ПРОНИКНОВЕНИЯ В МАТЕРИАЛ, КАК МОДЕЛИРУЕМЫЕ СВОЙСТВА ПРОЦЕССА ПО КРИТЕРИЮ КАЧЕСТВА ПОВЕРХНОСТНОГО СЛОЯ**

Глубина дефектного слоя является одним из показателей качества обработки, который (в отличие от других показателей), учитывается при расчете распределения припуска на переходы шлифования (при назначении режимов резания). По этому же показателю можно производить компьютерную диагностику процесса для уже назначенных режимов резания путем сравнения фактической глубины дефектного слоя с оставшимся припуском или с его частью. Следовательно, задача диагностики процесса разбивается на следующие этапы:

1. Получение текущей информации о глубине дефектного слоя ( $h_{\delta}$ ) и величине оставшегося припуска ( $z_{ост}$ ).
2. Проверка выполнения условия  $h_{\delta} \leq z_{ост}$ .
3. Принятие решения о целесообразности продолжения операции (если условие  $h_{\delta} \leq z_{ост}$  выполняется).

Первый из указанных этапов представляет собой самостоятельную задачу, которой посвящено много работ, например работа [200]. Анализ этой работы позволяет заключить, что величина  $h_\delta$  зависит от геометрических, теплофизических и режимных параметров обработки. К числу теплофизических относятся следующие параметры: коэффициенты тепло- и температуропроводности  $(\lambda, a)$ , критическая температура  $(T_{кр})$ , коэффициент теплового расширения  $(\psi)$ , а также сочетание этих параметров. Все перечисленные теплофизические параметры при шлифовании конкретной заготовки не являются детерминированными, что вносит существенную погрешность в результаты вычисления глубины дефектного слоя. Известно, что величина температуры  $T_{кр}$ , приводящая к структурно-фазовым превращениям, зависит от скорости протекания тепловых процессов (с ростом скорости величина  $T_{кр}$  возрастает). Однако в литературе нет соответствующих рекомендаций, позволяющих количественно прогнозировать  $T_{кр}$ . Поэтому в статье предлагается метод прогнозирования глубины дефектного слоя, основанный на принципе инвариантности глубины образующегося дефектного слоя относительно непредсказуемой величины  $T_{кр}$ .

Для пояснения метода на рис.5.7 представлены зависимости глубины дефектного слоя  $h_\delta$  от глубины резания  $t$  для шлифования резьбы полукруглого профиля. Эти зависимости построены при следующих условиях: скорость детали  $V=25$  мм/с (1,5 м/мин); удельная работа шлифования  $A_{y\delta}=40$  Дж/мм<sup>3</sup>; диаметр детали  $d=50$  мм; диаметр шлифовального круга  $D=400$  мм;  $\psi=0,800$ ;  $a=7 \cdot 10^{-6}$  м<sup>2</sup>/с;  $\lambda=30$  Вт/(м<sup>2</sup>·°С).

Для расчета величины  $h_\delta$  использовалось уравнение температурного поля, полученное при граничных условиях II рода на цилиндре [87], которое имеет вид

$$T = -\frac{2}{\pi} \cdot \int_0^\infty \left[ 1 - \exp\left(-\frac{a \cdot \tau}{R^2} \cdot \zeta^2\right) \right] \times \\ \times \frac{J_0\left(\zeta \cdot \frac{r}{R}\right) \cdot Y_1(\zeta) - Y_0\left(\zeta \cdot \frac{r}{R}\right) \cdot J_1(\zeta)}{\zeta^2 \cdot [J_1^2(\zeta) + Y_1^2(\zeta)]} d\zeta \cdot \frac{q \cdot R}{\lambda}, \quad (5.18)$$

где  $r$  - текущий радиус-вектор рассматриваемой точки, м;  $R$  - радиус

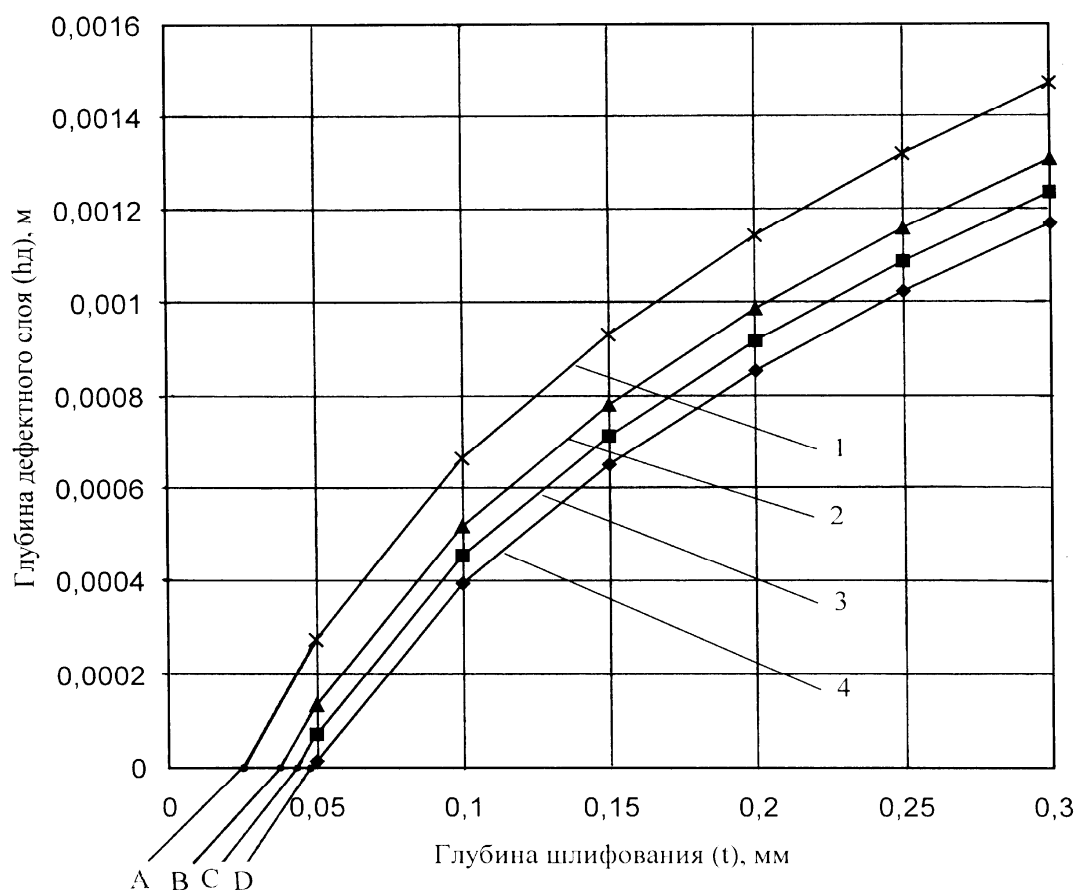


Рис.5.7 Зависимость глубины дефектного слоя от глубины шлифования: 1, 2, 3, 4-  $T_{кр}=400\text{ }^{\circ}\text{C}$ ,  $T_{кр}=500\text{ }^{\circ}\text{C}$ ,  $T_{кр}=550\text{ }^{\circ}\text{C}$ ,  $T_{кр}=600\text{ }^{\circ}\text{C}$ , соответственно; А, В, С, D - точки на оси абсцисс, принадлежащие кривым 1, 2, 3, 4, соответственно.

граничной цилиндрической поверхности, м;  $q$  - плотность теплового потока, Вт/м<sup>2</sup>;  $\tau$  - время действия теплового источника, с;  $J_0, J_1$  - функции Бесселя первого рода нулевого и первого порядка;  $Y_0, Y_1$  - функции Бесселя второго рода нулевого и первого порядка;  $\zeta$  - переменная интегрирования.

Предлагаемый метод основан на возможности контроля момента появления дефектного слоя при  $T = T_{кр}$ . Примем в качестве базового значения  $T_{кр}=550\text{ }^{\circ}\text{C}$  [200]. При этом, как будет показано ниже, неточное знание величины  $T_{кр}$  не сказывается на точности прогнозирования глубины дефектного слоя  $h_d$ . Например, при  $T = T_{кр}=550\text{ }^{\circ}\text{C}$  дефектный слой появляется, если глубина резания  $t \geq 0,043$  мм, т.е. при  $t = 0,043$  мм величина  $h_d = 0$  (точка С на рис.5.7).

Учитывая, что температура  $T_{кр}$  заранее неизвестна, можно вы-

брать любую ее величину из возможного диапазона изменения, например, примем  $T_{кр} = 400$  °С (кривая 1 на рис.5.5). Если при этом одновременно изменять величину коэффициента  $\psi$ , входящего в уравнение (5.2), то кривая 1 будет изменять свое положение. В частности, при уменьшении этого коэффициента от базового уровня  $\psi = 0,800$  до нового значения  $\psi = 0,583$  кривая 1 будет приближаться к кривой 3. Причем, при  $\psi = 0,583$  для рассматриваемого случая ( $T_{кр} = 400$  °С) точка А на рис.5.1 «переместится» в позицию точки С. Совпадение точек А и С будет означать момент появления дефектного слоя при глубине шлифования  $t = 0,043$  мм, но при различных значениях  $T_{кр}$  ( $T_{кр} = 400$  °С и  $T_{кр} = 550$  °С). Причем для каждого из рассматриваемых случаев (кривая 1 и кривая 3) принятое значение коэффициента  $\psi$  будет различным. Например, при  $T_{кр} = 400$  °С найденное значение коэффициента  $\psi$ , обеспечивающее совпадение точек А и С, составляет  $\psi = 0,583$  (при базовом значении  $\psi = 0,800$ ). Таким образом, если в системе диагностики имеется возможность контроля момента появления дефектного слоя (например, при помощи специального прибора неразрушающего контроля), то в соответствии с предлагаемым способом появляется возможность выбора такого сочетания параметров  $T_{кр}$  и  $\psi$ , которое обеспечивает равенство нулю дефектного слоя при любой принятой величине  $T_{кр}$ , взятой из диапазона возможного ее изменения.

Аналогично рассчитываются величины  $\psi$  для других значений  $T_{кр}$ , использованных на рис.5.7 ( $T_{кр} = 500$  °С и  $T_{кр} = 600$  °С - точки В и D, соответственно). Результаты расчета коэффициента  $\psi$  для различных значений  $T_{кр}$  сведем в табл.5.12.

Таблица 5.12

$T_{кр},$ °С	400	500	550	600
$\psi$	0,583	0,728	0,800	0,873

Зависимости  $h_d = f(t)$  для всех найденных сочетаний  $T_{кр}$  и  $\psi$  (см. табл.5.12) являются одинаковыми и совпадают с кривой 3 на рис.5.7. Таким образом, предложенный метод преобразования зависимости  $h_d = f(t)$ , заключающийся в определении величины  $\psi$  при принятом значении  $T_{кр}$ , позволяет получить единую зависимость



$h_0 = f(t)$  для любого значения  $T_{кр}$  из диапазона ее возможного изменения, например для диапазона,  $400^{\circ}\text{C} \leq T_{кр} \leq 600^{\circ}\text{C}$ .

Данный метод можно реализовать с помощью системы компьютерной диагностики процесса шлифования (рис.5.8). Кроме того, полученные математические зависимости можно использовать при разработке подсистем САПР применительно к шлифовальным операциям и сложнопрофильным абразивным инструментам, например, многониточным резьбошлифовальным кругам [122].

Автоматизированная технологическая система шлифования

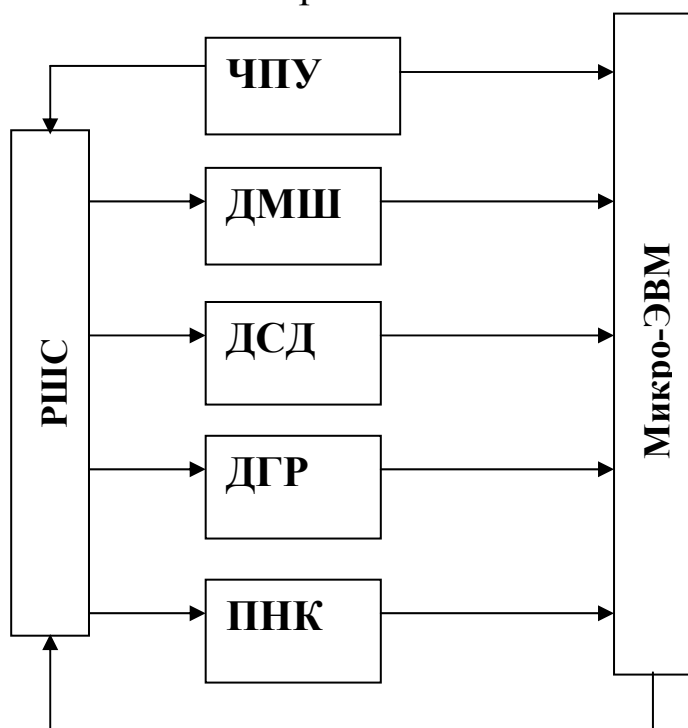


Рис. 5.8. Функциональная схема системы автоматической диагностики.

(рис.5.8) содержит резьбошлифовальный станок (РШС), датчики мощности шлифования (ДМШ), скорости детали (ДСД), глубины резания (ДГР), прибор неразрушающего контроля (ПНК), устройство ЧПУ и микро-ЭВМ [130].

При шлифовании резьбы ходовых винтов многониточным или однониточным кругами датчик глубины резания фиксирует величину припуска, удаляемого за один проход. Распределение припуска по ниткам многониточного круга или по проходам однониточного круга задается в управляющую программу микро-ЭВМ перед началом работы системы. В соответствии с алгоритмом работы предусматривается два режима функционирования системы диагностики: режим обучения и режим контроля бесприжоговой обработки.

В режиме обучения осуществляется непрерывное увеличение глубины резания до момента появления дефектного слоя (момент перехода из недефектного состояния в дефектное). Этот момент контролируется при помощи прибора неразрушающего контроля. По команде этого прибора микро-ЭВМ осуществляет решение уравнения  $T = T_{кр}$ . Из этого решения можно найти величину  $\psi$  для принятого значения  $T_{кр}$ . Таким образом, коррекция уравнения (5.18) математической модели

позволяет определить фактическое значение коэффициента теплового потока  $\psi$  при заданном значении  $T_{кр}$  и осуществлять диагностику процесса шлифования исходя из условия бездефектной обработки.

#### **5.4.2. СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ТОЧНОСТИ СУЩЕСТВУЮЩИХ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ТЕМПЕРАТУРНОГО ПОЛЯ ПРИ ШЛИФОВАНИИ**

выше отмечалось, что управление качеством поверхностного слоя является системной задачей, которая охватывает не только этапы производства и его подготовки, но также этап эксплуатации изделий. Поэтому повышение надежности обеспечения параметров качества поверхностного слоя деталей машин на этапе их изготовления является актуальной научно-технической задачей.

Учение о качестве поверхностного слоя деталей машин и приборов является быстро развивающейся и перспективной областью исследования в технологии машино- и приборостроения и связано с привлечением смежных научных дисциплин (физика, химия, материаловедение и т.п.), поскольку успехи в этой области связаны с увеличением ресурса работы механизмов, машин и приборов (ресурсосберегающие технологии). Качество поверхностного слоя, оцениваемое через совокупность параметров состояния, формируется на финишных операциях изготовления деталей, однако затем (как было отмечено выше) изменяется в процессе эксплуатации.

Важная роль в обеспечении качества принадлежит финишным методам обработки, к числу которых относится шлифование, позволяющее получить требуемую точность обработки и сформировать исходные параметры состояния поверхностного слоя деталей перед эксплуатацией: шероховатость поверхности, фазовый и химический состав, распределение микротвердости и остаточных напряжений по глубине и другие. Указанные параметры состояния формируются в результате сложного физико-химического процесса, протекающего в зоне контакта шлифовального круга и обрабатываемой заготовки. Особенностью этого процесса является высокая теплонапряженность. Уровень развивающихся при шлифовании температур предопределяет состав и направление развития термомеханических, теплофизических и термохимических явлений в поверхностном слое. Поэтому повышение достоверности определения температуры при шлифовании

(при диагностике процесса по температурному критерию) является важной задачей в технологии машиностроения.

До сих пор нет единой классификации параметров качества поверхностного слоя и тем более соответствующих стандартов, регламентирующих эти параметры (имеющиеся стандарты в основном относятся к параметрам шероховатости поверхности).

Одним из важных параметров качества поверхностного слоя является глубина образующегося дефектного слоя при шлифовании, которую можно определить теоретически с помощью математической модели температурного поля. Однако большое количество таких моделей затрудняет их выбор для практики инженерных работ и в качестве математического обеспечения компьютерных систем диагностики, работающих в режиме реального времени. Поэтому проведена систематизирующая работа по установлению единой математической зависимости, позволяющей прогнозировать температуру шлифования с учетом влияния на нее формы поверхности обрабатываемой детали (плоская, выпуклая, вогнутая, клиновидная). Было установлено, что в интервале изменения безразмерной полуширины теплового источника (критерий Пекле)  $4 \leq H \leq 20$  с достаточной для практики точностью (погрешность не более 10% по отношению к специальному решению задачи) расчет температуры при шлифовании можно производить по решению одномерного дифференциального уравнения теплопроводности. Однако, при этом необходимо учесть коэффициент формы  $m$ , зависящий от геометрического параметра формы  $\eta$  (угол клина, радиус кривизны профиля и т.п.) и координаты  $X$ , причем [297]

$$\Theta(X, H, \eta) = m(X, \eta) \cdot 2\pi\sqrt{H} \operatorname{ierfc} \frac{X}{2\sqrt{H}}, \quad (5.19)$$

где  $\Theta(X, H, \eta)$  - безразмерная (относительная) температура;  $H$  - критерий Пекле,  $H = \frac{Vh}{2a}$ ;  $V$  - скорость детали при шлифовании, м/с;  $h$  - полуширина теплового источника, м;  $a$  - температуропроводность обрабатываемого материала, м<sup>2</sup>/с;  $\operatorname{ierfc}\left(\frac{X}{2\sqrt{H}}\right)$  - специальная функция [255];  $X$  - безразмерное (относительное) расстояние до поверхности в направлении нормали (глубина проникновения) температурного поля),  $X = \frac{Vx}{2a}$ ;  $x$  - размерная (абсолютная) глубина проник-

новения температурного поля, м.

Переход к размерной (абсолютной) температуре в уравнении (5.1) осуществляется по формуле

$$T = \Theta \frac{2qa}{\pi\lambda V}, \quad (5.20)$$

где  $q$  - плотность теплового потока, м<sup>2</sup>/с;  $\lambda$  - теплопроводность обрабатываемого материала, Вт/(м·°С).

На этапе подготовки производства при технологических (проверочных) расчетах температуры шлифования по уравнениям (5.19) и (5.20) часто можно принимать  $m(X, \eta) = 1$ , поскольку влияние на температуру геометрического параметра  $\eta$  менее существенно, чем принятые в расчете допущения. Например, если пренебречь кривизной поверхности с  $R \geq 6$  мм и  $R \geq 17$  мм ( $R$  - радиус кривизны обрабатываемого профиля), то вносимая дополнительная погрешность составит 10% и 5%, соответственно [297]. Однако, на этапе диагностики процесса по температурному критерию такая погрешность является существенной.

Для её уменьшения предложено осуществлять дополнительные циклы самообучения системы технологической диагностики, например, с использованием прибора неразрушающего токовихревого контроля шлифовочных дефектов [134].

Для обеспечения надежности получения достоверной информации количество циклов измерений  $n$  указанным прибором определяют по формуле [130]

$$n = \frac{\ln(1 - P_m)}{\ln(1 - P_\phi)}, \quad (5.21)$$

где  $P_m$ ,  $P_\phi$  - требуемая и фактическая вероятности получения достоверной информации.

Например, при  $P_m = 0,999$  зависимость между  $P_\phi$  и  $n$  следующая

$P_\phi$ .....	0,10	0,20	0,50	0,80	0,90	0,95
$n$ .....	66	31	10	4	3	2

Т.е., при ограничении однотипных измерений, например, до 4-х для получения результата с уровнем доверительной вероятности  $P_m =$

0,999 необходимо, чтобы фактическая вероятность получения достоверной информации ( $P_{\phi}$ ) была не менее 0,8.

Описанные теплофизические и метрологические предпосылки составили основу для разработки компьютерной системы технологической диагностики процесса шлифования сложнопрофильных деталей по температурному критерию.

### **5.4.3. ОБОСНОВАНИЕ ВЫБОРА МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ТЕМПЕРАТУРНОГО ПОЛЯ ПРИМЕНИТЕЛЬНО К ШЛИФОВАНИЮ РЕЗЬБЫ ПОЛУКРУГЛОГО ПРОФИЛЯ**

Исследование состояния вопроса по математическому моделированию температурного поля при различных схемах шлифования позволило установить три основных вида моделей: одно-, двух- и трехмерные дифференциальные уравнения теплопроводности. Полученные путем интегрирования решения этих уравнений учитывают специфические в каждом случае начальные и граничные условия. Кроме того, установлено, что добавление одной или двух координат при прочих равных условиях приводит к различию получаемых результатов, которое не превышает соответствующей погрешности от колебаний численных значений, например, теплофизических параметров обрабатываемого материала. Введение циклов коррекции уравнений математической модели позволяет устранить указанное выше различие в решениях. По этой причине для диагностики технологической системы резьбошлифования в режиме on-line можно выбрать наиболее простое из альтернативных решений дифференциальных уравнений теплопроводности. Как правило, таким решением является решение одномерного дифференциального уравнения теплопроводности. Применительно к полукруглому профилю резьбы такое решение было представлено формулой (5.18).

### **5.4.4. ОБЕСПЕЧЕНИЕ ПРЕЕМСТВЕННОСТИ МОДЕЛЕЙ ОБЪЕКТА ПРИ ШЛИФОВАНИИ РЕЗЬБЫ ПОЛУКРУГЛОГО ПРОФИЛЯ**

Известно, что обеспечение преемственности научных теорий, положений и концепций является неотъемлемым признаком (одним из многих, но наиболее важным) научного подхода к решению практи-

ческих прикладных задач. Сущность этого признака заключается, например, в том, что более общая теория не опровергает соответствующей частной (специальной), теории с точки зрения выходных результатов прогнозирования и, следовательно, должна давать те же самые результаты при задании в нее тех условий, при которых работает частная (специальная) теория. Это в полной мере относится к математической модели как одному из видов теории.

В предыдущем разделе было получено решение дифференциального уравнения теплопроводности при граничных условиях второго рода на цилиндрической поверхности (уравнение (5.18)), которое в краткой записи имеет вид

$$T_R = T(X, \tau, R), \quad (5.22)$$

где  $T_R$  - температура шлифования полукруглого профиля резьбы,  $^{\circ}\text{C}$ ;  $X$  - координата пространства, в направлении которой температурное поле проникает в глубину поверхностного слоя по кратчайшему расстоянию, м;  $\tau$  - время действия теплового источника на цилиндрической поверхности, с;  $R$  - радиус цилиндрической поверхности (совпадает с радиусом профиля резьбы), м.

Можно доказать, что при  $R \rightarrow \infty$  уравнение (5.22), содержащее четыре вида функций Бесселя, может быть преобразовано в известное решение дифференциального уравнения теплопроводности при граничных условиях второго рода на плоскости, которое приведено в предыдущем разделе. Как следует из анализа этого уравнения оно вообще не содержит функций Бесселя, а зависит только от специальной функции erf, которую называют функцией ошибок [255].

В краткой записи полученное уравнение для плоскости (уравнение (5.19) при  $m=1$ ) можно представить в виде

$$T = T(X, \tau), \quad (5.23)$$

где  $T$  - температура плоского шлифования,  $^{\circ}\text{C}$ .

Таким образом, преемственность моделей температурного поля при шлифовании полукруглого профиля резьбы и плоском шлифовании заключается в обеспечении условия

$$T(X, \tau, R) = \left. \begin{array}{l} T(X, \tau) \\ R \rightarrow \infty \end{array} \right\} . \quad (5.24)$$

Доказательство равенства (5.24) может быть получено теоретическим или численным методом. Численный метод заключается в расчете температуры по уравнению (5.22) при различных возрастающих значениях радиусах профиля  $R$  (1 мм, 2 мм, 3 мм, 6 мм, 9 мм и т.д.) и

сравнением полученных результатов расчета температуры с соответствующими расчетами по уравнению (5.23). Выше было отмечено, что совпадение результатов расчета температуры (с погрешностью не более 10 %) по уравнениям (5.22) и (5.23), при принятых в расчете условиях начинается при  $R \geq 9$  мм [297].

#### 5.4.5. РАЗРАБОТКА СПОСОБОВ КОЛИЧЕСТВЕННОЙ ОЦЕНКИ ГЛУБИНЫ ДЕФЕКТНОГО СЛОЯ

Предложено два способа оценки глубины дефектного слоя при шлифовании: на основе метода косвенных измерений при решении обратной задачи с использованием уравнений типа (5.22) и (5.23) и на основе метода косвенных измерений при решении прямой задачи. Например, в соответствии со вторым методом глубина  $h_\delta$  дефектного слоя, образующегося при шлифовании определяется плотностью  $q$  теплового потока в зоне контакта и временем  $\tau$  воздействия источника тепла [200]

$$h_\delta = \alpha \cdot q \cdot (\tau - \tau_0)^\beta, \quad (5.25)$$

где  $\alpha$  и  $\beta$  - коэффициенты, зависящие от теплофизических параметров обрабатываемого материала;  $q$  - плотность теплового потока, Вт/мм<sup>2</sup>;  $\tau, \tau_0$  - время воздействия теплового источника и фиксированная величина этого времени, при которой температура в зоне контакта достигает критической величины, с.

Причем

$$\tau = \frac{L_k}{V_\delta}, \quad (5.26)$$

где  $L_k$  - длина дуги контакта круга и детали в направлении вектора скорости детали, м.

При этом

$$L_k = \sqrt{D \cdot t}, \quad (5.27)$$

где  $D$  - диаметр шлифовального круга, мм;  $t$  - глубина шлифования, мм;  $V_\delta$  - скорость детали, м/с.

Время  $\tau_0$  определено по следующей формуле [200]

$$\tau_0 = \frac{T_{кр.}^2 \cdot \pi \cdot \lambda^2}{4 \cdot a \cdot q^2}, \quad (5.28)$$

где  $T_{кр.}$  - критическая температура в зоне шлифования,  $^{\circ}\text{C}$ ;  $\lambda, a$  - теплопроводность, ( $\text{Вт/м}\cdot^{\circ}\text{C}$ ), и температуропроводность, ( $\text{м}^2/\text{с}$ ), обрабатываемого материала.

Плотность теплового потока определена следующим образом

$$q = \frac{P \cdot \psi}{S_k}, \quad (5.29)$$

где  $P$  - мощность, затрачиваемая на шлифование, Вт;  $\psi$  - коэффициент тепловода;  $S_k$  - площадь контакта круга и детали,  $\text{м}^2$ .

Причем

$$S_k = L_k \cdot S_{non.}, \quad (5.30)$$

где  $S_{non.}$  - поперечная подача, мм/ход.

Коэффициенты  $\alpha$  и  $\beta$  определены следующим образом [200]

$$\alpha = 0,283 - 0,053x_1 + 0,059x_2 - 0,064x_3 - 0,009x_1x_2 + 0,013x_1x_3 - 0,012x_2x_3, \quad (5.31)$$

$$\beta = 0,952 + 0,003x_1 - 0,0006x_2 + 0,003x_3 - 0,003x_1x_2 - 0,005x_1x_3 - 0,001x_2x_3, \quad (5.32)$$

Здесь

$$x_1 = \frac{T_{кр.} - 500}{100}; \quad x_2 = \frac{\sqrt{\lambda \cdot c \cdot \rho} - 12050}{5500}; \quad x_3 = \frac{(\lambda / c\rho) - 7 \cdot 10^{-6}}{6 \cdot 10^{-6}},$$

где  $c$  - теплоемкость материала,  $\text{кал}/(\text{г}\cdot^{\circ}\text{C})$ ;  $\rho$  - плотность,  $\text{г}/\text{см}^3$ .

Для данного материала  $\lambda=42 \text{ Вт/м}\cdot^{\circ}\text{C}$ ;  $a = \frac{\lambda}{c\rho} = 8,4 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$ ;

$T_{кр.} = 550^{\circ}\text{C}$ .

Тогда  $x_1=0,5$ ;  $x_2=0,43$ ;  $x_3=0,23$ . По формулам (5.31) и (5.32) получено  $\alpha=0,265$ ;  $\beta=0,952$ .

Для изучения влияния режимов и мощности шлифования на глубину дефектного слоя проведен специальный моделирующий эксперимент на плоскошлифовальном станке мод. 3Г71.

Условия проведения эксперимента приведены в табл.5.13

Таблица 5.13

Станок	Инструмент	Деталь	СОЖ
Плоскошлиф. станок 3Г71	Шлиф. круг 25A16CM7K5 D=250 мм	Прямоугольный образец 75x8x Материал ШХ15 HRC 55-60	—



Режимы, при которых произведен эксперимент следующие: скорость детали  $V=4,47$  м/мин ( $0,0745$  м/с); поперечная подача  $S_{non.}=8$  мм; глубина резания ( $t$ ) при обработке трех образцов, соответственно составляла  $0,03$  мм;  $0,045$  мм;  $0,06$  мм.

Преобразователь активной мощности (ПАМ) работал в режиме средней чувствительности. Мощность шлифования определяли как разность между активной трехфазной мощностью, потребляемой из сети электродвигателем привода шлифовального круга в режиме работы и мощностью холостого хода этого электродвигателя. Мощность в формулу (5.29) подставляем усредненную, полученную при помощи используемых приборов-индикаторов (вольтметр и микроамперметр). Результаты проведенного эксперимента сведены в табл.5.14 и табл.5.15.

Таблица 5.14

Номер образца	Глубина шлифования $t$ , мкм	Мощность холостого хода		Мощность активная	
		В	мкА	В	мкА
1	30	2,0	58	4,4	150
2	45	1,9	56	7,8	140
3	60	1,9	55	10	300

Таблица 5.15

Мощность шлифования, $P$		Мощность шлифования по градуировочной характеристике (линейной модели), Вт		Мощность $\bar{P}$ , Вт
В	мкА	вольтметр	микроамперметр	
2,4	92	588,81	831,86	710,34
5,9	84	1631,00	742,00	1187,33
8,1	245	2287,60	2536,70	2412,17

Глубина дефектного слоя рассчитана по формуле (5.25), преобразованной к виду

$$h_d = \alpha \cdot \frac{P \cdot \psi}{\sqrt{D \cdot t \cdot S_{non.}}} \cdot \left( \frac{\sqrt{D \cdot t}}{V} - \frac{T_{кр.}^2 \cdot \pi \cdot \lambda^2}{4 \cdot a \cdot q^2} \right)^\beta \quad (5.33)$$

Например, для первого образца глубину  $h_d$  определяем следующим образом

$$h_d = 0,265 \cdot \frac{710,34 \cdot 1}{\sqrt{7,5 \cdot 8}} \cdot \left( \frac{\sqrt{0,03 \cdot 10^{-6} \cdot 250}}{0,0745} - \frac{550^2 \cdot 3,14 \cdot 42^2}{4 \cdot 8,4 \cdot 10^{-6} \cdot 32,42^2} \right)^{0,952} < 0$$

То есть, при выбранных режимах шлифования на первом образце дефектного слоя нет. Аналогично рассчитываем глубину  $h_d$  для двух других образцов, и результаты сводим в табл.5.16.

Таблица 5.16

Глубина дефектного слоя, мкм	Номер образца		
	1	2	3
$h_{d\text{ расч.}}$	—	199	753
$h_{d\text{ эксп.}}$	—	160	480

Дополнительно прошлифованные образцы (3 шт.) подвергали исследованию методами микротвердости и металлографии. Для этого были приготовлены микрошлифы на косых срезах образцов. Результаты экспериментального определения глубины дефектного слоя ( $h_{d\text{ эксп.}}$ ) также сведены в табл.5.16. Анализ данных табл.5.16 показывает, что различие между расчетными и экспериментальными данными не превышает 40 %.

Экспериментальная проверка математических моделей при плоском, круглом и профильном шлифовании (методами микротвердости, металлографии и вихретоковому) выполнялась неоднократно [134, 200]. Было установлено, что имеется достаточно тесная корреляция между расчетными и экспериментальными данными. Это позволяет управлять процессом шлифования на основе имеющихся математических моделей. Однако, для повышения эффективности управления необходимо обеспечить адекватность моделируемого свойства объекта его фактическому свойству. Для этого необходимо корректировать уравнение математической модели непосредственно в процессе шлифования. Предложен ряд таких методов, позволяющих повысить точность модели.

## **5.5. ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ГЛУБИНЫ ДЕФЕКТНОГО СЛОЯ И ПРЕДОПРЕДЕЛЯЮЩИХ ЕГО ПАРАМЕТРОВ ПРИ ПРОФИЛЬНОМ ШЛИФОВАНИИ**

### **5.5.1. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ГЛУБИНЫ ПЛАСТИЧЕСКИ-ДЕФОРМИРОВАННОГО СЛОЯ ПРИ ШЛИФОВАНИИ РЕЗЬБЫ АВИАЦИОННЫХ ХОДОВЫХ ВИНТОВ**

Передачи винт - гайка качения нашли широкое применение в станко- и авиастроении, робототехнике и транспортном машино-станко-

и авиастроении, робототехнике и транспортном машиностроении. Наиболее ответственной деталью передачи является ходовой винт, причем авиационные ходовые винты передач отличаются от станочных винтов по конструкции, по технологии изготовления и термообработки, марками используемых сталей. Кроме того, авиационные ходовые винты часто являются полыми и имеют меньший диаметр, что затрудняет использование такого прогрессивного технологического процесса, как многониточное резьбошлифование, нашедшего широкое применение при предварительной и получистовой обработке резьбы станочных ходовых винтов.

Известные в литературе методы проектирования и расчета инструмента (многониточные круги, металлические накатники и алмазные правящие ролики) часто оказываются неприемлемыми применительно к авиационным ходовым винтам. Поэтому на первом этапе проектирования инструмента для многониточного резьбошлифования устанавливалась принципиальная возможность использования этого процесса для авиационных ходовых винтов. Анализ проводился по двум критериям: по жесткости и геометрической форме винтов. В первом случае анализировался максимальный прогиб обрабатываемой детали под действием сил резания (прогиб винта не должен превышать допуска на диаметр резьбы), во втором – проверялась возможность беспрепятственного выхода шлифовального круга из зоны резания (диаметр шейки винта должен быть меньше диаметра резьбы, а её длина должна быть больше ширины многониточного круга).

Задача определения геометрических параметров многониточных резьбошлифовальных кругов, а также инструмента для их профилирования и правки является многокритериальной и многопараметрической и по этой причине наиболее удобным методом проектирования является многокритериальная оптимизация конструкции инструмента на компьютере. В работе [135] показано, что в ряде случаев условиям многокритериальной оптимизации соответствуют результаты оптимизационных расчетов по одному наиболее существенному (для конкретных условий шлифования) критерию. Например, методика расчета распределения припуска при черновом и получистовом шлифовании станочных ходовых винтов из закаленных сталей основана на условии [119,135]

$$\sum_{i=k+1}^n t_i > h_0, \quad (5.34)$$

где  $h_\delta$  - глубина дефектного слоя, образуемого  $k$ -ой ниткой круга, мм;  $t_i$  - глубина шлифования (мм) на  $i$ -ой нитке круга ( $1 \leq i \leq n$ ).

Под  $h_\delta$  понимается глубина слоя, в котором под воздействием высоких температур происходят необратимые структурные и фазовые изменения. Например, для закаленной стали 8ХФ критическая температура  $T_{кр}$  соответствует величине 500 - 550°C [200]. В зависимости от скорости изменения температурного поля в поверхностном слое закаленной мартенситной стали, происходят такие процессы как отпуск (низкие скорости), вторичная закалка (высокие скорости). Часто дефектный слой может содержать как зоны отпуска, так и зоны вторичной закалки.

Несмотря на то, что обработке шлифованием чаще подвергаются закаленные стали, на ряде заводов (в том числе на ряде заводов авиационной промышленности) резьбу ходовых винтов вышлифовывают после предварительной прорезки её резцом при твердости материала не превышающей HRC 30. По такой технологии обрабатывают, например, авиационные винты из азотируемых сталей 30ХНВА«Ш» и 38Х2МЮА. При шлифовании этих сталей производительность обработки в основном ограничивается температурным фактором, приводящим к формированию сложного напряженного состояния в поверхностном слое резьбы. При температурах порядка 200 – 300 °C уровень возникающих в поверхностном слое материала термоупругих напряжений может превышать предел текучести материала и в поверхностном слое резьбы образуется пластически – деформированная зона, которая является причиной формирования технологических остаточных напряжений и искривления оси винта после обработки.

Напряженное состояние поверхностного слоя резьбы формируется в результате последовательного прохождения во времени двух этапов: нагрузки и разгрузки [2]. Этап нагрузки (термонагрузки) может не сопровождаться появлением пластически деформированного слоя. В этом случае распределение термоупругих напряжений в поверхностном слое материала описывается уравнением

$$\sigma_i = \gamma \cdot E \frac{2q}{\lambda} \sqrt{a\tau} \cdot \text{ierfc} \left( \frac{x}{2\sqrt{a\tau}} \right), \quad (5.35)$$

где  $\gamma$ ,  $E$  - коэффициент линейного расширения материала (1/°C) и его модуль упругости (Па);  $q$ ,  $\tau$  - плотность теплового потока (Вт/мм<sup>2</sup>) и время его воздействия (с);  $a$ ,  $\lambda$  - коэффициенты темпера-

туропроводности ( $\text{м}^2/\text{с}$ ) и теплопроводности ( $\text{Вт}/\text{м}\cdot^\circ\text{С}$ );  $x$  - координата, отсчитываемая от поверхности в перпендикулярном направлении к ней.

Условие возникновения в поверхностном слое пластически деформированной зоны может быть получено из формулы (5.35) при  $\sigma_i = \sigma_s$ , т.е.

$$\tau_0 \leq \frac{\pi}{a} \cdot \left[ \frac{\sigma_s \cdot \lambda}{2 \cdot m \cdot \gamma \cdot E \cdot q} \right]^2, \quad (5.36)$$

где  $\sigma_s$  - предел текучести обрабатываемого материала (Па);  $\tau_0$  - предельное значение времени  $\tau$ , с.

На этапе терморазгрузки эпюра напряжения в поверхностном слое материала изменяется, однако глубина пластически деформированного слоя при этом находится на прежнем уровне и, следовательно, при определении этой глубины можно воспользоваться математическим описанием теплонапряженности на этапе нагрузки.

При определении количества режущих ниток круга учитывают следующие обстоятельства.

1. Конструктивные возможности шпиндельного узла резьбошлифовального станка (ширина планшайбы должна быть не менее высоты круга).
2. Максимальный отжим обрабатываемой детали не должен превышать допуска на диаметр резьбы.
3. Наличие шлифовальных кругов данного типоразмера в условиях конкретного производства.

Например, возможности резьбошлифовального станка «Матрикс 5707» позволяют использовать резьбошлифовальный круг высотой 40 мм, что предопределяет возможность использования 3- или 4- ниточных кругов (в зависимости от шага обрабатываемой резьбы). Поэтому испытания разработанных конструкций кругов производились на этом станке, оснащенном устройством для накатки профиля многониточного круга. В качестве заготовок использовались ходовые винты из стали 30Х2НВА«Ш»( радиус профиля резьбы 2,35 мм, шаг резьбы 7 мм, наружный диаметр 29 мм, диаметр отверстия 18 мм, длина резьбовой части 300 мм).

По результатам выполненной работы сформулированы технологические рекомендации по внедрению многониточного резьбошлифования в практику изготовления авиационных ходовых винтов.

## 5.5.2. ИССЛЕДОВАНИЕ ПЛОТНОСТИ ТЕПЛООВОГО ПОТОКА И ГЛУБИНЫ ДЕФЕКТНОГО СЛОЯ НА РАЗЛИЧНЫХ УЧАСТКАХ ПРОФИЛЯ ШЛИФУЕМОЙ РЕЗЬБЫ

### 5.5.2.1. ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ПЛОТНОСТИ ТЕПЛООВОГО ПОТОКА

Известно, что качество поверхностного слоя резьбы ходовых винтов зависит от температуры в зоне обработки. Превышение этой температуры оптимального уровня приводит к появлению шлифовочных дефектов- прижогов и микротрещин, которые резко ухудшают эксплуатационные свойства обработанных деталей, например, уменьшение твердости поверхностного слоя с 60 HRC до 50 HRC приводит к снижению контактной прочности в два раза [260]. В этой связи задача определения рациональных режимов шлифования (при которых не образуется шлифовочных дефектов), а также задача диагностики технологической системы являются актуальными. Однако, определение температуры профильного шлифования относится к числу проблемных вопросов в связи с тем, что плотность теплового потока в зоне резания является разной на различных участках профиля. Как правило, плотность теплового потока определяют расчетно-экспериментальным методом, в соответствии с которым экспериментально определяют мощность, затрачиваемую на резание, и рассчитывают площадь пятна контакта при известных режимах обработки. Такой подход не позволяет управлять процессом, поскольку оценка теплонапряженности осуществляется после того, как процесс закончился.

Известен метод определения плотности теплового потока на различных участках профиля круга, в соответствии с которым оценку теплонапряженности процесса производят на этапе врезания профильного шлифовального круга в заготовку, определяя отношение приращения мощности шлифования к площади пятна контакта [131]. Однако, этот метод до сих пор не получил должного теоретического обоснования, чему и посвящена данная работа.

Плотность теплового потока может быть выражена через режимы резьбошлифования следующим образом [122]

$$q = \frac{A_{y\partial} \cdot \psi \cdot t_N \cdot V}{L_k}, \quad (5.37)$$

где  $A_{y\partial}$  - удельная работа шлифования, Дж/мм<sup>3</sup>;  $\psi$  - коэффициент

тепловвода (показывает долю теплоты, переходящую в заготовку);  $V$  - скорость заготовки, мм/с;  $t_N$  - нормальная к профилю круга (мгновенная) глубина шлифования в поперечном сечении срезаемого слоя, мм;  $L_k$  - длина дуги контакта в направлении вектора скорости детали, мм.

В свою очередь

$$L_k = \sqrt{\frac{d \cdot D \cdot t_g}{d + D}}, \quad (5.38)$$

где  $d$  - диаметр заготовки, мм;  $D$  - диаметр шлифовального круга, мм;  $t_g$  - вертикальная (мгновенная) глубина шлифования, соответствующая величине поперечной подачи, мм.

Из анализа зависимости (5.37) следует, что мгновенная плотность теплового потока определяется значениями мгновенных величин  $t_N$  и  $t_g$ . Для расчета распределения плотности теплового потока рассмотрим схемы формирования канавки резьбы полукруглого профиля для первого (рис.5.9) и последующих (рис.5.10) проходов.

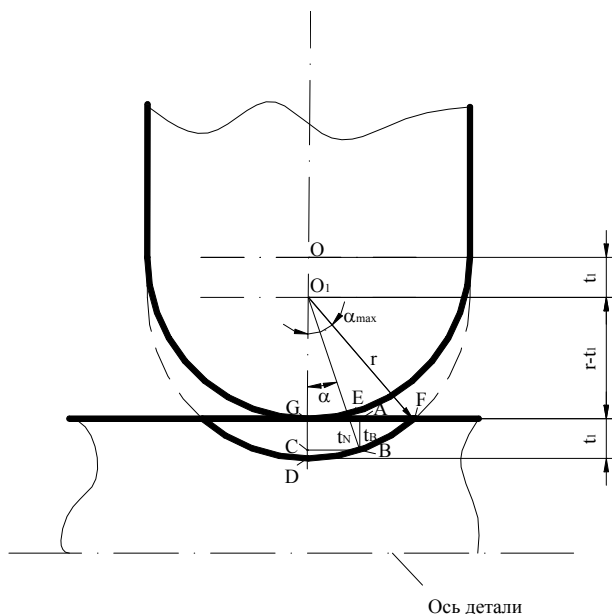


Рис.5.9. Схема формирования канавки резьбы полукруглого профиля для первого прохода.

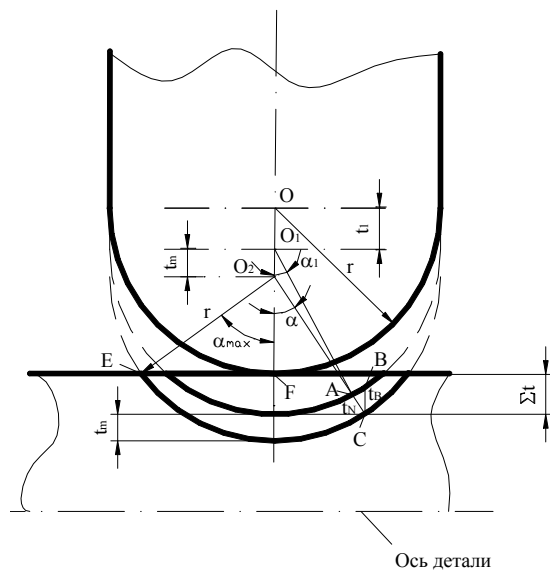


Рис.5.10. Схема формирования канавки резьбы полукруглого профиля для последующих проходов.

Из геометрической схемы на рис.5.9 для первого прохода вертикальная глубина шлифования  $t_g$  определяется по формуле

$$t_g = t_1 - r(1 - \cos \alpha), \quad (5.39)$$

где  $t_1$  - величина поперечной подачи на первом проходе, мм;  $r$  - ра-

диус профиля шлифовального круга, мм;  $\alpha$  - угол, определяющий положение рассматриваемой точки на профиле круга и изменяющийся в интервале  $0 \leq \alpha \leq \alpha_{max_1}$ .

Нормальная глубина шлифования  $t_N$  может быть найдена следующим образом (рис.5.9)

$$t_N = \frac{t_g}{\cos \alpha}. \quad (5.40)$$

Формулы (5.38)-(5.40) справедливы в указанном выше интервале изменения угла  $\alpha$ . Причем для первого прохода

$$\alpha_{max_1} = \arccos \frac{r - t_1}{r}. \quad (5.41)$$

С учетом формул (5.39) и (5.40) получим

$$q = \frac{A_{y\partial} \cdot \psi \cdot \frac{t_1 - r(1 - \cos \alpha)}{\cos \alpha} \cdot V}{\sqrt{\frac{d \cdot D \cdot (t_1 - r(1 - \cos \alpha))}{d + D}}}. \quad (5.42)$$

Для последующих проходов, начиная со второго, вертикальная глубина шлифования  $t_g = t_m$ , где  $t_m$  - глубина шлифования на  $m$ -ом ( $m > 1$ ) проходе (рис.5.10). Величину  $t_N$  находим как разность между отрезками  $O_2C$  и  $O_2A$ . Отрезок  $O_2A$  определяется из треугольника  $O_1AO_2$  по теореме косинусов

$$t_N = r - (t_m \cos(\pi - \alpha) + \sqrt{t_m^2 \cos^2(\pi - \alpha) + r^2 - t_m^2}). \quad (5.43)$$

Тогда для последующих проходов (начиная со второго) зависимость (5.37) принимает вид

$$q = \frac{A_{y\partial} \cdot \psi \cdot (r - (t_m \cos(\pi - \alpha) + \sqrt{t_m^2 \cos^2(\pi - \alpha) + r^2 - t_m^2})) \cdot V}{\sqrt{\frac{d \cdot D \cdot t_m}{d + D}}}. \quad (5.44)$$

Формула (5.44) справедлива в интервале изменения угла  $\alpha$  от  $0^\circ$  до некоторого критического значения угла  $\alpha_{кр.m}$

$$\alpha_{кр.m} = \arccos \frac{r - \sum_{i=1}^{m-1} t_i}{r}. \quad (5.45)$$

На участке профиля, где угол  $\alpha$  изменяется в интервале  $\alpha_{кр.} \leq \alpha \leq \alpha_{max} - \alpha_{бок}$ , нормальную глубину шлифования  $t_N$  находим по формуле



$$t_N = r - (t_m \cos(\pi - \alpha) + \sqrt{t_m^2 \cos^2(\pi - \alpha) + r^2 - t_m^2}). \quad (5.46)$$

Величину  $t_g$  определим как

$$t_g = r \cdot \cos \alpha - \left[ r - (t_m + \sum_{i=1}^m t_i) \right]. \quad (5.47)$$

В свою очередь

$$\alpha_{бок.} = \arccos \frac{a^2 + r^2 - b^2}{2 \cdot a \cdot r}. \quad (5.48)$$

Здесь

$$a = \sqrt{r^2 + t_m^2 - 2 \cdot r \cdot t_m \cdot \cos \alpha_{кр.м}}, \quad (5.49)$$

$$b = r \cdot \sin \alpha_{max m} - \sqrt{r^2 - \left( r - \sum_{i=1}^{m-1} t_i \right)^2}, \quad (5.50)$$

$$\alpha_{max m} = \arccos \frac{r - \sum_{i=1}^m t_i}{r}. \quad (5.51)$$

Тогда плотность теплового потока на участке профиля  $\alpha_{кр.} \leq \alpha \leq \alpha_{max} - \alpha_{бок.}$  составит

$$q = \frac{A_{y\partial} \cdot \psi \cdot \left[ r - (t_m \cdot \cos(\pi - \alpha) + \sqrt{t_m^2 \cos^2(\pi - \alpha) + r^2 - t_m^2}) \right] \cdot V}{\sqrt{\frac{d \cdot D \cdot \left[ r \cos \alpha - \left( r - \sum_{i=1}^m t_i \right) \right]}{d + D}}}. \quad (5.52)$$

Плотность теплового потока на боковых участках профиля

$$q = \frac{A_{y\partial} \cdot \psi \cdot \left[ \frac{\left( \sum_{i=1}^m t_i - r(1 - \cos \alpha) \right)}{\cos \alpha} \right] \cdot V}{\sqrt{\frac{d \cdot D \cdot \left( \sum_{i=1}^m t_i - r(1 - \cos \alpha) \right)}{d + D}}}, \quad (5.53)$$

где  $\alpha$  - угол, определяющий положение рассматриваемой точки, лежащей в пределах  $(\alpha_{max} - \alpha_{бок.}) < \alpha < \alpha_{max}$ .

Таким образом, формулы (5.42), (5.44), (5.52) и (5.53) позволяют производить теоретический расчет плотности теплового потока на различных участках профиля шлифовального круга. Примем к расчету численные значения параметров, при которых производили экспериментальные исследования в работе [131]: диаметр шлифовального круга  $D=300$  мм, диаметр заготовки  $d=98$  мм, радиус профиля круга  $r=3$  мм, скорость заготовки  $V=51,286$  мм/с, распределение припуска по проходам:  $t_1=0,744$  мм,  $t_2=0,464$  мм,  $t_3=0,409$  мм,  $t_4=0,383$  мм. Кроме того, примем  $A_{y\theta}=40$  Дж/мм<sup>3</sup>,  $\psi=1$ . Результаты расчета углов  $\alpha_{max\ m}$ ,  $\alpha_{кр.\ m}$ ,  $\alpha_{бок.}$  по формулам (5.51), (5.29), (5.45), (5.48) сведены в табл.5.17.

Расчеты плотности теплового потока выполнены с помощью

Таблица 5.17

Угол	Номер прохода, $m$			
	1	2	3	4
$\alpha_{max\ m}$ , рад.	0,7200	0,9310	1,0920	1,2310
$\alpha_{кр.\ m}$ , рад.	-	0,7200	0,9310	1,0920
$\alpha_{бок.}$ , рад.	-	0,0963	0,0425	0,0196

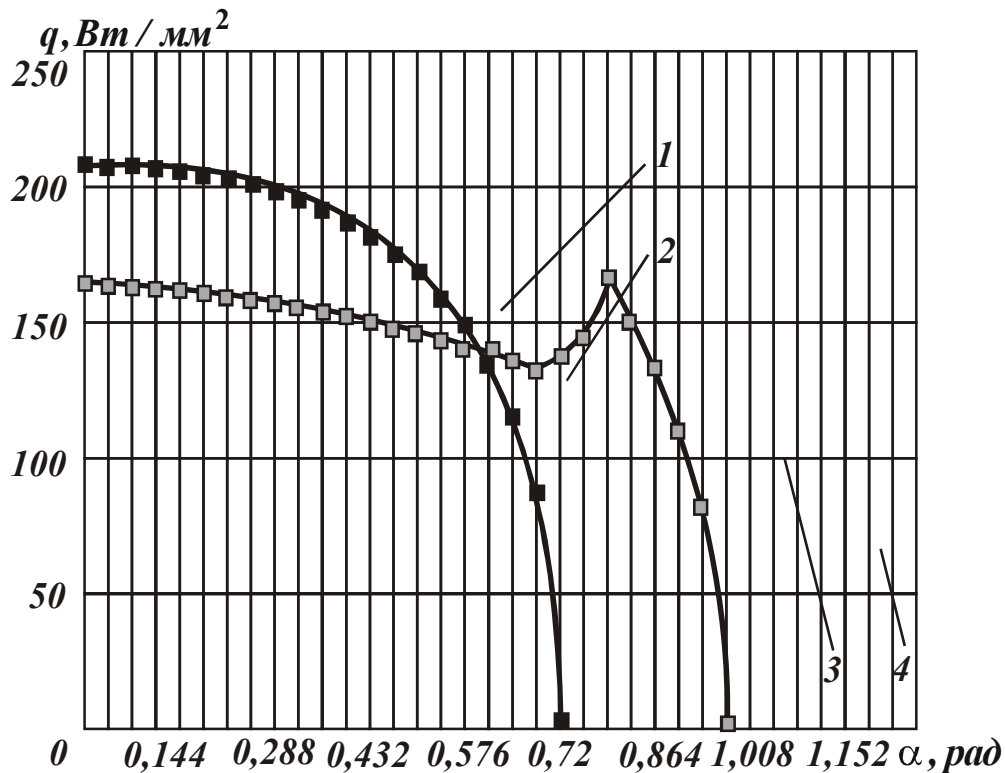


Рис.5.11. Теоретическое распределение плотности теплового потока ( $q$ ) по профилю шлифовального круга (по углу  $\alpha$ ): 1, 2, 3, 4- для 1-го, 2-го, 3-го и 4-го проходов, соответственно.

компьютерной программы MathCAD (рис.5.11). Из анализа графиков на рис.5.11 видно, что плотность теплового потока для первого прохода в целом больше величины одноименного параметра для последующих проходов. Это соответствует аналогичному выводу, полученному в эксперименте [131].

Таким образом, выполненное теоретическое исследование позволяет конкретизировать способ управления процессом шлифования, в соответствии с которым определяют отношение приращения мощности шлифования к приращению площади пятна контакта для оценки теплонапряженности процесса [18].

### 5.5.2.2. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ПЛОТНОСТИ ТЕПЛООВОГО ПОТОКА

Качество поверхностного слоя беговой дорожки ходового винта передачи «винт-гайка качения» формируется на резьбошлифовальных операциях. Известно что, физико-механическое состояние поверхностного слоя резьбы ходовых винтов определяется теплонапряженностью процесса резьбошлифования, которую характеризуют температурой шлифования и глубиной образующегося дефектного слоя. В свою очередь для определения этих параметров необходимо знать плотность теплового потока в зоне контакта шлифовального круга с заготовкой. В известных работах, посвященных прогнозированию теплонапряженности различных процессов шлифования, определение плотности теплового потока  $q$  производят путем деления мощности шлифования  $P$  на площадь пятна контакта  $S$  между кругом и заготовкой, т.е. [231]

$$q = \frac{P}{S}. \quad (5.54)$$

Однако при таком подходе предполагается, что плотность теплового потока равномерно распределена по пятну контакта. В то же время имеющиеся данные свидетельствуют о существенном влиянии закона распределения плотности теплового потока по пятну контакта на контактную температуру на различных участках контакта профильного шлифовального круга [260].

Известны попытки учета фактического распределения плотности теплового потока по пятну контакта при профильном шлифовании путем предварительного экспериментального исследования плотности теплового потока [162] и теоретического исследования

[302]. Однако оба эти подхода характеризуют метод управления в режиме разделения времени (off-line), когда управление процессом осуществляют на основании предварительно полученных данных о нем. Т.е. при обработке конкретной детали не учитываются ее индивидуальные свойства. Известно, что более прогрессивным методом управления процессом является управление в режиме реального времени (on-line). Разновидностью такого управления является диагностика процесса по температурному критерию, учитывающая индивидуальные свойства элементов технологической системы, и позволяющая учесть фактическое распределение плотности теплового потока по профилю круга при обработке каждой конкретной заготовки.

На кафедре «Технология машиностроения» Одесского национального политехнического университета разработан метод определения плотности теплового потока на различных участках профиля шлифовального круга, заключающийся в определении отношения приращения мощности шлифования к приращению площади пятна контакта на участке врезания, т.е. в начале каждого прохода резьбошлифования [18]. Однако до сих пор, этот метод не получил должного экспериментального исследования и внедрения в лабораторную и производственную практику. Не известна погрешность метода и влияние количества исследуемых участков профиля на величину этой погрешности. Эти и другие вопросы составляют предмет настоящей работы.

Экспериментальные исследования плотности теплового потока проводили на резьбошлифовальном станке мод. 5822М при обработке заготовки ходового винта из стали 8ХФ, закаленной до твердости 58-62 HRC, диаметр заготовки 98 мм. Режимы резьбошлифования: частота вращения заготовки 1 об/мин; распределение припуска по проходам:  $t_1=0,744$  мм;  $t_2=0,464$  мм;  $t_3=0,409$  мм;  $t_4=0,383$  мм. Каждый опыт повторяли не менее 3-х раз. Шлифовальный круг 24А40СМ17К6 диаметром 300 мм, с радиусом профиля  $r = 3$  мм. В ходе эксперимента измеряли мощность, затрачиваемую на шлифование, при врезании профиля круга в заготовку и осевое положение профиля круга относительно заготовки, позволяющее определить площадь пятна контакта в любой момент времени врезания. Плотность теплового потока в различных сечениях профиля круга определяли путем вычисления отношения приращения измеренной мощности шлифования к приращению вычисленной площади пятна контакта. Мощность шлифования определяли путем измерения мощности

электродвигателя привода шлифовального круга при помощи самопишущего ваттметра, который дополнительно тарировали одноименным прецизионным прибором типа Д566.

Для определения площади контакта рассмотрены схемы шлифования резьбы полукруглого профиля на различных проходах: первом (рис.5.12) и последующих (рис.5.13).

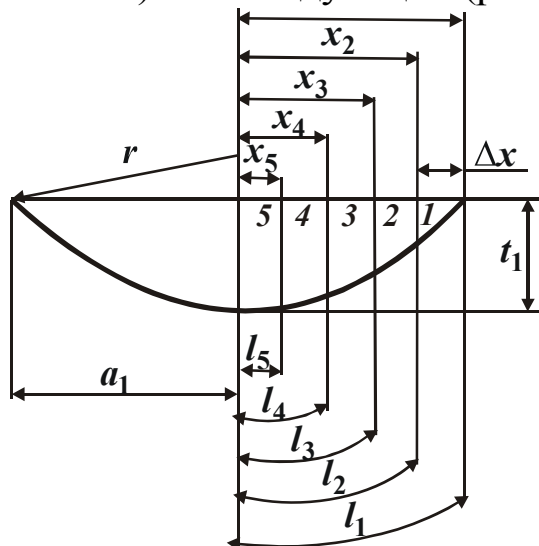


Рис.5.12. Сечение срезаемого слоя на первом проходе резьбошлифования:  $a_1$  - полуширина сечения среза;  $r$  - радиус профиля шлифовального круга;  $t_1$  - глубина шлифования;  $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5$  - координаты исследуемых (дискретных) участков (участки 1-5) профиля;  $l_1, l_2, l_3, l_4, l_5$  - длины дуг контакта в поперечном сечении.

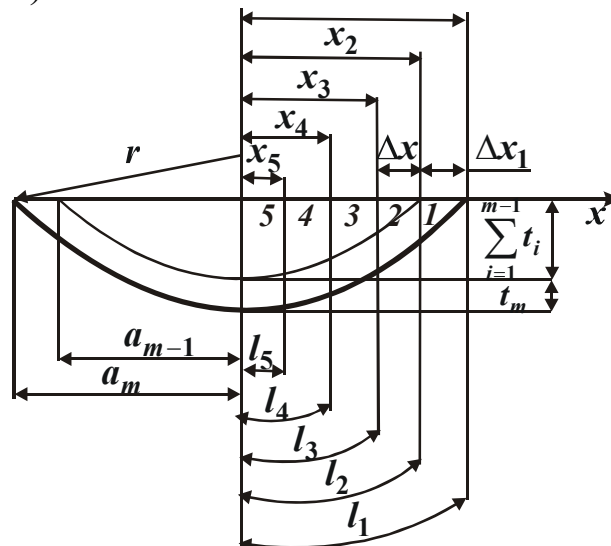


Рис.5.13. Сечение срезаемого слоя на  $m$ -ом ( $2 \leq m \leq n$ ) проходе резьбошлифования:  $a_{m-1}$  - полуширина сечения среза на  $(m-1)$ -ом проходе;  $a_m$  - полуширина сечения среза на  $m$ -ом проходе;  $t_m$  - глубина шлифования на  $m$ -ом проходе;  $\sum_{i=1}^{m-1} t_i$  - глубина шлифования на  $(m-1)$ -ом проходе.

Как видно из рис.5.12, для любого прохода ( $t_1=0,744$  мм,  $t_2=0,464$  мм,  $t_3=0,409$  мм,  $t_4=0,383$  мм) полуширину  $a_m$  сечения среза можно определить по формуле

$$a_m = \sqrt{r^2 - (r - \sum_{i=1}^m t_i)}. \quad (5.55)$$

Например, для первого прохода

$$a_1 = x_1 = \sqrt{r^2 - (r - t_1)^2}. \quad (5.56)$$

Для принятых данных  $a_1 = x_1 = 1,977$  мм. Приращение  $\Delta x$  по координате  $x$  составляет

$$\Delta x = \frac{a_1}{k_{max}}, \quad (5.57)$$

где  $k_{max}$  - количество участков (на рис.5.12  $k_{max} = 5$ ). Для принятых данных  $\Delta x = 1,977/5 = 0,3954$  мм.

Для любого целого  $k$  ( $1 \leq k \leq 5$ )

$$l_k = r \arcsin \frac{x_k}{r}. \quad (5.58)$$

Площадь  $S_k$  каждого участка контакта может быть найдена по формуле [260]

$$S_k = \int_{l_{k-1}}^{l_k} L(l_k) dl, \quad (5.59)$$

где  $L(l_k)$  - длина дуги контакта в направлении вектора скорости детали, зависящая от  $l_k$ . В свою очередь [260]

$$L(l_k) = \sqrt{\frac{D \cdot d}{D + d} \cdot t(l_k)}. \quad (5.60)$$

Из геометрической схемы на рис.5.12 можно установить зависимость мгновенной глубины резания  $t(l_k)$  от длины дуги контакта  $l_k$ , причем

$$t(l_k) = t + r \left( \cos \frac{l_k}{r} - 1 \right). \quad (5.61)$$

С учетом выражений (5.58)-(5.61) площадь  $S_k$  можно определить по формуле

$$S_k = \sqrt{\frac{D \cdot d}{D + d}} \cdot \int_{l_{k-1}}^{l_k} (\sqrt{t(l_k)}) dl = \sqrt{\frac{D \cdot d}{D + d}} \cdot \int_{l_{k-1}}^{l_k} \left( \sqrt{r \cdot \left( \cos \frac{l_k}{r} - 1 \right) + t} \right) dl. \quad (5.62)$$

Результаты расчета параметров  $x_k$ ,  $l_k$  и  $S_k$  для первого прохода сведем в табл.5.18.

Таблица 5.18

$k$	1	2	3	4	5
$x_k$ , мм	1,9770	1,5816	1,1862	0,7908	0,3954
$l_k$ , мм	2,157	1,665	1,220	0,800	0,396
$S_k$ , мм <sup>2</sup>	1,538	2,073	2,551	2,773	2,884

Из рис.5.13 следует, что для второго и последующих проходов

$$\Delta x_1 = a_m - a_{m-1}. \quad (5.63)$$

Приращение  $\Delta x$  по координате  $x$  составляет

$$\Delta x = \frac{a_{m-1}}{k_{max} - 1}. \quad (5.64)$$

Площади контакта на участках 2, 3, 4, 5 ( $2 \leq k \leq 5$ ) можно определить по формуле

$$S_k = \Delta l_k \cdot L(l_k), \quad (5.65)$$

где  $\Delta l_k$  - длина дуги контакта в поперечном сечении срезаемого слоя на  $k$ -ом ( $2 \leq k \leq 5$ ) участке.

Площадь контакта на участке 1 (рис.5.13)

$$S_1 = \frac{1}{2} \cdot \Delta l_1 \cdot L(l_1). \quad (5.66)$$

Результаты расчета параметров  $\Delta x_1$ ,  $a_m$ ,  $\Delta x$  для последующих проходов сведем в табл.5.19.

Таблица 5.19

Номер прохода	2	3	4
$\Delta x_1$ , мм	0,423	0,260	0,168
$a_m$ , мм	2,400	2,660	2,830
$\Delta x$ , мм	0,494	0,600	0,665

Таблица 5.20

Для второго прохода					
$k$	1	2	3	4	5
$x_k$ , мм	2,400	1,977	1,480	0,988	0,494
$l_k$ , мм	2,780	2,158	1,548	1,006	0,497
$\Delta l_k$ , мм	0,622	0,610	0,542	0,509	0,497
$S_k$ , мм <sup>2</sup>	1,821	3,571	3,173	2,980	2,909
Для третьего прохода					
$k$	1	2	3	4	5
$x_k$ , мм	2,66	2,40	1,80	1,20	0,60
$l_k$ , мм	3,267	2,785	1,932	1,236	0,603
$\Delta l_k$ , мм	0,482	0,853	0,696	0,633	0,603
$S_k$ , мм <sup>2</sup>	1,325	4,689	3,826	3,480	3,314
Для четвертого прохода					
$k$	1	2	3	4	5
$x_k$ , мм	2,830	2,660	1,995	1,330	0,665
$l_k$ , мм	3,69	3,267	2,128	1,337	0,67
$\Delta l_k$ , мм	0,429	1,139	0,751	0,707	0,67
$S_k$ , мм <sup>2</sup>	1,141	6,058	3,995	3,761	3,564

Результаты расчета параметров  $x_k$ ,  $l_k$ ,  $\Delta l_k$  и  $S_k$  для последующих проходов сведем в табл.5.20.

На рис.5.14 приведены усредненные (при 3-х и 4-х кратном дублировании опытов) результаты измерения мощности резбошлифования на этапе врезания профильного шлифовального круга в заготовку (условия эксперимента приведены выше). Имея эти данные, можно

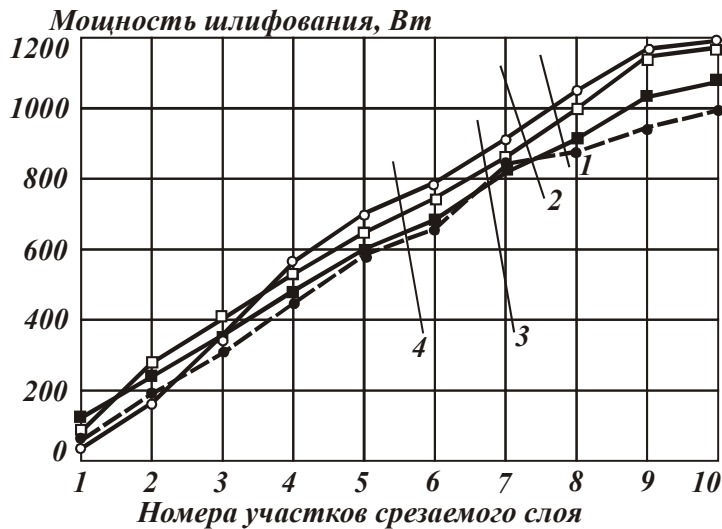


Рис.5.14. Мощность шлифования на участке врезания: 1, 2, 3, 4- на 1-ом, 2-ом, 3-ем и 4-ом проходах (при относительной погрешности 6-9 %).

определить соответствие между ними и рассчитанными ранее площадями поверхности контакта на одноименных проходах резбошлифования.

На рис.5.15 приведено распределение плотности теплового потока по профилю шлифовального круга на различных проходах резбошлифования. Расчет плотности теплового потока на  $k$ -ом участке  $m$ -ого прохода производили

путем определения отношения приращения мощности шлифования  $\Delta P_{mk}$  к приращению площади пятна контакта  $\Delta S_{mk}$  [18], причем величина  $\Delta S_{mk}$  в процессе врезания круга в заготовку изменяется

на любом  $m$ -ом проходе ( $1 \leq m \leq n$ ) от 0 до  $\sum_{k=1}^{10} S_{mk}$  (для десяти ис-

следуемых участков профиля). При этом мощность резбошлифования и площадь пятна контакта после окончания этапа врезания (конец участка 10 на рис. 5.14 и 5.15) соответственно составляют

$$P_m = \sum_{k=1}^{10} \Delta P_{mk} , \quad (5.67)$$

$$S_m = \sum_{k=1}^{10} \Delta S_{mk} . \quad (5.68)$$

Таким образом, рассмотренный в статье метод исследования плотности теплового потока по профилю шлифовального круга позволяет определить мгновенную ( $q_{mk}$ ) и усредненную ( $q_{m.cр.}$ ) величину указанного параметра в процессе врезания и после его окончания,



соответственно, причем

$$q_{mk} = \frac{\Delta P_{mk}}{\Delta S_{mk}}, \quad (5.69)$$

$$q_{m.ср.} = \frac{P_m}{S_m}. \quad (5.70)$$



Рис.5.15. Распределение плотности теплового потока по участкам срезаемого слоя: 1, 2, 3, 4- на 1-ом, 2-ом, 3-ем и 4-ом проходах.

Это позволяет производить диагностику процесса резбошлифования по температурному критерию с учетом неравномерного распределения плотности теплового потока по профилю шлифовального круга. Например, на рис.15 приведены результаты определения плотности теплового потока по данному методу. Видно, что наиболее нагруженным профилем является тот, который первым вступает в работу (профиль, состоящий из участков 1-5 на рис.5.15). Кроме того, плотность теплового потока на первом проходе резбошлифования (пунктирная кривая на рис.5.15) в целом выше, чем на остальных. В то же время, мощность резбошлифования на первом проходе (пунктирная кривая на рис.5.14) ниже, чем на остальных проходах.

Следует отметить, что вариантов усреднения может быть несколько, например, можно определить среднюю величину плотности теплового потока раздельно по левому и правому профилям шлифовального круга

$$q_{m.нр.} = \frac{\sum_{k=1}^5 \Delta P_{mk}}{\sum_{k=1}^5 \Delta S_{mk}}, \quad (5.71)$$

$$q_{m.лев.} = \frac{\sum_{k=6}^{10} \Delta P_{mk}}{\sum_{k=6}^{10} \Delta S_{mk}}. \quad (5.72)$$

### 5.5.2.3. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ ГЛУБИНЫ ДЕФЕКТНОГО СЛОЯ ПРИ РЕЗЬБОШЛИФОВАНИИ

Рассмотренный метод определения плотности теплового потока по профилю шлифовального круга позволяет определить мгновенную и усредненную величину указанного параметра в процессе врезания. Это дает возможность производить диагностику резьбошлифования по температурному критерию с учетом фактического распределения плотности теплового потока по профилю шлифовального круга. Следует отметить, что вариантов усреднения может быть несколько, например, можно определить среднюю величину плотности теплового потока отдельно по левому и правому участкам профиля шлифовального круга. Для принятых выше исходных данных с использованием формул (5.70)-(5.72) получены следующие результаты определения плотности теплового потока по правому ( $q_{m.пр.}$ ) и левому ( $q_{m.лев.}$ ) участкам профиля шлифовального круга, а также по всему ( $q_{m.ср.}$ ) профилю круга (табл.5.21).

Таблица 5.21

Номер прохода ( $m$ )	1	2	3	4
$q_{m.пр.}$ , Вт/мм <sup>2</sup>	33,50	33,94	33,25	28,86
$q_{m.лев.}$ , Вт/мм <sup>2</sup>	51,48	41,94	37,76	31,72
$q_{m.ср.}$ , Вт/мм <sup>2</sup>	42,49	37,94	35,51	30,29

Видно, что на одном из участков профиля (левом) плотность теплового потока выше, чем на другом участке (правом). Причем с увеличением номера прохода ( $m$ ) это различие уменьшается.

Для установления взаимосвязи параметров, характеризующих теплонапряженность шлифования ( $q_{m.пр.}$ ,  $q_{m.лев.}$ ,  $q_{m.ср.}$ ), с фактическим качеством поверхностного слоя производили экспериментальную оценку микротвердости по глубине поверхностного слоя для различных проходов резьбошлифования. Для этого были пригото-

ны микрошлифы на образцах, вырезанных из обработанной заготовки (на различных ее участках, соответствующих разным проходам шлифовального круга). Например, для четвертого прохода ( $m=4$ ) указанное распределение микротвердости приведено на рис.5.16.

Видно, что распределение микротвердости по правому (кривая 3) и

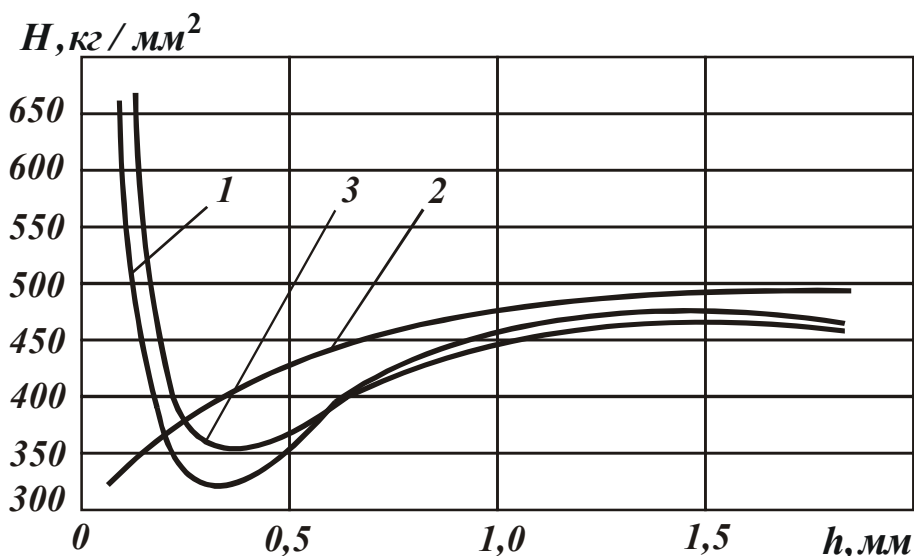


Рис.5.16. Распределение микротвердости ( $H$ ) по глубине поверхностного слоя ( $h$ ): 1, 2, 3 – доннышко, левый и правый профили резьбы, соответственно.

левому (кривая 2) участкам профиля приблизительно одинаковое (погрешность метода измерения микротвердости не позволяет выделить различие). В то же время метод оценки теплонапряженности профильного шлифования по

плотности теплового потока позволяет, как отмечено выше, выделить это отличие. При этом трудоемкость описанного неразрушающего метода оценки теплонапряженности во много раз меньше трудоемкости разрушающего метода оценки микротвердости по глубине поверхностного слоя, т.к. первый из указанных методов (неразрушающий) может быть автоматизирован при помощи адаптивной компьютерной системы управления.

## 5.6. ПРИМЕНЕНИЕ ТВЕРДЫХ ТЕХНОЛОЛОГИЧЕСКИХ СМАЗОК ДЛЯ УПРАВЛЕНИЯ КАЧЕСТВОМ ПОВЕРХНОСТНОГО СЛОЯ

Характерной тенденцией современного машиностроения является совершенствование заготовительного производства в направлении максимально возможного приближения геометрических и физико-механических параметров заготовки к соответствующим параметрам окончательно обработанной детали.

Эффективность технологии кузнечно-штамповочного производ-

ства определяется современными методами изготовления штампов и пресс-форм, удельный вес которых в общем объеме используемой технологической оснастки чрезвычайно велик. Так, например, комплект штампов для производства радиоприемника составляет 1000...1200 наименований, для производства легкового автомобиля – около 3200 [126].

В электротехнической промышленности, а также в машино- и приборостроении применяют вырубные штампы со сложной формой рабочего профиля. Например, на НП АО «Электромаш» (г. Тирасполь) сложнопрофильные вырубные штампы применяют для разделения листов статора и ротора электродвигателей, вырубки пазов и вентиляционных отверстий в этих листах, а также для получения активных частей трансформаторов.

Большое количество типоразмеров и разнообразие штампов требует постоянного совершенствования технологии их изготовления и ремонта.

Наиболее ответственной операцией технологического процесса является операция плоского шлифования. Так, например, при шлифовании рабочих поверхностей вырубных штампов припуски на обработку достигают 2,0...2,5 мм, при этом необходимо обеспечить шероховатость поверхности  $R_a$  не более 0,63 мкм при отсутствии шлифовочных дефектов. Известно, что возникающие при шлифовании прижоги и микротрещины снижают стойкость вырубных штампов в 20...30 раз [126].

Существенное значение для управления качеством поверхности имеют характеристики абразивного инструмента и режимы шлифования. Одним из методов целенаправленного изменения характеристик и режущей способности абразивного инструмента является пропитка различными смазочными составами – импрегнирование, либо использование твердых технологических смазок (ТТС).

Применение ТТС или импрегнированного инструмента оказывает следующее влияние на процесс шлифования [129]:

- снижается мощность, затрачиваемая на шлифование на 10—15%;
- уменьшается температура в зоне шлифования на 20—30%;
- глубина дефектного слоя уменьшается на 30—60%;
- шероховатость поверхности уменьшается на 30%;
- стойкость круга между переточками увеличивается в 3 раза, расход абразива при этом снижается почти в 2 раза.

В настоящее время разработана широкая номенклатура смазоч-

ных составов. Конкретный состав необходимо выбирать в зависимости от обрабатываемого материала и обрабатывающего инструмента. Однако большая номенклатура смазочных составов затрудняет их выбор. Оптимальный выбор технологии обработки на этапе конструкторско-технологической подготовки производства обеспечивает математическое моделирование процессов обработки. Построение математической модели, ее использование при помощи современной компьютерной техники позволяет уже на этапе проектирования принимать важные конструкторские и технологические решения.

Методика оптимизации режимов плоского шлифования с применением ТТС или импрегнированного инструмента, разработана на основе математической модели процесса шлифования [126,129]. Методика реализована на персональном IBM компьютере при помощи редактора таблиц *Microsoft Exel*. Создан соответствующий программный продукт для подсистемы САПР шлифовальной операции. Алгоритм расчета реализован при помощи макроса *Visual Basic*. Входными данными для подсистемы САПР являются: припуск на шлифование, теплофизические параметры обрабатываемого материала, свойства ТТС (характеризуются экспериментально найденными коэффициентами для различных маркировок шлифовальных кругов) и другие. Результатом расчета являются значения глубины шлифования на каждом переходе, число переходов и основное время обработки с учетом применения при шлифовании той или иной рецептуры ТТС и исходя из условия бездефектной обработки. Подсистема САПР работает в диалоговом режиме и на завершающем этапе работы позволяет определить стоимость обработки одной детали и всей партии деталей. Это позволяет оценить эффективность применения при шлифовании различных ТТС и, следовательно, осуществлять их целесообразный выбор до начала технологического процесса. Разработанный программный продукт для подсистемы САПР шлифовальной операции позволяет на этапе проектирования выбрать оптимальную технологию обработки. При этом трудоемкость обработки может быть снижена на величину до 30%.

## **5.7. РАЗРАБОТКА СТРУКТУРНОЙ СХЕМЫ КОМПЬЮТЕРНОЙ СИСТЕМЫ ТЕХНОЛОГИЧЕСКОЙ ДИАГНОСТИКИ**

В связи с необходимостью непрерывного улучшения качества ответственных деталей машин в современном машиностроении ши-

рокое распространение получили компьютерные технологии. Например, появилось новое направление - CALS- технологии (Continuous Acquisition and Life cycle Support- непрерывная информационная поддержка жизненного цикла изделия). Сущность этого направления заключается в сборе информации по всем этапам жизненного цикла изделия (конструирование, технологическая подготовка производства, производство и эксплуатация) [307]. Наибольшей сложностью по сбору информации отличается этап производства. Поэтому очень часто информация, характеризующая этот этап, полностью или частично отсутствует. Эффективным средством информационной поддержки этого этапа являются системы сбора данных [133], которые в настоящее время изготавливают на основе компьютеров, в частности на основе IBM совместимых РС (далее IBM PC).

Известно, что развитие современных систем ЧПУ осуществляется на основе так называемой открытой архитектуры, как по аппаратному (hardware) так и программному (software) обеспечению этих систем. Например, новое поколение станков с ЧПУ основано на системотехнике IBM PC и строится по принципу открытой архитектуры. Такой подход обеспечивает независимость пользователя от производителя систем ЧПУ (СЧПУ) и позволяет существенно увеличить рабочие подачи и скорость резания при высокой точности движения режущей кромки инструмента по заданному контуру. Кроме того, появляются новые технологические возможности обеспечения качества деталей на основе встроенных компьютерных систем технологической диагностики. Применительно к операциям шлифования становится возможной диагностика технологической системы по температурному критерию в зоне резания или по температурным деформациям обрабатываемой детали. Другими словами, открытая архитектура СЧПУ позволяет производить как диагностику самого станка, так и диагностику (и отработку) технологических процессов с одновременной их оптимизацией. При этом для эффективного управления и диагностики используются контуры тока и скорости, которые в десятки раз быстрее контура положения.

Для применения компьютерных технологий на этапе изготовления (обработка, сборка) машин нужны новые концепции компьютеризации технологических систем. Предлагается следующая концепция построения систем диагностики для процессов резания: каждый технологический переход операции характеризует определенное состояние технологической системы, т.е. сколько технологических пе-

реходов, столько и состояний технологической системы. Каждое из указанных состояний характеризуется своими технологическими показателями или одним и тем же показателем, величина которого нормируется индивидуально для каждого состояния технологической системы. Например, таким технологическим показателем, может быть температура шлифования, которую определяют экспериментально или расчетным путем. На предварительных переходах резьбошлифования допустимая величина температуры может быть выше, чем на остальных (завершающих) переходах, т.к. на предварительных переходах оставшийся на обработку припуск превышает одноименный параметр на завершающих переходах шлифования. В этом смысле можно говорить о двухмерном подходе к диагностике: одна мера – это состояние технологической системы, определяемое местом технологического перехода в операции; вторая мера – это регламентируемые нормы на технологические показатели качества поверхностного слоя, например, нормы на температуру шлифования (или на закон её изменения по глубине поверхностного слоя).

Предложены следующие технические решения, которые применяются при разработке математического обеспечения системы компьютерной диагностики процесса резьбошлифования.

1. Основой системы диагностики является математическая модель процесса шлифования. Из всего многообразия существующих уравнений математических моделей выбрано одномерное уравнение температурного поля. Установлено, что результаты расчета температуры шлифования по одно- и двумерным уравнениям отличаются не более чем на 5-10 %. Предложено корректировать уравнение математической модели при работе системы диагностики процесса. Это позволяет обеспечить адекватность модели и процесса.
2. Особенностью процесса резьбошлифования является необходимость учета радиуса профиля резьбы. Однако, по исследованию температурного поля при шлифовании резьбы полукруглого профиля имеется ограниченное количество работ, в которых учитывается радиус профиля резьбы. Использовано одномерное решение дифференциального уравнения теплопроводности при граничных условиях второго рода на цилиндре. Оно позволяет определить температуру шлифования по глубине поверхностного слоя с учетом радиуса профиля резьбы [132].
3. Особенностью распределения температуры по профилю резьбы

является ее неравномерность. Разработан метод определения плотности теплового потока на разных участках профиля круга [131]. Метод заключается в определении отношения приращения измеренной мощности шлифования к приращению вычисленной площади пятна контакта на участке врезания профильного круга в заготовку (в начале технологического перехода). Данный метод определения плотности теплового потока может быть использован при разработке компьютерной системы диагностики процесса резбошлифования.

4. Известно, что ни одна математическая модель не позволяет учесть все многообразие факторов процесса. Поэтому математические модели чаще всего применяются для объяснения сложных явлений, а не для управления ими в реальном времени. Предложено использовать математическую модель температурного поля для управления процессом резбошлифования с использованием циклов коррекции уравнения математической модели. Например, при работе системы диагностики в режиме обучения фиксируют момент появления дефектного слоя. В этот момент путем преобразования уравнения математической модели определяют, например, фактический коэффициент теплового потока и дальнейшее прогнозирование глубины дефектного слоя осуществляется по скорректированной зависимости температуры шлифования от режимов обработки (при найденном значении коэффициента теплового потока).

Так как для работы системы диагностики необходима соответствующая программная поддержка (MathCAD, MathLAB, Excell и другие программные продукты), следовательно, для такой системы диагностики нужен компьютер типа IBM PC, работающий с операционной системой Windows. Рассматривая объект автоматизации (технологическая система резбошлифования) как одно из периферийных устройств IBM PC, можно прийти к выводу о необходимости разработки аппаратного и программного интерфейса применительно к этому объекту (рис.5.17). Точно так же поступают, например, при подключении к IBM PC любого другого стандартного внешнего устройства (принтера, сканера, монитора и т.п.). Аппаратная часть этого интерфейса (hardware) представляет собой устройство ввода-вывода (УВВ) данных двух типов: измерительная информация с аналоговых и цифровых датчиков (датчики мощности резания, датчики режимных параметров шлифования и т.п.) и информация с



дискретных датчиков, характеризующих состояние технологической системы резбошлифования во время выполнения рабочего цикла обработки.

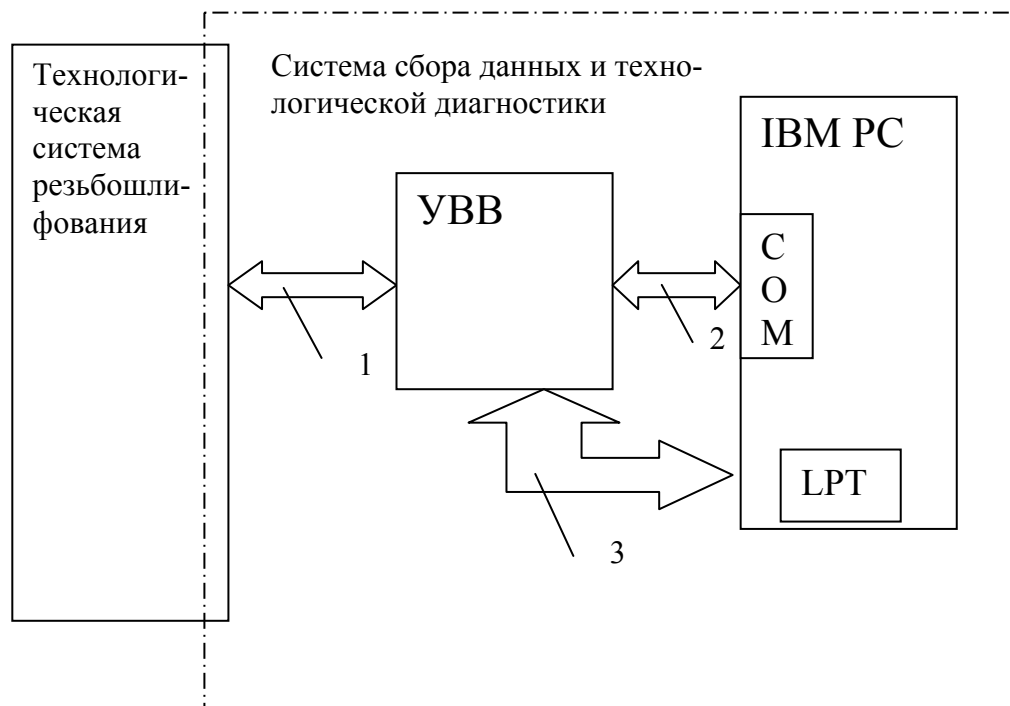


Рис.5.17. Структурная схема компьютерной системы сбора данных и технологической диагностики: COM, LPT- последовательный и параллельный порты IBM PC; 1, 2 –каналы передачи измерительной информации; 3- канал передачи информации с дискретных датчиков (управляющие сигналы).

В первом случае измерительная информация характеризует параметры, имеющие непрерывно изменяющийся уровень сигналов, который передается  $n$  - разрядным двоичным кодом (например,  $n=16$ ). Во втором случае данные передаются одноразрядным ( $n=1$ ) двоичным кодом. Если использовать принятую терминологию в системотехнике IBM PC, то указанное УВВ может быть названо также такими терминами как контроллер, адаптер, карта.

Взаимодействие IBM PC с УВВ и технологической системой резбошлифования осуществляется на основе программного обеспечения (программного интерфейса), которое разрабатывается применительно к конкретной структуре УВВ на языках программирования, работающих в операционной системе IBM PC (DOS, Windows). Кроме того, возможно использование языка программирования типа Ассемблер.

Таким образом, в работе обоснована система технологической диагностики процесса резбошлифования по критерию качества поверхностного слоя, совмещенная с компьютерной системой сбора

данных о процессе и выполненная на основе системотехники IBM PC. Применение разработанной компьютерной системы диагностики позволяет качественный (т.е. не количественный) показатель теплонпряженности процесса резьбошлифования характеризовать количественной технологической оценкой, которая фиксируется в системе сбора данных наряду с другими параметрами, характеризующими, например, режимы резьбошлифования. Кроме того, в состав математического обеспечения системы входят алгоритмы, позволяющие оценивать стабильность функционирования технологической системы шлифования по критерию качества поверхностного слоя.

### **5.8. НОВОЕ ПОКОЛЕНИЕ СТАНКОВ С ЧПУ – НОВЫЕ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЕ ВОЗМОЖНОСТИ ОБЕСПЕЧЕНИЯ КАЧЕСТВА ДЕТАЛЕЙ**

Не подлежит сомнению, что развитие систем ЧПУ (СЧПУ) и автоматизированного проектирования (САПР) относится к числу взаимосвязанных стратегических направлений в современной технологии машиностроения. На протяжении длительного времени (начиная с сороковых годов прошлого столетия) особенностью СЧПУ являлась их закрытая архитектура как по аппаратному (hardware), так и по программному (software) обеспечению этих систем. До сего времени по такому принципу создаются СЧПУ, например, таких известных фирм как Siemens (Германия), Fanuc (Япония), Olivetti (Италия) и других. С точки зрения потребителя, имеющего оборудование и СЧПУ указанных фирм, сотрудничество с этими фирмами не является выгодным из-за высокой стоимости технического обслуживания и ремонта СЧПУ. В тоже время простой оборудования с ЧПУ вынуждает потребителя соглашаться на любые ( в том числе экономически невыгодные) условия, которые диктуются этими фирмами. В настоящее время многих потребителей станков с ЧПУ такое экономически зависимое от производителя положение не устраивает. Ситуация усугубляется еще и тем, что системы с закрытой архитектурой обладают ограниченными технологическими возможностями как с точки зрения разработки управляющих программ (математическое обеспечение полностью закрыто), так и с точки зрения диагностики оборудования и управления технологическим процессом. Предлагаемые на рынке отечественные СЧПУ мало отличаются от систем 80-х годов. Они требуют двигатели и электроприводы постоянного тока, а главное –

практически не меняют технологические возможности оборудования.

Фирмой ООО Станкоцентр (г. Москва) разработана и серийно выпускается СЧПУ для любого станочного оборудования [211]. Основу этой системы составляет контроллер движения на базе DSP процессора фирмы Motorola. Заложенные идеологические и структурные решения дают практически неограниченную возможность использования этой системы для управления технологическим оборудованием, а именно: универсальными или программируемыми станками, комплексами оборудования, автоматическими и автоматизированными линиями, самым широким спектром технологических процессов. Система имеет открытую архитектуру. На верхнем уровне СЧПУ находится IBM PC, задачей которого является стандартный интерфейс - аппаратный, программный и пользовательский. Стандартный аппаратный интерфейс позволяет использовать стандартные периферийные устройства для IBM PC в СЧПУ для ее расширения и модернизации. Это сетевые карты и модемы для передачи информации от станка в сервисный или управляющий центр и обратно, дополнение системы дисковыми и другими устройствами, замена практически любых вышедших из строя или устаревших элементов IBM PC (что может сделать сам потребитель без участия изготовителя СЧПУ). Массовый выпуск этих элементов самыми различными специализированными производителями позволяет резко снизить стоимость всего комплекса и повысить надёжность машины управления в целом, благодаря обязательному тестированию и гарантированию надёжной работы элементов производителями. Острая конкуренция на рынке комплектующих IBM PC приводит к быстрому удешевлению элементов и их очень быстрому прогрессу, а стандартизация интерфейса приводит к обязательной взаимной совместимости этих элементов. Кроме того, достигается важная цель - независимость потребителя СЧПУ от её производителя. Приобретение любого компонента IBM PC сегодня не представляет проблему. При выбранной концепции построения СЧПУ, станок превращается в диагностический комплекс, который можно использовать как для диагностики самого станка (сборки узлов, состояния деталей и механизмов на станке, смазки, вибраций и т.п.), так и для диагностики и отработки технологических процессов. В том числе для выбора оптимальных режимов резания (при задании определенных параметров управления и оптимизации). Параметром управления может быть, например, постоянная сила резания. При этом автоматически учитывается износ инструмента, из-

менение величины съема материала. Возможно управление по постоянному рассогласованию или постоянной ошибке на профиле, при этом режимы резания могут выбираться автоматически. Применительно к операциям шлифования становится возможной диагностика технологической системы по температурному критерию в зоне резания или по температурным деформациям обрабатываемых деталей.

Современный металлорежущий станок, работая при больших рабочих подачах и высокой скорости резания, должен обеспечивать устойчивый процесс резания, что без самообучающейся математической модели в контуре электропривода невозможно обеспечить, так как изменяющиеся параметры резания и самого станка могут привести к неустойчивости процесса резания. Поэтому система управления должна очень быстро реагировать на возникновение таких ситуаций. Чем раньше она получит информацию о состоянии процессов, происходящих на станке, тем выше качество управления. Поэтому выбрана структура системы управления, когда на одном процессоре реализована СЧПУ, контроллер электроавтоматики и управляющая часть электропривода. Это позволяет использовать контуры тока и скорости, которые во много раз быстрее контура положения, для эффективного управления и диагностики. Отличительной особенностью СЧПУ является применение обыкновенного асинхронного двигателя в высокоточном электроприводе главного и вспомогательного движения, что позволяет компенсировать погрешности оборудования.

Использование в СЧПУ стандартного программного обеспечения Windows позволяет потребителю самостоятельно разрабатывать необходимые программы на общепринятых языках программирования (C++, Паскаль и многих других). Кроме того, СЧПУ имеет возможность непосредственной стыковки с имеющимися Windows-совместимыми САПР технологического назначения (Компас Автопроект, Master-CAM, T-Flex и другими), что уменьшает трудоемкость программирования и отладки программ.

# **ЧАСТЬ 3**

## **ОСНОВЫ ДОВОДКИ МЕТАЛЛОВ СВОБОДНЫМ АБРАЗИВОМ**

---

### **ГЛАВА 1**

#### **ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ О ПРОЦЕССЕ ДОВОДКИ МЕТАЛЛОВ СВОБОДНЫМ АБРАЗИВОМ**

##### **1.1. ХАРАКТЕРИСТИКА ПРОЦЕССА ДОВОДКИ**

Доводка свободным абразивом известна также под термином «притирка» и «лапинг-процесс» является процессом, обеспечивающим высокое качество обработанной поверхности. Она выполняется посредством абразивных смесей и жестких притиров, имеющих форму обрабатываемой поверхности или ее образующей.

В процессе доводки металлов свободным абразивом происходит относительное перемещение изделия и притира в нескольких направлениях и снятие частиц металла абразивными зернами. В другом случае происходит химическое воздействие поверхностно-активных веществ, образующих пленки окислов металла, которые удаляются абразивными частицами притира.

Скорость рабочего движения при механической доводке достигает от 6 до 120 м/мин; при этом, чем выше требования шероховатости обрабатываемой поверхности, тем ниже должна быть скорость [70, 90].

В производственных условиях доводка может обеспечить высокую точность. Например, при особо точной доводке плоско-параллельных плиток точность размеров достигает 0,05 мкм.

При обычной доводке припуск составляет 0,5-3 мкм. Давление при доводке устанавливается опытным путем и достигает 0,7-4 кг/см<sup>2</sup>; температуры в зоне резания повышаются до 40<sup>0</sup>. Толщина поверхностного слоя деформированного металла достигает 0,25-2,5 мкм.

На основании некоторых литературных источников [69, 277] можно выделить следующие виды доводки.

1. Доводка свободным абразивом, внедряющимся в процессе рабо-

ты (шаржирующим) в поверхность притира. Это наиболее распространенная разновидность доводки и применяется для ручной и машинной обработки различных калибров, деталей приборов, зубьев шестерен и т.п.

2. Доводка при помощи предварительно шаржированного абразивом притира. Применяется для обработки рабочих поверхностей мерительных концевых инструментов, режущих инструментов и т.п.
3. Доводка свободным нешаржирующимся абразивом. При этом применяются относительно мягкие абразивные материалы (крокус, венская известь, окись хрома) при весьма твердом материале притира.

Данный вид доводки широко применяется при изготовлении шарикоподшипников.

4. Доводка при помощи химических абразивных паст.

Кедров С.М. [90] доводку металлов разделяют на следующие виды:

1. Доводка с намазкой абразивной смеси на диски и притиры.
2. Доводка с непрерывной подачей абразивной смеси на рабочие поверхности дисков.
3. Доводка с шаржированными притирами или плитами (например, на станках конструкции Семенова).
4. Доводка абразивными дисками или брусками.

При всех разновидностях доводки в процессе обработки участвуют следующие элементы: рабочие поверхности притиров, изготавливаемых из разных материалов, абразивы разной крупности, охлаждающе-смазывающие жидкости и обрабатываемые поверхности деталей.

## **1.2. АБРАЗИВНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ ОБРАБОТКИ СВОБОДНЫМ ЗЕРНОМ И ИХ МАРКИРОВКА**

По способу воздействия на металл абразивные вещества разделяются на две группы:

1. Твердые абразивные вещества, производящие механическое удаление частиц металла.
2. Мягкие абразивные и химически активные вещества, производящие механическое и химическое воздействие на поверхность ме-

талла.

К первой группе твердых абразивных веществ относятся следующие материалы.

Нормальный электрокорунд: марка 14А.

Белый электрокорунд: марки 23А и 24А.

Хромистый электрокорунд: марка 33А.

Корунд: марка 92Е.

Черный карбид кремния: марки 53С, 54С, 55С.

Зеленый карбид кремния: марки 63С, 64С.

Карбид бора: ограничиваются химическим обозначением.

Кубический нитрид бора (эльбор): марки ЛО, ЛП; ЛВМ, ЛПМ.

Алмазные абразивные порошки в зависимости от вида сырья, из которого они изготавливаются, обозначаются буквами по ГОСТ 9206-80: А - из алмазов; АР – из синтетических поликристаллических алмазов.

Микропорошки и субмикропорошки из природных алмазов обозначают буквами АМ, из синтетических алмазов – АСМ.

При обозначении микропорошков из природных и синтетических алмазов повышенной абразивной способности букву М заменяют на букву Н, то есть АН, АСН.

Помимо буквенных обозначений добавляют цифровые обозначения:

- в шлифпорошках из природных алмазов цифра соответствует десяткам процентов содержания зерен изометричной формы, то есть А1 – не менее 10%; А2 – 20%; А3 – 30%; А5 – 50%; А8 – 80%;
- в шлифпорошках из синтетических алмазов цифровое обозначение соответствует среднестатистическому значению показателей нагрузки при сжатии единичных зерен всех зернистостей данной марки, выраженных в ньютонах, например: АС2, АС4, АС6, АС15, АС20, АС32, АС50;
- в шлифпорошках из синтетических поликристаллических алмазов цифра соответствует среднеарифметическому значению показателей нагрузки на сжатие единичных зерен всех зернистостей данной марки, выраженных в сотых долях ньютонов;
- в субмикропорошках цифрой обозначают долю зерен крупной фракции в процентах, например АМ5, АСМ5, АМ1, АСМ1.

Шлифпорошки, получаемые при дроблении соответствующих алмазных материалов обозначаются следующим образом:

АРВІ – алмазные шлифпорошки, получаемые путем дробления синтетических алмазов типа «баллас»;

АРК4 – алмазные шлифпорошки, получаемые путем дробления алмазов типа «карбонадо»;

АРС – алмазные шлифпорошки, получаемые при дроблении алмазов типа «спеки».

Коэффициент формы зерна представляет отношение длины проекции зерна к ширине проекции. Изометричным считается зерно, у которого коэффициент формы не превышает 1,3.

Показатель прочности по ГОСТу 22029 – 76 для шлифпорошков синтетических алмазов определяют по величине статистической нагрузки, вызывающей разрушение алмазного зерна, помещенного между двумя параллельными плитами из твердого сплава или из корунда. Средний показатель прочности зерна определяется по результатам прочности 50 зерен.

Проверка на разрушаемость абразивных зерен электрокорунда и карбида кремния производится в шаровой мельнице. Под разрушаемостью понимают безразмерную величину, равную отношению массы разрушенных абразивных зерен к общей массе их, испытываемых в шаровой мельнице. Так, например, нормы разрушаемости шлифматериалов зернистости 25 высшей категории качества для электрокорунда – 52 - 53%, для карбида кремния – 47%.

Абразивные порошки применяются с различной зернистостью.

Размеры абразивных зерен, получаемых рассевом предусмотрены ГОСТом.

Дробленые абразивные материалы зернистостью от №12 до №90 относятся к группе шлифзерно и обычно применяются для изготовления шлифовальных кругов.

Абразивные материалы с зернистостью от 100 до 320 относятся к группе шлифпорошков.

Мелкие зернистости - микропорошки, получаемые согласно ГОСТа гидравлической классификации.

Классификация абразивных зерен практически не может быть произведена совершенно точно, так как линейные размеры зерна по разным направлениям могут значительно отличаться. При рассеве это в значительной степени зависит от того, как прошло зерно сквозь сито – в направлении своей наибольшей оси – вертикально или горизонтально. Кроме того, размер ячеек сита также колеблется в некоторых пределах. Поэтому ГОСТ на зернистость дробленных абразив-



ных материалов допускает некоторое количество зерен более крупной и более мелкой фракций. Например, для зернистости от № 24 до № 80 предусмотрены следующие нормы гранулометрического состава (в процентах по весу):

Основной фракции материала	не менее 45%
более крупной	не более 15 – 30%
комплексной	не менее 65 – 75%
мелкой	не более 3%.

Когда называют номер зернистости абразива, то имеют в виду основную фракцию абразивного материала.

Существенное значение для обработки металлов имеют: характер поверхности зерна – гладкая или шероховатая, острые или закругленные кромки, отсутствие трещин.

Абразивная способность материалов различной зернистости испытывается часто в свободно насыпанном состоянии между двумя вращающимися с небольшой скоростью дисками.

Абразивную способность зерен определяют по износу одного из дисков. Данные разных исследователей по абразивной способности различных материалов противоречивы и требуют уточнения.

Для предварительной доводки со снятием больших припусков применяются абразивные порошки зернистостью 80-120.

Для окончательной доводки используются порошки зернистостью 150–320 и микропорошки от М28 до М1 и мельче.

К относительно мягким абразивным материалам относятся окись хрома, окись железа (крокус), венская известь и др. Эти порошки не шаржируются ни в притире, ни на поверхности изделия и применяются для окончательной доводки в виде порошков со смазкой керосином, машинным маслом и др.

Абразивные порошки второй группы часто применяются с химически активными веществами в виде паст известных под названием паст ГОИ.

Растворителем паст служит специальная жидкость. Режущая способность паст оценивается по толщине съема материала в микронах с поверхности стальной плитки, закаленной до твердости – НРС 60–62 за 100 движений ее по плите-притиру 400x450 мм с нанесенной на нее пастой. Сто движений по такой плите соответствует пути в 40 м. При этом для грубой пасты съем металла с плитки должен составлять 20–40 мкм, для средней 8–16 мкм и для тонкой 1–7 мкм.

### 1.3. ЖИДКОСТИ, ПРИМЕНЯЕМЫЕ ПРИ ДОВОДКЕ МЕТАЛЛОВ

Охлаждающе–смазывающие жидкости оказывают сложное влияние на процесс доводки металлов.

На механизм воздействия жидкостей в процессе резания существует две принципиально различные точки зрения.

Представители первой точки зрения [69, 70] рассматривают механизм воздействия жидкостей на процесс резания, принимая, что жидкости способствуют усилению отвода тепла и создают смазывающее действие на поверхностях контакта обрабатываемого металла и режущего инструмента, уменьшая силу трения. Представители второй точки зрения [90] объясняют воздействие жидкостей главным образом путем проникновения последних в мельчайшие трещины в деформируемом металле. Благодаря расклинивающему действию, которое производит жидкость, происходит облегчение деформации и разрушения металла. Кроме того, жидкость, диффундируя в металл, может способствовать уменьшению пластической деформации металла.

По мнению Исаева А.И., представители и той и другой точки зрения совершенно не рассматривают вопрос со стороны процесса образования поверхностного слоя, в то время как в такой постановке требуется его решение.

Рабиндер П.А., подчеркивая невыясненность вопроса о действии различных жидкостей на процесс резания металлов, отмечает: «Следует иметь в виду, что весьма важный теоретический вопрос о механизме действия активной среды и понизителей твердости в процессе разрушения твердых тел требует еще дальнейшего выяснения и уточнения. С этим связано и дальнейшее развитие теории процессов механического разрушения с учетом активного действия среды и адсорбирующих добавок».

Кузнецов В.Д. по этому вопросу делает следующее заключение: «несмотря на многолетние работы в этой области, механизм влияния жидкостей на диспергирование нельзя считать выясненным до конца, особенно по отношению к пластичным металлам. В последнее время даже среди сотрудников школы П.А. Рабиндера нет единодушного мнения, как это показывает, например, статья Г.И. Епифанова и Л.А. Шрейнера (Влияние активной жидкой среды на удельную работу резания, ЖТФ 21, вып. 12, 1951) с описанием опытов, результаты которых не укладываются в разработанную теорию».

Состав жидкости, применяемой при доводке металлов, зависит от разновидности доводки, величины снимаемого припуска, абразива, свойств обрабатываемого материала и требований, предъявляемых к шероховатости поверхности.

В процессе доводки металлов абразивами или шаржированными притирами абразивные зерна, участвующие в снятии металла, сохраняют свое положение в притирах. Действие жидких сред в этих случаях сводится к охлаждению, повышению диспергируемости металлов за счет адсорбционных свойств поверхностно активных веществ, а также к облегчению съема металла за счет смазочного эффекта.

При доводке металлов с намазкой притиров абразивной смесью, жидкость выполняет роль связки, удерживающей зерна на поверхности притира и роль смазывающей среды, облегчающей снятие стружки. В связи с этим вязкость жидкости оказывает (весьма) сильное действие на производительность доводки. При правильно подобранной вязкости жидкой среды производительность можно увеличить до 2 раз по сравнению с производительностью доводки, проводимой на керосине [90].

При доводке с непрерывной подачей абразивной смеси большое влияние оказывает на производительность вязкость жидкой среды, что объясняется возможностью сохранения абразивных зерен во взвешенном состоянии.

Следовательно, большой практический интерес для результатов доводки металлов представляет правильный подбор жидкости.

На основании заводской практики доводки и специальных исследований установлено, что наибольший интерес представляют жидкие углеводородные среды – керосин и минеральные масла, обеспечивающие нормальную работу станков, получение высокого качества поверхности и высокую производительность.

Как показали исследования Кедрова С.М. [90], водные среды таких результатов не дают, хотя и имеются исследования [70], в которых рекомендуют применение водных сред при отделочной абразивной обработке.

Кроме керосина и минеральных масел в качестве жидкостей, связывающих абразивные зерна применяют бензин, толуол, вазелиновое масло, солидол, сало, олеиновую кислоту.

С целью увеличения производительности при доводке в жидкость вводят поверхностно активные вещества.

Действие адсорбционных сил на диспергируемость металлов

протекает в очень тонком поверхностном слое металла, поэтому применение жидкостей с поверхностно-активными добавками должно оказывать значительное действие при доводке металлов на производительность процесса.

Наиболее распространенными активными добавками являются жирные кислоты – олеиновая и стеариновая.

В некоторых производствах в качестве смазывающей среды при доводке используются животные жиры, содержащие большой процент жирных кислот. Некоторое распространение в качестве добавки при доводке имеет воск, который по своим физическим и химическим свойствам сходен с жирами.

Как активная добавка, представляет интерес канифоль, состоящая главным образом из циклической карбоновой кислоты состава:



Беляев Г.С. [69] при исследовании механического притирания поверхностей из латуни ЛК 80-3 и нержавеющей стали ЭЖ2 электрокорундом использовал в качестве жидкой среды машинное масло и олеиновую кислоту. На основании этих исследований пришел к выводу, что состав жидкости практически не оказывает существенного влияния на производительность и шероховатость обрабатываемых поверхностей. Это противоречит выводам других исследователей процесса доводки.

#### 1.4. ПРИТИРЫ

При изготовлении притиров весьма важное значение имеют точность формы и качество их поверхности. После предварительной и чистовой обработки на металлорежущих станках, включая шлифование, притиры проходят доводку абразивными порошками или пастами.

Шаржирование твердых абразивов в притире выполняется двумя способами: принудительное шаржирование и свободное шаржирование в процессе работы.

Принудительное шаржирование применяется при доводке измерительного и режущего инструмента.

Свободное шаржирование абразива имеет место при механической доводке в массовом и серийном производстве. В этом случае абразив в виде жидкой кашицы посредством насоса подается в неболь-

шом количестве на притир и в процессе работы вдавливаются в его поверхность.

Перешаржирование металлических притиров возможно только тем же номером абразива, каким они были шаржированы в первый раз или более грубым.

Материалами для притиров служит чугун, бронза, красная медь, цинк, дерево, пластмассы, стекло, сталь. В некоторых случаях в качестве притиров применяются абразивные диски и бруски или абразивная лента. Абразивные притиры применяются большей частью для предварительной доводки, но они по сравнению с металлическими притирами и особенно чугунными имеют то преимущество, что меньше загрязняют абразивную смесь и рабочее место.

При выборе материала притира учитывается материал изделия, род применяемого абразивного вещества и характер операции.

Для шаржирующихся абразивов материал притира выбирается из более мягкого материала, чем материал обрабатываемых деталей. Несоблюдение этого условия приведет к тому, что абразив будет шаржироваться не в притире, а в материале изделия и снимать металл притира.

Для съема больших припусков, когда применяется крупный абразив, притиры изготавливают из мягких металлов, например, красной меди или свинца. Кроме того, притиры из красной меди используются для доводки отверстий диаметром менее 12–15 мм.

Для удаления небольших припусков и получения высокой чистоты поверхности мелкозернистым абразивом применяют чугунные притиры. Из особо твердых материалов, обеспечивающих большой срок службы, изготавливают притиры для тонкой доводки нешаржирующимися абразивными веществами типа крокуса и венской извести. Хорошие результаты при этом дает закаленная и хромированная сталь, а также особые сорта стекла.

Износ притиров зависит от их материалов и рода абразива. Так, все притиры при работе с карборундом изнашиваются в два раза быстрее, чем при работе с наждаком. В зависимости от материала при прочих равных условиях притиры из мягкой стали изнашиваются в 1,25, из красной меди в 2,5, а из свинца в 4 раза быстрее, чем притиры из чугуна [69].

Повышенная стойкость и удобство шаржирования чугунных притиров обеспечили им широкое применение. Причем, для притиров применяются чугуны определенного химического состава и с опреде-

ленной структурой. В таб. 1.1 приведен химический состав чугунов, применяемых для изготовления притиров на различных заводах.

По данным Белецкого Д.Г. [277] для чугунных притиров следует применять чугун с мелкозернистой перлитоферритной структурой с мелкой сеткой фосфидной эвтектики (твердость чугуна НВ=180-220).

Лихтенберг Г. [254] указывает, что чугун должен иметь мелкозернистую перлитную структуру.

По данным Акимова М.А. [69] для доводки стальных деталей притиры следует изготавливать из мягкого чугуна с ферритографитовой структурой. Наличие в структуре чугуна цементита, по мнению автора, может вызвать образование на обрабатываемой поверхности рисок.

В практике доводки металлов часто прибегают к опытному подбору чугуна из многих отлитых образцов (завод «Калибр» [287]), но этот метод является необычайно трудоемкими.

Таблица 1.1

Химический состав чугунных притиров в %

	Для калибров (з-д «Калибр»)	Для резцов из твердых сплавов	Для шестерен (ЗИЛ)	Для шестерен (Мичиган-Тул)
Углерод	2,8–3,1	3,0–3,5	3,24	3,08
Кремний	2,0–1,6	0,6–0,75	2,47	2,18
Марганец	0,5–0,7	0,7–0,8	0,57	0,56
Фосфор	До 0,4	0,35	0,20	0,15
Сера	До 0,15	До 0,1	0,05	0,10
Хром	–	–	0,018	–
Никель	–	–	0,18	0,08
Твердость <b>НВ</b>	180–220	До 160	180–220	180–220

Форма притиров определяется методом доводки детали и ее конфигурацией. Притиры для ручной доводки выполняются в виде плит, брусков, а также разных колец и пробок – гладких и резьбовых. Для механической доводки плоских и цилиндрических деталей на станках служат диски и плиты.

При механической доводке цилиндрических внутренних поверхностей может применяться приспособление несущее чугунные бруски – притиры.

Доводку конусов удобно производить в центрах посредством специального приспособления. В корпусе этого приспособления установлено три притира из серого чугуна, которые постоянно при-

жимаются плоскими пружинами к притираемой конической поверхности.

К числу специальных притиров относятся притиры для шестерен. Эти притиры имеют форму шестерни с наружным или внутренним зацеплением с прямым или спиральным зубом.

Для обеспечения правильной формы притиров их периодически подвергают правке.

## 1.5. СТАНКИ ДЛЯ ДОВОДКИ

В настоящее время, несмотря на существование большого количества разновидностей станков для механической доводки, установленной классификации их не имеется.

Типы доводочных станков могут быть разделены на следующие группы:

1. Планшайбы и головки для полумеханической доводки.
2. Вертикальные доводочные станки для доводки круглых и плоских деталей.
3. Горизонтальные станки для доводки плоских поверхностей.
4. Бесцентровые доводочные станки, работающие абразивными или чугунными кругами.
5. Центровые станки для доводки шеек коленчатых валов и других цилиндрических деталей абразивной лентой, брусками или специальными притирами.
6. Специальные станки для притирки шестерен, клапанов и т.п.

Наибольшее распространение получили доводочные станки первых двух групп. Так, станки первой группы широко применяются для доводки режущих инструментов, для скоростного резания металлов.

К этой группе можно также отнести доводочный станок Петер Вольтерс для полумеханической доводки внутренних поверхностей специальным притиром. Причем, этот притир, закрепленный на горизонтальном шпинделе станка, совершает вращательное и поступательно-возвратное движение.

Станки второй группы применяются для доводки цилиндрических и плоских деталей в условиях серийного и массового производства. Одним из наиболее распространенных типов является вертикальный доводочный станок. Доводка на таком станке производится

двумя чугунными или абразивными притирочными кругами. Оба круга приводятся в движение от общего мотора и вращаются в разном направлении.

Модификацией вертикального доводочного станка является станок с планетарным сепаратором, на котором устраняется влияние разности скоростей различных точек поверхности обрабатываемого изделия.

В вертикально-доводочном станке типа «хокк» для доводки плоскостей притирами применяются два чугунных диска диаметром 460 мм в процессе работы остающиеся неподвижными. Изделия укладываются в сепаратор и вместе с ним совершают движения относительно дисков. Правка доводочных дисков и их шаржирование производится посредством чугунных дисков, укладываемых в специальный сепаратор.

Горизонтальные станки для доводки плоских поверхностей были построены для обработки измерительных плиток. Наиболее совершенным из них является станок конструкции Семенова. На этом станке притирами являются чугунные плиты 350x400, которые перед доводкой снимаются со станка и шаржируются абразивом соответствующей зернистости. Обрабатываемые плитки помещаются в окна стальных лент, совершающих между притирами продольные и поперечные поступательно-возвратные движения.

На центровых доводочных станках для обработки цилиндрических поверхностей применяются абразивные и чугунные притиры совершающие поступательно-возвратное движение.

Бесцентрово-доводочные станки работают по принципу бесцентрового шлифования двумя чугунными роликами, рабочая поверхность которых покрывается абразивной смесью.

Бесцентрово-доводочный станок упрощенной конструкции изготовлен фирмой Сайз-Контрол (США).

Станки для доводки шеек валов абразивными лентами можно причислить к полировальным, так как при обработке на этих станках достигается, главным образом, низкая шероховатость поверхности. Некоторым основанием для отнесения их к притирочным станкам является допущение, что роль притира выполняет здесь колодка, прижимающая абразивную ленту к шейке вала.

Следует заметить, что доводка производится не только на доводочных станках. Нередко для этой цели используют вертикально-сверлильные, токарные и фрезерные станки с применением простей-



ших приспособлений.

В качестве примера можно привести приспособление, которое применяется для механической доводки ступенчатых и прерывистых валиков. Такое приспособление закрепляется на суппорте токарного станка и совершает возвратно-поступательное движение в направлении продольной оси станка.

Возвратно-поступательное движение приспособления обеспечивается эксцентрико-рычажным механизмом, получающим движение от механизма поперечной подачи суппорта станка. Эксцентрик получает движение от валика, который устанавливается в продольных салазках взамен винта поперечной подачи и получает вращение от шестерни.

Следует отметить, что, несмотря на существование значительного количества доводочных станков и приспособлений, которые позволили бы удобно и производительно осуществлять доводку деталей машин на обычных токарных или шлифовальных станках является задачей ближайшего будущего. Особенно имеется острая потребность в разработке конструкции системы, обеспечивающей равномерное питание доводочных станков абразивной смесью.

Учитывая, что в настоящее время нет классификации доводочных станков, существующие типы доводочных станков необходимо выделить в отдельную группу и четко классифицировать в зависимости от их назначения, разновидности осуществляемого на них процесса доводки и конструктивных особенностей станков.

## **1.6. МЕХАНИЗМ РЕЗАНИЯ ПРИ РАЗЛИЧНЫХ ВИДАХ ПРОЦЕССА ДОВОДКИ МЕТАЛЛОВ**

Выяснение механизма резания процесса доводки при различных видах его позволит с наибольшим эффектом подбирать абразивные материалы, жидкости, притиры и режимы обработки.

Детальной разработки механизма резания процесса доводки нет, но в различных исследованиях приводятся отдельные схемы.

Механизм резания в процессе доводки свободным абразивом, шаржирующим в процессе работы в поверхность притира, по мнению некоторых авторов [277, 287] заключается в том, что твердые абразивные зерна при трении (с некоторым давлением) обрабатываемой поверхности и поверхности притира, вдавливаются в более мягкую

поверхность, т.е. поверхность притира и затем, будучи закреплены в этой поверхности, снимают тончайшие стружки уже с обрабатываемой поверхности. Притиры в этом случае должны изготавливаться из более мягкого материала, чем обрабатываемые заготовки.

Необходимо отметить, что такое объяснение схемы процесса резания при доводке сводится только к действию абразивных зерен и не указывается значение жидкости в процессе доводки металлов.

Более полно механизм резания процесса доводки объясняет Кедров С.М. [90]. По его мнению, при доводке металлов с намазкой притиров абразивной смесью, абразивные зерна, находящиеся между поверхностями изделия и притира, внедряются как в поверхность притира, так и в поверхность изделия. При взаимном перемещении поверхностей в зависимости от формы зерен и условий их расположения может происходить перекатывание или сдвиг зерен. Это приводит к царапанию и выдавливанию ямок в поверхностях как притира, так и изделия очень твердыми с острыми гранями абразивными зернами. В этих условиях жидкая среда играет еще роль и связывающего средства. При мягких рабочих поверхностях притиров внедрение абразивных зерен более глубокое, что приводит к меньшему перемещению их по направлению движения и к более значительному съему металла.

Влияние вязкости жидкости, входящей в состав абразивной смеси, Кедров С.М. сводит к препятствию сдвига абразивных зерен с поверхности притира и к гидродинамическому эффекту за счет создания масляных клиньев различной толщины, которые могут оказать действие на процесс доводки. При доводке с непрерывной подачей абразивной смеси, по мнению автора, вязкость жидкости имеет значение для сохранения абразивов во взвешенном состоянии. Это может обеспечить сохранение производительности на постоянном уровне.

Недостатком этой схемы является отсутствие указания на влияние вязкости жидкости за счет создания ею демпфирующего действия между поверхностями притира и заготовки. А это действие оказывает существенное влияние на эффект доводки.

Указание на роль «масляного клина» в процессе доводки будет правильным только для доводки на повышенных скоростях резания.

При доводке металлов относительно мягкими нешаржирующимися абразивными материалами, такими как окись хрома, окись железа (крокус) и др., процесс протекает по несколько отличной схеме, чем доводка твердыми абразивными материалами.

Каширин А.И. указывает [69]: «...что в данном случае механизм процесса обработки должен представлять собой в большей мере постепенное пластическое деформирование или смятие свободно перемещающимися абразивными зёрнами выступающих гребешков на обрабатываемой поверхности и в меньшей мере срезание этих неровностей (что возможно при пластическом шаржировании зёрен). Трудно было бы объяснить данный процесс только срезанием неровностей абразивными зёрнами, имеющими в основном тупые углы режущих кромок и могущими свободно скользить или катиться между двумя трущимися поверхностями».

Такое объяснение является односторонним т.к. учитывает только механический фактор, а в данном случае играют большую роль еще и химические процессы.

При изучении роли химических процессов при полировании стекла и металлов акад. Гребенщиков И.В. разработал теоретическую схему полирования [90].

По гипотезе акад. Гребенщикова И.В., когда твердость абразива ниже твердости пленки окислов, образующихся под влиянием кислорода воздуха, тогда на внешней поверхности металлов удаляется металл только в виде этой пленки.

Работами Таммана и Костера [155] установлено, что скорость окисления различных металлов, даже в сухом воздухе, чрезвычайно велика. Слой окислов размером в  $14\text{Å}$  (ангстрем) образуется на железе за 0,05 сек, на свинце за 0,42 сек., на меди за 1,11 сек. и т.д. Не только кислород, но и хлор, йод, сера и др. быстро влияют на поверхность металла, образуя пленки, отличные по своим свойствам от окислов.

Приспособление полируемого образца к катоду и создание условий полной невозможности окисления металла уменьшает скорость полирования больше, чем в 10 раз. Наоборот, присоединение к аноду создает условия более быстрого окисления металла и увеличивает скорость полирования в десятки раз.

Эти данные свидетельствуют об очень большом влиянии химических процессов на результаты полирования.

Таким образом, приведенные схемы механизма резания не охватывают всех явлений, которые протекают в процессе доводки металлов, а касаются в основном какого либо одного из них. Механизм резания освещается без указания специфической особенности процесса доводки металлов, вызванной геометрией абразивных зёрен.

## 1.7. ВЛИЯНИЕ РАЗЛИЧНЫХ ФАКТОРОВ НА ЭФФЕКТ ПРОЦЕССА ДОВОДКИ МЕТАЛЛОВ

Эффект процесса доводки металлов определяется достигаемыми: производительностью, шероховатостью поверхности, точностью и правильностью геометрической формы обрабатываемых деталей.

Интенсивность съема металла при доводке определяет производительность процесса. Доводка считается процессом низкой производительности. Однако при определенных условиях осуществления процесса, доводка металлов свободным абразивом может конкурировать с шлифованием.

Так, Лихтенбергер Г. [69] указывает, что при обработке на двухдисковом вертикальном доводочном станке достигается высокая производительность, нередко превосходящая производительность при шлифовании. Для подтверждения сказанного приводится график зависимости производительности от удельного давления притира при обработке мягких сталей и твердой закаленной стали – HRC 60 карбидом кремния с размерами зерен в 18, 30, 50 и 80 мкм.

Из графика следует, что производительность может достигать 25 мкм в минуту, при обработке твердой стали, и 100 мкм в минуту при обработке мягкой стали.

Съем металла при доводке зависит от большого числа факторов, влияние которых следует рассматривать с учетом вида доводки и степени значимости каждого фактора. Для управления процессом доводки также очень важно выяснить, какие факторы и в какой степени влияют на шероховатость поверхности.

Влияние отдельных технологических факторов на шероховатость поверхности весьма различно, а это дает возможность управлять процессом образования поверхностного слоя путем воздействия на наиболее сильно действующие факторы, оставляя без особого внимания факторы, действующие менее сильно.

Каширин А.И., на основании своих исследований, рекомендует не учитывать те технологические факторы, которые влияют на фактическую величину  $H_{max}$  в пределах до 5%.

Исаев А.И. указывает, что: «... при обработке абразивами выявляется особая группа технологических факторов, влияющих на шероховатость поверхности. Однако и в этом случае имеется ряд технологических факторов, проявляющих сильное влияние на чистоту обработанной поверхности при всех основных методах абразивной обра-

ботки. Следует отметить, что при обработке абразивами число технологических факторов, оказывающих сильное влияние на шероховатость обработанной поверхности, весьма велико; но все же среди этих факторов наиболее важными являются величина и однородность размеров зерен абразива, число «доводочных» проходов и скорость резания».

Ниже приводятся данные по исследованию влияния основных факторов на производительность и шероховатость поверхности при различных видах процесса доводки металлов.

### 1.7.1. ДОВОДКА С НАМАЗКОЙ ПРИТИРОВ

При доводке с намазкой притиров абразивной смесью съем металла и шероховатость поверхности зависят от способа намазки абразивной смеси, ее количества, скорости резания, удельного давления притира, размера абразивных зерен, вязкости жидкости, наличия в абразивной смеси поверхностно-активных добавок, физико-механических свойств материала притира и материала обрабатываемой заготовки и пр.

Первым, основным фактором, от которого зависит съем металла при доводке, являются физико-механические свойства металла.

Способ намазки притира абразивной смесью может оказать также существенное влияние на эффект доводки. Опытами доказано, что для достижения равномерности распределения абразивной смеси и сохранения стабильности намазки следует избегать непосредственной посыпки абразива на притир и поливки смазывающей жидкости. Надо абразивную смесь вначале намазать и распределить на специальную поверхность, с которой уже намазывается притир.

Минимально потребное количество абразива и смазывающей жидкости, при котором достигается наибольшая производительность, определяется в каждом случае опытным путем.

Так, Кедров С.М. [90] рекомендует наносить на поверхность плиты размером  $500 \text{ см}^2$  не менее 450 мг абразива и 15 капель жидкости.

По данным исследований Вальдма Л.Э. [277] оптимальным составом абразивной смеси, состоящей из порошка электрокорунда № 180 и масла марки АК-10, является состав из одной части (по объему) абразивного порошка и двух частей масла, что значительно отличается от рекомендации Кедрова С.М.

Большое влияние на съём металла оказывает удельное давление притира Кедров С.М. указывает, что для стальных деталей с увеличением удельного давления до  $1,5 \text{ кг/см}^2$  металла растёт пропорционально давлению; при дальнейшем увеличении давления до  $2 \text{ кг/см}^2$  рост съёма металла замедляется, а при давлении в  $2,5 \text{ кг/см}^2$  происходит понижение съёма металла.

Близкие результаты к приведенным были получены в исследованиях Фрейдкина М.Я. [69].

Изменение скорости резания влияет на съём металла. Как правило, с увеличением скорости, съём металла растёт, но не пропорционально ее росту.

Размер абразивных зерен оказывает значительное действие на эффект доводки при всех ее разновидностях.

Режущие свойства абразивных зерен могут характеризоваться производительностью за единицу времени, изменением производительности с течением времени и, наконец, общей производительностью за срок службы абразива.

Из практики доводки известно, что абразив, содержащийся в пасте или суспензии, в процессе работы теряет свои режущие свойства и, так как это приводит к снижению производительности процесса, отработанные абразивные среды периодически заменяются «свежими». Понижение производительности абразивной доводки может происходить по двум причинам:

1. Потеря режущей способности непосредственно абразивными зернами, прежде всего, из-за их дробления;
2. Загрязнение абразивной среды (пасты или суспензии) диспергированными отходами обрабатываемого материала.

По мнению Богомолова Н.И. [90] уменьшение величины зерна в связи с его дроблением в процессе доводки, является основной причиной снижения производительности процесса доводки металлов.

Этому выводу противоречат результаты опытов Вальдма Л.Э., по данным которого с ростом размера зерен съём металла повышается. Такое расхождение показывает, насколько изменение условий эксперимента может изменить характер зависимости при доводке металлов. Введение в состав жидкости активных добавок обычно повышает съём металла. Материал притира также оказывает действие на съём металла и шероховатости поверхности.

Наиболее часто в качестве материала притира применяется серый чугун.

Результаты испытания чугунных притиров при доводке электрокорундом зернистостью от М1 до №100 позволяют судить, что твердость чугуна оказывает влияние на съем металла при доводке абразивами от М1 до М28; при обработке более крупными абразивами это влияние незначительно. Доводка абразивами М1 и М3 с применением чугунных притиров позволяет достигнуть 12 класса шероховатости поверхности.

При доводке металлов, когда требуется достижение главным образом высокого качества поверхности, часто применяются мягкие абразивы.

Результаты исследования при доводке мягких абразивов – окиси хрома и пасты ГОИ показали, что производительность мягких абразивов не ниже производительности микропорошков М1 и М3 из белого электрокорунда, а шероховатость поверхности достигает 13-го класса.

В качестве материала притира при доводке мягкими абразивами можно применять зеркальное стекло или чугун.

### **1.7.2. ДОВОДКА МЕТАЛЛОВ С НЕПРЕРЫВНОЙ ПОДАЧЕЙ АБРАЗИВНОЙ СМЕСИ**

Эта разновидность доводки металлов осуществляется наиболее часто на вертикально-доводочных станках с помощью чугунных дисков.

На съем металла и шероховатость поверхности оказывают влияние ряд факторов: материал обрабатываемой детали, удельное давление притира, скорость резания, состав абразивной смеси и др.

Физико-механические свойства металла обрабатываемой детали являются одним из основных факторов, от которого зависят съем металла и шероховатость поверхности при доводке металлов.

Следующим основным фактором является удельное давление притира. По данным Лихтенбергера Г., Кедрова С.М. можно судить, что при доводке, как цилиндрических деталей, так и при доводке плоских деталей увеличение удельного давления притира приводит к значительному увеличению съема металла [90].

Такой же результат получен Эйзелем Ф. при исследовании нового метода, так называемой вибрационной доводки. (Вибрационный метод доводки отличается от существующего тем, что давление при-

тира в направлении обрабатываемой поверхности действует не постоянно, а периодически с определенной частотой).

Увеличение скорости резания по данным Лихтенбергера Г., Кедрова С.М. и Хабарина И.Н. приводит к значительному росту съема металла. Панасов П.П. на основании исследования процесса доводки плоских образцов пришел к иному выводу и считает, что скорость резания не оказывает заметного влияния на съем металла.

На основании результатов экспериментов, Кедров С.М. рекомендует при доводке круглых деталей использовать имеющиеся средства увеличения давления на вертикальных доводочных станках в наибольших размерах, а число оборотов дисков ограничить до 112 об/мин. Это находится в противоречии с рекомендациями других исследователей.

Так, Хабарин И.Н. считает, что производительность процесса доводки металлов может быть значительно повышена за счет применения высоких скоростей резания, порядка 15–20 м/сек [69].

Лихтенбергер Г. также рекомендует при доводке ограничивать давление, а повышенный съем металла достигать регулированием скорости.

Особенно недостаточно изученным при доводке металлов свободным абразивом является вопрос о влиянии удельного давления притира и скорости резания на шероховатость поверхности. Ряд авторов указывает, что с увеличением удельного давления притира шероховатость доведенной поверхности ухудшается, а по данным других авторов мало изменяется или даже может улучшаться.

При плоской доводке Кедров С.М. обнаружил нарушение доводки из-за задиров дисков при давлении выше  $3,4 \text{ кГс/см}^2$  [90].

Беляев Г.С. при доводке латуни установил, что с увеличением давления притира до  $3,4 \text{ кГс/см}^2$  значительно повышается качество поверхности, а дальнейшее повышение давления приводит к незаметному ее улучшению. При доводке твердой стали с увеличением давления свыше  $5 \text{ кГс/см}^2$  замечалось ухудшение шероховатости поверхности. Оптимальным режимом при доводке на основании исследований Беляев Г.С. является: для латуни давление  $5\text{--}6 \text{ кГс/см}^2$ ; для твердой стали  $3,5\text{--}5 \text{ кГс/см}^2$ ; скорости вращения притира для латуни, бронзы и чугуна  $1,2\text{--}2,25 \text{ м/сек}$ ; для стали  $1,4\text{--}3,85 \text{ м/сек}$ .

По данным Шегал М.Я. [277] при скорости резания  $3 \text{ м/сек}$  оптимальное давление притира для доводки стали считается от  $2,5$  до  $4 \text{ кГс/см}^2$ , а по данным Хабарина И.Н. от  $1,25$  до  $1,75 \text{ кГс/см}^2$  при ско-



рости порядка 10 м/сек.

Такие расхождения показывают, что для более точного установления оптимальных значений скорости резания и удельного давления притира для различных условий процессов доводки металлов свободным абразивом требуются уточняющие исследования.

Значительное действие как на производительность процесса доводки металлов, так и на качество поверхности оказывает размер абразивных зерен, но в исследованиях различных авторов имеются противоречия, указывающие на потребность дальнейшего исследования и этого вопроса.

Так по данным Койфмана М.И., при доводке корундовым порошком наибольшая производительность достигается при средней величине зерен в 28 мкм.

При доводке порошком зеленого карборунда плоских латунных образцов, по данным Богомолова Н.И., наибольшая производительность достигается абразивным порошком с средним размером зерен порядка 14 мкм.

Шероховатость с увеличением абразивных зерен ухудшается как при доводке латуни и нержавеющей стали, так и при доводке углеродистой стали различной твердости.

Влияние состава жидкости абразивной смеси на производительность по данным различных исследователей противоречиво. Так, например, Беляев Г.С. на основании исследования механического притирания уплотнительных поверхностей электрокорундом с машинным маслом и олеиновой кислотой пришел к выводу, что состав жидкости не оказывает существенного влияния на производительность и шероховатость обрабатываемой поверхности.

Кедров С.М. указывает, что вязкость жидкости оказывает сильное действие на производительность, объясняя это способностью жидкости удерживать абразив во взвешенном состоянии.

Добавление поверхностно-активных веществ до определенного их содержания в жидкости повышает производительность процесса доводки металлов [7].

Следует отметить, что для правильного подбора жидкостей необходимо выяснить механизм действия жидкостей с различной вязкостью на процесс доводки металлов в зависимости от размера абразивных зерен.

Кроме указанных факторов на эффект доводки значительное влияние оказывает кинематика движений притира и обрабатываемой

заготовки. Исследованиями установлено, что увеличение эксцентриситета сепаратора несущего обрабатываемые заготовки, способствует увеличению съема металла, а придание движению притира сложной траектории относительно обрабатываемой поверхности способствует улучшению качества поверхности [90].

### 1.7.3. ДОВОДКА ШАРЖИРОВАННЫМИ ПРИТИРАМИ

Из всех разновидностей доводки металлов наиболее высокую точность обеспечивает доводка шаржированными притирами. Достижимая точность определяется точностью формы притира, равномерностью его шаржирования и кинематикой станка.

На процесс доводки шаржированными притирами влияют те же факторы, что и при доводке намазанными притирами.

Увеличение съема металла наблюдается при увеличении давления до  $1,5 \text{ кг/см}^2$ ; при дальнейшем увеличении давления рост производительности не наблюдается [287].

Рост съема металла при доводке микропорошками различной зернистости (по данным Кедрова С.М.) происходит при увеличении размеров зерен от М1 до М17. Дальнейшее увеличение размеров зерен не приводит к увеличению производительности и несколько ухудшает качество поверхности. Поэтому рекомендуется вести доводку с шаржированием притиров микропорошками размером не выше М20; при этом обеспечивается достаточный съем металла и высокий класс шероховатости.

Наиболее производительными, стойкими и экономически целесообразными являются притиры из чугуна [277].

Доводка металлов очень часто производится абразивными притирами: брусками и абразивными кругами. Это создает удобство в обслуживании станка, т.к. меньше мажется станок, чем при работе чугунными притирами. Но относительно высокий износ абразивных притиров приводит к изменению формы и требует частой правки притира.

Кедров С.М. [90] указывает, что съем металла при доводке абразивными брусками значительно ниже, чем при доводке притирами, намазанными абразивной смесью. Объясняется это тем, что в последнем случае полнее используются режущие свойства абразивных зерен из-за некоторого перекатывания их в процессе работы и постепенного

введения в работу разных граней.

Большц В. рекомендует предварительную доводку металлов производить абразивными брусками, а окончательную доводку - посредством чугунных притиров [287].

В практике доводки беговых дорожек подшипниковых колец абразивными брусками имеются случаи достижения 13-го класса чистоты поверхности посредством доводки в две операции. Причем первая операция производится более крупнозернистыми брусками, а вторая - с применением специальных брусков на графитовой основе. Скорости движения брусков и кинематика при этом имеют также большое значение.

Усовершенствование доводки абразивными брусками за счет разработки кинематики процесса, конструкции брусковых головок, подбора жидкости, бруска и режима обработки привело к возникновению широко применяемых в настоящее время процессов хонингования и супперфиниширования.

Однако с точки зрения механизма процесса резания, обработка абразивными брусками: хонингование и суперфиниширование не имеет принципиального значения.

Высказанное положение в известной степени относится и к другим случаям доводки связанным абразивом.

#### **1.7.4. ПРИПУСКИ И РЕЖИМЫ ОБРАБОТКИ ПРИ ДОВОДКЕ МЕТАЛЛОВ**

При доводке деталей средней величины на вертикальных станках припуск в мкм на две стороны ориентировочно берется в таких размерах [69,90]:

Предварительная доводка круглых деталей – 5–12

Предварительная доводка плоских деталей – 7–15

Окончательная доводка.....– 0–5

Примерно такие же величины припусков в случае ручной доводки на планшайбах или механической доводки на бесцентровых станках. Однако при ручной доводке величины припусков могут сильно колебаться и достигают в мелкосерийном производстве 0,08–0,1 мм на сторону.

При увеличении припуска резко возрастает время доводки. Это подтверждается на основании опытов по доводке шестерен на станке

– «Фриц Вернер» [69]. Однако, характер зависимости времени доводки от припуска на обработку будет аналогичным и для других случаев доводки. Излишняя величина припуска приводит даже к невозможности достижения требуемой точности в случае доводки зубьев шестерни.

Желательно, чтобы макрогеометрические отклонения формы, как, например, овальность, конусность, граненность не превышали 3-4 мкм.

В зависимости от требуемой шероховатости поверхности, детали для доводки должны быть предварительно обработаны по 7-9-му классу шероховатости.

Для сокращения времени обработки и достижения одинаковой шероховатости поверхности всех одновременно обрабатываемых деталей (в случае обработки на вертикальном станке) необходимо, чтобы припуски на этих деталях не различались бы больше, чем на 5 мкм.

Так как экономическая точность шлифования в среднем составляет 10-20 мкм, то перед доводкой шлифованные детали следует рассортировать с тем, чтобы размеры в каждой обрабатываемой партии не отличались бы больше чем на 5 мкм, и затем каждую из таких партий обрабатывать отдельно на станке.

Скорость резания при доводке зависит от метода и требуемого качества обработки. Она может ограничиваться условиями разбрызгивания жидкости. При полумеханической обработке окончательную доводку обычно производят при более низких скоростях, чем предварительную, так как увеличение скорости резания повышает производительность процесса.

Влияние скорости резания на шероховатость поверхности при доводке детально не исследовано.

Практически используемые скорости резания при различных случаях доводки металлов имеют примерно такую величину:

механическая притирка	– 20–120 м/мин.
полумеханическая	– 10–30 м/мин.
ручная	– 1–2 м/мин.

На специальных настольных доводочных станках скорости резания изменяются от 10 до 150 м/мин, но точные работы рекомендуют выполнять при скорости не выше 25–30 м/мин.

Важным фактором производительности и качества доводки является давление притира на изделие. Современные станки снабжаются гидравлическими или механическими устройствами для регулиро-

вания этого давления.

Обычно сила прижима верхнего диска у вертикальных станков может изменяться в пределах от 100 до 700 кг. Согласно данным завода «Калибр», оптимальное удельное давление при доводке инструмента равно 20-40 МПа. Для предварительной обработки берут верхний предел, для окончательной – нижний. Как показывает опыт, увеличение давления в начале процесса ускоряет съём металла, но в дальнейшем вызывает появление рисок. Кроме того, высокие удельные давления приводят к разрушению абразивных зерен.

Величины скоростей резания, удельных давлений и выбор абразива уточняются опытным путем применительно к особенностям обрабатываемой детали и требований к качеству доводки.

### **1.7.5. ИЗМЕНЕНИЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ФОРМЫ ДЕТАЛЕЙ И ТОЧНОСТЬ ПРИ ДОВОДКЕ**

Достигаемая при доводке металлов точность геометрической формы и размеров зависит от применяемого вида доводки, дефектов формы от предшествующей операции, величины припуска, размеров деталей и притира, конструкции доводочного станка и др.

В то время как при обработке абразивными инструментами происходит их интенсивный износ из-за выкрашивания тупых зерен, при доводке металлическими притирами в первую очередь изнашиваются сами зерна, и инструмент сохраняет свою геометрическую форму на очень длительное время работы, а это в значительной мере обеспечивает высокую точность при доводке.

Так, например, форма деталей в процессе доводки на вертикальных двухдисковых станках улучшается: уменьшается гранность и овальность.

Изменение разницы в диаметральных размерах деталей в мкм, обрабатываемых в одной партии, в заводских условиях получены следующие:

До доводки	После доводки	До доводки	После доводки
24	5	11	8
22	7	8	6
17	9	5	3

При доводке внутренних цилиндрических поверхностей притирочной гильзой на горизонтальном доводочном станке достигается

точность деталей обрабатываемых партиями 10–20 штук до 2 мкм. При этом производится только 2 контрольных замера.

Величина снимаемого припуска, а, следовательно, и время обработки при доводке влияет на достигаемую точность.

На основании исследований доводки беговых дорожек подшипниковых колец абразивными, деревянными и свинцовыми брусками, Горбов В.Ф. и Германов Г.С. [69] пришли к выводу, что существует оптимальное время обработки. При дальнейшем увеличении времени обработки улучшения качества поверхности не наблюдается, а заметно ухудшается геометрическая форма колец. Экспериментально было определено, что при съеме металла в пределах 5–15 мкм овальность, конусность беговой дорожки колец не изменяются.

Следует отметить, что существует мнение о том, что при доводке абразивными брусками, как правило, геометрическая форма деталей не улучшается, а несколько ухудшается при значительном улучшении шероховатости поверхности. Но исследованиями [90] доказано, что при доводке абразивными брусками при определенных условиях можно улучшить геометрическую форму деталей.

При исследовании полумеханической доводки деталей приборов чугунами притирами с применением паст ГОИ Маталин А.А. наблюдал резкое повышение качества поверхности и снижение погрешности их геометрической формы.

На основании вышеприведенного материала следует сделать вывод, что геометрическая форма деталей в процессе доводки абразивными брусками и металлическими притирами может быть улучшена, но это зависит от точности изготовления притиров, своевременной их правки, применяемого оборудования, времени доводки и др.

## ГЛАВА 2

### ПРОЦЕСС РЕЗАНИЯ – ЦАРАПАНИЯ ПРИ ДОВОДКЕ МЕТАЛЛОВ СВОБОДНЫМ АБРАЗИВОМ.

#### 2.1. РАБОТА РЕЗАНИЯ ПРИ ДОВОДКЕ МЕТАЛЛОВ СВОБОДНЫМ АБРАЗИВОМ И ЕЕ СОСТАВЛЯЮЩИЕ

На основании ряда исследований установлено, что работа, расходуемая на обработку металлов резанием «А» состоит в основном из следующих четырех составляющих:

$$A = A_{yn} + A_{nl} + A_{\delta} + A_{mp},$$

где:  $A_{yn}$  – работа, расходуемая на упругую деформацию в срезаемом слое и заготовке;  $A_{nl}$  – работа, расходуемая на пластическую деформацию металла в срезаемом слое и заготовке;  $A_{\delta}$  – работа, расходуемая на диспергирование, т.е. образование новых поверхностей раздела металла с окружающей средой;  $A_{mp}$  – работа, расходуемая на преодоление внешних сил трения рабочих поверхностей режущего инструмента о поверхности стружки и заготовки.

Упругая деформация при резании переходит в колебательное движение, которое затухает вследствие внутреннего трения и превращается в тепло. Исследованиями упругих деформаций при резании занимались Э. Кокер и Л. Фейлон, Окоши и Фукуи, В.А. Кривоухов. Причем установлено, что при резании абсолютная работа упругой деформации незначительна, и этой работой практически можно пренебречь [69, 90].

Работа, расходуемая на пластическую деформацию металла в зоне резания всегда бывает значительной. В.Д. Кузнецов указывает, что при резании пластических металлов, работа « $A_{nl}$ » по величине близка ко всей работе «А», расходуемой при резании.

Работа, расходуемая на диспергирование металла незначительна и в практических расчетах величиной этой работы можно пренебречь.

Опытами Ю.В. Грдины и Б.А. Бессонова [69] доказано, что при царапании кристаллов каменной соли работа, затрачиваемая на диспергирование в 32– 1600 раз меньше всей работы расходуемой в процессе резания-царапания.

Работа, расходуемая на преодоление внешних сил трения на контактных поверхностях режущего инструмента, и обрабатываемого металла является значительной, особенно при доводке металлов, когда снимается тонкий слой металла.

Следовательно, работа резания состоит главным образом из работы пластической деформации металла и работы преодоления сил трения.

При доводке деталей из закаленной стали учитывая низкую пластичность материала и малую толщину слоя снимаемого металла, работа резания в большей степени расходуется на преодоление сил трения, в месте контакта режущего инструмента и обрабатываемого металла.

Из изложенного следует, что повышение производительности процесса доводки металлов свободным абразивом требует выяснения условий, при которых уменьшалась бы работа, расходуемая на внешнее трение и на пластическую деформацию металла, а активировался бы процесс диспергирования металла. Для этого, прежде всего, требуется выяснение механизма резания-царапания в процессе доводки металлов свободным абразивом, а также влияния на этот процесс ряда основных факторов.

## **2.2. МЕХАНИЗМ РЕЗАНИЯ-ЦАРАПАНИЯ ПРИ ДОВОДКЕ МЕТАЛЛОВ СВОБОДНЫМ АБРАЗИВОМ**

При доводке металлов свободным абразивом происходит микроцарапание обрабатываемой поверхности большим числом мельчайших абразивных зерен. Выяснение механизма процесса резания-царапания металла сводится, прежде всего, к изучению работы отдельных зерен.

С этой точки зрения представляет большой интерес рассмотрение таких вопросов, как геометрия абразивных зерен, характер движения абразивных зерен, особенности процесса резания-царапания металлов абразивными зернами, силы развивающиеся при резании-царапании абразивными зернами и влияние реальной шероховатости поверхности обработки на характер резания-царапания металлов абразивными зернами.

### **2.2.1. ГЕОМЕТРИЯ АБРАЗИВНЫХ ЗЕРЕН**

Геометрию абразивного зерна можно оценивать:

1. По количеству режущих углов и выступов.
2. По степени гладкости поверхностей образующих эти углы и вы-



ступы.

3. По величине углов заостренных частей зерен.
4. По радиусу закругления углов и выступов.

Для выяснения механизма резания-царапания имеет особое значение характеристика абразивных зерен по последним двум признакам.

Абразивные зерна, применяемые при доводке металлов, имеют форму неправильных многогранников. Фотографии отдельных абразивных зерен электрокорунда наглядно иллюстрируют неправильность и разнообразие геометрической формы абразивных зерен.

Исследованиями большого числа абразивных материалов разной крупности зерен установлено, что абразивные зерна не имеют выступов с точными кристаллографическими углами, а всегда имеют округленные вершины.

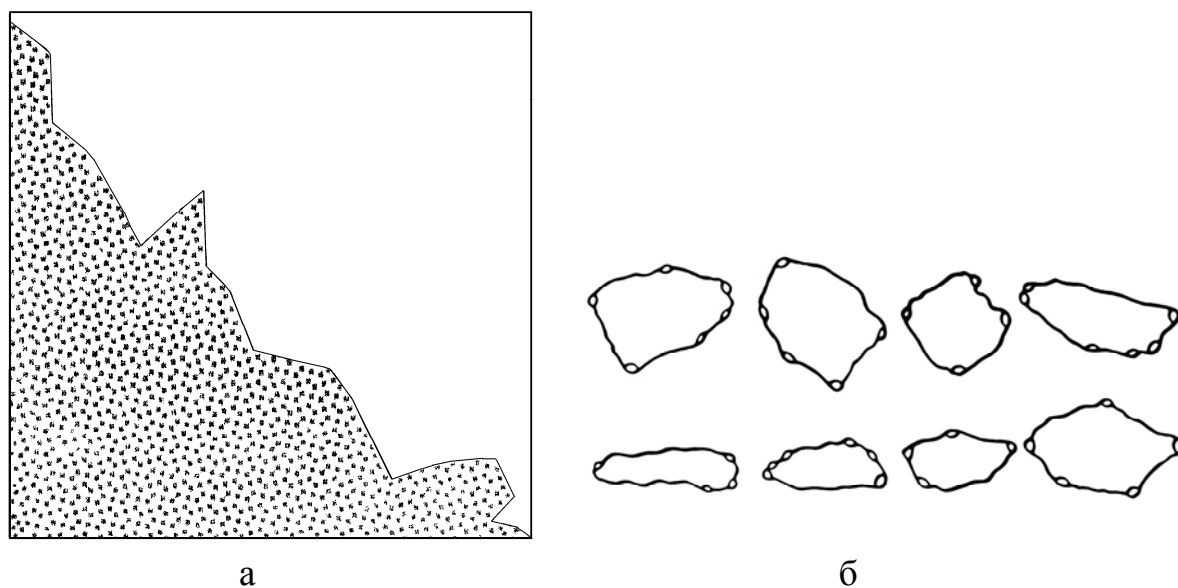


Рис.2.1. Поверхности абразивных зерен: а – алмаз, б – электрокорунд.

Д.Б. Ваксером произведена зарисовка различных абразивных материалов с определением углов между противоположными гранями зерен и радиусов вершин. Установлено, что углы между гранями зерен преимущественно изменяются в пределах  $100\text{--}130^\circ$ . Значительно реже встречаются углы  $60\text{--}90^\circ$ . На рис.2.1 изображены зарисовки профилей не работавших зерен различных абразивных материалов с указанием углов между противоположными гранями зерен и радиусов вершин, произведенных Д.Б. Ваксером. Показывают, что углы между гранями зерен преимущественно изменяются в пределах  $100\text{--}$

130°. Значительно реже встречаются углы 60–90°. Можно считать, что наибольшее число заострений зерен имеет угол между гранями порядка 110°. Е.Н. Маслов [155] в своих исследованиях пришел к выводу, что угол при вершине царапающих элементов зерен наиболее часто бывает близок к 90°. Неподтверждение этого вывода приведенными зарисовками, вероятно, объясняется тем, что разные авторы исследовали абразивные материалы, полученные в отличающихся технологических условиях.

Вершины всех углов исследуемых зерен имеют закругления в пределах примерно от 6 до 50 мкм. Наиболее часто встречаются вершины с радиусом 10–25 мкм.

В.Н. Кашеев [69] произвел измерение радиуса закругления углов и выступов карборундового и электрокарборундового зерен. Причем, для обеих видов абразивных материалов зерна крупностью 500–590 мкм. (соответствующие зернистости №36) имели среднее значение радиуса закругления на пятисот измерений равное 12,6 мкм, а наиболее вероятное значение радиуса закругления равное 6,7 мкм.

При измерении карборундовых зерен крупностью от 177 до 250 мкм, среднее значение радиуса закругления получилось равным 12,1 мкм, а наиболее вероятное 6,7; для более мелких зерен, просеянных сквозь сито № 270 (поперечник зерен менее 58 мкм), наиболее вероятное значение радиуса закругления стало меньше вдвое, т.е. равно 3,3 мкм, а среднее значение радиуса закругления оказалось равным 5,1 мкм.

Анализируя, полученные результаты измерения мы обратили внимание на не пропорциональное уменьшение радиусов закругления с уменьшением размеров абразивных зерен.

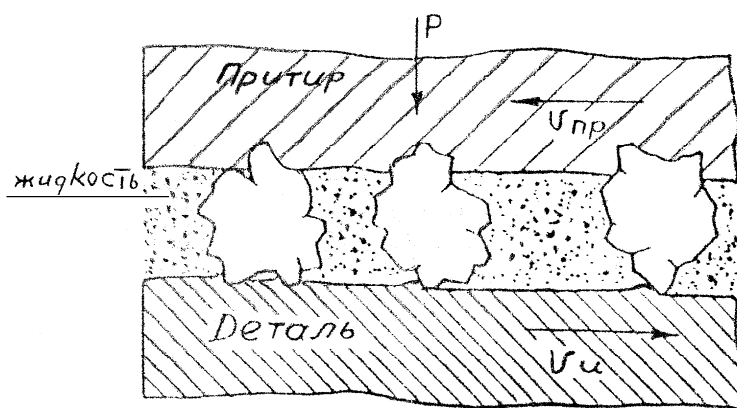
Если размеры зерен карборунда изменялись от 177–250 мкм до 58 мкм и менее то есть, примерно в 4,3 раза, то наиболее вероятное значение радиуса закругления уменьшилось с 6,7 мкм до 3,3 мкм, то есть в 2 раза, а среднее значение радиуса закругления изменялось с 12,1 мкм до 5,1 мкм, то есть в 2,3 раза.

То обстоятельство, что более мелкие зерна имеют относительно большую закругленность углов граней, чем крупные, не отмечается в литературе по абразивным процессам, в то время, как это имеет большое значение для объяснения таких вопросов, как механизм резания абразивными зернами, изменение производительности процесса доводки металлов с изменением размера зерен и вопроса относительной прочности абразивных зерен разной крупности.

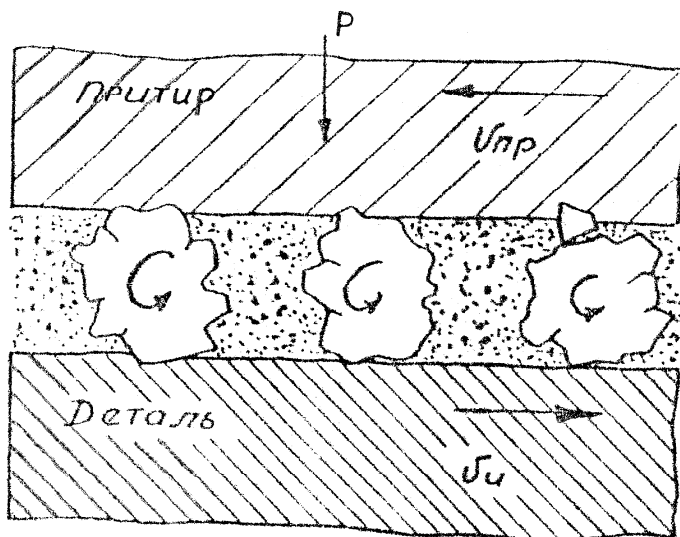
## 2.2.2. ХАРАКТЕР ДВИЖЕНИЯ АБРАЗИВНЫХ ЗЕРЕН В ПРОЦЕССЕ ДОВОДКИ МЕТАЛЛОВ СВОБОДНЫМ АБРАЗИВОМ

В процессе обработки абразивные зерна врезаются, как в обрабатываемую поверхность, так и в рабочую поверхность притира.

В зависимости от размера, формы и прочности зерен, удельного давления притира, твердости материала притира и обрабатываемой поверхности степень углубления зерен в поверхности притира и обрабатываемой детали будет разной. Так как, притиры обычно изготавливаются из более мягкого материала, чем обрабатываемая деталь, то часть абразивных зерен может глубоко врезаться в поверхность



а



б

Рис.2.2. Движение абразивных зерен: а – зерна движутся совместно с притиром; б – зерна перекатываются на поверхности притира и детали.

притира (шаржировать ее) более или менее длительное время совершать движение вместе с притиром и царапать поверхность обработки. Часть же зерен, в силу особенности их формы перекатываются или скользят притормаживаясь поверхностью притира или шаржированными зернами, совершая царапание и выдавливание обрабатываемой поверхности, а также поверхности притира.

Одновременно с царапанием металлических поверхностей абразивными зернами под действием давления притира и динамической нагрузки в результате относительно перемещения притира и обрабатываемой поверхности, в абразивных зернах возникают значительные напряжения, вызывающие их

дробление на большое число мелких или откалывание отдельных частей зерен по ослабленным местам.

Дробление абразивных зерен во время их движения усложняет общий характер движения зерен. Может привести к зигзагообразному движению зерен, к шаржированию обломками зерен металлических поверхностей притира или детали и к переходу от скольжения зерен к качению.

Следовательно, при доводке металлов свободным абразивом, зерна в зоне резания имеют сложный характер движения, при этом можно указать две основные схемы:

1-я схема – абразивные зерна совершают скольжение относительно обрабатываемой поверхности, шаржируя поверхность притира;

2-я схема – абразивные зерна совершают качение притормаживаясь поверхностью притира или поверхностью детали (рис.2.2).

Причем, если при первой схеме в основном резанию-царапанию подвергается обрабатываемая поверхность, то во второй схеме и обрабатываемая поверхность и рабочая поверхность притира, что может вызывать интенсивный износ последней.

### 2.2.3. ОСОБЕННОСТИ ПРОЦЕССОВ РЕЗАНИЯ-ЦАРАПАНИЯ МЕТАЛЛОВ АБРАЗИВНЫМИ ЗЕРНАМИ

При доводке металлов свободным абразивом зерна снижают особо тонкие слои, достигающие долей микрона.

В таких условиях резание-царапание осуществляется преимущественно округленной частью царапающего элемента абразивного зерна. Поверхность округления в первом приближении можно принимать за сферическую, а степень остроты угла характеризовать радиусом этой сферы.

В зависимости от глубины погружения абразивного зерна фактический передний угол царапающего элемента будет изменяться. Из рис.2.3 следует, что величина фактического переднего угла и угла резания-царапания в некоторой точке «х» определяется по формулам:

$$\gamma_x = \arcsin \frac{\rho - a_x}{\rho}, \quad (2.1)$$

$$\delta_x = \frac{\pi}{2} + \arcsin \frac{\rho - a_x}{\rho}, \quad (2.2)$$

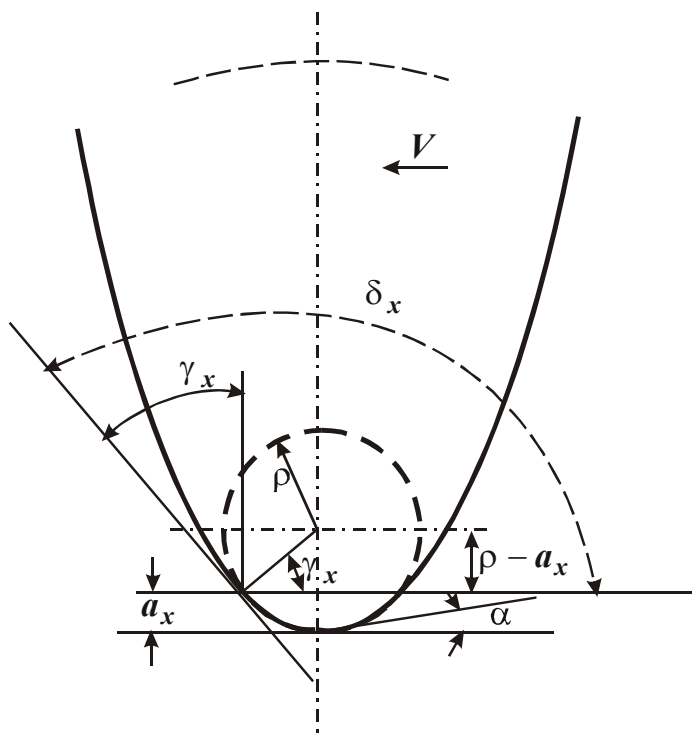


Рис.2.3. Определение фактического переднего угла царапающего элемента абразивного зерна.

где:  $a_x$  – толщина снимаемого слоя в точке « $x$ »;  $\rho$  – радиус округления царапающего элемента.

Из уравнения (2.1) следует, что при толщине срезаемого слоя металла приближающегося к нулю фактический угол резания будет стремиться к 180; т.е. для слоев металла резания лежащих вблизи линии среза, угол резания достигает такой величины, при которой резание становится невозможным и происходит смятие металла.

При увеличении толщины среза уменьшается

фактический угол резания и происходит царапание металла (рис.2.4).

Наступление процессов резания-царапания или смятия будет зависеть  $\frac{a}{\rho}$  и физико-механических свойств обрабатываемого металла.

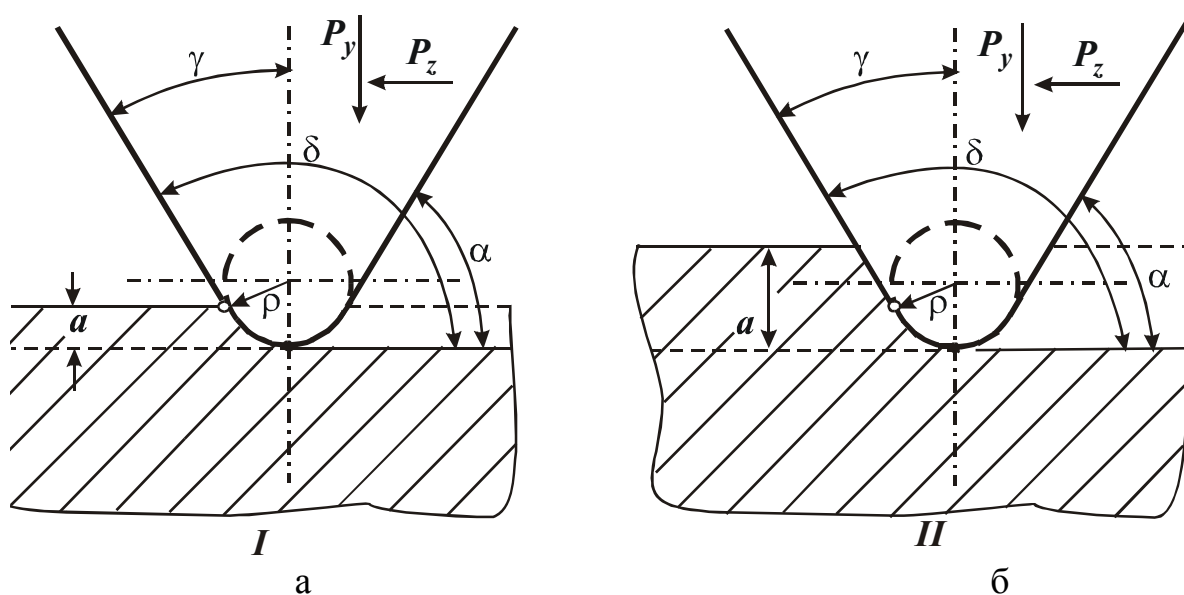


Рис.2.4. Схема резания металла округленным режущим элементом абразивного зерна: а – смятие металла ( $\rho > a$ ), б – царапание металла ( $\rho < a$ ).

Процессы царапания и смятия различны. При смятии происходит пластическое сжатие металла без снятия стружки. Металл подвергается значительному деформированию в вертикальном направлении и образуется смятая канавка. В этом случае, в соответствии с законом политропического сжатия большей высоте снимаемого слоя металла соответствует большая высота внешней (деформирующей) силы [155]. Так как, при доводке металлов давление отдельных зерен на обрабатываемую поверхность небольшое, то толщина смятого (сильно деформированного) слоя металла не может распространиться на большую глубину.

При царапании же металл срезается в виде стружки и при этом развивается весьма значительное местное деформирование металла, распространяющегося также как и при смятии на незначительную глубину.

Давыденков Н.Н. в своей работе [69], где приведено исследование процесса царапания металлов алмазным конусом, указывает, что поперечный профиль царапины всегда имеет в середине след от закругленной части алмаза и выступы (навалы) по краям подобно тому, как это изображено на рис.2.5. Эти выступы являются результатом пластического деформирования металла. По дну царапины проходит блестящая полоса, являющаяся следом особо интенсивного пластического деформирования (сминания) металла вершиной округления (радиусом  $\rho$ ), которое имеет алмазный конус.

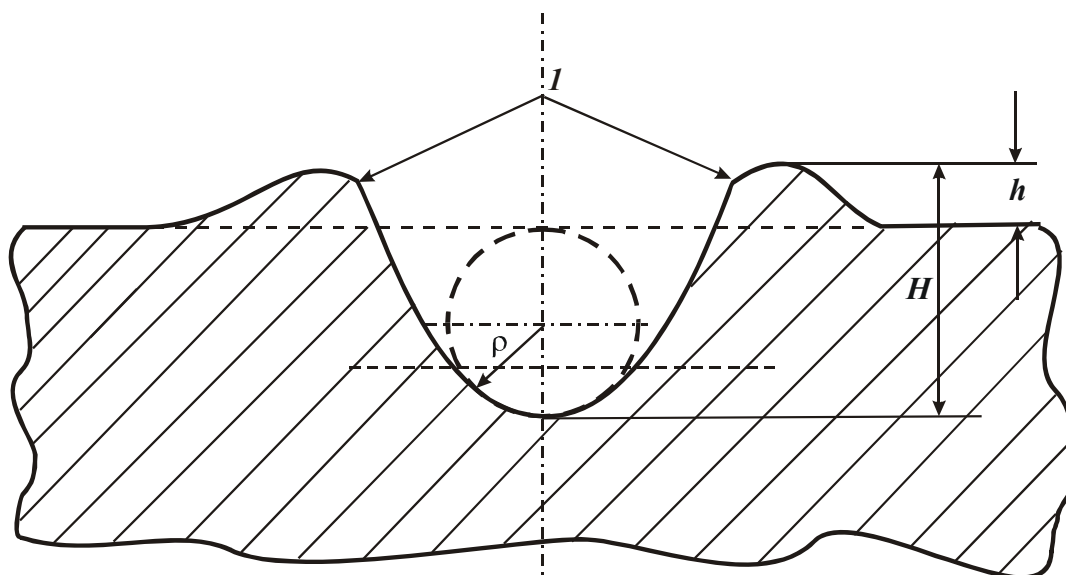


Рис 2.5. Профиль царапины: 1 – выступы (навалы) от пластической деформации.

Подобно царапанию алмазным конусом происходит царапание выступами абразивных зерен. В зависимости от пластичности обра-

батываемого металла и степени заостренности царапающих элементов зерен по краям царапин будут образовываться выступы, которые увеличивают глубину царапин и, следовательно, будут влиять на шероховатость поверхности.

С увеличением пластичности металлов величина боковых выступов будет возрастать и, следовательно, ухудшается качество обработанной поверхности. Толщина слоя царапаемого металла, при котором наступает переход от резания-царапания, к смятию металла, зависит от радиуса закругления царапающего элемента абразивного зерна и от физико-механических свойств обрабатываемого металла.

В табл. 2.1 приведены экспериментальные данные толщины слоев, при которых имеет место переход от резания-царапания алмазным конусом с радиусом округления, равным 6 мкм, к смятию металла [155].

Из табл. 2.1 видно, что чем пластичнее металл, тем при большей толщине царапаемого слоя будет происходить пластическое течение металла без снятия царапающим элементом стружки металла. Значительным развитием процесса пластической деформации поверхностного слоя металла, объясняется затруднение доводки деталей из вязких металлов.

При обработке хрупких материалов после упругих деформаций наступает разрушение металла (царапание). А пластические деформации при доводке таких металлов играют меньшую роль, чем диспергирование и внешнее трение.

Таблица 2.1

Толщины металла, при которых происходит переход от резания-царапания к смятию металла

Обрабатываемый материал	Толщина слоя в мкм
Ст. ШХ 15 закаленная	1
Ст.40 закаленная	1,2
Бронза	1,5
Чугун	3
Ст. 40 не закаленная	4
Силумин	5
Медь	5

Толщина слоя, при котором наступает переход от скольжения к резанию-царапанию режущих элементов при доводке хрупких металлов, зависит от твердости металла.

## 2.2.4. СИЛЫ, РАЗВИВАЮЩИЕСЯ ПРИ РЕЗАНИИ-ЦАРАПАНИИ АБРАЗИВНЫМ ЗЕРНОМ

Резание-царапание абразивным зерном является результатом весьма сложного воздействия сил, которые в процессе обработки изменяются в связи с неодинаковостью геометрии царапающих элементов зерна и различной толщиной обрабатываемого слоя.

Если допустить, что резание-царапание осуществляется при поступательном движении абразивного зерна, имеющего округленный царапающий элемент с радиусом округления « $r$ », то согласно классической схемы сил, разработанной К.А. Зворыкиным [69], действующую на царапающий элемент внешнюю силу « $P$ » можно разложить на две составляющие – горизонтальную « $P_z$ » и вертикальную « $P_y$ » (сила « $P_x$ » в данном случае отсутствует). Причем составляющая « $P_z$ » совпадает с направлением движения зерна и срезает стружку, а составляющая « $P_y$ » сжимает металл царапаемой поверхности (рис.2.6). Соотношение между вертикальной и горизонтальной составляющими зависит главным образом от толщины снимаемого слоя металла и определяется по уравнению:

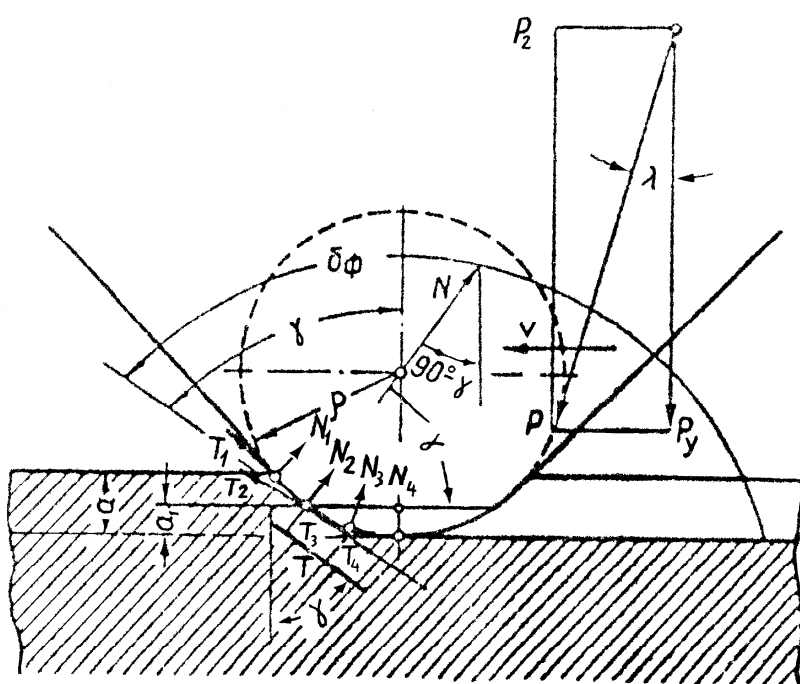


Рис.2.6. Схема сил, действующих на режущее зерно.

« $P_y$ » сжимает металл царапаемой поверхности (рис.2.6). Соотношение между вертикальной и горизонтальной составляющими зависит главным образом от толщины снимаемого слоя металла и определяется по уравнению:

$$\frac{P_y}{P_z} = \frac{\sin \gamma + \mu \cos \gamma}{\cos \gamma - \mu \sin \gamma}, \quad (2.3)$$

где:  $\gamma$  – фактический передний угол резания-царапания;  $\mu$  – коэффициент трения контактных поверхностей абразивного зерна и царапаемого металла.

На рис.2.7 приведен график зависимости соотношения сил



$P_y / P_z$  от величины отрицательного переднего угла при разных значениях коэффициента трения (график построен на основании уравнения 3). Из графика видно, что отношение  $P_y / P_z$  увеличивается с увеличением переднего угла. По достижении определенного максимального значения переднего угла это отношение резко возрастает, стремясь к бесконечности и резание-царапание при этом переходит в скольжение царапающего элемента зерна. Вертикальная составляющая сила при максимальном значении переднего угла сжимающая поверхностный слой металла вызывает при движении зерна пластическую деформацию металла без снятия стружки.

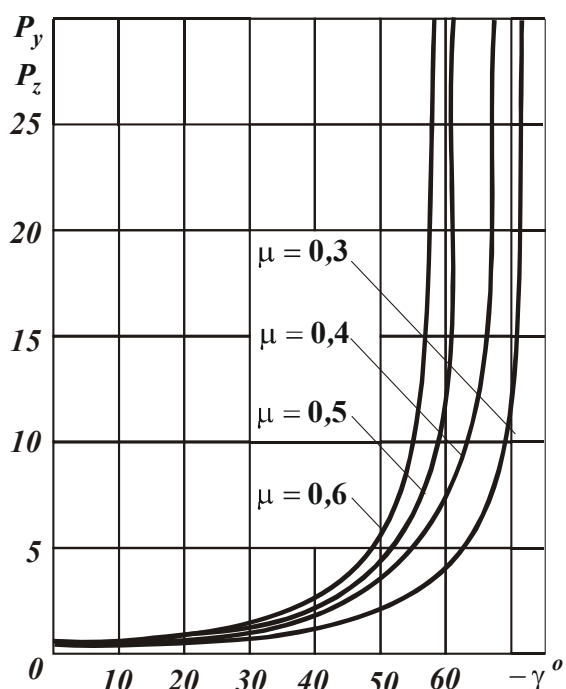


Рис.2.7. Зависимость соотношения сил  $P_y / P_z$  от величины отрицательного переднего угла  $\gamma$  при разных значениях коэффициента трения  $\mu$ .

Достижение максимального значения переднего угла царапающего элемента абразивного зерна, когда наступает скольжение, зависит от коэффициента трения. С увеличением коэффициента трения, скольжение зерна без царапания наступает при меньшем значении переднего угла, что может быть объяснено образованием нароста на передней поверхности царапающего элемента зерен.

С уменьшением коэффициента трения, значение переднего угла царапающего элемента, при котором резание-царапание абразивного зерна переходит в скольжение, возрастает.

Применение смазывающей жидкости при царапании металлов

обеспечивает понижение коэффициента трения на контактных поверхностях и понижение отношения  $P_y / P_z$ .

Следует отметить, что отношение  $P_y / P_z$  связано с характером стружкообразования в процессе резания-царапания.

Приближенное представление о напряженном состоянии металла в зоне резания при обработке резцами с отрицательным передним углом, дает расположение изохроматических линий, полученных путем оптического метода исследования стружкообразования при обра-

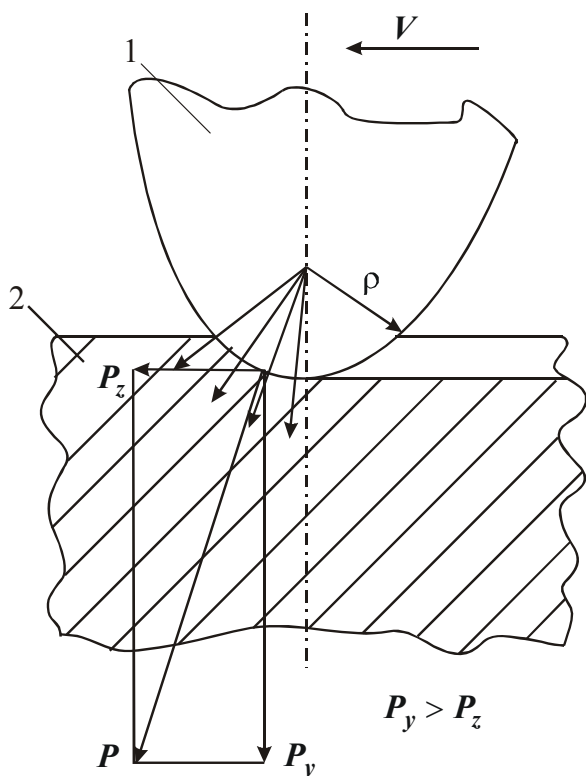


Рис.2.8. Схема микрорезания абразивным зерном: 1 – царапающий элемент абразивного зерна; 2 – деталь.

ходит путем пластического сжатия и отрыва обрабатываемого материала, то при отрицательном переднем угле процесс стружкообразования в основном совершается путем пластического сжатия металла по двум взаимно-перпендикулярным направлениям.

Резание-царапание царапающим элементом абразивных зерен подобно обработке резцом с отрицательным передним углом. Поэтому, процесс стружкообразования округленной частью царапающего элемента зерна будет совершаться также в основном путем сжатия металла в радиальном направлении по контуру закругления царапающей поверхности зерна. При этом составляющая  $P_y$  будет значительно больше составляющей  $P_z$  (рис.2.8).

### 2.2.5. ВЛИЯНИЕ РЕАЛЬНОЙ (ШЕРОХОВАТОЙ) ПОВЕРХНОСТИ ОБРАБОТКИ НА ХАРАКТЕР РЕЗАНИЯ-ЦАРАПАНИЯ МЕТАЛЛОВ СВОБОДНЫМ АБРАЗИВОМ

Поскольку реальная обрабатываемая поверхность имеет микро выступы, а зерна в процессе обработки перекатываются и в разные моменты в работу вступают царапающие элементы с различной за-

ботке резцами целлулоида [69].

При положительном переднем угле перед передней поверхностью образуется зона сжатия, а несколько позади ее располагается зона растягивающих напряжений.

При отрицательном переднем угле на резце, картина напряженного состояния меняется. Зона сжимающих напряжений значительно возрастает, в то время как зона растягивающих напряжений почти полностью отсутствует, при этом изменяется соотношение составляющих силы резания и значительно возрастает радиальная составляющая « $P_y$ ».

Таким образом, если при положительном переднем угле образование элемента стружки происходит

остренностью углов, то все время в определенных пределах меняются как толщина снимаемого слоя, так и радиус закругления царапающего элемента зерна. Меняется отношение  $\frac{a}{\rho}$ , что приводит к тому, что царапающие элементы зерен совершают и скольжение по обрабатываемой поверхности сминая металл и резание-царапание.

Надеясь на длительное сохранение неподвижности в теле притира со стороны шаржированных зерен при непрерывном подводе в зону резания новых зерен нельзя, так как новые зерна будут вырывать их из поверхности притира и придавать им подвижность.

В действительности в зоне резания одновременно часть зерен совершает перекатывание, царапая поверхности притира и детали подобно работе фрезы, часть зерен скользит царапая эти поверхности и часть зерен совершает скольжение и резание-царапание будучи закрепленными (шаржированными) в поверхности притира (рис. 2.9).

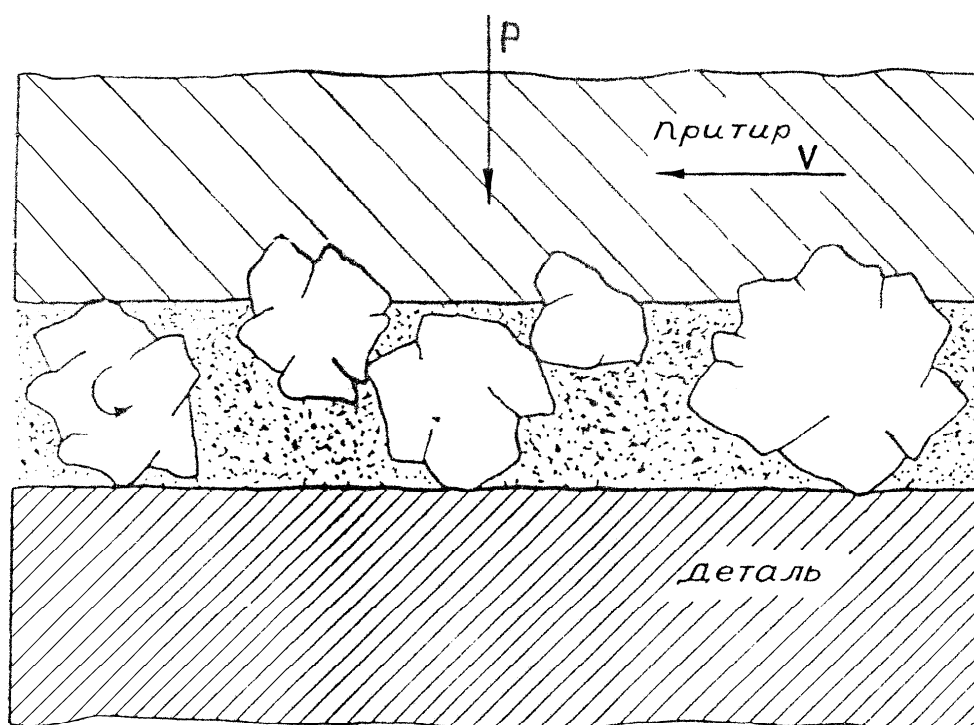


Рис.2.9. Реальная схема работы абразивных зерен при доводке металлов свободным абразивом с непрерывной по-

Неправильная форма царапающих элементов абразивных зерен приводит к тому, что кроме вертикальной и горизонтальной составляющих силы резания будет и вторая горизонтальная составляющая —  $P_x$ , которая способствует зигзагообразному движению зерен.

### 2.3. ВЛИЯНИЕ РАЗМЕРА АБРАЗИВНЫХ ЗЕРЕН НА СЪЕМ МЕТАЛЛА И ШЕРОХОВАТОСТЬ ОБРАБОТАННОЙ ПОВЕРХНОСТИ ПРИ ДОВОДКЕ МЕТАЛЛОВ СВОБОДНЫМ АБРАЗИВОМ

Количество абразивных зерен, находящихся в зоне резания, т.е. в зазоре между рабочей поверхностью притира и поверхностью обрабатываемой детали, зависит от размера зерен. Давление, передаваемое притиром на зерна, в зависимости от их количества на квадратную единицу рабочей поверхности притира распределяется на меньшее или большее количество опорных точек (рис. 2.10).

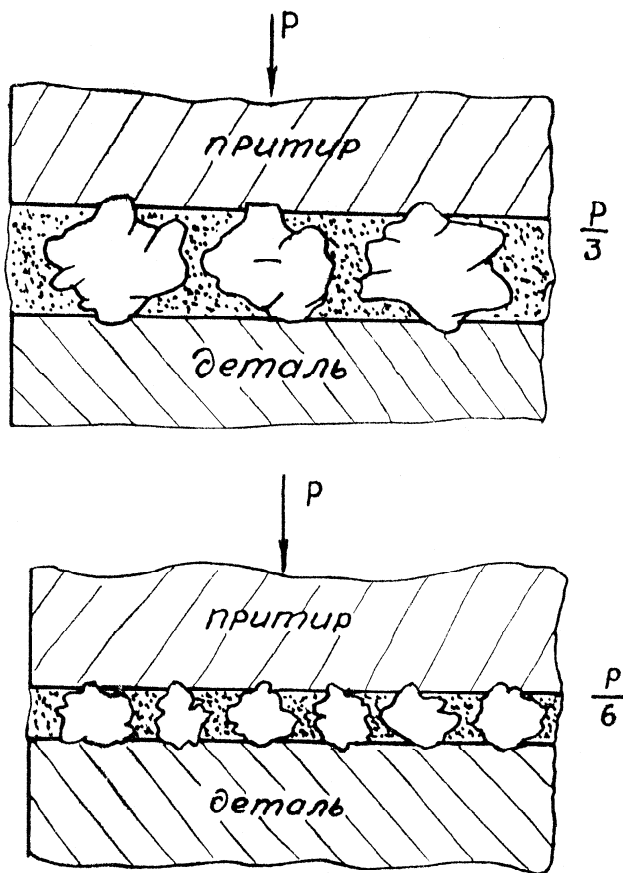


Рис.2.10. Схема действия крупных и мелких абразивных зерен.

Поскольку процесс доводки металлов в известной мере аналогичен процессу шлифовки стекла свободным абразивом, то экспериментальные данные одного процесса могут быть с определенным допущением использованы при анализе другого процесса.

Для установления изменения давления на каждое абразивное зерно в зависимости от зернистости абразивного порошка при доводке металлов свободным абразивом мы произвели приближенный рас-

Н.Н. Качалов [69] на основании всестороннего исследования процесса шлифования стекла свободным абразивом пришел к выводу, что металлический шлифовальник одновременно опирается на значительную группу абразивных зерен, порядка 15-25% от всего количества находящихся между шлифовальником и обрабатываемым стеклом. И что абразивные зерна обычно располагаются в один слой.

В работах Н.И. Полякова указывается, что в начальный период шлифования стекла одновременно работает 5-10% зерен от всего количества находящихся под шлифовальником.

чет для случаев обработки абразивными порошками зернистостью: № 100, № 180, № 320 и М7. Причем, имея в виду не начальный, а установившийся период доводки мы предположили, что примерно 20% из всего числа абразивных зерен, находящихся под притиром, являются опорными. Кроме того, на основании анализа литературных источников в которых указываются составы абразивных смесей для доводочных процессов было принято (примерно), что 1/5 всей площади рабочей поверхности притира заполнена абразивом, а остальная часть площади притира заполняется жидкостью.

Результаты произведенного приближенного расчета давления приходящегося на каждое абразивное зерно при удельном давлении притира  $P=1$  кг/см<sup>2</sup>, приведены в табл. 2.3.

Как видно из табл. 2.3 давление на каждое абразивное зерно относительно крупнозернистого абразива № 100 отличается от давления, которое испытывают зерна абразива М7 в 420 раз. Это обеспечивает более глубокое внедрение крупнозернистых абразивных зерен и повышение производительности процесса доводки, но обработанная поверхность имеет высокую шероховатость.

Таблица 2.3

Давление на абразивные зерна

Номер зерна	М7	№ 320	№ 180	№ 100
Средний размер зерен в мкм.	6	35	80	137
Примерное количество опорных абразивных зерен в штуках на 1 см <sup>2</sup> притира.	111000	3260	625	212
Давление приходящееся на каждое зерно при удельном давлении притира $P$ кг/см <sup>2</sup> .	$P: \frac{4.10}{36}$	$P: \frac{4.10}{1225}$	$P: \frac{4.10}{6400}$	$P: \frac{4.10}{18569}$
Давление на каждое зерно в граммах при удельном давлении притира $P=1$ кг/см <sup>2</sup> .	0,0099	0,307	1,6	4,15
Относительное давление на каждое зерно, если давление на зерна абразива зернистости М7 принять = 1.	1	31	162	420

При доводке мелкозернистыми абразивными порошками чрезвычайно низкое давление, приходящееся на каждое зерно, не может обеспечить значительного углубления их в обрабатываемый металл.

Из-за малой толщины срезаемого слоя металла царапающие элементы абразивных зерен углубляются в основном только округленной частью. Фактический угол резания при этом будет большим, что приводит к возрастанию составляющей усилия резания « $P_y$ » к развитию значительных сжимающих сил в металле.

Сцарапываемая стружка будет иметь чрезвычайно деформированный металл. Форма стружки будет неопределенная в силу разнообразного профиля царапающих элементов и высокой степени деформации металла.

А.И. Исаев [69] при исследовании образования поверхностного слоя металла при точении, установил, что слои металла непосредственно расположенные у поверхности резца имеют степень деформации достигающей 20–40 раз, в то время как усадка стружки в среднем равна трем. Таким образом, деформация металла в слоях, прилежащих к передней поверхности резца (т.е. подверженного действию закругленной кромки резца) примерно в десять раз превышает общую деформацию стружки.

Приведенный пример характеризует состояние металла поверхностного слоя, образование которого с качественной стороны подобно образованию поверхностного слоя при доводке свободным абразивом. Это дает основание утверждать так же, как и исследования А.В. Щеголева, что металл, превращаемый в процессе резания-царапания в стружку, обладает высокой степенью деформации. При обработке хрупких металлов большие сжимающие напряжения, должны вызвать чрезвычайно большое измельчение стружки.

Несомненно, что в процессе доводки наряду с основной массой абразивных зерен режущие-царапающие элементы которых образуют большие отрицательные углы, отдельные зерна имеют часть граней с

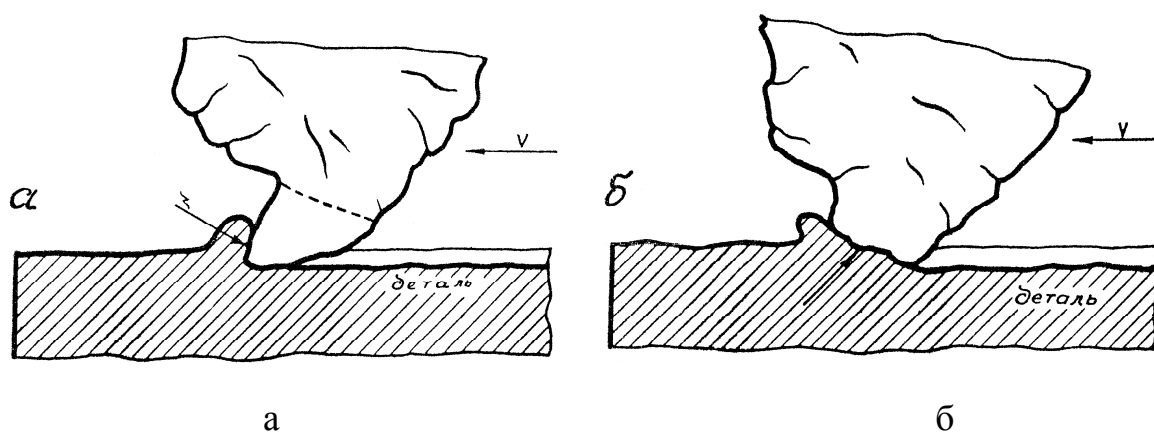


Рис.2.11. Напряженное состояние в абразивных зернах: а – изгибающие напряжения, б – напряжения сжатия.

режущими элементами, которые в процессе царапания образуют положительные передние углы. По данным Д.Б. Ваксер [69] острые углы составляют 20–25%. Эти зерна будут царапать металл с меньшей степенью его деформации. Но режущие-царапающие элементы абразивных зерен, которые в процессе обработки образуют положительные углы резания непрочны и обычно обламываются в процессе резания-царапания, т. к. усилия на переднюю поверхность такого элемента направлены так, что создают (невыгодные для хрупких абразивных материалов, как это можно видеть из табл. 2.4), изгибающие напряжения (рис.2.11,а). Лишь режуще-царапающие элементы абразивных зерен, образующих отрицательные передние углы и значительные углы резания, являются наиболее прочными и хорошо сопротивляются силам резания, действующим на зерна в процессе резания-царапания, т.к. в материале абразива при этом создаются сжимающие напряжения, которым он успешно противодействует (рис. 2.11,б).

Таблица 2.4

Механические свойства абразивных материалов (по Н.И. Волскому [69])

Материал	Предел точности в кг/мм <sup>2</sup>	
	При сжатии	При изгибе
Корунд (монокристалл)	223,6	36,77
Электрокорунд (поликристалл)	75,7	8,72
Карбид кремния (монокристалл)	224,4	15,5

В пункте 2.2. настоящей главы отмечалось, что с уменьшением размеров абразивных зерен радиус закругления их выступов изменяется не пропорционально уменьшению размеров зерен. Радиус закругления уменьшается в меньшей степени, чем размеры зерен. Иначе, относительная закругленность мелких зерен выше, чем более крупных.

Это имеет большое значение, так как с переходом на более мелкозернистые абразивные порошки уменьшается давление, испытываемое каждым зерном под притиром, что уменьшает степень углубления абразивных зерен в обрабатываемый металл и вызывает увеличение фактического переднего угла царапающего элемента. Относительно большие радиусы закругления для мелкозернистых абразивов также приводят к тому, что режуще-царапающие элементы этих абразивов имеют чрезвычайно большие фактические передние

углы, следовательно вероятность проскальзывания мелкозернистых абразивов без срезания стружки значительно выше, чем у крупнозернистых, а съем металла ниже.

Падение производительности процесса доводки металлов с уменьшением размера абразивных зерен можно объяснить также еще и тем, что при малых толщинах пленки жидкостей между зернами и обрабатываемой поверхностью, особенно содержащих поверхностно-активные вещества, образуются адсорбционные слои, обладающие, в зависимости от давления и скорости, высокой прочностью (по мнению А.С. Ахматова [19] слои могут рассматриваться как квазитвердые тела), что вызывает проскальзывание зерен без царапания металлических поверхностей.

Кроме изменения размера зерен на процесс доводки металлов свободным абразивом оказывает большое действие неоднородность абразивных зерен по размеру. Как можно видеть из схемы (рис. 2.12) крупные зерна служат опорными точками и вследствие высокого удельного давления создают глубокие царапины на обрабатываемой поверхности. Общий съем металла не может быть высоким из-за больших участков обрабатываемой поверхности, которые за один ход притира или совершенно не подвергаются царапающему действию абразивных зерен или очень слабо царапаются более мелкими зернами. Качество поверхности получается низкой в силу наличия глубоких царапин, наносимых отдельными крупными зернами.

#### **2.4. ВЛИЯНИЕ УДЕЛЬНОГО ДАВЛЕНИЯ ПРИТИРА НА СЪЕМ МЕТАЛЛА И ШЕРОХОВАТОСТЬ ОБРАБАТЫВАЕМОЙ ПОВЕРХНОСТИ**

При низком удельном давлении притира абразивные зерна не вдавливаются в тело притира и обрабатываемую поверхность. Контакт обрабатываемой поверхности с абразивными зернами происходит, в основном, через слой жидкости. В этом случае съем металла будет ничтожно малым.

С увеличением удельного давления притира растет глубина врезания абразивных зерен, как в тело притира, так и в обрабатываемую поверхность, растет съем металла. Однако, препятствием на пути увеличения съема металла, за счет повышения удельного давления, стоит прочность абразивных зерен. При достижении определенного удельного давления разрушение абразивных зерен происходит настолько интенсивно, что может вызвать понижение съема металла.



Кроме того, повышенное удельное давление вызывает чрезвычайно интенсивное дробление абразивных зерен, что потребует частой замены абразивной смеси, «свежей» т.е. с более крупными зернами.

Исследованиями М.И. Койфмана [69] установлено, что прочность абразивных зерен зависит не только от материала, но и от размера абразивных зерен (рис.2.10). С уменьшением крупности абразивных зерен удельная прочность их увеличивается.

М.В. Каменцев высказывает предположение, что это связано не с изменением свойств самого материала, а с улучшением форм кристаллов и, возможно, с влиянием поверхностного натяжения [69].

Можно предположить, что для каждого случая обработки свободным абразивом должно быть оптимальное удельное давление, соответствующее наибольшему съему металла при получении удовлетворительной шероховатости поверхности. Вероятно, величина оптимального давления будет более высокой для более мелкозернистых абразивных порошков.

Величина оптимального давления не может быть не связано с рядом других факторов, в частности со скоростью резания и составом жидкости, входящей в абразивную смесь.

При высоких скоростях резания создается большая динамическая нагрузка, которая в сочетании с удельным давлением притира может способствовать дроблению абразивных зерен и большому тепловыделению в зоне резания. Это может привести к ухудшению чистоты поверхности и понижению съема металла.

Жидкость, входящая в состав абразивной смеси, должна обладать соответствующей смазывающей способностью для обеспечения смазывания новых поверхностей, образующихся при срезании металла с заготовки и дробления абразивных зерен. Если жидкость не обладает этой смазывающей способностью, не успевает в процессе обработки смазывать новые поверхности, то с повышением удельного давления притира на обрабатываемой поверхности возможно образование задиров.

Результаты экспериментальных исследований влияния удельного давления притира на качество обработанной поверхности при доводке металлов свободным абразивом, проведенные рядом авторов указывают, что это влияние сложное и требует учета большого числа факторов. Результаты исследований разных авторов нередко противоречивы. Так, например, по данным М.Я. Шегал [277], А.И.Каширина увеличение удельного давления притира приводит к

ухудшению качество поверхности, а согласно исследований С.М. Кедрова – к ее улучшению. Сложность процесса доводки металлов не позволяет установить какие то определенные закономерности в этом вопросе, даже при более простом процессе доводки металлов, каким является процесс доводки связанным абразивом.

Так, при исследовании доводки мелкозернистыми брусками стальных деталей Г. Кесслер [69] установил, что наиболее чистая поверхность получается при удельном давлении брусков равном примерно  $2 \text{ кг/см}^2$ . При удельном давлении меньшем или большем  $2 \text{ кг/см}^2$  качество поверхности ухудшается.

По данным же исследования, проведенного П.Е. Дьяченко, с увеличением удельного давления брусков качество поверхности ухудшатся и тем в большей степени, чем выше скорость резания.

Все сказанное позволяет сделать вывод, что для решения вопроса установления влияния удельного давления притира, на качество обработанной поверхности при доводке стальных деталей свободным абразивом необходимо проводить уточняющие специальные экспериментальные исследования.

## **2.5. ВЛИЯНИЕ ЖИДКОСТИ, ВХОДЯЩЕЙ В СОСТАВ АБРАЗИВНОЙ СМЕСИ НА ПРОЦЕСС ДОВОДКИ МЕТАЛЛОВ СВОБОДНЫМ АБРАЗИВОМ**

Механизм воздействия жидкости на процесс доводки свободным абразивом является чрезвычайно сложным, поэтому его рассмотрение произведем путем разделения на несколько отдельных вопросов.

### **2.5.1. УСЛОВИЯ ПРОНИКНОВЕНИЯ ЖИДКОСТИ В ЗОНУ КОНТАКТА ПОВЕРХНОСТЕЙ АБРАЗИВНОГО ЗЕРНА И ОБРАБАТЫВАЕМОГО МЕТАЛЛА**

При резании-царапании на микроповерхностях контакта зерен с обрабатываемым металлом возникают высокие давления, которые затрудняют попадание жидкости в зону резания, где образуются новые металлические поверхности.

Очевидно, что действие жидкости надо связывать с ее способностью проникать в зону контакта поверхностей абразивных зерен и обрабатываемого металла.

Те жидкости, которые обладают лучшей способностью растекаться на данных металлических поверхностях должны оказывать большее влияние на процесс резания-царапания. А.И. Исаев предлагает смазывающе-охлаждающие жидкости в применении к процессу резания рассматривать в первую очередь со стороны их способности растекаться по твердым металлическим поверхностям.

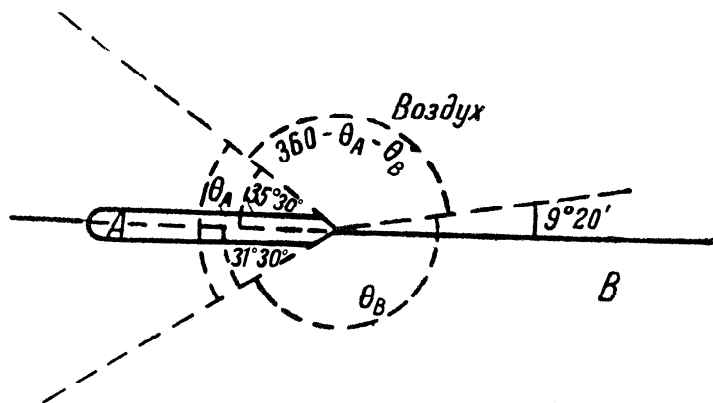


Рис.2.13. Нахождение капли парафина на воде.

Поскольку энергетические условия растекания жидкостей на твердых поверхностях те же, что и на жидкостях, то для примера рассмотрим случай нахождения капли не растекающегося парафина на воде (рис. 2.13), приведенный Н.К. Адамом [6].

Если у края капли встречаются три поверхности, то условия равновесия заключаются в равенстве нулю равнодействующих трех поверхностных натяжений. Или каждая из трех натяжений, приложенных к одной точке, должна быть пропорциональна синусу угла между остальными двумя натяжениями:

$$\frac{\gamma_a}{\sin \theta_a} = \frac{\gamma_b}{\sin \theta_b} = \frac{\gamma_{ab}}{\sin(360 - \theta_a - \theta_b)}$$

Здесь и поверхностные натяжения соответственно верхней и нижней жидкостей,  $\gamma_{ab}$  – межфазное натяжение на их поверхности раздела,  $\gamma_a$  и  $\gamma_b$  в краевые углы на жидкостях «А» и «В». Из этого условия в частности, следует, что если одна жидкость покоится на другой без растекания, то ни одно из трех поверхностных натяжений не может превышать суммы двух остальных.

При опытах обнаружено, что как краевые углы, так, по-видимому, и поверхностное натяжение жидкостей изменяются с течением времени. С увеличением поверхностного натяжения нижней жидкости «В» угол  $\theta_a$  может уменьшаться до нуля. Тогда:

$$\gamma_b = \gamma_a + \gamma_{ab}$$

равновесие нарушается и должно происходить растекание жидкости «А» по жидкости – «В», так как свободная энергия поверхности будут при этом уменьшаться.

Если обозначить работу адгезии т.е. разделения жидкостей «А» и «В» через  $W_{ав}$ , то на основании уравнения Дюпре условие растекания имеет следующий вид:

$$W_{ав} \geq 2\gamma_a.$$

Величину  $(\gamma_в - \gamma_a - \gamma_{ав})$  или  $(W_{ав} - 2\gamma_a)$  называют коэффициентом растекания жидкости «А» по «В». Поскольку  $W_{ав}$  выражает работу адгезии «А» к «В», а  $2\gamma_a$  – работу когезии «А», то условия растекания заключаются в том, чтобы адгезия между нижней жидкостью и верхней повышала когезию последней.

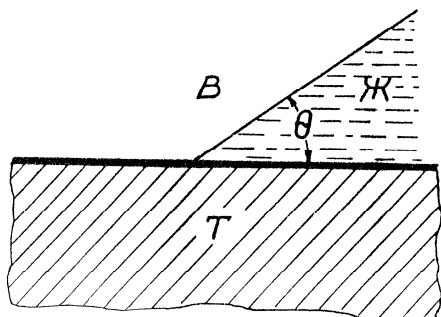


Рис.2.14. Краевой угол.

В случае твердого тела работа адгезии между твердым телом и жидкостью  $W_{тж}$  аналогична работе между двумя жидкостями  $W_{ав}$  (рис. 2.14) и представляет собой работу, которую необходимо затратить против адгезионных сил для отрыва твердого тела от жидкости в перпендикулярном направлении к их поверхности раздела. Уравнение Дюпре применимо и к адгезии между твердым телом и жидкостью:

$$W_{тж} = \gamma_{тв} + \gamma_{жв} - \gamma_{тж},$$

где:  $\gamma_{тв}$  и  $\gamma_{тж}$  поверхностные натяжения на границах твердого тела соответственно с воздухом и жидкостью, а  $\gamma_{жв}$  – поверхностное натяжение жидкости на границе с воздухом. В уравнение входит разность между двумя неизвестными величинами: поверхностными натяжениями твердого тела на границе с воздухом и жидкостью; эта разность может быть найдена следующим образом.

Жидкости образуют с твердым телом определенный краевой угол  $\theta$ , измеряемый внутри жидкости (рис.2.14). Соотношение между поверхностными натяжениями и краевым углом может быть получено, если трактовать поверхностные натяжения математически, т.е. именно как натяжения действующие тангенциально к поверхности раздела, и взять их проекции на плоскость твердой поверхности. Тогда условие равновесия выразится в данном случае уравнением:

$$\gamma_{тв} = \gamma_{тж} + \gamma_{жв} \cdot \cos\theta$$

подставляя в предыдущее уравнение значение  $\gamma_{тв}$  получаем

$$\gamma_{тж} = \gamma_{жв} (1 + \cos\theta).$$

Это уравнение показывает, что величина краевого угла определяется соотношением между адгезией жидкости к твердому телу и когезией самой жидкости. Исходя из этого уравнения для твердого тела коэффициент растекания принимает вид:

$$\gamma_{ж} (\cos \theta - 1),$$

где краевой угол  $\theta$  обычно является углом натекания.

При растекании жидкости полное смачивание твердого тела происходит при нулевом значении краевого угла жидкости.

Следовательно, для лучшего проникания жидкости в месте контакта поверхностей абразивных зерен с обрабатываемым металлом жидкости должны обладать минимальными краевыми углами при растекании по металлическим поверхностям и высокой способностью адсорбирования на этих поверхностях.

Очевидно, что вследствие большого давления слой смазывающей жидкости между контактными поверхностями может быть весьма малой толщины. Поэтому, хотя тонкие граничные пленки смазывающей жидкости и обеспечивают резкое снижение трения между контактными поверхностями, но не могут полностью уничтожить силового взаимодействия молекул и на абразивных зернах возможно налипание микрочастиц обрабатываемого металла.

Эффект смазывающего действия тончайшего слоя жидкости находится в зависимости от свойств ее маслянистости. Природа этого свойства еще окончательно не выявлена.

По данным ряда исследователей скорость растекания жидкостей возрастает по мере уменьшения высоты шероховатости поверхности. Это дает основание предполагать, что при доводке по мере улучшения качества обрабатываемой поверхности производительность процесса, в какой то степени, может падать за счет усиления эффекта проскальзывания абразивных зерен без совершения царапания поверхности.

### **2.5.2. ВЛИЯНИЕ ВЯЗКОСТИ ЖИДКОСТИ НА ПРОЦЕСС ДОВОДКИ МЕТАЛЛОВ СВОБОДНЫМ АБРАЗИВОМ**

Особое значение при доводке имеет вязкость жидкости. Жидкость заполняя зазор между притиром и поверхностью заготовки при определенной ее вязкости может оказывать пружинящее действие и может препятствовать непосредственному контакту абразивных зерен и поверхности детали (рис. 2.15).

С увеличением удельного давления обеспечивается пробивание слоя жидкости абразивными зернами. Здесь необходимо учитывать размер абразивных частиц, что, как правило, не отмечается в исследованиях процесса доводки металлов свободным абразивом.

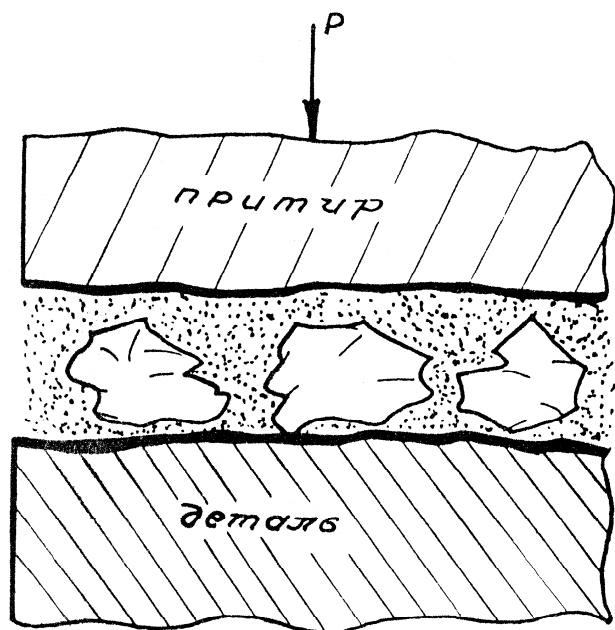


Рис.2.15. Десупфирующее действие жидкости высокой вязкости.

что возможно нарушение непосредственного контакта зерен с обрабатываемой поверхностью. Между зернами и обрабатываемой поверхностью устанавливается непробиваемый зернами слой жидкости и процесс резания практически прекращается. Причем, это разделение жидкостью обрабатываемой поверхности и абразивных зерен совершенно не связано с образованием «масляного клина» за счет гидродинамического эффекта, как это указывает С.М. Кедров [90]. Это можно наблюдать и при ничтожно малых скоростях резания, когда гидродинамический эффект не проявляется.

Полное разделение абразивных зерен и обрабатываемой поверхности слоем жидкости является исключительным случаем и возможно при применении только очень мелкозернистых абразивов и жидкостей повышенной вязкости. В практике доводки металлов большей частью применение жидкостей с разной вязкостью может влиять на глубину погружения абразивных зерен при резании-царапании и следовательно может значительно влиять на съем металла.

Надо еще учитывать и смазывающее действие жидкости. Так как применение жидкостей с различной смазывающей способностью может

Так как, влияние вязкости жидкости за счет отталкивания обрабатываемой поверхности сказывается значительно слабее при обработке крупными абразивными зернами, чем мелкими, то при обработке крупнозернистыми абразивами жидкость может быть выбрана с повышенной вязкостью без особого опасения в части снижения производительности.

При обработке мелкозернистыми абразивными зернами действие жидкости может быть столь сильными,

оказать сильное действие на изменение коэффициента трения между обрабатываемой поверхностью и абразивными зернами. Это в конечном итоге повлияет на сьем металла и шероховатость поверхности.

Объяснить это можно следующим образом. В исследованиях

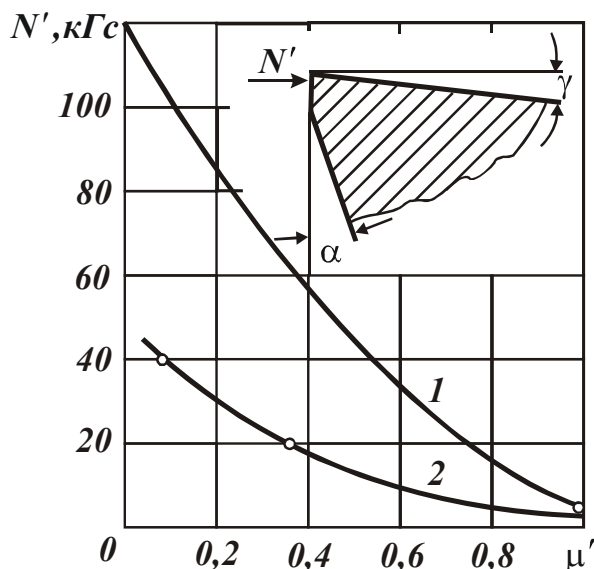


Рис.2.16. Зависимость нормальной силы от коэффициента трения.

Н.Н. Зорева [69] теоретическими расчетами и экспериментами установлено, что уменьшение коэффициента трения задней поверхности резца об обрабатываемую поверхность приводит к увеличению нормальной силы, действующей на заднюю поверхность резца. На рис. 2.16 представлен график зависимости нормальной силы от коэффициента трения. Кривая 1 представляет расчетную зависимость, кривая 2 построена по экспериментальным данным. Разница в абсолютных значениях кривых объясняется разными

исходными условиями.

Как видно из графика обе зависимости, расчетная и теоретическая, имеют одинаковый характер, т.е. с уменьшением коэффициента трения нормальная сила увеличивается. Уподобляя резание абразивными зернами резанию резцами, можно сделать вывод, что уменьшение коэффициента трения задней поверхности абразивного зерна об обрабатываемый материал увеличивает усилия, действующие на заднюю поверхность абразивных зерен. В результате этого отталкивающего усилия уменьшается толщина стружек срезаемых абразивными зернами. Таким образом, жидкость за счет ее вязкости и смазывающего действия может оказывать сильное действие на сьем металла и качество поверхности, особенно при обработке особо мелкими абразивными зернами.

### 2.5.3. ВОЗДЕЙСТВИЕ ЖИДКОСТИ НА ПРОЦЕСС ДЕФОРМАЦИИ МЕТАЛЛА В ЗОНЕ РЕЗАНИЯ ПРИ ДОВОДКЕ СВОБОДНЫМ АБРАЗИВОМ С ОСЦИЛЛИРУЮЩИМ ДВИЖЕНИЕМ ПРИТИРА

Жидкость попадая в зону резания может оказать действие на процесс деформации и разрушения металла.

Все реальные металлы и сплавы в твердом состоянии, содержат множество неоднородностей, начиная от дефектов или слабых мест в

структуре кристалла и кончая микротрещинами различных размеров, пронизывающими кристаллические зерна, а также сосредоточенными между ними. У краев микротрещин и краев режущего инструмента возникают очень высокие местные перенапряжения, которые способствуют при резании металлов созданию в деформированных слоях металла области повышенной трещиноватости, названной П.А.Ребиндером зоной предразрушения.

В зародышевые микротрещины этой зоны проникает жидкость, смазывающая данный металл или отдельные молекулы поверхностно-активных веществ, входящих в состав жидкости. Повышая молекулярное сродство жидкости к поверхности данного металла можно значительно облегчить процессы его деформирования и разрушения, вызывая размягчение металла в зоне упругих или пластических деформаций.

Исследованиями влияния жидкости с поверхностно-активными веществами на деформацию кристаллов проведенное Г.И. Логиновым выяснено, что возможно образование зоны предразрушения уже в упругой зоне. При этом эффект облегчения деформации, т.е. как бы понижение модуля упругости материала, возрастает с увеличением начальной деформации, т.е. развитием зоны предразрушения при приближении к пределу прочности.

При доводке хрупких металлов облегчение и ускорение процессов съема металл возможно при применении жидкостей, которые хорошо смачивают металл или содержат вещества обладающие способностью адсорбироваться на поверхности металла. Жидкости не смачивающие металл, напротив, затрудняют процесс разрушения металла, а следовательно его резание.

При доводке хрупких металлов свободным абразивом, зерна абразива вызывают в поверхностном слое напряжения, которые сопровождаются образованием трещин, микротрещин и откалываем частиц. Трещины и микротрещины в момент образования заполняются жидкостью. Если жидкость не содержит поверхностно-активных веществ, то после перемещения абразивных зерен и исчезновения поверхностных напряжений самые тонкие трещины в зоне предразрушения могут вновь смыкаться и целостность металла отчасти восстанавливается. Такое восстановление наблюдал, например, И.В. Обреимов при расщеплении слюды в вакууме.

Если доводка металлов свободным абразивом производится с применением жидкостей содержащих поверхностно-активные веще-



ства, то адсорбционные слои проникают в глубь тела по микротрещинам. При проникновении адсорбционных слоев в микротрещины движущая сила по мнению П.А. [69] возникает в результате понижения свободной поверхностной энергии при адсорбции на величину:

$$\Delta\delta_h = \delta_h(o) - \delta_h(z),$$

где:  $\delta_h(o)$  – поверхностная энергия девственной поверхности в момент ее образования при разрушении, т.е. совсем непокрытой адсорбционным слоем;  $\delta_h(z)$  – поверхностная энергия той же поверхности, покрытой адсорбционным слоем данной степени уплотнения.

Это уравнение выражает также величину двухмерного давления адсорбционного слоя, отнесенного к единице длины его линейной границы. Давление возникает в самых узких местах микрощелей, куда еще проникают адсорбционные слои и вызывает дополнительную деформацию расклинивающим действием самих адсорбционных слоев. Расклинивающее действие было измерено в опытах Б.В. Дерягина и его сотрудников. При этом было показано, что, начиная с толщины пленок около 0,2 мкм, расклинивающее давление становится заметной величиной и резко возрастает с уменьшением толщины пленки. Однако надо иметь в виду, что величина расклинивающего давления жидкости, которое возникает в микрощелях до сих пор не поддается практическому измерению, а в области малых толщин могут появляться слои термодинамически неустойчивые по толщине. По достижению таких толщин, как это показано А.Н. Фрумкиным и его сотрудниками по общей теории смачивания [69], слои жидкости не только не производят положительного расклинивающего действия, стремясь увеличить свою толщину, но наоборот, самопроизвольно утончаются скачком, давая устойчивые мономолекулярные слои, избыток жидкости между которыми собирается в виде микрокапелек.

Результатом расклинивающего действия жидкости находящейся в микрощелях, является то, что после устранения внешнего воздействия абразивных зерен на металлическую поверхность и снятие напряжений, микрощели не смыкаются. В поверхностном слое обрабатываемой поверхности возрастает трещиноватость и понижается ее прочность, что обеспечивает условия повышения съема металла. Однако наличие зоны с повышенной трещиноватостью (зоны предразрушения) еще недостаточно, чтобы проявилось действие смачивающих жидкостей или жидкостей содержащих поверхностно-активные вещества. Для проявления влияния активных жидкостей необходимо, чтобы процесс разрушения повторился многократно, периодически, чтобы зо-

на предразрушения могла постепенно превращаться в зону разрушения. Если действие разрушающих напряжений, создаваемых абразивными зёрнами не повторяется, то применение жидкости или совсем не дает эффекта, или этот эффект сводится к смазывающему действию.

При исследовании действия жидкостей, содержащих поверхностно-активные вещества на производительность процесса ударного бурения горных пород Л.А. Шрейнер, А.Ф. Россмит и А.А. Демин [69] установили, что эффективность действия жидкости с оптимальной концентрацией поверхностно-активного вещества возрастала с повышением частоты ударов инструмента. Это дает основание предполагать, что в исследуемом нами процессе доводки металлов осциллирование притира создает условия для повышения производительности процесса при применении жидкостей с поверхностно-активными веществами.

Механизм действия жидкости с поверхностно-активными веществами на процесс обработки можно представить следующим образом. При доводке металлов свободным абразивом с осциллирующим движением притира, когда абразивные зёрна периодически под действием колебаний притира меняют направление движения происходит изменение напряжений в металле поверхностного слоя.

Под воздействием периодических усилий, создаваемых абразивными зёрнами происходит возникновение микротрещин и залечивание их при смыкании. Адсорбционные и сольватные слои жидкостей, проникая в устья зародышевых микротрещин не только экранируют молекулярные силы связывающие противоположные поверхности микротрещин, но и тем самым препятствуют смыканию микротрещин, замедляя процесс их залечивания.

Замедление смыкания микротрещин в зоне резания металла под воздействием жидкости, позволяет накапливать воздействие меняющихся направление движения абразивных зёрен, вакуумулируя сосредоточенную в этой зоне энергию, идущую на процесс разрушения. Это должно привести к повышению съема металла и, следовательно, повышению коэффициента полезного действия процесса доводки металлов с применением осциллирующего движения притира и жидкости, содержащей поверхностно-активные вещества.

При доводке хрупких металлов действие активной жидкости может быть сильно выражено при высокой частоте колебания притира, так как при этом создаются благоприятные условия для образования микротрещин при значительных динамических воздействиях на обрабатываемую поверхность.

При доводке пластических металлов осциллирование притира, создавая попеременные усилия на металл поверхностного слоя, будет производить пластическую деформацию металла тонких поверхностных слоев. Применение активных жидкостей приведет к большему накоплению пластической деформации и охрупчиванию металла с последующим образованием микротрещин, что в конечном итоге облегчит процесс диспергирования металла.

Рост эффективности действия активной жидкости будет зависеть от частоты колебаний притира.

Так, при относительно низкой частоте колебаний микротрещины под действием усилия, создаваемого абразивными зернами могут успевать смыкаться после каждого силового воздействия, поэтому эффективность активных жидкостей может оказаться низкой. По мере роста частоты колебаний, промежутки между отдельными силовыми воздействиями сокращаются, смыкание микротрещин с проникшим в них слоем жидкости не успеет произойти, это будет способствовать развитию зоны предразрушения и облегчению процесса диспергирования. Эффективность применения активной жидкости при этом будет возрастать.

## **2.6. ИЗНОС РАБОЧЕЙ ПОВЕРХНОСТИ ПРИТИРА В ПРОЦЕССЕ ДОВОДКИ МЕТАЛЛОВ СВОБОДНЫМ АБРАЗИВОМ**

При доводке стальных деталей обычно притиры изготавливаются из материалов которые по твердости ниже, чем твердость материала обрабатываемой детали. Поэтому абразивные зерна, находящиеся в зоне резания, вдавливаются на большую глубину в мягкий металл притира, чем металла заготовки. Путь движения абразивных зерен относительно поверхности притира будет мал, притир мало изнашивается, в то время как их путь движения относительно обрабатываемой поверхности будет большим и съем металла с обрабатываемой поверхности сравнительно выше, несмотря на ее более высокую твердость. Однако, если соотношение между съемом металла с обрабатываемой детали и износом притира в основном сохраняется в течение всего времени обработки, то износ притира меняет темп, подобно износу различных деталей во время их приработки. Исходя из изложенного, можно предполагать, что износ притира должен протекать в две стадии.

Наличие двух стадий износа притира связано с характером фор-

мирования обрабатываемой поверхности в процессе доводки металлов.

В первой стадии износа притира происходит снятие с обрабатываемой поверхности шероховатости, полученной на операции предшествующей доводке. Начальная шероховатость детали со значительной высотой микронеровностей создает большие местные давления на рабочую поверхность притира, а также большое сопротивление движению абразивных зерен попадающих в углубления между микровыступами, что способствует интенсивному износу притира.

Причем, абразивные зерна, попадая в углубления начальной шероховатости, имеющей большие микровыступы, могут прочно фиксироваться на ней, а при движении притира царапать рабочую поверхность последнего.

Длительное фиксирование зерен на твердой обрабатываемой поверхности исключается, так как их смещают шаржированные зерна рабочей поверхности притира, а также царапающее усилие, которое возникает от внедрения зерен в тело притира.

При доводке поверхностей деталей из материалов высокой прочности начальная шероховатость обрабатываемой поверхности вырывает из тела притира временно шаржированные зерна, перекачивает их и тем самым способствует интенсивному износу притира. В первый момент доводки металлов в отдельных местах обрабатываемой поверхности острые микровыступы могут даже не через абразивные зерна, а непосредственно царапать рабочую поверхность притира, но в общем ходе износа притира это явление играет незначительную роль.

В процессе обработки шаржированные в теле притира абразивные зерна, попадая в углубления между микровыступами обрабатываемой детали из-за большой толщины слоя снимаемого металла испытывают напряжения, превосходящие прочность абразивного материала, что вызывает дробление зерен. При этом обломки разрушенных зерен царапают вершины микровыступов на обрабатываемой поверхности, а также поверхность притира. При относительно небольшом углублении зерна и значительных усилиях, возникающих в результате резания-царапания может происходить частичное разрушение абразивных зерен, обламывание острых углов зерен их округление при незначительном царапающем эффекте металлических поверхностей.

Разрушение отдельных абразивных зерен, попавших в углубления микровыступов обрабатываемой поверхности, и производящих тормозящее действие притиру в процессе его движения, может про-

исходить при незначительных усилиях резания-царапания за счет наличия дефектов в виде трещин в зернах, а также включений других материалов.

Значимость приведенных явлений, которые связаны с износом притира при формировании доводимой поверхности путем удаления первоначальной шероховатости, зависит от многих факторов: материалов притира и обрабатываемой детали, крупности применяемых абразивов, начальной шероховатости обрабатываемой поверхности, режима доводки, кинематики процесса и др.

Первая стадия износа притира заканчивается после снятия начальных микронеровностей на обрабатываемой поверхности и установлении шероховатости соответствующей данному режиму обработки. После этого, шероховатость обрабатываемой поверхности детали в основном не изменяется. Износ притира вступает во вторую стадию. Износ притира во второй стадии очевидно должен быть менее интенсивным, а темп износа равномерным.

### **Заключение**

Под доводкой подразумеваются способы абразивной обработки металлов резанием, обеспечивающие придание детали высокой точности геометрической формы и низкой шероховатости поверхности. Доводка металлов разделяется на два вида, отличающихся друг от друга по процессу – доводку металлов связанным абразивом и доводку металлов свободным абразивом. Каждый из этих видов имеет ряд разновидностей.

Работа резания-царапания при доводке металлов свободным абразивом состоит главным образом из работы расходуемой на пластическую деформацию металла в срезанном слое заготовки и работы расходуемой на преодоление внешнего трения между абразивными зернами и царапаемыми металлическими поверхностями.

С целью выяснения условий повышения производительности процесса доводки металлов, требуется установления возможности уменьшения работы, расходуемой на пластическую деформацию металла и на внешнее трение и интенсификации процесса диспергирования металла.

Абразивные зерна, находящиеся в зоне резания при доводке металлов свободным абразивом при непрерывной подаче абразивной смеси имеют самый разнообразный характер движения относительно обрабатываемой поверхности и рабочей поверхности притира. Одна-

ко из всего многообразия этого движения можно выделить две основные схемы:

1-я схема – абразивные зерна совершают скольжение относительно обрабатываемой поверхности, шаржируя поверхность притира;

2-я схема – абразивные зерна совершают качение, притормаживаясь поверхностью притира или поверхностью детали.

Зерна абразивов, применяемых при доводке металлов, имеют форму неправильных многогранников с округленными вершинами, которые являются режуще-царапающими элементами.

Анализ работ по исследованию геометрии абразивных зерен показывает, что отношение радиуса закругления вершины к размеру зерна для мелких абразивных зерен выше, чем для более крупных. Последнее дает основание утверждать, что это является одной из причин падения производительности процесса доводки металлов с уменьшением размера зерен применяемых абразивов.

При доводке металлов зерна срезают особо тонкие слои металла. При этом резание-царапание осуществляется преимущественно округленной частью царапающего элемента абразивного зерна при большом переднем угле резания. Фактический передний угол режуще-царапающего элемента зерен зависит от толщины срезаемого слоя, радиуса закругления округленной части.

В зависимости от отношения толщины срезаемого слоя металла к радиусу закругления округленной части царапающего элемента зерна и физико-механических свойств обрабатываемого металла может происходить два совершенно различных процесса. Процесс сминания металла, когда образуется царапина без снятия стружки и процесс царапания, когда образуется царапина путем срезания стружки.

При доводке пластических металлов получает большое развитие процесс сминания, что приводит к увеличению высоты выступов (навалов) по краям царапин и ухудшению чистоты поверхности.

При доводке металлов режуще царапающие элементы абразивных зерен всегда имеют большие передние отрицательные углы, а поэтому составляющая  $P_y$  значительно больше составляющей  $P_z$ .

Процесс стружкообразования при царапании абразивным зерном в основном совершается путем сжатия металла в радиальном направлении по округленной части элемента зерна.

При доводке металлов свободным абразивом зерна перекатываются, врезаюсь в обрабатываемую поверхность царапающими элементами с различной заостренностью, а имеющиеся микровыступы обра-

батываемой поверхности способствуют постоянному изменению толщины царапаемого слоя металла, в результате отношение  $\frac{a}{\rho}$  будет величиной переменной. Это приводит к тому, что царапающие элементы зерна совершают попеременно и скольжение по обрабатываемой поверхности сминая металл и резание-царапание.

Из-за значительного развития процесса сминания металла поверхностный слой чрезвычайно малой толщины при доводке испытывает высокую степень деформации.

Произведенный расчет показывает, что если принять давление, испытываемое каждым активным зерном абразива М7 при постоянном давлении притира за единицу, то для абразива №320 оно будет равным примерно 31, для абразива №180 примерно 162 и для абразива №100 примерно 420. Эти числа отражают характер относительного изменения давления под действием которого зерна врезаются в обрабатываемый материал, а от степени углубления зерен зависит съём металла и шероховатость обработанной поверхности.

Следовательно, размер абразивных зерен является особо важным фактором, оказывающим влияние на эффект доводки металлов свободным абразивом.

Повышение удельного давления притира вызывает более глубокое врезание абразивных зерен в обрабатываемую поверхность и рост съема металла, однако, одновременно и усиливается процесс дробления абразивных зерен, что может вызвать понижение съема металла. Так как с уменьшением размера абразивных зерен удельная прочность их увеличивается, то можно предположить, что величина оптимального удельного давления притира соответствующего наибольшей производительности, должна зависеть от размера абразивных зерен.

Зависимость чистоты поверхности от удельного давления притира имеет сложный характер, который может быть установлен экспериментальным исследованием.

Жидкость, входящая в состав абразивной смеси оказывает сложное действие на процесс доводки металлов свободным абразивом:

Во-первых, действие жидкости зависит от ее способности растекания на данной металлической поверхности, так как это определяет ее способность проникать в место контакта абразивного зерна и обрабатываемого металла. Причем, проникающая способность жидкости будет тем выше, чем меньше величина краевого угла при расте-

кании жидкости по данной металлической поверхности и выше ее адсорбционная способность на этой поверхности.

Во-вторых, действие жидкости на процесс доводки металлов свободным абразивом зависит от ее вязкости, т. к. жидкость, находясь между притиром и обрабатываемой поверхностью оказывает демпфирующее действие, которое может быть столь сильным, что возможно нарушение непосредственного контакта абразивных зерен с обрабатываемой поверхностью. От этого режущее-царапающий эффект будет ослабевать, что повлияет на съем металла и шероховатость обрабатываемой поверхности. Особенно это может проявляться при применении жидкости повышенной вязкости и мелкозернистых абразивов.

В третьих, жидкость может оказывать активное действие на процесс деформации и разрушения обрабатываемого металла. Поверхностно-активные вещества, находящиеся в жидкости, адсорбируясь на обрабатываемой поверхности, имеющей микротрещины и другие дефекты, создают расклинивающий эффект и тем самым облегчают диспергирование металла.

Осциллирующее движение притира, воздействующее на абразивные зерна создает знакопеременные напряжения в поверхностном слое металла, которые усиливают развитие микротрещин, а следовательно должно способствовать повышению эффекта действия поверхностно-активных веществ на процесс диспергирования металла.

Износ рабочей поверхности притира протекает в две стадии.

Первая стадия характеризуется интенсивным износом притира при постоянно ослабевающем темпе и связана с влиянием начальной шероховатости обрабатываемой поверхности на характер движения абразивных зерен в зоне резания.

Во второй стадии износ притира менее интенсивный и характеризуется равномерным темпом.

Вторая стадия наступает после снятия микронеровностей, полученных на операции, предшествующей доводке.



## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Абразивно-алмазная обработка материалов: Справочник / Под ред. А.Н. Резникова. – М.: Машиностроение, 1977. – 390 с.
2. Абрамов В.В. Остаточные напряжения и деформации в металлах (расчеты методом расчленения тела). – М.: Машгиз, 1963. – 355 с.
3. Абрамович Б.Г., Картавец В.Ф. Цветовые индикаторы температуры. – М.: Энергия, 1978. – 216 с.
4. Аваков А.А. Физические основы теории стойкости режущих инструментов. – М.: Машгиз, 1960. – 306 с.
5. Аврутин Ю.Д. Рельеф шлифовального круга и его связь с шероховатостью шлифовальной поверхности. – Автореф. дис. ... канд. техн. наук. – Л.: ЛПИ, 1977. – 23 с.
6. Адам Н.К. Физика и химия поверхностей. – М.: Гостехиздат, 1947. – 420с.
7. Александров Л.В., Карпова Ю.А., Шепелев Н.П. Роль изобретения в охране окружающей среды: Учебное пособие. – М.: Знание, 1999. – 316 с.
8. Андрианова И.А., Шахновский С.С. Влияние тепловых деформаций на положение шлифовальных кругов торцешлифовальных станков. – Станки и инструмент, 1982, №9.- С. 6-7.
9. Анельчик В.Д. Повышение эффективности шлифования деталей с молибденовым покрытием. – Дис. ... канд. техн. наук. – Одесса: ОПИ, 1985. – 242 с.
10. Ардашников Б.Н. Электронная приставка к профилометру мод. 201 для измерения нестандартных характеристик шероховатостей. – Технология производства, научная организация труда и управления. – М.: НИИ-МАШ, 1972, вып. 3.
11. Арсенин В.Я. Математическая физика. Основные уравнения и специальные функции. – М.: Наука, 1966. – 346 с.
12. Артемьев Б.Г., Голубев С.М. Справочное пособие для работников метрологических служб. – Изд. 2-е, перераб. и доп. в двух книгах. – Кн. 1. – М.: Изд-во стандартов, 1986. – 352 с.
13. Аршинов В.А., Алексеев Г.А. Резание металлов. – М.: Машгиз, 1959. – 490 с.
14. А.С. 478067 СССР. Устройство для гальванической обработки изделий электроконтактным методом / П.Д. Дудко, Ю.Ф. Назаров, Д.А. Стороженко, В.Г. Шкурупий, О.С. Кирзунов. Оpubл. 25.07.75.
15. А.С. 747706 СССР МКИ В24В 49/00. Устройство для ограничения перемещений шлифовального круга / А.В. Якимов, В.П. Ларшин, А.А. Якимов. Оpubл. 15.07.80. Бюл. № 26. – 3 с.
16. А.С. 764942 СССР МКИ В24В 1/00. Способ абразивной обработки / Ю.М. Ермаков. – Оpubл. 23.09.80. Бюл. № 35. – 3с.
17. А.С. 905256 СССР. Доводочный алмазно-абразивный состав / П.Д. Дудко, Ю.Ф. Назаров, В.Г. Шкурупий и др. Оpubл. 15.02.82.

18. А.С. 1288039 А1 СССР МКИ В24В 51/00. Способ управления шлифованием / А.В. Якимов, В.П. Ларшин, В.Ф. Соколов, А.М. Скляр, Д.А. Сервюгин. Опубл. 07.02.87. Бюл. №5. – 4 с.
19. Ахматов А.С. Молекулярная физика граничного трения. – М.: Изд-во физ.-мат. лит., 1963. – 470 с.
20. Балакин В.А. Трение и износ при высоких скоростях скольжения. - М.: Машиностроение, 1980.
21. Бахвалов В.Л. Исследование влияния параметров процесса зубошлифования конусным кругом и исходного состояния материала на качество поверхностного слоя. – Дис. ... канд. техн. наук. - Одесса: ОПИ, 1977. – 340 с.
22. Беззубенко Н.К. К вопросу выбора режима работы режущих зерен при алмазно-искровом шлифовании. – Резание и инструмент, 1979, вып. 22. – С. 3-6.
23. Бекоев А.Д. Исследование влияния теплофизических характеристик элементов системы СПИД на точность обработки. - Тр. СКГМИ: Вопр. точности и конструирования в машиностроении, 1972, вып. 32. -С.62-66.
24. Белман Р., Кук К. Дифференциально-разностные уравнения. – М.: Мир, 1967. – 548 с.
25. Беляев М.М. Основы теплопередачи. - К.: Вища шк., 1989. - 343 с.
26. Беляев Н.М., Рядно А.А. Методы теории теплопроводности. - М.: Высш. шк., 1982.- 304 с.
27. Бобров В.Ф. Основы теории резания металлов. - М.: Машиностроение, 1975.- 344 с.
28. Борисов Б.Я. О температурном поле резца. – Вестник машиностроения, 1952, №1.
29. Бояршинов Ю.А. Разработка и исследования способов повышения качества поверхностного слоя при шлифовании высокоточных зубчатых колес. - Дис. ... канд. техн. наук. – Пермь: ППИ, 1970. – 250 с.
30. Братан С.М., Каинов Д.А. Синтез фильтра Калмана-Бьюсси для оценивания состояния операции шлифования. - Оптимизация производственных процессов: Сб. научн. тр. – Севастополь: Севастоп. гос. техн. ун-т, 1999, вып. 1. – С. 182-186.
31. Братан С.М., Новоселов Ю.К., Каинов Д.А. Оценка параметров зоны контакта заготовки с инструментом при круглом наружном шлифовании. – Високі технології в машинобудуванні. Збірник наукових праць. – Харків: ХДПУ, 2001, вип. 1(14). – С. 78-83.
32. Братан С.М., Новоселов Ю.К., Каинов Д.А. Оценка распределения длин стружек при чистовом и тонком шлифовании. - Резание и инструмент в технологических системах. – Межд. научн. – техн. сборник. – Харьков: НТУ “ХПИ”, 2003, вып. 64. – С. 31-36.
33. Бромберг Б.М. Исследование температурных смещений рабочих органов отделочно-расточного станка. - Металлорежущие станки, 1977. вып. 5.- С. 60-65.
34. Бронштейн И.Н., Семендяев К.А. Справочник по математике для инже-

- неров и учащихся ВТУЗов. – 13-е изд. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1986. – 544 с.
35. Бугров Я.С., Никольский С.М. Высшая математика. Дифференциальные уравнения. Кратные интегралы. Ряды. Функции комплексного переменного. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1981. – 448 с.
  36. Ватсон Г.Н. Теория Бесселевых функций. - Т. 1.– М.: Изд-во ин. лит. – 1949.
  37. Вентцель Е.С. Теория вероятностей. – М.: Наука, 1969. – 576 с.
  38. Верещака А.С., Проворотов М.В., Кузин В.В. и др. Исследование теплового состояния режущих инструментов с помощью многопозиционных термоиндикаторов. – Вестник машиностроения, 1986, № 1. – С. 45-46.
  39. Верещака А.С. Работоспособность режущего инструмента с износостойкими покрытиями. – М.: Машиностроение, 1993. – 336 с.
  40. Виттенберг Ю.Р. Применение корреляционной теории для оценки шероховатости шлифованной поверхности. – Вестник машиностроения, 1969, вып. 1.
  41. Виттенберг Ю.Р. Шероховатость поверхности и методы ее оценки. – Л.: Судостроение, 1971. – 108 с.
  42. Вопросы применения смазочно-охлаждающих жидкостей при резании металлов / Под ред. М.И. Клушина. – Иваново: Верхне-Волжское книжное изд-во, 1965. – 179 с.
  43. Воронцов А.П., Мурзаков Х.Е. Влияние тепловых деформаций на технологическую надежность токарно-револьверных станков. - Станки и инструмент, 1982, № 10. - С. 5.
  44. Выгодский М.Я. Справочник по высшей математике: 4-е изд. – М.: Гос. изд. физ.-мат. лит., 1959. – 783 с.
  45. Галицын А.С., Жуковский А.И. Интегральные преобразования и специальные функции в задачах теплопроводности. – К.: Наук. думка, 1976. – 320 с.
  46. Гантмахер Ф.Р. Теория матриц. – М.: Наука, 1988. – 552 с.
  47. Гельфанд А.О. Исчисление конечных разностей. –М.: ФМГ, 1967. – 320с.
  48. Генкин М.Д., Рыжов М.А., Рыжов Н.М. Повышение надежности тяжело нагруженных зубчатых колес. – М.: Машиностроение, 1981. – 232 с.
  49. Геращенко О.А., Гордов А.Н., Лах В.І. та ін. Температурні вимірювання: Довідник. - К.: Наук. думка, 1984.- 494 с.
  50. Грабченко А.И. Расширение технологических возможностей алмазного шлифования. – Харьков: Вища шк., 1985. – 184 с.
  51. Грабченко А.И., Русинов В.В., Федорович В.А. Некоторые особенности шлифования сверхтвердых поликристаллов алмазными кругами. – Резание и инструмент, 1979, вып. 22. – С. 122-126.
  52. Грабченко А.И., Перерва П.Г., Смолоник Р.Ф. Основы маркетинга высоких технологий: Учебное пособие. – Харьков: ХГПУ, 1999. – 242 с.
  53. Градштейн И.С., Рыжик И.М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. - М.: Физматгиз, 1961.- 1020 с.

54. Грановский Г.И., Белодед В.В., Даниленко Б.Д. и др. Температурное состояние сверл из различных быстрорежущих сталей. - Вестник машиностроения, 1975, № 6.- С. 64-66.
55. Грановский Г.И., Грановский В.Г. Резание металлов. – М.: Высш. шк., 1985. – 304 с.
56. Грановский В.А., Сирая Т.Н. Методы обработки экспериментальных данных при измерениях. – Л.: Энергоатомиздат, Ленингр. отд-ние, 1990. – 288 с.
57. Гриднев В.Н. О структурном критерии предельной прочности стали. – К.: Техника, 1969. – 16 с.
58. Гродзинский Э.Я., Голубев И.В., Маковицкая А.Т. Станки и оснастка для шлифования с электрической активацией рабочей поверхности круга. – Станки и инструмент, 1981, №4. – С. 10-12.
59. Гюнтер Ю., Маркарян Г.К. Влияние скорости и направления изменения толщины и ширины среза на силы и температуру резания. – Промышленность Армении, 1975, №7. – С. 32-35.
60. Даниелян А.М. Теплота и износ инструментов в процессе резания металлов. – М.: Машгиз, 1954. – 276 с.
61. Даниелян А.М. Тепловой баланс при резании титанового сплава ВТ2. – Вестник машиностроения, 1957, № 1. – С. 39-43.
62. Даниелян А.М., Бобрик П.И. Особенности тепловых явлений при резании жаропрочных сплавов. -Станки и инструмент, 1961, № 12.- С. 25-27.
63. Девин Л.Н. Прогнозирование работоспособности металлорежущего инструмента. – К.: Техніка, 1992. – 132 с.
64. Дегтяренко Н.С., Колиенкович И.А. Методика исследования температуры при шлифовании твердого сплава. – Сб. “Вопросы заточки инструментов”. Труды ВНИИ инструмент. - Москва, 1966, вып 2.
65. Демкин Н.Б. Контактное шероховатых поверхностей. – М.: Наука, 1970. – 227 с.
66. Диткин В.А., Прудников А.П. Интегральные преобразования и операционное исчисление. – М.: Физматгиз, 1961. – 420 с.
67. Диткин В.А., Прудников А.П. Справочник по операционному исчислению. - М.: Высш. шк., 1965. – 465 с.
68. Дубинский Ш.М. Исследование температуры поверхности при заточке. – Дис. ... канд. техн.наук. – Харьков: ХПИ, 1962. – 250 с.
69. Дудко П.Д. Исследование процесса доводки стальных цилиндрических деталей свободным абразивом с осцилирующим движением притира. – Дис. ... канд. техн. наук. – Харьков: ХПИ, 1970. – 300 с.
70. Дудко П.Д., Крюк А.Г., Браташевский А.Ю. Обработка рабочих поверхностей лазерных зеркал. – Труды 7-й междунар. научн.-техн. конф. “Физические и компьютерные технологии в народном хозяйстве”. – Харьков: ХНПК “ФЭД”. – С. 40-43.
71. Дудко П.Д., Назаров Ю.Ф., Шкурупий В.Г. и др. Об эффекте воздействия полимерных веществ, входящих в состав абразивных суспензий и паст, на процесс доводки деталей. – Сб. научн. трудов “Полимеробра-

- живные технологические материалы и инструменты в металлообработке”. – К.: Наук. думка, 1981. – С.152-158.
72. Дунин-Барковский И.В. и др. К вопросу о нормировании и контроле неровностей декоративных поверхностей. – Сб. “Метрология и свойства обработанных поверхностей”. - Труды НИИ метрологии, 1977, вып 15. – С. 124-127.
  73. Дунин-Барковский И.В., Карташова А.Н. Измерение и анализ шероховатости, волнистости и некруглости поверхности. – М.: Машиностроение, 1978. – 223 с.
  74. Евсеев Д.Г. Формирование свойств поверхности при абразивной обработке. – Саратов: СГУ, 1975. – 127 с.
  75. Евсеев Д.Г., Сальников А.И. Физические основы процесса шлифования. – Саратов: СГУ, 1978. – 128 с.
  76. Елифанов Г.И., Ребиндер П.Л. Об энергетическом балансе процесса резания металлов. – Доклады АН СССР, 1949, т. 69, № 4.
  77. Жабокрицкий Р.А. Экспериментальное отделение температур в зоне шлифования металлов. – Автореф. дис. ... канд. техн. наук. – Куйбышев, 1973. – 23 с.
  78. Захаренко И.П., Шепелев А.А. Алмазная заточка твердосплавного инструмента совместно со стальной державкой. – К.: Наук. думка, 1976. – 219 с.
  79. Зорин Е.П. Исследование свойств инструмента и технологических параметров при прецизионном резании высокопрочных и нержавеющей сталей. – Автореф. дис. ... канд. техн. наук. – Воронеж, 1974. – 23 с.
  80. Ипполитов Г.М. Абразивно-алмазная обработка. – М.: Машиностроение, 1969. – 336 с.
  81. Исаев А.И., Силин С.С. Влияние температуры шлифования на изменение свойств поверхностного слоя деталей. – Труды МАТИ, 1969, вып. 38. – С. 32-36.
  82. Исаченко В.В., Осипова В.А., Сукомел А.С. Теплопередача. – М.: Энергоиздат, 1981. – 416 с.
  83. Кабановский Л.Н., Артюхов В.П., Панич А.Н. Исследование плоского алмазного шлифования твердого сплава со сталью. – Синт. алмазы, 1977, вып.1. – С. 42-44.
  84. Каинов Д.А. Оценка влияния скорости движения объекта на параметры входных шумов. – Вестник СевГТУ. – Севастополь, 2000, вып. 27. – С. 66-69.
  85. Калинин Е.П. Исследование процесса зубошлифования на станках с червячным абразивным кругом в связи с нахождением путей устранения прижогов. – Автореф. дис. ... канд. техн. наук. – Пермь: ППИ, 1966. – 34с.
  86. Карташов Э.М. Аналитические методы в теории теплопроводности твердых тел. – М.: Высш. шк., 1985. – 480 с.
  87. Карслоу Х.С., Егер Д.К. Теплопроводность твердых тел. – М.: Наука, 1984. – 487 с.
  88. Качество и производительность абразивно-алмазной обработки: Учеб.

- пособие / А.В. Якимов, Ф.В. Новиков, Г.В. Новиков, А.А. Якимов. - Одесса: ОГПУ, 1999. – 212 с.
89. Качество поверхности при алмазно-абразивной обработке / Э.В. Рыжов, А.А. Сагарда, В.Б. Ильицкий, И.Х. Чеповецкий. – К.: Наук. думка, 1979. – 244 с.
  90. Кедров С.М. Средства повышения производительности доводки металлов. – Станки и инструмент, 1987, №6.
  91. Кларк Ф. Оптимизация и негладкий анализ. – М.: Наука, 1988. – 280 с.
  92. Ковальгонов В.Н. Повышение эффективности совмещенного шлифования с применением СОЖ путем термостабилизации зоны обработки. - Дис. ... канд. техн. наук. - Ульяновск: УлГТУ, 2000. – 244 с.
  93. Кожевников С.Н. Теория механизмов и машин. – М.: Машиностроение, 1973. – 592 с.
  94. Коллатц Л., Карбс В. Теория приближений. – М.: Наука, 1978. – 272 с.
  95. Кондратьев В.А. Тонкая обработка деталей машин из высокопрочных закаленных сталей резцами из эльбора-Р с наложением ультразвуковых колебаний. – Дис. ...канд. техн. наук. – Воронеж: ВПИ, 1974. – 148 с.
  96. Королев А.В. Исследование процессов образования поверхностей инструмента и детали при абразивной обработке. – Саратов: Изд-во Саратов. ун-та, 1984. – 106 с.
  97. Королев А.В., Новоселов Ю.К. Теоретико-вероятностные основы абразивной обработки. Часть 1. Состояние рабочей поверхности абразивного инструмента. – Саратов: Изд-во Саратов. ун-та, 1987. – 160 с.
  98. Королев А.В., Новоселов Ю.К. Теоретико-вероятностные основы абразивной обработки. Часть 2. Взаимодействие инструмента и заготовки при абразивной обработке. – Саратов: Изд-во Саратов. ун-та, 1989. – 160 с.
  99. Коротин Б.С. Определение глубины дефектного слоя по температурному полю в изделии. - В кн.: Теплофизика технологических процессов. - Тольятти: ТолПИ, 1972. – С. 29-30.
  100. Коротин Б.С., Урывский Ф.П. Остаточные напряжения и их регулирование за счет режимов и методов механической обработки. - В кн.: Технологические методы повышения точности, надежности и долговечности в машиностроении. – М.: НТО Машпром, 1966. – С. 15-18.
  101. Корчак С.Н. Прогрессивная технология и автоматизация круглого шлифования. – М.: Машиностроение, 1968. – 108 с.
  102. Корчак С.Н. Производительность процесса шлифования стальных деталей. – М.: Машиностроение, 1974. – 280 с.
  103. Костецкий Б.И. Шлифование закаленных сталей. – К.: Техника, 1947. – 84 с.
  104. Костецкий Б.И. Тепловые режимы шлифования металлов. – Вестник машиностроения, 1947, № 1. – С. 51-53.
  105. Костецкий Б.И. Трение, смазка и износ в машинах. – К.: Техніка, 1970. – 396 с.
  106. Кошин А.А. Исследование функциональных связей между предельными режимами и тепловыми критериями процессов алмазно-абразивной об-

- работки. - Автореф. дис. ... канд. техн. наук. - Челябинск, 1974. -23 с.
107. Кошляков Н.С., Глинсер Э.Б., Смирнов М.М. Уравнения в частных производных математической физики. – М.: Высш. шк., 1985. – 712 с.
108. Кравченко Б.А., Светличнов Б.П. Остаточные напряжения при обработке жаропрочных материалов точением. - В кн.: Обрабатываемость жаропрочных и титановых сплавов. – Куйбышевское обл. книжное издательство, 1962. – С. 385-397.
109. Кривоухов В.А. Ускоренный метод нахождения стойкости и силовых зависимостей для составления нормативов по режимам резания. – Станки и инструмент, 1960, № 6. – С. 26-28.
110. Крюк А.Г., Браташевский А.Ю., Дудко П.Д. Особенности химико-механического полирования кремниевых пластин. – Труды 6-й междунар. научно-техн. конф. “Физические и компьютерные технологии в народном хозяйстве”. – Харьков: ХНПК “ФЭД”, 2002. – С. 26-27.
111. Кузнецов С.М. Силы резания при шлифовании зубчатых колес конусным кругом. – Станки и инструмент, 1974, № 5. – С. 33-34.
112. Кулаков Ю.М. и др. Предотвращение дефектов при шлифовании. – М.: Машиностроение, 1975. – 144 с.
113. Кулаков Г.А. Исследование технологических и физических особенностей тонкого точения закаленных сталей резцами из эльбора-Р. – Автореф. дис. ...канд. техн. наук. – Куйбышев, 1974. – 24 с.
114. Курдюмов Г.В., Максимова О.П. Влияние предварительной пластической деформации на мартенситное превращение в сплаве Fe-CrNi / ФММ, 1958. Т. 6. Вып. 1. – С. 95-105.
115. Кутателадзе С.С. Основы теории теплообмена. – М.: Машгиз, 1957. – 180 с.
116. Кушнер В.С. Термомеханическая теория процесса непрерывного резания пластичных материалов. – Иркутск: Изд-во Иркутского ун-та, 1982. – 170 с.
117. Лаврентьев М.А., Шабат Б.В. Методы теории функций комплексного переменного. – М.: Наука, 1973. – 736 с.
118. Лавріненко В.І. Наукові основи шліфування інструментальних матеріалів із спрямованою зміною характеристик контактних поверхонь. - Автореф. дис. ... докт. техн. наук. – К.: ІНМ НАН України, 2000. – 35 с.
119. Ларшин В.П. Диагностика операций многониточного шлифования резьбы шариковых винтов // Диагностика технологических процессов в машиностроении: материалы семинара. – М.: Изд. МДНТП, 1990. – С. 82-88.
120. Ларшин В.П. Интегрированная технологическая система шлифования сложнопрофильных деталей (на примере резьбошлифования). - Автореф. дис. ... докт. техн. наук. – Одесса: ОГПУ, 1995. – 34 с.
121. Ларшин В.П. Управление температурной погрешностью шага резьбы ходовых винтов при резьбошлифовании. – Сб. “Процессы абразивной обработки, абразивные инструменты и материалы”. – Волжский, 1999. – С. 132-135.

122. Ларшин В.П. Технология многониточного шлифования прецизионных ходовых винтов. – Тр. Одес. политехн. ун-та. – Одесса, 1999, вып. 2(8). – С. 87-91.
123. Ларшин В.П. Интегрированные технологические системы в машиностроении. – Тр. Одес. политехн. ун-та. – Одесса, 1999, вып. 3(9). – С. 55-58.
124. Ларшин В.П. Повышение производительности плоского шлифования на основе анализа трудоемкости процесса. – Тр. Одес. политехн. ун-та. – Одесса, 2002, вып.1(17). – С. 60-64.
125. Ларшин В.П., Андрусенко А.М. Проектирование, изготовление и эксплуатация технологических систем на основе общей теории управления. – Тр. 5-й Междунар. научн.-техн. конф.: Физические и компьютерные технологии в народном хозяйстве. – Харьков: ХНПК “ФЭД”, 2002. – С. 19-23.
126. Ларшин В.П., Гречиха А.А. Повышение эффективности шлифования вырубных штампов при использовании твердых технологических смазок. – Тр. Одес. политехн. ун-та. – Одесса, 2000, вып. 3(12). - С. 45-48.
127. Ларшин В.П., Гречиха А.А. О механизме действия твердых смазок на силы резания при шлифовании. – Вісник інженерної академії України, 2000, спец. вип. – С. 215-218.
128. Ларшин В.П., Гречиха А.А. Проблемы применения смазывающе-охлаждающих средств в технике и технологии. – Вісник Харківського держ. техн. ун-ту сільського господарства. – Харків, 2002, вип.10. – С. 54-59.
129. Ларшин В.П., Гречиха А.А., Якимов А.В. Применение твердых технологических смазок при шлифовании вырубных штампов. - Вісник інженерної академії України, 2001, №3, частина 1. – С. 354-357.
130. Ларшин В.П., Лищенко Н.В. Управление резьбошлифованием ходовых винтов на основе диагностики процесса. – Тр. Одес. политехн. ун-та. – Одесса, 2000, вып. 1(10).- С. 57-60.
131. Ларшин В.П., Лищенко Н.В. Исследование плотности теплового потока в зоне контакта при профильном шлифовании. - Тр. 7-й Междунар. научн.-техн. конф.: Физические и компьютерные технологии в народном хозяйстве. - Харьков: ХНПК ”ФЭД”, 2003. – С. 38-42.
132. Ларшин В.П., Лищенко Н.В. Разработка математического обеспечения для системы компьютерной диагностики процесса резьбошлифования. - Збірник наукових праць Кіровоград. держ. техн. ун-ту. – Кіровоград, 2003, вип. 12. – С. 113-119.
133. Ларшин В.П., Ткаченко Б.О. Диагностика технологической операции финишного резьбошлифования на основе микроЭВМ. - Вестник машиностроения, 1992, №3. – С. 58-61.
134. Ларшин В.П., Якимов В.А. Магнитоэлектрический анализ структуры поверхностных слоев шлифованных деталей. - Повышение качества, надежности и долговечности деталей машин технологическими методами: Межвузовский сб. научн. тр. – Пермь: ПГТУ, 1997. – С. 43-47.



135. Ларшин В.П., Якимов В.А., Ковальчук Е.Н., Якимов А.В. Выбор геометрических параметров многоиточных резьбошлифовальных кругов. – Вестник машиностроения, 1986, №3. – С. 44-47.
136. Ларшин В.П., Якимов А.А., Акимова М.Н. Интегрированная технологическая система зубошлифования. – Научно-технические проблемы станкостроения, производство технологической оснастки и инструмента: Материалы междунар. конф. – К.: АТМ Украины, 2002. – С.70-72.
137. Лебедев В.Г., Луговская Е.Н., Усов А.В. Исследование температур и сил резания единичным зерном. – Сб. “Новое в абразивной обработке материалов”. - Киев, 1976. – С. 22-23.
138. Лебедев В.Г., Клименко Н.М. Некоторые вопросы моделирования процесса образования напряжений и трещин при шлифовании закаленной стали. – Вісник інженерної академії України, 2000, спец. вип. –С. 52-55.
139. Лебедев В.Г., Клименко Н.М. Природа возникновения шлифовочных дефектов и выбор режимов шлифования для деталей с Ti-Ni-Cu покрытием. – Вісник інженерної академії України, 2001, вип.3 (частина1). – С. 52-55.
140. Лебедев Н.Н. Специальные функции и их приложение. - М.: Госиздат техн.-теор. лит., 1953. – 380 с.
141. Леонов В.Н. Исследование термоконтактных явлений в процессе тонкого точения металлов резцами из твердого сплава и эльбора. – Автореф. дис. ...канд. техн. наук. – Куйбышев, 1973. – 28 с.
142. Липцер Р.Ш., Ширяев А.Н. Статистика случайных процессов. – М.: Наука, 1974. – 696 с.
143. Лоладзе Т.Н., Бокучаева Г.И. Износ алмазов и алмазных кругов. – М.: Машиностроение, 1967. – 110 с.
144. Лоладзе Т.Н. Прочность и износостойкость режущего инструмента. – М.: Машиностроение, 1982. – 320 с.
145. Лурье Г.Б. Шлифование металлов. – М.: Машиностроение, 1969. – 172 с.
146. Лыков А.В. Теория теплопроводности. – М.: Высш. шк., 1967. - 600 с.
147. Лыков А.В. Теплообмен: Справочник. – М.: Энергия, 1972. – 500 с.
148. Лысак Л.И., Николин Б.И. Физические основы термической обработки стали. – К.: Техніка, 1975. – 223 с.
149. Лысов Б.Н. Исследование электрических явлений, сопровождающих процесс шлифования и пути их использования. – Дис. ... канд. техн. наук. – Челябинск: ЧПИ, 1972. – 180 с.
150. Макаров А.Д. Износ и стойкость режущих инструментов. – М.: Машиностроение, 1966. – 263 с.
151. Макаров А.Д. Оптимизация процессов резания. – М.: Машиностроение, 1976. – 178 с.
152. Малыхин В.В. Повышение эффективности шлифования вольфрамсодержащих твердых сплавов совместно со сталью алмазными кругами. - Дис. ... канд. техн. наук. – Харьков: ХПИ, 1985. – 266 с.
153. Маркова Л.Г. Исследование процесса тонкого точения закаленных сталей резцами из эльбора. – Дис. ... канд. техн. наук. – Л., 1971.

154. Маслов Е.Н. Механизм работы абразивного зерна при шлифовании. – В кн.: Основные вопросы высокопроизводительного шлифования. – М.: Машгиз, 1960. – 196 с.
155. Маслов Е.Н. Основы теории шлифования металлов. – М.: Машиностроение, 1980. – 310 с.
156. Маталин А.А. Шероховатость поверхности деталей машин в приборостроении. – М.-Л.: Машгиз, 1949. – 192 с.
157. Маталин А.А. Качество поверхности и эксплуатационные свойства машин. – М.: Машгиз, 1956. – 256 с.
158. Маталин А.А. Технологические методы повышения долговечности деталей машин. – К.: Техніка, 1971. – 144 с.
159. Маталин А.А. Технология машиностроения: Учебник. – Л.: Машиностроение, 1985. – 496 с.
160. Математическое моделирование технических систем / А.В. Усов, Л.И. Плотникова, В.А. Вайсман, В.Д. Дмитришин, Г.А. Оборский. – К.: Техніка, 1995. – 328 с.
161. Методические указания к изучению раздела “Оптимизация режимов резания” курса “Нормирование труда рабочих”/ Сост. Б.Н. Игумнов, Т.П. Завгородняя. – Хмельницкий: ХТИ, 1989. – 128 с.
162. Мубаракшин Р.М. Исследование процесса и разработка методов повышения качества и производительности профильного шлифования. -Автореф. дис. ... канд. техн. наук. – Одесса: ОПИ, 1978. – 16 с.
163. Мухортов В.Н. Повышение точности профиля и производительности шлифования резьбы ходовых винтов ШВП. - Дис. ... канд. техн. наук. – Одесса: ОПИ, 1986. – 140 с.
164. Назаров Ю.Ф., Шкурупий В.Г., Рахштадт А.Г., Колоскова Е.В. Свойства упругих элементов из лент пружинных сплавов. – М.: МиТОМ, 1978, №6. – С. 66-67.
165. Неразрушающий контроль металлов и изделий. – Справочник / Под ред. Г.С. Самойловича. – М.: Машиностроение, 1976. – 456 с.
166. Новиков Г.В. Повышение эффективности алмазно-искрового шлифования деталей с высокопрочными покрытиями. – Автореф. дис. ... канд. техн. наук. – Одесса: ОПИ, 1990. – 16 с.
167. Новиков Ф.В. Кинетика образования режущего рельефа круга в процессе шлифования. – Контактные процессы при больших пластических деформациях. – Харьков: ХАИ, 1982. – С. 40-46.
168. Новиков Ф.В. Режущий рельеф алмазного круга и его роль в формировании технологических показателей шлифования. – Резание и инструмент, 1984, вып. 32. – С. 64-70.
169. Новиков Ф.В. Физические и кинематические основы высокопроизводительного алмазного шлифования. – Автореф. дис. ... докт. техн. наук. – Одесса: ОГПУ, 1995. – 36 с.
170. Новиков Ф.В., Гасанов М.И. Физические закономерности процесса резания при алмазном шлифовании. - Вісник Харківського держ. техн. ун-ту сільск. господ., 2004, вип. 26. – С. 31-40.

171. Новиков Ф.В., Ткаченко В.П. Энергетический поход к оценке шероховатости поверхности при алмазно-абразивной обработке. – Вісник національного технічного університету “Харківський політехнічний інститут”. Збірка наукових праць. – Харків, 2002, №19. – С. 142-145.
172. Новиков Ф.В., Якимов А.В., Новиков Г.В., Якимов А.А. Перспективы развития процессов резания лезвийными и абразивными инструментами. – Вісник Харківського держ. техн. ун-ту сільск. господ., 2002, вип. 10. – С. 24-29.
173. Новоселов Ю.К., Братан С.М., Крылов И.В. Адаптивное регулирование процессом шлифования валов. – Резание и инструмент в технологических системах. – Межд. научн.-техн. сборник. – Харьков: ХГПУ, 1999, вып. 55. – С. 173-182.
174. Нормативы времени и режимов резания при работе на станках с программным управлением. – М.: Изд-во НИИТ, 1975. – 144 с.
175. Оптимизация технологии глубинного шлифования / С.С. Силин, Б.Н. Леонов, В.А. Хрульков и др. – М.: Машиностроение, 1989. – 120 с.
176. Основы алмазного шлифования / М.Ф. Семко, А.И. Грабченко, А.Ф. Раб, М.Д. Узунян, М.С. Пивоваров. – К.: Техніка, 1978. – 190 с.
177. Основы прикладной теории колебаний и удара / Я.Г. Пановко. – 4-е изд. – Л.: Политехника, 1990. – 272 с.
178. Островский В.И. Теоретические основы процесса шлифования. – Л.: Изд-во Ленингр. ун-та, 1981. – 139 с.
179. О точности некоторых формул для определения средней температуры контакта при тчении жаропрочных сплавов / А.Д. Макаров, В.С. Мухин, В.М. Кишуров и др. - Тр. Уфим. авиац. ин-та, 1973, вып. 54. – С. 69-75.
180. Охлаждающе-смазывающие жидкости. Влияние на обрабатываемость металлов резанием / Под ред. А.В. Панкина. – М.: Машгиз, 1954. –185 с.
181. Паршаков А.Н., Свирцев В.И. К вопросу управления автоколебанием при шлифовании. – Сб. тр. ППИ: Повышение эффективности технологических процессов в машиностроении. – Пермь, 1980. – С. 69-76.
182. Пилянкевич А.Н., Мельникова В.А., Кулик А.И. Механизм структурообразования и дефектность керамики в системе  $Al_2O_3 - TiC$ . – Сверхтвердые материалы, 1988, №5. – С. 17-21.
183. Писаренко Г.С., Лебедев А.А. Деформирование и прочность материалов при сложном напряженном состоянии. – М.: Машиностроение, 1974. – 186 с.
184. Поверхностный слой и эксплуатационные свойства деталей машин / А.М. Сулима, В.А. Шулов, Ю.Д. Ягодкин. – М.: Машиностроение, 1988. – 240 с.
185. Подзей А.В. Технологические остаточные напряжения. – М.: Машиностроение, 1973. – 216 с.
186. Подкорытов А.Н., Якимов А.А., Вайсман В.А. Технологическое обеспечение точности и качества изготовления зубчатых колес: Учеб. пособие. – Одесса: ОГПУ, 1996. – 276 с.

187. Подстригач Я.С., Коляко Ю.М. Обобщенная термомеханика. - К.: Наук. думка, 1976. – 310 с.
188. Подураев В.Н. Обработка резанием жаропрочных и нержавеющей материалов. – М.: Высш. шк., 1965. – 518 с.
189. Подураев В.Н. Автоматически регулируемые и комбинированные процессы резания. – М.: Машиностроение, 1977. – 304 с.
190. Полетика М.Ф. Контактные нагрузки на режущих поверхностях инструментов. – М.: Машиностроение, 1969. – 148 с.
191. Попов Г.Я. Концентрация упругих напряжений возле штампов, разрезов, тонких включений и подкреплений. – М.: Наука, 1982. – 344 с.
192. Попов С.А., Малевский Н.П., Терещенко Л.М. Алмазно-абразивная обработка металлов и твердых сплавов. – М.: Машиностроение, 1977. – 263 с.
193. Портер У. Современные основания общей теории систем. – М.: Наука, 1974. – 556 с.
194. Прогрессивные методы шлифования пропитанным абразивным инструментом. – М.: НИИмаш, 1981. – 42 с.
195. Проников А.С. Надежность машин. – М.: Машиностроение, 1978. – 460 с.
196. Прохоров Ю.В., Розанов Ю.А. Теория вероятностей. (Основные понятия. Предельные теоремы. Случайные процессы). – М.: Наука, 1973. – 296 с.
197. Рабинер Л., Гоулд Б. Теория и применение цифровой обработки сигналов. – М.: Мир, 1978. – 848 с.
198. Равлик А.Г., Самофалов В.Н., Золотницкий Ю.В. Термоиндикаторы на основе пленок пермалоя с полосовой доменной структурой для измерения и визуализации температурных полей. – Приборы и техника эксперимента, 1988, № 3. – С. 241-243.
199. Развитие науки о резании металлов / В.Ф. Бобров, Г.И. Грановский, Н.Н. Зорев и др. – М.: Машиностроение, 1967. - 415 с.
200. Расчет глубины дефектного слоя при шлифовании / Якимов А.В., Ларшин В.П., Скляр А.М., Ковальчук Е.Н. - Станки и инструмент, 1986, № 9. – С. 26-27.
201. Рего К.Г. Метрологическая обработка результатов технических измерений: Справ. пособие. – К.: Техніка, 1987. – 128 с.
202. Резание металлов и инструмент / Под ред. А.М. Розенберга. – М.: Машиностроение, 1964. – 226 с.
203. Резников А.Н. Теплообмен при резании и охлаждении инструментов. – М.: Машгиз, 1963. – 199 с.
204. Резников А.Н. Теплофизика резания. – М.: Машиностроение, 1969. – 287 с.
205. Резников А.Н. Теплофизика процессов механической обработки материалов. – М.: Машиностроение, 1981. – 279 с.
206. Резников А.Н., Резников Л.А. Основы расчета шлифовальных процессов в технологических расчетах: Учебное пособие. – Куйбышев: КуАИ, 1986. – 153 с.

207. Резников А.Н., Яценко Л.Е. Термоупругие деформации изделия и инструмента в процессе развертывания. – Сб. тр. ТПИ: Теплофизика технол. процессов. – Саратов, 1975, вып. 1. – С. 24-34.
208. Резников А.Н., Федосеев Ю.Б., Щипанов В.В. Теоретико-вероятностное описание режущего аппарата шлифовальных инструментов, толщины среза и усилия резания. – Физ. и хим. обр. материалов, 1976, №4. – С. 93-102.
209. Робочі процеси високих технологій в машинобудуванні: Навч. посібник / За редакцією А.І. Грабченка. – Харків: ХДПУ, 1990. – 436 с.
210. Русские ученые – основоположники науки о резании металлов. Общая редакция и вступительные очерки К.П. Панченко. – М.: Машгиз, 1952. – 478 с.
211. Рыбалко А.П., Ларшин В.П. Новое поколение станков с ЧПУ – новые технологические возможности обеспечения качества деталей. - Технологическое управление качеством поверхности деталей машин: Материалы междунар. конф. – К.: АТМ Украины, 2003. - С. 149-152.
212. Рыжов Э.В. Контактная жесткость деталей машин. – М.: Машиностроение, 1966. – 193 с.
213. Рыкалин Н.Н. Тепловые основы сварки. – М.: АН СССР, 1947. – 172 с.
214. Сабиров З.И. Исследование обрабатываемости эльборовыми резцами закаленных сталей тонким точением и растачиванием. – Дис. ...канд. техн. наук. – Л., 1974. – 148 с.
215. Садовский В.Д. Структурная наследственность стали. – М.: Metallurgia, 1973. – 208 с.
216. Сазонов Б.Г. Обеспечение качества поверхностного слоя при шлифовании деталей с диффузионными покрытиями. – М.: Машиностроение, 1981. – 144 с.
217. Сазонов И.П. Обеспечение качества поверхностного слоя при шлифовании деталей с диффузионным покрытием. – Автореф. дис. ...канд. техн. наук. – Одесса: ОПИ, 1987. – 35 с.
218. Самарский А.А. Теория размерных схем: Учеб. пособие. – М.: Наука, 1983. – 616 с.
219. Серегин С.А., Люленко В.И. Температура контактной поверхности при трении металлов. – Сб. “Тепловая динамика трения”. - М.: Наука, 1970. - С. 122-126.
220. Свирщев В.И. Исследование геометрических показателей качества процесса плоского прерывистого шлифования с учетом его динамических особенностей. – Автореф. дис. ... канд. техн. наук. – Одесса: ОПИ, 1977. – 19 с.
221. Свирщев В.И. Повышение эффективности процесса шлифования за счет динамической стабилизации. – Сб. тр. КАИ: Прогрессивные процессы и оборудование механической обработки. – Казань, 1984. - С. 26-32.
222. Свирщев В.И. Технологические основы и обеспечение динамической стабилизации процессов шлифования. – Автореф. дис. .. докт. техн. наук. – Пермь: ППИ, 1996. – 38 с.

223. Седов Л.И. Методы подобия и размерности в механике. – М.: Наука, 1977. – 440 с.
224. Сегерлинд Л. Применение метода конечных элементов. – М.: Мир, 1979. – 370 с.
225. Сейдж Э., Мелс Дж. Теория оценивания и ее применение в связи и управлении. – М.: Связь, 1976. – 496 с.
226. Сизый Ю.А., Кулик Г.Г. Описание и анализ температурного поля при фрикционной разрезке в заготовке с ее вращением. - Вестник национального технического университета “ХПИ”.- Харьков, вып. 3, 2002. - С. 131-142.
227. Силин С.С. Расчет температурных полей при действии движущихся источников тепла. – Инженерно-физический журнал, 1963, т. 3. – С.763-766.
228. Силин С.С. Исследование процессов резания методом теории подобия. – Сб. тр. Рыбинского авиационно-технологического института, №1. – Верхневолжское книжное издательство, 1966. – С. 5-54.
229. Силин С.С., Хрульков В.А., Лосанов А.В., Рыкунов Н.С. Глубинное шлифование деталей из труднообрабатываемых материалов. – М.: Машиностроение, 1984. – 64 с.
230. Синтетические алмазы в машиностроении / Под ред. В.Н. Бакуля. – К.: Наук. думка, 1976. – 352 с.
231. Сипайлов В.А. Тепловые процессы при шлифовании и управление качеством поверхности. - М.: Машиностроение, 1978. – 167 с.
232. Сиратори М., Миеси Т. Вычислительная механика: пер. с японского. – М.: Мир, 1986. – 334 с.
233. Слободяник П.Т. Влияние температуры охлаждения детали и резца на температуру и силу резания. – Изв. вузов: Машиностроение, 1975, № 5. – С. 164-169.
234. Слободяник П.Т., Линчевский П.А., Фотти С.С. Стойкость спиральных сверл с внутренним охлаждением. – Машиностроитель, 1979, № 11. – С. 23-24.
235. Смазочно-охлаждающие технологические средства для обработки металлов резанием: Справочник / Под ред. С.Т. Энтелиса, Э.М. Берлингера. – М.: Машиностроение, 1986. – 352 с.
236. Смирнов В.И. Курс высшей математики. Т.1 и Т. 2. – М.: Наука, 1974. – 450 с. и 656 с.
237. Снеддон И. Преобразование Фурье. – М.: Иностран. лит., 1955. – 610 с.
238. Соколов Ю.И. Температурные расчеты в станкостроении. – М.: Машиностроение, 1968. – 77 с.
239. Сошников С.А. Повышение работоспособности алмазных кругов при шлифовании твердосплавных изделий с прерывистыми поверхностями. – Автореф. дис. ... канд. техн. наук. – Тула: ТПИ, 1984. – 23 с.
240. Справочник инструментальщика / И.А. Ординарцев, Г.В. Филиппов, А.Н. Шевченко и др.; под общей ред. И.А. Ординарцева. – Л.: Машиностроение, 1987. – 846 с.

241. Справочник по производственному контролю в машиностроении / Под ред. А.К. Кубая. – Л.: Машиностроение, 1974. – 676 с.
242. Справочник по САПР / А.П. Будя, А.Е. Кононюк, Г.П. Куценко и др., под ред. В.И. Скурихина. – К: Техніка, 1988. – 375 с.
243. Справочник технолога – машиностроителя. В 2-х т. Т. 1 / Под ред. А.Г. Косиловой и Р.К. Мещерякова. – 4-е изд. перераб. и доп. – М.: Машиностроение, 1986. – 656 с.
244. Сулима А.М., Евстигнеев М.И. Качество поверхностного слоя и усталостная прочность деталей из жаропрочных и титановых сплавов. – М.: Машиностроение, 1974. – 256 с.
245. Сю Д., Мейер А. Современная теория автоматического управления и ее применение. – М.: Машиностроение, 1972. – 544 с.
246. Танович Л. Механизм шлифования режущей керамики. – Вопросы механики и физики процессов резания и холодного пластического деформирования: Сб. научн. тр. ИСМ НАН Украины. Серия Г: Процессы механической обработки, станки и инструменты. – Киев, 2002. – С. 524-529.
247. Теоретические основы резания и шлифования материалов: Учеб. пособие / А.В. Якимов, Ф.В. Новиков, Г.В. Новиков, Б.С. Серов, А.А. Якимов. – Одесса: ОГПУ, 1999. – 450 с.
248. Теоретические основы технологии машиностроения: Учебник / А.В. Якимов, Ф.В. Новиков, А.А. Якимов, Г.В. Новиков, Н.И. Решетнев. – Одесса: ОНПУ, 2002. – 491 с.
249. Тепловые и механические процессы при резании металлов: Учеб. пособие / Ф.В. Новиков, А.А. Якимов, Г.В. Новиков, С.Г. Зимин, В.А. Вайсман. – Одесса: ОГПУ, 1997. – 179 с.
250. Теплофизика механической обработки: Учеб. пособие / А.В. Якимов, П.Т. Слободяник, А.В. Усов. – К.- Одесса: Лыбидь, 1991. – 240 с.
251. Термоэлектрохимическая обработка упругих элементов. – М.: Машиностроение, 1978. – 136 с.
252. Технологические методы повышения износостойкости деталей машин / Рыжов Э.В. – К.: Наук. думка, 1984. – 272 с.
253. Технологический классификатор деталей машиностроения и приборостроения. - Изд-во стандартов, 1987. – 256 с.
254. Технологія конструкційних матеріалів / За ред. М.А. Сологуба. – К.: Вища шк., 1993.
255. Технология машиностроения: Учебник / А.В. Якимов, В.Н. Царюк, А.А. Якимов, Г.А. Оборский, В.П. Ларшин, А.В. Самойленко. – Одесса: Астропринт, 2001. – 608 с.
256. Тимошенко С.П., Гудьер Дж. Теория упругости. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1975. – 576 с.
257. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. – М.: Наука, 1972.
258. Ткаченко Б.О. Повышение стабильности высокопроизводительного резьбошлифования прецизионных ходовых винтов. – Автореф. дис. ...

- канд. техн. наук. – Одесса: ОГПУ, 1994.
259. Трент Е.М. Резание металлов / Пер. с англ. Г.И. Айзенштока. – М.: Машиностроение, 1980. – 263 с.
  260. Управление процессом шлифования / А.В. Якимов, А.Н. Паршаков, В.И. Свирщев, В.П. Ларшин. – К.: Техніка, 1983. – 184 с.
  261. Усов А.В. Повышение эффективности процесса бездефектного шлифования материалов и сплавов, предрасположенных к трещинообразованию. – Дис. ... докт. техн. наук. – Одесса: ОПИ, 1991. – 350 с.
  262. Федосеев О.Б. Шлифование синтетическими сверхтвердыми материалами. – Изв-я высш. учебн. заведений / Машиностроение, 1977, №5. – С. 104-106.
  263. Физико-математическая теория процессов обработки материалов и технологии машиностроения / Под общ. ред. Ф.В. Новикова и А.В. Якимова. В десяти томах. – Т.4. “Теория абразивной и алмазно-абразивной обработки материалов”. – Одесса: ОНПУ, 2002. – 802 с.
  264. Физические свойства сталей и сплавов, применяемых в энергетике: Справочник / Под ред. Б.Е. Неймарка. – М.: Энергия, 1967. – 240 с.
  265. Филимонов Л.Н. Высокоскоростное шлифование. – Л.: Машиностроение, 1979. – 245 с.
  266. Филимонов Л.Н. Плоское шлифование / Под ред. В.И. Мутянка. – Л.: Машиностроение, Ленингр. отд-ние, 1985. – 109 с.
  267. Филоненко С.Н., Слободяник П.Т., Айкирян А.Л. Температурное поле резца с внутренним охлаждением. – Изв. вузов: Машиностроение, 1978, № 7. – С. 152-155.
  268. Фридель Ж. Дислокации. – М.: Мир, 1967. – 467 с.
  269. Худобин Л.В., Хусаинов А.Ш. Плоское шлифование тонкостенных заготовок. – СТИН, 1997, № 9. – С. 20-22.
  270. Худобин Л.В., Хусаинов А.Ш. Тепловые процессы при плоском шлифовании тонкостенных заготовок. – Вестник машиностроения, 1997, № 3. – С. 14-18.
  271. Хусаинов А.Ш. Повышение эффективности операций шлифования заготовок тонкостенных деталей путем снижения теплонапряженности процесса обработки. - Дис. ... канд. техн. наук. - Ульяновск: УлГТУ, 1996. – 161 с.
  272. Хусу А.П., Витенберг Ю.Р., Пальмов В.А. Шероховатость поверхностей. Теоретико-вероятностный подход. – М.: Наука, 1975. – 344 с.
  273. Царев В.М. Контактная разность потенциалов. – М.: Госиздат, техн.-теор. лит., 1950. – 250 с.
  274. Черепанов Г.П. Механика хрупкого разрушения. – М.: Наука, 1974. – 640 с.
  275. Шальнов В.А. Шлифование и полирование высокопрочных материалов. – М.: Машиностроение, 1972. – 272 с.
  276. Шарков В.А. Повышение производительности и качества заточки режущего инструмента. - Дис. ... канд. техн. наук. – Одесса: ОПИ, 1984. – 21 с.



277. Шегал М.Я. Доводка измерительных инструментов. – М.: Машиностроение, 1987.
278. Шеннон Р. Имитационное моделирование систем – искусство и наука. – М.: Мир, 1978. – 420 с.
279. Шероховатость поверхности. ГОСТ 2789-73, ГОСТ 2309-73. Изд-во стандартов. – М., 1975. – 24 с.
280. Шкурупий В.Г. Особенности анализа шероховатости поверхности, обработанной резанием. – Резание и инструмент. – Харьков, 1982, вып. 27. – С. 74-77.
281. Шкурупий В.Г. Особенности процессов финишной обработки светоотражательных поверхностей. - Динамика элементов конструкций летательных аппаратов. - Сб. научн. трудов ХАИ. – С. 111-121.
282. Шкурупий В.Г. Светопоглощательная способность поверхностей после полирования алмазно-абразивными пастами. – Алмазы и сверхтвердые материалы. – М.: НИИМАШ, 1978. – С. 11-12.
283. Шкурупий В.Г., Дудко П.Д. Повышение эффективности финишных методов обработки материалов. – К., 1979. – 24 с.
284. Шкурупий В.Г., Назаров Ю.Ф., Колоскова Е.К. Эксплуатационные свойства деталей после абразивной обработки. – Тез. докл. конф. “Пути повышения производительности, качества и эффективности процессов абразивной, алмазной и эльборовоной обработки в машиностроении”. – М., 1976. – С. 138-140.
285. Шкуркпий В.Г., Шкурупий Ю.В. Финишная обработка поверхностей тонкостенных деталей. – Сб. научн. трудов ХАИ. – Харьков, 2000, вып. 14. – С. 259-262.
286. Шлыков Ю.П., Ганин Е.А., Царевский С.Н. Контактное термическое сопротивление. – М.: Энергия, 1977. – 328 с.
287. Шур Б.М. Притирка калибров. – Вестник машиностроения, 1990, №2.
288. Юдковский П.А. Исследование тепловых явлений, износа и стойкости инструмента при сверлении. - Автореф. дис. ... канд. техн. наук. – Куйбышев: КПИ, 1965. – 23 с.
289. Якимов А.А. Повышение эффективности прерывистого шлифования деталей, закаленных до высокой твердости. – Автореф. дис. ... канд. техн. наук. – Одесса: ОПИ, 1991. – 16 с.
290. Якимов А.А. Основы теории и стабилизации качества поверхностного слоя при прерывистом шлифовании зубчатых колес. – Харьков, 1997. – 209 с.
291. Якимов А.А. Основы теории обеспечения и стабилизации качества поверхностного слоя при прерывистом шлифовании зубчатых колес. – Одесса: ОГПУ, 1997. – 212 с.
292. Якимов А.А. Технологические основы обеспечения и стабилизации качества поверхностного слоя при шлифовании зубчатых колес. – Одесса: Астропринт, 2003. – 453 с.
293. Якимов А.В. Оптимизация процесса шлифования. – М.: Машиностроение, 1975. – 176 с.

294. Якимов А.В. Абразивно-алмазная обработка фасонных поверхностей. – М.: Машиностроение, 1984. – 312 с.
295. Якимов А.В. и др. Тепловые процессы при обычном и прерывистом шлифовании. – Одесса: ОГПУ, 1998. – 272 с.
296. Якимов А.В., Ларшин В.П., Ковальчук Е.Н., Скляр А.М. Повышение точности шага резьбы ходовых винтов при многониточном резьбошлифовании. – Вестник машиностроения, 1989, №8. – С. 35-38.
297. Якимов А.В., Ларшин В.П., Скляр А.М. Влияние формы поверхности обрабатываемой детали на температуру при шлифовании. – Сверхтвердые материалы, 1986, №4. – С. 38-43.
298. Якимов А.В., Ларшин В.П., Скляр А.М. Обеспечение качества поверхности путем выбора глубины шлифования. – Вестник машиностроения, 1988, № 2. – С. 48 -50.
299. Якимов А.В., Новиков Ф.В., Якимов А.А. Высокопроизводительная обработка абразивно-алмазными инструментами. – К.: Техніка, 1993. – 152 с.
300. Якимов А.В., Новиков Ф.В., Новиков Г.В., Якимов А.А. Алмазная обработка: Учеб. пособие. – К.: ІЗМН, 1996. – 168 с.
301. Якімов О.В., Новиков Ф.В., Новиков Г.В., Якімов О.О. Високопродуктивне шліфування: Навч. посібник. – К.: ІСДО, 1995. – 180 с.
302. Якимов А.В., Русавский Ю.П., Ларшин В.П. Влияние погрешности резьбы на качество ее поверхностного слоя при шлифовании. – Прогрессивные методы повышения качества, долговечности и надежности деталей машин при алмазно-абразивной обработке: Тез. докл. конф. – Волжский, 1981. – С. 99-100.
303. Якимов А.В., Смирнов Л.П., Бояршинов Ю.А. и др. Качество изготовления зубчатых колес. – М.: Машиностроение, 1979. – 191 с.
304. Якимов О.В., Усов А.В., Слободяник П.Т., Іоргачов Д.В. Теплофізика механічної обробки. – Одеса: Астропринт, 2000. – 256 с.
305. Ярмонов Н.А. Исследование нестационарных тепловых режимов при шлифовании прерывистыми кругами. – Автореф. дис. ... канд. техн. наук. – Перм: ППИ, 1974. – 17 с.
306. Ящерицин П.И., Жальнерович Е.А. Шлифование металлов. – Минск: Изд-во Беларусь, 1970. – 249 с.
307. CALS (Continuous Acquisition and Life cycle Support – непрерывная информационная поддержка жизненного цикла продукции) в авиастроении / Научн. ред. А.Г. Братухин. – М.: Изд-во МАИ, 2002. – 676 с.
308. Dorsch H. Schwingquarz-Temperatur sensoren // Sensor Rept., 1987,2, № 5. – S. 9-10.
309. Kato S., Vamaguchi K, Watanabe Y., Hiraiwa Y. Measurement of Temperature Distribution Within Tool Using Powders of Constant Melting Point. // trans. ASME. 1976.vol. 10, №2. – P.239-245.
310. Nawara L., Ryniewicz A. Zastosowanie termowizji do badan cieplnych w urzadzeniach technologicznych // Mechanik. 1987. 60, №3. – 113-115 s.
311. Ueda T., Hosokawa A., Yamamoto A. Measurement of grinding temperature

- using infrared radiation pyrometer with optical fiber // Trans. ASME: I. Eng. ing. 1986. 108, №4. – P. 247-251.
312. Vieregge G. Zerspanung der Eisenwerkstoffe. Bd. 16. der Stahleisen – Bucher, 2 Aufl. Verlag Stahleisen. – Dusseldorf, 1970. – 363 s.
313. Jacobus K., Devor R.E., Kapoor S.G. Machining – Induced residual stress: Experimentation and modeling // Transaction of the ASME: Journal of manufacturing science and engineering. 2000. Vol. 122, 1. P. 20 – 31.
314. Park I.W., Dornfeld D.A. A study of burr formation processes using the finite element method. // Transaction of the ASME: Journal of Engineering materials and technology. 2000. Vol.122, 2. Part 1: P. 221 – 228, Part 2: P. 229 – 237.
315. Boothroyd G., 1975, Fundamentals of Metal Cutting and Machine Tools, Hemisphere, Washington, Chapter 3.
316. Koch U., 1970, “Experimental and Theoretical Analysis of Lathe Tool Temperature in Oblique Cutting”, Proc. 11th MTDR Conference, pp. 533-540.

## Полировальная суспензия

Рекомендуемая полировальная суспензия относится к технологическим полировальным абразивным материалам, которые могут быть использованы в точном машиностроении и приборостроении при окончательной обработке металлических зеркальных поверхностей с высокой отражательной способностью.

Известен состав для полирования, содержащий аминосоединения (этилендиамин), аэросил, воду и пирокатехин.

Вместе с тем, наличие в составе для полирования этилендиамина создает токсичность и применение его в обычных условиях полирования на стандартном оборудовании по условиям охраны труда невозможно.

Наиболее близкой к рекомендуемой, является полировальная суспензия, содержащая абразивный микропорошок (алмазный), аэросил и воду.

Однако эта суспензия не обеспечивает высокой отражательной способности медных поверхностей и достаточной производительности процесса.

Целью рекомендации является обеспечение высокой отражательной способности медных поверхностей и повышение производительности процесса полирования.

Цель достигается тем, что суспензия, содержащая абразивный микропорошок, аэросил и воду, в качестве абразивного микропорошка содержит овализованный алмазный микропорошок и дополнительно содержит поливиниловый спирт при следующем соотношении компонентов, вес, %:

Овализованный алмазный микропорошок	1,0 – 1,5
Аэросил	3,0 – 4,0
Поливиниловый спирт	1,0 – 2,0
Вода	Остальное

Суспензия с поливиниловым спиртом оказывает консервирующее действие на обработанную поверхность, которая не окисляется длительное время в условиях атмосферного воздуха.

Суспензию удобно подавать струей в зону обработки. Ее составляющие не токсичны и негорючи. Наличие овализованного алмазного порошка позволяет получить высокогладкие поверхности более крупной фракцией при повышенной производительности процесса полирования и сократить операции доводочного полирования более мелкими алмазными зернами.

Сглаживающий эффект, который оказывает алмазно-полимерная суспензия с аэросилом и поливиниловым спиртом, за счет химического воздействия на обрабатываемую поверхность и трения высоковязкой жидкостью со взвешенным алмазным микропорошком позволили при доводочном полировании получить поверхность на деталях из бескислородной меди со светоотражающей способностью 99,3%.

Введение в состав аэросила и поливинилового спирта свыше оптимального содержания приводит к повышению вязкости суспензии и падению производительности процесса.

**Полировальная химически активная суспензия**

Целью рекомендации является создание способа получения полировальной химически активной суспензии, при использовании которой можно было бы достигнуть высокой производительности процесса обработки молибденовых поверхностей, равномерности съема металла и высокой отражательной способности обрабатываемой поверхности.

Эта цель достигается тем, что в известный состав, содержащий алмазный порошок, сернокислую медь и воду, дополнительно вводят полиакриламид, при этом суспензию готовят в две стадии. Предварительно водный раствор полиакриламида в смеси с алмазным микропорошком подвергают воздействию ультразвука с частотой 20 кГц в течение 5–6 ч с последующим введением при перемешивании молотой сернокислой меди при процентном соотношении алмазного микропорошка, полиакриламида, сернокислой меди и воды соответственно: % вес: алмазный микропорошок 1–2; сернокислая медь 20–25; полиакриламид 6–8; вода 66–74.

Содержание оптимального количества компонентов устанавливали по результатам производительности и оптическим параметрам.

Алмазный микропорошок, входящий в состав суспензии, обеспечивает механический процесс резания – царапания обрабатываемой поверхности при одновременном удалении пленки образующихся химических продуктов от взаимодействия химически активных веществ с металлом обрабатываемой поверхности, т.е. препятствует ее пассивированию, обнажая слои металла с высокой химической активностью. При этом важно, что химическая активность металлической поверхности обеспечивается не только ее чистотой в стадии диспергирования, но и напряженным состоянием поверхностных кристаллов за счет их наклепа, а также локального нагрева в местах взаимодействия алмазных зерен с обрабатываемой поверхностью.

Оптимальное содержание алмазного микропорошка в суспензии при доводочном полировании, обычно применяемых при этом зернистостей АСМ 2/1, АСМ 1/0, находится в пределах 1–2 мас.%. Этого содержания достаточно, чтобы постоянно поддерживать распределение зерен на полировальнике в один слой. Увеличение содержания алмазного микропорошка не приводит к заметному повышению производительности процесса резания-царапания металлической поверхности и вместе с тем приводит к неоправданному повышению расходования алмазного микропорошка. При этом надо иметь в виду, что для равномерности распределения зерен в слое суспензии, находящейся между полировальником (притиром) и обрабатываемой поверхностью, необходимо обеспечить стабильность нахождения алмазных зерен во взвешенном состоянии, а также равномерную подачу суспензии в зону обработки. Это может быть обеспечено за счет повышения вязкости жидкой составляющей суспензии путем введения соответствующих компонентов, которые при этом не должны способствовать коагуляции микрочастиц алмазов (их комкованию).

Этому требованию, в предлагаемой суспензии, удовлетворяет раствор полиакриламида, который играет роль и комплексообразователя, оказывающего химическое действие на обрабатываемую поверхность, но и вязкой среды при приготовлении состава и его использовании по разработанному способу.

Содержание полиакриламида в суспензии регламентируется вязкостью жидкой составляющей. При содержании полиакриламида свыше 8% уменьшается производительность процесса съема металла в результате затруднения попадания свежих порций суспензии в зазор между обрабатываемой поверхностью и полировальником и в следствии демпфирующего действия суспензии.

С точки зрения достижения наибольшего съема металла имеет смысл повышение содержания в суспензии сернокислой меди до 25%. При этом достигается и максимальная отражательная способность обработанной поверхности. Уменьшение содержания сернокислой меди менее 20% приводит к уменьшению съема металла.

# ОГЛАВЛЕНИЕ

<b>Введение</b> .....	3
-----------------------	---

## Часть 1

### **Теоретические основы формирования параметров микрогеометрии обрабатываемых поверхностей**

<b>Глава 1. Параметры качества обработки</b> .....	5
1.1. Общие сведения. Основные понятия и определения.....	5
1.2. Технологическая классификация характерных деталей.....	9
1.3. Назначение критериев для оценки качества обработки материалов. Область применения.....	17
1.4. Сущность характеристик качества обработки материалов.....	29
1.4.1. Геометрические характеристики качества поверхности деталей.....	29
1.4.2. Технологическое обеспечение необходимых параметров шероховатости поверхности.....	38
1.4.3. Параметры физико-химического состояния поверхности.....	60
1.4.4. Технологическое обеспечение физико-химических свойств поверхности.....	63
1.5. Взаимосвязь качества обработки поверхности и эксплуатационных свойств изделий.....	78
1.6. Критерии оценки качества обработки.....	79
1.6.1. Стандартизация неровностей поверхностей.....	79
1.6.2. Контроль параметров и измерение их значений.....	80
1.7. Пути улучшения качества обработки поверхностей деталей машин.....	84
<b>Глава 2. Кинематика образования шероховатости поверхности при шлифовании</b> .....	86
2.1. Аналитическое описание параметров приведенного режущего профиля круга.....	86
2.2. Общие закономерности образования вероятностной поверхности резания при шлифовании.....	95
2.3. Образование вероятностной поверхности резания в условиях радиальной многопроходности съема припуска.....	101
2.4. Оценка достоверности результатов расчетов.....	109
2.5. Закономерности процесса шлифования с учетом износа зерен круга.....	112
2.6. Расчет шероховатости обработки при шлифовании с	

	учетом износа зерен круга .....	120
2.7.	Экспериментальные исследования параметров срезаемых стружек.....	125
2.8.	Физические закономерности микрорезания единичным зерном в форме сферы .....	129
2.8.1.	Расчетная схема стружкообразования при микрорезании единичным зерном .....	129
2.8.2.	Параметры силовой напряженности процесса микрорезания.....	132
2.8.3.	Влияние износа зерна на параметры силовой напряженности микрорезания .....	135
2.8.4.	Сравнение расчетных и экспериментальных данных для условий микрорезания единичным зерном.....	137
2.9.	Энергетический подход к оценке шероховатости поверхности при алмазно-абразивной обработке .....	139
<b>Глава 3.</b>	<b>Качество и производительность обработки при торцовом алмазном шлифовании.....</b>	<b>144</b>
3.1.	Кинематика формообразования торцовой поверхности вращающегося кольца при шлифовании .....	144
3.2.	Экспериментальные исследования технологии электроэрозионной правки торцовых алмазных кругов .....	147
3.3.	Экспериментальные исследования производительности обработки и износостойкости алмазного торцового круга при шлифовании .....	154
3.4.	Исследование качества обработки при торцовом алмазном шлифовании .....	157
3.5.	Условия снижения температуры резания при шлифовании.....	160
3.6.	Влияние ширины рабочей части торцового алмазного круга на показатели шлифования.....	163
3.7.	Экспериментальные исследования плоского алмазного шлифования торцевых поверхностей релитовых уплотнений .....	165
<b>Глава 4.</b>	<b>Эффективность применения алмазного электроэрозионного шлифования .....</b>	<b>171</b>
4.1.	Условия повышения эффективности алмазного шлифования высокопрочных пластичных материалов.....	171
4.2.	Влияние степени затупления зерен круга на показатели алмазного электроэрозионного шлифования.....	173
4.3.	Физические закономерности алмазного электроэрозионного шлифования высокопрочных штамповых сталей .....	178
4.4.	Физические закономерности алмазного электроэрози-	



	онного шлифования стали ШХ15.....	183
4.5.	Физические закономерности алмазного электроэрозионного шлифования теплостойких наплавов.....	186
4.6.	Роль кинематического и физического факторов в процессе алмазного шлифования.....	189
4.7.	Условия повышения производительности и снижения энергоемкости алмазного шлифования.....	194
4.8.	Условия уменьшения силы резания при алмазном шлифовании.....	199
4.9.	Роль объема межзеренного пространства алмазного круга в повышении эффективности шлифования.....	203
4.10.	Условия стабилизации режущего рельефа алмазного круга.....	210
4.11.	Расчет и анализ предельной производительности алмазного шлифования.....	212
4.12.	Управление динамикой процесса шлифования.....	217
<b>Глава 5.</b>	<b>Качество обработанной поверхности инструментальных материалов.....</b>	<b>221</b>
5.1.	Влияние условий контактирования при шлифовании на шероховатость обрабатываемой поверхности.....	221
5.2.	Взаимосвязь параметров шероховатости применительно к процессам обработки инструментом из СТМ.....	230
5.3.	Ограничения по алмазной обработке инструментальной керамики: производительность и качество обработки.....	238
<b>Глава 6.</b>	<b>Параметры качества обработки при чистовом и тонком абразивном шлифовании.....</b>	<b>247</b>
6.1.	Разработка математических моделей для описания процессов чистового и тонкого шлифования.....	247
6.1.1.	Динамика формирования отклонений формы с учетом шероховатости и волнистости поверхностей деталей при шлифовании.....	247
6.1.2.	Построение математической модели форм детали и круга.....	249
6.1.3.	Влияние технологической системы на процесс формирования поверхности при шлифовании.....	254
6.1.4.	Построение внешних динамических соотношений, взаимодействия круга и заготовки в процессе шлифования.....	256
6.1.5.	Построение внешних динамических соотношений, не требующих дифференцирования отклонений форм.....	262
6.1.6.	Построение формирующего фильтра - получение стохастических характеристик «Внут-	

	ренней динамики».....	265
6.1.7.	Расширенная модель взаимодействия круга и заготовки в процессе шлифования.....	272
6.1.8.	Оценка недоступных непосредственному измерению параметров технологического процесса с применением построенных динамических моделей .....	274
6.2.	Разработка упрощенного описания для моделирования процессов чистового и тонкого шлифования .....	278
6.2.1.	Основные гипотезы, предпосылки и принятые допущения для упрощения при моделировании .....	278
6.2.2.	Вычисление текущего значения радиус-вектора обрабатываемой поверхности .....	278
6.2.3.	Определение фактической глубины резания с учетом изменения профиля инструмента и вибрации в технологической системе .....	282
6.2.4.	Методика расчета отклонений формы, расположения и волнистости поверхностей деталей .....	288
6.2.5.	Аналитический расчет параметров шероховатости поверхности .....	297
6.2.6.	Синтез фильтра Калмана-Бьюси для упрощенной модели операции круглого наружного шлифования .....	301
<b>Глава 7.</b>	<b>Качество обработки при резании резцами из сверхтвердых материалов .....</b>	<b>305</b>
7.1.	Влияние геометрии режущей части резцов на шероховатость обработанной поверхности .....	305
7.2.	Влияние режимов резания на шероховатость обработанной поверхности .....	308
7.3.	Влияние подачи и износа резца на основные характеристики шероховатости обработанной поверхности .....	310
7.4.	Физико-механическое состояние поверхностного слоя после обработки резцами из эльбора-Р.....	318

## **Часть 2**

### **Теоретические основы формирования параметров качества обработки под воздействием температурного фактора**

<b>Глава 1.</b>	<b>Качество поверхностного слоя деталей машин при шлифовании .....</b>	<b>324</b>
1.1.	Термомеханические процессы, протекающие в	

	поверхностном слое при шлифовании зубчатых колес .....	324
<b>Глава 2.</b>	<b>Исследование технологических условий и принципов формирования параметров качества поверхностного слоя зубчатых колес при зубошлифовании .....</b>	<b>337</b>
2.1.	Влияние технологии изготовления зубчатых колес на точность и качество поверхностного слоя .....	337
2.2.	Теоретический анализ погрешностей зубчатого колеса .....	346
2.3.	Распределение припуска по проходам .....	355
2.4.	Влияние перекрестного процесса шлифования на качество поверхностного слоя зубчатых колес .....	370
2.4.1.	Остаточные напряжения при перекрестном шлифовании зубчатых колес .....	370
2.4.2.	Микрорельеф поверхности при перекрестном зубошлифовании на станках 5851 с 15° установкой кругов.....	374
2.5.	Связь исходной твердости материала с качеством поверхностного слоя зубчатых колес .....	378
2.6.	Влияние критических точек структурных превращений материала на склонность его к возникновению шлифовочных трещин .....	380
2.7.	Особенности формирования качества поверхностного слоя при шлифовании зубчатых колес .....	386
2.8.	Влияние режимов зубошлифования на качество поверхностного слоя.....	389
2.9.	Влияние исходного состояния материала на склонность к возникновению шлифовочных дефектов.....	392
2.10.	Влияние химико-термической обработки на склонность материала к возникновению шлифовочных трещин .....	394
2.10.1.	Влияние температуры отпуска и времени разрыва между закалкой и обработкой холодом на склонность материала к возникновению шлифовочных трещин.....	394
<b>Глава 3.</b>	<b>Кинетика теплового и напряженно-деформированного состояния цементированного слоя зубчатых колес при шлифовании .....</b>	<b>396</b>
<b>Глава 4.</b>	<b>Расчеты температурных полей при шлифовании .....</b>	<b>409</b>
4.1.	Краткие сведения о теплопроводности .....	409
4.2.	Метод источников.....	412
4.2.1.	Примеры построения функции Грина .....	412
4.2.2.	Граничные условия.....	415
4.2.3.	Движущиеся источники .....	420
4.2.4.	Плоское шлифование с охлаждением.....	429

4.2.5.	Шлифование тонких пластин .....	442
4.2.6.	Шлифование клиновидных деталей .....	454
4.2.6.1.	Односторонний источник.....	454
4.2.6.2.	Двухсторонний источник .....	466
4.2.7.	Исследование нестационарного температурного поля.....	471
4.3.	Метод интегральных преобразований.....	477
4.3.1.	Сущность метода .....	477
4.3.2.	Пример применения метода.....	479
4.4.	Шлифование цилиндрических деталей (кольцевой источник тепла).....	488
4.4.1.	Шлифование сплошных деталей.....	488
4.4.2.	Шлифование полых деталей.....	501
4.5.	Шлифование цилиндрических деталей с винтовым источником тепла.....	511
4.6.	Численные методы решения дифференциальных уравнений теплопроводности.....	516
<b>Глава 5.</b>	<b>Математическое обеспечение компьютерной системы технологической диагностики профильного шлифования (по критерию качества поверхностного слоя).....</b>	<b>553</b>
5.1.	Проблемы инженерии поверхностного слоя деталей .....	555
5.2.	Управление качеством поверхностного слоя на основе диагностики состояния технологических систем.....	558
5.2.1.	Диагностика технологических систем, как необходимое условие для управления точностью и качеством обработки.....	558
5.2.2.	Диагностика технологических систем шлифования.....	563
5.3.	Метрологическое обеспечение компьютерных систем технологической диагностики.....	564
5.3.1.	Выбор и обоснование измерительной задачи на основе классификации измерений в метрологии.....	564
5.3.2.	Этапы процесса измерения .....	566
5.3.3.	Методика градуировки и оценки класса точности первичных измерительных преобразователей на примере преобразователя активной мощности.....	568
5.3.4.	Определение погрешности эксперимента при равноточных измерениях .....	576
5.4.	Разработка математической модели процесса профильного шлифования для прогнозирования и оценки качества поверхностного слоя.....	585

5.4.1.	Температура шлифования и глубина ее проникновения в материал, как моделируемые свойства процесса по критерию качества поверхностного слоя .....	585
5.4.2.	Сравнительный анализ точности существующих математических моделей температурного поля при шлифовании .....	590
5.4.3.	Обоснование выбора математической модели температурного поля применительно к шлифованию резьбы полукруглого профиля .....	593
5.4.4.	Обеспечение преемственности моделей объекта при шлифовании резьбы полукруглого профиля .....	593
5.4.5.	Разработка способов количественной оценки глубины дефектного слоя .....	595
5.5.	Теоретическое и экспериментальное исследование глубины дефектного слоя и предопределяющих его параметров при профильном шлифовании .....	598
5.5.1.	Определение глубины пластически-деформированного слоя при шлифовании резьбы авиационных ходовых винтов .....	598
5.5.2.	Исследование плотности теплового потока и глубины дефектного слоя на различных участках профиля шлифуемой резьбы .....	602
5.5.2.1.	Теоретическое исследование плотности теплового потока .....	602
5.5.2.2.	Экспериментальное исследование плотности теплового потока .....	607
5.5.2.3.	Экспериментальное определение глубины дефектного слоя при резьбошлифовании .....	614
5.6.	Применение твердых технологических смазок для управления качеством поверхностного слоя .....	615
5.7.	Разработка структурной схемы компьютерной системы технологической диагностики .....	617
5.8.	Новое поколение станков с ЧПУ – новые технологические возможности обеспечения качества деталей .....	622

### **Часть 3**

## **Основы доводки металлов свободным абразивом**

<b>Глава 1. Общие сведения о процессе доводки металлов свободным абразивом .....</b>	<b>625</b>
--	------------

1.1.	Характеристика процесса доводки .....	625
1.2.	Абразивные материалы для обработки свободным зерном и их маркировка .....	626
1.3.	Жидкости, применяемые при доводке металлов .....	630
1.4.	Притиры .....	632
1.5.	Станки для доводки .....	635
1.6.	Механизм резания при различных видах процесса доводки металлов .....	637
1.7.	Влияние различных факторов на эффект процесса доводки металлов .....	640
1.7.1.	Доводка с намазкой притиров .....	641
1.7.2.	Доводка металлов с непрерывной подачей абразивной смеси .....	643
1.7.3.	Доводка шаржированными притирами .....	646
1.7.4.	Припуски и режимы обработки при доводке металлов .....	647
1.7.5.	Изменение геометрической формы деталей и точность при доводке .....	649
<b>Глава 2.</b>	<b>Процесс резания – царапания при доводке металлов свободным абразивом .....</b>	<b>651</b>
2.1.	Работа резания при доводке металлов свободным абразивом и ее составляющие .....	651
2.2.	Механизм резания-царапания при доводке металлов свободным абразивом .....	652
2.2.1.	Геометрия абразивных зерен .....	652
2.2.2.	Характер движения абразивных зерен в процессе доводки металлов свободным абразивом .....	655
2.2.3.	Особенности процессов резания-царапания металлов абразивными зёрнами .....	656
2.2.4.	Силы, развивающиеся при резании-царапании абразивным зерном .....	660
2.2.5.	Влияние реальной (шероховатой) поверхности обработки на характер резания-царапания металлов свободным абразивом .....	662
2.3.	Влияние размера абразивных зерен на съём металла и шероховатость обработанной поверхности при доводке металлов свободным абразивом .....	664
2.4.	Влияние удельного давления притира на съём металла и шероховатость обрабатываемой поверхности .....	668
2.5.	Влияние жидкости, входящей в состав абразивной смеси на процесс доводки металлов свободным абразивом .....	670

2.5.1	Условия проникновения жидкости в зону контакта поверхностей абразивного зерна и обрабатываемого металла .....	670
2.5.2	Влияние вязкости жидкости на процесс доводки металлов свободным абразивом.....	673
2.5.3	Воздействие жидкости на процесс деформации металла в зоне резания при доводке свободным абразивом с осциллирующим движением притира .....	675
2.6.	Износ рабочей поверхности притира в процессе доводки металлов свободным абразивом.....	679
<b>Список литературы</b> .....		685
<b>Приложения</b> .....		704

**Научное издание**

**Физико-математическая теория процессов обработки  
материалов и технологии машиностроения**

В десяти томах под общей редакцией

**Ф. В. Новикова и А. В. Якимова**

**Том 6**

**Качество обработки деталей машин**

**Монография**

Авторы: **Новиков Федор Васильевич**  
**Якимов Александр Васильевич**  
**Новиков Григорий Васильевич**  
**Якимов Алексей Александрович**  
**Ларшин Василий Петрович**  
**Лавриненко Валерий Иванович**  
**Новоселов Юрий Константинович**  
**Каинов Дмитрий Алексеевич**  
**Коломиец Владимир Владимирович**  
**Кривошапка Юрий Николаевич**  
**Дудко Петр Дмитриевич**  
**Шкурупий Валентин Григорьевич**  
**Браташевский Александр Юрьевич**  
**Ткаченко Валерий Павлович**  
**Гуцаленко Юрий Григорьевич**

Ответственный за выпуск **Новиков Ф.В.**

Редактор **Лучнева Т.И.**

Корректор **Мищенко Н.В.**

ISBN 966 – 7810 – 33 – X

ISBN 966 – 7810 – 47 – X

Подписано к печати 28.05.2003. Формат 60 84/16.

Бумага белая. Печать – ризография. 44,7 усл. печ. л. 37,2 уч.– изд. л.

Тираж 500 экз. Заказ № 965. Цена договорная.

---

Одесский Национальный политехнический университет  
г. Одесса, проспект Шевченко, 1

---

Издательство Курсор, г. Харьков, пр. Театральный, 11/13

---

Отпечатано в типографии завода «ФЭД»  
г. Харьков, ул. Сумская, 132