

Оптимизация структуры технологического процесса съема припуска при механической обработке

Новиков Ф.В., докт. техн. наук, Ковальчук А.Н. (г. Харьков)

В работе приведено теоретическое решение о распределении съема припуска по его толщине и изменении величины упругого перемещения при механической обработке

При исследовании механической обработки большое внимание уделено оптимизации параметров режимов резания и в меньшей мере – оптимизации структуры процесса съема припуска по его толщине. В научно-технической литературе фактически отсутствуют теоретические решения об изменении скорости съема припуска по его толщине, которые чрезвычайно важны для научно-обоснованного выбора количества операций и переходов с целью обеспечения требуемых параметров качества и точности обработки конкретных поверхностей деталей. В наших работах [1–4] предложены теоретические подходы для решения данных задач. Целью настоящей работы является дальнейшее развитие этих подходов, получение аналитических зависимостей для определения оптимальной структуры съема припуска (по его толщине) при механической обработке.

Определим наиболее производительный вариант обработки прямолинейного образца по схеме врезного шлифования торцом круга с учетом ограничения по точности обработки δ , обусловленной упругими перемещениями в технологической системе.

Предположим, что величина упругого перемещения δ упрощенно выражается зависимостью

$$\delta = B \cdot V_0, \quad (1)$$

где V_0 – скорость радиальной подачи шлифовального круга, м/с; B – размерный коэффициент, учитывающий характеристики круга и обрабатываемого материала, режимы резания.

При обработке в один переход основное время обработки τ определится

$$\tau = \frac{P}{V_0} = B \cdot \frac{P}{\delta}. \quad (2)$$

где P – величина снимаемого припуска, м.

При обработке в два перехода (после первого перехода шлифовальный круг выходит из контакта с обрабатываемым образцом и происходит восстановление упругих перемещений в технологической системе) основное время τ определится как сумма двух слагаемых

$$\tau = \tau_1 + \tau_2 = \frac{P_1}{V_1} + \frac{P_2 + \delta_1 - \delta_2}{V_2}, \quad (3)$$

где P_1 , P_2 – соответственно величины снимаемых припусков на первом и вто-

ром переходах, м; V_1, V_2 – соответственно скорости радиальной подачи на первом и втором переходах, м/с; $\delta = B \cdot V_0$ – величина упругого перемещения, возникающего на первом переходе, который затем удаляется на втором переходе; $\delta_2 = B \cdot V_2$ – величина упругого перемещения, возникающего на втором переходе, которая определяет погрешность обработки.

Преобразуем зависимость (3) с учетом $\Pi_2 = \Pi - \Pi_1$, выражая скорости V_1 и V_2 через величины δ_1 и δ_2 :

$$\tau = B \cdot \left[\Pi_1 \cdot \left(\frac{1}{\delta_1} - \frac{1}{\delta_2} \right) + \frac{\Pi}{\delta_2} + \frac{\delta_1}{\delta_2} - 1 \right], \quad (4)$$

где Π – суммарная величина снимаемого припуска, м.

В данной зависимости параметры Π, B, δ_2 заданы, неизвестным параметром является величина δ_1 . Очевидно, с изменением δ_1 основное время обработки τ изменяется по экстремальной зависимости. Для определения точки экстремума функции τ приравняем первую производную τ'_{δ_1} нулю

$$\tau'_{\delta_1} = B \cdot \left(-\frac{\Pi_1}{\delta_1^2} + \frac{1}{\delta_2} \right) = 0. \quad (5)$$

Откуда

$$\delta_1 = \sqrt{\Pi_1 \cdot \delta_2}. \quad (6)$$

Определим знак второй производной функции τ в точке экстремума:

$$\tau''_{\delta_1} = B \cdot \frac{2\Pi_1}{\delta_1^3} > 0. \quad (7)$$

Следовательно, в точке экстремума функция τ принимает минимальное значение, рис. 1.

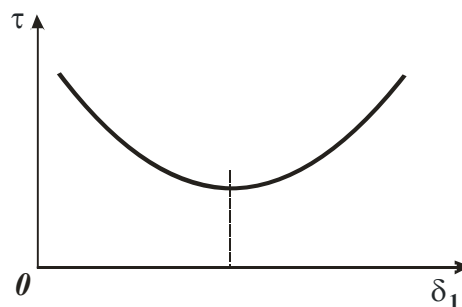


Рис. 1. Зависимость τ от δ_1 .

Подставляя в (4) зависимость (7), определим минимальное основное время обработки

$$\tau_{min} = B \cdot \left[\sqrt{\frac{\Pi_1}{\delta_2}} + \sqrt{\frac{\Pi_1}{\delta_2}} + \frac{(\Pi - \Pi_1)}{\delta_2} - 1 \right]. \quad (8)$$

Первое слагаемое зависимости (8) определяет время первого перехода, а сумма второго, третьего и четвертого слагаемых – время второго перехода.

Из зависимости (8) следует неоднозначное влияние величины Π_1 на основное время τ_{min} , т.е. существует экстремум функции τ_{min} от Π_1 . Для определения экстремума первую производную функции τ_{min} от Π_1 приравняем нулю:

$$(\tau_{min})'_{\Pi_1} = B \cdot \left(\sqrt{\frac{\delta_2}{\Pi_1}} \cdot \frac{1}{\delta_2} - \frac{1}{\delta_2} \right) = 0 . \quad (9)$$

Откуда

$$\Pi_1 = \delta_2 . \quad (10)$$

Определим знак второй производной функции τ_{min} от Π_1 в точке экстремума:

$$(\tau_{min})''_{\Pi_1} = -\frac{B}{2 \cdot \sqrt{\Pi_1 \cdot \delta_1 \cdot \Pi_1}} < 0 . \quad (11)$$

Следовательно, в точке экстремума функция τ_{min} принимает максимальное значение, рис. 2. Из этого вытекает, что добиться уменьшения τ_{min} можно двумя путями, выполняя условия: $\Pi_1=0$ и $\Pi_1 = \Pi$.

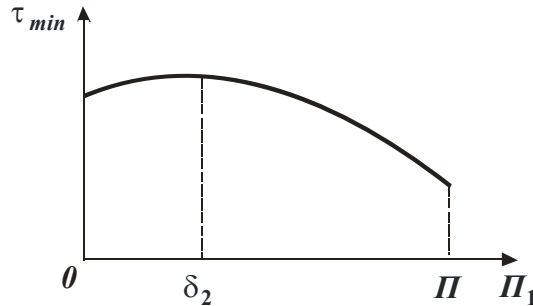


Рис. 2. Зависимость τ_{min} от Π_1 .

Очевидно, в первом случае обработка производится в один переход, а во втором случае — в два перехода и функция τ_{min} принимает значение

$$\tau_{min} = B \cdot \left(2 \cdot \sqrt{\frac{\Pi}{\delta_2}} - 1 \right) . \quad (12)$$

При этом время второго перехода, исходя из зависимости (8), при $\Pi_1 = \Pi$ меньше времени первого перехода.

Из зависимости (8) также следует, что во втором случае ($\Pi_1 = \Pi$) основное время τ_{min} меньше, чем в первом случае ($\Pi_1=0$). Поэтому добиться наибольшего снижения основного времени τ_{min} с учетом ограничения по точности обработки δ_2 можно при условии $\Pi_1 = \Pi$.

Оценим влияние количества переходов на основное время τ . При обработке в три перехода основное время τ выразится:

$$\tau = \frac{\Pi}{V_1} + \frac{(\delta_1 - \delta_2)}{V_2} + \frac{(\delta_2 - \delta_3)}{V_3} . \quad (13)$$

В данном случае величина упругого перемещения $\delta_3 = B \cdot V_3$, возникающего на третьем переходе, определяет точность обработки и она задана. Задана также и величина снимаемого припуска Π . Выразим в зависимости (13) ско-

рость радиальной подачи на каждом переходе (V_1, V_2, V_3) через соответствующие величины упругого перемещения на каждом переходе ($\delta_1, \delta_2, \delta_3$). Тогда зависимость (13) примет вид:

$$\tau = B \cdot \left(\frac{\Pi}{\delta_1} + \frac{\delta_1}{\delta_2} + \frac{\delta_2}{\delta_3} - 2 \right). \quad (14)$$

Величины δ_1 и δ_2 неоднозначно влияют на основное время τ , т.е. существуют экстремумы функции τ от переменных δ_1 и δ_2 . Для их определения вычислим первые производные функции τ от переменных δ_1, δ_2 и приравняем их нулю:

$$\tau'_{\delta_1} = B \cdot \left(-\frac{\Pi}{\delta_1^2} + \frac{1}{\delta_2} \right) = 0, \quad (15)$$

$$\tau'_{\delta_2} = B \cdot \left(-\frac{\delta_1}{\delta_2^2} + \frac{1}{\delta_3} \right) = 0. \quad (16)$$

Очевидно, вторые производные функции τ от переменных δ_1 и δ_2 положительные величины. Поэтому в точках экстремума функция τ принимает минимальные значения.

Из уравнения (16) следует

$$\delta_2 = \sqrt[3]{\delta_3^2 \cdot \Pi}. \quad (17)$$

Тогда

$$\delta_1 = \sqrt[3]{\delta_3 \cdot \Pi^2}. \quad (18)$$

Подставим выражения (17) и (18) в (14):

$$\tau_{min} = B \cdot \left(3 \cdot \sqrt[3]{\frac{\Pi}{\delta_3}} - 2 \right). \quad (19)$$

В итоге пришли к зависимости, аналогичной зависимости (12) для обработки в два перехода.

Определим основное время обработки в четыре перехода:

$$\tau = \frac{\Pi}{V_1} + \frac{(\delta_1 - \delta_2)}{V_2} + \frac{(\delta_2 - \delta_3)}{V_3} + \frac{(\delta_3 - \delta_4)}{V_4}. \quad (20)$$

Здесь величина упругого перемещения $\delta_4 = B \cdot V_4$ определяет точность обработки и она задана. Выразим в зависимости (20) скорости V_1, V_2, V_3, V_4 через соответствующие значения величины упругого перемещения на каждом переходе $\delta_1, \delta_2, \delta_3, \delta_4$:

$$\tau = B \cdot \left(\frac{\Pi}{\delta_1} + \frac{\delta_1}{\delta_2} + \frac{\delta_2}{\delta_3} + \frac{\delta_3}{\delta_4} - 3 \right). \quad (21)$$

Как и в предыдущих случаях, величины δ_1, δ_2 и δ_3 неоднозначно влияют на основное время обработки τ , т.е. существует экстремум функции τ от величин δ_1, δ_2 и δ_3 . Подчиним функцию τ необходимому условию экстремума:

$$\tau'_{\delta_1} = B \cdot \left(-\frac{\Pi}{\delta_1^2} + \frac{1}{\delta_2} \right) = 0, \quad (22)$$

$$\tau'_{\delta_2} = B \cdot \left(-\frac{\delta_1}{\delta_2^2} + \frac{1}{\delta_3} \right) = 0, \quad (23)$$

$$\tau'_{\delta_3} = B \cdot \left(-\frac{\delta_2}{\delta_3^2} + \frac{1}{\delta_4} \right) = 0. \quad (24)$$

Очевидно, вторые производные функции τ от переменных δ_1 , δ_2 и δ_3 положительные величины. Поэтому функция τ в точках экстремума принимает минимальные значения.

Разрешая уравнения (22), (23) и (24) относительно переменных δ_1 , δ_2 и δ_3 , имеем:

$$\delta_1 = \sqrt[4]{\Pi^3 \cdot \delta_4}, \quad (25)$$

$$\delta_2 = \sqrt[4]{\Pi^2 \cdot \delta_4^2}, \quad (26)$$

$$\delta_3 = \sqrt[4]{\Pi \cdot \delta_4^3}. \quad (27)$$

Подставляя выражения (25), (26), (27) в зависимость (21), определим минимальное основное время τ_{min} :

$$\tau_{min} = B \cdot \left(4 \cdot \sqrt[4]{\frac{\Pi}{\delta_4}} - 3 \right). \quad (28)$$

Из зависимости (28) вытекает, что по длительности все переходы (за исключением первого) одинаковы. Исходя из зависимости (21) это означает, что отношение величин упругих перемещений, возникающих на предшествующем и последующем переходах, одинаково и равно

$$\left(\sqrt[4]{\frac{\Pi}{\delta_4}} - 1 \right).$$

Следовательно, с каждым последующим переходом величина упругого перехода убывает по геометрической прогрессии. Знаменателем убывающей прогрессии является приведенное выше отношение величин упругих перемещений, возникающих на предшествующем и последующем переходах.

Полученные зависимости (12), (19) и (28) позволяют установить общую закономерность изменения функции τ_{min} при обработке с большим количеством переходов n :

$$\tau_{min} = B \cdot \left[n \cdot \left(\frac{\Pi}{\delta_n} \right)^{\frac{1}{n}} - (n-1) \right] = B \cdot \left\{ n \cdot \left[\left(\frac{\Pi}{\delta_n} \right)^{\frac{1}{n}} - 1 \right] + 1 \right\}. \quad (29)$$

В табл. 1 приведены расчетные значения τ_{min} для $B=1$ и $z = \frac{\Pi}{\delta_n} = 100$.

Таблица 1

n	1	2	3	4	5	6	10	20
τ_{min}	100,0	19,0	11,8	9,6	8,5	7,9	7,0	6,4

Как видно, с увеличением количества переходов n минимальное основное время τ_{min} непрерывно уменьшается. При этом наибольшее снижение функции τ_{min} достигается при изменении n от 1 до 3–4, т.е. эффективно обработку производить в 3–4 перехода (для операции) или в такое же количество операций (для технологического процесса).

Установим закономерности фактического съема материала припуска на каждом переходе при обработке в n переходов. Для этого обратимся к решению, полученному при обработке в 4 перехода и описываемому зависимостями (25), (26), (27).

Текущее значение снимаемого припуска $\Pi_{тек}$ можно представить:

$$\Pi_{тек} = \Pi_1 + \Pi_2 + \Pi_3 + \Pi_4 = (\Pi - \delta_1) + (\delta_1 - \delta_2) + (\delta_2 - \delta_3) + (\delta_3 - \delta_4), \quad (30)$$

где $\Pi_1, \Pi_2, \Pi_3, \Pi_4$ – значения припусков, удаляемых на каждом переходе, м;

$$\Pi_1 = \Pi - \sqrt[4]{\Pi^3 \cdot \delta_4}; \quad \Pi_2 = \sqrt[4]{\Pi^3 \cdot \delta_4} - \sqrt[4]{\Pi^2 \cdot \delta_4^2}; \quad \Pi_3 = \sqrt[4]{\Pi^2 \cdot \delta_4^2} - \sqrt[4]{\Pi \cdot \delta_4^3};$$

$$\Pi_4 = \sqrt[4]{\Pi \cdot \delta_4^3} - \delta_4.$$

Рассмотрим относительную величину

$$\frac{\Pi_{тек}}{\Pi} = \left[1 - \left(\frac{1}{z} \right)^{\frac{1}{4}} \right] + \left[\left(\frac{1}{z} \right)^{\frac{1}{4}} - \left(\frac{1}{z} \right)^{\frac{2}{4}} \right] + \left[\left(\frac{1}{z} \right)^{\frac{2}{4}} - \left(\frac{1}{z} \right)^{\frac{3}{4}} \right] + \left[\left(\frac{1}{z} \right)^{\frac{3}{4}} - \left(\frac{1}{z} \right)^{\frac{4}{4}} \right], \quad (31)$$

где $z = \frac{\Pi}{\delta_4} > 1$.

Пример расчета. Примем $z=49$.

$$\begin{aligned} \frac{\Pi_{тек}}{\Pi} &= (1 - 0,38) + (0,38 - 0,14) + (0,14 - 0,054) + (0,054 - 0,02) = \\ &= 0,62 + 0,24 + 0,086 + 0,034 = 0,98. \end{aligned}$$

В сумме $\frac{\Pi_{тек}}{\Pi} + \frac{1}{z} = 0,98 + 0,2 = 1,0$, т.е. расчеты выполнены правильно.

Как видим, относительная величина снятого припуска на каждом последующем переходе уменьшается по закону геометрической прогрессии. Нетрудно видеть, что отношение снятого припуска на предыдущем и последующем переходах остается одинаковой величиной.

Суммарная величина упругого перемещения определяется зависимостью

$$\delta = \delta_1 + \delta_2 + \delta_3 + \delta_4 = \sqrt[4]{\Pi^3 \cdot \delta_4} + \sqrt[4]{\Pi^2 \cdot \delta_4^2} + \sqrt[4]{\Pi \cdot \delta_4^3} + \delta_4. \quad (32)$$

Относительная величина δ / Π равна

$$\begin{aligned} \frac{\delta}{\Pi} &= \sqrt[4]{\frac{\delta_4}{\Pi}} + \sqrt[4]{\left(\frac{\delta_4}{\Pi}\right)^2} + \sqrt[4]{\left(\frac{\delta_4}{\Pi}\right)^3} + \sqrt[4]{\left(\frac{\delta_4}{\Pi}\right)^4} = \\ &= \left(\frac{1}{z}\right)^{\frac{1}{4}} + \left(\frac{1}{z}\right)^{\frac{2}{4}} + \left(\frac{1}{z}\right)^{\frac{3}{4}} + \left(\frac{1}{z}\right)^{\frac{4}{4}} \end{aligned} \quad (33)$$

Относительная величина упругого перемещения на каждом последующем переходе уменьшается. Соответственно суммарный фактически снятый припуск увеличивается:

$$\left(1 - \frac{\delta}{\Pi}\right) = 1 - \left(\frac{1}{z}\right)^{\frac{1}{4}} - \left(\frac{1}{z}\right)^{\frac{2}{4}} - \left(\frac{1}{z}\right)^{\frac{3}{4}} - \left(\frac{1}{z}\right)^{\frac{4}{4}}. \quad (34)$$

Приведенные решения (33), (34) можно распространить для анализа обработки с n переходами:

$$\frac{\delta}{\Pi} = \sum_{i=1}^n \left(\frac{1}{z}\right)^{\frac{1}{i}}. \quad (35)$$

По мере увеличения количества переходов i при обработке в n переходов слагаемые ряда (35) уменьшаются (рис. 3). Это соответствует приблизительно экспоненциальному закону изменения величины упругого перемещения, что хорошо согласуется с полученными нами теоретическими результатами [2–4]. Суть их сводится к тому, что наибольшую производительность с учетом ограничения по точности обработки можно достичь при съеме припуска в одну операцию, осуществляя схему выхаживания, т.е. схему обработки с отключенной радиальной подачей и с начальным натягом в технологической системе, равным величине снимаемого припуска.

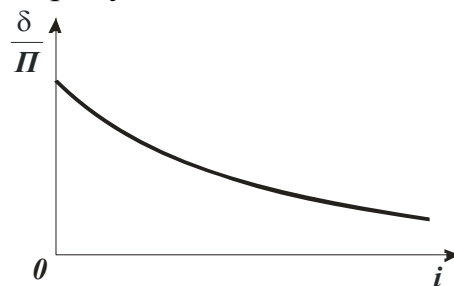


Рис. 3. Зависимость δ/Π от текущего количества переходов i .

Список литературы:

1. Новиков Ф.В. Физические и кинематические основы высокопроизводительного алмазного шлифования: Автореф. дис....докт. техн. наук: 05.03.01 / Одес. гос. политехн. ун-т. – Одесса, 1995. – 36 с.
2. Теоретические основы резания и шлифования материалов: Учеб. пособие / Якимов А.В., Новиков Ф.В., Новиков Г.В. и др. – Одесса: ОГПУ, 1999. – 450 с.
3. Физико-математическая теория процессов обработки материалов и технологии машиностроения / Под общ. ред. Ф.В. Новикова и А.В. Якимова. В десяти томах. – Т. 1. "Механика резания материалов" – Одесса: ОНПУ, 2002. – 580 с.
4. Физико-математическая теория процессов обработки материалов и технологии машиностроения / Под общ. ред. Ф.В. Новикова и А.В. Якимова. В десяти томах. – Т. 4. "Теория абразивной и алмазно-абразивной обработки материалов" – Одесса: ОНПУ, 2002. – 802 с.