

Р.М. Стрельчук, канд. техн. наук, Харьков, Украина

## **МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕПЛОВЫДЕЛЕНИЯ В КОНТАКТНОЙ ЗОНЕ ЗАГОТОВКИ И ШЛИФОВАЛЬНОГО КРУГА С УЧЕТОМ ЕГО ИЗНАШИВАНИЯ**

*Представлено математичне моделювання тепловиділення при шліфуванні конструкційних матеріалів з урахуванням зміни стану робочої поверхні абразивного інструменту в процесі його експлуатації.*

*Представлено математическое моделирование тепловыделения при шлифовании конструкционных материалов с учетом изменения состояния рабочей поверхности абразивного инструмента в процессе его эксплуатации.*

*The mathematical modeling of heat during grinding of construction materials taking into account changes in the state of the working surface of the abrasive tool during its operation.*

Как известно, качество поверхностных слоев деталей, подвергаемых шлифованию, в значительной степени определяется температурным фактором абразивной обработки.

Рассматриваемому вопросу посвящено большое количество исследований, анализ которых выявил следующие недостатки:

– известные математические модели тепловыделения при абразивной обработке не позволяют учитывать изменения числа и интенсивности температурных импульсов от вершин зерен шлифовального круга в процессе его эксплуатации;

– не учитывается влияние изменения формы рабочей поверхности абразивного инструмента вследствие изнашивания на распределение температур в поверхностном слое заготовки;

– остается невыясненным влияние на тепловыделение динамики съема металла при многократном взаимодействии абразивного инструмента с рассматриваемым участком обрабатываемой поверхности заготовки;

– применение в моделях прогнозирования тепловыделения силы резания, расчет точного значения которой в течение всего периода стойкости инструмента представляет известные трудности, приводит к значительному снижению эффективности таких моделей.

В этой связи приведенные ниже результаты исследований являются актуальными и представляют интерес как с научной, так и с практической точки зрения.

В основу построения температурного поля поверхностного слоя заготовки может быть положена зависимость [4]

$$T = \frac{q\sqrt{a}}{2\lambda\sqrt{\pi}} \frac{\rho}{z} \int_0^{\tau} \left[ \frac{e^{\frac{(z-\rho)^2}{4a(t-t')}}}{\sqrt{t-t'}} - \frac{e^{\frac{(z-\rho)^2+2za_z}{4a(t-t')}}}{\sqrt{t-t'}} \right] dt', \quad (1)$$

где  $q$  – мощность (интенсивность) теплового источника;  $\lambda$ ,  $a$  – соответственно теплопроводность и температуропроводность обрабатываемого материала;  $\rho$  – радиус вершины зерна;  $a_z$  – глубина внедрения зерна в металл;  $\tau$  – время действия теплового источника;  $z$  – координата точки, в которой нужно определить температуру;  $t$  – время;  $t'$  – переменная интегрирования.

Время действия теплового источника определяется следующим образом:

$$\tau = \frac{\rho \arccos\left(1 - \frac{a_z}{\rho}\right)}{\sqrt{(V_k \pm V_s)^2 + V_s^2}}, \quad (2)$$

где  $V_k$  – скорость вращения круга;  $V_s$  – скорость вращения заготовки;  $V_s$  – скорость продольной подачи; знак «+» принимается при встречном шлифовании, когда векторы скоростей заготовки и шлифовального круга направлены в противоположные стороны, знак «–» – при попутном шлифовании, когда направления этих векторов совпадают.

Для успешного применения зависимости (1) необходимо решить две задачи: во-первых, определить интенсивность тепловых источников от вершин зерен круга  $q$ ; во-вторых, определить количество тепловых импульсов (зерен круга)  $i$ , действующих в пределах контактной зоны абразивного инструмента и заготовки за время их контакта.

При решении первой задачи следует принять во внимание, что источником теплоты при шлифовании является пластическая деформация обрабатываемого материала и трение вершин зерен о заготовку. Поэтому интенсивность теплового источника (абразивного зерна) можно определить путем анализа работы деформирования и трения в срезаемом слое. Интенсивность  $q$  теплового источника имеет вид:

$$q = q_{\text{деф}} + q_{\text{тр}}, \quad (3)$$

где  $q_{\text{деф}}$  – интенсивность теплового источника от деформации;  $q_{\text{тр}}$  – интенсивность теплового источника от трения.

Для определения  $q_{\text{деф}}$  выделим элементарный объем поверхностного слоя. Вершина абразивного зерна при перемещении вызывает его упругую и пластическую деформацию, и появление на его гранях напряжений (рис. 1).

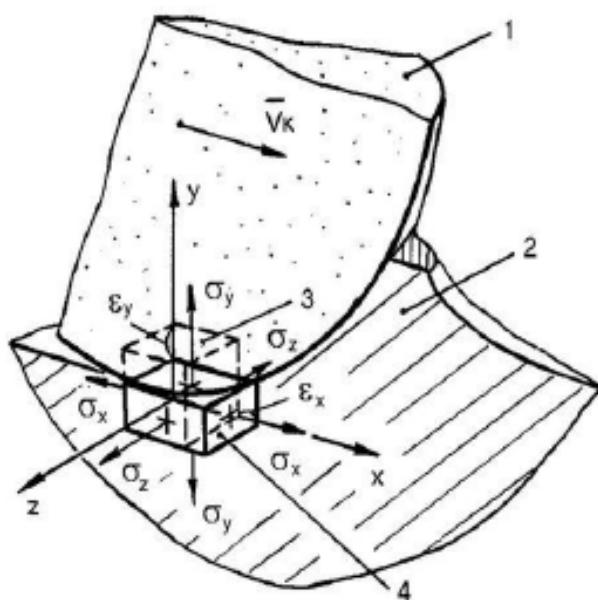


Рисунок 1 – Схема взаимодействия вершины абразивного зерна (1) с металлом (2):  
3,4 – элементарный объем поверхностного слоя  
соответственно до и после взаимодействия с вершиной зерна

Работа этих напряжений  $A_{\text{деф}}$  определяется следующим образом [2]:

$$A_{\text{деф}} = \int_0^{\varepsilon_i} \sigma_i d\varepsilon_i, \quad (4)$$

где  $\sigma_i, \varepsilon_i$  – обобщенные напряжения и деформация рассматриваемого объема.

Для упрочняющихся металлов удобна линейно-степенная аппроксимация диаграммы  $\sigma_i - \varepsilon_i$ , которая в упругой зоне является линейной, т.е.

$\sigma_i = E\varepsilon_i$  (где  $E$  – модуль упругости), а в пластичной зоне – степенной, т.е.  $\sigma_i = k\varepsilon_i^n$ , где  $k$  и  $n$  – некоторые константы. Учитывая это, уравнение для  $A_{\text{деф}}$  можно преобразовать к виду:

$$A_{\text{деф}} = E \frac{\varepsilon_t^2}{2} + k \frac{\varepsilon_i^{n+1} - \varepsilon_t^{n+1}}{n+1}, \quad (5)$$

где  $\varepsilon_t$  – обобщенная деформация металла, соответствующая напряжению  $\sigma_i = \sigma_t$  ( $\sigma_t$  – предел текучести материала поверхностного слоя). В большинстве случаев  $\varepsilon_t \ll \varepsilon_i$ , поэтому

$$A_{\text{деф}} = k \frac{\varepsilon_i^{n+1}}{n+1} = \frac{\sigma_i \varepsilon_i}{n+1}. \quad (6)$$

Теперь, располагая величиной  $A_{\text{деф}}$ , можно определить интенсивность

теплового источника от деформации:

$$q_{\text{деф}} = \frac{\sigma_i \varepsilon_i}{n+1} V_k, \quad (7)$$

Для определения  $q_{\text{тр}}$  воспользуемся зависимостью [3]:

$$q_{\text{тр}} = 0,5 \mu t_s V_k, \quad (8)$$

где  $\mu$  – коэффициент трения вершины зерна о металл;  $t_s = \frac{\sigma_i}{\sqrt{3}}$ .

Таким образом, интенсивность теплового источника (абразивного зерна)

$$q = \frac{\sigma_i \varepsilon_i}{n+1} V_k + 0,5 \mu t_s V_k. \quad (9)$$

По этой формуле можно определить  $q$ , если известны обобщенные напряжения  $\sigma_i$  и деформация  $\varepsilon_i$ . Они находятся решением задачи о напряженно-деформированном состоянии обрабатываемого материала и в значительной степени зависят от износа шлифовального круга, поскольку он приводит к изменению формы вершин активных зерен [1].

При решении второй задачи (о количестве тепловых импульсов  $i$ ) необходимо определить число  $n$  тепловых импульсов, действующих на единице длины обрабатываемой поверхности. С учетом распределения по высоте вершин зерен величина  $n$  определяется по формуле:

$$n \approx \frac{L V_k F_c(z)}{V_3 d^2}, \quad (10)$$

где  $L$  – длина дуги контакта круга и заготовки (определяется по известным формулам Е.Н. Маслова);  $V_3$  – скорость вращения заготовки;  $d$  – средний размер абразивного зерна;  $F_c(z)$  – функция распределения по высоте  $z$  вершин зерен (значения функции  $F_c(z)$  находятся в пределах от 0 до 1, т.е., задавшись величиной  $z$ , можно определить долю вершин зерен рабочей поверхности инструмента, находящихся в поверхностном слое шлифовального круга толщиной  $z$ ) [1].

Следует отметить, что в процессе шлифования значения функции  $F_c(z)$  будут претерпевать изменения, обусловленные уменьшением сформированной в ходе правки шлифовального круга разновысотности вершин зерен вследствие их истирания. Это приведет к тому, что на наружной поверхности шлифовального круга по мере его износа будет концентрироваться значительное число вершин зерен. Иными словами, число наиболее выступающих вершин зерен, формирующих тепловые импульсы,

будет минимальным после правки и затем будет увеличиваться пропорционально линейному износу  $n$  шлифовального круга. Теперь, располагая величинами  $n$  и  $L$ , можно построить идеализированную масштабную схему-модель взаимодействия зерен круга с деталью для определения искомого количества тепловых импульсов  $i$  для конкретных условий шлифования. На обрабатываемой поверхности детали условно выделяем участок площади контакта шириной 1 мм и длиной  $L$ . На этом участке должно разместиться  $n$  рисок от вершин зерен. В то же время участок поверхности шириной  $1/n$  при прохождении пути, равного длине  $L$  дуги контакта, должен испытать действие  $i$  тепловых импульсов. Условно располагаем риски в шахматном порядке правильными горизонтальными рядами, сдвинутыми на определенный шаг по длине дуги контакта. Реально риски могут быть сдвинуты по ширине и длине относительно друг друга в каждый момент времени на произвольные расстояния, но за некоторый период времени можно ожидать их среднего расположения и перекрытия по длине и ширине рассматриваемого участка. Если представить прохождение участка поверхности шириной  $1/n$  через зону контакта, то на своем пути до выхода из зоны контакта этот участок  $i$  раз может испытать тепловое воздействие зерен, риски от которых перекрываются.

Итак, когда рассматриваемый участок поверхности находится в контакте, он испытывает воздействие  $i$  импульсов. Температуру от каждого импульса считаем по формуле (1), а охлаждение в промежутках между импульсами рассматриваем как адиабатическое (только за счет теплопроводности). За время охлаждения температура снижается значительно, но не до исходной величины, поэтому при расчете температуры от второго температурного импульса добавляем к ней «остаток» температуры от первого импульса, при расчете температуры от третьего импульса – «остаток» от второго и т.д., т.е. происходит постепенное накопление тепла от каждого импульса.

Далее, когда рассматриваемый участок поверхности заготовки выходит из контакта, тепло отводится от него окружающей средой: смазочно-охлаждающим технологическим средством (СОТС) и воздухом. За один рабочий ход рассматриваемый участок поверхности заготовки испытывает  $N$  контактов с кругом. В промежутках между этими контактами осуществляется охлаждение СОТС и воздухом. При использовании жидкой СОТС поверхность значительно охлаждается (температура в конце указанного промежутка времени составляет всего лишь несколько процентов от начальной). Однако температура не снижается до исходной, поэтому при расчетах следующего цикла нагрева учтываем «остаток» от предыдущего цикла, т.е. добавляем температуру, до которой успевает охладиться поверхность в промежутке между контактами. Таким образом, после каждого контакта накапливается тепло.

При многопроходном шлифовании рассматриваемый участок поверхности, испытав  $N$  контактов с кругом за один рабочий ход, выходит из

последнего контакта и охлаждается воздухом в течение определенного промежутка времени (до тех пор, пока не вступит в контакт с кругом на следующем рабочем ходе). В течение этого промежутка времени температура снижается до определенной величины, поэтому при расчетах следующего цикла нагрева учитываем эту величину. Таким образом, после каждого рабочего хода также происходит постепенное накопление тепла.

Решение задачи об изменении температуры в процессе охлаждения выглядит следующим образом [5, 6]:

$$\frac{T(z,t) - T_c}{T_0 - T_c} = e^{u^2}, \text{ где } u = \frac{z}{2\sqrt{at}} + \frac{\alpha}{\lambda} \sqrt{at}.$$

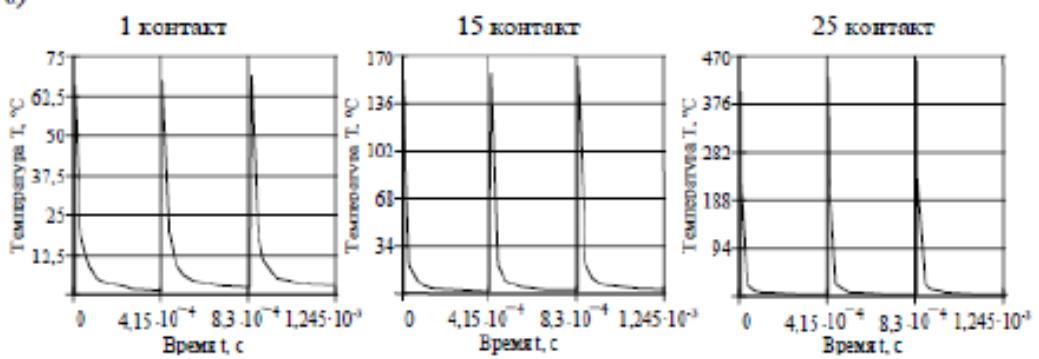
Для вычисления целесообразно воспользоваться разложением [5, 6]:

$$e^{u^2} \approx \frac{1}{\sqrt{\pi}} \left( \frac{1}{u} - \frac{1}{2u^3} + \frac{3}{4u^5} - \dots \right). \quad (11)$$

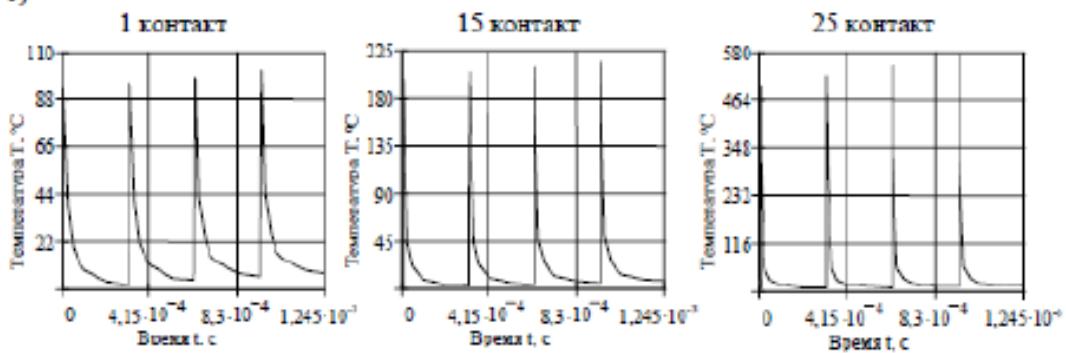
Здесь  $z$  – расстояние от поверхности заготовки до точки, в которой нужно определить температуру;  $T_c$  – температура охлаждающей среды;  $T_0$  – начальное значение температуры;  $a$  – коэффициент теплоотдачи (при охлаждении жидкой СОТС выражается через критерий Нуссельта [5], при охлаждении воздухом определяется по известной формуле Ньюкомба). Некоторые результаты расчетов, выполненных по предложенной методике с помощью Mathcad 2014 Professional, представлены на рис. 2. Показана динамика изменения температуры поверхности заготовки из стали 30ХГСА в ходе 25 контактов рассматриваемого участка поверхности заготовки с электрокорундовым шлифовальным кругом.

Представленные графики температур относятся к шлифованию указанной стали на чистовых режимах с охлаждением эмульсией. При обработке «острым» кругом, т.е. при  $u_{\lambda} = 0$  мкм (рис. 2а), каждая точка поверхности заготовки нагревается до 420...450 °C в основном от трех температурных импульсов, создаваемых вершинами абразивных зерен при двадцать пятом (последнем) контакте (температурные импульсы на рисунке показаны резкими скачками температуры). Далее вследствие износа круга число и мощность температурных импульсов возрастают, приводя к повышению температуры на 20...40 % (рис. 2б, в). При значительном линейном износе шлифовального круга ( $u_{\lambda} = 20$  мкм) (рис. 2г) температура в каждой точке поверхности при каждом контакте формируется под действием семи тепловых импульсов и достигает 850...900°C, что может привести к значительным структурно-фазовым изменениям (прижогам) в поверхностном слое заготовки. Таким образом, износ рабочей поверхности абразивного инструмента в значительной степени определяет тепловыделение в контактной зоне.

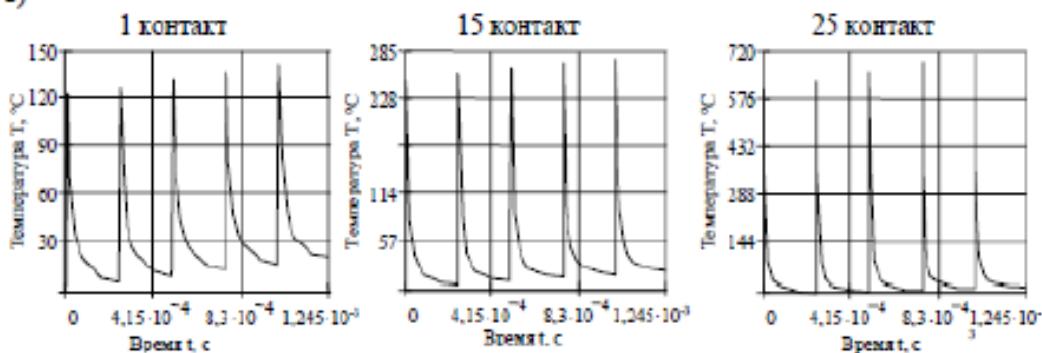
а)



б)



в)



г)

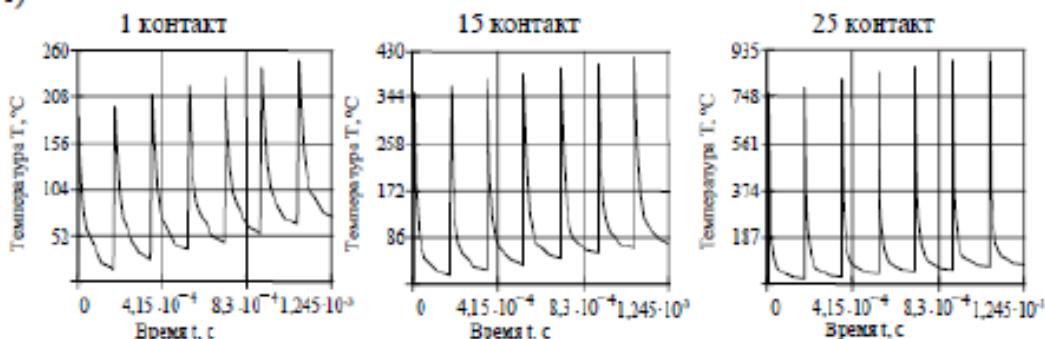


Рисунок 2 – Влияние линейного износа  $u_d$  шлифовального круга

1 –  $300 \times 40 \times 127$  24A40CM26K5 на температуру

в контактной зоне с заготовкой из стали 30ХГСА:

а –  $u_d = 0 \text{ μm}$ ; б –  $u_d = 5 \text{ μm}$ ; в –  $u_d = 10 \text{ μm}$ ; г –  $u_d = 20 \text{ μm}$

Проведенные исследования позволяют: прогнозировать тепловыделение при шлифовании с учетом всех основных факторов этого процесса в течение всего периода стойкости абразивного инструмента; достоверно определять момент восстановления режущей способности шлифовального круга с целью обеспечения требуемого качества обрабатываемых деталей для подавляющего большинства конструкционных материалов; проводить многокритериальную оптимизацию технологических операций шлифования с учетом изменения тепловыделения в контактной зоне заготовки и абразивного инструмента вследствие его изнашивания.

**Список использованных источников литературы:** 1. Бищутин С.Г. Обеспечение требуемой совокупности параметров качества поверхностных слоев деталей при шлифовании / С.Г. Бищутин. – М.: Машиностроение, 2004. – 144 с. 2. Катаев Ю.П. Пластичность и резание металлов / Ю.П. Катаев, А.Ф. Павлов, В.М. Белоног. – М.: Машиностроение, 1994. – 144 с. 3. Корчак С.Н. Производительность процесса шлифования стальных деталей / С.Н. Корчак. – М.: Машиностроение, 1974. – 280 с. 4. Ред'ко С.Г. Процессы теплообразования при шлифовании металлов / С.Г. Ред'ко. – Саратов: Изд-во СГУ, 1962. – 231 с. 5. Сипайлов В.А. Тепловые процессы при шлифовании и управление качеством поверхности / В.А. Сипайлов. – М.: Машиностроение, 1978. – 167 с. 6. Якимов А.В. Оптимизация процесса шлифования / А.В. Якимов. – М.: Машиностроение, 1975. – 176 с.

**Bibliography (transliterated):** 1. Bishutin S.G. Obespechenie trebuemoy sovokupnosti parametrov kachestva poverkhnostnykh sloev detaley pri shlifovanii / S.G. Bishutin. – M.: Mashinostroenie, 2004. – 144 s. 2. Kataev Yu.P. Plastichnost' i rezanie metallov / Yu.P. Kataev, A.F. Pavlov, V.M. Belonog. – M.: Mashinostroenie, 1994. – 144 s. 3. Korchak S.N. Proizvoditel'nost' protsessa shlifovaniya stal'nykh detaley / S.N. Korchak. – M.: Mashinostroenie, 1974. – 280 s. 4. Red'ko S.G. Protsessy teploobrazovaniya pri shlifovanii metallov / S.G. Red'ko. – Saratov: Izd-vo SGU, 1962. – 231 s. 5. Sipaylov V.A. Teplovye protsessy pri shlifovanii i upravlenie kachestvom poverkhnosti / V.A. Sipaylov. – M.: Mashinostroenie, 1978. – 167 s. 6. Yakimov A.V. Optimizatsiya protsessa shlifovaniya / A.V. Yakimov. – M.: Mashinostroenie, 1975. – 176 s.