

УДК 669.7

## ДЕТЕРМИНИРОВАННЫЙ ХАОС В ДИНАМИКЕ ИНДИВИДУАЛЬНЫХ ДИСЛОКАЦИЙ

Белошапка В. Я., Семенова Е. С., Платков В. Я.<sup>1</sup>

Бердянский государственный педагогический университет, г. Бердянск,  
Украина.

<sup>1</sup>Харьковский национальный экономический университет, г. Харьков, Украина.

*Численными методами в низкотемпературной динамике индивидуальных дислокаций обнаружены режимы детерминированного хаоса. Хаос имеет место в условиях проявления инерционного эффекта при наличии в плоскости скольжения дислокаций случайно расположенных слабых закрепляющих центров. Установлены качественные и количественные признаки хаоса, изучен сценарий перехода к нему. Установлено, что проявление хаотических режимов в динамике дислокаций обусловлено динамической неустойчивостью их движения.*

Закономерности динамического поведения дислокаций при их скольжении через сетку случайных препятствий и взаимодействии с элементарными возбуждениями решетки являются фундаментальными для понимания механизмов пластической деформации. Для получения информации о движущности дислокаций и их взаимодействии с другими дефектами в настоящее время широко используются методы физической акустики. В связи с тем, что эти экспериментальные методы являются косвенными, для корректной трактовки экспериментальных результатов и получения количественных характеристик необходим выбор модели дислокационного гистерезиса, адекватно учитывающей конкретные особенности динамики дислокаций. При этом, во всех известных в настоящее время моделях дислокационного гистерезиса [1] принято считать, что колебания дислокации в непрерывном поле звуковой волны являются периодическими и имеют частоту, совпадающую с частотой внешнеприложенного напряжения. Это справедливо для линейных систем утверждение - для нелинейных систем в общем случае не выполняется. Так, нелинейная детерминированная физическая система, как сосредоточенная, так и с распределенными параметрами, при периодическом внешнем воздействии может детерминировать сложные регулярные и хаотические колебательные режимы [1]. Такая распределенная динамическая система как дислокация, содержащая в своей плоскости скольжения сетку случайно расположенных слабых центров закрепления, является нелинейной. В области низких температур, для которых дислокации от слабых центров закрепления происходят инерционным путем и справедлива теория атермического гистерезиса, такую динамическую систему можно считать детерминированной, поскольку в ней отсутствует действие каких-либо

случайных факторов и ее динамика определяется только начальными условиями. Таким образом, в связи с тем, что в области низких температур дислокация, содержащая в своей плоскости скольжения сетку случайно распределенных слабых центров закрепления, представляет собой нелинейную детерминированную систему, можно ожидать, что в этих условиях ее динамика будет демонстрировать нелинейные колебательные режимы. В известных на настоящее время теориях дислокационного гистерезиса в силовых полях точечных дефектов вопрос о проявлении нелинейной динамики дислокаций обусловленной наличием силовых полей в плоскости ее скольжения, не рассматривался. В связи с междисциплинарным и универсальным характером нелинейных эффектов в детерминированных системах, эта задача представляет интерес также и с точки зрения нелинейной динамики.

В данной работе систематически изучена динамика индивидуальной дислокации, содержащей в своей плоскости скольжения сетку случайно распределенных слабых центров закрепления, преодолеваемы безактивационным путем, в широком интервале изменения таких параметров как коэффициент демпфирования, амплитуда и частота внешнего напряжения.

Модель и методика вычислений.

Численными методами была изучена динамика дислокационной петли (ДП) при наличии в ее плоскости скольжения слабых центров закрепления при выполнении условия:

$$F_m/C \ll 1,$$

где С - линейное напряжение дислокации,  $F_m$  - максимальное значение силы взаимодействия слабого центра закрепления с дислокацией. Координаты слабых центров закрепления задавались генератором псевдослучайных чисел. Анализ проводился в рамках модели, описанной в [4,5] при безактивационном отрыве дислокаций от центров закрепления. Для решения уравнения динамики дислокации выполнялась его нормировка,

описанная в [4]. Выражения для нормированных параметров имели следующий вид:

$$\xi = (x/l_s) \cdot (F_m/2C)^{1/2}; \quad \eta = (u/l_s)/(F_m/2C)^{1/2}; \quad \theta = (t/l_s) \cdot (F_m/2A)^{1/2};$$

где  $\xi$ ,  $x$  и  $\eta$ ,  $u$  - безразмерные и обычные координаты вдоль и поперек длины дислокационной петли соответственно,  $l_s$  - среднее расстояние между центрами закрепления,  $A$  - масса единицы длины дислокации,  $\theta$  и  $t$  - безразмерное и обычное время. Уравнение динамики дислокации в нормированных координатах имело вид:

$$\frac{1}{2} \frac{\partial^2 \eta}{\partial \theta^2} + \gamma \frac{\partial \eta}{\partial \theta} - \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \xi}{\partial \theta^2} = S_0 \sin \Omega \theta + \sum_{i=1}^n \Phi \left( \frac{\xi - \xi_i}{\xi_0}, \frac{\eta - \eta_i}{\eta_0} \right), \quad (1)$$

где  $\xi_0$  и  $\eta_0$  - нормированные размеры области взаимодействия центров закрепления с дислокацией в направлении  $\xi$  и  $\eta$  соответственно.

$\Omega = \omega \cdot l_s \cdot (2A/F_m)^{\frac{1}{2}}$  и  $S_0 = (\sigma \cdot b \cdot l_s / (F_m)^{\frac{3}{2}}) \cdot (2C)^{\frac{1}{2}}$  - нормированные частота и амплитуда внешнего напряжения соответственно,  $\omega$  и  $\sigma$  - частота и амплитуда внешнего напряжения,  $b$  - вектор Бюргерса,  $\gamma = (B \cdot l_s) / (2A \cdot F_m)^{\frac{1}{2}}$  - нормированная вязкость,  $B$  - коэффициент демпфирования. Сумма в правой части уравнения (1) учитывает взаимодействие дислокации со слабыми центрами закрепления с силовым законом:

$$\tau = \tau_0 \cdot \frac{\eta - \eta_i}{\eta_0} \cdot \left( 1 - \left( \frac{|\eta - \eta_i|}{\eta_0} \right) \right)^2 \text{ при } |\eta - \eta_i| < \eta_0; \quad \tau = 0 \text{ при } |\eta - \eta_i| > \eta_0.$$

Диапазоны изменения нормированных параметров выбирались в соответствии с интервалами физических значений этих параметров, наблюдавшихся в различных материалах. Длина ДП  $l_n$  изменялась в пределах  $10^{-6}$ - $10^{-4}$  м, отношение  $l_n/l_s$  в пределах от 10 до 150, размер области взаимодействия центра закрепления с дислокацией -  $10^{-8}$ - $10^{-7}$  м, коэффициент демпфирования в интервале  $10^{-7}$ - $10^{-4}$  Н·с·м<sup>-2</sup>. При этом,  $\gamma$  для большинства материалов оказывается в диапазоне  $10^{-2}$ - $10^2$ , для которого и проводился анализ. Интервал изменения частоты внешнего напряжения - от 0 до  $10^7$  Гц - также перекрывал диапазон частот, реализуемых в эксперименте. Скорость участков ДП при решении уравнения (1) не превышала  $0,4 \cdot (C/A)^{0.5}$ . Выбор временного шага интегрирования обеспечивал вычисление положения участка ДП в упругом поле каждого центра закрепления не менее, чем в  $10^2$  точках.

#### Результаты и их обсуждение.

Численный анализ, проведенный при различных значениях  $\gamma$ ,  $S_0$ ,  $\Omega$ , свидетельствует, что размещение в плоскости скольжения дислокаций сетки случайно распределенных слабых закрепляющих центров приводит к качественному изменению динамики дислокаций по сравнению со случаем их линейного расположения только вдоль исходного положения дислокаций, рассмотренным в [5]. При линейном расположении центров закрепления колебания дислокаций всегда оставались гармоническими с частотой внешнего воздействия и влияние начальных условий на установившуюся динамику дислокаций отсутствовало, что согласовывалось с известными моделями дислокационного гистерезиса. Указанные динамические свойства при расположении центров закрепления по всей плоскости скольжения в общем случае не проявлялись. Так, было обнаружено, что начальные условия при неизменности всех остальных параметров могут определяющим образом влиять на вид петли дислокационного гистерезиса  $\eta(S)$ . В качестве начальных условий выступают зависимости смещения и скорости участков ДП от координаты  $\xi$ . На рис.1 представлены зависимости  $\eta(S)$  для 4 значений амплитуды  $S_0$ , полученные в установившихся режимах динамики при всевозможных различных начальных условиях.

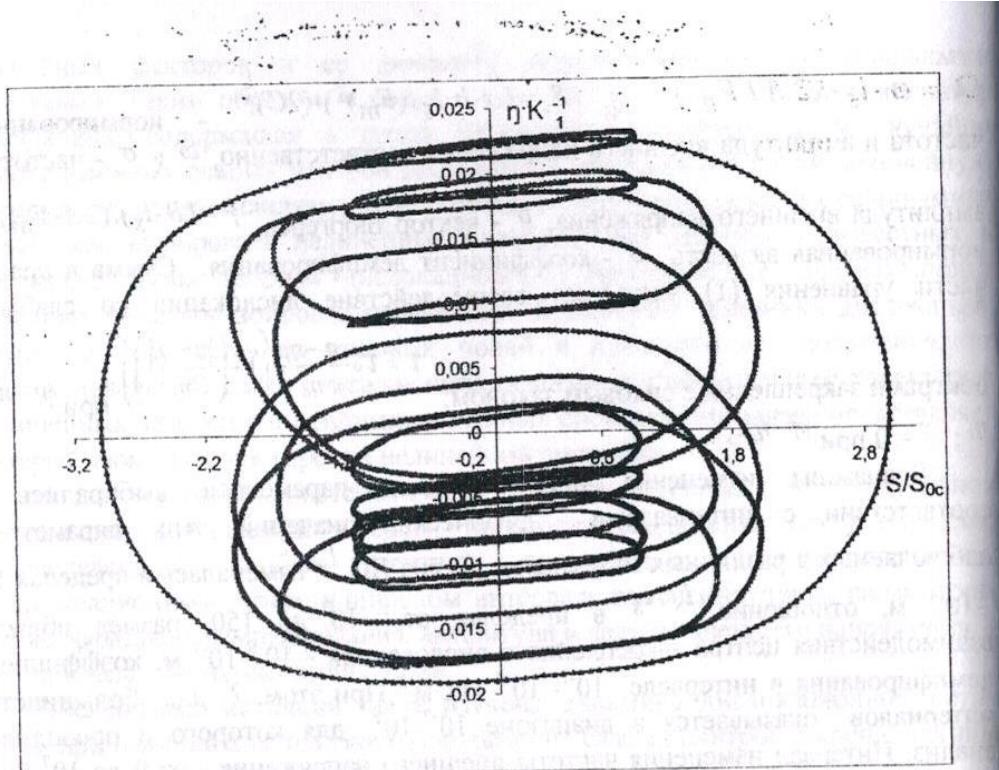


Рис.1. Зависимости дислокационной деформации  $\eta$  от величины нормированного внешнего напряжения, вычисленные для 4-х значений  $S_0$ , при различных начальных условиях;  $l_n/l_s=20$ ,  $\gamma=3$ .

Количество гистерезисных петель  $\eta(S)$ , полученных при различных начальных условиях и фиксированных значениях  $\gamma$ ,  $S_0$  и  $\Omega$ , как видно, могло достигать 10 и убывало с ростом значений  $S_0$ . Установленное явление мультистабильности проявляется во всем изученном частотном интервале при значениях  $S$ , соответствующих участку роста декремента амплитудно-зависимого внутреннего трения. При этом, для  $\gamma > \gamma^*$  (где  $\gamma^* \approx 1-2$ ) все наблюдаемые колебания ДП были однопериодическими и имели частоту внешнего напряжения. Важно отметить, что неравенство  $\gamma < \gamma^*$  является найденным в [4] условием проявления инерционного эффекта и как показывает проведенный анализ влияния  $\gamma$  на зависимости  $\eta(S)$  - в нашем случае хорошо выполняется. Обнаруженное явление мультистабильности является типичной характерной чертой нелинейных динамических систем. Знание геометрии бассейнов притяжения (бассейн притяжения – множество точек фазового пространства, которые, выступая как начальные условия, приводят систему к конкретному режиму) колебательных режимов в фазовом пространстве системы и структуры их границ является крайне важным для анализа динамики системы. Однако, получение такой информации для колебательных режимов ДП не представляется возможным вследствие многомерности фазового пространства изучаемой системы.

При уменьшении нормированной вязкости до значений  $\gamma < \gamma^*$ , при которых

преодоление закрепляющих центров происходит инерционным путем, динамика ДП становится качественно иной. Кроме мультистабильности динамика ДП теперь демонстрирует многопериодические и нерегулярные колебательные режимы. С уменьшением  $\gamma$  многопериодические режимы всегда предшествуют нерегулярным. Каждый из однопериодических при  $\gamma > \gamma^*$  режимов (рис.1) с уменьшением  $\gamma$ , сливаясь с соседними, становится многопериодическим либо исчезает. При переходе к нерегулярным колебаниям с уменьшением  $\gamma$  мультистабильность исчезает путем уменьшения количества мультистабильных режимов. Оставшаяся при этом единственная зависимость  $\eta(S)$  оказывается нерегулярной и может посещать все области, где ранее располагались участки таких зависимостей для мультистабильных режимов.

На рис.2 показан небольшой участок ( $t \leq 2 \cdot 10^2 T$ ) временной зависимости дислокационной деформации для такого режима, вычисленной до  $t=10^3 T$ .

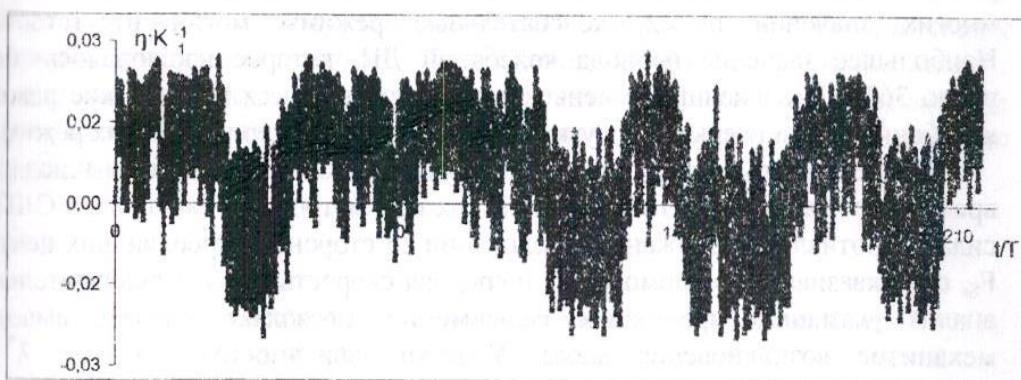


Рис.2. Нерегулярная временная зависимость дислокационной деформации при  $I_n/I_s = 20$ ,  $S_0/S_{0c} = 2$ ,  $\gamma = 0,9$ .

Несмотря на нерегулярный характер таких зависимостей, им остается присущее свойство воспроизведимости. Зависимость  $\eta(t/T)$  с высокой степенью точности оставалась неизменной при последующих вычислениях с теми же начальными условиями. Для анализа нерегулярных временных рядов  $\eta(t/T)$  использовался корреляционный и Фурье – анализ, а также вычислялся старший показатель Ляпунова методом, предложенным в [6]. Старший Ляпуновский показатель (СЛП)  $\lambda$  для нерегулярных режимов при нормированной частоте  $\Omega > 1,5 \cdot 10^{-2}$  был положительным, тогда как для всех регулярных во всем диапазоне частот и нерегулярных при частоте  $\Omega < 1,5 \cdot 10^{-2}$  – отрицательным. Для типичных значений  $A = 10^{-15} \text{ кг} \cdot \text{м}^{-3}$  и  $C = 5 \cdot 10^{-10} \text{ Н}$ , при  $I_s = 1-2 \cdot 10^{-6} \text{ м}$  и условии  $F_m/C \approx 5 \cdot 10^{-2}$  это критическое значение  $\Omega$  соответствует физической частоте в несколько мегагерц. Спектр мощности для нерегулярных зависимостей  $\eta(t/T)$ , полученный с помощью Фурье – анализа, при условии  $\lambda > 0$  всегда обогащался низкочастотными компонентами с частотами ниже частоты возбуждения и образующими участки непрерывного спектра. Автокорреляционная функция

(АКФ) для таких зависимостей  $\eta(t/T)$  всегда убывала за времена -  $T/2$ , после чего оставалась периодической, что указывает на наличие в анализируемом сигнале случайной составляющей. Знак СЛП, вид спектра мощности и поведение АКФ указывают, что динамика дислокаций для данного диапазона параметров является хаотической. Атермический характер взаимодействия дислокаций с центрами закрепления в нашей модели и анализ влияния шага дискретизации по времени и координате на погрешность интегрирования позволяют сделать вывод, что проявление хаоса обусловлено только внутренними свойствами самой системы и хаос имеет детерминированный характер.

Изучен сценарий перехода к хаосу. С уменьшением  $\gamma$  хаотическому режиму всегда предшествуют многопериодические колебания с периодом равным  $n \cdot T$ , где  $n$  – целое число. Колебания с  $n=2$  присутствуют всегда при различных конфигурациях слабых закрепляющих центров, тогда как для многих значений  $n > 2$ , колебательные режимы могли отсутствовать. Наибольшее значение периода колебаний ДП, которое наблюдалось, было равно  $36T$ . С дальнейшим уменьшением  $\gamma$  появившиеся хаотические режимы колебаний могли прерываться узкими "окнами" многопериодических режимов.

С целью выяснения природы хаотических режимов вычислялись временные зависимости таких физических параметров как: локальный СЛП  $\lambda^*$  сила сопротивления движению дислокации со стороны закрепляющих центров  $F_s$ , сила квазивязкого торможения и средняя скорость ДП  $v$ . Предварительный анализ указанных временных зависимостей позволяет сделать вывод о механизме возникновения хаоса. Участки зависимостей  $\lambda^*(t)$  с  $\lambda^* >$  коррелируют с участками роста средней скорости ДП и участками убывания результирующей силы сопротивления. На этих участках убывания результирующей силы сопротивления наблюдается резкое падение силы  $F_s$  с ростом  $v$ , компенсирующее рост квазивязкой составляющей – В. Положительный знак  $\lambda^*$  на этих участках свидетельствует, что причина возникновения хаотических режимов в условиях проявления инерционного эффекта является экспоненциальная динамическая неустойчивость движения ДП, обусловленная убыванием силы торможения ДП с ростом ее скорости. Выяснение природы такой зависимости  $F_s(v)$  в условиях проявления инерционного эффекта требует дополнительных исследований.

Полученные результаты свидетельствуют, что низкотемпературная динамика индивидуальных дислокаций в условиях проявления инерционного эффекта проявляет такие нелинейные свойства как мультистабильность, сложные регулярные и хаотические колебательные режимы. Хаос имеет детерминированный характер и обусловлен динамической неустойчивостью движения ДП.

#### Список литературы:

1. А. В. Лебедев, ФТГ, 41, 1214 (1999).
2. В. С. Анищенко, Т.Е. Вадивасова, В.В. Астиков. Нелинейная динами-

хвотических и стохастических систем. Фундаментальные основы и избранные проблемы. – Саратов: Изд-во Саратовского университета, (1999), 368 с.

3. С. П. Кузнецов. Динамический хаос. - М.: Физматлит, (2001), 296с.
4. R. B. Schwarz, Acta Met., 29, 311 (1981).
5. В. Я. Белошапка, В. Г. Гурьянов, В. Я. Платков, ФНТ, 26, 294 (2000).
6. G. Benettin, L. Galgani, J. H. Strelcyn, Phys. Rev. 14, 2338 (1976).

## Анотація

### Детермінований хаос в динаміці індивідуальних дислокацій

Белошапка В. Я., Семенова Е. С., Платков В. Я.

Чисельними методами в низькотемпературній динаміці індивідуальних дислокацій виявлені режими детермінованого хаосу. Хаос має місце в умовах прояву інерційного ефекту при наявності в площині ковзання дислокаций випадково розподілених слабких закріплюючих центрів. Встановлено якісні і кількісні ознаки хаосу, вивчена сценарій переходу до нього. Встановлено, що прояв хаотичних режимів у динаміці дислокацій обумовлена динамічною нестійкістю їх руху.

## Abstract

### Deterministic chaos in the dynamics of individual dislocations

Beloshapka V.Ya, Semenova E.S., Platkov V.Y.

Regimes of deterministic chaos in low-temperature dynamics of individual dislocations had been observed by numerical methods. Chaos occurs at the manifestation of the inertial effect in the presence weak pinning centers randomly distributed on dislocation slip plane. It has been determined the qualitative and quantitative characteristics of chaos and studied scenario of the transition to it. Chaotic regimes in the dynamic of the individual dislocations are shown to have been caused by the dynamic instability of their motion.