

А. Ф. РАБ, Ф. В. НОВИКОВ  
(Харьковский политехнический институт  
им. В. И. Ленина)

## ФОРМООБРАЗОВАНИЕ ПОВЕРХНОСТИ ПРИ КРУГЛОМ ПРОДОЛЬНОМ ШЛИФОВАНИИ

Вопросы формообразования поверхностей при круглом продольном шлифовании изучены недостаточно и не имеют законченного и не имеют законченного математического выражения. Отсутствие зависимостей, связывающих геометрические параметры круга и изделия с режимами резания, во многом затрудняет анализ основных кинематических закономерностей круглого продольного шлифования, т.к. ограничиваясь экспериментальными исследованиями, трудно получить исчерпывающую информацию о характере съема металла в зоне резания, истинных параметрах контакта круга с изделием, степени участия зерен в резании и т.д.

В отличие от лезвийной обработки образование поверхности при абразивной обработке происходит в результате наложения множества рисок-царапин от проработавших зерен, и, следовательно, формообразование подчинено законам случайных величин.

Для анализа формирования обработанной поверхности при круглом продольном шлифовании снимаемый припуск представлен в виде пакета цилиндрических оболочек бесконечно малой толщины, полный профиль которых образовывается на высоте  $H$  в слое зерен круга:

$$H = \sqrt[3]{4} \cdot \sqrt[6]{Z_n} \cdot \sqrt[3]{\frac{1}{A} - \sum_{i=0}^{n-2} Z_i^{5/2}}. \quad (1)$$

Последовательность изменения высоты  $H$  каждой элементарной оболочки определяет характер съема припуска рабочей поверхностью круга, а зависимость (1) в этом случае описывает линию полного съема металла в слое зерен. В связи с заменой цилиндрической формы припуска в слое зерен круга на прямолинейную, в дальнейшем вместо термина “элементарная оболочка” принимается термин “элементарный слой”.

Для построения линии полного съема металла, имеющей  $H_{max} = \eta \cdot b$  ( $\eta=0 \dots 1$  – коэффициент использования высоты рельефа круга), в выражении (1) необходимо знать величину  $1/A$ . Используя алгоритм расчета экстремального значения  $Z_{T_{экс}}$  и приняв  $H_{max} = b$ , решим выражение (1) относительно  $1/A$ :

$$\frac{1}{A} = \frac{b^3}{4 \cdot \sqrt[6]{Z_{n_{экс}}}} + \sum_{i=0}^{n-2} Z_{i_{экс}}^{5/2}, \quad (2)$$

где  $Z_{n_{экс}} = Z_{T_{экс}} + (n-1) \cdot Z$ ;  $Z_{i_{экс}} = Z_{T_{экс}} + i \cdot Z$ .

После подстановки формулы (2) в выражение (1) получим зависимость, описывающую линию полного съема металла (рис. 1,а), справедливую для участка I (первой половины угла контакта круга с изделием):

$$H = \sqrt[3]{4} \cdot \sqrt[6]{Z_n} \cdot \sqrt[3]{\frac{b^3}{4 \cdot \sqrt{Z_{n_{\text{экс}}}}} + \sum_{i=0}^{n-2} Z_{i_{\text{экс}}}^{5/2} - \sum_{i=0}^{n-2} Z_i^{5/2}}. \quad (3)$$

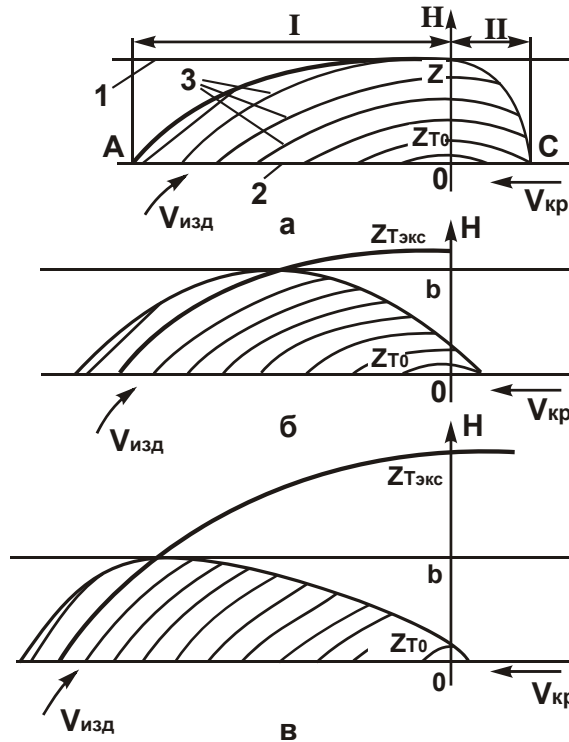


Рис. 1. Изменение линии полного съема металла в зависимости от глубины резания  $Z$ : а –  $Z=10$  мкм; б -  $Z=30$  мкм; в -  $Z=50$  мкм; 1 – уровень связки; 2 – уровень максимально выступающих зерен ( $b=10$  мкм); 3 – элементарные слои припуска.

Для описания линии полного съема металла на участке II достаточно знать значение  $Z_{T_0}$  для элементарного слоя, полный профиль которого образовывается в момент его выхода из слоя зерен (точка С, рис. 1). Вместе с тем, значение  $Z_{T_0}$  будет характеризовать остаточную шероховатость обработанной поверхности.

Величина  $Z_{T_0}$  определится из условия:

$$Z_{T_{\text{экс}}} - Z = Z_{T_0}, \quad H(Z_{T_{\text{экс}}}) = 0,$$

т.е. высота  $H$  для искомого элементарного слоя  $Z_{T_0}$  при последующей подаче его на  $Z$  равна нулю. Подчинив этому условию зависимость (3), получим равенство для нахождения  $Z_{T_{\text{экс}}}$  и  $Z_{T_0}$ :

$$\sum_{i=0}^{n-2} Z_{i_{\text{экс}}}^{5/2} = \frac{b^3}{4 \cdot \sqrt{Z_{n_{\text{экс}}}}} + \sum_{i=0}^{n-2} Z_{i_{\text{экс}}}^{5/2}. \quad (4)$$

Определение  $Z_{T_0}$  возможно только численным путем.

С увеличением  $Z$  при  $H_{max} = b$  (рис. 1, а,б,в) характер контакта круга с изделием изменяется, экстремальные значения  $Z_{T_{экс}}$  смещаются к периферии изделия, а шероховатость обработанной поверхности уменьшается.

Зависимости (1)–(4) получены в самом общем виде и справедливы для всего диапазона изменения  $Z$ . При  $Z > b$  решение можно упростить, если принять (рис. 1,в) в качестве определяющего периферийный элементарный слой  $Z_T = Z$ .

В этом случае относительная полнота профиля, образованная на поверхности элементарного слоя опишется выражением [1]:

$$\varepsilon(y) = 1 - e^{-\frac{tg\gamma \cdot k \cdot V_{кр} \cdot t}{3 \cdot b \cdot Z} (Z-y)^3}, \quad (5)$$

где  $t = \frac{\sqrt{2 \cdot Z}}{V_{изд} \cdot \sqrt{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}}}$ .

В условиях образования полного профиля на уровне связки  $\varepsilon(y) = 0,95$ ;  $Z - y = H = b$  получим кинематическое соотношение

$$H = b = \sqrt[3]{\frac{9 \cdot b \cdot V_{изд} \cdot \sqrt{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}}}{\sqrt{2} \cdot tg\gamma \cdot k \cdot V_{кр}}}. \quad (6)$$

Аналогично получим значения  $H_T$  для всех ниже лежащих слоев  $Z_T < Z$ :

$$H_T = \sqrt[3]{\frac{9 \cdot b \cdot V_{изд} \cdot \sqrt{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}}}{\sqrt{2} \cdot tg\gamma \cdot k \cdot V_{кр}}}. \quad (7)$$

С учетом соотношения (6), выражение (7) примет вид:

$$H_T = b \cdot \sqrt[6]{\frac{Z_T}{Z}}. \quad (8)$$

Зависимость (8) описывает линию полного съема металла в первой половине угла контакта круга с изделием. Для элементарных слоев, расположенных ближе к центру изделия, т.е. с уменьшением  $Z_T$ , полный профиль образуется ниже уровня связки.

Точка выхода С металла из слоя зерен, характеризующая шероховатость  $Z_{T_0}$ , определится из условия  $Z_{T_0} = H_{T_0}$ , где

$$H_{T_0} = \sqrt[3]{\frac{9 \cdot b \cdot V_{изд} \cdot \sqrt{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}}}{2 \cdot \sqrt{2} \cdot tg\gamma \cdot k \cdot V_{кр}}}. \quad (9)$$

После преобразований выражения (9) имеем:

$$Z_{T_0} = b \cdot \sqrt[5]{\frac{b}{16 \cdot Z}}. \quad (10)$$

Таким образом, остаточная шероховатость  $Z_{T_0}$  с увеличением  $Z$  уменьшается, что свидетельствует о достоинстве глубинного шлифования. Аналогичным образом могут быть получены зависимости для любого значения  $\eta$  и, следовательно, установлены параметры контакта круга с изделием в зависимости от режимов резания.

Учитывая вероятностный характер участия зерен в формообразовании при шлифовании, можно определить процент работающих зерен. Для этого рассмотрим закономерность образования полного профиля у периферийного элементарного слоя, как определяющего предельные кинематические соотношения при  $Z > b$ . Представим рабочую поверхность круга в виде цилиндрической фрезы, зубья которой образованы зернами, расположенными на участке бесконечно малой ширины  $\Delta x \rightarrow 0$  (рис. 2). При взаимном перемещении элементарного слоя (вертикальной проекции слоя) в вертикальном направлении и зубьев фрезы в горизонтальном направлении происходит их периодический контакт. В результате в элементарном слое на уровне  $(b - \Delta y)$  образуется полный профиль  $\varepsilon(y) = 0,95$ . Запас  $\Delta y$  необходим для беспрепятственного перемещения элементарного слоя до уровня связки до тех пор, пока последующий зуб не переместится на  $\Delta x$  и не вступит в контакт. При несоблюдении этого соотношения нарушится процесс стабильного образования профиля, металл будет контактировать со связкой.

При периодическом контакте элементарного слоя с зубьями происходит изменение относительной полноты его профиля (вертикальной проекции слоя, рис. 2). Учитывая равномерное распределение вершин зерен в зубе по двум направлениям (высоте и ширине зуба), можно предположить равномерное участие каждого зерна в резании. В этом случае вершины зерен элементарного зуба при взаимодействии с металлом равномерно распределяется по площади контакта  $1 \times (b - \Delta y)$ , и те зерна, которые попадут в область неснятого металла, будут работающими, остальные участия в резании принимать не будут.

Следовательно, число работающих зерен в плоскости зуба пропорционально заштрихованной части площади, соответствующей величине неснятого металла, которая описывается функцией  $\Phi(y)$  [1]:

$$\Phi(y) = 1 - \varepsilon(y) = e^{-\frac{\text{tg}\gamma \cdot k \cdot V_{\text{кр}} \cdot t}{3 \cdot b \cdot Z} (Z - y)^3} \quad (11)$$

Процент работающих зерен  $P$  равен отношению заштрихованной площади  $\int_{b - \Delta y}^x \Phi(y) dy$  ко всей площади  $1 \times (b - \Delta y)$ . Приняв  $\Delta x \rightarrow 0$ , получим  $\Delta y \rightarrow 0$ , т.е.

полный профиль в пределе образуется на уровне связки.

Для удобства интегрирования распространим пределы интегрирования от  $-\infty$  до  $Z$ , что не внесет существенных погрешностей в результат вычислений:

$$P = \frac{1}{H_{\text{max}}} \cdot \int_{-\infty}^x e^{-\frac{\text{tg}\gamma \cdot k \cdot V_{\text{кр}} \cdot t}{3 \cdot b \cdot Z} (Z - y)^3} \cdot dy \quad (12)$$

Введем новую переменную:

$$u = \sqrt[3]{A} \cdot (Z - y),$$

где  $A = \frac{\text{tg}\gamma \cdot k \cdot V_{\text{кр}} \cdot t}{3 \cdot b \cdot Z}$ .

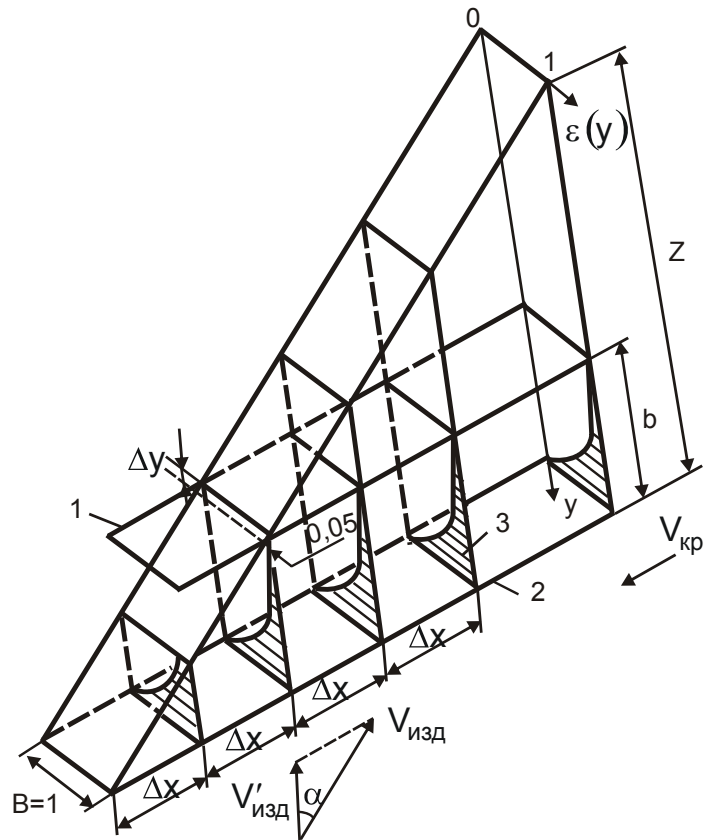


Рис. 2. Схема для расчета процента работающих зерен: 1 – уровень связки; 2 – уровень максимально выступающих зерен; 3 – площадь, соответствующая величине неснятого металла.

После подстановки ее в выражение (12) найдем:

$$P = \frac{1}{b^3 \cdot A} \cdot \int_0^{\infty} e^{-u^3} \cdot du. \quad (13)$$

Полученный интеграл можно вычислить с помощью гамма-функции  $\Gamma\left(\frac{1}{\mu}\right)$ ,

для рассматриваемого случая  $\mu=3$  [2]:

$$\int_0^{\infty} e^{-u^3} du = \frac{1}{3} \cdot \Gamma\left(\frac{1}{3}\right) = \Gamma(1,3) = 0,83. \quad (14)$$

Учитывая выражение (14) и принимая  $t = \frac{\sqrt{2 \cdot Z}}{V_{\text{изд}} \cdot \sqrt{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}}}$ , формулу (13) за-

пишем так:

$$P = 0,83 \cdot \sqrt{\frac{3 \cdot \sqrt{Z} \cdot V_{изд} \cdot \sqrt{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}}}{\sqrt{2} \cdot \text{tg} \gamma \cdot k \cdot V_{кр} \cdot b^2}}. \quad (15)$$

Таким образом, в общем виде получена зависимость процента работающих зерен от основных параметров процесса при  $Z > b$ . Используя зависимость предельных кинематических соотношений [1]:

$$V_{изд} = \frac{\text{tg} \gamma \cdot k \cdot V_{кр} \cdot b^2}{9 \cdot \sqrt{2} \cdot Z \cdot \sqrt{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}}}. \quad (16)$$

Определяем процент работающих зерен для периферийного элементарного слоя  $P=45\%$ . Для всех элементарных слоев, расположенных ближе к центру изделия,  $P$  будет уменьшаться, так как уровень образования полного профиля для них ниже уровня связки (8).

Из полученных данных следует, что при полном использовании высоты рельефа круга ( $\eta=1$ ) в резании участвует 45% зерен.

При этом предполагается, что все зерна, расположенные на рабочей поверхности круга, имеют благоприятное соотношение  $a_z / \rho$  и производят отделение стружки. Для  $\eta < 1$  полный профиль образуется ниже уровня связки и поэтому процент работающих зерен будет меньше.

Анализ заштрихованной части площади (рис. 2), соответствующей плотности распределения работающих зерен, показывает, что работающие зерна неравномерно распределяются по высоте и 100%-е участие в резании принимают зерна, имеющие максимальный вылет из связки. Зерна с малой высотой выступания практически в резании не участвуют.

Для определения работающих зерен в случае достижения предельной производительности (полное использование высоты рельефа круга) воспользуемся общей зависимостью  $\varepsilon_n(y)$ :

$$\Phi_n(y) = 1 - \varepsilon_n(y) = e^{-\frac{\sqrt{2} \cdot 2 \cdot \text{tg} \gamma \cdot k \cdot V_{кр}}{3 \cdot b \cdot V_{изд} \cdot \sqrt{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}}} \left[ \frac{(Z_n - y)^3}{4 \cdot \sqrt{Z_n}} + \sum_{i=0}^{n-2} Z_i^{5/2} \right]}. \quad (17)$$

Расчет процента работающих зерен необходимо производить по экстремальному элементарному слою, т.к. именно он имеет максимальную высоту внедрения в слой зерен и является определяющим. После интегрирования функции  $\Phi_n(y)$  и несложных преобразований выражение (15) примет вид:

$$P = 0,8 \cdot \sqrt[3]{\frac{3 \cdot V_{изд} \cdot \sqrt{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}}}{\sqrt{2} \cdot \text{tg} \gamma \cdot k \cdot V_{кр} \cdot b^2}} \cdot e^{-\frac{\sqrt{2} \cdot 2 \cdot \text{tg} \gamma \cdot k \cdot V_{кр}}{3 \cdot b \cdot V_{изд} \cdot \sqrt{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}}} \sum_{i=0}^{n-2} Z_i^{5/2}}. \quad (18)$$

Для количественной оценки в зависимость (18) необходимо ввести следующее предельное значение  $V_{изд}$  [1]:

$$V_{изд} = \frac{tg\gamma \cdot k \cdot V_{кр} \cdot 2 \cdot \sqrt{2}}{9 \cdot b \cdot \sqrt{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}}} \cdot \left[ \frac{b^3}{4 \cdot \sqrt{Z_n}} + \sum_{i=0}^{n-2} Z_i^{5/2} \right]. \quad (19)$$

После подстановки формулы (17) в зависимость (18) получим:

$$P = 0,8 \cdot 3 \sqrt{\frac{1}{6} + \frac{2 \cdot \sqrt{Z_n}}{3 \cdot b^3} \cdot \sum_{i=0}^{n-2} Z_i^{5/2}} \cdot e^{-\frac{3 \cdot \sum_{i=0}^{n-2} Z_i^{5/2}}{\left( \frac{b^3 \cdot Z_n}{4} + \sum_{i=0}^{n-2} Z_i^{5/2} \right)}}. \quad (20)$$

Зависимость (20) определяет процент работающих зерен в экстремальном элементарном слое с учетом многократного прохождения им слоя зерен. Слагаемые зависимости (20), содержащие сумму ряда  $\sum_{i=0}^{n-2} Z_i^{5/2}$ , характеризуют многопроходность образования полного профиля у элементарного слоя. Если полный профиль образуется за один проход круга,  $Z > b$  (глубинное шлифование), то  $Z_{T_{экс}} \rightarrow 0$ ,  $\sum_{i=0}^{n-2} Z_i^{5/2} \rightarrow 0$  и  $P=45\%$ , что соответствует значению, полученному по формуле (15).

Результаты вычислений  $P$  для  $b=10$  мкм приведены в таблице.

$Z$ , мкм	1	5	10	50	100
$P$ , %	6,65	15,25	43,19	45,55	45,64

Из таблицы следует, что процент использования зерен в резании в зависимости от  $Z$  неодинаков. С уменьшением  $Z$  в пределах  $0 < Z < b$  процент работающих зерен увеличивается, при  $Z > b$  остается практически постоянным. Таким образом, аналитическое описание кинематики формообразования поверхностей при круглом продольном шлифовании позволяет количественно оценить характер распределения работающих зерен по глубине рабочего слоя круга.

#### Пристатейный библиографический список

1. Раб А.В., Новиков Ф.В. Кинематическое соотношение параметров процесса шлифования изделий с прерывистыми поверхностями. – В кн.: Резание и инструмент, Харьков, 1980, вып. 24, с. 34-38.
2. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике. М., 1977, 831 с.