

**МАТЕМАТИЧНІ МЕТОДИ І МОДЕЛІ
В УПРАВЛІННІ ЕКОНОМІЧНИМИ ПРОЦЕСАМИ**

Монографія

**Харків
ХНЕУ ім. С. Кузнеця
2016**

УДК 330.43(075)

ББК 65в611я7

М 34

Рецензенти: д-р екон. наук, професор, завідувач кафедри економічної кібернетики і прикладної економіки Харківського національного університету імені В. Н. Каразіна *Т. В. Меркулова*; д-р техн. наук, професор, завідувач кафедри комп'ютерної математики і математичного моделювання Національного технічного університету "Харківський політехнічний інститут" *Л. М. Любчик*; д-р екон. наук, професор, завідувач кафедри економіки підприємства харчування та торгівлі Харківського державного університету харчування та торгівлі *М. В. Чорна*.

Рекомендовано до видання рішенням ученої ради Харківського національного економічного університету імені Семена Кузнеця.

Протокол № 3 від 26.10.2015 р.

Авторський колектив: д-р екон. наук, професор Л. М. Малярець; канд. техн. наук, доцент Є. Ю. Місюра; канд. екон. наук В. В. Койбічук – розділ 1; канд. фіз.-мат. наук, доцент О. Г. Тижненко – розділ 2; канд. екон. наук, доцент Л. О. Норік – розділ 3; канд. фіз.-мат. наук, доцент І. Л. Лебедева – розділ 4; канд. техн. наук, доцент А. В. Воронін – розділ 5; канд. фіз.-мат. наук, доцент О. В. Гунько – розділ 7; канд. техн. наук, доцент О. К. Шевченко, викладач Т. Б. Беседовська – розділ 6; канд. фіз.-мат. наук, доцент Е. Ю. Железнякова – розділ 8; канд. техн. наук, доцент К. О. Ковальова – розділ 9.

Математичні методи і моделі в управлінні економічними процесами : монографія / Л. М. Малярець, Є. Ю. Місюра, В. В. Койбічук та ін. – Харків : ХНЕУ ім. С. Кузнеця, 2016. – 420 с.

ISBN 978-966-676-650-5

Викладено теоретичні та практичні підходи до розроблення та обчислення економіко-математичних моделей і вдосконалення математичних методів в управлінні економічними процесами, а саме нечітких моделей конкурентоспроможності банків, статистичних інструментів моніторингу фінансової діяльності підприємства, інструментів динамічного програмування до задачі оптимізації фінансових потоків підприємства, стійкості в моделях інвестиційних стратегій та ін.

Рекомендовано для фахівців-економістів, практиків і науковців, аспірантів і студентів економічних спеціальностей вищих навчальних закладів.

УДК 330.43(075)

ББК 65в611я7

© Л. М. Малярець, Є. Ю. Місюра,
В. В. Койбічук та ін., 2016

© Харківський національний економічний
університет імені Семена Кузнеця, 2016

ISBN 978-966-676-650-5

Зміст

<u>Вступ</u>	7
<u>Розділ 1. Економіко-математичне моделювання конкурентоспроможності банків</u>	9
<u>1.1. Змістовна сутність конкурентоспроможності банків у сучасних умовах</u>	9
<u>1.2. Огляд аналітичних підходів, методів і моделей в аналізі конкурентоспроможності банків</u>	28
<u>1.3. Методичні положення до моделювання конкурентоспроможності банків</u>	47
<u>1.4. Формування ознакового простору моделі конкурентоспроможності банків</u>	56
<u>1.5. Аналіз проблем регресійних моделей конкурентоспроможності банків в умовах визначеності та невизначеності</u>	73
<u>1.6. Розроблення нечіткої лінійної регресійної моделі конкурентоспроможності банків</u>	96
<u>1.7. Розроблення узагальнювального показника конкурентоспроможності банків з використанням нечітких методів</u>	117
<u>1.8. Методичний підхід до аналізу конкурентоспроможності банків на основі їх економіко-математичного моделювання</u>	135
<u>Висновки</u>	139
<u>Розділ 2. Статистичні інструменти моніторингу фінансової діяльності підприємства</u>	140
<u>2.1. Проблеми стратегічного аналізу фінансових показників діяльності підприємства</u>	143
<u>2.1.1. Стратегічний аналіз фінансових показників як складова стратегічного економічного аналізу діяльності підприємства</u>	143
<u>2.1.2. Мета стратегічного аналізу фінансових показників діяльності підприємства</u>	145
<u>2.1.3. Проблеми оцінювання рівня фінансового стану підприємства експертним і формальним методами</u>	145
<u>2.1.4. Оцінювання фінансового стану експертним методом</u>	147
<u>2.1.5. Методика проведення експертного аналізу</u>	149
<u>2.2. Методика підвищення точності оцінки фінансового стану підприємства за рахунок синтезу експертного та формального методів</u>	150
<u>2.2.1. Синтез експертного та формального методів оцінювання рівня фінансового стану підприємства</u>	150
<u>2.2.2. Визначення групи успішних підприємств</u>	154

2.2.3. <u>Успішність підприємства</u>	156
2.2.4. <u>Локальні нормативні значення фінансових показників</u>	157
2.3. <u>Пошук адекватної моделі комплексної оцінки фінансового стану підприємств генеральної сукупності</u>	159
2.3.1. <u>Критерій узгодженості часових рядів</u>	159
2.3.2. <u>Кореляційний аналіз статистичного зв'язку соціально-економічних явищ</u>	161
2.3.3. <u>Визначення комплексних оцінок рівня фінансового стану підприємств базової групи за моделлю Сайфуліна – Кадикова та Ковальова – Волкової з локальними нормативними значеннями фінансових показників</u>	162
2.3.4. <u>Пошук моделі, комплексна оцінка якої має узгоджену динаміку з часовими змінами евристичних оцінок рівня фінансового стану підприємства</u> ...	165
2.4. <u>Застосування методики підвищення точності оцінки фінансового стану підприємства за рахунок синтезу експертного та формального методів</u>	169
2.4.1. <u>Визначення достовірної комплексної оцінки рівня фінансового стану досліджуваного підприємства</u>	169
2.4.2. <u>Знаходження системи фінансових показників, найбільш впливових на фінансовий стан підприємства в конкретних економічних умовах</u>	171
2.4.3. <u>Проблема належності досліджуваного підприємства до генеральної сукупності підприємств розглянутої галузі</u>	177
2.4.4. <u>Побудова процентильних довірчих інтервалів для фінансових показників, найбільш впливових на фінансовий стан підприємства в конкретних економічних умовах</u>	179
2.5. <u>Методи прогнозування комплексної оцінки рівня фінансового стану підприємства</u>	180
2.5.1. <u>Особливості процесу прогнозування комплексної оцінки фінансового стану підприємства в умовах нестабільного розвитку економіки</u> ...	180
2.5.2. <u>Методи прогнозування часових рядів</u>	181
2.5.3. <u>Вибір оптимального методу прогнозування комплексної оцінки рівня фінансового стану підприємства в умовах нестабільного розвитку економіки</u>	186
2.6. <u>Прогнозування комплексної оцінки рівня фінансового стану досліджуваного підприємства на наступний період методом лінійної регресії</u>	188
2.6.1. <u>Прогнозування часових рядів методом лінійної регресії</u>	188
2.6.2. <u>Оцінка помилки прогнозування комплексної оцінки рівня фінансового стану підприємства методом лінійної регресії</u>	190
2.6.3. <u>Перевірка лінійної моделі на значущість</u>	192

<u>2.7. Згладжування часового ряду. Метод ковзної середньої.</u>	
<u>Метод показникового згладжування</u>	194
<u>2.7.1. Непараметричні методи прогнозування часових рядів</u>	194
<u>2.7.2. Метод звичайної ковзної середньої у якості прогнозного значення</u>	196
<u>2.7.3. Побудова тренду методом "windows"-усереднення</u>	197
<u>2.8. Непараметричні методи побудови тренду. Метод ядерного згладжування</u>	197
<u>2.8.1. Непараметрична регресія</u>	197
<u>2.8.2. Ядерне згладжування</u>	198
<u>2.8.3. Референтні евристичні правила</u>	199
<u>2.8.4. Методи підстановок</u>	199
<u>2.8.5. Методи крос-валідації</u>	200
<u>2.8.6. Бутстрапівські методи наближення</u>	201
<u>2.8.7. Локально-поліноміальні наближення</u>	203
<u>2.8.8. k-NN-оцінки</u>	205
<u>2.8.9. Згладжування сплайнами</u>	208
<u>2.9. Моніторинг конкретного підприємства з урахуванням впливу конкурентного середовища</u>	211
<u>Висновки</u>	231
<u>Розділ 3. Вибір найбільш доцільної альтернативи розвитку діяльності підприємства</u>	233
<u>3.1. Особливості порівняння можливих альтернатив розвитку діяльності підприємства</u>	233
<u>3.2. Особливості окремих задач оптимізації</u>	234
<u>3.3. Основні підходи до розв'язання задач оптимізації з декількома критеріями</u>	236
<u>3.4. Постановка задачі про вибір найбільш доцільної альтернативи розвитку діяльності підприємства із множини альтернатив</u>	240
<u>3.5. Практична реалізація методу послідовних поступок у моделі вибору варіанта розвитку діяльності підприємства</u>	241
<u>3.6. Практична реалізація методу цільового програмування в моделі вибору варіанта розвитку діяльності підприємства</u>	244
<u>3.7. Практична реалізація методу гарантованого результату в моделі вибору варіанта розвитку діяльності підприємства</u>	245
<u>3.8. Практична реалізація МАІ в моделі вибору варіанта розвитку діяльності підприємства</u>	247
<u>Висновки</u>	258

<u>Розділ 4. Застосування інструментів динамічного програмування до задачі оптимізації фінансових потоків підприємства</u>	260
<u>4.1. Основні принципи динамічного програмування</u>	261
<u>4.2. Економічна постановка задачі про оптимізацію розподілу грошових потоків підприємства</u>	267
<u>4.3. Математична модель задачі про оптимізацію грошових потоків як задачі динамічного програмування</u>	269
<u>Висновки</u>	276
<u>Розділ 5. Стійкість і біфуркації у моделях інвестиційних стратегій підприємства</u>	277
<u>Висновки</u>	290
<u>Розділ 6. Удосконалення задачі комівояжера в управлінні логістичними процесами</u>	291
<u>Висновки</u>	307
<u>Розділ 7. Оптимальне регулювання національного доходу</u>	307
<u>Висновки</u>	322
<u>Розділ 8. Оптимальне управління в лінійних моделях економічної динаміки</u> ..	323
<u>8.1. Функції перетворення</u>	323
<u>8.2. Стійкість отриманого розв'язку</u>	327
<u>8.3. Відмінність між стабільністю й елементом управління</u>	329
<u>8.4. Економічний приклад</u>	331
<u>8.5. Скалярний приклад</u>	339
<u>Висновки</u>	341
<u>Розділ 9. Економетричні моделі собівартості електронних мультимедійних видань</u>	342
<u>9.1. Визначення собівартості електронних мультимедійних видань</u>	345
<u>9.2. Виявлення факторів, що впливають на собівартість МНМК, та їх оцінювання</u>	350
<u>9.3. Побудова аналітичної моделі собівартості МНМК</u>	357
<u>9.3.1. Дослідження математичної моделі собівартості МНМК на присутність гетероскедастичності</u>	368
<u>9.3.2. Усунення гетероскедастичності засобами MATLAB</u>	370
<u>Висновки</u>	382
<u>Використана література</u>	383
<u>Додатки</u>	416

Вступ

Ефективність застосування математичних методів і моделей в управлінні економічними процесами залежить від рівня розвитку математичного інструментарію. Сьогодні бурхливий розвиток математичних методів і моделей відбувається за такими напрямками: нечіткі множини, багатокритеріальна оптимізація, динамічне моделювання, моделювання економічної динаміки, статистичні інструменти, методи оптимального управління. Саме математичні інструменти цих напрямів математичної науки широко використовуються як в теоретичних дослідженнях в економіці, так і у розробці різноманітних методичних і практичних підходів до управління діяльністю підприємств. Усе це спонукало науковців кафедри вищої математики та економіко-математичних методів Харківського національного університету імені Семена Кузнеця систематизувати та викласти у формі монографії результати багаторічних напрацювань з удосконалення математичних методів.

За змістом монографія складається з дев'яти розділів. Перший розділ монографії за обсягом становить майже половину загального матеріалу. Даний розділ присвячений економіко-математичному моделюванню конкурентоспроможності банків. У цьому розділі ретельно розглянуті такі питання, як загальна методологія конкурентоспроможності банків, принципи формування ознакового простору, особливості реалізації методів регресійного аналізу в умовах невизначеності, проблеми побудови нечіткої лінійної регресійної моделі.

Другий розділ монографії присвячено аналізу статистичних інструментів фінансової діяльності підприємства, розглянуті проблеми, що виникають під час оцінювання рівня фінансового стану підприємства із застосуванням експертних та формальних методів оцінювання, досліджена надійність оцінки базових фінансових показників та комплексної оцінки фінансового стану об'єкту дослідження в цілому.

У подальших розділах монографії викладені пропозиції їх авторів щодо вирішення проблемних задач економіко-математичного моделювання в управлінні економічними процесами, а саме: удосконалення інструментів моніторингу фінансової діяльності підприємства; основні принципи вибору найбільш доцільної з можливих альтернатив розвитку підприємства шляхом розв'язання багатокритеріальної задачі оптимізації; удосконалення інструментарію динамічного програмування та аналіз можливостей його застосування до розв'язання

задач оптимізації фінансових потоків підприємства; стійкість та бифуркації у моделях інвестиційних стратегій; удосконалення методу розв'язання задачі комівояжера в управлінні логістичними процесами; моделі оптимального регулювання зростання національного доходу; моделі оптимального управління економічною динамікою; економетричні моделі формування собівартості електронних мультимедійних видань.

Викладений в монографії матеріал сприяє закріпленню компетентностей, які були сформовані в процесі вивчення дисциплін "Вища математика", "Математичний аналіз і лінійна алгебра", "Теорія ймовірностей та математична статистика", "Дослідження операцій і методи оптимізації", "Економетрика", та є корисним для аспірантів і науковців, які проводять сучасні економічні дослідження.

Розділ 1. Економіко-математичне моделювання конкурентоспроможності банків

1.1. Змістовна сутність конкурентоспроможності банків у сучасних умовах

Банківська система як складова фінансової системи будь-якої країни відіграє вирішальну роль у її економічному розвитку, виконує важливі макро-економічні функції, які пов'язані з діяльністю у фінансовому секторі та забезпеченням безперебійного функціонування системи розрахунків у народному господарстві. Надійний і розвинений банківський сектор відіграє надзвичайно важливу роль у стабілізації економіки країни. Тому в управлінні банками важливо приймати дієві управлінські рішення, що мають аналітичне обґрунтування, яке передбачає використання математичних методів і моделей.

За результатами звітів Національного банку України за станом на 1 січня 2013 року в Україні функціонували 176 банків, 53 з них – з іноземним капіталом, у тому числі зі 100 % іноземним капіталом – 22 банки. За станом на 1 січня 2014 року в Україні функціонували 180 банків. З них 49 – з участю іноземного капіталу, а 19 – зі 100 % участі іноземного капіталу. За станом на 1 січня 2015 року наявні 165 банків, 51 з них – з іноземним капіталом, у тому числі зі 100 % іноземним капіталом – 19 банків. Статистика показує, що кількість банків у 2015 році суттєво зменшилася порівняно з минулими роками, тому конкуренція між ними зростає. Крім того, особливістю вітчизняної банківської системи є те, що найбільші за розміром активів 16 банків, з функціонуючих 165, контролюють близько 75 % усього ринку банківських послуг. Кожен з банків відчутно реагує на стратегію конкурентів, особливо в умовах сучасної фінансової, політичної й економічної нестабільності в Україні.

Слід зазначити, що існуючі концептуальні положення та методичні підходи щодо аналізу конкурентоспроможності об'єктів в економіці присвячені в основному вирішенню даних питань на основі економіко-математичного моделювання в умовах визначеності, значно менше наявних пропозицій щодо вирішення їх в умовах невизначеності.

На сьогодні сформувалась об'єктивна потреба у поглиблених наукових дослідженнях проблем управління діяльністю банків, оскільки банки виступають

основним фінансовим посередником в економіці країни. Однією з невирішених актуальних проблем в управлінні банком залишається проблема його аналізу, що передбачає об'єктивний опис стану конкурентоспроможності банку в сучасних жорстких умовах ринкової економіки. У визначенні рівня ефективності діяльності банку ключовим показником виступає його конкурентоспроможність.

Об'єктивний опис стану, функціонування та розвитку банку залежить від побудованих описових економіко-математичних моделей конкурентоспроможності банку, застосування яких дозволить підвищити обґрунтованість і ефективність прийняття управлінських рішень.

Потреба в аналізі конкурентоспроможності банку виникає у всіх суб'єктів господарювання, діяльність яких пов'язана з банками: підприємці, акціонери, клієнти банку, потенційні інвестори, конкуренти банку [316]. Конкурентоспроможність банку визначається індивідуально, але оцінюється, як правило, шляхом порівняння з аналогічним показником іншого банку. Рівень конкурентоспроможності за відсутності об'єкта порівняння (банка-конкурента) не має цінності для прийняття ефективних управлінських рішень. На основі отриманих значень приймається рішення або про реалізацію обраної стратегії та тактики, або про необхідність розробки комплексних заходів з підвищення конкурентоспроможності банку, корегування прийнятих стратегічних і тактичних планів, способів їх реалізації.

Аналіз робіт таких відомих фахівців з проблем економіки та управління банками, як Гончарук Т. І. [53], Додонова С. В. [59], Парасій-Вергуненко І. М. [177], Піддубної Л. І. [184, 185], Юрчук О. М. [257] та ін. свідчить, що на даний час не існує загальноприйнятого поняття "конкурентоспроможність банку", як і єдиних, уніфікованих методик визначення та методів її оцінювання. Якщо загальні проблеми ринкової конкуренції в економічній літературі досліджені достатньо глибоко, то проблемі конкурентоспроможності банків, а саме – визначенню рівня конкурентоспроможності банку, приділяється недостатньо уваги. Крім того, характер досліджень є досить поверхневим, не враховується вплив багатьох важливих факторів. Тому необхідно розробити такі математичні інструменти, які дозволили б на основі концептуальної схеми змісту конкурентоспроможності банку провести об'єктивний комплексний аналіз процесів банківської діяльності, обґрунтувати систему взаємопов'язаних складних та елементарних ознак конкурентоспроможності банку, пояснити на їх основі тенденції функціонування та розвитку, визначити узагальнювальний показник його

конкурентоспроможності з врахуванням факторів невизначеного конкурентного економічного середовища та сформулювати раціональне управлінське рішення щодо подальшої діяльності.

Концептуальною основою визначення конкурентоспроможності банку та показників, які її формують, є сучасні положення економічної та управлінської теорії, зокрема ключові положення теорії конкуренції та конкурентних переваг, сучасні управлінські парадигми, концепції стратегічного управління, а також базові принципи, напрацьовані в межах сучасних управлінських підходів. Узагальнення основних ідей, що викладені в працях відомих фахівців, які досліджували проблеми конкурентоспроможності банків, дозволило виокремити два теоретичних підходи до визначення конкурентоспроможності банку: економічний та кібернетичний (табл. 1.1).

Слід погодитися з твердженням Заруби Ю. О. [85], що базовим є розподіл факторів конкурентоспроможності на внутрішні та зовнішні, оскільки за таких умов зберігається інтеграція та цілісність факторів.

Фомін І. О. [240] вказує на те, що конкурентоспроможність відображує ступінь привабливості банку для реальних і потенційних клієнтів і дає змогу отримати певні переваги у формуванні впливу на ринкову ситуацію у власних інтересах. На погляд авторів, характеристика конкурентоспроможності банку, що надана Зав'яловим П. С. [77], Саєнко М. Г. [213] і Фоміним І. О. [240], є неповною.

У роботі класика теорії конкуренції Портера М. Е. [193] під **конкурентоспроможністю** розуміється "властивість суб'єкта ринкових відносин виступати на ринку нарівні з присутніми там конкуруючими суб'єктами". Аналізуючи це означення, слід зазначити, що воно не враховує домінуючі елементи (лідерство, випередження), притаманні суб'єктам економічного суперництва, які намагаються перевершити досягнення конкурентів.

Не можна погодитися з твердженням Прадуна В. П. [195], адже подолання банком негативних непередбачуваних факторів не забезпечує наявності довгострокових конкурентних позицій. На думку авторів, довгострокові конкурентні позиції банку можливі за рахунок дотримання таких принципів:

- гнучкість асортиментної та цінової політики;
- поєднання різних каналів збуту для реалізації банківських продуктів і послуг з метою адаптації до вимог клієнтів;
- внутрішня несуперечливість.

Визначення поняття "конкурентоспроможність банку"

Конкурентоспроможність банку	
Підходи відповідно до економічного змісту поняття	Підходи відповідно до кібернетичного розгляду сутності
Економічна категорія, яка розглядається відносно конкретного ринку і конкретного аналогу – Заруба Ю. О. [85]	Узагальнена економічна категорія, яка характеризує економічну ситуацію, в тому числі проектні, виробничі, розподільчі та споживчі аспекти результатів економічної діяльності – Саєнко М. Г. [213]
Відмінність одного комерційного банку від інших за ступенем задоволення клієнтів своїми послугами, здатність успішно реалізувати конкурентоспроможну послугу; властивість суб'єкта ринкових відносин виступати на ринку нарівні з присутніми там конкуруючими суб'єктами – Портер М. Е. [193]	Економічна категорія, призначена для оцінювання результатів і стратегічного планування діяльності банку, що показує місце, яке банк займає на ринках збуту своїх продуктів відповідно до результатів своєї діяльності – Єпіфанов А. О. [71]
Складна ринкова характеристика банку, значно ширша від поняття його надійності, – Зав'ялов П. С. [77]	План завоювання сильних довгострокових конкурентних позицій (переваг) – Козьменко С. М., Шпиг Ф. І., Волошко І. В. [103]
Вигідність позиції банку за кількісними й якісними показниками – Еріашвілі Н. Д. [256]	Ефективна бізнес-система, здатна завоювати і утримати істотну частку динамічного ринку, змагаючись за обмежений обсяг платоспроможного попиту, забезпечуючи зростання доходів – Юрчук О. М. [257]
Потенціал банку для досягнення його конкурентних переваг на ринку банківських послуг – Геєць В. М. [321]	
Комплекс споживчих властивостей послуги, який визначає її відмінності від інших аналогічних послуг за ступенем і рівнем задоволення потреб користувачів і вартістю придбання – Фомін І. О. [240]	Можливість здійснення ефективної фінансової діяльності та досягнення практичної прибуткової реалізації своїх послуг в умовах конкурентного ринку – Светуцьков С. Г. [316]
Здатність працювати в середовищі, що динамічно розвивається, й утримувати конкурентні переваги щонайменш в незмінному вигляді – Романенко Л. Ф. [204]	Швидкість подолання банком негативних непередбачуваних факторів, які можуть привести до фінансових витрат – Прадун В. П. [195]
Властивість суб'єкта ринкових відносин виступати на ринку нарівні з присутніми там конкуруючими ринковими суб'єктами – Волощук І. П. [45]	Особливий функціональний стан системи економічного розвитку, за якого забезпечується реалізація мети функціонування системи – Сушко Н. М. [229]
Вплив двох факторів (з позиції клієнтів): надійність як індивідуальна характеристика банку, а також здатність запропонувати клієнту весь спектр необхідних йому послуг на прийнятних для нього умовах – Тимошенко Л. А. [231]	Управління формуванням та використанням ресурсів банку, яке б забезпечувало достатній ступінь надійності, достатній ступінь ліквідності, достатній рівень рентабельності – Мірошниченко О. В. [160]

Отже, з позиції економічного підходу наведені означення поняття "конкурентоспроможність банку" за даними різних авторів дають підставу стверджувати, що сутність цього поняття розуміється в цілому однаково та зводиться до здатності суб'єкта набувати чи володіти такими характеристиками, якостями, властивостями, які впливають на успішність його діяльності в умовах економічного змагання.

З точки зору кібернетичного підходу "конкурентоспроможність банку" визначають на основі аналізу взаємозалежності між факторами прибутковості та фактичною часткою ринку, яку має досліджуваний банк; застосування певних математичних методів в управлінні діяльністю банку, які дозволяють забезпечити стабільно високий рівень надійності, ліквідності та рентабельності банку порівняно з іншими економічними суперниками.

На погляд авторів, оцінювання конкурентоспроможності банку повинне здійснюватися після комплексного аналізу основних аспектів його діяльності, а системи показників мають відображувати складні ознаки, що утворюють ознаковий простір "конкурентоспроможність банку" та є внутрішніми ознаками. Водночас слід враховувати ознаки зовнішнього середовища, які здійснюють вплив на будь-який соціально-економічний об'єкт, і на конкурентоспроможність банку в тому числі.

Побудова системи ознак конкурентоспроможності банку повинна здійснюватися на основі інформативності, досвіду та принципів використання аналогічних показників [2; 24; 26; 100; 210] з позиції системності: структури, цілісності, взаємозалежності, ієрархічності.

Під *системою ознак конкурентоспроможності* банку розуміють цілісну множинність взаємопов'язаних і взаємоузгоджених властивостей, що відображують основні аспекти її формування та напрями підвищення. Побудова такої системи складається з визначення змісту ознак, методів їх оцінювання, порівнянності у часі та просторі [144].

Пономаренко В. С. і Малярець Л. М. [190] у дослідженні проблем управління в економіці рекомендують суб'єкти бізнесу (у даному випадку – банки), ознаки котрих визначаються, розглядати як соціально-економічні системи (СЕС), для характеристики яких необхідний концептуальний опис об'єкта з урахуванням взаємозв'язків (внутрішніх і зовнішніх), механізму причинно-наслідкових зв'язків, ознак (метричних і неметричних), що формують знання про даний об'єкт. За рахунок цього забезпечується: достовірність результатів аналізу даних як підґрунтя для формування управлінських рішень, знаходження найкращих економічних рішень.

Водночас визначаються два типи ознак:

соціальні $O = \{O_i\}$, $i = M_1$, $M_1 \in M$;

економічні $O = \{O_i\}$, $i = M_2$, $M_2 \in M$,

де O – простір ознак опису СЕС;

M_1 – соціальна ознака;

M_2 – економічна ознака;

$M = \{M_1, M_2\}$, – кінцевовимірний простір, базисними векторами якого

є різні ознаки системи.

Як зазначають Пономаренко В. С. і Малярець Л. М. [190, с. 28], концептуальне моделювання соціально-економічного об'єкта (банку) полягає у формуванні структури об'єкта, виявленні його найсуттєвіших рис і властивостей, дослідженні взаємозв'язків між його елементами (можливих станів елементів, співвідношення між елементами), наближеному визначенні гіпотези щодо подальшого розвитку факторів і системи показників, які характеризують функціонування та подальший розвиток соціально-економічного об'єкта.

Отже, банк слід розглядати як соціально-економічну систему, для визначення величин ознак якої необхідно побудувати структурно-логічну схему.

Поняття "система" може застосовуватися в різних аспектах:

1) це система, що вивчається чи є керованою;

2) це система, яка здійснює вивчення чи керує;

3) це система, яка підтримує керівну систему (в окремих випадках може бути складовою частиною керівної системи).

Спираючись на загальні правила концептуального подання об'єкта в економіці та на рекомендації фахівців-управлінців [87; 150; 153; 190; 225], СЕС формально подається виразом:

$$CEC = (S_C, S_E, E(S_j), F_S, A_S), \quad (1.1)$$

де S_C – соціальна підсистема;

S_E – економічна підсистема;

$E(S_j)$ – структурні елементи підсистем;

F_S – закони функціонування підсистем і системи в цілому;

A_S – механізми функціонування підсистем і системи в цілому [190, с. 30].

Доцільно перейти до побудови структурно-логічної схеми ознак конкурентоспроможності банку. Перш ніж розглядати структурно-логічну схему ознак конкурентоспроможності банку, слід уточнити окремі поняття. Під **структурно-логічною схемою** ознак конкурентоспроможності банку слід розуміти структурний опис усіх складних ознак, які поелементно складаються з простих ознак конкурентоспроможності банку, взаємозв'язані між собою та відображують сутність конкурентоспроможності банку. **Опис ознак** формується на основі відомостей, які характеризують поняття "конкурентоспроможність банку" з позиції цілісності, взаємозалежності, ієрархічності. Отже, необхідно розробити таку структурно-логічну схему, яка відображує змістовну сутність конкурентоспроможності банку та виступає науковим підґрунтям для формування управлінського рішення щодо забезпечення конкурентоспроможності банків.

На основі проведеного аналізу трактування відомих науковців поняття "конкурентоспроможність банку" (див. табл. 1.1), їх концепцій доцільно подати її чотирма складними ознаками, які ієрархічно подаються частинними показниками (рис. 1.1).

Насамперед необхідно розглянути окремо кожен із складових конкурентоспроможності банку.

Часто конкурентоспроможність банку ототожнюється з конкурентоспроможністю послуг і продуктів банку [45; 135], що автори вважають неправильним. Конкурентоспроможний продукт чи послуга банку – це результат змістовної попередньої роботи, а діяльність з підвищення конкурентоспроможності банку повинна бути орієнтована на майбутнє.

Варто погодитися з підходами до визначення конкурентоспроможного банківського продукту (послуги) таких науковців, як Зражевський В. В. [86], Андрушків Н. І. [9], Сєдих О. Є. [219] та ін. (табл. 1.2).

Фатхутдінов Р. А. [237] визначив спрямованість впливу факторів конкурентоспроможності банку, розділивши їх на внутрішні та зовнішні.

Герасимова Є. Б. [49], Білик О. І. [25] досліджували якість банківських продуктів, яку визначали на основі критеріїв відповідності поставленим вимогам та очікуванням. Водночас розглядалися такі фактори, як матеріальне оснащення банку, інтер'єр, поведінка персоналу, гарантованість своєчасного виконання зобов'язань банку перед клієнтом, термін роботи банку на ринку.

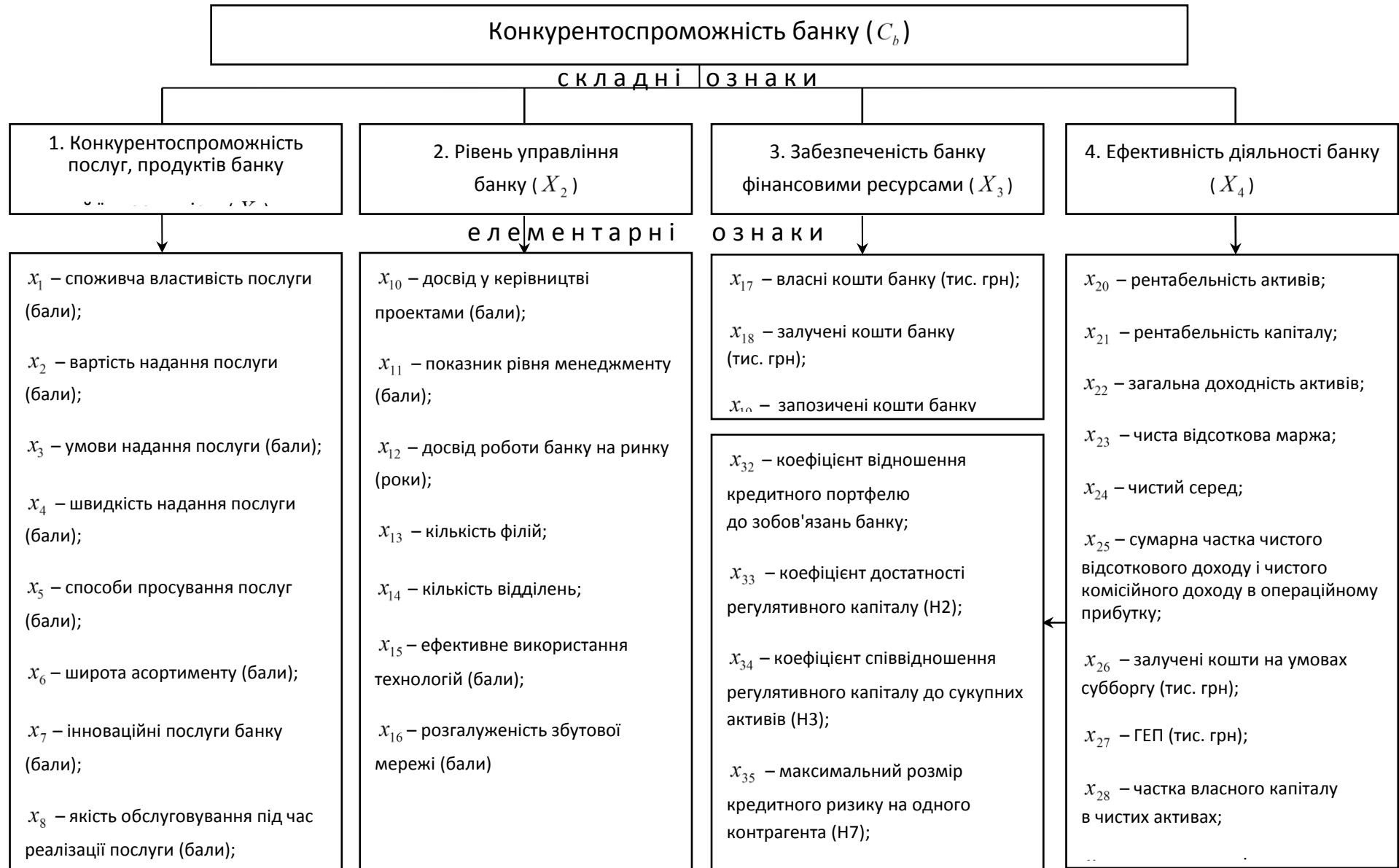


Рис. 1.1. Структурно-логічна схема ознак конкурентоспроможності банку

**Підходи науковців до визначення поняття
"конкурентоспроможність послуг, продуктів банку та їх доступності"**

Означення	Науковець
Конкурентоспроможність банківської послуги – це відносний динамічний показник її якісних і вартісних характеристик, оптимальне співвідношення яких забезпечує: задовільнення конкретної потреби клієнтів, вигідну відмінність від аналогічних послуг конкурентів	Зражевський В. В. [86]
Конкурентоспроможність банківської послуги – це один з вирішальних факторів комерційного успіху банківської установи на розвинутому конкурентному ринку, визначає, що повинна бути відповідність банківської послуги умовам ринку і вимогам клієнтів	Андрушків Н. І. [9]
Конкурентоспроможність продуктового ряду банку – сукупність кількісних та якісних ознак послуг фінансової установи, що створюють певну цінність для існуючих або потенційних клієнтів і роблять банківські продукти даної установи привабливими	Сєдих О. Є. [219]
Конкурентоспроможність послуги (продукту) – це її властивість, яка характеризує ступінь відповідності споживчих характеристик вимогам і побажанням потенційних та існуючих клієнтів, визначає частку ринку, яка належить даній послугі (продукту), і перешкоджає перерозподілу цього ринку на користь інших послуг (продуктів)	Тайдулін С. М., Каменська М. В. [349]
Конкурентоспроможність продукції – властивість, яка оцінюється за сукупністю основних техніко-економічних, якісних і вартісних показників, що відрізняють товар від товару конкурента	Печінкін А. І., Фомін В. М. [183]
Конкурентоспроможність послуги – сукупність цінових характеристик та якісних властивостей, а також особливості продажу й обслуговування послуги, які вигідно відрізняють її від конкуруючої послуги та дають змогу задовольняти потреби покупців	Олещук М. Г. [172]

Конкурентоспроможність послуг, продуктів банку, як важчають автори, – це її переваги на фінансовому ринку, що забезпечуються привабливими для споживача властивостями (порівняно низькою ціною й експлуатаційними витратами, оптимальним поєднанням параметрів ціна – якість), відмінністю в кращий бік її основних споживчих характеристик від аналогічних у інших представників даних послуг і продуктів. Під час визначення рівня конкурентоспроможності банківського продукту (послуги) порівнюють саме продукти (послуги) [104].

Не можна говорити, що конкурентоспроможність банку та конкурентоспроможність послуги, яку надає банк, – одне й те саме. Банк, який має достатньо високий рівень розвитку напрямів діяльності порівняно з іншими

банками-конкурентами, може надавати послуги з відносно низькою конкурентоспроможністю, що є, наприклад, наслідком малоефективної тарифної політики, яку обрав для себе банк. І навпаки, рівень якісних характеристик послуги (компетентність спеціаліста, що надає дану послугу; швидкість надання розрахунково-касової послуги; отримання консультації фінансового характеру), що визначає її порівняно високу конкурентоспроможність, може спостерігатися у банку з низькою прибутковістю або з погіршенням фінансового стану. Однак такий стан не може бути тривалим.

Безсумнівно, конкурентоспроможність послуг і продуктів банку є невід'ємною складовою конкурентоспроможності банку.

Спираючись на роботи науковців Базадзе К. М. [13], Білик О. І. [25], Герасимової Є. Б. [49], Зражевського В. В. [86], Сало І. В., Мірошніченко О. В. [214], Сєдих О. Є. [219], Тайдулліна С. М., Каменської М. В. [349], Фатхутдінова Р. А. [237] стосовно визначення конкурентоспроможності послуг, продуктів банку й їх доступності, необхідно виділити дев'ять елементарних ознак з позиції клієнта: x_1 – споживча властивість послуги; x_2 – вартість надання послуги; x_3 – умови надання послуги; x_4 – швидкість надання послуги; x_5 – способи просування послуг; x_6 – широта асортименту; x_7 – інноваційні послуги банку; x_8 – якість обслуговування під час реалізації послуги; x_9 – доступність банківських послуг.

У табл. 1.3 наведені підходи провідних науковців щодо визначення ознак конкурентоспроможності послуг, продуктів банку й їх доступності.

Отже, конкурентоспроможність послуг, продуктів банку й їх доступність X_1 можна записати у вигляді кортежу:

$$X_1 = \langle x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9 \rangle. \quad (1.2)$$

Слід зазначити, що всі дев'ять показників конкурентоспроможності послуг, продуктів банку й їх доступність є елементарними неметричними ознаками, виражаються порядковими величинами – балами, поставленими клієнтами.

У сучасних умовах офіційно провідні банки ведуть маркетинговий облік даних про якість і стан своєї діяльності. Розроблені методичні рекомендації щодо оцінки якості послуг, наданих клієнтам, і методичні підходи до рейтингової оцінки діяльності банків, не залежні від видів рейтингів [313; 324; 339; 344; 360; 360]. Тому у розробленні економіко-математичної моделі конкурентоспроможності банку необхідно скористатися даними щодо якості та стану своєї діяльності, які офіційно обліковуються в банках.

**Підходи науковців щодо визначення ознак конкурентоспроможності
послуг, продуктів банку й їх доступності**

Назва ознаки	Науковець	Визначення
x_1 – споживча властивість послуги	Енджел Д. Ф., Блекуелл Р. Д., Мініард П. У. [255, с. 45]	Певна властивість товару, що задовільнює (усвідомлено або неусвідомлено) основний споживчий інтерес
	Шулер Р. Р. [96, с. 238]	Висока якість послуги
	Жигулін О. А. [75, с. 238]	Комплекс інтересів споживача щодо послуги: диференційованість, економічність, якість
x_2 – вартість надання послуги	Ящук Є. А. [263]	Установлення банком ціни за надання своїх послуг з врахуванням факторів затрат на надання послуг в розрізі окремих операцій, типів операцій та клієнтів
	Невмержицький Є. І. [164]	Визначення мінімально допустимого рівня ціни на надання послуг, отримання банківських продуктів з врахуванням ціни на надання аналогічних послуг банками-конкурентами
x_3 – умови надання послуги	Махота А. В. [159]	Перелік послуг банку, які він надає на умовах договору банківського обслуговування з позиції сервісу обслуговування та видів послуг
x_4 – швидкість надання послуги	Кочетков В. М., Нікітін А. В. [117, с. 11]	Виконання банком дій в інтересах клієнтів
	Паласевич М. Б. [174, с. 408]	Швидкість внутрішніх робочих процесів
x_5 – способи просування послуг	Кисельов В. В. [94, с. 280]	Здійснення будь-якої банківської послуги чи операції
	Шкаєва Т. І. [248]	Застосування технологій, які спрямовані на досягнення цілі клієнта (виходячи з яких він звернувся до банківської установи)
x_6 – широта асортименту	Портер М. Е. [194, с. 238]	Спрямована діяльність з постійного формування й оновлення послуг і продуктів
x_7 – інноваційні послуги	Жигулін О. А. [74, с. 12]	Використання працівниками банку інноваційної техніки та технологій
x_8 – якість обслуговування під час реалізації послуги	Маслоу А. Х. [155, с. 12]	Формування та рекламування оновлених послуг і продуктів
	Аванесова Г. А. [1, с. 12]	Культурна характеристика соціально-економічного буття
	Шапіро Е. Л. [246]	Професійна підготовленість фахівця з метою вивчення об'єктивних і суб'єктивних потреб клієнтів
x_9 – доступність банківських послуг	Козьменко С. М., Васильєва Т. А., Леонов С. В. [318]	Використання альтернативних каналів продажів банківських продуктів і послуг
	Єгоричева С. Б.	Сукупність філій, відділень, технічних засобів, посередників, які беруть участь у процесі доведення банківських продуктів і послуг до клієнта

За результатами порівняння неметричних складових послуг п'яти банків (ПАТ "КБ "Хрещатик", ПАТАБ "Південний", ПАТ "Кредитпромбанк", ПАТ "Банк Форум", ПАТКБ "Правекс-банк"), яке здійснювалось на основі офіційної звітної документації діяльності банків [330; 331; 335 – 337] і проміжних і підсумкових звітів рейтингових агенцій "Standard Agency" [363], "ІВІ-Рейтинг" [324], "Fitch Ratings" [360] та "Кредит-Рейтинг" [344], а також економічних нормативів діяльності банку [313], рішення комісії з питань нагляду та регулювання діяльності банків [327], Інструкції про порядок регулювання діяльності банків в Україні [339], розглянутих щоквартально у динаміці за шість років (2008 – 2013 рр.), можна надати бальну оцінку ознакам $x_1 \div x_9$. Загальна сукупність значень кожної ознаки – 120 спостережень. Найбільше значення оцінки відповідає найкращій позиції оцінювання клієнтами.

Тютюнник А. М. пропонує виділяти два аспекти надання послуг: технічний та комунікативний [234]. Перший визначається чисельністю наданих послуг, а також оперативністю, точністю та надійністю їх виконання. Другий – суто людським ставленням до клієнта: вмінням відповісти на будь-яке запитання, вислухати пропозицію і навіть готовністю йти на певний фінансовий ризик заради його зручності. Доцільно погодитися з таким поділом та перейти до змісту елементарних неметричних ознак конкурентоспроможності банківської послуги (продукту).

Ознака x_1 показує ступінь браку та рекламаций у загальному обсязі банківської продукції, характеризує якість послуги (продукту) [1]. Під якістю банківської продукції слід розуміти відповідність поставленим вимогам та очікуванням, а також відсутність у обраної послуги (продукту) недоліків.

Неметрична ознака "споживча властивість послуги – x_1 " може набувати таких значень: задовільнення потреб великих корпоративних партнерів, оскільки індивідуальні клієнти не становлять для банкірів великого інтересу, (0); некомпетентність і неввічливість персоналу (1); досконалість банківських технологій, облік витрат, які виникають у результаті неякісного обслуговування клієнтів (2); зосередженість на клієнтському сервісі, індивідуальна обробка замовлень (3).

Для визначення ознаки "вартості надання послуги – x_2 " необхідно ввести бальні оцінки, порівнюючи аналогічні базові послуги банків-конкурентів: висока вартість надання послуги (0); підвищена вартість надання послуги (1); середня вартість надання послуги (2); низька вартість надання послуги (3).

"Умови надання послуги – x_3 " (з позиції сервісу обслуговування та видів послуг) визначають балами від 0 до 5 [313; 324; 339; 344; 360; 363]: неотримання

або несвоєчасне отримання клієнтом належної інформації (0); не задовільнює очікування клієнта (1); послуга надана швидко, але надана не повна інформація щодо користування (2); компетентне обслуговування під час надання послуги, доступність інформації (3); компетентне обслуговування під час надання послуги, доступність інформації, надання гарантійних і довірчих послуг (4); висококваліфіковане обслуговування, надання нетрадиційних послуг, наприклад, таких, як довірчі та посередницькі послуги, прийняття цінностей клієнта на збереження без їх доступу (5).

Неметрична ознака "швидкість надання послуги – x_4 " може набувати значення в балах від 0 до 4 шляхом порівняння швидкості надання аналогічних базових послуг банків-конкурентів: час очікування отримання послуги не відповідає заявленому (0); неможливість надати потрібну послугу або надання іншої послуги, яка відповідає лише частині заявлених бажань (вимог) клієнта (1); низька швидкість надання послуги (2); середня швидкість надання послуги (3); висока оперативність у наданні послуги (4).

Ознака "способи просування послуг – x_5 " може набувати значення від 0 до 7 [234]: дзвінки на стаціонарні та мобільні телефони (0); адресна розсилка інформаційних брошур про діяльність банку (1); надсилання листівок про нові послуги (2); рекомендації й обмін інформацією серед дійсних і потенційних клієнтів (3); опис певної послуги на рекламних плакатах, білбордах (4); проведення семінарів, конференцій з висвітленням інформації про особливості та можливості пропонованих послуг (продуктів) (5); професійні публікації (довідкові матеріали, статті в популярних економічних виданнях щодо особливостей застосування даної послуги) (6); розміщення суттєвої інформації про діяльність банку на офіційній веб-сторінці зі зручним інтерфейсом (7).

Неметрична ознака "широта асортименту – x_6 " може набувати значення від 0 до 4: послуги надаються конкретним клієнтським групам (0); часта зміна умов користування послугою (1); наявність схожих за споживчими властивостями послуг (2); відсутність послуги інтернет-банкінгу (3); наявність різноманітних послуг та продуктів, що задовольняють заявленим вимогам клієнта (4).

Неметричну ознаку "інноваційні послуги банку – x_7 " (факторинг, інтернет-банкінг, аутсорсингова діяльність тощо) запропоновано визначати так: 1 – присутні інноваційні послуги (добре), 0 – відсутні (погано).

Неметрична ознака "якість обслуговування під час отримання послуги – x_8 " може набувати такі значення: відсутність гарячої лінії, системи управління

сервісного обслуговування (0); вирішення проблеми відбувається у довготривалій термін (1); широкі безпосередні контакти під час отримання сервісного обслуговування (2); високоспрямована націленість на вирішення проблем клієнта у разі виникнення питань у користуванні послугою (3).

Ознака "доступність банківських послуг – x_9 " може набувати значень [330; 331; 335 – 337]: 1 – можливість швидко отримати потрібну банківську послугу, використовуючи термінали самообслуговування; 0 – неможливість швидко отримати потрібну банківську послугу.

Козьменко С. М., Шпиг Ф. І. та Назаренко А. О. [102] зазначають, що рівень управління банком (X_2) як ознака його конкурентоспроможності є позитивною відмінністю банку від прямих і потенційних конкурентів на ринку банківських послуг у цілому або окремих його сегментах, в усіх чи певних видах діяльності банку, який вимірюється економічними показниками, забезпечує реальний приріст його активів і підвищення загального рівня конкурентоспроможності банківської установи у коротко- чи довгостроковому періоді, забезпечує сталий розвиток. Показники, якими визначається рівень управління банком, надають йому можливість відстоювати свої економічні інтереси в умовах конкуренції за рахунок прийняття раціональних управлінських рішень [86].

З урахуванням узагальнення літературних джерел, складених науковцями Бадак Л. С. [12], Бедрадіною Г. К. [15], Зав'яловим П. С. [77], Зражевським В. В. [86], Портером М. Е. [193], очевидно, що до складу показників рівня управління банком необхідно віднести дві групи факторів: переваги в умінні проведення ефективної маркетингової політики та переваги в технологічних ресурсах.

На основі аналізу робіт вчених Бедрадіної Г. К. [15], Ткачук О. В. [232] до показників першої групи факторів віднесені показники ефективності роботи маркетологів, управлінського складу: x_{10} – досвід в управлінні проектами; x_{11} – показник рівня менеджменту; x_{12} – досвід роботи банку на ринку; x_{13} – кількість філій; x_{14} – кількість відділень. Пропонується показник x_{10} визначати так: 1 – наявний досвід управління проектами (добре), 0 – відсутній досвід в управлінні проектами (погано). Аналіз показників рівня управління банком пропонується здійснювати на основі оцінювання рівня виконання менеджерами банку основних базових функцій менеджменту: планування, організація, мотивація, контроль, координація, які виділяє Бедрадіна Г. К. [15].

Показник рівня менеджменту x_{11} [15] пропонується оцінювати порядковими величинами, які можуть набувати значень: діяльність не проводиться (0); діяльність проводиться не постійно, а час від часу (1); діяльність проводиться

частково, залежно від ситуації (2); діяльність проводиться постійно та систематично (3); діяльність проводиться максимально ефективно (4).

До переваг в технологічних ресурсах слід віднести такі показники, як: x_{15} – ефективність використання технологій; x_{16} – розгалуженість збутової мережі. Сучасними банківськими технологіями є: інформаційні (системи аутентифікації й ідентифікації клієнта, системи управління відносинами з клієнтами CRM тощо) [116; 128] і фінансові технології (пересувні операційні каси, електронні системи міжбанківських розрахунків – розрахунково-платіжні системи СБІФТ, ТАРГЕТ тощо) [3; 328]. Ефективність використання технологій можна оцінити як з позицій комплексності банківських продуктів і послуг, що надаються населенню й юридичним особам, так і щодо використання банком інноваційних фінансових та інформаційних технологій. На основі даних аналітичних оглядів досліджуваних банків [198; 330; 331; 336; 337] запропоновано показнику x_{15} привласнити одне з трьох значень: 0 – відсутність інформаційних та/або фінансових технологій; 1 – присутність інформаційних або фінансових технологій; 2 – наявність інформаційних і фінансових технологій.

Ознака "розгалуженість збутової мережі – x_{16} " може набувати значення: відсутність розвиненої мережі відділень (0); наявність невеликої кількості терміналів самообслуговування (до 5-ти одиниць) (1) [198; 330; 331; 336; 337]; наявність великої кількості терміналів самообслуговування (2); активне застосування служб і сервісів мережі Інтернет для проведення послуг Інтернет-банкінгу з високою гарантією безпечності здійснення таких операцій (3).

Отже, складна ознака рівня управління банку може бути подана, як:

$$X_2 = \langle x_{10}, x_{11}, x_{12}, x_{13}, x_{14}, x_{15}, x_{16} \rangle. \quad (1.3)$$

Забезпеченість банку фінансовими ресурсами (X_3) – сукупність грошових коштів, що перебувають у розпорядженні банку та використовуються ним для виконання своїх функцій та операцій. **Банківські ресурси** – це фінансові ресурси банку, що складаються із власних, залучених і запозичених коштів. **Власні кошти** – це акціонерний і резервний капітал, а також нерозподілений прибуток. До **залучених і запозичених коштів** належать вклади (депозити), кошти від продажу облігацій та інших боргових цінних паперів, залишки на рахунках клієнтів, кошти, отримані від Національного банку в порядку підтримання ліквідності, а також міжбанківські кредити. Отже, забезпеченість

банка фінансовими ресурсами характеризується показниками: x_{17} – власні кошти; x_{18} – залучені кошти; x_{19} – запозичені кошти, які є кількісними:

$$X_3 = \langle x_{17}, x_{18}, x_{19} \rangle. \quad (1.4)$$

Власні кошти – це акціонерний і резервний капітал, а також нерозподілений прибуток (збиток). Показник x_{18} формується з коштів на рахунках клієнтів (фізичних та юридичних осіб), коштів банків, інших залучених коштів (кредити рефінансування від Державної іпотечної установи). Показник x_{19} формується з коштів від продажу облігацій та інших боргових цінних паперів, відстрочених податкових зобов'язань, інших фінансових зобов'язань, які складаються у звітах банків у примітці "Інші зобов'язання" (кредитна заборгованість за рахунками з працівниками банків, кредитна заборгованість з придбання активів, резерв під зобов'язання, доходи майбутніх періодів тощо).

Ще однією складною характеристикою конкурентоспроможності банку є ефективність його діяльності (X_4). Її пропонується визначати показниками $x_{20} \div x_{37}$, розглянутими за звітний період.

На основі офіційної звітної документації діяльності банків [198; 330; 331; 336; 337], методик рейтингових агенцій "Standard Agency" [363], "ІВІ-Рейтинг" [324], "Fitch Ratings" [360], "Кредит-Рейтинг" [344], економічних нормативів діяльності банку [313], рішень комісії з питань нагляду та регулювання діяльності банків [50], Інструкції про порядок регулювання діяльності банків в Україні [339], офіційного глосарію банківської термінології НБУ, а також досліджень показників конкурентоспроможності банку, що здійснювались Воложинською М. О. [311], Галайко Н. Р. [46], Кльобою Л. Г. [97], Марущак М. В. [154], Парасій-Вергуненко І. М. [176], Притулою Н. І [198], Степаненко О. П. [228], Фатхутдіновим Р. А. [236], Шпиґа Ф. І. [352] та ін., можна виділити показники, які характеризують здатність банку вести конкурентну боротьбу: x_{20} – рентабельність активів; x_{21} – рентабельність капіталу; x_{22} – загальна дохідність активів; x_{23} – чиста відсоткова маржа; x_{24} – чистий серед; x_{25} – сумарна частка чистого відсоткового та чистого комісійного доходу в операційному прибутку; x_{26} – залучені кошти на умовах субборгу; x_{27} – ГЕП (різниця між активами та зобов'язаннями банку з відповідними строками; використовують для оцінювання ризику на короткострокових інтервалах (наприклад, позитивна різниця (positive gap) виникає у випадку, коли сума короткострокових активів перевищує суму короткострокових зобов'язань; негативна різниця (negative gap) виникає у випадку,

коли сума короткострокових зобов'язань перевищує суму короткострокових активів); x_{28} – частка власного капіталу в чистих активах; x_{29} – частка резервів за кредитними операціями в кредитному портфелі; x_{30} – частка основних засобів і нематеріальних активів у чистих активах; x_{31} – частка вкладів фізичних осіб у пасивах; x_{32} – коефіцієнт відношення кредитного портфеля до зобов'язань банку; x_{33} – коефіцієнт достатності (адекватності) регулятивного капіталу (Н2); x_{34} – коефіцієнт співвідношення регулятивного капіталу до сукупних активів (Н3); x_{35} – максимальний розмір кредитного ризику на одного контрагента (Н7) (встановлюється з метою обмеження кредитного ризику, що виникає внаслідок невиконання окремими контрагентами своїх зобов'язань); x_{36} – коефіцієнт фінансового левериджу (характеризує співвідношення власного та позичкового (надані кредити) капіталу); x_{37} – наявність іноземного капіталу (присутній в банку чи відсутній).

Отже, ефективність діяльності банку визначається такими показниками:

$$X_4 = \langle x_{20}, x_{21}, x_{22}, x_{23}, x_{24}, x_{25}, x_{26}, x_{27}, x_{28}, x_{29}, x_{30}, x_{31}, x_{32}, x_{33}, x_{34}, x_{35}, x_{36}, x_{37} \rangle \quad (1.5)$$

Вищезазначені чотири групи складних показників віднесені до внутрішніх показників конкурентоспроможності банку:

$$I_f = \langle X_1, X_2, X_3, X_4 \rangle \quad (1.6)$$

До факторів впливу зовнішнього середовища (E_f), що забезпечують успіх, процвітання та стійку конкурентну позицію банку на фінансовому ринку й описані в оглядах Національного банку України за період 2008 – 2013 рр. і у річних звітах Національного банку України [88; 326; 345; 346; 350], провідні економісти Генерального економічного департаменту НБУ Шумило І. А. [320], Петрик О. І. [322], Коваленко О. І. [321; 323] рекомендують віднести: y_{38} – грошову базу [326]; y_{39} – індекс цін виробників промислової продукції [317; 346]; y_{40} – темп зміни готівкового курсу [320]; y_{41} – ставку рефінансування [350]; y_{42} – середню ставку банківських депозитних ресурсів (середня відсоткова ставка за строковими депозитами); y_{43} – рівень безробіття (за методологією Міжнародної організації праці) [345]; y_{44} – наявність іноземного капіталу в банківській системі.

Отже, до факторів впливу зовнішнього середовища відносять ознаки:

$$X_5 = \langle x_{38}, x_{39}, x_{40}, x_{41}, x_{42}, x_{43}, x_{44} \rangle \quad (1.7)$$

Таким чином, ознаками конкурентоспроможності банку C_b є внутрішньо-банківські показники (I_f): конкурентоспроможність послуг, продуктів банку та їх доступність, рівень управління банку, забезпеченість банку фінансовими ресурсами, ефективність діяльності банку. У той же час фактори зовнішнього середовища (E_f) здійснюють вплив на конкурентоспроможність банку [230]:

$$C_b = I_f \cap E_f. \quad (1.8)$$

Отже, узагальнення змісту конкурентоспроможності банку як комплексної характеристики, дозволило звести складні ознаки до чотирьох, а саме: конкурентоспроможність банківських послуг, продуктів та їх доступність; рівень управління банку; забезпеченість банку фінансовими ресурсами; ефективність діяльності банку, які сукупно визначаються 37-ма елементарними ознаками – показниками.

Ураховуючи вищезазначене, автори пропонують таке визначення конкурентоспроможності банку. **Конкурентоспроможність банку** – це здатність банку володіти та набувати таких характеристик, якостей, властивостей, які впливають на підвищення ефективності його діяльності в умовах економічного змагання на ринку банківських послуг і продуктів [104].

Процес моделювання конкурентоспроможності банку як його визначальної характеристики можна зобразити послідовністю моделей, зображених на рис. 1.2.

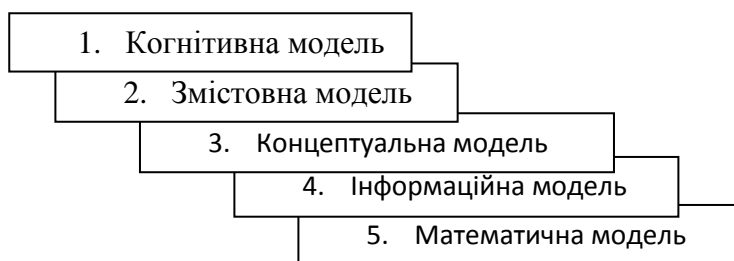


Рис. 1.2. **Послідовність побудови економіко-математичної моделі конкурентоспроможності банку**

На *першому етапі* передбачається наявність певних знань про об'єкт – оригінал, відбувається аналіз сформульованої проблеми. Пізнавальні можливості

моделі (рівень знань) зумовлені формуванням деякого обміркованого образу, переробленням зовнішньої інформації та створенням подоби "ідеальної" моделі. Така модель називається *когнітивною* [41]. Дяченко О. Г. [67] описує модель ефективного управління діяльністю банку за критеріями ліквідності та прибутковості – головними критеріями надійності і конкурентоспроможності банку, з використанням інструментарію когнітивного моделювання. Водночас автор виокремлює лише дві сфери діяльності банку: кредитно-депозитну на фінансовому ринку та на ринку міжбанківського кредитування. Дана модель досліджує вплив зміни рівня відсотків за кредитно-депозитними операціями на рівень прибутку банку у зазначених сферах діяльності банку, який, у свою чергу, впливає на ліквідність банку та його конкурентоспроможність.

На *другому етапі* модель постає як самостійний об'єкт дослідження. Змістовні моделі за функціональною ознакою поділяють на описові, пояснювальні та прогностичні, зазначає Малярець Л. М. [142]. На цьому етапі відбувається як якісний, так і кількісний аналізи об'єктів, що визначають конкурентоспроможність банку (в загальному випадку, проводять якісний та кількісний аналіз економічних об'єктів досліджуваного процесу чи складових частин досліджуваного об'єкту); визначаються складові частини (елементи), що утворюють конкурентоспроможність банку; визначаються зв'язки цих елементів, їх властивості, кількісні та якісні значення властивостей, що виражаються у вигляді рівнянь, нерівностей, функціональних залежностей тощо.

Наступним, *третьім етапом* моделювання економічного об'єкта чи процесу є побудова концептуальної моделі. За визначенням економіко-математичного енциклопедичного словника, укладеного Лопатніковим Л. І. [254], "*концептуальна модель* є принципова основа економіко-математичної моделі, призначеної для реалізації різними математичними і технічними засобами, для безпосереднього розв'язання задачі". Концептуальна модель дає наближене уявлення конкурентоспроможності банку як об'єкта моделювання та ґрунтується на концептуальному визначенні змісту сутності об'єкта.

Четвертий етап – побудова інформаційної моделі [41; 310]. *Інформаційна модель* – це сукупність величин, які містять інформацію про моделювання. Вона побудована за спеціальними правилами, концепцією. Для того щоб визначити інформаційне навантаження величини, її необхідно виміряти, тобто здійснити сукупність операцій, за допомогою яких отримується значення величини [90]. Величини, що характеризують конкурентоспроможність банку, є як метричними (можливе встановлення одиниць вимірювання за інтервальними шкалами), так і неметричними [51; 59; 120]. Детальний опис формування методичних

положень до моделювання конкурентоспроможності банку наданий в підрозділі 1.3.

Математичне моделювання (п'ятий етап) – це математичний опис економічного об'єкту чи процесу та перенесення знань з моделі на оригінал (банк) за допомогою спеціальних правил (математичних методів) [310]: формується множина знань про об'єкт. Водночас знання про модель повинні бути скоригованими з урахуванням тих властивостей об'єкта-оригіналу, які не знайшли відображення під час побудови моделі.

Конкретизований зміст конкурентоспроможності банку дозволяє адекватно визначити завдання та мету економіко-математичної моделі конкурентоспроможності банку: здійснити об'єктивний аналіз конкурентоспроможності банку за рахунок обґрунтування поточного стану та функціонування конкурентоспроможності банку як визначальної характеристики його діяльності; визначити рівень конкурентоспроможності банку шляхом побудови узагальнювального показника та виробити ефективне економічне управлінське рішення щодо подальшої діяльності [108].

1.2. Огляд аналітичних підходів, методів і моделей в аналізі конкурентоспроможності банків

Економіко-математична модель конкурентоспроможності банку повинна надавати не лише кількісне оцінювання поточного стану та рівня конкурентоспроможності банку, але й бути обґрунтованою основою для прийняття дієвих управлінських рішень щодо нормального функціонування та розвитку банку.

Останні роки ознаменувалися виходом великої кількості робіт, присвячених теоретичним і методичним аспектам економіко-математичного моделювання в банківській сфері, дослідженню моделей банківської конкуренції. Проте варто зазначити, що в Україні не сформовано єдиного підходу до вирішення проблеми управління конкурентоспроможністю банків, не існує єдиного метода її оцінювання. Крім того, роботи зарубіжних учених не завжди можна адаптувати до сучасного стану банківської системи нашої країни, тому що переважна більшість фінансово-економічних показників і алгоритмів їх розрахунку не співвідносяться з вітчизняною методологією аналізу діяльності банків і сформованою системою обліку.

Аналіз робіт фахівців з проблем конкурентоспроможності банку, як економістів, так і аналітиків, математиків показав, що теоретичні та практичні

підходи до моделювання конкурентоспроможності банку можна умовно розділи на три групи: підходи економістів-практиків; підходи математиків, які розробляють моделі для управління діяльністю банків; підходи кібернетиків, які вирішують проблеми в економіці.

Моделювання економістами-практиками характеризуються використанням методів на основі **рейтингових методик оцінювання** діяльності банків. Науковці-економісти Батковський В. А. [14], Беленька Г. В. [22], Васильчук І. В. [40], Глуха Г. Я., Риль В. І. [51], Пастернак А. Л. [179], Пікуш Ю. П. [186], Притула Н. І. [198], Сомова О. Є. [226], Ухлічева І. В. [235], Шеремет А. Д. [248], Ярошенко А. С. [258], Ячменьова В. М. [262] вважають, що найбільш розповсюдженими рейтинговими методиками для визначення конкурентоспроможності банку є номерні, бальні, регресійні й індексні методики.

Номерні методики (ренкінги) передбачають обчислення сукупності значень обсягових та інших показників фінансового стану банків і присвоєння всім банкам певного місця у рейтингу за всіма оцінюваними показниками.

Бальні методики дозволяють отримати інтегральну оцінку фінансового стану банку в балах, які присвоюються досліджуваному показнику за певною шкалою, визначеною експертами. Найбільш застосовною серед рейтингових бальних методик є офіційно визнана система CAMELS, яка ґрунтується на поєднанні бухгалтерського й експертного підходів [347]. Її ефективність залежить від уміння й об'єктивності співробітників, які контролюють правильність роботи системи.

Методичні підходи, використовувані у **регресійних моделях**, визначають певну сукупність банків за значеннями факторних показників за кожним банком і середніх за сукупністю. Узагальнені показники розраховують як відношення фінансових показників окремих банків до середнього значення за сукупністю. **Методами кореляційно-регресійного аналізу** отримується більш об'єктивна оцінка за рахунок встановлення взаємозв'язку між результатами банківської діяльності та факторами, що їх визначають [14].

Індексні методики визначають вагові коефіцієнти для кожного з показників фінансової діяльності банку, коли необхідні вагові коефіцієнти обираються експертами [178]. Далі розраховують параметричні коефіцієнти й узагальнювальний рейтинговий індекс банку. Дана методика дозволяє виокремити найголовніші, найінформативніші фінансові коефіцієнти та надає кількісну базу для розрахунку лімітів.

Математики моделюють конкурентоспроможність банку у розрізі системи окремих економічних показників, яка дозволяє поглиблено вивчити

елементарні ознаки конкурентоспроможності банку. За допомогою певного математичного методу здійснюється взаємозв'язок "аналіз – синтез": перехід від елементарних ознак до узагальнення (синтезу) – характеристика загального показника конкурентоспроможності (виражається одним числом). Згортка показників відбувається динамічно: значення показників вимірюються протягом часу; їх згортка здійснюється в послідовні періоди часу, відображуючи історію змін показників.

Кібернетичний підхід припускає таку послідовність моделювання конкурентоспроможності: побудова цільового компонента системи; системний аналіз процесу, виділення функціонально необхідних підсистем і зв'язків між ними; побудова економіко-кібернетичних моделей досліджуваних процесів з обов'язковим використанням загального зворотного зв'язку з виходу на вхід моделі та місцевих зворотних зв'язків усередині моделі; оцінювання ефективності управління з використанням кібернетичної функції ефективності.

Доцільно розглянути методи та моделі на основі зазначених підходів, які на теперішній час у дослідженні конкурентоспроможності банку набули широкого застосування.

Косова Т. Д. [114] виділяє такі методи оцінювання рівня конкурентоспроможності банку: графічний, табличний, метод групування, балансовий, зіставлення, метод коефіцієнтів.

Графічний, табличний та метод групування дозволяють наочно проаналізувати досліджувані показники, що сприяє більш ефективному усвідомленню, та визначають подальший хід аналізу.

За допомогою **методу коефіцієнтів** оцінюються показники ліквідності, платоспроможності, рентабельності банку. Тобто передбачається використання не абсолютних, а відносних показників, на основі значень яких робиться висновок про конкурентоспроможність банку. Смирнов Є. М. у роботі [224] за результатами проведеного дослідження характеризує поняття "конкурентоспроможність" як економічну категорію, якій притаманні властивості відносності, динамічності, складності й яка має прогностичний характер, та обґрунтовує необхідність їх враховування в процесі оцінювання конкурентоспроможності соціально-економічного об'єкта. Буряк А. В. розкриває проблеми методу використання фінансових коефіцієнтів.

Балансовий метод (балансове погодження) порівнює активні та пасивні частини балансу банку, зіставляє протилежні частини, які характеризують одне явище (доходи та видатки, надходження ресурсів та їх використання, виробництво та розподіл тощо). Цей метод полягає у зіставленні врівноважувальних

одна одну систем взаємопов'язаних показників. Застосовуються для діагностики й аналізу внутрішнього середовища банку, є основою для розробки й застосування *методу пропорційного ділення*, який є одним із прийомів факторного аналізу. Практичне застосування даного методу наведено в матеріалах [55].

Метод зіставлення полягає в порівнянні певних показників конкурентоспроможності банку з базовими. Шпиг Ф. І. [352] пропонує такі джерела порівняльних конкурентних переваг банків: фінансові ресурси (власний капітал, депозити, міжбанківські кредити); активи (кредити, інвестиції, філіальна мережа, інформаційні системи); людські ресурси (персонал, підвищення кваліфікації, професійний тренінг); нематеріальні активи (імідж, організаційна культура, досвід і кваліфікація менеджерів, якість послуг).

Застосування *описових моделей* дозволяє отримати систему якості управління конкурентоспроможності банку на основі статистичної обробки показників його діяльності з урахуванням впливу детермінованих факторів. Описові моделі в управлінні дозволяють відібрати лише значущі показники, не розглядаючи сам механізм процесу їх отримання, та подати їх у компактному, згорнутому вигляді. Тому слід розглянути методи, що використовуються у моделюванні конкурентоспроможності банку.

Економісти Єпіфанов А. О. й Ярошенко А. С. [71] пропонують усі моделі аналізу конкуренції в банківському секторі поділити на два основні типи: структурні та неструктурні. Доцільно погодитися з таким поділом і розглянути найбільш вживані теоретичні моделі, проаналізувати їх практичну значущість.

Сутність *структурних моделей* полягає в тому, що рівень конкурентоспроможності банку визначається взаємозв'язком між структурою банківського ринку (кількістю банків, ступенем концентрації), ринковою владою та прибутковістю банків. Для цього використовують дві гіпотези:

1) гіпотеза "структура – поведінка – результат" (Structure – Conduct – Performance, SCP) [103];

2) гіпотеза "ефективної структури" (Efficient Structure, ES).

У використанні гіпотези SCP вводиться функція залежності прибутку банку від рівня концентрації. Для цього розраховують індекс Херфіндаля – Хіршмана (коефіцієнт концентрації CR_j) і прибуток банку [71]:

$$CR_j = \sum_{i=1}^N S_i^2, \quad (1.9)$$

де S_i – ринкова частка i -го банку;

N – кількість усіх банків.

Чим більше значення CR_j , тим більш концентрований ринок, тим нижчий рівень конкуренції.

Функція прибутку матиме вигляд [71]:

$$P_{ijt} = \alpha_0 + \alpha_1 CR_{ijt} + \sum_k \gamma_k X_{k,ijk} + \varepsilon_{ijk}, \quad \alpha_1 > 0, \quad (1.10)$$

де P_{ijt} – прибуток банку i на ринку j за період t ;

α_0 – вільний член рівняння регресії;

α_1 – норма резервних вимог;

CR_{ijt} – показник концентрації банківських послуг на j -му ринку, на якому присутній i -й банк, за період t ;

$X_{k,ijk}$ – k -вимірний вектор змінних, який здійснює вплив на прибуток банку;

γ_k – коефіцієнти регресії;

ε_{ijk} – випадкові залишки.

Застосування гіпотези SCP доводить, що: чим більша кількість банків впливає на ціноутворення, тим менший контроль за ринком має конкретний суб'єкт господарювання, тим, відповідно, нижчим є рівень конкурентоспроможності конкретного банку.

На думку авторів, суттєвим недоліком гіпотези SCP є те, що спочатку визначається конкурентна структура ринку, залежно від якої визначаються фінансові результати діяльності банку. В якості висновку отримується інформація щодо поведінки банків: конкурентна вона чи неконкурентна. Проте не враховується рівень конкурентоспроможності банку.

Гіпотеза ефективної структури (ES) тестується на основі рівняння регресії:

$$P_{ijt} = \alpha_0 + \alpha_1 CR_{it} + \alpha_2 MS_{ijt} + \sum_k \gamma_k X_{k,ijk} + \varepsilon_{ijk}, \quad \alpha_2 > 0, \quad (1.11)$$

де P_{ijt} – прибуток банку i на ринку j у період t ;

α_0 – вільний член регресії;

α_1, α_2 – норми резервних вимог;

CR_{ijt} – показник концентрації банківських послуг на j -му ринку, на якому присутній i -й банк, за період t ;

MS_{ijt} – ринкова частка банку i у період t ;

γ_k – коефіцієнти регресії;

$X_{k,ijk}$ – k -вимірний вектор змінних, який здійснює вплив на прибуток банку;

ε_{ijk} – випадкові залишки.

Висновок застосування гіпотези ефективної структури полягає в тому, що чим більшою є ефективність банківської діяльності, яка визначається прибутковістю та прибутком, тим вища рентабельність банків і менший рівень витрат (тобто більша частка його ринку) і, як наслідок, вищий рівень конкурентоспроможності.

Ефективність та отримання більшої частки ринку може досягатися двома шляхами:

1) за рахунок вдосконалення менеджменту та технологій;

2) за рахунок економії на масштабі.

Отже, недоліками структурних моделей є [71]:

1) використання явних структурних характеристик та ігнорування імпліцитних (прихованих) факторів;

2) отримані висновки є досить суперечливими, оскільки стверджують про можливість відсутності ринкової влади за високої концентрації;

3) не враховується ринкова поведінка банків і вплив конкретних банків на конкурентну структуру банківського сектора;

4) не враховуються потенційні фактори впливу на конкурентний стан.

Математики, які досліджували конкурентоспроможність банку на фінансовому ринку – такі, як Берегуля О. В. [20], Долгих В. М. [60], Єгорова Н. Є., Смулов А. М. [68], Музичка О. М. [163], Сідельник О. П. [223], Біккер Дж. А. [267], Бреснахан Т. Ф. [270], Лау Л. Дж. [282], віддають перевагу неструктурним моделям. **Неструктурні моделі** використовують емпіричні методи оцінювання рівня стану банківського ринку, які дозволяють подолати зазначені упущення структурних моделей [71]. В основі неструктурних моделей лежать методи, що здійснюють аналіз конкурентоспроможності банку та банківської системи в цілому з допомогою використання методів виробничо-організаційного підходу (різних стратегій ціноутворення учасників ринку). Більшість неструктурних моделей ґрунтується на оцінюванні монополістичної влади, спираються на статичну теорію рівноважного ринку, де банки дотримуються ціноутворення за витратами.

На основі аналізу робіт відомих економістів Вовк В. Я [44], Козьменка С. М., Шпиґа Ф. І., Волошко І. В. [103], Дробишевського С. М., Пашенко С. О. [64], Олексіча Д. В. [171], Прахової Т. С. [197] автори пропонують поділ неструктурних моделей для аналізу конкурентоспроможності у банківському секторі на два типи таким чином, як це надано на рис. 1.3.

Поєднує підходи, опис яких схематично наведено на рис. 1.3, те, що спочатку визначається форма банківської конкуренції, а вже потім на її основі – рівень конкурентоспроможності банку.

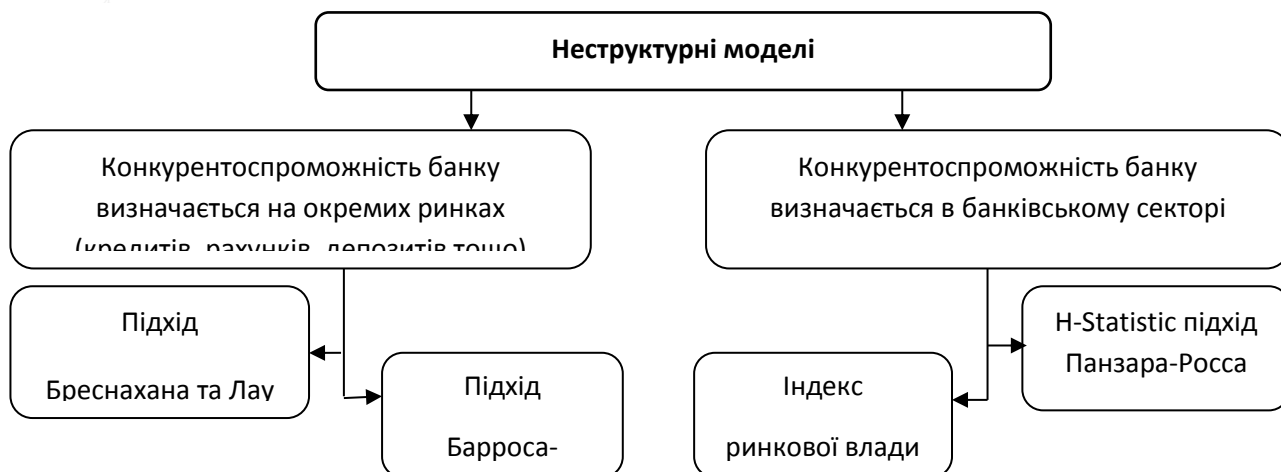


Рис. 1.3. Застосування неструктурних моделей

Моделі Бреснахана Т. Ф., Лау Л. Дж. та Панзара – Росса спочатку використовували для аналізу реального економічного сектора. Пізніше їх почали застосовувати й для оцінювання рівня конкуренції в банківському секторі, конкурентоспроможності фінансової установи. В основі даних моделей лежить порівняння поведінки банків в умовах реалізації однієї з основних форм ринкових конкурентних структур (досконала конкуренція, олігополія або монополія) з використанням розроблених критеріїв оцінювання. У результаті дослідження й аналізу на основі таких моделей робиться висновок про рівень конкуренції на банківському ринку та конкурентну позицію певного банку.

Бреснахан Т. Ф. [270] та Лау Л. Дж. [282] визначили, що максимальний рівень прибутку за умови рівноваги досягається, коли граничний дохід дорівнює граничним витратам.

Функція прибутку має вигляд:

$$P_1 = q_k p - C_i(q_k, w_j) \xrightarrow{q_k} \max, \quad (1.12)$$

де q_k – обсяг банківської продукції;

$C_i = C_i(q_k, w_j)$ – функція витрат i -го банку ($i = 1, \dots, N$) на реалізацію продукції виду q ;

$w_i = (w_{1i}, \dots, w_{ji})$ – вектор цін на фактори виробництва банківських послуг;

j – кількість факторів виробництва банку;

p – попит на банківські продукти (ціна банківського продукту/послуги) [64].

Обернена функція попиту на послуги банків має вигляд:

$$p = d(Q, v), \quad (1.13)$$

де p – ціна;

$Q = \sum_k q_k$ – загальний обсяг випуску продукції на ринку банківських послуг;

v – чинники, які зрушують криву попиту.

З урахуванням формул (1.12), (1.13) отримано:

$$p = -q_k \frac{\partial d(Q, v)}{\partial Q} \frac{\partial Q}{\partial q_k} + \frac{\partial C_i(q_k, w_i)}{\partial q_k}, \quad (1.14)$$

де $\frac{\partial C_i(q_k, w_i)}{\partial q_k} = MC_i$ – граничні витрати.

Після введення змінної $\theta_i = \frac{\partial Q}{\partial q_k}$, яка є очікуваною i -м банком зміною

загального обсягу послуг у банківському секторі в результаті зміни обсягу послуг конкретного банку, формула (1.14) матиме вигляд:

$$p = MC_i - z q_k \theta_i, \quad (1.15)$$

де $z = \frac{\partial d(Q, v)}{\partial Q}$.

Форма банківської конкуренції визначається на основі коефіцієнта β_i : монополія, з $\theta_i = 1$; олігополія, з $\theta_i = 1/N$; досконала конкуренція, з $\theta_i = 0$.

Отже, результатом використання даного підходу є визначення форми відносин у банківській системі на основі точних статистичних показників, агрегованих параметрів діяльності банку та результатів моделювання виробничо-організаційного підходу до моделювання діяльності банків, адже виробничо-організаційний підхід є теоретичним підґрунтям для емпіричного аналізу конкуренції. Визначивши форму конкуренції в банківському секторі, аналітичний відділ банку планує вибір найефективнішої стратегії щодо забезпечення власних конкурентних переваг.

Модель Бреснахана Т. Ф. та Лау Л. Дж. дозволяє визначити ступінь зміни рівня конкурентоспроможності з часом унаслідок певних інституціональних змін, а саме: чи збільшується конкурентоспроможність банку за умови послаблення регулятивних норм з боку Національного банку; чи збільшується конкурентоспроможність унаслідок приватизації банку.

Суттєвим недоліком даного підходу, як вважають автори, є те, що: ключові припущення можна розглядати тільки в короткостроковому періоді; відсутній чіткий алгоритм щодо визначення рівня конкурентоспроможності банку. Проте позитивом є чітка модель визначення форми конкурентних відносин між банками.

Необхідно підкреслити, що суттєвим недоліком з точки зору описового моделювання даної моделі є використання лише трьох факторів: граничний дохід, граничні витрати та загальний обсяг банківської продукції (послуг). Слід враховувати обсяг банківських послуг не завжди підлягає повному контролю з боку банку. Крім того, не враховуються інші основні показники, що визначають рівень конкурентоспроможності банку, неможливо визначити залежність і кількісний взаємозв'язок між цими показниками.

У моделі Барроса – Модесто основна увага приділяється попиту на банківську продукцію [365]. Ф. Баррос і Л. Модесто [265] ввели складну специфікацію функції попиту на послуги банку. Допускається, що один споживач може користуватися послугами декількох банків, але користь від однієї й тієї ж послуги залежить від того, який банк її надав. Функція попиту на послуги кожного конкретного банку містить параметр, що вказує рівень взаємозамінюваності банків для споживача. Банку ця функція відома, її враховують у процесі ціноутворення. Ввівши додаткові припущення, можна отримати рівняння залежності цін на послуги банку від ряду додаткових факторів, на основі чого можна оцінити параметр взаємозамінюваності банків.

Математично модель записується функцією $U(x)$ [64; 71; 265]:

$$U(x) = \sum_{i=1}^n \alpha_i L_i - \frac{1}{2} \left(\delta \sum_{i=1}^n L_i^2 + 2w \sum_{\substack{i=1 \\ j \neq i}}^n L_i L_j \right) + \sum_{i=1}^n \mu_i D_i - \frac{1}{2} \left(\beta \sum_{i=1}^n D_i^2 + 2\gamma \sum_{\substack{i=1 \\ j \neq i}}^n D_i D_j \right) + m, \quad (1.16)$$

де $x = (L_1, \dots, L_n, D_1, \dots, D_n)$ – обсяг споживання послуг, а саме: L – кредитних і D – депозитних послуг, які надає i -й банк;

m – обсяг витрачених коштів на інші продукти та послуги;

$\delta, \alpha, w, \mu, \beta, \gamma$ – параметри, що вказують рівень взаємозамінюваності банків для споживача.

Так, наприклад, параметрам α_i та μ_i , що присутні у співвідношенні (1.16), відповідають специфічні характеристики банку, які збільшують або зменшують привабливість його послуг для клієнтів.

Дробишевський С. М. та Пащенко С. А. [64] зазначають, що такий вигляд функції вперше був запропонований Діксітом А. К. (А. К. Dixit). У такому вигляді функції (1.16) співвідношення $\frac{w}{\delta}$ і $\frac{\gamma}{\beta}$ показують взаємозамінність

послуг (кредитів і депозитів, відповідно) i -го банку для клієнта. Якщо $\frac{w}{\delta} = 0$

і $\frac{\gamma}{\beta} = 0$, то клієнт користується лише послугами i -го банку і не розглядає послуги інших банків. Тобто в даному випадку i -й банк виступає монополістом.

Якщо $\frac{w}{\delta} = 1$ і $\frac{\gamma}{\beta} = 1$, то банківські послуги різних банків нічим не відрізняються для їх клієнтів, отже, на ринку банківських послуг спостерігається досконала конкуренція. Від'ємні значення $\frac{w}{\delta}$ і $\frac{\gamma}{\beta}$ пояснюються так: зі зміною відсоткових

ставок одних банків попит на продукти конкурентів змінюється в тій же мірі, причому відбувається це незалежно від політики останніх.

З виконанням умов $0 \leq \frac{w}{\delta} \leq 1$ і $0 \leq \frac{\gamma}{\beta} \leq 1$ функція $U(x)$ буде опуклою.

Це означає, що клієнти ставляться до всіх пропозицій банківських послуг як до субститутів.

Загальні доходи певного клієнта задаються виразом:

$$m = y + \sum_{i=1}^n r_i^D D_i - \sum_{i=1}^n r_i^L L_i, \quad (1.17)$$

де y – екзогенний дохід клієнта (споживача);

r_i^L – ставка за кредитами, які надає i -й банк;

r_i^D – ставка за депозитами, які надає i -й банк.

Репрезентативний споживач максимізує свою функцію корисності за обсягом отриманих кредитів і відкритих депозитів. Обсяг попиту на кредити i -го банку записуються у вигляді:

$$L_i = \frac{[\delta + (n-2)w](\alpha_i - r_i^L) - w \sum_{j \neq i} (\alpha_j - r_j^L)}{(\delta - w)[\delta + (n-1)w]}. \quad (1.18)$$

Аналогічно, попит на послуги i -го банку щодо збереження депозитів задається функцією D_i (1.19):

$$D_i = \frac{[\beta + (n-2)\gamma](\mu_i - r_i^D) - \gamma \sum_{j \neq i} (\mu_j - r_j^D)}{(\beta - \gamma)[\beta + (n-1)\gamma]}. \quad (1.19)$$

Прибуток i -го банку формується таким чином:

$$\pi_i = r_i^L L_i - r_i^D D_i - r(L_i - (1 - rr)D_i) - F_i \rightarrow \max, \quad (1.20)$$

де r – облікова ставка;

rr – норма обов'язкового резервування;

F_i – операційні витрати.

Банк максимізує свій прибуток, змінюючи ціни на свої послуги. Водночас припускається, що банку відома функція попиту на послуги. Враховуючи формули (1.18), (1.19) для задачі (1.20), можна отримати співвідношення (1.21) та (1.22), що описують процес ціноутворення на послуги i -го банку:

$$r_i^L = \frac{\alpha_i + r}{2} - \frac{w \sum_{j \neq i} \alpha_j - r_j^L}{2(\delta + (n-2)w)}, \quad (1.21)$$

$$r_i^D = \frac{(\mu_i - r(1 - rr))}{2} - \frac{\gamma \sum_{j \neq i} \mu_j - r_j^D}{2(\beta + (n-2)\gamma)}. \quad (1.22)$$

Чим більші значення привабливості послуг α_i та $\mu_i, i = \overline{1, n}$ i -го банку для клієнтів, тим вищими будуть негрошові вигоди для клієнтів банку від використання послуг даного банку. Ф. Баррос і Л. Модесто припустили, що

параметри μ_i ($i = \overline{1, n}$) залежать від таких факторів, як частка банку на фінансовому ринку в попередньому періоді, витрати на рекламу й інші маркетингові заходи.

Отже, дана модель допускає [71], що клієнт може споживати банківські продукти не однієї кредитної установи, а одразу декількох. Корисність для клієнта ідентичних послуг коливається залежно від банків, які їх надають. Математично аналіз здійснюється на основі побудови функції корисності, яка враховує параметри α_i та μ_i ($i = \overline{1, n}$) – специфічні характеристики того чи іншого банку, які формують рівень його привабливості для клієнта (наприклад, престиж, надійність, репутація тощо). Зазначені параметри залежать від витрат на маркетингові заходи.

На основі розрахунків і порівняння робиться висновок про замінність послуг конкретного банку для їх споживачів, що й дає змогу оцінити рівень конкурентоспроможності кредитної установи. Перевагами моделі Барроса – Модесто є: врахування як цінових, так і нецінових параметрів діяльності банків; можливість детального аналізу конкурентоспроможності послуг банку. Суттєвим недоліком цієї моделі з позиції економіко-математичного моделювання конкурентоспроможності банку, який присутній і в моделі Бреснахан Т. Ф. і Л. Дж. Лау, на думку авторів, є вузька її обмеженість, оскільки вона надає можливість визначення таких показників банку, як надійність, стійкість, престижність банку, лише на основі певних показників конкурентоспроможності банківської продукції. Крім того, проміжні результати трактуються з низьким рівнем точності.

Модель Панзара – Росса належить до класу неструктурних описових моделей. Банки розглядаються як фірми, які "виробляють" кредити й інші дохідні активи та споживають депозити й інші ресурси, адже в певному значенні виробничо-організаційний підхід наближує математичні моделі банків до традиційних моделей виробничих підприємств і організацій. Як показали Дж. С. Панзар (Panzar) і Дж. Н. Росс (Rosse) [284], висновок про ступінь монополізації галузі можна зробити на основі аналізу динаміки виручки фірм у відповідь на зміни цін на фактори виробництва. Результати своєї моделі автори узагальнили й отримали показник монополізації галузі H :

$$H = \sum_j \frac{\partial R}{\partial w_j} \frac{w_j}{R}, \quad (1.23)$$

де H – показник монополізації ринку: сума показників еластичності функції доходу з поправкою на зміну цін на ресурси. Цей показник визначає, як змінюється банківська виручка зі зміною цін на ресурси на 1 %;

w – ціна i -го фактора виробництва;

R – прибуток банку в галузі в умовах рівноваги.

$$R(z, w) = p' q(p', z), \quad (1.24)$$

де p' – результат розв'язання задачі максимізації прибутку банку;

z – зовнішні фактори,

q – обсяг продукції.

Значення H показує, на скільки відсотків зміниться прибуток банку в умовах рівноваги, якщо ціна одного з факторів виробництва зросте на 1 %; водночас всі інші фактори залишаються незмінними на середньому рівні [284]. Панзар Дж. С. і Росс Дж. Н. довели, що у ряді інших додаткових передпосилань на основі значення H можна зробити висновки про структуру галузі (форму банківської конкуренції): досконала конкуренція, якщо $H = 1$; монополістична конкуренція, якщо $0 < H < 1$; монополія/олігополія, якщо $H \leq 0$.

Застосування даної моделі для визначення форми конкуренції в банківській системі надає такі припущення: банки спрямовані до максимізації прибутку; банки виступають в якості посередника та надають тільки одну послугу; банки діють у стані довгострокової рівноваги; можуть взаємодіяти у прийнятті виробничих і цінових рішень.

Основною перевагою даного методу, вважають автори, є простота у застосуванні для опису конкретного показника конкурентоспроможності банку: оцінюється тільки один показник, водночас використовуються відомі статистичні дані конкретних банків, що дозволяє визначити відмінності показників різних типів банків. До переваг даної моделі, доцільно віднести її активне застосування в емпіричних дослідженнях: для аналізу досліджень існує широкий спектр інформаційних даних щодо вартості на різні банківські послуги; у прикладному аспекті, не потрібні структурні рівняння, які характеризують виробничу функцію банку; рівняння (1.23) може бути доповнене змінними, що визначають конкурентну позицію груп банків (крупних і дрібних, з частковою участю іноземного капіталу та зі стовідсотковою участю іноземного капіталу тощо).

Однак цей метод має низку недоліків: неможливість оцінювання конкуренції на рівні всіх банків на ринку; банківський ринок повинен знаходитися в стані довгострокової рівноваги; практична неможливість аналізу окремих напрямів банківського ринку через складність розмежування за сегментами даних про ціни на фактори виробництва.

I, нарешті, слід розглянути, третій підхід – підхід кібернетиків. Тут представницькою є модель Monti – Klein (1971) [113], що описує поведінку банків-монополістів і може бути легко модифікована в модель олігополії [222; 348] (модель олігополії Курно). Необхідно розглянути, як саме індекс влади Лернера впливає на значення конкурентоспроможності банку за умов недосконалої конкуренції. Зміст даної моделі ґрунтується на таких припущеннях: банки діють в умовах довгострокової рівноваги; діяльність банків спрямована до отримання максимального прибутку; відсоткова ставка за міжбанківськими кредитами r є зовнішнім параметром (задається, наприклад, національним банком); технологія роботи банку задається функцією витрат $C(D, L)$, яка визначає витрати, що виникають під час управління депозитами обсягом D і кредитами обсягом L . Крім того, якщо розглядати модель досконалої конкуренції, коли в банківському секторі існує N банків, то кожен окремо взятий банк i може бути поданий своєю функцією витрат $C_i(D, L)$, де $i \in (\overline{1, N})$. Якщо розглянути функцію $F : C \rightarrow (D, L)$, то прибуток, що отримує деякий банк-монополіст, обчислюється за формулою:

$$\pi = \pi(D, L) = (r_L(L) - r) \cdot L + (r(1 - \alpha) - r_D(D)) \cdot D - C(D, L), \quad (1.25)$$

де $r_L(L)$ – прибуток, отриманий за кредитами;

$r_D(D)$ – виплати, які банк проводить за депозитами;

α – норма резервних вимог.

Коефіцієнт α є одним з найважливіших інструментів грошово-кредитної політики, що проводиться Національним банком України [332]. Наприклад, зі зміною значення α може регулюватися кількість грошей в економіці країни.

Необхідну умову екстремуму функції прибутку (1.25) можна записати у вигляді системи рівнянь:

$$\begin{cases} r_L - r = -r'_L(L)L + \frac{\partial C(D, L)}{\partial L}, \\ r + (1 - \alpha) - r_D = r'_D(D)D + \frac{\partial C(D, L)}{\partial D}. \end{cases} \quad (1.26)$$

Із системи (1.26) випливає ряд властивостей, які характеризують оптимальну поведінку банку в умовах недосконалої конкуренції: граничний дохід банку-монополіста від надання кредитів відповідає граничному доходу всієї галузі і не дорівнює ціні ринкового попиту, а є менший за неї (якщо в умовах досконалої конкуренції дохід банку дорівнює ціні попиту); граничний дохід

банку-монополіста від залучених депозитів відповідає граничному доходу всієї галузі і не дорівнює ціні пропозиції, менший за неї (тоді як в умовах досконалої конкуренції граничний дохід банку дорівнює ціні пропозиції).

Ефект перехресного впливу r_D на обсяг депозитів D і r_L на обсяг кредитів L залежить від знаку другої похідної функції витрат [113]. Якщо $\frac{\partial^2 C}{\partial D^2} > 0$, то зі збільшенням r_D відбувається зменшення обсягів кредитів. Зі збільшенням r_L спостерігається зменшення попиту на депозити. Якщо $\frac{\partial^2 C}{\partial D^2} < 0$, то зі збільшенням r_D збільшується пропозиція кредитів, а зі збільшенням r_L збільшується попит на депозити. Якщо $\frac{\partial^2 C}{\partial D^2} = 0$, то ефект перехресного впливу відсутній, тобто зі збільшенням r_D збільшується пропозиція кредитів, а зі збільшенням r_L збільшується попит на депозити.

У роботі [113] пропонується коефіцієнт еластичності попиту ε_L та коефіцієнт еластичності депозитів ε_D (1.27), (1.28):

$$\varepsilon_L = \frac{r_L L'(r_L)}{L(r_L)} \geq 0. \quad (1.27)$$

Коефіцієнт еластичності попиту вказує на зміну попиту на дану послугу під впливом економічних і соціальних факторів, пов'язаних зі зміною цін [114]. Коефіцієнт еластичності пропозицій депозитів за відсотковою ставкою має вигляд (1.28) і вказує на ступінь зміни в кількості пропонованих послуг у відповідь на зміни в їх ціні:

$$\varepsilon_D = \frac{r_D D'(r_D)}{D(r_D)} \geq 0. \quad (1.28)$$

З урахуванням формул (1.27), (1.28) розв'язок системи рівнянь (1.26) визначається рівностями:

$$\frac{r_L - (r - C'_L)}{r_L} = \frac{1}{\varepsilon_L(r_L)}, \quad (1.29)$$

$$\frac{r(1 - \alpha) - C'_D - r_D}{r_D} = \frac{1}{\varepsilon_D(r_D)}. \quad (1.30)$$

Ліві частини рівнянь (1.29), (1.30) – традиційні показники ступеня монопольної влади над ціною – *індекси Лернера*: відношення різниці між ціною банківського продукту (послуги) і граничними витратами до ціни продукту (послуги). Припускається, що зі зростанням монополізму збільшується розрив між ціною товару та граничними витратами, необхідними для його виготовлення [283]. Чим ближчий індекс Лернера до одиниці, тим вищий рівень монополізації, тим більш високий рівень монополізації у банку, тим більший рівень конкурентоспроможності банку.

Проаналізувавши отримані формули (1.29) і (1.30), слід зазначити: чим більший вплив банків на величини ставок за депозитами та кредитами, тим більший індекс Лернера і тим менша еластичність їм відповідає. Крім того, з формул (1.29), (1.30) безпосередньо випливає, що якщо функція витрат управління банком C є адитивною відносно своїх параметрів L і D , то значення оптимальних ставок за депозитами r_D і кредитами r_L є незалежними одне від одного. Тобто кредитний і депозитний ринки мають незалежні характеристики для стану їх рівноваги, а, отже, і для вибору стратегії підвищення конкурентних переваг.

Запропонована модель може бути узагальнена за рахунок додавання до неї умови, що відображує можливість емісії або вилучення грошових коштів з боку НБУ. Ставка r встановлюється регуляційним органом (НБУ). Також можлива модифікація моделі, у якій r трактується як параметр, що формується на міжнародному ринку капіталу.

Недоліками даного підходу є: обов'язкове виконання всіх вищевказаних припущень; не можна порівняти коефіцієнти конкурентоспроможності банків, а можна лише визначити напрями їх поведінки для підвищення конкурентних переваг. Перевагою описаного підходу, вважають автори, є те, що модель може бути модифікована для застосування у різних формах банківської конкуренції.

Систематизуючи й аналізуючи розглянуті моделі оцінювання рівня конкурентоспроможності банку відомих науковців Вітлінського В. В., Спіфанова А. О. [71], Ізмайлової К. В. [88], Козьменка С. М. [103], Конюховського В. П. [113], Косової Т. Д. [114], Логунової В. А. [319], Ольховської О. Л. [173], можна навести класифікацію методів оцінювання конкурентоспроможності банку. Це є теоретичне підґрунтя побудови економіко-математичної моделі для визначення узагальнювального показника конкурентоспроможності банку з точки зору економістів [47; 72; 176; 311], економістів-аналітиків [33; 66; 93; 114; 196; 312], статистиків [51; 348], кібернетиків [103; 227; 236; 352] і математиків [43; 113; 129; 310] (рис. 1.4).

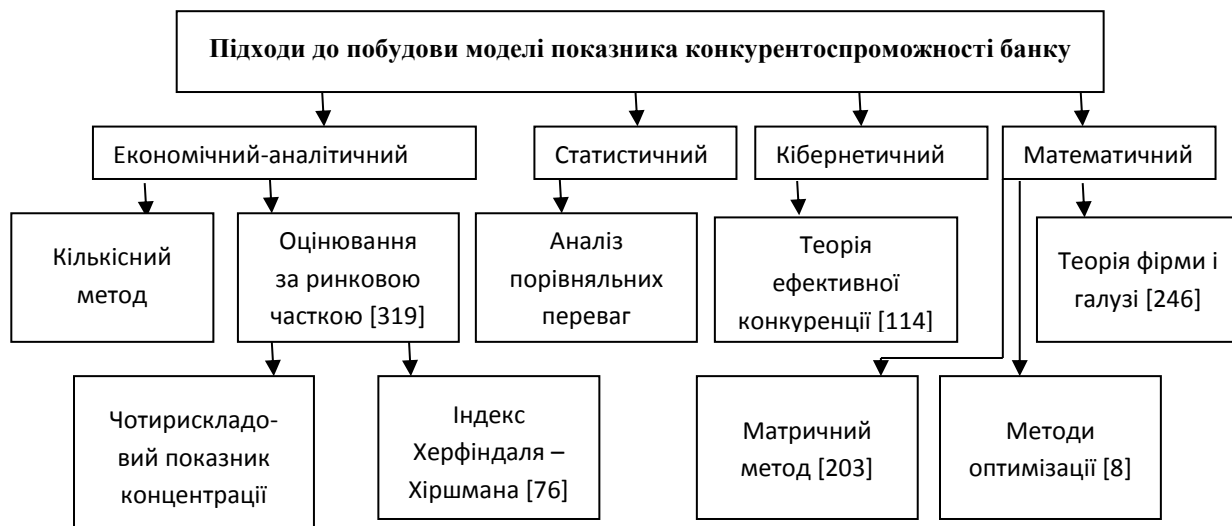


Рис. 1.4. Підходи до побудови моделі показника конкурентоспроможності банку

Методи оцінювання за ринковою часткою найбільш використовуваними є в США та в деяких європейських країнах [71; 103; 266; 361]. Вони дозволяють за характером розподілу часток ринку виділити ряд стандартних станів банків: лідери; із слабкою, середньою чи сильною конкурентною позицією; аутсайтери. Величина зміни ринкової частки дозволяє визначити певні групи суб'єктів господарювання. Так, за розміром ринкової частки визначаються особливості розвитку конкурентної ситуації на банківському ринку, ступінь домінування банку.

Таким чином, критерієм конкурентоспроможності банку є завоювання найбільш конкурентного статусу в процесі суперництва. Однак, керуючись лише часткою ринку, досить важко розробити стратегію підвищення конкурентоспроможності, заходи реагування на внутрішні та зовнішні зміни. Крім того, даний показник не відображує всіх вимог різних груп користувачів до оцінювання конкурентоспроможності.

Кількісний підхід до оцінювання конкурентоспроможності дозволяє прогнозувати реальні шанси в конкурентній боротьбі в конкретній сфері банківської діяльності та приймати на цій основі найдоцільніші як з економічної, так і стратегічної точки зору рішення [29; 160; 266]. Мірошніченко О. В. в роботі [325] розглядає "*4P*"-методику оцінювання конкурентоспроможності організації, яка дозволяє здійснювати кількісне оцінювання як за окремими факторами, так і за всім їх спектром. В основі даної методики лежить порівняльний аналіз організацій-конкурентів за факторами: ціна, просування на ринку, регіон, канал збуту. Назва методики формується за першими літерами відповідних факторів

англійською мовою. Усі фактори кількісно вимірюються, наприклад, від 1 до 5. Проте суттєвим недоліком даної методики є експертне формування кількісної оцінки за зазначеними факторами конкурентоспроможності.

Теорія ефективної конкуренції полягає в зіставленні показників стану банку з показниками конкурентів і з середньогалузевими показниками, що дає можливість виявити сильні та слабкі сторони порівнюваних банків. Відповідно до теорії ефективної конкуренції, більш конкурентоспроможними є ті банківські установи, де найкраще організована реалізація банківських послуг або продуктів, ведеться ефективне управління фінансами [103]. Недоліком є складність збирання необхідної інформації, проведення трудомістких розрахунків для отримання достовірного результату.

Оптимізаційні методи розглядають діяльність усіх підрозділів банку як єдине ціле, що є підґрунтям для ефективної організації стратегічного й оперативного планування банківської діяльності й як наслідок, високого рівня конкурентоспроможності. Суттєвим недоліком оптимізаційних методів є надмірне спрощення реальної банківської діяльності, у зв'язку з цим отримані результати не завжди є достовірними [7].

Матричний метод, на думку авторів, (розробниками є Бостонська консалтингова група) є одним із способів реалізації теоретичних засад ефективної конкуренції: визначення банку, який найкраще реалізовує свої послуги. Адже матричний метод у своїй основі має аналіз конкурентоспроможності банківської продукції (послуги) з урахуванням її життєвого циклу. Сутність оцінювання полягає в аналізі матриці, побудованої за принципом системи координат: на горизонталі – темпи зростання/скорочення реалізації банківської продукції у лінійному масштабі; на вертикалі – відносна частка послуги або продукції на ринку. Найбільш конкурентоспроможними вважаються банки, які займають значну ринкову частку. Парасій-Вергуненко І. М. [176] обґрунтовує переваги матричного методу над коефіцієнтним аналізом на основі візуалізації конкурентної позиції банку. Конкурентна позиція залежить від відносного значення окремих показників. Для оцінювання конкурентоспроможності банку використовуються такі показники: відносний рівень частки ринку, відносний рівень дохідності активів, відносний темп зростання обох показників. Запропонована методика [176] дає можливість розглядати інформацію в тривимірному просторі, що доповнює коефіцієнтний аналіз.

До переваг методу (за наявності достовірної інформації про обсяги реалізації банківської продукції) слід віднести високу репрезентативність оцінки. Недоліками методу є виключення проведення аналізу стосовно покращання

методів управління конкурентоспроможністю банку. Крім того, базисом даного методу є теза про те, що конкурентоспроможність банку тим вища, чим вища конкурентоспроможність його послуг. На переконання авторів, такий погляд є суперечливим, адже конкурентоспроможність банківської послуги (продукції) визначається двома головними показниками – якістю та вартістю, їх оптимальним співвідношенням.

Слід зазначити, що всі розглянуті моделі використовують чітку вихідну інформацію, виміряну на метричних шкалах.

Як відомо, відсутність достатньої кількості статистичної інформації щодо значень показників конкурентоспроможності банку, необхідність урахування у побудові економіко-математичної моделі конкурентоспроможності банку великої кількості внутрішніх неоднозначних взаємозв'язків між показниками під час застосування методів чіткого кореляційно-регресійного аналізу часто призводять до невиправданої ідеалізації досліджуваної моделі. Тому особливого значення набуває побудова моделей на основі застосування нечіткого регресійного моделювання. Невирішеною на сьогоднішній день є проблема побудови такої моделі конкурентоспроможності банку, яка б враховувала неоднозначність зв'язків і між усіма елементами її складних ознак та непередбачуваність впливу зовнішнього середовища. Крім того, у економіко-математичному моделюванні конкурентоспроможності банку виокремлюється проблема розроблення узагальнювального показника.

Підсумовуючи вищезазначене, можна дійти висновку, що жоден з розглянутих методів не може бути використаний для об'єктивного опису конкурентоспроможності банку. Оскільки тут існують умови визначеності та невизначеності, узагальнюючий показник слід розробляти на основі методів нечітких множин [110]. Спроби виділити загальні принципи створення математичних моделей призводять або до декларування агрегованих рекомендацій досить загального характеру, які складно використовувати на практиці, або, навпаки, до появи результатів, які можна застосувати тільки до досить вузького кола специфічних завдань. Так, для аналізу зовнішніх факторів, що визначають конкурентоспроможність банківської системи, використовують модель Портера М. Е. Результатом її застосування є визначення та прогнозування загальних для всіх банків факторів, на які доцільно впливати для покращання конкурентних позицій у галузі. Для аналізу наявних у банку ресурсів доцільно використовувати метод VRIO, результати якого дозволяють визначити, чи є окремі ресурси банку його слабкістю або силою в умовах наявних зовнішніх загроз і можливостей [161].

Можна констатувати, що суттєвими недоліками більшості розглянутих моделей є надмірне спрощення, схематизація реальної банківської діяльності, аспектичність розгляду змістовності конкурентоспроможності банку, абстрагування від багатьох важливих факторів, неврахування особливостей обліку величин у банківській сфері [106]. Тому отримані за допомогою розглянутих моделей рекомендації щодо підвищення ефективності управління часом не мають практичної цінності. Автори вважають, що економіко-математична модель конкурентоспроможності банку має бути комплексною, враховувати типи та види величин, що використовуються в банківській сфері. Вона має будуватися на адекватній концептуальній схемі змістовності конкурентоспроможності банку й об'єктивно сформованому ознаковому просторі його конкурентоспроможності. Така модель має об'єктивно описувати змістовну сутність конкурентоспроможності [104], спираючись на ієрархічну систему ознак, що вимірюються в метричних і неметричних шкалах і враховують умови визначеності та невизначеності величин ознак.

1.3. Методичні положення до моделювання конкурентоспроможності банків

Фахівці з проблем математичних методів і моделей в економіці [144; 150; 177; 191] одноголосно радять здійснювати моделювання технологічно та дотримуватись певних методичних положень. Тому процедури моделювання конкурентоспроможності банку також слід організувати за етапами, що утворюють технологію економіко-математичної моделі конкурентоспроможності банку. У результаті реалізації технології, яка віддзеркалює методичні положення до моделювання конкурентоспроможності банку, можливе досягнення правильної, адекватної економіко-математичної моделі для змістовного відображення найістотніших результатів діяльності та потенційних можливостей всіх служб, підрозділів банку, аналізу станів банківських процесів, а також здатності банку реагувати на зміни факторів зовнішнього середовища. Тому сьогодні існує потреба у розробці методичних положень побудови економіко-математичної моделі опису конкурентоспроможності й її визначення для управління з метою підвищення рівня конкурентоспроможності.

В основу методичних положень до моделювання конкурентоспроможності банку слід закласти ідею перетворення моделей: когнітивна → змістовна → концептуальна → інформаційна → математична. Отже, в моделюванні конкурентоспроможності банку рекомендується дотримуватися таких положень.

Положення 1. Когнітивне уявлення конкурентоспроможності банку формується на основі опису його основних властивостей, що надає змогу уточнити понятійний апарат моделювання конкурентоспроможності.

В основі побудови когнітивної моделі конкурентоспроможності банку лежить наявність певних знань про його конкурентоспроможність; відбувається аналіз сформульованої проблеми, мети побудови економіко-математичної моделі конкурентоспроможності банку. Під час формування даної моделі відбувається детальний опис змістовних компонентів, відсікаються зайві компоненти з метою отримання більш компактного та лаконічного опису модельованого об'єкта. Тобто на даному етапі вивчаються всі поняття, які характеризують конкурентоспроможність банку як складну ознаку його діяльності. Вхідними даними для когнітивної моделі є дані про фактори, тенденції їх зміни та сили взаємних впливів фактора на фактор, отримані в процесі збирання й обробки інформації, що характеризує конкурентоспроможність банку. Метою побудови економіко-математичної моделі конкурентоспроможності банку є розроблення комплексу методичних засад, що дозволять правильно визначити математичні методи для опису стану та функціонування конкурентоспроможності банку, отримати значення узагальнювального показника та на цій основі прийняти найбільш раціональне управлінське рішення.

Оскільки банк є складною соціально-економічною системою, то у виборі математичних методів слід обов'язково враховувати багатоваріантність результатів його розвитку та функціонування, а саме – враховувати невизначеність у системі показників, які формують поняття "конкурентоспроможність банку". Кузьмін Є. А. виділяє чотири типи невизначеності в економіці [123]: невизначеність середовища, невизначеність прийняття рішень, невизначеність наслідків даних рішень, варіаційна невизначеність (пов'язана зі змінами параметрів та умов функціонування соціально-економічної системи). Слід погодитися з таким поділом, оскільки невизначеність у банківській системі може бути зумовлена як випадковими факторами (спонтанність природних процесів і явищ, вплив факторів зовнішнього середовища), так і навмисним викривленням значень вихідних показників, що розкривають сутність конкурентоспроможності банку. Крім того, як було зазначено, ознаки конкурентоспроможності банку визначаються кількісними (метричними) й якісними (неметричними) величинами, які в певній мірі є суб'єктивними та мають частку невизначеності.

Положення 2. Змістовна сутність конкурентоспроможності банку виражається ознаками його стану та розвитку, ступенем їх прояву.

Змістовна модель дозволяє отримати нову інформацію щодо характеристики показників конкурентоспроможності банку, виявити взаємозв'язки між структурними компонентами теоретико-понятійного каркасу, вказати закономірні тенденції, які не були визначені під час побудови когнітивної моделі.

На даному етапі модель постає як самостійний об'єкт дослідження [138]. Здійснюється якісний та кількісний аналіз ознак, що формують конкурентоспроможність банку; визначаються складові частини, що утворюють конкурентоспроможність банку; визначаються зв'язки цих елементів, їх властивості, кількісні та якісні значення властивостей, що виражаються у вигляді рівнянь, нерівностей, функціональних залежностей тощо. Результат такого аналізу може бути поданий у вигляді графічної схеми. Це дозволяє виявити неочевидні елементи. Отже, змістовна модель конкурентоспроможності банку надає вичерпний пояснювальний опис змістовності й основних факторів конкурентоспроможності банку: конкурентоспроможності банківських послуг, продуктів та їх доступності, рівня менеджменту, забезпеченості банку фінансовими ресурсами, ефективності управління. Така модель може бути описовою (характеризує процес зміни показників досліджуваного об'єкта в минулому), пояснювальною (формально визначає причинно-наслідкові взаємозв'язки між показниками) та прогностичною (здійснює прогноз щодо поведінки показників в майбутньому). У результаті створюється модель, яка однозначно визначає логічну структуру конкурентоспроможності банку.

Положення 3. Структурно-логічна схема ознак конкурентоспроможності банку враховує її ознаковий склад: елементарні та складні ознаки, їх ієрархію. Вона є основою для систематизації показників.

Виходячи зі сформульованих вербальною мовою когнітивної та змістовної моделей, концептуальна схема – це ієрархічна структура умов, факторів та основних ознак конкурентоспроможності банку. Процес розроблення концептуальної схеми повинен бути орієнтований на розроблення концептуальної моделі, завдяки якій, в першу чергу, визначаються математичні інструменти щодо поставлених завдань з дослідження конкурентоспроможності банку. Концептуальна модель дає адекватне уявлення конкурентоспроможності банку як об'єкту моделювання та полягає у: формуванні структури об'єкту; виявленні його найсуттєвіших рис, властивостей; дослідженні взаємозв'язків між його елементами; наближеному визначенні гіпотези щодо подальшого розвитку факторів і системи показників, які характеризують функціонування та подальший розвиток соціально-економічного об'єкта [254]. Отже, структурно-логічною схемою (див. рис. 1.1) визначено змістовну сутність конкурентоспроможності банку, яка описується елементарними та складними ознаками. Складні ознаки утворюються елементарними метричними та неметричними ознаками, які об'єктивно характеризують конкурентоспроможність банку, не містячи в своєму визначенні циклічності (функціональної залежності) [105].

Положення 4. Адекватність економіко-математичних моделей конкурентоспроможності банку обумовлюється її ознаковим простором.

Система показників конкурентоспроможності банку дозволяє сформувати інформаційну модель конкурентоспроможності банку, а отже, визначити ознаковий простір конкурентоспроможності банку з урахуванням факторів впливу внутрішнього та зовнішнього середовищ. До внутрішніх віднесені фактори, пов'язані з фінансами: надійність, достатність капіталу, ефективність діяльності, управління ризиками; фактори, пов'язані з персоналом: кваліфікація та досвід працівників, кадровий менеджмент, оптимальний склад, потенціал персоналу; фактори, пов'язані з послугами: якість і вартість послуг, репутація, імідж банку, доступність, інфраструктура, що забезпечує надання послуг [142]. Спираючись на вищенадану структурно-логічну схему (див. рис. 1.1), поділ факторів впливу зовнішнього середовища на фактори прямого та непрямого впливу (рис. 1.5), методики рейтингових агенцій [324; 344; 360; 363] та роботи дослідників банківської діяльності Гирик О. С. [50], Журавки Ф. О. [76], Заріцької І. А. [84], Пурій Г. М. [201], Сергєєвої Л. Н. [219], Сало І. В., Мірошніченко О. В. [214], Шпиґа Ф. І. [352], на основі теоретико-логічного аналізу сформовано систему початкових елементарних ознак за кожною складовою конкурентоспроможності банку.

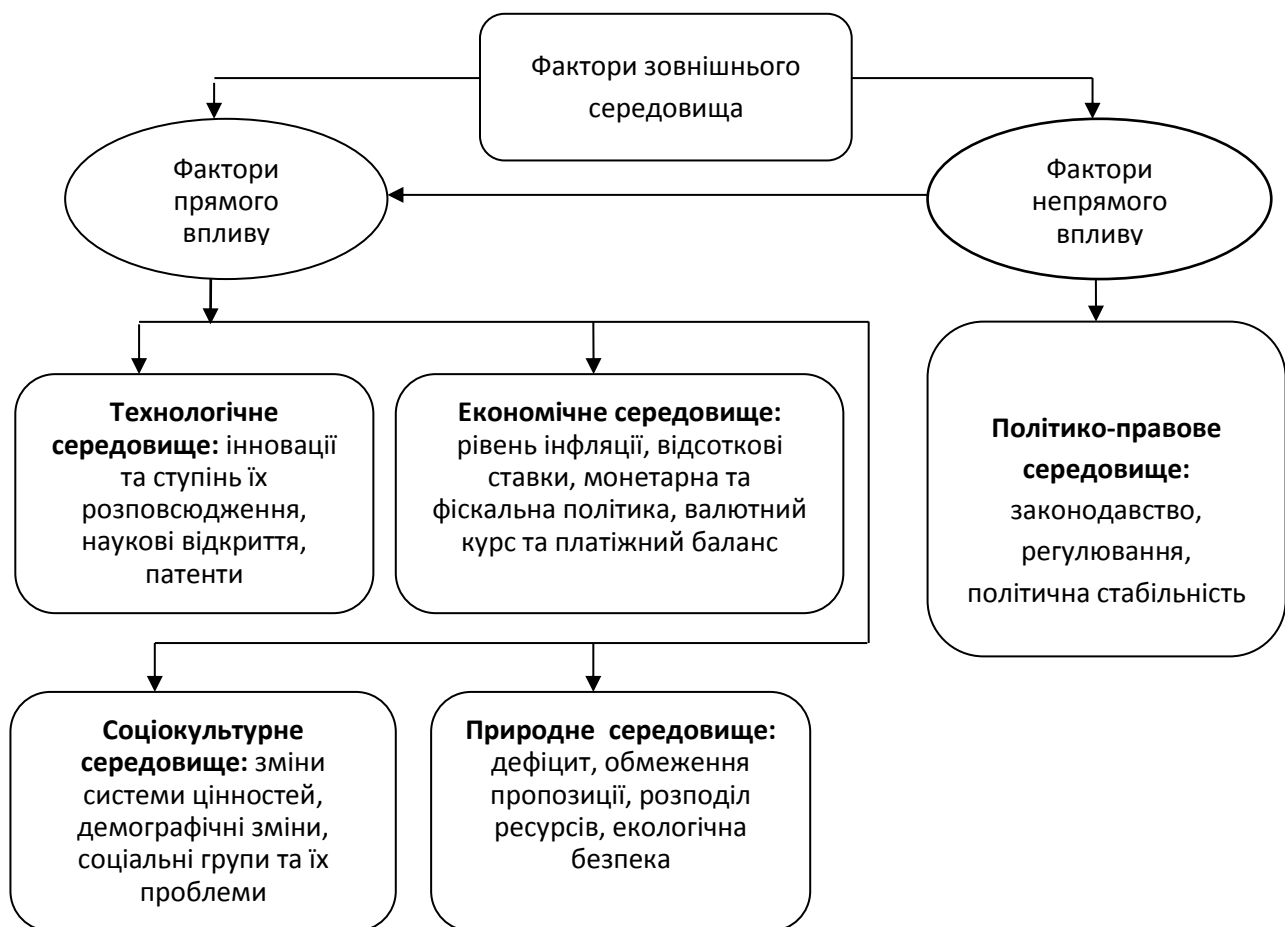


Рис. 1.5. Вплив факторів зовнішнього середовища на конкурентоспроможність банків

Попередньо було обґрунтовано, що конкурентоспроможність банку слід розглядати як складну характеристику, яка визначається ознаками: конкурентоспроможність послуг, продуктів банку й їх доступність, рівень управління банком, забезпеченість банку фінансовими ресурсами, ефективність діяльності банку, вплив зовнішнього середовища.

Система факторів, що виражають внутрішні ознаки банку, така: конкурентоспроможність послуг, продуктів банку й їх доступність (x_1, \dots, x_9); рівень управління банком (x_{10}, \dots, x_{16}); забезпеченість банку фінансовими ресурсами (x_{17}, \dots, x_{19}); ефективність діяльності банку (x_{20}, \dots, x_{37}). Система факторів, що визначає вплив зовнішнього середовища на основі проведеного дослідження [46; 97; 177; 313; 311; 337; 339; 352] складається з ознак x_{38}, \dots, x_{44} . На рис. 1.5 подані фактори зовнішнього середовища, які здійснюють вплив на будь-який економічний досліджуваний об'єкт, в тому числі і на конкурентоспроможність банку.

У формуванні вихідної системи ознак конкурентоспроможності банку слід дотримуватись вимог:

повнота інформації – вимога, яка багато в чому характеризує якість інформації та визначає достатність даних для прийняття рішень або для створення нових даних на основі наявних. Чим повніші дані, тим ширший діапазон методів, які можна використати, тим простіше підібрати метод, що вносить мінімум погрешностей у хід побудови інформаційної моделі конкурентоспроможності банку;

унікальність – ознаки повинні однозначно розкривати сутність досліджуваного поняття;

взаємозв'язок між ознаками – відображення внутрішньої структури системи факторів конкурентоспроможності банку;

адекватність – ступінь відповідності реальному об'єктивному стану;

достовірність – відповідність змісту досліджуваних ознак реальним найменуванням.

Положення 5. Розроблення описових економіко-математичних моделей конкурентоспроможності банку здійснюється з урахуванням умов визначеності та невизначеності.

Перетворення інформаційної моделі конкурентоспроможності банку, яка побудована на базі концептуальної моделі, на математичну відбувається за рахунок дотримання процедур.

Процедура 1. Перетворення неметричних ознак конкурентоспроможності банку на метричні.

Величини, що визначають конкурентоспроможність банку, набувають як метричних, так і неметричних значень. Тому для неметричних величин слід

провести ранжування з метою їх подальшого використання в різних математичних процедурах [140].

Для оцінювання взаємозв'язку між ознаками пропонується обчислювати **ранговий коефіцієнт кореляції Спірмена** r_s . Коефіцієнт рангової кореляції Спірмена для вибірок (x_1, \dots, x_n) і (y_1, \dots, y_n) визначається як звичайний коефіцієнт кореляції для рангових змінних. Це означає, що слід ранжувати змінні x_1, \dots, x_n та y_1, \dots, y_n у порядку зростання, приписуючи їм ранги від 1 до n . Далі потрібно обчислити коефіцієнт кореляції між рангами кожного елемента пари (x_i, y_i) , $i = \overline{1, n}$ [252, с. 196].

Процедура 2. Застосування інструментів описової статистики для дослідження тенденції змін значень показників конкурентоспроможності банку.

Об'єктивне дослідження величин елементарних ознак конкурентоспроможності банку здійснюється застосуванням **методів описової статистики**. Ці методи дають можливість отримати нову інформацію, швидше зрозуміти, систематизувати та всебічно оцінити її у вигляді таблиць, графіків, чисел; дозволяють досліджувати тенденції змін значень величин ознак конкурентоспроможності банку з урахуванням реальних умов функціонування банку. Отже, методи описової статистики дозволяють сформулювати коректний ознаковий простір конкурентоспроможності банку.

Процедура 3. Застосування **методів багатовимірного статистичного аналізу** (а саме – методів канонічного та факторного аналізу) для визначення причинно-наслідкових взаємозв'язків між ознаками конкурентоспроможності банку й їх ранжування.

Суттєво скоротити початковий інформаційний простір без втрати репрезентативності дозволяють саме методи багатовимірного статистичного аналізу (факторний, канонічний, кластерний, дисперсійний аналізи) [112].

Серед можливостей методу канонічних кореляцій слід виділити можливість статистичного оцінювання залежностей між парами систем складних ознак конкурентоспроможності банку та скорочення на її основі багатовимірного простору ознак до системи пар найбільш корельованих ознак. Методика пошуку скороченої форми вихідної інформації з меншою кількістю значущих показників полягає в тому, що відсікається крайній правий показник ранжованої послідовності та визначається коефіцієнт кореляції. Дана процедура виконується, доки величина коефіцієнта канонічної кореляції для скороченого набору факторів залишається несуттєво відмінною (з точністю до сотих часток) від аналогічного показника, розрахованого для вихідного набору факторів і вихідних показників [34, с. 156].

Методи факторного аналізу дозволяють визначити внутрішні неявні (латентні) складні фактори розвитку конкурентоспроможності банку, описати

їх ступінь інформативності та статистично оцінити значущість виділених складних ознак конкурентоспроможності банку [189].

Процедура 4. Побудова чітких регресійних моделей конкурентоспроможності банку для виявлення й оцінювання залежностей між ознаками в умовах визначеності.

Економетричні регресійні моделі останнім часом використовують великою кількістю науковців у дослідженнях соціально-економічних процесів, в основі яких лежить *кореляційно-регресійний аналіз*. Це обумовлено специфікою стану та розвитку соціально-економічних систем.

Після завершення процедури 3 створюється уточнена концептуальна модель конкурентоспроможності банку, яка відображується лише значущими ознаками та показниками. Далі слід побудувати регресійні моделі, що описують залежність результативних ознак від інших впливових ознак – факторів. В якості результативних пропонується застосовувати ознаки ефективності діяльності банку, оскільки вони характеризують фінансовий стан конкурентоспроможності банку.

Побудову регресійних моделей методами чіткого регресійного аналізу можна здійснити в різних прикладних програмах за умови обов'язкової перевірки отриманих моделей на адекватність і точність. Серед отриманих регресійних моделей слід відібрати найкращу, яка за всіма критеріями найбільш точно та повно описує залежність результативної ознаки від відібраних значущих ознак конкурентоспроможності банківських послуг і продуктів, рівня управління, забезпеченості банку фінансовими ресурсами.

Процедура 5. Побудова нечіткої регресійної моделі конкурентоспроможності банку для виявлення й оцінювання залежностей між ознаками в умовах невизначеності.

Оскільки методи звичайного регресійного аналізу не дозволяють враховувати невизначеність, неповноту, суперечність, яка присутня в різній мірі у значеннях майже всіх показників конкурентоспроможності банку, то для отримання достовірного значення результативної ознаки слід застосовувати методи *нечіткого регресійного аналізу*.

Найбільш використовуваними методами нечіткого регресійного аналізу на сьогодні є підходи [151]: нечітка регресія, заснована на критерії мінімізації нечіткості (метод лінійного програмування Х. Танака); нечіткий МНК (апроксимація за відстанню, інтервальний нечіткий МНК); методи багатокритеріального програмування. Особливості їх застосування більш детально розглянуті в підрозділі 3.1.

Процедура 6. Об'єктивне визначення рівня конкурентоспроможності банку ґрунтується на обчисленні узагальнювального показника конкурентоспроможності банку за допомогою *методів нечіткої логіки*.

Узагальнювальний показник, що визначає рівень конкурентоспроможності соціально-економічної системи, як правило, використовується для вирішення різноманітних завдань дослідження. У побудові узагальнювальних показників використовують економічні підходи, що відображують відношення результату до витрат, порівнюючи вартість та ефективність, або математичні підходи, використовуючи спеціальні математичні методи (методи багатовимірного шкалування, факторний аналіз, канонічний аналіз, кластерний аналіз) [142].

Для оцінювання узагальнювального показника конкурентоспроможності банку в умовах нестійкого зовнішнього середовища, тобто в умовах невизначеності, пропонується використовувати *методи теорії нечіткої логіки* [167; 249] з використанням правил нечіткого умовного виводу загальної структури виду: якщо... то... інакше...

Положення 6. Порівняння конкурентоспроможності банку з банками-конкурентами та прийняття об'єктивного управлінського рішення ґрунтується на результатах моделювання конкурентоспроможності.

Аналіз діяльності будь-якого соціально-економічного об'єкта, в тому числі й банку, оцінювання його функціонування та розвитку здійснюється на основі частинних показників, на основі узагальнювальних, або ж на основі і частинних і узагальнювальних показників [129; 142].

Найбільш поширеними методами для обчислення частинних та узагальнювальних показників в економіці сьогодні є *рейтингові методика* (номерні, бальні, регресійні, індексні) [14; 51; 186; 235; 258]. У таких методиках використовують усі види інформаційного забезпечення: планового, облікового, нормативного, довідкового, фінансового, статистичного. Узагальнювальний показник конкурентоспроможності банку, обчислений з допомогою теорій нечітких множин, відображує реальний стан банку та достовірність отриманих значень показників, оскільки у його обчисленні враховуються лише значущі показники, отримані методами канонічного та факторного аналізу, та враховується неточність вихідних даних.

Об'єктивний стан діяльності банку слід визначати обчисленням частинних та узагальнювальних показників конкурентоспроможності шляхом порівняння аналогічних показників з банками-конкурентами й аналізу власної діяльності в попередньому періоді.

Отже, узагальнювальний показник конкурентоспроможності банку, обчислений на основі методів нечіткої логіки, слугує науковим підґрунтям для прийняття ефективних управлінських бізнес-стратегій та напрямів підвищення конкурентоспроможності банку [92; 130].

Логіка основних положень, яка застосовувалась під час побудови економіко-математичної моделі конкурентоспроможності банку (ЕММ КБ), подана схемою на рис. 1.6.

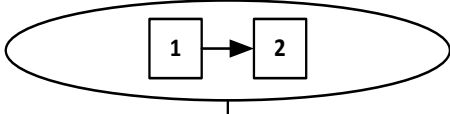
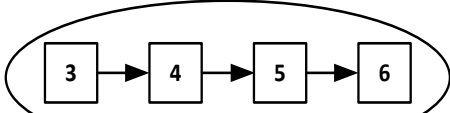
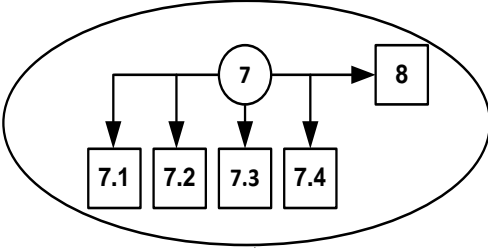
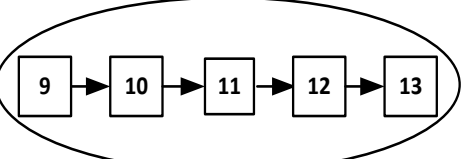
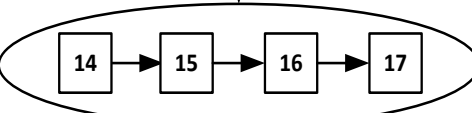
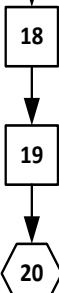
Основні положення економіко-математичного моделювання конкурентоспроможності банку (ЕММ КБ)		Зміст положень моделювання конкурентоспроможності банку
Положення 1		<i>Положення 1.</i> Когнітивне уявлення щодо КБ формується на основі опису його основних властивостей, що надає змогу уточнити понятійний апарат в моделюванні КБ
Положення 2		1. Аналіз мети побудови ЕММ КБ* 2. Визначення основних властивостей КБ* та їх прояви
Положення 3		<i>Положення 2.</i> Змістовна сутність КБ виражається ознаками його стану та розвитку, ступенем їх прояву 3. Обґрунтування елементарних ознак КБ 4. Визначення виду ознак КБ: метричні чи неметричні 5. Визначення способів вимірювання величин КБ 6. Виявлення складних ознак КБ, виходячи з теоретико-логічного аналізу змістовної суті КБ
Положення 4		<i>Положення 3.</i> Структурно-логічна схема ознак КБ враховує їх ознаковий склад: елементарні та складні ознаки, їх ієрархію; є основою для систематизації показників 7. Визначення основних видів складних ознак КБ 7.1. Ознака конкурентоспроможності послуг, продуктів банку та їх доступності 7.2. Ознака рівня управління банку 7.3. Ознака забезпеченості банку фінансовими ресурсами 7.4. Ознака ефективності діяльності банку 8. Визначення підпорядкованості між складними та елементарними ознаками КБ
Положення 5		<i>Положення 4.</i> Адекватність ЕММ КБ обумовлюється її ознаковим простором 9. Формування загального ознакового простору КБ 10. Застосування інструментів описової статистики для дослідження тенденції змін значень показників КБ 11. Застосування методів багатовимірної статистичного аналізу, а саме – канонічного та факторного аналізів для визначення взаємозв'язку між ознаками 12. Виявлення значущих ознак на основі причинно-наслідкових взаємозв'язків 13. Обґрунтування інформаційної моделі КБ
Положення 6		<i>Положення 5.</i> Розроблення описових ЕММ КБ здійснюється з урахуванням умов визначеності і невизначеності 14. Аналіз умов визначеності та невизначеності величин ознак КБ 15. Побудова регресійних моделей КБ для виявлення й оцінювання залежностей між ознаками в умовах визначеності 16. Побудова нечітких регресійних моделей КБ для виявлення й оцінювання залежностей між ознаками в умовах невизначеності 17. Розроблення узагальнювального показника КБ за допомогою методів нечіткої логіки <i>Положення 6.</i> Порівняння конкурентоспроможності банку з банками-конкурентами та прийняття об'єктивного управлінського рішення ґрунтується на результатах моделювання конкурентоспроможності 18. Аналіз отриманих результатів моделювання 19. Усунення похибок 20. Формування об'єктивного управлінського рішення щодо подальшої діяльності банку

Рис. 1.6. Перелік методичних положень економіко-математичного моделювання конкурентоспроможності банку

Таким чином, у розробленні економіко-математичної моделі конкурентоспроможності банку рекомендується керуватись такими принципами:

1) виконання методологічних принципів моделювання (адекватності – необхідність об'єктивної відповідності моделі-образа оригіналу, динамізму – врахування мінливості всіх основних показників конкурентоспроможності банку, евристичності – розширене відтворення знань);

2) в основу концептуальної моделі конкурентоспроможності банку слід покласти структурно-змістовну концептуальну схему;

3) економіко-математична модель – це опис лише значущих показників конкурентоспроможності банку з урахуванням впливу латентних факторів і подання їх в компактному вигляді;

4) величини, що визначають конкурентоспроможність банку, є статистичними. Тому математичні моделі мають бути розроблені за допомогою інструментів математичної статистики, економетрики;

5) оскільки значення показників конкурентоспроможності банку можуть бути неточними, то економіко-математичну модель слід розробляти з урахуванням не тільки умов визначеності, але й умов невизначеності.

Дотримання даних принципів і вищенаведених положень дозволяє побудувати дієву економіко-математичну модель конкурентоспроможності банку для управління ним.

1.4. Формування ознакового простору моделі конкурентоспроможності банків

Коректність економіко-математичної моделі обумовлюється адекватністю ознакового простору, в якому розробляється модель. Система елементарних (елементи множини першої страти, незалежні змінні) та складних ознак (власливості поелементно складаються з простих) має цілісно, повномасштабно описувати об'єкт в економіці, що моделюється. Слід зазначити, що концептуальна модель також уточнюється завдяки побудові адекватного ознакового простору.

На основі проведених досліджень було визначено, що до елементарних метричних ознак конкурентоспроможності банку слід віднести [112]: досвід роботи банку на ринку (x_{12}); кількість філій (x_{13}); кількість відділень (x_{14}); власні кошти банку (x_{17}); залучені кошти банку (x_{18}); запозичені кошти банку (x_{19}); рентабельність активів (x_{20}); рентабельність капіталу (x_{21}); загальну дохідність активів (x_{22}); чисту відсоткову маржу (x_{23}); чистий спред (x_{24}); сумарну частку чистого відсоткового доходу і чистого комісійного доходу в операційному

прибутку (x_{25}); залучені кошти на умовах субборгу (x_{26}); ГЕП (x_{27}); частку власного капіталу в чистих активах (x_{28}); частку резервів за кредитними операціями в кредитному портфелі (x_{29}); частку основних засобів і нематеріальних активів у чистих активах (x_{30}); частку вкладів фізичних осіб у пасивах (x_{31}); коефіцієнт відношення кредитного портфеля до зобов'язань банку (x_{32}); коефіцієнт достатності регулятивного капіталу (Н2) (x_{33}); коефіцієнт співвідношення регулятивного капіталу до сукупних активів капіталу (Н3) (x_{34}); максимальний розмір кредитного ризику на одного контрагента (Н7) (x_{35}); коефіцієнт фінансового левериджу (x_{36}).

Щодо змісту елементарних неметричних ознак конкурентоспроможності банку, то він ґрунтується на даних міжнародних рейтингових агенцій, науково-дослідних університетів та інститутів, що аналізують діяльність банку. Елементарні неметричні ознаки конкурентоспроможності банку виражаються порядковими величинами – балами, поставленими клієнтами банку [313; 324; 339; 344; 352; 360; 363]. Офіційно провідні банки ведуть маркетинговий облік даних про якість і стан своєї діяльності, результати публікують в аналітичних оглядах [233]. Розроблені методичні рекомендації щодо оцінювання якості послуг, наданих клієнтам [198; 330; 331; 336; 337]. Значення, яких можуть набувати неметричні ознаки x_1, \dots, x_9 (що є елементарними ознаками складної ознаки "конкурентоспроможність послуг, продуктів банку й їх доступність") та значення неметричних ознак x_{10}, \dots, x_{16} , крім ознак $x_{12} \div x_{14}$, що є елементарними величинами складної ознаки "рівень управління банку", наявність іноземного капіталу (x_{37}).

Для дослідження були використані дані, що характеризують конкурентоспроможність послуг п'яти банків другої групи за кількістю активів (ПАТ "КБ "Хрещатик", ПАТАБ "Південний", ПАТ "Кредитпромбанк", ПАТ "Банк Форум", ПАТКБ "Правекс-банк") за період 2008 – 2013 рр. Найбільше значення оцінки відповідає найкращій позиції оцінювання клієнтом.

Для моделювання конкурентоспроможності банку необхідно перейти від неметричних величин до метричних, а саме – від балів до рангів, оскільки багатовимірні методи (такі, як факторний та канонічний аналізи) передбачають використання метричних величин [76; 352]. Переведення балів у ранги слід зробити, спираючись на окремі особливості математичних методів [142, с. 116–129]. Для досліджуваних банків переведення балів у ранги здійснено в пакеті Statistica 8 з допомогою функції ranks.

Систему складних ознак конкурентоспроможності банку складають два послідовні типи ознак. Перший тип утворений на основі змістовної суті даного поняття, яка визначається теоретико-економічним аналізом. Другий тип ознак конкурентоспроможності банку є продовженням першого з урахуванням

статистичних взаємозв'язків між ознаками та моделюванням причинно-наслідкових механізмів. Іншими словами, систему складних ознак конкурентоспроможності банку утворюють нові змінні, що визначаються за допомогою факторного та канонічного аналізів та об'єднаних елементарних ознак на основі змісту конкурентоспроможності банку [107].

Існують спеціальні математичні методи, які дозволяють визначити латентні фактори, що є новими складними ознаками, та скоротити багатовимірність у системі показників. Це канонічний аналіз, метод аналізу головних компонент, факторний аналіз і методи багатовимірного шкалування [147]. Але перш ніж моделювати, необхідно статистично описати кожен елементарну ознаку за допомогою інструментів описової статистики. Застосування інструментів описової статистики дозволяє отримати нову інформацію, швидше зрозуміти, систематизувати та всебічно оцінити та подати її у вигляді таблиць, графіків, чисел, дозволяє дослідити тенденції змін значень величини ознаки з урахуванням реальних умов функціонування об'єкта [152]. Тобто *методи описової статистики* призначені перетворити сукупність окремих даних на систему наочних для сприйняття форм (графіки, таблиці) і чисел: розподіли частот, показники тенденцій і мінливості, варіативності, коефіцієнтів зв'язку. Цими методами розраховують статистики випадкової вибірки, які слугують підставою для здійснення статистичних висновків: достатній опис інформації, що містить великі сукупності значень величин; невелика кількість показників, що виражають найголовніші властивості досліджуваних показників [70; 73; 244]. Оцінювання та статистичний опис 37-ми ознак конкурентоспроможності банку були реалізовані у математичному пакеті Statgraphics Centurion. Обчислення були проведені на основі даних п'яти банків, розглянутих щоквартально за шість років, що наведено вище; у сукупності – 120 даних для кожної частинної ознаки.

За викладеними рекомендаціями описової статистики [142] з системи показників спочатку слід виключити ті показники, коефіцієнт варіації котрих менший 5 %. Таких елементарних ознак не виявилось для досліджуваних банків.

Аналіз взаємозв'язку між складовими конкурентоспроможності банку здійснений з допомогою процедури *канонічного аналізу*. Такий аналіз уможливорює скорочення багатовимірного простору ознак конкурентоспроможності банку до системи пар найбільш корельованих ознак; забезпечує можливість статистичного оцінювання їх значущості та взаємозв'язку елементарних ознак. Математична задача канонічного аналізу полягає у виявленні кореляційної залежності між зваженими сумами, тобто між лінійними комбінаціями, які називаються *канонічними змінними*, з кожної множини величин, що відповідають пояснювальним та результативним ознакам системи.

Оскільки банк є складною соціально-економічною системою, на яку в повній мірі впливають причинно-наслідкові механізми взаємодії між внутрішніми та зовнішніми факторами, то розділити елементарні ознаки конкурентоспроможності банку на пояснювальні та результативні можна різними способами. Складність отримання всіх можливих пар канонічних кореляцій між ознаками конкурентоспроможності банку успішно вирішується за рахунок комп'ютеризації обчислень.

Перевірка значущості кореляційного зв'язку здійснюється шляхом використання стандартного статистичного критерію α (P-Value – рівень значущості – ймовірність похибки I роду) та стандартного довірчого інтервалу. Більш високому значенню P-Value відповідає більш низький рівень довіри до отриманих результатів. Рівень значущості вважають достатнім з $\alpha = 0,05$ або $\alpha = 0,01$. У більшості випадків значення P-Value, що дорівнює 0,05, вважається рівнем довірчої імовірності, тобто існує 0,05 імовірності, що залежність між змінними є випадковою особливістю вибірки.

Канонічний аналіз був здійснений для чотирьох пар складних ознак конкурентоспроможності банку, таким чином було побудовано шість моделей. Перевірку значущості коефіцієнтів канонічних кореляцій здійснено на основі показника P-Value, який не повинен перевищувати 0,05.

У табл. 1.4 наведені статистичні характеристики канонічних кореляцій між складовою конкурентоспроможності послуг, продуктів банку, їх доступності та складовою рівня управління банку.

Таблиця 1.4

Статистичні характеристики канонічних кореляцій між складовими конкурентоспроможності послуг, продуктів банку, їх доступності та рівня управління банку

№ пар складних ознак	Власні числа	Коефіцієнти канонічних кореляцій	Статистика Уїлкса	Критерій Пірсона	Число ступенів свободи	Статистична значущість результату α
1	0,558242	0,747 156	0,218 007	168,317	63	0,0 000
2	0,272406	0,521 925	0,493 499	78,039	48	0,0 040
3	0,166085	0,407 536	0,678 261	42,8 987	35	0,1 686
4	0,139 218	0,373 119	0,813 346	22,8 292	24	0,5 299
5	0,0324146	0,180 041	0,944 892	6,2 637	15	0,9 750
6	0,0156573	0,125 129	0,976 546	2,62 255	8	0,9 558
7	0,00792075	0,0 889 986	0,992 079	0,878 727	3	0,8 306

Результатом застосування процедури канонічної кореляції є сім пар лінійних комбінацій, побудованих на основі змінних $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9$ і $x_{10}, x_{11}, x_{12}, x_{13}, x_{14}, x_{15}, x_{16}$. Виявилось, що статистично значущим ($\alpha \leq 5\%$) є взаємозв'язок перших двох пар. Коефіцієнт кореляції для першої пари становить $r_{U_1V_1} = 0,747156$ і для другої пари $r_{U_1V_1} = 0,521925$. Модель канонічних кореляцій між складовою конкурентоспроможності послуг, продуктів банку, їх доступності (U_1) та складовою рівня управління банку (V_1) для першої пари така:

$$\begin{cases} U_1 = 0,185055x_1 + 0,192842x_2 + 0,509969x_3 + 0,262326x_4 - 0,059001x_5 + \\ + 0,178389x_6 + 0,497632x_7 - 0,0807864x_8 + 0,0783931x_9 \\ V_1 = 0,379604x_{10} + 0,374645x_{11} + 0,19465x_{12} - 0,120257x_{13} - \\ - 0,113362x_{14} + 0,336799x_{15} + 0,00333121x_{16}. \end{cases} \quad (1.31)$$

Відомі математики говорять, що чим більше абсолютне значення ваги (коефіцієнтів з ознаками у лінійних комбінаціях), тим більший внесок відповідної початкової ознаки в значення канонічної змінної [34; 147; 354]. За величиною коефіцієнтів у рівняннях нових змінних (1.31) побудований рейтинг елементарних ознак: $x_3 > x_7 > x_4 > x_2 > x_1 > x_6 > x_8 > x_9 > x_5$. Та для другої змінної: $x_{10} > x_{11} > x_{15} > x_{12} > x_{13} > x_{14} > x_{16}$.

Модель канонічних кореляцій між складовою конкурентоспроможності послуг, продуктів банку, їх доступності (U_2) та складовою рівня управління банку (V_2) для другої пари, для якої коефіцієнт кореляції $r_{U_2V_2} = 0,521925$, має такий вигляд:

$$\begin{cases} U_2 = -0,565061x_1 - 0,263287x_2 + 0,48574x_3 - 0,078743x_4 + 0,495359x_5 + \\ + 0,27776x_6 - 0,561492x_7 - 0,070173x_8 + 0,25128x_9 \\ V_2 = 0,252868x_{10} - 0,212028x_{11} - 0,123443x_{12} - 0,901078x_{13} + \\ + 0,0073514x_{14} - 0,432517x_{15} + 0,341853x_{16}. \end{cases} \quad (1.32)$$

Рейтинг елементарних ознак рівнянь (1.32) за величиною коефіцієнтів для першої змінної такий: $x_1 > x_7 > x_5 > x_3 > x_6 > x_2 > x_9 > x_4 > x_8$. Для другої змінної: $x_{13} > x_{15} > x_{16} > x_{10} > x_{12} > x_{11} > x_{14}$.

З метою виявлення взаємозв'язку між наборами показників інших складових були проведені аналогічні процедури. У табл. 1.5 наведені статистичні характеристики канонічних кореляцій між складовою конкурентоспроможності послуг, продуктів банку, їх доступності та складовою забезпеченості банку фінансовими ресурсами.

Таблиця 1.5

Статистичні характеристики канонічних кореляцій між складовими конкурентоспроможності послуг, продуктів банку та їх доступності та забезпеченості банку фінансовими ресурсами

№ пар складних ознак	Власні числа	Коефіцієнти канонічних кореляцій	Статистика Уїлкса	Критерій Пірсона	Число ступенів свободи	Статистична значущість результату α
1	0,310267	0,557016	0,570809	63,0789	27	0,0001
2	0,137684	0,371058	0,827579	21,2907	16	0,1676
3	0,040283	0,200707	0,959717	4,62567	7	0,055

Статистично значущий взаємозв'язок першої пари. Коефіцієнт кореляції між ними $r_{U_1V_1} = 0,537016$, де U_1 – "конкурентоспроможність послуг, продуктів банку та їх доступність" і V_1 – "забезпеченість банку фінансовими ресурсами". Відповідна модель $U_1 \leftrightarrow V_1$ канонічних кореляцій така:

$$\begin{cases} U_1 = 0,474073x_1 + 0,338535x_2 - 0,0727023x_3 + 0,310752x_4 - 0,443247x_5 + \\ + 0,389921x_6 + 0,411686x_7 + 0,0205229x_8 - 0,0359618x_9 \\ V_1 = -0,517435x_{17} + 0,462694x_{18} + 0,173103x_{19}. \end{cases} \quad (1.33)$$

Рейтинг елементарних ознак рівнянь (1.32) за величиною коефіцієнтів для першої змінної такий: $x_1 > x_5 > x_7 > x_6 > x_2 > x_4 > x_3 > x_9 > x_8$. Та для другої змінної: $x_{17} > x_{18} > x_{19}$.

У табл. 1.6 наведені статистичні характеристики канонічних кореляцій між складовою ефективності діяльності банку та складовою конкурентоспроможності послуг, продуктів банку й їх доступності.

Статистичні характеристики канонічних кореляцій між складовими ефективності діяльності банку та конкурентоспроможності послуг, продуктів банку й їх доступності

№ пар складних ознак	Власні числа	Коефіцієнти канонічних кореляцій	Статистика Уїлкса	Критерій Пірсона	Число ступенів свободи	Статистична значущість результату α
1	0,606229	0,778607	0,063225	289,910	162	0,0000
2	0,458812	0,677357	0,160564	192,052	136	0,0011
3	0,293049	0,541340	0,296687	127,583	112	0,1490
4	0,291075	0,539513	0,419672	91,170	90	0,4457
5	0,150477	0,387914	0,591983	55,049	70	0,9048
6	0,130549	0,361315	0,696841	37,926	52	0,9281
7	0,125319	0,354004	0,801473	23,237	36	0,9505
8	0,055410	0,235392	0,916303	9,178	22	0,9924
9	0,029947	0,173053	0,970053	3,192	10	0,9765

Статистично значущим є зв'язок першої та другої пари. Для першої пари коефіцієнт кореляції дорівнює $r_{U_1V_1} = 0,778607$. Відповідна модель $U_1 \leftrightarrow V_1$ канонічних кореляцій між складовою ефективності діяльності банку (U_1) та складовою конкурентоспроможності послуг, продуктів банку та їх доступності (V_1) для цієї пари описується співвідношенням (1.34).

$$\left\{ \begin{array}{l}
 U_1 = 0,183835x_{20} - 0,267009x_{21} + 0,141565x_{22} - 0,20421x_{23} + 0,055165x_{24} - \\
 - 0,396516x_{25} - 0,382347x_{26} - 0,43211x_{27} - 1,0304x_{28} + 0,505523x_{29} + \\
 + 0,247569x_{30} - 0,0569325x_{31} - 0,032493x_{32} + 0,10861x_{33} + 0,215647x_{34} - \\
 - 0,37685x_{35} - 0,140254x_{36} + 0,399503x_{37} \\
 V_1 = 0,198211x_1 - 0,0520349x_2 - 0,978548x_3 + 0,0515603x_4 - 0,0323521x_5 - \\
 - 0,011304x_6 - 0,0679509x_7 + 0,171187x_8 + 0,0508242x_9.
 \end{array} \right. \quad (1.34)$$

Згідно з рівнянням (1.34) маємо такий рейтинг елементарних ознак за величиною коефіцієнтів рівняння регресії для першої змінної: $x_{28} > x_{29} > x_{27} > x_{37} > x_{25} > x_{26} > x_{35} > x_{21} > x_{30} > x_{34} > x_{23} > x_{20} > x_{22} > x_{36} > x_{33} > x_{31} > x_{24} > x_{32}$. Та для другої змінної: $x_3 > x_1 > x_8 > x_7 > x_2 > x_4 > x_9 > x_5 > x_6$.

Відповідно модель канонічних кореляцій між складовою ефективності діяльності банку (U_2) та складовою конкурентоспроможності банківських послуг (V_2) для другої пари (див. табл. 1.6), для якої коефіцієнт кореляції дорівнює $r_{U_2V_2} = 0,539513$, така (1.35):

$$\begin{cases} U_2 = 0,232903x_{20} - 0,285164x_{21} - 0,31647x_{22} + 0,353144x_{23} + 0,059273x_{24} + \\ + 0,712369x_{25} - 0,0100229x_{26} + 0,118549x_{27} - 0,249212x_{28} + 0,101736x_{29} + \\ 0,156283x_{30} - 0,22374x_{31} - 0,316096x_{32} - 0,157694x_{33} + 0,369369x_{34} + \\ + 0,543908x_{35} + 0,271968x_{36} - 0,101827x_{37} \\ V_2 = -0,417159x_1 - 0,262183x_2 + 0,26692x_3 - 0,746264x_4 + 0,264166x_5 - \\ - 0,0087375x_6 - 0,29276x_7 - 0,247624x_8 - 0,137663x_9. \end{cases} \quad (1.35)$$

Рейтинг елементарних ознак рівнянь (1.35) за величиною коефіцієнтів для першої змінної такий: $x_{25} > x_{35} > x_{34} > x_{23} > x_{22} > x_{32} > x_{21} > x_{36} > x_{28} > x_{20} > > x_{31} > x_{33} > x_{30} > x_{27} > x_{37} > x_{29} > x_{24} > x_{26}$. Для другої змінної: $x_4 > x_1 > x_7 > > x_3 > x_5 > x_2 > x_8 > x_9 > x_6$.

Табл. 1.7 містить статистичні характеристики канонічних кореляцій між складовою рівня управління банку та складовою забезпеченості банку фінансовими ресурсами. Видно, що статистично значущим є зв'язок для усіх трьох пар. Так, для першої пари коефіцієнт кореляції становить $r_{U_1V_1} = 0,756417$, для другої пари він дорівнює $r_{U_2V_2} = 0,526771$, а для третьої пари отримали значення коефіцієнта кореляції $r_{U_3V_3} = 0,374823$.

Таблиця 1.7

Статистичні характеристики канонічних кореляцій між складовими рівня управління банку та забезпеченості банку фінансовими ресурсами

№ пар складних ознак	Власні числа	Коефіцієнти канонічних кореляцій	Статистика Уїлкса	Критерій Пірсона	Число ступенів свободи	Статистична значущість результату α
1	0,572167	0,756417	0,265687	149,774	24	0,000
2	0,277488	0,526771	0,621005	53,835	14	0,000
3	0,140492	0,374823	0,859508	17,108	6	0,009

Модель канонічних кореляцій між складовою рівня управління банку (U_1) та забезпеченості банку фінансовими ресурсами (V_1) для першої пари така:

$$\begin{cases} U_1 = 0,00069878x_{10} + 0,24734x_{11} - 0,705895x_{12} - 0,0174628x_{13} - \\ - 0,263273x_{14} + 0,865435x_{15} + 0,0560099x_{16} \\ V_1 = 0,466587x_{17} + 0,322723x_{18} + 0,432626x_{19}. \end{cases} \quad (1.36)$$

Рейтинг елементарних ознак рівнянь (1.36) за величиною коефіцієнтів для першої змінної такий: $x_{15} > x_{12} > x_{14} > x_{11} > x_{16} > x_{13} > x_{10}$. Для другої змінної: $x_{17} > x_{19} > x_{18}$.

Модель канонічних кореляцій між складовою рівня управління банку (U_2) та забезпеченості банку фінансовими ресурсами (V_2) для другої пари має вигляд:

$$\begin{cases} U_2 = 0,0745797x_{10} + 0,0473792x_{11} - 0,110556x_{12} - \\ - 1,15778x_{13} - 0,525945x_{14} + 0,0702064x_{15} - 0,0386561x_{16} \\ V_2 = 0,286604x_{17} - 1,23688x_{18} + 1,19025x_{19}. \end{cases} \quad (1.37)$$

Рейтинг елементарних ознак рівнянь (1.37) за величиною коефіцієнтів для першої змінної такий: $x_{13} > x_{14} > x_{12} > x_{10} > x_{15} > x_{11} > x_{16}$. Для другої змінної: $x_{18} > x_{19} > x_{17}$.

Модель канонічних кореляцій між складовою рівня управління банку (U_3) та забезпеченості банку фінансовими ресурсами (V_3) для третьої пари така:

$$\begin{cases} U_3 = 0,357269x_{10} + 0,317947x_{11} + 0,951191x_{12} + \\ + 0,534637x_{13} + 0,105018x_{14} - 0,0705504x_{15} - 0,0596076x_{16} \\ V_3 = 1,38989x_{17} - 1,21124x_{18} - 0,0484618x_{19}. \end{cases} \quad (1.38)$$

Рейтинг елементарних ознак системи рівнянь (1.38) за величиною коефіцієнтів для першої змінної такий: $x_{12} > x_{13} > x_{10} > x_{11} > x_{14} > x_{15} > x_{16}$. Для другої змінної: $x_{17} > x_{18} > x_{19}$.

Табл. 1.8 містить статистичні характеристики канонічних кореляцій між складовою ефективності діяльності банку та складовою рівня управління банку.

Таблица 1.8

Статистичні характеристики канонічних кореляцій між складовими ефективності діяльності банку та рівня управління банку

№ пар складних ознак	Власні числа	Коефіцієнти канонічних кореляцій	Статистика Уїлкса	Критерій Пірсона	Число ступенів свободи	Статистична значущість результату α
1	0,906154	0,951921	0,001693	663,673	168	0,0000
2	0,801289	0,895147	0,018036	417,598	140	0,0000
3	0,639390	0,799619	0,090766	249,544	114	0,0000
4	0,515522	0,717999	0,251702	143,469	90	0,0003
5	0,262608	0,512453	0,519533	68,102	68	0,4737
6	0,139496	0,373491	0,704555	36,420	48	0,8894
7	0,108993	0,330141	0,818770	20,795	30	0,8942
8	0,081073	0,284734	0,918927	8,793	14	0,8441

Статистично значущий зв'язок перших чотирьох пар. Модель канонічних кореляцій між складовою ефективності діяльності банку (U_1) та складовою рівня управління банку (V_1) для першої пари така (1.39): $r_{U_1V_1} = 0,951921$,

$$\begin{cases}
 U_1 = -0,318933x_{20} + 0,337017x_{21} - 0,0508115x_{22} + 0,00520554x_{23} + \\
 + 0,0176936x_{24} + 0,12216x_{25} - 0,101118x_{26} + 0,199596x_{27} - 0,121349x_{28} + \\
 + 0,123682x_{29} + 0,1718x_{30} - 0,245764x_{31} - 0,0843252x_{32} - 0,304352x_{33} - \\
 - 0,525179x_{34} + 0,403101x_{35} - 0,271592x_{36} + 0,442001x_{37} \\
 V_1 = 0,0689539x_{10} + 0,111066x_{11} - 0,37175x_{12} + \\
 + 0,222166x_{13} - 0,750366x_{14} + 0,110215x_{15} - 0,025937x_{16}.
 \end{cases} \quad (1.39)$$

Рейтинг елементарних ознак рівнянь (1.39) за величиною коефіцієнтів для першої змінної такий: $x_{34} > x_{37} > x_{35} > x_{21} > x_{20} > x_{33} > x_{36} > x_{31} > x_{27} > x_{30} >$

$> x_{29} > x_{25} > x_{28} > x_{26} > x_{32} > x_{22} > x_{24} > x_{23}$. Відповідно, для другої змінної маємо: $x_{14} > x_{12} > x_{13} > x_{11} > x_{15} > x_{10} > x_{16}$.

Модель канонічних кореляцій між складовою ефективності діяльності банку (U_2) та складовою рівня управління банку (V_2) для другої пари (табл. 1.8) така: $r_{U_2V_2} = 0,895147$,

$$\left\{ \begin{array}{l} U_2 = -0,216044x_{20} + 0,233325x_{21} + 0,0987547x_{22} - 0,101988x_{23} + \\ + 0,0374717x_{24} - 0,712369x_{25} - 0,416109x_{26} + 0,33191x_{27} + 0,524442x_{28} - \\ - 0,231609x_{29} + 0,095044x_{30} - 0,174941x_{31} - 0,072557x_{32} + 0,23979x_{33} - \\ - 0,288835x_{34} + 0,611644x_{35} + 0,177795x_{36} + 0,483634x_{37} \\ V_2 = 0,0117567x_{10} + 0,127972x_{11} + 0,574254x_{12} - \\ - 0,292394x_{13} - 0,594512x_{14} + 0,211129x_{15} + 0,0105467x_{16}. \end{array} \right. \quad (1.40)$$

Рейтинг елементарних ознак рівнянь (1.40) за величиною коефіцієнтів для першої змінної такий: $x_{35} > x_{28} > x_{37} > x_{26} > x_{27} > x_{34} > x_{33} > x_{21} > x_{29} > x_{20} > > x_{36} > x_{31} > x_{23} > x_{22} > x_{30} > x_{25} > x_{32} > x_{24}$. Для другої змінної: $x_{14} > x_{12} > x_{13} > > x_{15} > x_{11} > x_{10} > x_{16}$.

Модель канонічних кореляцій між складовою ефективності діяльності банку (U_3) та складовою рівня управління банку (V_3) для третьої пари така: $r_{U_3V_3} = 0,799619$,

$$\left\{ \begin{array}{l} U_3 = -0,0995798x_{20} - 0,0150858x_{21} - 0,313987x_{22} - 0,0151372x_{23} + \\ + 0,202798x_{24} + 0,0014373x_{25} - 0,439848x_{26} + 0,125312x_{27} + 0,327401x_{28} + \\ + 0,082742x_{29} - 0,665304x_{30} + 0,512372x_{31} + 0,357358x_{32} - 0,600162x_{33} + \\ + 0,123612x_{34} - 0,62515x_{35} - 0,558873x_{36} + 0,0770712x_{37} \\ V_3 = 0,0954163x_{10} + 0,203676x_{11} - 0,67322x_{12} + 0,161463x_{13} + \\ + 0,381711x_{14} + 0,808453x_{15} + 0,0922071x_{16}. \end{array} \right. \quad (1.41)$$

Рейтинг елементарних ознак рівнянь (1.41) за величиною коефіцієнтів для першої змінної такий: $x_{30} > x_{35} > x_{33} > x_{36} > x_{31} > x_{26} > x_{32} > x_{28} > x_{22} > x_{24} > > x_{27} > x_{34} > x_{20} > x_{29} > x_{37} > x_{23} > x_{21} > x_{25}$. Відповідно для другої змінної: $x_{15} > x_{12} > x_{14} > x_{11} > x_{13} > x_{10} > x_{16}$.

Модель канонічних кореляцій між складовою ефективності діяльності банку (U_4) та складовою рівня управління банку (V_4) для четвертої пари така:
 $r_{U_4V_4} = 0,717999$,

$$\begin{cases} U_4 = -0,541508x_{20} + 0,814576x_{21} + 0,707246x_{22} - 0,405441x_{23} - \\ - 0,0695494x_{24} + 0,333287x_{25} + 0,265799x_{26} - 0,382167x_{27} - 0,506535x_{28} + \\ + 0,0741757x_{29} - 0,080705x_{30} + 0,245362x_{31} - 0,182646x_{32} - 0,521777x_{33} - \\ - 0,398592x_{34} + 0,98646x_{35} + 0,399854x_{36} - 0,600639x_{37} \\ V_4 = 0,201092x_{10} + 0,110997x_{11} - 0,803896x_{12} - 1,17613x_{13} - \\ - 0,414511x_{14} + 0,0529949x_{15} - 0,173218x_{16}. \end{cases} \quad (1.42)$$

Рейтинг елементарних ознак рівнянь (1.42) за величиною коефіцієнтів для першої змінної такий: $x_{35} > x_{21} > x_{22} > x_{37} > x_{20} > x_{33} > x_{28} > x_{23} > x_{36} > x_{34} > > x_{27} > x_{25} > x_{26} > x_{31} > x_{32} > x_{30} > x_{29} > x_{24}$. Для другої змінної: $x_{13} > x_{12} > x_{14} > > x_{10} > x_{16} > x_{11} > x_{15}$.

Табл. 1.9 містить статистичні характеристики канонічних кореляцій між складовою ефективності діяльності банку та складовою забезпеченості банку фінансовими ресурсами.

Таблиця 1.9

Статистичні характеристики канонічних кореляцій між складовими ефективності діяльності банку та забезпеченості банку фінансовими ресурсами

№ пар складних ознак	Власні числа	Коефіцієнти канонічних кореляцій	Статистика Уїлкса	Критерій Пірсона	Число ступенів свободи	Статистична значущість результату α
1	0,884063	0,940246	0,014699	449,429	63	0,0000
2	0,800358	0,894627	0,126783	219,952	40	0,0000
3	0,364951	0,604112	0,635049	48,357	19	0,0002

Знову статистично значущим виявився зв'язок усіх трьох пар. Модель канонічних кореляцій між складовою ефективності діяльності банку (U_1)

та складовою забезпеченості банку фінансовими ресурсами (V_1) для першої пари така: $r_{U_1V_1} = 0,940246$,

$$\begin{cases} U_1 = -0,0872755x_{20} + 0,0119767x_{21} - 0,269251x_{22} - 0,0234719x_{23} + \\ + 0,107304x_{24} - 0,051761x_{25} + 0,19329x_{26} - 0,310432x_{27} + 0,566986x_{28} - \\ - 0,138306x_{29} - 0,32462x_{30} + 0,267793x_{31} + 0,182334x_{32} - 0,298278x_{33} - \\ - 0,0394569x_{34} - 0,128992x_{35} - 0,156553x_{36} + 0,197768x_{37} \\ V_1 = 1,061188x_{17} - 0,174282x_{18} + 0,1899972x_{19}. \end{cases} \quad (1.43)$$

Рейтинг елементарних ознак рівнянь (1.43) за величиною коефіцієнтів для першої змінної такий: $x_{28} > x_{30} > x_{27} > x_{33} > x_{22} > x_{31} > x_{37} > x_{26} > x_{32} > x_{36} > > x_{29} > x_{35} > x_{24} > x_{20} > x_{25} > x_{34} > x_{23} > x_{21}$. Для другої змінної: $x_{17} > x_{19} > x_{18}$.

Модель канонічних кореляцій між складовою ефективності діяльності банку (U_2) та складовою забезпеченості банку фінансовими ресурсами (V_2) для другої пари така: $r_{U_2V_2} = 0,894627$,

$$\begin{cases} U_2 = -0,077006x_{20} + 0,042749x_{21} + 0,119079x_{22} + 0,104297x_{23} - \\ - 0,137649x_{24} + 0,111004x_{25} + 0,181437x_{26} + 0,217537x_{27} - 0,211939x_{28} + \\ + 0,174324x_{29} - 0,554169x_{30} - 0,107969x_{31} + 0,314118x_{32} + 0,105493x_{33} - \\ - 0,204604x_{34} - 0,0147589x_{35} + 0,0281954x_{36} - 0,1374x_{37} \\ V_2 = -0,944016x_{17} + 1,16234x_{18} + 0,304002x_{19}. \end{cases} \quad (1.44)$$

Рейтинг елементарних ознак рівнянь (1.44) за величиною коефіцієнтів для першої змінної такий: $x_{30} > x_{32} > x_{27} > x_{28} > x_{34} > x_{26} > x_{29} > x_{24} > x_{37} > x_{22} > > x_{25} > x_{31} > x_{33} > x_{23} > x_{20} > x_{21} > x_{36} > x_{35}$. Для другої змінної: $x_{18} > x_{17} > x_{19}$.

Модель канонічних кореляцій між складовою ефективності діяльності банку (U_3) та складовою забезпеченості банку фінансовими ресурсами (V_3) для третьої пари така: $r_{U_3V_3} = 0,604112$,

$$\begin{cases} U_3 = -0,38742x_{20} + 0,56474x_{21} + 0,42813x_{22} - 0,368445x_{23} + \\ + 0,0448846x_{24} + 0,410434x_{25} - 0,209462x_{26} + 0,0257381x_{27} + \\ + 0,678132x_{28} + 0,110844x_{29} - 0,149961x_{30} - 0,483181x_{31} - 0,259381x_{32} + \\ + 0,841233x_{33} - 0,915639x_{34} + 1,18719x_{35} + 0,224024x_{36} - 0,707948x_{37} \\ V_3 = 0,461404x_{17} - 1,31138x_{18} + 1,21561x_{19}. \end{cases} \quad (1.45)$$

Рейтинг елементарних ознак рівнянь (1.45) за величиною коефіцієнтів для першої змінної такий: $x_{35} > x_{34} > x_{33} > x_{37} > x_{28} > x_{21} > x_{31} > x_{22} > x_{25} > x_{20} > x_{23} > x_{32} > x_{36} > x_{26} > x_{30} > x_{29} > x_{24} > x_{27}$. Для другої змінної: $x_{18} > x_{19} > x_{17}$.

Для того щоб скоротити багатовимірність ознакового простору, слід здійснити процедуру, яка полягає у відсіканні крайнього правого показника ранжованої послідовності [112].

Далі слід обчислити коефіцієнт кореляції для зменшеної послідовності. Дана процедура виконується доти, доки величина коефіцієнта канонічної кореляції для скороченого набору факторів залишається несуттєво відмінною (з точністю до сотих часток) від аналогічного показника, розрахованого для вихідного набору факторів та вихідних показників [188, с. 156].

Так, для системи показників (див. рис. 1.1), за невключення в систему показників змінних x_5 (способи просування послуг) і x_{16} (розгалуженість збутової мережі), крайні праві змінні в системі (див. рис. 1.1), величина значення коефіцієнта кореляції між складовими "конкурентоспроможність банківських послуг, продуктів, їх доступність" та "рівень управління банку" (без врахування змінних x_5 і x_{16}) складає $r_{U_1V_1} = 0,743312$, що несуттєво відрізняється від початкового значення коефіцієнта кореляції між зазначеними складовими, а саме: $r_{U_1V_1} = 0,747156$. Тому дані ознаки можна не враховувати [189, с. 156].

Проведене дослідження показало, що визначальними (значущими) ознаками конкурентоспроможності послуг, продуктів банку й їх доступності є змінні: $x_3, x_7, x_4, x_2, x_1, x_6, x_8, x_9$. А визначальними ознаками рівня управління банку є змінні: $x_{10}, x_{11}, x_{15}, x_{12}, x_{13}, x_{14}$. Аналогічні дослідження були проведені для всієї сукупності наборів показників.

За результатами канонічного аналізу, спираючись на вищезазначені міркування, в табл. 1.10 сформовано упорядкований набір визначальних ознак за чотирма складовими конкурентоспроможності банку.

Таблиця 1.10

Значущі ознаки конкурентоспроможності банку

Складові конкурентоспроможності банку	Визначальні показники
1. Конкурентоспроможність послуг, продуктів банку й їх доступність	$x_3, x_7, x_4, x_2, x_1, x_6, x_8, x_9$
2. Рівень управління банку	$x_{10}, x_{11}, x_{15}, x_{12}, x_{13}, x_{14}$
3. Забезпеченість банку фінансовими ресурсами	x_{17}, x_{19}, x_{18}
4. Ефективність діяльності банку	$x_{30}, x_{32}, x_{27}, x_{28}, x_{34}, x_{26}, x_{29}, x_{24}, x_{37}, x_{22}, x_{25}$

Суттєво скоротити початковий інформаційний простір без втрати репрезентативності дозволяють методи факторного аналізу [106; 190], оскільки вони виявляють причинно-наслідкові механізми в системах показників, що описують складні ознаки конкурентоспроможності банку. Розрахунки були проведені в пакеті Statgraphics Centurion, шляхом активації процедури Describe/Multivariate Methods/Factor Analysis, попередньо перейшовши до рангів в неметричних ознаках.

На основі методу факторного аналізу отримали одинадцять компонент, що мали власні числа $\lambda_i \geq 1$ [34]. Кожній групі відповідає своя головна компонента, яка максимально навантажує змінні, що входять до неї. Разом вони склали 75,28 % мінливості вихідних даних. Найбільший внесок має перший фактор, який пояснює 19 % усієї мінливості. Для другого фактора відсоток дисперсії менший; для третього фактора – менший майже в два рази. З шостого фактора дисперсії не дуже відрізняються між собою (відповідає ідеї методу аналізу головних компонент: дисперсія кожної змінної з даного набору повністю зумовлена тільки іншими змінними набору).

Рівняння моделі складних ознак першого фактора F_1 із власним числом $\lambda_1 = 7,05$ має вигляд:

$$\begin{aligned}
 F_1 = & 0,18x_1 + 0,19x_2 + 0,39x_3 + 0,4x_4 - 0,06x_5 + 0,13x_6 + 0,17x_7 + 0,02x_8 + \\
 & + 0,17x_9 + 0,43x_{10} + 0,4x_{11} + 0,52x_{12} + 0,55x_{13} - 0,12x_{14} - 0,02x_{15} + 0,79x_{16} + \\
 & + 0,16x_{17} + 0,43x_{18} + 0,31x_{19} + 0,25x_{20} - 0,1x_{21} + 0,19x_{22} - 0,09x_{23} + 0,07x_{24} - \\
 & - 0,58x_{25} + 0,02x_{26} + 0,26x_{27} - 0,18x_{28} + 0,007x_{29} - 0,02x_{30} - 0,12x_{31} - \\
 & - 0,03x_{32} - 0,16x_{33} + 0,11x_{34} + 0,24x_{35} + 0,42x_{36} + 0,52x_{37}.
 \end{aligned} \quad (1.46)$$

Кінцеві факторні навантаження рекомендується отримати за допомогою ортогонального перетворення вихідної матриці *методом VARIMAX*. Так факторні навантаження після обертання VARIMAX для першої складної метричної ознаки має вигляд:

$$\begin{aligned}
 F'_1 = & 0,04x_1 + 0,08x_2 + 0,17x_3 + 0,12x_4 - 0,01x_5 + 0,10x_6 + 0,05x_7 + 0,06x_8 + \\
 & + 0,17x_9 + 0,16x_{10} + 0,19x_{11} + 0,18x_{12} - 0,12x_{13} - 0,03x_{14} + 0,23x_{15} + 0,12x_{16} + \\
 & + 0,15x_{17} + 0,13x_{18} + 0,15x_{19} - 0,15x_{20} - 0,14x_{21} + 0,12x_{22} + 0,02x_{23} + 0,03x_{24} - \\
 & - 0,22x_{25} + 0,21x_{26} + 0,03x_{27} + 0,26x_{28} + 0,19x_{29} - 0,11x_{30} - 0,02x_{31} + \\
 & + 0,003x_{32} - 0,04x_{33} + 0,07x_{34} + 0,21x_{35} + 0,21x_{36} + 0,20x_{37}.
 \end{aligned} \quad (1.47)$$

Наступним важливим етапом є задача розпізнавання головних компонент і визначення для них назви. Задача ґрунтується на рівнях вагових коефіцієнтів a_{ir} з матриці відображення A .

Для кожного головного фактора F множина значень a_{ir} умовно розбивається на чотири підмножини з нечіткими межами [142, с. 201]: W_1 – підмножина незначущих вагових коефіцієнтів; W_2 – підмножина значущих вагових коефіцієнтів; W_3 – підмножина значущих вагових коефіцієнтів, що не беруть участі у формуванні назви головного фактора; $W_4 = W_2 - W_3$ – підмножина значущих вагових коефіцієнтів, що беруть участь у формуванні назви головного фактора. Множина W_3 має критичні значення: a_{kr1} – максимальна кількість ознак, що пояснюють головну компоненту; a_{kr2} – мінімальна кількість ознак, що пояснюють головну компоненту. Критичні межі встановлюються за статистичним t-критерієм Стюдента. Набір пояснювальних ознак вважається задовільним, якщо значення коефіцієнтів інформативності K_i знаходяться в межах 0,75 – 0,95. Коефіцієнти інформативності визначаються формулою:

$$K_i = \frac{\sum_{j=1}^n a_{jr}^2 \{W_2 - W_3\}}{\sum_{j=1}^n a_{jr}^2}. \quad (1.48)$$

Для підмножини W_3 $a_{kr1} = 0,1$; $a_{kr2} = 0,5$. Обчисленням коефіцієнтів інформативності отримано розподіл елементарних ознак в групі складних ознак, що характеризують конкурентоспроможність банків (табл. 1.11).

Таблиця 1.11

Значимі латентні ознаки конкурентоспроможності банку

Латентні ознаки конкурентоспроможності банку	Визначальні показники	Коефіцієнт інформативності K_i
1	2	3
F'_1 – використання ресурсів банку	$x_{17}, x_{23}, x_{32}, x_{36}$	0,845
F'_2 – управління банківськими послугами	x_2, x_3, x_6, x_8	0,762

1	2	3
F'_3 – ефективна структура управління	$x_{10}, x_{14}, x_{15}, x_{16}$	0,583
F'_4 – якість структури балансу банку	x_{22}, x_{34}	0,704
F'_5 – якість активів банку	x_{33}, x_{36}	0,802
F'_6 – якість обслуговування клієнтів банку	x_4, x_7, x_9, x_{11}	0,431
F'_7 – надійність банку	x_{24}, x_{29}, x_{30}	0,673
F'_8 – структура доходів і витрат банку	$x_{22}, x_{25}, x_{26}, x_{27}$	0,814
F'_9 – ефективність використання персоналу	x_{12}, x_{28}	0,342
F'_{10} – здатність отримувати дохід	x_{35}, x_{37}	0,751
F'_{11} – здатність сплати зобов'язань	x_{18}, x_{19}, x_{31}	0,245

Отже, виходячи зі змістовної суті поняття "конкурентоспроможність банку" [108], результатів застосування інструментів описової статистики [112; 142; 190], канонічного аналізу, факторного аналізу, аналізу головних компонент [106; 149; 189] будується причинно-наслідкова концептуальна модель конкурентоспроможності банку (рис. 1.7).

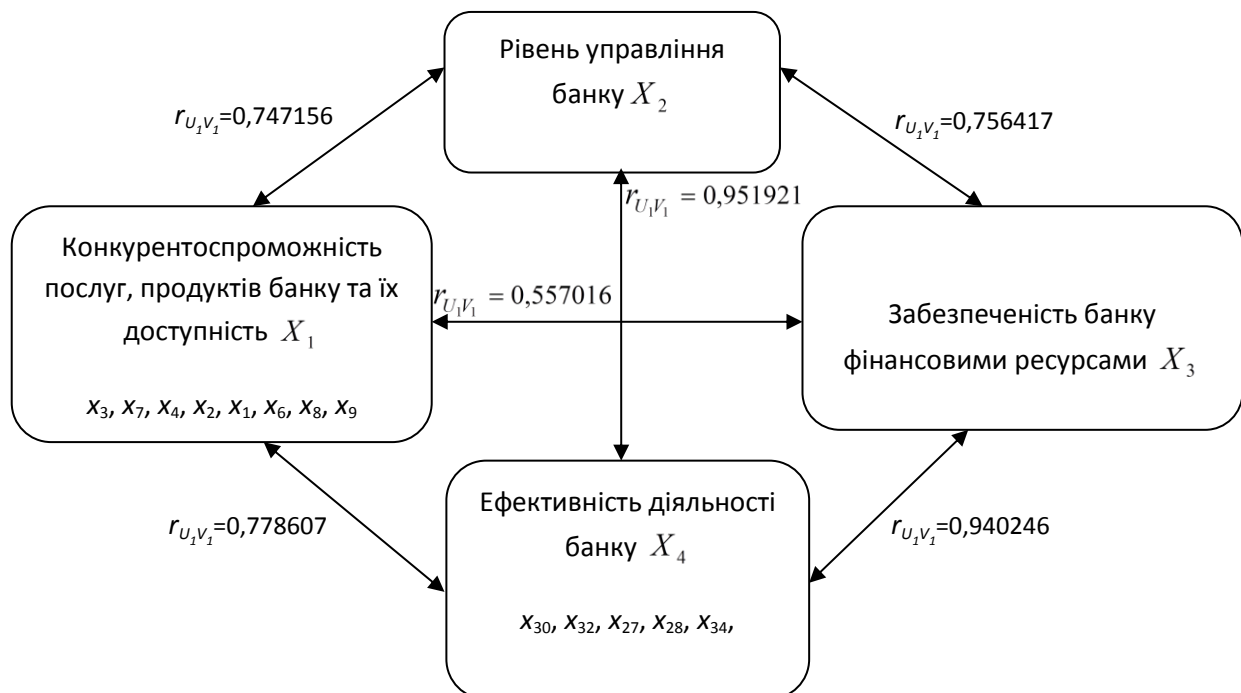


Рис. 1.7. Причинно-наслідкова схема взаємозв'язку складних ознак конкурентоспроможності банку

Отже, логіку формування ознакового простору конкурентоспроможності банку рекомендується скласти в такій послідовності [111]:

1) побудова структурно-логічної схеми ознак конкурентоспроможності банку;

2) визначення ієрархічної системи складних та елементарних ознак конкурентоспроможності банку;

3) дослідження елементарних ознак конкурентоспроможності банку на основі застосування інструментів описової статистики: показників, що описують положення значень величини ознаки; показників, що описують розкид значень величини ознаки; показників, що описують форму розподілу величини ознаки; графічних засобів для опису закону розподілу значень величини ознаки;

4) визначення системи складних ознак конкурентоспроможності банку на основі застосування канонічного аналізу;

5) на основі обчислених моделей встановлення рейтингу між елементарними ознаками для визначення сутності складових та ключових показників;

б) уточнення скороченого ієрархічного ознакового простору конкурентоспроможності банку шляхом відбору ключових показників і допоміжного врахування другорядних показників.

Таким чином, сформований ознаковий простір конкурентоспроможності банку забезпечує розроблення адекватної економіко-математичної моделі. У формуванні об'єктивного ознакового простору конкурентоспроможності банку рекомендується дотримуватися пропонованого методичного підходу. Це є необхідною передумовою проведення економічного аналізу та розроблення управлінського рішення щодо підвищення рівня конкурентоспроможності банку.

1.5. Аналіз проблем регресійних моделей конкурентоспроможності банків в умовах визначеності та невизначеності

Необхідно побудувати множинні регресійні моделі конкурентоспроможності банку в умовах визначеності за допомогою математичного пакету *Statgraphics Centurion* для ПАТ "КБ "Хрещатик", в якому передбачено під час обчислення моделі виконання всіх основних вимог.

Показники, що характеризують фінансовий стан конкурентоспроможності банку, – це показники ефективності діяльності банку (X_4). Відібрані з допомогою процедури канонічного аналізу найсуттєвіші показники даної групи прийняті

за результатів (y_i) (див. рис. 1.1). Тоді всі інші незалежні змінні, які відповідають ознакам конкурентоспроможності банку (конкурентоспроможності банківських послуг і продуктів, рівня управління банком, забезпеченості банку фінансовими ресурсами), будуть впливовими факторами на результативну ознаку (ефективність діяльності банку). УК нових змінних значення показника x_{22} (загальна дохідність активів) – це є змінна y_{22} . Отже, в нових змінних результативними ознаками конкурентоспроможності банку є: $y_{24} \leftrightarrow x_{24}$ (чистий спред); $y_{25} \leftrightarrow x_{25}$ (сумарна частка чистого відсоткового доходу та чистого комісійного доходу в операційному прибутку); $y_{26} \leftrightarrow x_{26}$ (залучені кошти на умовах субборгу); $y_{27} \leftrightarrow x_{27}$ (ГЕП); $y_{28} \leftrightarrow x_{28}$ (частка власного капіталу в чистих активах); $y_{29} \leftrightarrow x_{29}$ (частка резервів за кредитними операціями в кредитному портфелі); $y_{30} \leftrightarrow x_{30}$ (частка основних засобів і нематеріальних активів у чистих активах); $y_{32} \leftrightarrow x_{32}$ (коефіцієнт відношення кредитного портфеля банку до зобов'язань банку); $y_{34} \leftrightarrow x_{34}$ (коефіцієнт співвідношення регулятивного капіталу до сукупних активів).

Таким чином, в ознаковому просторі конкурентоспроможності банку результативними ознаками для регресійного аналізу є $y_{30}, y_{32}, y_{27}, y_{28}, y_{34}, y_{26}, y_{29}, y_{24}, y_{37}, y_{22}, y_{25}$. А факторними ознаками є $x_3, x_7, x_4, x_2, x_1, x_6, x_8, x_9$ (ознаки конкурентоспроможності послуг, продуктів банку й їх доступність), $x_{10}, x_{11}, x_{15}, x_{12}, x_{13}, x_{14}$ (ознаки рівня управління банком), x_{17}, x_{19}, x_{18} (ознаки забезпеченості банку фінансовими ресурсами). Оскільки результативна ознака y_{37} є неметричною, характеризує наявність (1) чи відсутність (0) іноземного капіталу в банку, то побудова регресійної моделі залежності даної ознаки від вказаних факторних ознак потребує особливого підходу. Отже, у побудові десяти регресійних моделей залежності результативних ознак від значущих показників використано лише кількісні показники. Тобто всі значущі ознаки конкурентоспроможності банківської послуги (продукту) $x_3, x_7, x_4, x_2, x_1, x_6, x_8, x_9$ є неметричними, а неметричними ознаками рівня управління банком є x_{10}, x_{11}, x_{15} , які не були включені у побудову моделей залежності результативних ознак.

Отже, обчислені регресійні лінійні моделі такі:

$$1) y_{22} = -0,72 + 28,0374 x_{18};$$

$$t_a = -1,81; \quad t_b = 3,64; \quad R^2 = 37,60\%; \quad F_{kr} = 13,26;$$

$$DW\text{-statistic} = 1,91 \quad (P=0,3300).$$

$$2) y_{24} = 0,03 + 0,00049x_{13} - 4,47x_{17} + 0,55x_{18};$$

$$t_a = 2,91; \quad t_{b_1} = 2,25; \quad t_{b_2} = -2,42; \quad t_{b_3} = 3,36; \quad R^2 = 39,38 \% ; \quad F_{kr} = 4,33;$$

DW-statistic = 1,23 (P=0,0049).

$$3) y_{25} = 13,58 - 0,75x_{12} + 57,11x_{19};$$

$$t_a = 8,81; \quad t_{b_1} = -7,68; \quad t_{b_2} = 2,31; \quad R^2 = 77,03 \% ; \quad F_{kr} = 35,23;$$

DW-statistic = 1,30 (P=0,0132).

$$4) y_{26} = -1,11 \cdot 10^6 + 79344,3x_{12} - 1,27 \cdot 10^7 x_{19};$$

$$t_a = -5,42; \quad t_{b_1} = 6,13; \quad t_{b_2} = -4,80; \quad t_{b_3} = -3,84; \quad R^2 = 64,14 \% ; \quad F_{kr} = 18,78;$$

DW-statistic = 1,14 (P=0,0036).

$$5) y_{27} = -156945 + 1,27 \cdot 10^8 x_{17};$$

$$t_a = -1,07; \quad t_{b_1} = 5,73; \quad R^2 = 59,90 \% ; \quad F_{kr} = 32,87;$$

DW-statistic = 1,87 (P=0,3045).

$$6) y_{29} = -0,14 + 0,01x_{12} - 0,002x_{13};$$

$$t_a = -9,34; \quad t_{b_1} = 15,42; \quad t_{b_2} = -12,33; \quad R^2 = 98,51 \% ; \quad F_{kr} = 696,98;$$

DW-statistic = 1,78 (P=0,1612).

$$7) y_{30} = 0,41 + 4,018x_{12} + 0,002x_{13} + 0,0006x_{14} - 62,75x_{17};$$

$$t_a = 5,94; \quad t_{b_1} = 3,84; \quad t_{b_2} = 2,93; \quad t_{b_3} = 2,67; \quad t_{b_4} = -11,58; \quad R^2 = 93,19 \% ;$$

$$F_{kr} = 65,03; \quad \text{DW-statistic} = 1,92 \quad (P=0,1616).$$

$$8) y_{32} = 0,57 - 2,10x_{18} - 8,31x_{19};$$

$$t_a = 11,11; \quad t_{b_1} = -2,27; \quad t_{b_2} = -7,87; \quad R^2 = 90,38 \% ; \quad F_{kr} = 54,04;$$

DW-statistic = 2,04 (P=0,2549).

$$9) y_{34} = 8,36 + 0,028x_{14};$$

$$t_a = 6,33; \quad t_{b_1} = 2,77; \quad R^2 = 25,86 \% ; \quad F_{kr} = 7,68;$$

DW-statistic = 1,61 (P=0,11).

Модель залежності результативної ознаки y_{28} від ознак $x_{12}, x_{13}, x_{14}, x_{17}, x_{18}, x_{19}$ виявилася неякісною за статистичними параметрами, тому її не слід використовувати в управлінні. Моделі залежностей результативних ознак y_{27} та y_{34} від значущих факторних ознак не доцільно обчислювати, оскільки вони не мають економічного змісту.

Отже, за статистичними якостями найкращою є лінійна регресійна залежність результативної змінної y_{32} (коефіцієнт відношення кредитного портфеля до зобов'язань банку) від двох значущих показників: x_{18} (залучені кошти банку), x_{19} (запозичені кошти банку):

$$y_{32} = 0,57 - 2,10x_{18} - 8,31x_{19}. \quad (1.49)$$

У моделі залишені лише значущі показники отримані, за допомогою процедури Backward Stepwise Selection пакета Statgraphics Centurion, а незначущі показники були відсіянні. Коефіцієнт детермінації R^2 для даної моделі дорівнює 90 %, значення скоригованого коефіцієнта R^2 дорівнює 88,71 %. Стандартна похибка оцінки показує стандартне відхилення залишків і дорівнює 0,031. Це значення може бути використане для побудови межі прогнозування для нових спостережень. Середня абсолютна помилка (MAE) – 0,023 показує середнє значення залишків. Критерій Дарбіна – Уотсона (DW) перевіряє залишки моделі, щоб визначити, чи суттєва кореляція між незалежними змінними в тому порядку, в якому вони введені в модель.

З моделі слідує, що зі збільшенням обсягу залучених коштів на 0,01 млрд грн коефіцієнт відношення кредитного портфеля банку до зобов'язань банку зменшиться на величину $2,1 \cdot 0,01 = 0,021$, якщо фактор обсягу запозичених коштів залишиться на середньому рівні. Зі збільшенням обсягу запозичених коштів на 0,01 млрд грн коефіцієнт відношення кредитного портфеля банку до зобов'язань банку зменшиться на величину $8,31 \cdot 0,01 = 0,0831$, якщо обсяг залучених коштів буде зафіксований на середньому рівні. Таким чином, зі змінням залучених і запозичених коштів на десятки млн грн, коефіцієнт відношення кредитного портфеля до зобов'язань банку буде змінюватися на величину, порядок якої 10^{-2} , а отже, значення коефіцієнта коливається біля 0,5, що свідчить про помірну кредитну політику банку.

Отже, результати розрахунків доводять, що рівняння множинної регресії містить лише статистично значущі показники, отже, доцільно розглянути її економічний зміст. Так, відношення кредитного портфеля банку до його зобов'язань характеризує можливість виконувати банком свої безпосередні функції – кредитувати економіку. Рівняння (1.49) є обернено пропорційною залежністю змінних x_{18} і x_{19} ; отже, коефіцієнти при них мають від'ємний знак.

Обернена залежність між коефіцієнтом відношення кредитного портфеля до

зобов'язань банку та двома незалежними показниками (залучені та запозичені кошти банку) спостерігається за період аналізу внаслідок того, що на зміну агресивній кредитній політиці банків, "кредитному буму" у 2007 р. прийшли інші, зважені та помірковані підходи. Із початком кризи у 2008 р. багато банків взагалі на певний проміжок часу припинили кредитування, а кошти клієнтів, які вони залучали, нерідко використовували не на кредитну діяльність, а на розв'язання проблем із ліквідністю, що виникли внаслідок суттєвої зміни валютного курсу. Станом на 2007 р. значні частки валютних кредитів та валютних зобов'язань спричинили суттєву переоцінку відповідних складових балансів банків. А оскільки сплачувати за кредитами за більшим курсом суттєва частка позичальників вже не змогла, а валютні зобов'язання у банках мали значні обсяги, то такий дисбаланс і викликав проблеми ліквідності.

Якщо порівняти рівняння регресії, отримані для різних банків, то стає зрозумілою спрямованість кредитної діяльності банку, а також її активність. Вільний член у рівнянні (1.49), що обчислений для ПАТ "Комерційний банк "ХРЕЩАТИК", свідчить про незадовільний стан його кредитної діяльності, про потенційну можливість її згорання в майбутньому.

Для ПАТ "Банк Форум" за статистичними якостями найкращою виявилася модель, що описує залежність результативної змінної y_{34} (коефіцієнт співвідношення регулятивного капіталу до сукупних активів) від чотирьох незалежних ознак: x_{12} (досвід роботи банку на ринку); x_{13} (кількість філій); x_{17} (власні кошти банку) та x_{19} (запозичені кошти банку). Як показує модель, дані фактори здійснюють непрямий вплив на формування активів банку:

$$y_{34} = 75,37 - 4,35x_{12} - 0,66x_{13} + 630x_{17} + 472,17x_{19},$$

$$t_a = 5,38; \quad t_{b_1} = -5,17; \quad t_{b_2} = -5,46; \quad t_{b_3} = 3,49; \quad t_{b_4} = 4,38;$$

$$F_{kr} = 13,99; \quad R^2 = 70,87 \% ; \quad DW\text{-statistic} = 0,93 \quad (P=0,0001).$$

Регресійні моделі залежностей результативних ознак y_{30} (частка основних засобів і нематеріальних активів у чистих активах) і y_{26} (залучені кошти на умовах субборгу) від шести значущих факторних ознак не доцільно обчислювати, оскільки вони не мають економічного змісту. Моделі залежностей для результативних ознак y_{27} (ГЕП) та y_{32} (коефіцієнт відношення кредитного портфеля банку до зобов'язань банку) виявилися статистично не значущими, отже, їх не слід використовувати в управлінні діяльністю банку. Для інших моделей

коефіцієнт детермінації знаходиться в межах від 31 % до 59 %, що свідчить про слабку залежність між показниками.

Найкращою регресійною моделлю залежності результативної ознаки від значущих факторних ознак для ПАТКБ "Правекс-банк" виявилася модель, що описує залежність результативної змінної y_{34} (коефіцієнт співвідношення регулятивного капіталу до сукупних активів) від трьох незалежних ознак: x_{12} (досвід роботи банку на ринку); x_{14} (кількість відділень) та x_{19} (запозичені кошти банку):

$$y_{34} = -61,08 + 3,20x_{12} + 0,03x_{14} + 937,137x_{19},$$
$$t_a = -3,52; \quad t_{b_1} = 4,19; \quad t_{b_2} = 2,93; \quad t_{b_3} = 2,47;$$
$$R^2 = 68,41\%; \quad F_{kr} = 17,33; \quad DW\text{-statistic} = 0,97 \quad (P=0,0003).$$

Статистично якісною виявилася модель залежності результативної ознаки y_{29} (частка резервів за кредитними операціями в кредитному портфелі банку) від чотирьох значущих факторів x_{12} , x_{14} , x_{18} і x_{19} , однак її не доцільно обчислювати, оскільки дана модель не має економічного змісту.

Модель залежності результативної ознаки y_{26} від досліджуваних факторних ознак відображує лінійну залежність, коефіцієнт детермінації складає $R^2 = 93,28\%$. Регресійна залежність для результативної ознаки y_{28} (частка власного капіталу в чистих активах) є неякісною за статистичними критеріями Фішера, Дарбіна – Уотсона та Стьюдента, тому її не доцільно використовувати в управлінні діяльністю банку. Усі інші побудовані регресійні моделі вказують на слабку залежність між показниками.

Слід зазначити, що побудову регресійних моделей здійснено в умовах визначеності, використано лише кількісні значущі показники. Однак фінансово-економічні показники конкурентоспроможності характеризуються і неметричними величинами [104; 12], що свідчить про суб'єктивність їх вимірювання. Крім того, обчислення кількісних показників зазначених банків протягом досліджуваного періоду, що відображено в звітах банків та офіційній звітності Національного банку України [312], було здійснено за трьома різними постановами Правління НБУ. У цих постановках зразки форм і структура звітності відрізняється. У період переходу (2007 – 2008 рр.) звітності банків за постановою Правління НБУ № 598 [340] до звітності за постановою Правління НБУ № 480 [341] неможливо однозначно отримати значення певних кількісних

досліджуваних показників. Для їх обчислення використовують округлення або наближені значення показників, від яких функціонально залежать досліджувані показники. З математичної точки зору це неправильно. Тому слід розглянути обчислення регресійних лінійних моделей конкурентоспроможності банку в умовах невизначеності.

Жорсткі передумови регресійного аналізу не дозволяють його використовувати в умовах невизначеності, коли інформація про досліджувану залежність "входи – вихід" має нечіткі оцінки типу "низький", "середній", "високий" тощо.

У монографії [158, с. 111] науковці виділяють такі основні причини невизначеності: спонтанність природних процесів і явищ; випадковий характер багатьох економічних процесів; багатоваріантність результатів розвитку та функціонування СЕС; вплив науково-технічного прогресу на функціонування СЕС; неповнота, суперечність інформації про досліджуваний об'єкт; необхідність урахування великої кількості показників в оцінюванні та раціональному виборі альтернатив; обмеженість, недостатність матеріальних, фінансових, трудових та інших ресурсів для прийняття рішення; важкість отримання вихідних даних, закритість інформації; відносна обмеженість свідомої діяльності людини, розбіжність в оцінках; залежність цілей, критеріїв від суб'єктивної поведінки об'єктів ринку.

Невизначеність – це фундаментальна характеристика недостатньої забезпеченості процесу прийняття економічних рішень знаннями стосовно певної проблемної ситуації. Отже, невизначеність вихідних даних, що характеризують конкурентоспроможність банку, може бути зумовлена результатами дослідження (варіабельність, шуми, похибки вимірювань, похибки округлень), прогнозними даними (неповнота інформації, методичні помилки, помилки округлення та дискретизації). Слід зауважити, що велика кількість інформації, яка характеризує конкурентоспроможність банку, є суб'єктивною, якісною та важко піддається формалізації. Невизначеність в банківській системі – ситуація в теорії управління, коли повністю або частково відсутня інформація про можливі стани системи та зовнішнього середовища [158, с. 119]. Якщо звести разом усі причини виникнення невизначеності, то можна стверджувати, що вона може бути наслідком двох обставин [41]: неповноти інформації або обмеженості можливостей суб'єкта управління стосовно переробки здобутої інформації.

Методи нечіткого регресійного аналізу значно розширили межі застосування методів чіткого регресійного аналізу [37; 54; 61; 124; 156; 157; 187; 295; 300; 301], а саме: дозволили будувати регресійні залежності на основі нечіткої вихідної інформації, причому інформація може мати як якісний, так і кількісний характер.

Побудова нечітких регресійних моделей спирається на математичний апарат, що містить визначення арифметичних операцій над нечіткими числами й їх порівняння [215]. Для деяких типів нечітких чисел результат арифметичної операції – це нечітке число того ж самого типу. В інших випадках потрібна додаткова апроксимація.

Оскільки розв'язання задач математичного моделювання складних систем із застосуванням апарату нечітких множин потребує великого обсягу операцій над нечіткими числами, то для зручності виконання операцій та для введення – виведення, зберігання даних бажано працювати з функціями належності стандартного типу. Найчастіше використовуваними є найпростіші випадки нечітких чисел і нечітких інтервалів (різновиди нечітких величин) – триангулярні (трикутні) та трапецієподібні нечіткі числа, які отримали назву за видом їх функції належності.

У літературі з нечіткої логіки зустрічається як термін "функція належності", так і "функція приналежності". Відомі сучасні вчені – дослідники процесів застосування нечіткої логіки Матвійчук А. В. [158; 157], Панкевич О. Д., Штовба С. Д. [175] у своїх роботах застосовують термін "функція належності", отже далі доцільно дотримуватися даного визначення.

Нечітким числом A називається нечітка величина (нечітка змінна, визначена на множині дійсних чисел \mathfrak{R}), функція належності якої $\mu_a(x)$ є випуклою й унімодальною на \mathfrak{R} [215], тобто $\exists x_m \in X(\mu_a(x_m) = 1)$. Водночас зліва від x_m функція зростає, а справа – спадає, x_m – модальне значення функції належності $\mu_a(x)$. Нечітке число з модальним значенням m можна розглядати як нечітке значення висловлювання "x приблизно дорівнює m" [167].

Нечіткий інтервал з ядром $[a, b]$ узагальнює поняття нечіткого числа та розглядається як нечітке значення висловлювання "x приблизно знаходиться в інтервалі $[a, b]$ " [1].

Кофман А. Ф. [115], Леденьова Т. М. [125], Пегат А. [182] виділяють ряд вимог до функції належності нечіткої величини A . Серед найбільш суттєвих є:

1) $\mu_a(x)$ неперервна, тобто в результаті незначної зміни значення аргументу значення функції також зміниться мало;

2) функція належності нечіткої величини є нормальною, тобто $\sup_{x \in \mathfrak{R}}(\mu_a(x)) = 1$; нечітка величина (множина) називається нормальною, якщо її

висота $h(A) = 1$, інакше нечітка множина називається субнормальною; висотою нечіткої величини A називають максимальне зі значень, які може прийняти її функція належності на всій області визначення X ;

3) $\mu_a(x)$ випукла вгору, тобто

$$\forall x_1, x_2 (x_1 < x_2), \forall \gamma \in [0,1] \mu_a(\gamma x_1 + (1-\gamma)x_2) \geq \min\{\mu_a(x_1), \mu_a(x_2)\}. \quad (1.50)$$

Нечітка величина називається випуклою, якщо її функція належності є випуклою. Якщо нерівність виконується тільки для $\gamma = 0$ і $\gamma = 1$, то нечітка множина A називається строго випуклою [125; 182].

На рис. 1.8 наведені характеристики нечіткого числа (носій, висота, ядро, α -зріз) [115]. Нижче наведені їх визначення.

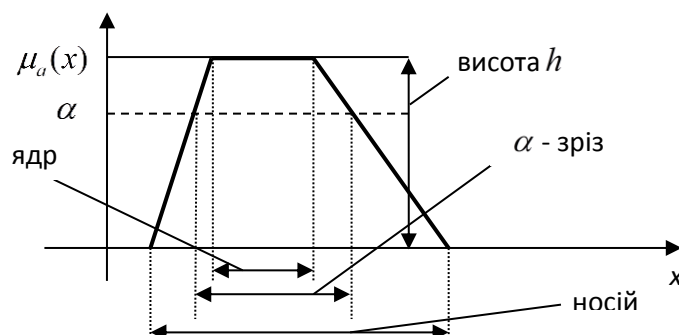


Рис. 1.8. Характеристики нечіткої величини

Носій нечіткої множини A (величини) є чіткою підмножиною множини X , яка містить усі елементи, ступені належності яких множині A відмінні від нуля [261]:

$$S(A) = \text{Supp}(A) = \{x : \mu_a(x) > 0, x \in X\}. \quad (1.51)$$

Нечіткою підмножиною A множини X називається множина впорядкованих пар виду: $A = \{(x / \mu_a(x))\}$, де для кожного елемента $x \in X$ ступінь його належності до множини A задається за допомогою функції належності, при цьому $\mu_a(x) \in [0,1]$. За визначенням Штовби С. Д. та Панкевича О. Д. [175] **функцією належності** називається така функція, яка дозволяє обчислити ступінь наближеності довільного елемента універсальної множини до нечіткої множини. Функція належності ставить у відповідність кожному значенню x заданої змінної деяке число з інтервалу $[0,1]$.

Ядро (core) нечіткої множини A – це чітка підмножина множини X , яка містить всі елементи множини A зі ступенем, дорівнює 1 [165; 166]:

$$C(A) = \text{Core}(A) = \{x : \mu_a(x) = 1, x \in X\}. \quad (1.52)$$

Нехай $\alpha \in [0, 1]$. Для нечіткої множини A можна визначити слабку α -рівневу множину

$$\sigma_{\alpha}(A) = \{x : \mu_{\alpha}(x) \geq \alpha, x \in X\} \quad (1.53)$$

та сильну α -рівневу множину

$$\omega_{\alpha}(A) = \{x : \mu_{\alpha}(x) > \alpha, x \in X\}. \quad (1.54)$$

Ці множини інакше називаються підмножинами рівня α нечіткої множини A або α -зрізами [107].

У нечіткому регресійному аналізі похибки між значеннями, отримані як різниця між спостереженнями й їх оцінками, вважаються зумовленими нечіткістю структури моделі. Параметри моделі, подані триангулярними (трикутними) нечіткими числами LR -типу, є коефіцієнтами в нечіткій лінійній функції. Невизначеність системи описується сумарним розкидом ("шириною") нечітких коефіцієнтів.

Ярушкіна Н. Г. [259] триангулярні нечіткі числа визначає як спеціальні LR -типу нечіткі числа, які описуються певними правилами з метою зниження обсягу обчислень в операціях над такими числами та для оптимізації обчислень. Функції належності таких чисел задаються з допомогою двох функцій $L(x)$ і $R(x)$, які мають одні й ті ж властивості [125; 182; 259]:

- 1) $L(x)$ – неперервна, незростаюча;
- 2) $L(x)$ – парна, тобто $L(-x) = L(x)$;
- 3) $L(x) = 1$ і $0 < L(x) < 1, \quad \forall x > 0; \quad \lim_{x \rightarrow \infty} L(x) = 0$;
- 4) $L(x) > 0, L(1) = 0, \quad \forall x < 1$.

Нечіткі числа LR -типу діляться на унімодальні та толерантні. Число A – унімодальне нечітке число LR -типу, якщо існують константи c і d такі, що функція належності нечіткого числа A має вигляд [259; 307]:

$$\mu_{\alpha}(x) = \begin{cases} L\left(\frac{m-x}{c}\right), & x \leq m, \\ R\left(\frac{x-m}{d}\right), & x \geq m. \end{cases} \quad (1.55)$$

де c і d – лівий та правий коефіцієнти нечіткості, відповідно;
 m – мода нечіткого числа.

Тобто нечітке число A записується у вигляді: $A(m, c, d)$. Якщо $c = d$, то нечітке число A називається симетричним нечітким числом LR -типу. Якщо $c = d = 0$, то отримане звичайне дійсне число [217].

Трикутне нечітке число A з центром в точці m , лівою шириною $c > 0$, правою шириною $d > 0$ називається нечіткою множиною A , яка має функцію належності [125; 182; 259]:

$$\mu_a(x) = \begin{cases} 1 - (m - x)/c, & \text{якщо } m - c \leq x < m \\ 1, & \text{якщо } x = m, \\ 1 - (x - m)/d, & \text{якщо } m < x \leq m + d, \\ 0, & \text{інакше.} \end{cases} \quad (1.56)$$

Умовно трикутне число записують у вигляді трьох параметрів: $A = (m, c, d)$.

Трапецієподібні нечіткі числа є толерантними, їх використання наведено в підрозділі 3.2. Трапецієподібним нечітким числом з відрізком толерантності $[a, b]$, лівою шириною c , правою шириною d називається нечітка множина A , яка має функцію належності [125; 259].

$$\mu_a(x) = \begin{cases} 1 - (a - x)/c, & \text{якщо } a - c \leq x < a \\ 1, & \text{якщо } x \in [a, b], \\ 1 - (x - b)/d, & \text{якщо } b < x \leq b + d, \\ 0, & \text{інакше.} \end{cases} \quad (1.57)$$

Слід сказати, що нечітка регресійна модель базується на методах теорії можливостей (альтернатива теорії ймовірностей) і теорії нечітких множин [165]. Побудова моделі полягає в знаходженні оптимальних (у певній мірі) коефіцієнтів з урахуванням нечіткої інформації про об'єкт і суб'єктивні уявлення дослідника.

Штовба С. Д. [249], Ярушкіна Н. Г. [259; 261] вважають, що вперше нечітка регресія описана в роботі зарубіжного науковця Х. Танаки [297]: розглядається нечітка множина A , що описується парою – нечітка змінна x та її функція належності $\mu_a(x)$. Формально нечітка множина записується у вигляді:

$$A = \{x, \mu_a(x) : x \in X, 0 \leq \mu_a(x) \leq 1\}, \quad (1.58)$$

де x – можливі значення нечіткої змінної в заданій множині X ;

$0 \leq \mu_a(x) \leq 1$ – функція належності, яка задає ступінь належності конкретного значення x нечіткій множині A .

Поняття "ступінь належності" в деякій мірі аналогічне поняттю ймовірності: $\mu_a(x_1) = 0$ означає, що значення x_1 точно не належить нечіткій множині, $\mu_a(x_2) = 1$ – повна належність до нечіткої множини.

Узагальнюючи роботи вчених Кривоніжко В. Є. [118], Ярушкиної Н. Г. [259], Селмінса А. [272], Даймонда П. [274; 275], Алієва Р. А. [5; 264], Као С. [281], Ріддена Д. [291], Сакава М. [293], Ванга Х. [301], Ягера Р. [304], Янга М. [305; 306], можна виділити три основних підходи для побудови нечіткої регресійної моделі (рис. 1.9).

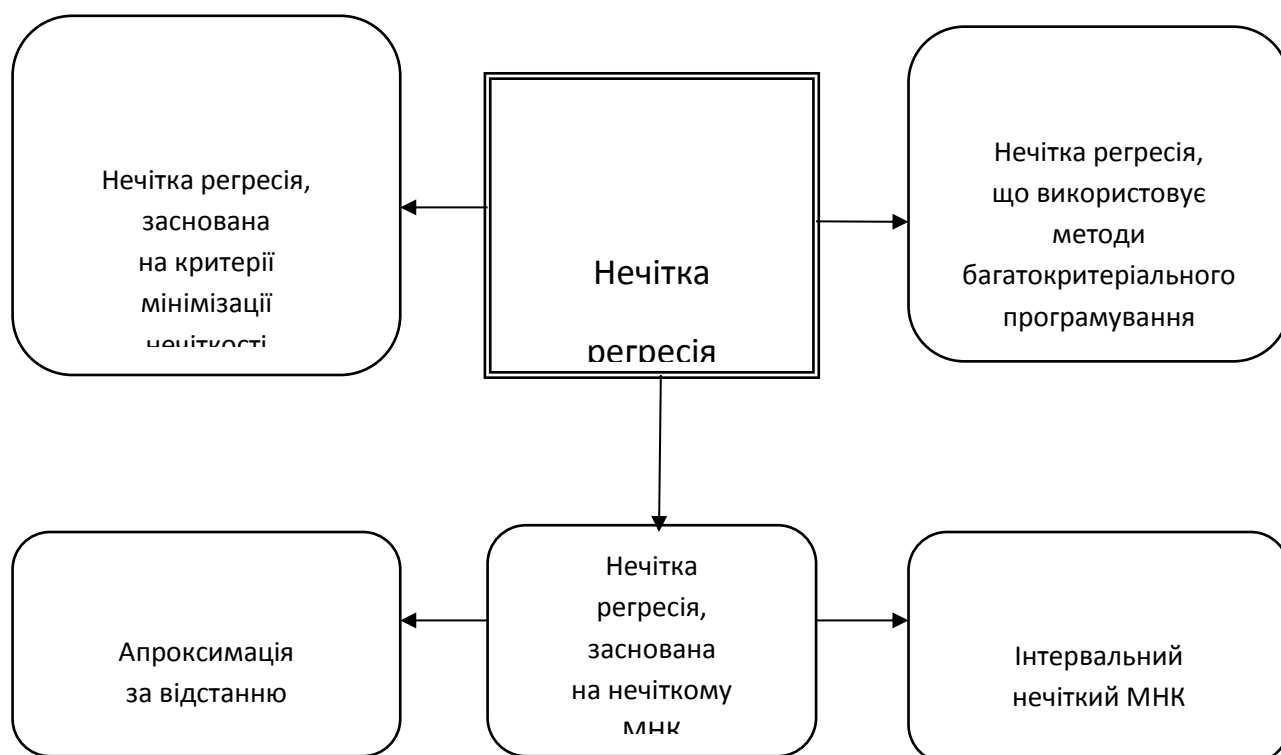


Рис. 1.9. Основні сучасні підходи для побудови нечіткої регресійної моделі

Аналіз робіт Кривоніжко В. Є. [118], Ярушкиної Н. Г. [261], Селмінса А. [272], Даймонда П. [274], Алієва Р. А. [5; 245], Као С. [281], Ріддена Д. [291], Сакава М. [293], Ванга Х. [301], Ягера Р. [304], Янга М. [305; 306], показав, що розглянуті далеко не всі можливі постановки завдань, що враховують нечіткість вихідних даних та/або параметрів моделі, а також відсутній детальний опис і рекомендації щодо кожного етапу нечіткого регресійного моделювання.

Танка Х., Веджіма С., Асаї К. [297] у 1982 р. першими розглянули модель лінійної регресії (FLR) з нечітким коефіцієнтом, для визначення якого використовували методи лінійного програмування. Згідно з цим підходом нечітка

регресія є деякою нечіткою функцією $Y = f(x, A)$, що пов'язує входи та вихід досліджуваної залежності (табл. 1.12):

$$Y = A_1x_1 + \dots + A_nx_n = Ax, \quad (1.59)$$

де $A_i, i = \overline{1, n}$ – нечітка множина, описана формулами (1.58) – (1.60) згідно з принципами узагальнення Заде Л. А. [81; 206]. Відповідно,

$$\mu_A(a) = \min_j \left[\mu_{A_j}(a_j) \right], \quad (1.60)$$

$$\text{де } \mu_{A_j}(a_j) = \begin{cases} 1 - \frac{|\alpha_j - a_j|}{c_j}, & \alpha_j - c_j \leq a_j \leq \alpha_j + c_j, \quad c_j > 0; \\ 0, & \text{інакше.} \end{cases} \quad (1.61)$$

Табл. 1.12 містить чіткі дані: y_i – вихід, або спостереження в i -му випробуванні; x_{ij} – j -ий вхід, або j -та незалежна змінна в i -му випробуванні.

Таблица 1.12

Вхідні-вихідні дані досліджуваної залежності

Групи показників	Вихід	Вхідні дані
1	y_1	x_{11}, \dots, x_{1n}
\vdots	\vdots	\vdots
N	y_N	x_{N1}, \dots, x_{Nn}

Нечіткий параметр A , що має значення "приблизно α ", описується центром α і шириною c (рис. 1.10) [263].

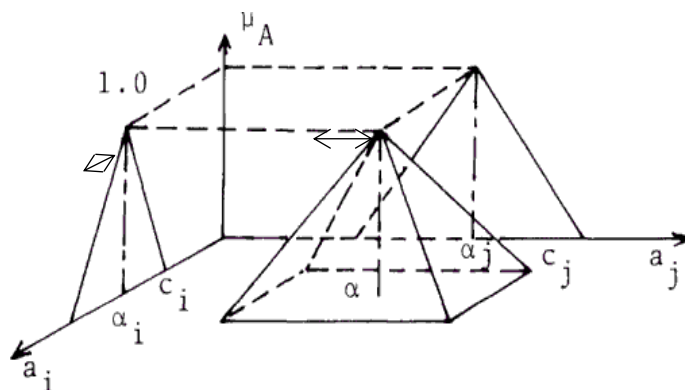


Рис. 1.10. Нечітка множина параметра A : $A \cong$ "приблизно α "

Запишемо нечіткі параметри $A = (A_1, \dots, A_n)$ у векторній формі:

$$A = \{\bar{\alpha}, \bar{c}\}, \quad \bar{\alpha} = (\alpha_1, \dots, \alpha_n)^t, \quad \bar{c} = (c_1, \dots, c_n)^t. \quad (1.62)$$

Задача нечіткої лінійної регресійної моделі полягає у визначенні нечіткого параметра A^* як такого, що нечітка вихідна множина $Y_i^* = A^* x_i$ містить y_i , які будуть більшими обраного h -зрізу (рис. 1.11).

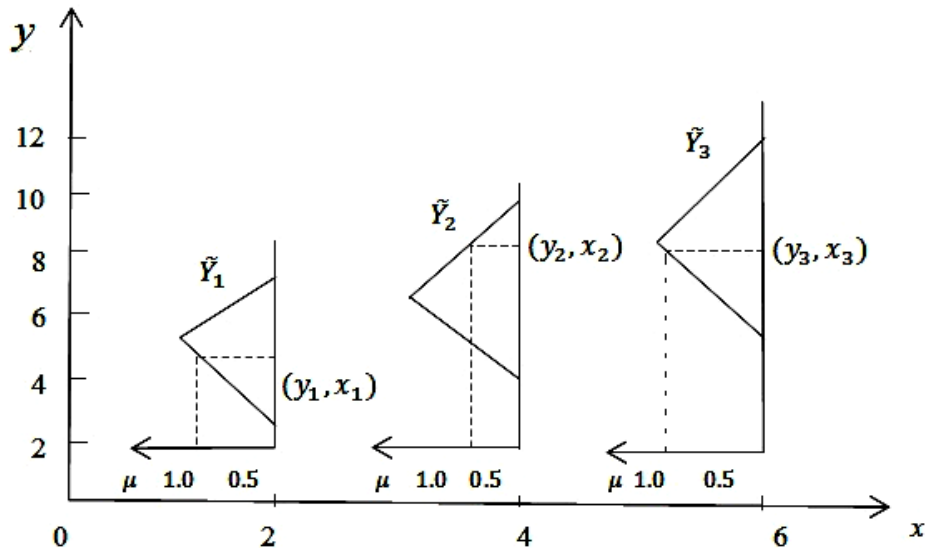


Рис. 1.11. Пояснення нечіткої регресійної лінійної моделі:

$$Y_i = A_0 + A_1 x_i, \quad \text{де } A_0, A_1 \text{ – нечіткі множини,}$$

$$A_0 = (3; 1), \quad A_1 = (1; 0,5), \quad h = 0,5 \text{ – обраний рівень зрізу}$$

Для чітких даних входу (табл. 1.13) є нечіткий вихід $Y_i = (y_i, e_i)$, де y_i – центр, e_i – ширина. Функцію належності $Y_i = (y_i, e_i)$ рекомендується записувати у вигляді:

$$\mu_{Y_i}(y) = 1 - \frac{|y_i - y|}{e_i}. \quad (1.63)$$

Таблиця 1.13

Нечіткі вихідні дані

Номер спостереження	Вихід	Вхід
1	$\tilde{Y}_1 = (y_1, e_1)$	x_{11}, \dots, x_{1n}
\vdots	\vdots	\vdots
N	$\tilde{Y}_N = (y_N, e_N)$	x_{N1}, \dots, x_{Nn}

Танка Х. та Асаї К. [297] рекомендують формувати нечітку лінійну регресійну модель у такій послідовності.

Перший етап. Дані повинні бути подані лінійною нечіткою моделлю.

$$Y_i^* = A_1^* x_{i1} + \dots + A_n^* x_{in}, \quad (1.64)$$

де тип нечіткого параметра A_i визначається формулами (1.59), (1.60). З відомими значеннями x_i , Y_i^* можна визначити як [297]:

$$\mu_{Y_i^*}(y) = 1 - \frac{|y_i - x_i^t \alpha|}{c^t |x_i|}. \quad (1.65)$$

Другий етап. Ступінь наближення розрахункової нечіткої лінійної моделі (1.63) доданих значень $Y_i = (y_i, e_i)$ вимірюється рівнем довіри \bar{h}_i , який максимізує h : $Y_i^h \subset Y_i^{*h}$, де

$$Y_i^h = \left\{ y \mid \mu_{Y_i}(y) \geq h, \right. \\ \left. Y_i^{*h} = \left\{ y \mid \mu_{Y_i^*}(y) \geq h. \right. \right. \quad (1.66)$$

Ступінь наближення нечіткої лінійної моделі до всіх даних Y_1, \dots, Y_N визначається як $\min_j [\bar{h}_j]$.

Третій етап. Отримання нечітких коефіцієнтів A_i^* . Невизначеність нечіткої лінійної моделі визначається таким чином:

$$J = c_1 + \dots + c_n. \quad (1.67)$$

Проблема пояснюється отриманням нечітких коефіцієнтів A_i^* , які мінімізують змінну J , $\bar{h}_i \geq H$ для всіх i . Рівень довіри H вибирається особою, яка приймає рішення як ступінь наближення нечіткої лінійної моделі. Параметр \bar{h}_i може бути обчислений з формули (1.67):

$$\bar{h}_i = 1 - \frac{|y_i - x_i^t \alpha|}{\sum_j c_j |x_{ij}| - e_i}. \quad (1.68)$$

Це визначається з такого співвідношення (рис. 1.12) [263]:

$$\frac{1}{1-\bar{h}_i} = \frac{\sum_j c_j |x_{ij}|}{k}, \quad (1.69)$$

де $k = |y_i - x^t \alpha| + e_i(1-\bar{h}_i)$. (1.70)

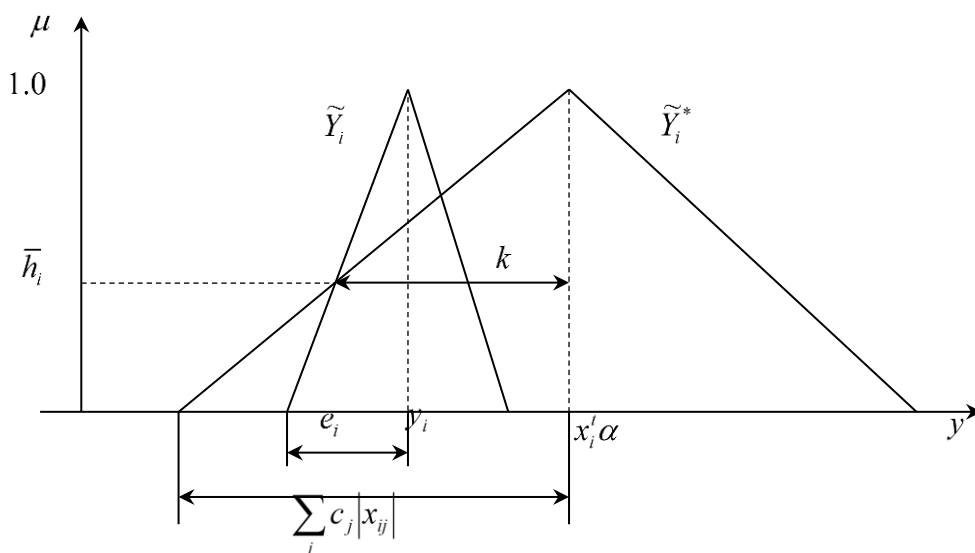


Рис. 1.12. Ступінь наближення Y_i^* до нечітких значень \tilde{Y}_i

Задача полягає в тому, щоб знайти нечіткі параметри $A_i^* = (\alpha_i, c_i)$, які є розв'язком такої задачі лінійного програмування:

$$J = c_1 + \dots + c_n \rightarrow \min, \quad (1.71)$$

$$\begin{cases} \alpha^t x_i + (1-H) \sum_j c_j |x_{ij}| \geq y_i + (1-H)e_i \\ -\alpha^t x_i + (1-H) \sum_j c_j |x_{ij}| \geq -y_i + (1-H)e_i, i = \overline{1, N} \\ c_j > 0. \end{cases} \quad (1.72)$$

Перша умова системи (1.72) забезпечує те, що значення нижньої межі нечіткого \tilde{Y}_i буде меншим за фактичні значення результативної ознаки, а друга умова означає, що значення верхньої межі нечіткого \tilde{Y}_i є більшими за фактичні

значення результативної ознаки. Таким чином, формується інтервал значень модельованого явища. Слід відразу сказати, що дана задача може бути розв'язана за допомогою надбудови MS Office Excel "Пошук рішення".

Таким чином, автори роботи [297] довели, що, розв'язуючи звичайну задачу лінійного програмування, можна отримати найбільш точну модель для наведених даних. Крім того, розв'язання двоїстої задачі легше в порівнянні з розв'язанням прямої задачі, тому що вона зменшує кількість обмежень.

Якщо вхідні дані від'ємні, рекомендується реалізувати ту ж саму процедуру побудови нечіткої регресійної моделі. Слід зауважити, що інші типи нечітких множин можуть бути застосовані для подібних досліджень.

Зарубіжні вчені Као С. [281], Рідден Д., Вудалл В. [291], Ванг Х. Ф. [301] визначили суттєві недоліки даного підходу. По-перше, коефіцієнти регресії високочутливі до викидів даних [291]. По-друге, оцінка має широкий діапазон [301]. По-третє, цільова функція не інтерпретується як деякий показник схожості бажаної та дійсної поведінки моделі, на відміну від звичайного регресійного аналізу; чим більше спостережень, тим більш розмита оцінка, що суперечить загальним положенням регресійного аналізу: чим більше спостережень, тим більш точний результат [281]. Важко не погодитись з науковцями Рідденом Д., Вудаллом В. [291], Ванг Х. Ф., Цаур Р. К. [301], оскільки практична перевірка даної моделі, здійснена на показниках конкурентоспроможності банку [104], дійсно призвела до недостовірних результатів. Задача розв'язувалась в середовищі MS Office Excel з допомогою надбудови "Пошук рішення". Отримані значення виявилися дуже великими, деякі – від'ємними, що неможливо, виходячи з нормативів НБУ. Поясненням даної проблеми було те, що модель високочутлива до викидів даних [291].

Зарубіжний вчений Алієв Р. А. (має багато відомих публікацій в Росії щодо застосування нечітких множин) [5; 264] у 1991 році теж запропонував застосовувати критерій мінімізації нечіткості для оцінювання нечітких параметрів математичної моделі, поданої нечітким рівнянням множинної регресії:

$$\tilde{Y} = \tilde{A}_0 + \tilde{A}_1 x_1 + \dots + \tilde{A}_k x_k, \quad (1.73)$$

де $x_i, i = \overline{1, k}$ – детерміновані значення, \tilde{Y} – нечіткі.

Для оцінювання нечітких параметрів побудованої моделі був використаний критерій мінімізації відхилень нечітких вихідних значень \tilde{Y}_i ,

отриманих за (1.73), від відповідних вибірових значень Y_i за даними спостережень $i = \overline{1, n}$:

$$J = \bigcup_{i=\overline{1, n}} (Y_i | - | \tilde{Y}_i)^2 \rightarrow \min, \quad (1.74)$$

де $| - |$ – обмежена різниця нечітких чисел, що визначається такою формулою:

$$\mu_J(x) = \mu_{Y_i | - | \tilde{Y}_i}(x) = \max(0, \mu_{Y_i}(x) - \mu_{\tilde{Y}_i}(x)). \quad (1.75)$$

Обмежена різниця – це операція диз'юнкції для нечітких чисел [5].

Задача оцінювання параметрів рівняння (1.73) полягає у визначенні коефіцієнтів $\tilde{A}_i (i = \overline{1, n})$, які задовольняють умові (1.75).

Рівняння (1.73) є багатовимірною функцією з нечіткими коефіцієнтами:

$$\tilde{Y} = f(x_1, \dots, x_n, \tilde{A}_1, \dots, \tilde{A}_n). \quad (1.76)$$

Якщо врахувати це в (1.75), то

$$J = \bigcup_{i=\overline{1, n}} (Y_i | - | f(x_1, \dots, x_n, \tilde{A}_1, \dots, \tilde{A}_n))^2 \rightarrow \min. \quad (1.77)$$

Тобто задача оцінювання параметрів регресії (1.73) була зведена до мінімізації багатовимірної функції з нечіткими змінними.

Алієв Р. А. припустив, що нечіткі коефіцієнти $\tilde{A}_0, \tilde{A}_1, \dots, \tilde{A}_k$ є нормальними нечіткими множинами на \mathfrak{R} : $\tilde{A}_i = \bigcup_{a_i \in \mathfrak{R}} \mu_{\tilde{A}_i}(a_i) / a_i$ – та визначив α -рівневі множини нечітких коефіцієнтів \tilde{A}_i :

$$a_i^\alpha = \{a_i : a_i \in \mathfrak{R}, \mu_{\tilde{A}_i}(a_i) \geq \alpha\}, \quad i = \overline{0, k}, \quad \alpha \in [0, 1].$$

Для оцінювання нечітких коефіцієнтів $\tilde{A}_0, \tilde{A}_1, \dots, \tilde{A}_k$ Алієв Р. А. визначав на кожному рівні α_j ($\alpha : \{\alpha_0 = 0, \alpha_1, \dots, \alpha_j, \dots, \alpha_p = 1\}$) такі коефіцієнти $a_0^{\alpha_j}, a_1^{\alpha_j}, \dots, a_k^{\alpha_j}$ ($j = \overline{1, p}$), які задовольняють умові:

$$J_j = \sum_{i=1}^N (y_i^{\alpha_j} - \tilde{y}_i^{\alpha_j})^2 \rightarrow \min, \quad j = \overline{1, p}, \quad (1.78)$$

де $\tilde{y}_i^{\alpha_j} = a_0^{\alpha_j} + a_1^{\alpha_j} x_1 + \dots + a_k^{\alpha_j} x_k$.

Тобто для кожного рівня $\alpha : \{\alpha_0 = 0, \alpha_1, \dots, \alpha_j, \dots, \alpha_p = 1\}$ можна написати рівняння множинної регресії:

$$\begin{cases} y^{\alpha_0} = a_0^{\alpha_0} + a_1^{\alpha_0} x_1 + \dots + a_n^{\alpha_0} x_n, \\ y^{\alpha_1} = a_0^{\alpha_1} + a_1^{\alpha_1} x_1 + \dots + a_n^{\alpha_1} x_n, \\ \dots \dots \dots \\ y^{\alpha_p} = a_0^{\alpha_p} + a_1^{\alpha_p} x_1 + \dots + a_n^{\alpha_p} x_n. \end{cases} \quad (1.79)$$

Рівняння (1.79) є звичайними рівняннями множинної регресії. Для оцінювання нечітких коефіцієнтів $\tilde{A}_0, \tilde{A}_1, \dots, \tilde{A}_k$ достатньо визначити такі $a_0^{\alpha_j}, a_1^{\alpha_j}, \dots, a_n^{\alpha_j}$, $j = \overline{1, p}$ на кожному рівні α_j , які задовольняють умові (1.78).

Детерміновані значення $y_i^{\alpha_j}$, які спостерігаються, отримані апроксимацією нечітких значень вихідної змінної $\tilde{y}_i^{\alpha_j}$ α -рівневими множинами відповідно з апроксимацією нечітких коефіцієнтів $\tilde{A}_0, \tilde{A}_1, \dots, \tilde{A}_k$.

Таким чином, вихідна задача оцінювання нечітких коефіцієнтів нечіткого рівняння регресії (1.73) була зведена до класичних задач оцінювання параметрів множинної регресії [5].

Іншим підходом побудови нечіткої лінійної регресії є підхід, заснований на методі найменших квадратів (FLSRA), який запропонували Селмінс А. [272] і Даймонд П. у 1987 – 1988 рр. [275]. Даний підхід передбачає підбір нечітких коефіцієнтів регресії таким чином, щоб мінімізувати відстань між нечіткими числами (виходом моделі та даними з вхідної терм-множини). Для цього застосовуються методи багатокритеріального програмування та нечіткий метод найменших квадратів [305]. Відповіді були сформовані в роботах вчених Янга М., Лін Т. (2002) [305] і Сакава М., Яно Х. (1992) [293].

Сакава М. та Яно Х. запропонували до розгляду оцінювання нечітких параметрів нечіткої лінійної регресійної моделі [260]:

$$Y = A_0 + A_1 X_{j1} + \dots + A_k X_{jk}, \quad j = \overline{1, n}, \quad (1.80)$$

де вхідні дані $X_{j1}, X_{j2}, \dots, X_{jk}$ і виходи моделі Y_j є нечіткими. Вони сформували багатокритеріальні методи програмування для оцінювання параметрів

моделі. Для цього було використано три рівності з метою визначення взаємодії між двома нечіткими числами M і N :

$$\begin{aligned} Pos(M = N) &= \sup_x \min\{\mu_M(x), \mu_N(x)\}, \\ Nes(M \subset N) &= \inf_x \max\{1 - \mu_M(x), \mu_N(x)\}, \\ Nes(M \supset N) &= \inf_x \max\{\mu_M(x), 1 - \mu_N(x)\}, \end{aligned}$$

де $\mu_M(x), \mu_N(x)$ – функції належності нечітких чисел M і N ;

Pos – скорочення від імовірності (Possibility) та необхідності Nec (Necessity).

Далі було сформовано три типи багатоцільових задач програмування для оцінювання параметрів нечітких лінійних регресійних моделей, а також підхід, заснований на методі найменших квадратів (МНК). Багатокритеріальний аналіз нечітких лінійних регресійних моделей забезпечує хорошу оцінку параметрів з використанням невизначеності моделі (через відношення включення). Підхід, заснований на МНК, напряму звертається до вхідних/вихідних даних і розглядає міру найкращої відповідності в умовах невизначеності.

У своїй роботі вчені Янг М. і Лін Т. [305] розглядають два типи нечіткого МНК: метод, що заснований на апроксимації за відстанню, й інтервальний нечіткий МНК.

В основі нечіткого МНК, заснованого на апроксимації за відстанню, розглядається нечітка лінійна регресійна модель (1.79), в якій прийняті такі позначення: $Y_j = (m_{y_j}, \alpha_{y_j}, \beta_{y_j})_{LR}$ – виходи, $X_{ji} = (m_{x_{ji}}, \alpha_{x_{ji}}, \beta_{x_{ji}})_{LR}$ – входи, $A_i = (m_{\alpha_i}, \alpha_{\alpha_i}, \beta_{\alpha_i})_{LR}$ – параметри моделі, $i = \overline{1, k}$, $j = \overline{1, n}$.

$M = (m, \alpha, \beta)_{LR}$ – нечітке число LR -типу [241], де m – мода, α та β – лівий і правий коефіцієнти нечіткості, відповідно. Функція належності нечіткого числа $M = (m, \alpha, \beta)_{LR}$ має вигляд:

$$\mu_M(x) = \begin{cases} L\left(\frac{m-x}{\alpha}\right), & x \leq m \\ R\left(\frac{x-m}{\beta}\right), & x \geq m \end{cases} \quad (\alpha > 0, \beta > 0). \quad (1.81)$$

Якщо має місце $L(x) = R(x) = 1 - x$, то $M = (m, \alpha, \beta)_{LR}$ називається трикутним нечітким числом і позначається як $M = (m, \alpha, \beta)_T$ [172].

Особливістю моделі (1.79) є те, що результат операції $A_i X_{ji}$ може не відноситися до нечітких чисел LR -типу.

Дюбуа Д. та Праде Х. [277] запропонували такі формули апроксимації для $M = (m, \alpha, \beta)_{LR}$ та $N = (n, \gamma, \delta)_{LR}$:

$$(m, \alpha, \beta)_{LR} (n, \gamma, \delta)_{LR} \approx (mn, m\gamma + n\alpha, m\delta + n\beta)_{LR}, \text{ якщо } M > 0, N > 0; \quad (1.82)$$

$$(m, \alpha, \beta)_{LR} (n, \gamma, \delta)_{LR} \approx (mn, n\alpha - m\delta, n\beta - m\gamma)_{LR}, \text{ якщо } M < 0, N > 0; \quad (1.83)$$

$$(m, \alpha, \beta)_{LR} (n, \gamma, \delta)_{LR} \approx (mn, -n\beta - m\delta, -n\alpha - m\gamma)_{LR}, \text{ якщо } M < 0, N < 0. \quad (1.84)$$

У результаті була отримана наближена оцінка:

$$Y = A_0 + A_1 X_{j1} + \dots + A_k X_{jk} \approx (\tilde{m}_j, \tilde{\alpha}_j, \tilde{\beta}_j)_{LR}, \quad (1.85)$$

$$\text{де } \tilde{m}_j = m_{a_0} + \sum_{p=1}^k (m_{a_p} m_{x_{jp}}).$$

$$\begin{aligned} \tilde{\alpha}_j = & \alpha_{a_0} + \sum_{A_p \in H_1} [s_{jp}(m_{a_p} \alpha_{x_{jp}} + m_{x_{jp}} \alpha_{a_p}) + (1 - s_{jp})(m_{a_p} \alpha_{x_{jp}} + m_{x_{jp}} \beta_{a_p})] + \\ & + \sum_{A_p \in H_2} [s_{jp}(m_{x_{jp}} \alpha_{a_p} - m_{a_p} \beta_{x_{jp}}) + (1 - s_{jp})(-m_{a_p} \beta_{x_{jp}} - m_{x_{jp}} \beta_{a_p})], \end{aligned} \quad (1.86)$$

$$\begin{aligned} \tilde{\beta}_j = & \beta_{a_0} + \sum_{A_p \in H_1} [s_{jp}(m_{a_p} \beta_{x_{jp}} + m_{x_{jp}} \beta_{a_p}) + (1 - s_{jp})(m_{a_p} \beta_{x_{jp}} + m_{x_{jp}} \alpha_{a_p})] + \\ & + \sum_{A_p \in H_2} [s_{jp}(m_{x_{jp}} \beta_{a_p} - m_{a_p} \alpha_{x_{jp}}) + (1 - s_{jp})(-m_{a_p} \alpha_{x_{jp}} - m_{x_{jp}} \alpha_{a_p})]. \end{aligned} \quad (1.87)$$

Модель (1.87) апроксимується нечітким числом LR -типу, тому для обчислення відстані d_{LR}^2 між двома нечіткими числами рекомендується формула (1.88), запропонована Янгом М. і Као С. [306]:

$$\begin{aligned} d_{LR}^2(X, Y) = & (m_x - m_y)^2 + [(m_x - l\alpha_x) - (m_y - l\alpha_y)]^2 + \\ & + [(m_x - r\beta_x) - (m_y - r\beta_y)]^2, \end{aligned} \quad (1.88)$$

$$\text{де } X = (m_x, \alpha_x, \beta_x)_{LR}, Y = (m_y, \alpha_y, \beta_y)_{LR} \text{ та } l = \int_0^1 L^{-1}(w)dw, \quad r = \int_0^1 R^{-1}(w)dw.$$

Таким чином, була отримана така цільова функція:

$$\begin{aligned}
 J(A_0, A_1, \dots, A_k) &= \sum_{j=1}^n d_{LR}^2(Y_j, A_0 + A_1 X_{j1} + \dots + A_k X_{jk}) = \\
 &= \sum_{j=1}^{n-1} [(m_{y_j} - \tilde{m}_j)^2 + [(m_{y_j} - l\alpha_{y_j}) - (\tilde{m}_j - l\alpha_{y_j})]^2 + \\
 &+ [(m_{y_j} - l\beta_{y_j}) - (\tilde{m}_j - l\beta_{y_j})]^2] \rightarrow \min.
 \end{aligned} \tag{1.89}$$

Мінімізація $J(A_0, A_1, \dots, A_k)$ за параметрами A_i отримала назву **нечіткого метода найменших квадратів**, заснованого на апроксимації за відстанню [266; 267].

Недоліком такого методу є те, що якщо коефіцієнти нечіткості α та β будуть достатньо великими по відношенню до моди нечіткого числа, то якість апроксимації знижується. У зв'язку з цим було запропоновано інший підхід [260], заснований на МНК, який отримав назву **інтервального нечіткого МНК**.

Оскільки сума $A_0 + A_1 X_{j1} + \dots + A_k X_{jk}$ може не відноситися до чисел LR -типу, то Сакава М. та Яно Х. подали її ω -рівневу множину із закритим інтервалом:

$$(A_0 + A_1 X_{j1} + \dots + A_k X_{jk})_w = (\tilde{A} \otimes \tilde{X}_j)_w = [(\tilde{A} \otimes \tilde{X}_j)_w^L, (\tilde{A} \otimes \tilde{X}_j)_w^R], \tag{1.90}$$

$$(\tilde{A} \otimes \tilde{X}_j)_w^L = \sum_{i=0}^k \left\{ \min \left\{ \begin{aligned} &(m_{a_i} - L_{a_i}^{-1}(w)\alpha_{a_i})(m_{x_{ji}} - L_{x_{ji}}^{-1}(w)\alpha_{x_{ji}}), \\ &(m_{a_i} - L_{a_i}^{-1}(w)\alpha_{a_i})(m_{x_{ji}} + R_{x_{ji}}^{-1}(w)\beta_{x_{ji}}) \end{aligned} \right\} \right\}, \tag{1.91}$$

$$(\tilde{A} \otimes \tilde{X}_j)_w^R = \sum_{i=0}^k \left\{ \max \left\{ \begin{aligned} &(m_{a_i} + R_{a_i}^{-1}(w)\beta_{a_i})(m_{x_{ji}} + R_{x_{ji}}^{-1}(w)\beta_{x_{ji}}), \\ &(m_{a_i} + R_{a_i}^{-1}(w)\beta_{a_i})(m_{x_{ji}} - L_{x_{ji}}^{-1}(w)\alpha_{x_{ji}}) \end{aligned} \right\} \right\}. \tag{1.92}$$

$(M)_w$ – ω -рівнева множина нечіткого числа M . Нечіткий вихід Y_j має свою ω -рівневу множину $(Y_j)_w = [Y_{jw}^L, Y_{jw}^R]$, де $Y_{jw}^L = m_{y_j} - L_{y_j}^{-1}(w)\alpha_{y_j}$ та $Y_{jw}^R = m_{y_j} + R_{y_j}^{-1}(w)\beta_{y_j}$. Для визначення цільової функції нечіткого МНК була введена відстань D^2 між Y_j й $A_0 + A_1 X_{j1} + \dots + A_k X_{jk}$:

$$D^2(Y_j, A_0 + A_1 X_{j1} + \dots + A_k X_{jk}) = \int_0^1 \left(\left(Y_{jw}^L - (\tilde{A} \otimes \tilde{X}_j)_w^L \right)^2 + \left(Y_{jw}^R - (\tilde{A} \otimes \tilde{X}_j)_w^R \right)^2 \right) dw.$$

Таким чином, цільова функція ρ була знайдена за формулою:

$$\begin{aligned} \rho(A_0, A_1, \dots, A_k) &= \sum_{j=1}^n D^2(Y_j, A_0 + A_1 X_{j1} + \dots + A_k X_{jk}) = \\ &= \sum_{j=1}^n \int \left(\left(Y_{jw}^L - (\tilde{A} \otimes \tilde{X}_j)_w^L \right)^2 + \left(Y_{jw}^R - (\tilde{A} \otimes \tilde{X}_j)_w^R \right)^2 \right) dw. \end{aligned} \quad (1.93)$$

У розгляданні операторів \min і \max в $(\tilde{A} \otimes \tilde{X}_j)_w$ параметри A_0, A_1, \dots, A_k розбиваються на такі три групи:

$$P_1 = \{A_i : m_{a_i} - L_{a_i}^{-1}(w)\alpha_{a_i} \geq 0\}, \quad (1.94)$$

$$P_2 = \{A_i : -R_{a_i}^{-1}(w)\beta_{a_i} \leq m_{a_i} < -L_{a_i}^{-1}(w)\alpha_{a_i}\}, \quad (1.95)$$

$$P_3 = \{A_i : m_{a_i} < -R_{a_i}^{-1}(w)\beta_{a_i}\}. \quad (1.96)$$

Тоді $(\tilde{A} \otimes \tilde{X}_j)_w^L$ і $(\tilde{A} \otimes \tilde{X}_j)_w^R$ у цільовій функції знаходять за формулами:

$$\begin{aligned} (\tilde{A} \otimes \tilde{X}_j)_w^L &= \sum_{A_i \in P_1} (m_{a_i} - L_{a_i}^{-1}(w)\alpha_{a_i})(m_{x_{ji}} - L_{x_{ji}}^{-1}(w)\alpha_{x_{ji}}) + \\ &+ \sum_{A_i \in P_2 \cup P_3} (m_{a_i} - L_{a_i}^{-1}(w)\alpha_{a_i})(m_{x_{ji}} + R_{x_{ji}}^{-1}(w)\beta_{x_{ji}}), \end{aligned} \quad (1.97)$$

$$\begin{aligned} (\tilde{A} \otimes \tilde{X}_j)_w^R &= \sum_{A_i \in P_2 \cup P_3} (m_{a_i} + R_{a_i}^{-1}(w)\beta_{a_i})(m_{x_{ji}} + R_{x_{ji}}^{-1}(w)\beta_{x_{ji}}) + \\ &+ \sum_{A_i \in P_3} (m_{a_i} + R_{a_i}^{-1}(w)\beta_{a_i})(m_{x_{ji}} - L_{x_{ji}}^{-1}(w)\alpha_{x_{ji}}). \end{aligned} \quad (1.98)$$

У роботі [305] було показано, що цільова функція $\rho(A_0, A_1, \dots, A_k)$ аналогічно може бути розширена до функції стійкого типу:

$$\rho^0(\mu, A_{0i}, A_{1i}, \dots, A_{ki}) = \sum_{i=1}^{c+1} \sum_{j=1}^n \mu_{ij}^m d_{ij}^2,$$

$$\text{де } d_{ij}^2 = \begin{cases} D^2(Y_j, A_{0i} + A_{1i} X_{j1} + \dots + A_{ki} X_{jk}), & i=1, \dots, c, \quad j=1, \dots, n, \\ \delta^2, & i=c+1, \quad j=1, \dots, n, \end{cases}$$

$$\delta^2 = \lambda \left(\frac{\sum_{i=1}^c \sum_{j=1}^n d_{ij}^2}{nc} \right), \quad \lambda > 0 \text{ – константа.}$$

Умовою мінімізації ρ^0 і μ є:

$$\mu_{ij} = \left(\sum_{p=1}^{c+1} \frac{(d_{ij}^2)^{1/(m-1)}}{(d_{pj}^2)^{1/(m-1)}} \right)^{-1}, \quad i=1, \dots, c+1, \quad j=1, \dots, n. \quad (1.99)$$

Даний алгоритм отримав назву *інтервального нечіткого методу найменших квадратів*.

У дослідженнях Ярушкиної Н. Г. [261], Као С. [281], присвячених побудові регресійних моделей, уточнюються зазначені підходи побудови нечіткої регресії та відображуються нові додатки для їх успішного застосування.

Таким чином, переваги використання нечітких регресійних моделей полягають у можливості обробки неоднорідної, нечіткої інформації, яка подана у вигляді складних якісних лінгвістичних описів, неметричних величин та метричних величин, які є сумнівними в силу об'єктивних умов їх вимірювання. Нечітка модель дозволяє визначити коефіцієнти з урахуванням нечіткої інформації про об'єкт (варіабельність, шуми, похибки вимірювань, похибки округлень), коли інформація про досліджувану залежність "входи – вихід" має нечіткі оцінки типу "низький", "середній", "високий", неповноту інформації, методичні помилки, помилки округлення та дискретизації, суб'єктивні уявлення дослідника. Якщо пояснювальні змінні розмиті, то коефіцієнти регресії повинні бути нечіткими й описаними за допомогою відповідної функції належності, щоб повністю зберегти нечіткість незалежних змінних.

Ураховуючи специфіку даних конкурентоспроможності банку, а саме – невизначеність результативної ознаки, яка пов'язана з наявними навмисними чи ненавмисними помилками в звітних таблицях банку щодо своєї діяльності, рекомендується для побудови нечіткої регресійної моделі застосувати ідею, запропоновану Алієвим Р. А. [5].

1.6. Розроблення нечіткої лінійної регресійної моделі конкурентоспроможності банків

Нечіткість саме результативної ознаки зумовлена викривленням (навмисним або ненавмисним) величин показників, які її визначають, або неможливістю отримання точного значення потрібного показника, що зумовлене суперечливою або неточною інформацією щодо значення досліджуваних показників. Банки звітують за чотирма видами звітності: фінансовою, статистичною,

управлінською та податковою [170; 313]. Фінансова та статистична інформація – публічна, доступна необмеженому колу користувачів (акціонерам, НБУ, контрагентам, клієнтам банку). Управлінська та податкова звітність неопублічна, призначена для опрацювання менеджерами вищої та середньої ланок, державною податковою адміністрацією, керівництвом банку.

Неточність вихідних даних щодо показників конкурентоспроможності банку, які отримані на основі фінансової звітності [313], пов'язана:

по-перше, з чинними нормативними актами, що регулюють процес складання звітності. Так, з 2004 р. до 2007 р. діяла постанова Правління НБУ № 598 від 07.12.2004р. [340], з 2007 р. до 2012 р. – постанова Правління НБУ № 480 від 27.12.2007р. [341], з 2012 р. – постанова Правління НБУ № 179 від 14.05.2012р. [338]. Норми законів щодо структури звітності в цих положеннях відрізняються, що унеможливує однозначне подання досліджуваних показників на момент зміни чинних постанов. Водночас у складанні звітності за 2007 р. банки мали право користуватися або постановою Правління НБУ № 598 або № 480, хоча зразки форм фінансової звітності та порядок їх заповнення відрізняються;

по – друге, НБУ допускає забезпечення коригуючих проводок: за звітний місяць – протягом наступного місяця до дати надання файла 02 і до дати надання в січні поточного року файла 25 з окремою ознакою коригуючих проводок за відповідний місяць [338; 340; 341]. Статистична звітність, що подається до НБУ, забезпечує інформаційну основу для виконання даним державним органом функцій розроблення та реалізації грошово-кредитної політики, банківського нагляду, складання платіжного балансу, проте також може містити помилки, пов'язані з людським або технічним фактором. Для їх усунення допускаються коригуючі проводки [170, с. 544]. У дослідженні використана щоквартальна звітність банків за період 2007 – 2013 рр. Протягом досліджуваного періоду було змінено три діючих постанови Правління НБУ, що зумовило неточність використаних у роботі показників конкурентоспроможності банків. Деякі з них неможливо точно виміряти, тому що відсутня потрібна інформація в звітах банків [198; 330; 331; 336; 337].

Методами регресійного аналізу побудовано десять моделей конкурентоспроможності банку. Найбільш адекватною виявилася модель конкурентоспроможності банку, що описує залежність результативної змінної y_{32} від двох незалежних значущих показників: x_{18} (залучені кошти банку) та x_{19} (запозичені кошти банку). Результівна ознака характеризує відношення кредитного портфеля до зобов'язань банку.

Нехай результативна ознака y_{32} набуває нечітких значень. Для порівняння слід розглянути побудову нечіткої лінійної багатофакторної регресійної моделі конкурентоспроможності банку на тих же даних, на яких була обчислена чітка лінійна регресійна модель. Модель має нечіткий результат і чіткі незалежні змінні.

Рівняння нечіткої регресії, яке описує конкурентоспроможність банку від означених факторів, згідно з формулою (1.73) необхідно шукати у вигляді:

$$\tilde{y}_{32} = \tilde{A}_0 + \tilde{A}_{18}x_{18} + \tilde{A}_{19}x_{19}, \quad (1.100)$$

де $\tilde{A}_0, \tilde{A}_{18}, \tilde{A}_{19}$ – нечіткі коефіцієнти моделі.

Дана модель має нечітку результативну ознаку, зумовлену чіткими незалежними змінними. Саме такий вид нечіткої лінійної регресійної моделі дозволяє врахувати випадкові похибки, непередбачуваність впливу зовнішніх факторів (наприклад, вибуття іноземних акціонерів), що відноситься саме до результативної ознаки, оскільки в її побудові з самого початку враховується неточність вихідних даних [151]. Наявність похибок очевидна, тому для врахування впливу завідомо неточних чітких даних треба побудувати нечітку регресійну лінійну модель конкурентоспроможності банку, яка має нечіткий результат, зумовлений чіткими вхідними даними. Далі слід визначити функцію належності для нечіткої ознаки. Для оцінювання нечітких коефіцієнтів \tilde{A}_i використувані нечіткі множини було розбито на такі α -зрізи: $\alpha_1 = 0,5$; $\alpha_2 = 0,8$; $\alpha_3 = 1$.

Поняття нечіткої множини базується на припущенні, що будь-який його елемент лише в деякій мірі належить до даної множини. Тому вводиться функція належності, яка описує міру належності нечіткого числа інтервалу $[0, 1]$. Фактично функція належності відображує впевненість у тому, що досліджуваний економічний показник конкурентоспроможності банку набуде того чи іншого значення в межах свого носія. "Впевненість" задається значенням α -зрізів, наприклад значення $\alpha = 0,5$ відповідає 50 % рівня довіри. Взагалі вибір рівня довіри залежить від дослідника: наскільки в нього переважають песимістичні чи оптимістичні позиції щодо достовірності даних. Так, 50 перцентиль відповідає медіані значення нечіткої величини y_{32} , яка ділить розподіл функції значень досліджуваного показника на дві рівноймовірні частини.

Носій кожного нечіткого числа, що відповідає значенням показників результативної ознаки \tilde{y}_{32} , визначено на основі побудованої функції належності

для y_{32} з використанням інструментів описової статистики в пакеті Statgraphics Centurion. Носієм нечіткого числа є інтервал (c, d) , у межах якого буде знаходитися нечітке число. Межі інтервалу визначаються функцією належності, яка є основою для прийняття управлінського рішення, нечіткого числа з відповідним α -зрізом. Принциповим моментом є вибір виду функції належності. Рекомендується цей вибір здійснювати на основі аналізу розподілу значень ознаки y_{32} з обчисленням числових характеристик. Аналіз функції змін значень показника y_{32} засвідчив, що вона відповідає закономірній тенденції змін значень S -подібної кривої [91; 232]. Відомо, що S -подібною кривою моделюється процес різкого переходу від одного стабільного стану до іншого. Інтерпретація S -подібною функції розподілу конкурентоспроможності банку така: посилення конкурентоспроможності банку призводить до збільшення його рівня, а починаючи з деякого значення уповільнюється розвиток даної характеристики або взагалі падає.

Рівняння (1.100) є багатовимірною функцією з нечіткими змінними:

$$\tilde{y} = f(x_1, \dots, x_n, \tilde{A}_1, \dots, \tilde{A}_n).$$

Для оцінювання нечітких параметрів побудованої моделі слід використовувати критерій мінімізації відхилень нечітких вихідних значень \tilde{y}_i , отриманих за (1.100), від відповідних вибіркового значень y_i за даними спостережень $i = \overline{1, n}$ (1.65).

У позначеннях Заде Л. А. [81; 206] обмежена різниця є операцією диз'юнкції для нечітких чисел, які отримані за формулами (1.60), (1.61).

Таким чином, задача оцінювання параметрів рівняння (1.100) полягає у визначенні коефіцієнтів \tilde{A}_i , які задовольняють умові (1.65).

Для оцінювання коефіцієнтів нечіткої регресійної моделі необхідно визначити межі (c, d) носія нечіткого значення результативної ознаки \tilde{y}_{32} . Тому рекомендується ввести коефіцієнти β_1, β_2 , які обчислюються як відношення перцентилів показника y_{32} та визначаються формулами:

$$\beta_1 = \frac{y_{\alpha=0,5}}{y_{\alpha=1}}; \tag{1.101}$$

$$\beta_2 = \frac{y_{\alpha = 0,8}}{y_{\alpha = 1}}, \quad (1.102)$$

де $y_{\alpha = 0,5}$ – статистичне значення y_{32} , що відповідає 50-му перцентилю (медіана);

$y_{\alpha = 0,8}$ – статистичне значення y_{32} , що відповідає 80-му перцентилю;

$y_{\alpha = 1}$ – статистичне значення y_{32} , що відповідає 100-му перцентилю.

Відомі фахівці ці величини рекомендують обчислювати евристично, наприклад, за допомогою експериментів за вхідними даними. Перцентилі узагальнюють інформацію про сукупність значень величини ознак, характеризуючи значення, що досягається заданим відсотком загальної кількості спостережень [190, с. 107], тобто величина X , до якої знаходиться 50 % спостережень, називається 50-м перцентилем. Перцентилі показують, який відсоток значень випадкової величини, що спостерігається, знаходиться нижче заданого рівня, а перевищення заданого рівня можливе лише із заданою ймовірністю. Наприклад, величина X , до якої знаходиться 80 % спостережень та вище якої знаходиться 20 % спостережень, називається 80-м перцентилем. Математично доведено, що на основі значень перцентилей можна отримати таку форму опису величин досліджуваної ознаки, на яку не впливатимуть викиди (аномальні значення).

Для даної задачі відповідні значення перцентилей для показника y_{32} такі: 1,0 % – 0,4428; 5,0 % – 0,4869; 10,0 % – 0,5285; 25,0 % – 0,60265; 50,0 % – 0,6662; 75,0 % – 0,7211; 80,0 % – 0,7396; 85,0 % – 0,7506; 90,0 % – 0,7618; 95,0 % – 0,8242; 99,0 % – 0,8336.

Слід вважати, що значення результативної ознаки y_{32} , отримане зі значенням α -зрізу $\alpha_3 = 1$, обчислене правильно з ймовірністю 99,99 %, що відповідає 100-му перцентилю, оскільки з означення нечіткого числа [167; 215] випливає, що значення його функції належності не може бути більшим за 1. Тобто майже всі значення показників конкурентоспроможності банку, які спостерігаються з $\alpha_3 = 1$, знаходяться нижче рівня $x_m \in X$, $\mu_{\tilde{y}_i}(x_m) = 1$. Водночас зліва від x_m функція зростає, а справа – спадає, x_m – модальне значення функції належності $\mu_{\tilde{y}_i}(x)$.

Отже, обчислювати довірчі інтервали для \tilde{y}_{32} на 50-му та 80-му перцентилях рекомендується за формулами (1.103) та (1.104):

$$\text{якщо } \alpha = 0,5: c = \beta_1 y_i - s; \quad d = \beta_1 y_i + s, \quad i = \overline{1, n}; \quad (1.103)$$

$$\text{якщо } \alpha = 0,8: c = \beta_2 y_i - s; \quad d = \beta_2 y_i + s, \quad i = \overline{1, n}, \quad (1.104)$$

де s – стандартна похибка;

y_i – значення результативної ознаки y_{32} , визначене в i -му спостереженні на основі звітності банку [337].

Стандартна похибка є показником надійності розрахункового параметра. Чим менше значення стандартної похибки, тим більш достовірною є оцінка.

Носій (c, d) нечіткої результативної ознаки \tilde{y}_{32} на відповідному рівні визначається формулами (1.103), (1.104). Отже, необхідні параметри β_1 , β_2 , s для розрахунку меж інтервалу, якому належить нечітке значення результативної ознаки \tilde{y}_{32} з відповідним α -зрізом, рекомендується обчислювати з урахуванням її числових характеристик. Параметри β_1 , β_2 на основі значень перцентилів для y_{32} обчислюють таким чином:

$$\beta_1 = \frac{y_{\alpha = 0,5}}{y_{\alpha = 1}} = \frac{0,6662}{0,8336} = 0,7992; \quad (1.105)$$

$$\beta_2 = \frac{y_{\alpha = 0,8}}{y_{\alpha = 1}} = \frac{0,7396}{0,8336} = 0,8874. \quad (1.106)$$

Стандартна похибка $s = 0,018$.

Відповідно до вибраного рівня довіри, значення вхідних даних x_i ($i = 1, 2$), які спостерігалися, та вихідного \tilde{y}_{32} параметрів на кожному рівні α_j ($j = \overline{1, 3}$) подані в табл. 1.14 – 1.17. Кожна з цих таблиць показує детерміновану залежність між вхідними та вихідними параметрами на кожному рівні α_j ($j = \overline{1, 3}$).

Значення показників конкурентоспроможності ПАТ "КБ "Хрещатик"

з $\alpha = 1$

№ п/п	Залучені кошти банку (x_{18}), сотні млрд грн	Запозичені кошти банку (x_{19}), сотні млрд грн	Нечітке число (\tilde{y}_{32})
1	0,028499	0,004220	0,6227
2	0,030497	0,001391	0,6955
3	0,033558	0,001274	0,7470
4	0,034772	0,001411	0,7506
5	0,050065	0,001855	0,6624
6	0,050101	0,002109	0,6690
7	0,047949	0,001071	0,7147
8	0,045421	0,001196	0,7557
9	0,043954	0,000685	0,7618
10	0,040425	0,000666	0,8242
11	0,045852	0,000809	0,8336
12	0,051338	0,001438	0,7275
13	0,056119	0,001569	0,7072
14	0,052061	0,001589	0,7396
15	0,056197	0,001626	0,7126
16	0,058322	0,004539	0,6579
17	0,060957	0,004005	0,6634
18	0,061840	0,004445	0,6418
19	0,061032	0,004526	0,6819
20	0,061401	0,005963	0,6597
21	0,059139	0,009290	0,6596
22	0,057926	0,011107	0,5826
23	0,058872	0,029924	0,4428
24	0,067505	0,019956	0,4869
25	0,070108	0,011291	0,5700
26	0,072590	0,003629	0,5549
27	0,072957	0,003589	0,5343
28	0,075944	0,003541	0,5285

Значення показників конкурентоспроможності ПАТ "КБ "Хрещатик"

з $\alpha = 0,5$

№ п/п	Залучені кошти банку (x_{18}), сотні млрд. грн	Запозичені кошти банку (x_{19}), сотні млрд. грн	Нечітке число (\tilde{y}_{32})	
			c	d
1	0,028499	0,004220	0,48016	0,51616
2	0,030497	0,001391	0,53840	0,57440
3	0,033558	0,001274	0,54576	0,58176
4	0,034772	0,001411	0,58248	0,61848
5	0,050065	0,001855	0,51192	0,54792
6	0,050101	0,002109	0,51720	0,55320
7	0,047949	0,001071	0,55376	0,58976
8	0,045421	0,001196	0,58656	0,62256
9	0,043954	0,000685	0,59144	0,62744
10	0,040425	0,000666	0,64136	0,67736
11	0,045852	0,000809	0,64888	0,68488
12	0,051338	0,001438	0,56400	0,60000
13	0,056119	0,001569	0,54776	0,58376
14	0,052061	0,001589	0,57368	0,60968
15	0,056197	0,001626	0,55208	0,58808
16	0,058322	0,004539	0,50832	0,54432
17	0,060957	0,004005	0,51272	0,54872
18	0,061840	0,004445	0,49544	0,53144
19	0,061032	0,004526	0,52752	0,56352
20	0,061401	0,005963	0,50976	0,54576
21	0,059139	0,009290	0,50968	0,54568
22	0,057926	0,011107	0,44808	0,48408
23	0,058872	0,029924	0,33624	0,37224
24	0,067505	0,019956	0,37152	0,40752
25	0,070108	0,011291	0,43800	0,47400
26	0,072590	0,003629	0,42592	0,46192
27	0,072957	0,003589	0,40944	0,44544
28	0,075944	0,003541	0,40480	0,44080

Значення показників конкурентоспроможності ПАТ "КБ "Хрещатик"
з $\alpha = 0,8$

№ п/п	Залучені кошти банку (x_{18}), сотні млрд грн	Запозичені кошти банку (x_{19}), сотні млрд грн	Нечітке число (\tilde{y}_{32})	
			c	d
1	0,028499	0,004220	0,54243	0,57843
2	0,030497	0,001391	0,60795	0,64395
3	0,033558	0,001274	0,61623	0,65223
4	0,034772	0,001411	0,65754	0,69354
5	0,050065	0,001855	0,57816	0,61416
6	0,050101	0,002109	0,58410	0,62010
7	0,047949	0,001071	0,62523	0,66123
8	0,045421	0,001196	0,66213	0,69813
9	0,043954	0,000685	0,66762	0,70362
10	0,040425	0,000666	0,72378	0,75978
11	0,045852	0,000809	0,73224	0,76824
12	0,051338	0,001438	0,63675	0,67275
13	0,056119	0,001569	0,61848	0,65448
14	0,052061	0,001589	0,64764	0,68364
15	0,056197	0,001626	0,62334	0,65934
16	0,058322	0,004539	0,57411	0,61011
17	0,060957	0,004005	0,57906	0,61506
18	0,061840	0,004445	0,55962	0,59562
19	0,061032	0,004526	0,59571	0,63171
20	0,061401	0,005963	0,57573	0,61173
21	0,059139	0,009290	0,57564	0,61164
22	0,057926	0,011107	0,50634	0,54234
23	0,058872	0,029924	0,38052	0,41652
24	0,067505	0,019956	0,42021	0,45621
25	0,070108	0,011291	0,49500	0,53100
26	0,072590	0,003629	0,48141	0,51741
27	0,072957	0,003589	0,46287	0,49887
28	0,07 944	0,003541	0,45765	0,49365

**Нечіткі значення результативного показника \tilde{y}_{32} конкурентоспроможності
ПАТ "КБ "Хрещатик" для значень α -зрізів: $\alpha = 0,5$, $\alpha = 0,8$, $\alpha = 1$**

№ п/п	$\alpha = 1$	$\alpha = 0,8$		$\alpha = 0,5$	
		c	d	c	d
1	0,6227	0,54243	0,57843	0,48016	0,51616
2	0,6955	0,60795	0,64395	0,53840	0,57440
3	0,7047	0,61623	0,65223	0,54576	0,58176
4	0,7506	0,65754	0,69354	0,58248	0,61848
5	0,6624	0,57816	0,61416	0,51192	0,54792
6	0,6690	0,58410	0,62010	0,51720	0,55320
7	0,7147	0,62523	0,66123	0,55376	0,58976
8	0,7557	0,66213	0,69813	0,58656	0,62256
9	0,7618	0,66762	0,70362	0,59144	0,62744
10	0,8242	0,72378	0,75978	0,64136	0,67736
11	0,8336	0,73224	0,76824	0,64888	0,68488
12	0,7275	0,63675	0,67275	0,56400	0,60000
13	0,7072	0,61848	0,65448	0,54776	0,58376
14	0,7396	0,64764	0,68364	0,57368	0,60968
15	0,7126	0,62334	0,65934	0,55208	0,58808
16	0,6579	0,57411	0,61011	0,50832	0,54432
17	0,6634	0,57906	0,61506	0,51272	0,54872
18	0,6418	0,55962	0,59562	0,49544	0,53144
19	0,6819	0,59571	0,63171	0,52752	0,56352
20	0,6597	0,57573	0,61173	0,50976	0,54576
21	0,6596	0,57564	0,61164	0,50968	0,54568
22	0,5826	0,50634	0,54234	0,44808	0,48408
23	0,4428	0,38052	0,41652	0,33624	0,37224
24	0,4869	0,42021	0,45621	0,37152	0,40752
25	0,5700	0,49500	0,53100	0,43800	0,47400
26	0,5549	0,48141	0,51741	0,42592	0,46192
27	0,5343	0,46287	0,49887	0,40944	0,44544
28	0,5285	0,45765	0,49365	0,40480	0,44080

Для оцінювання коефіцієнтів $a_i^{\alpha_j}$ ($i=1,2; j=\overline{1,3}$) на кожному рівні α_j нечітке рівняння регресії (див. 1.100) відповідно до співвідношення (1.59) можна записати у вигляді:

$$y_{32}^{\alpha_j} = a_0^{\alpha_j} + a_1^{\alpha_j} x_{18} + a_2^{\alpha_j} x_{19}, \quad (1.107)$$

оскільки доведено, що для кожного рівня $\alpha: \{\alpha_0 = 0, \alpha_1, \dots, \alpha_s, \dots, \alpha_p = 1\}$ можна записати рівняння множинної регресії (1.61).

Таким чином, рівняння (1.107) є класичним рівнянням регресії. Для оцінювання його коефіцієнтів слід скористатися програмою Statgraphics Centurion. Результати обчислень коефіцієнтів рівняння (1.107) такі:

$$\begin{aligned} a_0^{0,5} &= (0,44; 0,47); & a_0^{0,8} &= (0,50; 0,53); & a_0^1 &= 0,57; \\ a_1^{0,5} &= (-1,68; -1,69); & a_1^{0,8} &= (-1,89; -1,92); & a_1^1 &= -2,10; \\ a_2^{0,5} &= (-6,65; -6,74); & a_2^{0,8} &= (-7,48; -7,32); & a_2^1 &= -8,31. \end{aligned}$$

У результаті отримані рівняння для кожного α -зрізу на кожному інтервалі нечіткості (табл. 1.18).

Таблиця 1.18

Результати обчислення нечіткої лінійної регресійної моделі

Ліва межа інтервалу нечіткості з відповідним рівнем	Права межа інтервалу нечіткості з відповідним рівнем
Рівняння регресії $\alpha_1 = 0,5$	
$y_{32} = 0,44 - 1,68x_{18} - 6,65x_{19}$	$y_{32} = 0,47 - 1,69x_{18} - 6,74x_{19}$
Рівняння регресії $\alpha_2 = 0,8$	
$y_{32} = 0,50 - 1,89x_{18} - 7,48x_{19}$	$y_{32} = 0,53 - 1,92x_{18} - 7,32x_{19}$
Рівняння регресії $\alpha_3 = 1$	
$y_{32} = 0,57 - 2,10x_{18} - 8,31x_{19}$	

Усі обчислені рівняння є статистично якісними, що підтверджують критерії Стьюдента, Фішера та Дарбіна – Уотсона. Для визначення нечітких

коефіцієнтів \tilde{A}_i отримані значення $a_i^{\alpha_j}$ об'єднуються з використанням співвідношення (1.108) або (1.109) [5]:

$$\tilde{A}_i = \bigcup_{a_i \in \mathbb{R}} \mu_{\tilde{A}_i}(a_i) / a_i; \quad (1.108)$$

$$\mu_{\tilde{A}_i}(a_i) = \sup \min\{\alpha, \mu_{a_i^\alpha}\}, \quad (1.109)$$

де $a_i^\alpha = \{a_i \mid \mu_{\tilde{A}_i}(a_i) \geq \alpha\}$.

Таким чином, рівняння, що описує нечітку залежність конкурентоспроможності банку від ознак x_{18}, x_{19} , має вигляд:

$$\begin{aligned} \tilde{y}_{32} = & (0,5/0,44 + 0,8/0,5 + 1/0,57 + 0,8/0,53 + 0,5/0,47) + \\ & + (0,5/-1,68 + 0,8/-1,89 + 1/-2,10 + 0,8/-1,92 + 0,5/-1,69)x_{18} + \\ & + (0,5/-6,65 + 0,8/-7,48 + 1/-8,31 + 0,8/-7,32 + 0,5/-6,74)x_{19}. \end{aligned} \quad (1.110)$$

Отже, логіка побудови нечіткої лінійної регресійної моделі конкурентоспроможності банку складається з етапів, наведених нижче.

1. Сформувати систему факторних ознак конкурентоспроможності банку $(x_{1i}, x_{2i}, \dots, x_{ni})$ і результативну ознаку (y_i) , $y_i = \tilde{f}(x_1, \dots, x_n)$ (табл. 1.19).

Таблиця 1.19

Визначальні ознаки конкурентоспроможності банку

N	x_1	x_2	\dots	x_n	y
1	x_{11}	x_{21}	\dots	x_{n1}	y_1
2	x_{12}	x_{22}	\dots	x_{n2}	y_2
\dots	\dots	\dots	\dots	\dots	\dots
N	x_{1N}	x_{2N}		x_{nN}	y_N

2. Вибрати функцію $\tilde{y} = f(x_1, \dots, x_n, \tilde{A}_1, \dots, \tilde{A}_n) = \sum_{i=1}^n \tilde{A}_i x_i$, яка апроксимує функцію $\tilde{f}(x_1, \dots, x_n)$, що задана табл. 1.19, $\tilde{A}_i, i = \overline{1, n}$ – нечіткі коефіцієнти регресійної моделі.

3. Визначити оцінки коефіцієнтів цієї функції за допомогою критерію мінімізації відхилень нечітких значень вихідного параметра \tilde{y} , отриманих з допомогою функції апроксимації, від його вибіркового нечіткого значень. Задача оцінювання параметрів рівняння полягає у визначенні його коефіцієнтів $\tilde{A}_i (i = \overline{0, n})$.

4. Розбити нечітку множину результативних значень на α -зрізи.

5. Визначити на кожному рівні вхідні значення незалежних змінних x_i та результативної ознаки y_i .

6. Обчислити значення результативної ознаки на кожному рівні.

7. Визначити нечіткі коефіцієнти \tilde{A}_i з використанням співвідношення (1.108) або (1.109).

8. Здійснити перевірку відносної точності нечіткої лінійної моделі шляхом аналізу відхилень

$$e_{відн} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left| \frac{\tilde{y}_i - \tilde{y}_i}{\tilde{y}_i} \right| \cdot 100, \% \quad (1.111)$$

Якщо $e_{відн} \leq 10\%$, то точність моделі вважається допустимою, величина $e_{відн} \leq 5\%$ говорить про достатньо високий рівень точності.

9. Здійснити процедуру дефазифікації для результативної ознаки з метою отримання чітких значень.

10. Провести аналіз отриманої моделі та на цій основі прийняти найбільш раціональне управлінське рішення.

У загальному випадку адекватність нечіткої лінійної багатофакторної регресійної моделі, побудованої на основі будь-якого підходу, розглянутого вище, рекомендується здійснювати шляхом аналізу відхилень або, як говорять в економетрії, похибки $\{\varepsilon_i = Y_i - \tilde{Y}_i, i = \overline{1, n}\}$, з метою перевірки властивостей випадкової компоненти (близькість до нуля математичного сподівання, випадковий характер відхилень, відсутність автокореляції) [165]. Перевірку слід проводити методами, що застосовуються у випадку класичної регресії. Перехід від нечітких величин $\varepsilon_i = (m_{e_i}, \alpha_{e_i}, \beta_{e_i})$ (де m_{e_i} – мода нечіткого числа, $\alpha_{e_i}, \beta_{e_i}$ – ліва та права межа нечіткого інтервалу, відповідно) до чітких $e_i, i = \overline{1, n}$ потрібно здійснювати в послідовності, наведений нижче.

1. Дефазифікація (приведення до чіткості нечіткої множини за рівнем належності) на основі результуючої функції належності $\mu_{e_i}(x)$ нечіткого числа $\varepsilon_i = (m_{e_i}, \alpha_{e_i}, \beta_{e_i})$ з заданими LR -функціями, яка обчислює числове значення похибки:

$$\mu_{e_i}(x) = \begin{cases} L\left(\frac{m-x}{\alpha}\right), & x \leq m; \\ R\left(\frac{x-m}{\beta}\right), & x \geq m; \end{cases} \quad (\alpha > 0, \beta > 0). \quad (1.112)$$

Процедура дефазифікації визначає метод переходу від нечітких чисел до чітких. Є велика кількість методів приведення до чіткості [353], наприклад, метод центру тяжіння [176; 205]:

$$e_i = Defuz(\varepsilon_i) = D(\mu_{e_i}) = \frac{\sum_{i=1}^k x \cdot \mu_{e_i}(x)}{\sum_{i=1}^k \mu_{e_i}(x)}, \quad i = \overline{1, k}. \quad (1.113)$$

2. Дефазифікація на основі результуючих функцій належності $\mu_{y_i}(x)$ і $\mu_{\tilde{y}_i}(x)$ нечітких чисел $Y_i = (m_{y_i}, \alpha_{y_i}, \beta_{y_i})$ та $\tilde{Y}_i = (\tilde{m}_{y_i}, \tilde{\alpha}_{y_i}, \tilde{\beta}_{y_i})$ відповідно, з заданими LR -функціями. Дана операція дозволяє обчислити точні значення залежної змінної й її оцінок засобами одного з методів дефазифікації [176; 353]. Таким чином, похибка e_i ($i = \overline{1, n}$) обчислюється як різниця:

$$e_i = Defuz(Y_i) - Defuz(\tilde{Y}_i) = D(\mu_{y_i}) - D(\mu_{\tilde{y}_i}). \quad (1.114)$$

3. Побудова γ -зрізів за значеннями залежної змінної $Y_i = (m_{y_i}, \alpha_{y_i}, \beta_{y_i})$ й її оцінок $\tilde{Y}_i = (\tilde{m}_{y_i}, \tilde{\alpha}_{y_i}, \tilde{\beta}_{y_i})$:

$$\begin{aligned} [Y_i(\gamma), \bar{Y}_i(\gamma)] &= [m_{y_i} - \alpha_{y_i}(1-\gamma), m_{y_i} + \beta_{y_i}(1-\gamma)], & \gamma \in [0,1], \\ [\tilde{Y}_i(\gamma), \bar{\tilde{Y}}_i(\gamma)] &= [\tilde{m}_{y_i} - \tilde{\alpha}_{y_i}(1-\gamma), \tilde{m}_{y_i} + \tilde{\beta}_{y_i}(1-\gamma)], & \gamma \in [0,1] \end{aligned} \quad (1.115)$$

та складання залишкової послідовності для кожного γ -зрізу через визначення ε -точки.

$$\begin{aligned}\varepsilon \in [\underline{Y}_i(\gamma), \overline{Y}_i(\gamma)] &\Rightarrow \lambda_i^\gamma = \underline{Y}_i(\gamma) \cdot \varepsilon + \overline{Y}_i(\gamma) \cdot (1 - \varepsilon), \quad \gamma \in [0, 1], \\ \varepsilon \in [\underline{\tilde{Y}}_i(\gamma), \overline{\tilde{Y}}_i(\gamma)] &\Rightarrow \tilde{\lambda}_i^\gamma = \underline{\tilde{Y}}_i(\gamma) \cdot \varepsilon + \overline{\tilde{Y}}_i(\gamma) \cdot (1 - \varepsilon), \quad \gamma \in [0, 1].\end{aligned}\tag{1.116}$$

У результаті чіткі значення похибки e_i ($i = \overline{1, n}$) будуть обчислюватись за формулою: $e_i = \lambda_i^\gamma - \tilde{\lambda}_i^\gamma$, $i = \overline{1, n}$, $\gamma \in [0, 1]$.

Про якість нечіткої парної регресії можна говорити на основі значень коефіцієнта кореляції. Необхідно вивести формулу обчислення коефіцієнтів кореляції.

Оцінки параметрів регресії, згідно з методом найменших квадратів, знаходяться з мінімізації функції:

$$F(\tilde{A}_0, \tilde{A}_1) = \sum_{i=1}^n D^2(Y_i, \tilde{Y}_i) \rightarrow \min,\tag{1.117}$$

де $Y_i = (m_{yi}, \alpha_{yi}, \beta_{yi})$ та $\tilde{Y}_i = (\tilde{m}_{yi}, \tilde{\alpha}_{yi}, \tilde{\beta}_{yi})$, які є нечіткими числами *LR*-типу, обчислюються за формулами (1.118) та (1.119):

$$Y_i = A_0 + A_1 x_i + E_i, \quad i = \overline{1, n},\tag{1.118}$$

де $x_i \in \mathfrak{R}$, $A_0 = (m_{b0}, \alpha_{b0}, \beta_{b0})$, $A_1 = (m_{b1}, \alpha_{b1}, \beta_{b1})$ – теоретичні коефіцієнти (параметри регресії);

$E_i = (m_{ei}, \alpha_{ei}, \beta_{ei})$ – випадкові похибки, нечіткі числа *LR*-типу;

$i = \overline{1, n}$ – номер спостереження;

Y_i, A_0, A_1 мають однакову функцію належності.

Емпірична (оцінна) функція нечіткої лінійної парної регресії має вигляд:

$$\tilde{Y}_i = \tilde{B}_0 + \tilde{B}_1 x_i + E_i, \quad i = \overline{1, n},\tag{1.119}$$

де $x_i \in \mathfrak{R}$ – значення незалежної змінної;

$\tilde{Y}_i = (\tilde{m}_{yi}, \tilde{\alpha}_{yi}, \tilde{\beta}_{yi})$ – оцінки значень залежної (пояснювальної змінної);

$\tilde{B}_0 = (\tilde{m}_{b0}, \tilde{\alpha}_{b0}, \tilde{\beta}_{b0})$, $\tilde{B}_1 = (\tilde{m}_{b1}, \tilde{\alpha}_{b1}, \tilde{\beta}_{b1})$ – оцінки невідомих параметрів B_0, B_1 , тобто емпіричні (вибіркові) коефіцієнти регресії.

У формулі (1.117) $D^2(Y_i, \tilde{Y}_i)$ – формула відстані між нечіткими змінними Y_i та \tilde{Y}_i (формула Евкліда):

$$D = \sqrt{(m_{yi} - \tilde{m}_{yi})^2 + (\alpha_{yi} - \tilde{\alpha}_{yi})^2 + (\beta_{yi} - \tilde{\beta}_{yi})^2}.\tag{1.120}$$

Враховуючі правила добутку нечіткого числа на деяку константу, суми нечітких чисел і властивість комутативності [110; 172], цільову функцію (1.117) можна записати у вигляді:

$$F(\tilde{A}_0, \tilde{A}_1) = \sum_{i=1}^n (\tilde{A}_0 + \tilde{A}_1 x_i - Y_i)^2 = \sum_{i=1}^n ((\tilde{m}_{b0} + \tilde{m}_{b1} x_i - m_{yi})^2 + (\tilde{\alpha}_{b0} + \tilde{\alpha}_{b1} x_i - \alpha_{yi})^2 + (\tilde{\beta}_{b0} + \tilde{\beta}_{b1} x_i - \beta_{yi})^2) \rightarrow \min. \quad (1.121)$$

Функція $F(\tilde{A}_0, \tilde{A}_1)$ є квадратичною функцією двох параметрів $\tilde{A}_0 = (\tilde{m}_{b0}, \tilde{\alpha}_{b0}, \tilde{\beta}_{b0})$ та $\tilde{A}_1 = (\tilde{m}_{b1}, \tilde{\alpha}_{b1}, \tilde{\beta}_{b1})$, де $\{(x_i, Y_i)\}_{i=1, \dots, n}$ – відомі дані спостережень. Функція $F(\tilde{A}_0, \tilde{A}_1)$ неперервна, опукла й обмежена знизу ($F > 0$), тобто має мінімум. Необхідною умовою існування мінімуму функції (1.117) є рівність нулю її частинних похідних за невідомими змінними $\tilde{m}_{b0}, \tilde{\alpha}_{b0}, \tilde{\beta}_{b0}$ та $\tilde{m}_{b1}, \tilde{\alpha}_{b1}, \tilde{\beta}_{b1}$:

$$\begin{cases} \frac{\partial F}{\partial \tilde{m}_{b0}} = 2 \sum_{i=1}^n (\tilde{m}_{b0} + \tilde{m}_{b1} x_i - m_{yi}) = 0, \\ \frac{\partial F}{\partial \tilde{\alpha}_{b0}} = 2 \sum_{i=1}^n (\tilde{\alpha}_{b0} + \tilde{\alpha}_{b1} x_i - \alpha_{yi}) = 0, \\ \frac{\partial F}{\partial \tilde{\beta}_{b0}} = 2 \sum_{i=1}^n (\tilde{\beta}_{b0} + \tilde{\beta}_{b1} x_i - \beta_{yi}) = 0. \end{cases} \quad (1.122)$$

$$\begin{cases} \frac{\partial F}{\partial \tilde{m}_{b1}} = 2 \sum_{i=1}^n (\tilde{m}_{b0} + \tilde{m}_{b1} x_i - m_{yi}) x_i = 0, \\ \frac{\partial F}{\partial \tilde{\alpha}_{b1}} = 2 \sum_{i=1}^n (\tilde{\alpha}_{b0} + \tilde{\alpha}_{b1} x_i - \alpha_{yi}) x_i = 0, \\ \frac{\partial F}{\partial \tilde{\beta}_{b1}} = 2 \sum_{i=1}^n (\tilde{\beta}_{b0} + \tilde{\beta}_{b1} x_i - \beta_{yi}) x_i = 0. \end{cases} \quad (1.123)$$

Після перетворень отримано систему нормальних рівнянь для визначення параметрів нечіткої парної лінійної регресії [216]:

$$\begin{cases} n\tilde{m}_{b0} + \tilde{m}_{b1} \sum_{i=1}^n x_i = \sum_{i=1}^n m_{yi}, \\ n\tilde{\alpha}_{b0} + \tilde{\alpha}_{b1} \sum_{i=1}^n x_i = \sum_{i=1}^n \alpha_{yi}, \\ n\tilde{\beta}_{b0} + \tilde{\beta}_{b1} \sum_{i=1}^n x_i = \sum_{i=1}^n \beta_{yi}. \end{cases} \quad (1.124)$$

$$\begin{cases} \tilde{m}_{b0} \sum_{i=1}^n x_i + \tilde{m}_{b1} \sum_{i=1}^n x_i^2 = \sum_{i=1}^n x_i m_{yi}, \\ \tilde{\alpha}_{b0} \sum_{i=1}^n x_i + \tilde{\alpha}_{b1} \sum_{i=1}^n x_i^2 = \sum_{i=1}^n x_i \alpha_{yi}, \\ \tilde{\beta}_{b0} \sum_{i=1}^n x_i + \tilde{\beta}_{b1} \sum_{i=1}^n x_i^2 = \sum_{i=1}^n x_i \beta_{yi}. \end{cases} \quad (1.125)$$

Якщо розділити системи (1.124) і {1.125} на n , то будують отримані такі системи нормальних рівнянь [216]:

$$\begin{cases} \tilde{m}_{b0} + \tilde{m}_{b1} \bar{x} = \bar{m}_y, \\ \tilde{\alpha}_{b0} + \tilde{\alpha}_{b1} \bar{x} = \bar{\alpha}_y, \\ \tilde{\beta}_{b0} + \tilde{\beta}_{b1} \bar{x} = \bar{\beta}_y. \end{cases} \quad (1.126)$$

$$\begin{cases} \tilde{m}_{b0} \bar{x} + \tilde{m}_{b1} \bar{x}^2 = \overline{xm}_y, \\ \tilde{\alpha}_{b0} \bar{x} + \tilde{\alpha}_{b1} \bar{x}^2 = \overline{x\alpha}_y, \\ \tilde{\beta}_{b0} \bar{x} + \tilde{\beta}_{b1} \bar{x}^2 = \overline{x\beta}_y. \end{cases} \quad (1.127)$$

Відповідні середні визначають за формулами (1.128) – (1.131) [63; 138; 252]:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}; \quad (1.128)$$

$$\bar{x}^2 = \frac{\sum_{i=1}^n x_i^2}{n}; \quad (1.129)$$

$$\bar{m}_y = \frac{\sum_{i=1}^n m_{yi}}{n}, \quad \bar{\alpha}_y = \frac{\sum_{i=1}^n \alpha_{yi}}{n}, \quad \bar{\beta}_y = \frac{\sum_{i=1}^n \beta_{yi}}{n}; \quad (1.130)$$

$$\overline{xm}_y = \frac{\sum_{i=1}^n x_i m_{yi}}{n}, \quad \overline{x\alpha}_y = \frac{\sum_{i=1}^n x_i \alpha_{yi}}{n}, \quad \overline{x\beta}_y = \frac{\sum_{i=1}^n x_i \beta_{yi}}{n}. \quad (1.131)$$

Слід виразити змінні $\tilde{m}_{b0}, \tilde{\alpha}_{b0}, \tilde{\beta}_{b0}$ у системі (1.126) через $\tilde{m}_{b1}, \tilde{\alpha}_{b1}, \tilde{\beta}_{b1}$:

$$\begin{cases} \tilde{m}_{b0} = \bar{m}_y - \tilde{m}_{b1} \bar{x}, \\ \tilde{\alpha}_{b0} = \bar{\alpha}_y - \tilde{\alpha}_{b1} \bar{x}, \\ \tilde{\beta}_{b0} = \bar{\beta}_y - \tilde{\beta}_{b1} \bar{x}. \end{cases} \quad (1.132)$$

Підставивши отримані значення в (1.132) модальної величини, лівого та правого коефіцієнтів нечіткості параметра \tilde{B}_0 у рівняння регресії (1.119), буде отримано:

$$(\tilde{m}_y, \tilde{\alpha}_y, \tilde{\beta}_y) = (\tilde{m}_{b0}, \tilde{\alpha}_{b0}, \tilde{\beta}_{b0}) + (\tilde{m}_{b1}, \tilde{\alpha}_{b1}, \tilde{\beta}_{b1})x \quad (1.133)$$

або

$$(\tilde{m}_y, \tilde{\alpha}_y, \tilde{\beta}_y) = (\bar{m}_y - \tilde{m}_{b1}\bar{x}, \bar{\alpha}_y - \tilde{\alpha}_{b1}\bar{x}, \bar{\beta}_y - \tilde{\beta}_{b1}\bar{x}) + (\tilde{m}_{b1}, \tilde{\alpha}_{b1}, \tilde{\beta}_{b1})x. \quad (1.134)$$

Необхідно скористатися формулою додавання нечітких чисел:

$$\begin{aligned} (\tilde{m}_y, \tilde{\alpha}_y, \tilde{\beta}_y) &= (\bar{m}_y - \tilde{m}_{b1}\bar{x} + \tilde{m}_{b1}x, \bar{\alpha}_y - \tilde{\alpha}_{b1}\bar{x} + \tilde{\alpha}_{b1}x, \bar{\beta}_y - \tilde{\beta}_{b1}\bar{x} + \tilde{\beta}_{b1}x) = \\ &= (\bar{m}_y + \tilde{m}_{b1}(x - \bar{x}), \bar{\alpha}_y + \tilde{\alpha}_{b1}(x - \bar{x}), \bar{\beta}_y + \tilde{\beta}_{b1}(x - \bar{x})). \end{aligned} \quad (1.135)$$

Таким чином, отримана така система рівнянь:

$$\begin{cases} \tilde{m}_y = \bar{m}_y + \tilde{m}_{b1}(x - \bar{x}), \\ \tilde{\alpha}_y = \bar{\alpha}_y + \tilde{\alpha}_{b1}(x - \bar{x}), \\ \tilde{\beta}_y = \bar{\beta}_y + \tilde{\beta}_{b1}(x - \bar{x}). \end{cases} \quad (1.136)$$

Систему (1.136) можна подати в еквівалентному вигляді:

$$\begin{cases} \frac{\tilde{m}_y - \bar{m}_y}{\sigma_m^2} = \tilde{m}_{b1} \frac{\sigma_x^2}{\sigma_m^2} \frac{(x - \bar{x})}{\sigma_x^2}, \\ \frac{\tilde{\alpha}_y - \bar{\alpha}_y}{\sigma_\alpha^2} = \tilde{\alpha}_{b1} \frac{\sigma_x^2}{\sigma_\alpha^2} \frac{(x - \bar{x})}{\sigma_x^2}, \\ \frac{\tilde{\beta}_y - \bar{\beta}_y}{\sigma_\beta^2} = \tilde{\beta}_{b1} \frac{\sigma_x^2}{\sigma_\beta^2} \frac{(x - \bar{x})}{\sigma_x^2}, \end{cases} \quad (1.137)$$

де σ_x^2 – вибіркова дисперсія змінної x , яка визначається за формулою:

$$\sigma_x^2 = \overline{x^2} - \bar{x}^2 = \left(\sum_{i=1}^n x_i^2 \right) / n - \left(\left(\sum_{i=1}^n x_i \right) / n \right)^2, \quad (1.138)$$

а $\sigma_m^2, \sigma_\alpha^2, \sigma_\beta^2$ – вибіркові дисперсії величин m_y, α_y, β_y :

$$\sigma_m^2 = \overline{m_y^2} - \bar{m}_y^2 = \left(\sum_{i=1}^n m_{yi}^2 \right) / n - \left(\left(\sum_{i=1}^n m_{yi} \right) / n \right)^2, \quad (1.139)$$

$$\sigma_{\alpha}^2 = \overline{\alpha_y^2} - \bar{\alpha}_y^2 = \left(\sum_{i=1}^n \alpha_{yi}^2 \right) / n - \left(\left(\sum_{i=1}^n \alpha_{yi} \right) / n \right)^2, \quad (1.140)$$

$$\sigma_{\beta}^2 = \overline{\beta_y^2} - \bar{\beta}_y^2 = \left(\sum_{i=1}^n \beta_{yi}^2 \right) / n - \left(\left(\sum_{i=1}^n \beta_{yi} \right) / n \right)^2. \quad (1.141)$$

З системи (1.137) випливає, що величина

$$R = \left(\tilde{m}_{b1} \frac{\sigma_x^2}{\sigma_m^2}, \tilde{\alpha}_{b1} \frac{\sigma_x^2}{\sigma_{\alpha}^2}, \tilde{\beta}_{b1} \frac{\sigma_x^2}{\sigma_{\beta}^2} \right) \quad (1.142)$$

показує, на скільки величин σ_m^2 , σ_{α}^2 , σ_{β}^2 в середньому зміниться Y , якщо x збільшиться на величину σ_x^2 . Нечіткий коефіцієнт кореляції R характеризує щільність зв'язку між змінними Y та x [215; 339].

Для знаходження чіткого значення r можуть бути застосовані методи, наведені нижче [215].

1. Дефазифікація за допомогою результативної функції належності $\mu_r(x)$ нечіткого коефіцієнта кореляції $R = (m_r, \alpha_r, \beta_r)$ з заданими LR -функціями. Для цього можна застосувати метод центра тяжіння:

$$r = Defuz(R) = D(\mu_r) = \frac{\sum_{i=1}^k x_i \cdot \mu_r(x_i)}{\sum_{i=1}^k \mu_r(x_i)}, \quad \text{де } i = \overline{1, k}.$$

2. Побудова γ -зрізу за значеннями нечіткого коефіцієнта кореляції $R = (m_r, \alpha_r, \beta_r)$:

$$[\underline{R}(\gamma), \bar{R}(\gamma)] = [m_r - \alpha_r(1 - \gamma), m_r + \beta_r(1 - \gamma)], \quad \gamma \in [0, 1].$$

Визначення чіткого коефіцієнта кореляції r для кожного γ -зрізу через визначення ε -точки:

$$\varepsilon \in [\underline{R}(\gamma), \bar{R}(\gamma)] \Rightarrow r = \underline{R}(\gamma) \cdot \varepsilon + \bar{R}(\gamma) \cdot (1 - \varepsilon), \quad \gamma \in [0, 1].$$

Чим ближча абсолютна величина отриманого чіткого коефіцієнта кореляції r до одиниці, тим тісніший зв'язок між змінними Y та x , тобто можна говорити більш впевнено про адекватність побудованої моделі.

Існують різні методи приведення нечіткого числа до чіткого. Найпростішим способом є вибір чіткого числа, яке відповідає максимуму функції належності [353]. Даний метод можна використовувати у випадку однокстремальної функції належності. Для багатокстремальних функцій належності існують такі методи дефазифікації: метод центру тяжіння, метод медіан, метод найбільшого з максимумів, метод найменшого з максимумів, метод центру максимумів. Вибір методу залежить від виду функції належності нечіткого числа. Вибір алгоритму дефазифікації залежить від особливостей вихідних даних досліджуваного процесу. Ротштейн А. П. і Штовба С. Д. [205] рекомендують здійснювати дефазифікацію отриманих результатів методом центру тяжіння, оскільки він дає найбільші показники швидкості налаштувань (навчання) та точності досліджуваних нечітких моделей.

Дефазифікація нечіткої множини $\tilde{A} = \sum_{i=1}^k \mu_{\tilde{A}}(x_i) / x_i$ за методом центра тяжіння визначається формулою:

$$A = \frac{\sum_{i=1}^k x_i \cdot \mu_{\tilde{A}}(x_i)}{\sum_{i=1}^k \mu_{\tilde{A}}(x_i)}, \quad i = \overline{1, k}. \quad (1.143)$$

Після проведення дефазифікації для нечіткого результативного значення \tilde{y}_{32} методом центру тяжіння маємо модель:

$$\tilde{y}_{32} = 0,51 - 1,89x_{18} - 7,46x_{19}.$$

Порівнюючи отримані значення зі значеннями результативного показника, обчисленого методами звичайного регресійного аналізу (1.31), можна дійти висновку, що нечіткі регресійні моделі дають більш достовірні результати, оскільки вони є якісними та точними та враховують невизначеність вихідних даних.

Аналогічні розрахунки були проведені для ПАТ "Банк Форум" та ПАТКБ "Правекс-банк".

Для ПАТ "Банк Форум" найкращою моделлю, побудованою методами звичайного регресійного аналізу, виявилася модель, що описує залежність результативної змінної y_{34} від чотирьох незалежних ознак: x_{12} , x_{13} , x_{17} і x_{19} .

Побудувавши нечітку регресійну модель і здійснивши процедуру дефазифікації методом центру тяжіння, було отримано модель:

$$\tilde{y}_{34} = 74,15 - 3,77x_{12} - 0,13x_{13} + 617x_{17} + 471,89x_{19},$$

яка надає більш достовірні результати порівняно з моделлю, побудованою методами звичайного регресійного аналізу, оскільки тут враховано неточність вихідної інформації, що пов'язана зі змістом показників.

Найкращою регресійною моделлю залежності результативної ознаки від значущих факторних ознак для ПАТКБ "Правекс-банк" виявилася модель, що описує залежність результативної змінної y_{34} від трьох незалежних ознак: x_{12} , x_{14} і x_{19} .

Побудувавши нечітку регресійну модель і здійснивши процедуру дефазифікації методом центру тяжіння, було отримано модель:

$$\tilde{y}_{34} = -60,37 + 2,55x_{12} + 0,017x_{14} + 935,73x_{19},$$

яка надає більш достовірні результати порівняно з моделлю, побудованою методами звичайного регресійного аналізу, оскільки тут враховано неточність вихідної інформації.

Підсумовуючи все вищезазначене, можна дійти висновку, що нечіткі регресійні моделі дають більш достовірні результати, дозволяють визначити допустимі інтервали змін результативних показників, водночас зберігається вплив значущих факторів [152].

Особливостями розроблених моделей є те, що для отримання результативних ознак конкурентоспроможності банку використовуються рівняння множинних регресій, побудованих на кожному із запропонованих α -зрізів, що описують залежність результативних ознак конкурентоспроможності банку від впливових факторів. Дефазифіційоване значення результативних ознак отримане за допомогою об'єднання регресійних моделей з $\alpha = 0,5$; $\alpha = 0,8$; $\alpha = 1$ методом центру тяжіння.

Таким чином, в управлінні конкурентоспроможністю банків економісти отримують реальні орієнтири, оскільки нечіткі регресійні моделі дозволяють обчислювати достовірні інтервали змін значень результатів діяльності за будь-

яких умов. Побудовані моделі дозволяють ефективно управляти показниками конкурентоспроможності банку та приймати найбільш раціональні рішення.

Точність нечіткої регресійної моделі характеризує близькість модельних і фактичних значень за кожним спостереженням. Для характеристики міри близькості слід використовувати середню відносну похибку:

$$e_{\text{відн}} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left| \frac{Y_i - \tilde{Y}_i}{Y_i} \right| \cdot 100\%. \quad (1.144)$$

Чим ближча знайдена середня відносна похибка до нуля, тим більш точно побудована нечітка лінійна регресійна модель [215].

Перевірка точності побудованої нечіткої регресійної лінійної багатofакторної моделі конкурентоспроможності банку (1.11) показала, що вона є допустимою.

Відносна похибка, обчислена для моделі, що описує залежність результативної ознаки y_{34} ПАТ "Банк Форум" від чотирьох незалежних значущих показників, дорівнює 9,05 %, а для результативної ознаки y_{34} ПАТКБ "Правекс-банк" від трьох незалежних значущих показників – 10,25 %.

Практична перевірка даного методичного підходу підтверджує, що в сучасних умовах аналізувати й оцінювати конкурентоспроможність банку на основі визначення залежностей доцільно здійснювати інструментами нечіткого регресійного аналізу.

1.7. Розроблення узагальнювального показника конкурентоспроможності банків з використанням нечітких методів

Комплексність опису конкурентоспроможності банку передбачає визначення його рівня. Для економіко-математичного моделювання важливо обчислювати узагальнювальні показники, оскільки агрегований опис містить порівняно з початковим менше інформації, водночас корисна інформація залишається, а надмірна – звужується [190, с. 223].

Узагальнювальні показники бувають різні, залежно від типу вихідних даних. Перш за все слід розрізняти, які дані є вихідними: чіткі або нечіткі [95; 119].

Якщо вхідна інформація детермінована, найчастіше узагальнювальний показник будується на складанні показників в адитивній чи в мультиплікативній формі [190, с. 223].

Адитивна згортка здійснюється за формулою:

$$I_{\Sigma} = \sum_{i=1}^n \lambda_i x_i, \quad (1.145)$$

де x_i – значення i -го показника за шкалою інтервалів або шкалою відношень;
 λ_i – коефіцієнт значущості показника.

Мультиплікативна згортка окремих показників здійснюється за формулою:

$$I_{\Pi} = \prod_{i=1}^n x_i^{\lambda_i}. \quad (1.146)$$

Найчастіше застосовується адитивна згортка в модифікованому вигляді:

$$I_{\Sigma} = \left(\sum_{i=1}^n \lambda_i |x_i - \alpha_i|^k \right)^{\frac{1}{k}}, \quad (1.147)$$

де α_i – еталонне значення показника;

k – параметр.

Математики-економісти Пономаренко В. С. та Малярець Л. М. у роботі [178] зазначають, що часто в якості параметра використовується $k = 2$. Це створює евклідову відстань між вектором показників і вектором еталонів. Збільшення k спричиняє зростання ролі найбільшого відхилення.

Для визначення рівня конкурентоспроможності банку необхідно розробити узагальнювальний показник, який би враховував складні взаємозв'язки між складовими конкурентоспроможності, нечіткість вихідних даних, зумовлену закритістю інформації, що характеризує діяльність банку, її обмеженість і недостатність, вплив факторів зовнішнього середовища.

Отже, розробляти узагальнювальний показник конкурентоспроможності банку рекомендується з використаннями інструментів теорії нечітких множин. Про це в своїх працях стверджують Анфілатов В. С. [10, с. 158], Борисов В. В.,

Круглов В. В. [31, с. 53–55], Свешніков С. В. і Бочарніков В. П. [218], Ярушкіна Н. Г. [260].

Відомо, що професор Ярушкіна Н. Г. наводить п'ять способів реалізації узагальнювального нечіткого логічного висновку в теорії нечітких множин [242].

Спосіб 1: Алгоритм Мамдані (Mamdani). Імплікація моделюється мінімумом, а агрегація – максимумом; використовується мінімаксна композиція нечітких множин. Кожен наступний крок алгоритму отримує на вхід значення попереднього кроку. На вхід надходять кількісні значення – на виході ті ж самі кількісні значення. На етапі фазифікації значення є нечіткими, визначаються ступені істинності, тобто значення функцій належності для лівих частин кожного правила (передпосилань). Нечіткий вивід формується таким чином: спочатку визначаються рівні "відсікання" для лівої частини кожного правила, далі знаходяться "усічені" функції належності. Наступним етапом алгоритму Мамдані є композиція отриманих усічених функцій. І останнім етапом є процес дефазифікації – приведення даних до чіткості, наприклад, методом середнього центру.

Спосіб 2: Алгоритм Цукамото (Tsukamoto). Вихідні передпосилання – як у попередньому алгоритмі, але вважається, що функції належності є монотонними.

Спосіб 3: Алгоритм Суджено (Sugeno). Вважається, що праві частини правил виводу подані лінійними функціями.

Спосіб 4: Алгоритм Ларсена (Larsen). Нечітка імплікація моделюється з використанням операції добутку.

Спосіб 5: Спрощений алгоритм нечіткого виводу. Вихідні правила задаються у вигляді: якщо $X \in A_i$ і $Y \in B_i$, то $z = Z_i$, де Z_i – чітке число.

Загальний процес нечіткого виводу реалізується таким чином [261]: 1) формування бази правил; 2) фазифікація; 3) агрегація підумов; 4) активізація попередніх висновків; 5) нечіткий логічний вивід; 6) дефазифікація.

Ротштейн А. П. [206] рекомендує, щоб кількість входів нечіткої мережі була в межах від 5 до 7. Якщо входних змінних, що є факторовими, більше, то їх слід розподілити на декілька груп за певними логічними ознаками та налаштувати кожну групу як окрему нечітку мережу. Далі виходи цих мереж поєднуються в єдиний вихід, утворюючи багаторівневу нейронну мережу. Це дає можливість підвищити якість моделі.

Вітчизняний фахівець в області нечітких методів та їх застосування для аналізу економічних систем професор Матвійчук А. В. в своїй роботі "Аналіз та прогнозування розвитку фінансово-економічних систем із використанням теорії нечіткої логіки" також аналізує конкурентоспроможність, але підприємства,

використовуючи нечітку логіку та нейронні мережі [156, с. 169–175]. Він рекомендує організувати процес визначення узагальнювального показника конкурентоспроможності в п'ять етапів. На першому етапі визначають окремі показники, які є основними ознаками конкурентоспроможності підприємства. На другому етапі формують лінгвістичні змінні (вхідні та вихідна) та задають єдину шкалу їх оцінювання у вигляді якісних термів. Третім етапом є побудова функції належності. На четвертому етапі формують набір правил, з допомогою якого, використовуючи механізм нечітко-логічного висновку, можна було б визначити рівень конкурентоспроможності підприємства. Кінцевим, п'ятим етапом є оцінювання поточного рівня показників (вхідних і вихідного) за фінансовою звітністю для різних часових періодів; значення контрольованих параметрів, що точно попадають у задані для них інтервали, будуть однозначно відповідати їх термам. Якщо значення критерію знаходиться в проміжку між двома термами, то воно буде відповідати тому терму, функція належності якого для даного рівня показника є найбільшою.

Для розроблення узагальнювального показника конкурентоспроможності банку доцільно скористатися рекомендаціями Матвійчука А. В. та співробітників консалтингової інформаційно-аналітичної групи "ІНЕКС", що виступають модератором розвитку та розповсюдження Fuzzy-технологій в Україні. Крім того, для отримання значення узагальнювального показника конкурентоспроможності банку запропоноване застосування алгоритму нечіткого виводу "якщо... то... інакше" (спосіб 5) і використання надбудови для MS Excel – Fuzzy for Excel [309; 343]. Програма Fuzzy for Excel використовує види забезпечення: математичне, програмне, інформаційне, лінгвістичне.

Доцільно розглянути запропоновану Матвійчуком А. В. логіку для визначення узагальнювального показника конкурентоспроможності ПАТ "КБ "Хрещатик" станом на кінець 2013 року.

Етап 1. Вибір окремих показників і формування масиву даних.

Рекомендується вибір здійснювати на основі теоретико-логічного аналізу праць відомих фахівців з предметної області. Доведено, що конкурентоспроможність банку описується чотирма складними ознаками [111]: X_1 – конкурентоспроможність послуг, продуктів банку та їх доступність; X_2 – рівень управління банку; X_3 – забезпеченість банку фінансовими ресурсами; X_4 – ефективність діяльності банку. Детальний опис складних ознак, що описують поняття "конкурентоспроможність", надано в роботі [108]. Отже, усі частинні показники, що описують конкурентоспроможність банку, структуровані за групами.

Нечіткий узагальнювальний показник конкурентоспроможності банківських продуктів і послуг ґрунтується на восьми значущих показниках, відібраних за допомогою процедур канонічного та факторного аналізів :

$$X_1 = f_1(x_3, x_7, x_4, x_2, x_1, x_6, x_8, x_9), \quad (1.148)$$

де x_1 – споживча властивість послуги; x_2 – вартість надання послуги; x_3 – умови надання послуги; x_4 – швидкість надання послуги; x_6 – широта асортименту; x_7 – інноваційні послуги банку; x_8 – якість обслуговування під час реалізації послуги; x_9 – доступність банківських послуг.

Нечіткий узагальнювальний показник рівня управління банку ґрунтується значущими показниками: x_{10} – досвід в управлінні проектами; x_{11} – показник рівня менеджменту; x_{12} – досвід роботи банку на ринку; x_{13} – кількість філій; x_{14} – кількість відділень; x_{15} – ефективне використання технологій:

$$X_2 = f_2(x_{10}, x_{11}, x_{15}, x_{12}, x_{13}, x_{14}). \quad (1.149)$$

Нечіткий узагальнювальний показник забезпеченості банку фінансовими ресурсами складається з показників: x_{17} – власні кошти банку; x_{18} – залучені кошти банку; x_{19} – запозичені кошти банку:

$$X_3 = f_3(x_{17}, x_{18}, x_{19}). \quad (1.150)$$

Нечіткий узагальнювальний показник ефективності діяльності банку ґрунтується на одинадцяти значущих показниках: x_{22} – загальна дохідність активів; x_{24} – чистий серед; x_{25} – сумарна частка чистого відсоткового доходу та чистого комісійного доходу в операційному прибутку; x_{26} – залучені кошти на умовах субборгу; x_{27} – ГЕП; x_{28} – частка власного капіталу в чистих активах; x_{29} – частка резервів за кредитними операціями в кредитному портфелі; x_{30} – частка основних засобів і нематеріальних активів в чистих активах; x_{32} – коефіцієнт відношення кредитного портфеля до зобов'язань банку; x_{34} – коефіцієнт співвідношення регулятивного капіталу до сукупних активів (НЗ); x_{37} – наявність іноземного капіталу:

$$X_4 = f_4(x_{22}, x_{24}, x_{25}, x_{26}, x_{27}, x_{28}, x_{29}, x_{30}, x_{32}, x_{34}, x_{37}). \quad (1.151)$$

Таким чином, на основі визначених складових можна обчислити нечіткий узагальнювальний показник конкурентоспроможності банку в цілому:

$$C_b = f_{C_b}(X_1, X_2, X_3, X_4). \quad (1.152)$$

Набір частинних показників для опису складових конкурентоспроможності банку, як і перелік самих складових, може бути різним для різних банків.

Для побудови нечіткої моделі слід скористатися методом нейронних мереж, оскільки такі мережі є універсальними апроксиматорами та здійснюють виведення на основі апарату нечіткої логіки [259, с. 148]. Нечітка нейронна мережа, як правило, складається з чотирьох шарів: шару фазифікації вхідних змінних; шару агрегування значень активації умови, шару агрегування нечітких правил та вихідного шару [31, с. 139]. Структурно-функціональна економіко-математична модель конкурентоспроможності банку, що включає формули (1.148) – (1.152) й елементи структурно-логічної схеми змісту ознак конкурентоспроможності банку [108], подана у вигляді дерева логічного виводу узагальнювального показника конкурентоспроможності банку (рис. 1.13).

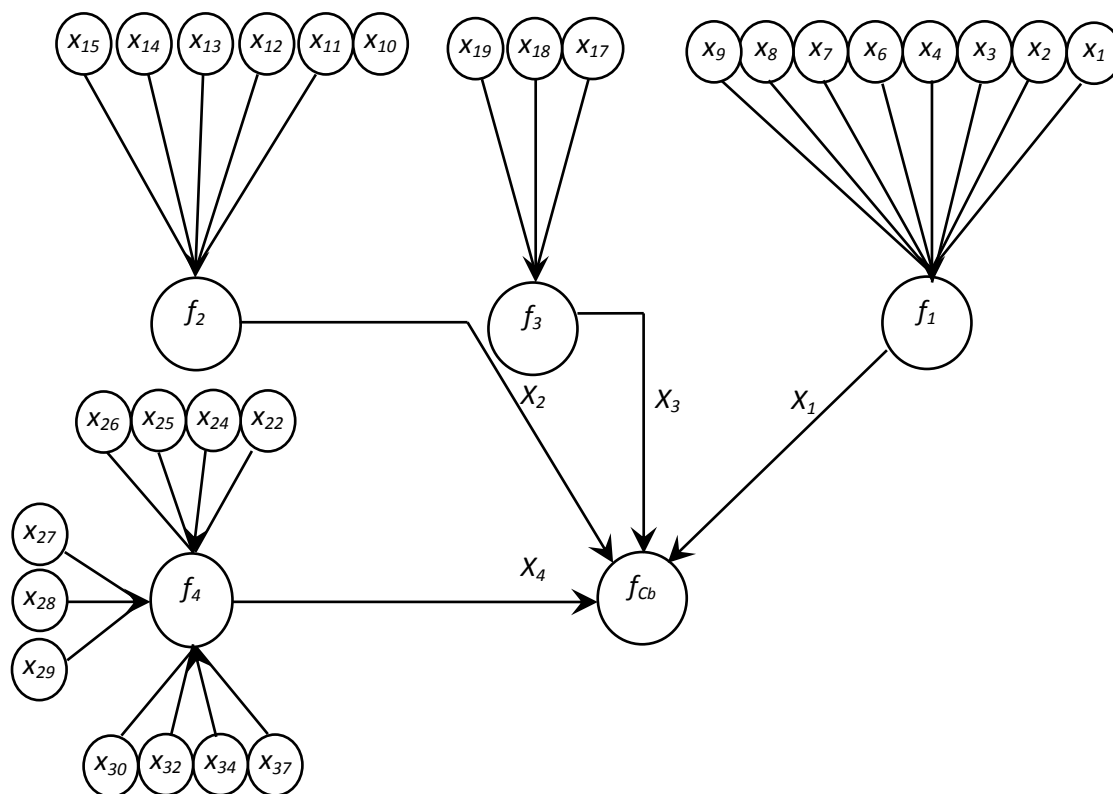


Рис. 1.13. Дерево логічного виведення узагальнювального показника конкурентоспроможності банку на основі нечітких множин

Етап 2. Визначення лінгвістичних змінних.

Лінгвістична змінна приймає значення з множини слів або словосполук деякої природної мови й описується такою п'ятіркою:

$$\langle x, T, X, G, M \rangle,$$

де x – ім'я змінної; T – терм-множина, кожен елемент якої задається нечіткою множиною на універсальній множині X ; G – синтаксичні правила (часто у вигляді граматики), що породжують назву термів; M – семантичні правила, що задають функції належності нечітких термів, породжених синтаксичними правилами з G .

З метою переходу до неметричних величин необхідно оцінити рівні показників п'ятьма якісними термами: $ДН$ – дуже низький рівень показника X_{ij} , $Н$ – низький рівень показника X_{ij} , $С$ – середній рівень показника X_{ij} , $В$ – високий рівень показника X_{ij} , $ДВ$ – дуже високий рівень показника X_{ij} . Для оцінювання значень вихідної лінгвістичної мінної C_b , що є узагальнювальним показником конкурентоспроможності банку, пропонується використовувати ті ж терми: $ДН$ – дуже низька конкурентоспроможність банку; $Н$ – низька конкурентоспроможність; $С$ – конкурентоспроможність банку середня; $В$ – висока конкурентоспроможність; $ДВ$ – дуже висока конкурентоспроможність.

Етап 3. Побудова функцій належності.

На даному етапі задаються вигляд функцій належності нечітких термів для контрольованих параметрів X_{ij} , $i = \overline{1, N}$, $j = \overline{1, M_i}$ та вихідної змінної C_b , де N – узагальнені групи, M – ознаки в кожній групі.

Штовба С. Д. зазначає, що для побудови функцій належності застосовують найчастіше три алгоритми [250]. Перший алгоритм використовує експертну інформацію за методами статистичної обробки експертної інформації (для узагальнення думок колективу експертів щодо розподілу елементів за множинами) і методи парних порівнянь [206] для побудови функції належності за опитуванням одного експерту. Другий алгоритм базується на параметричній ідентифікації нечітких моделей за експериментальними даними "входи – вихід". За умови ідентифікації оптимізують параметри функції належності, щоб мінімізувати розбіжності між експериментальними даними та результатами нечіткого моделювання. Основою третього алгоритму побудови функцій належності є застосування результатів розподілу спостережень. Ця задача аналогічна побудові функції розподілу випадкової величини за експериментальними даними. У статистиці для цього використовують *метод гістограм*. За цим методом будують і функції належності відповідної субнормальної (функція належності $\mu(x) < 1$)

нечіткої множини. За необхідності, використовують процедуру нормалізації, тобто перетворення субнормальної нечіткої множини \tilde{A}' на нормальну \tilde{A} [209; 353].

У даному дослідженні запропоноване застосування трапецієподібних функцій належності, що відображують елементи з множини X (універсум) на множину чисел в інтервалі $[0, 1]$. Такі функції дозволяють встановити точні межі, в яких значення кожної ознаки буде однозначно відповідати своїм власним термам. Нижня основа трапеції виражає всю припустиму множину значень нечіткої ознаки, а верхня – ті значення, для яких встановлено гарантовану відповідність обраному значенню лінгвістичної змінної.

Для побудови функцій належності спочатку слід визначити можливий діапазон контрольованих параметрів X_{ij} і вихідної змінної C_b , який рекомендується отримати на основі інструментів кластерного аналізу. Комп'ютерну реалізацію з метою встановлення точних меж контрольованих параметрів здійснено в пакеті Statgraphics Centurion шляхом активації процедури Describe/Multivariate methods/Cluster analysis.

Свешніков С. В. та Бочарніков В. П. у роботі [218, с. 15] теж для завдання нечіткого числа рекомендують використовувати трапецієподібні залежності, що забезпечують подання нечіткого числа у формі однієї з семи геометричних фігур: трапеція, лівостороння трапеція, правостороння трапеція, прямокутник, рівнобедрений трикутник, лівосторонній трикутник, правосторонній трикутник. З подібних міркувань у даному дослідженні застосовані трапецієподібні функції належності, що відображують елементи з множини X (універсум) на множину чисел в інтервалі $[0, 1]$, які вказують на ступінь належності кожного елемента до різних якісних термів і в програмі FExcel будується з допомогою функції FuzzyFigure. Для показників конкурентоспроможності банку кусково-лінійна трапецієподібна функція належності задана на універсумі X , в якості якого вибрано замкнутий інтервал дійсних чисел (рис. 1.14).

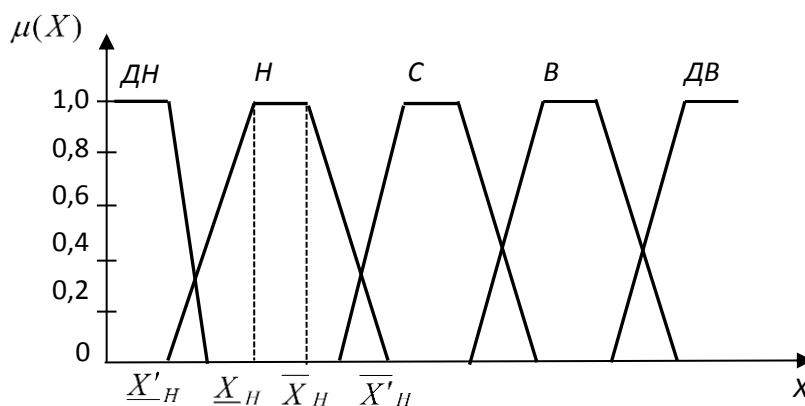


Рис. 1.14. Нечітка змінна X_{ij} , визначена трапецієподібною функцією належності

На рис. 1.14 відображено діапазони зміни параметрів X_{ij} ($i = \overline{1, N}$), ($j = \overline{1, M_i}$) на єдину універсальну множину X для побудови функцій належності п'яти нечітких термів вхідної змінної $\{ДН, Н, С, В, ДВ\}$.

Аналітичний вигляд трапецієподібних функцій належності всіх нечітких термів вхідної змінної:

$$\mu^{ДН}(X) = \begin{cases} 1, & X \leq \overline{X}_{ДН} \\ \frac{\overline{X}'_{ДН} - X}{\overline{X}'_{ДН} - \overline{X}_{ДН}}, & \overline{X}_{ДН} < X \leq \overline{X}'_{ДН}; \\ 0, & X > \overline{X}'_{ДН} \end{cases} \quad (1.153)$$

$$\mu^H(X) = \begin{cases} 0, & X < \underline{X}'_H \\ \frac{X - \underline{X}'_H}{\underline{X}_H - \underline{X}'_H}, & \underline{X}'_H \leq X < \underline{X}_H \\ 1, & \underline{X}_H \leq X \leq \overline{X}_H ; \\ \frac{\overline{X}'_H - X}{\overline{X}'_H - \overline{X}_H}, & \overline{X}_H < X \leq \overline{X}'_H \\ 0, & X > \overline{X}'_H \end{cases} \quad (1.154)$$

$$\mu^C(X) = \begin{cases} 0, & X < \underline{X}'_C \\ \frac{X - \underline{X}'_C}{\underline{X}_C - \underline{X}'_C}, & \underline{X}'_C \leq X < \underline{X}_C \\ 1, & \underline{X}_C \leq X \leq \overline{X}_C ; \\ \frac{\overline{X}'_C - X}{\overline{X}'_C - \overline{X}_C}, & \overline{X}_C < X \leq \overline{X}'_C \\ 0, & X > \overline{X}'_C \end{cases} \quad (1.155)$$

$$\mu^B(X) = \begin{cases} 0, & X < \underline{X}'_B \\ \frac{X - \underline{X}'_B}{\underline{X}_B - \underline{X}'_B}, & \underline{X}'_B \leq X < \underline{X}_B \\ 1, & \underline{X}_B \leq X \leq \overline{X}_B ; \\ \frac{\overline{X}'_B - X}{\overline{X}'_B - \overline{X}_B}, & \overline{X}_B < X \leq \overline{X}'_B \\ 0, & X > \overline{X}'_B \end{cases} \quad (1.156)$$

$$\mu^{ДВ}(X) = \begin{cases} 0, & X < \underline{X}'_{ДВ} \\ \frac{X - \underline{X}'_{ДВ}}{\underline{X}_{ДВ} - \underline{X}'_{ДВ}}, & \underline{X}'_{ДВ} \leq X < \underline{X}_{ДВ} \\ 1, & X > \overline{X}_{ДВ}, \end{cases} \quad (1.157)$$

де параметри \underline{X}' та \overline{X}' – нижня основа трапеції (носій нечіткої величини), а параметри \underline{X} та \overline{X} – верхня основа трапеції (ядро нечіткої величини) для кожного терму $ДН, Н, С, В, ДВ$ [127; 156].

Аналогічним чином будуються функції належності нечітких термів $\{ДН, Н, С, В, ДВ\}$ вихідної змінної C_b [152; 156].

Етап 4. Формування набору правил.

Експертна система на базі нечітких знань повинна містити механізм нечітко-логічного висновку, з допомогою якого можна було б визначити рівень конкурентоспроможності банку на основі всієї необхідної інформації. Якщо утворення системи вирішальних правил виявить, що два правила відрізняються одне від одного лише однією змінною та призводять до однакового результату, то можна обмежитися одним правилом. Наприклад, якщо зі значеннями $ДВ$ і $В$ отримано однакові результати, то краще в правилі записати $В$, оскільки це єдиний терм, що межує з $ДВ$. Таким чином, повна множина можливих варіантів логічного висновку не повинна міститися в наборі вирішальних правил. Якщо в базі знань відсутнє правило, що відповідає поточному стану конкурентоспроможності досліджуваного банку, то система видасть найраціональніше рішення, відповідне до даного стану, тобто таке рішення, для якого функція належності узагальнювального показника C_b буде найбільшою серед інших для конкретних значень вхідних змінних X_1, X_2, X_3, X_4 . У табл. 1.20 наведено фрагмент набору вирішальних правил, що реалізують формулу (1.152).

Таблиця 1.20

Фрагмент бази знань щодо визначення рівня конкурентоспроможності банку

Узагальнені значення груп показників				Вихідна змінна
X_1	X_2	X_3	X_4	C_b
1	2	3	4	5
$ДВ$	$ДВ$	$ДВ$	$ДВ$	$ДВ$
$В$	$ДВ$	$ДВ$	$ДВ$	

1	2	3	4	5
<i>ДВ</i>	<i>В</i>	<i>ДВ</i>	<i>ДВ</i>	<i>ДВ</i>
<i>ДВ</i>	<i>ДВ</i>	<i>В</i>	<i>ДВ</i>	
<i>ДВ</i>	<i>ДВ</i>	<i>ДВ</i>	<i>В</i>	
<i>В</i>	<i>В</i>	<i>ДВ</i>	<i>ДВ</i>	
<i>ДВ</i>	<i>В</i>	<i>В</i>	<i>ДВ</i>	
<i>ДВ</i>	<i>ДВ</i>	<i>В</i>	<i>В</i>	
<i>В</i>	<i>ДВ</i>	<i>В</i>	<i>ДВ</i>	
<i>ДВ</i>	<i>В</i>	<i>ДВ</i>	<i>В</i>	
<i>В</i>	<i>ДВ</i>	<i>ДВ</i>	<i>В</i>	
<i>В</i>	<i>В</i>	<i>В</i>	<i>ДВ</i>	
<i>В</i>	<i>ДВ</i>	<i>В</i>	<i>В</i>	
<i>В</i>	<i>В</i>	<i>ДВ</i>	<i>В</i>	
<i>В</i>	<i>В</i>	<i>В</i>	<i>ДВ</i>	
...	
<i>ДН</i>	<i>ДН</i>	<i>ДН</i>	<i>ДН</i>	<i>ДН</i>
<i>Н</i>	<i>ДН</i>	<i>ДН</i>	<i>ДН</i>	
<i>ДН</i>	<i>Н</i>	<i>ДН</i>	<i>ДН</i>	
<i>ДН</i>	<i>ДН</i>	<i>Н</i>	<i>ДН</i>	
...	

Математична форма запису вирішального правила для визначення рівня *ДВ* конкурентоспроможності банку з допомогою функцій належності має вигляд:

$$\begin{aligned}
 \mu^{ДВ}(X_1, \dots, X_4) = & \mu^{ДВ}(X_1) \cdot \mu^{ДВ}(X_2) \cdot \mu^{ДВ}(X_3) \cdot \mu^{ДВ}(X_4) \vee \\
 & \vee \mu^В(X_1) \cdot \mu^{ДВ}(X_2) \cdot \mu^{ДВ}(X_3) \cdot \mu^{ДВ}(X_4) \vee \\
 & \vee \mu^{ДВ}(X_1) \cdot \mu^В(X_2) \cdot \mu^{ДВ}(X_3) \cdot \mu^{ДВ}(X_4) \vee \\
 & \vee \dots \vee \\
 & \vee \mu^В(X_1) \cdot \mu^{ДВ}(X_2) \cdot \mu^{ДВ}(X_3) \cdot \mu^В(X_4).
 \end{aligned}
 \tag{1.158}$$

У свою чергу, кожен з критеріїв X_1, \dots, X_4 (тобто узагальнені значення вказаних груп показників) необхідно подати у вигляді математичних залежностей від вхідних факторів. Для прикладу в табл. 1.21 наведений фрагмент бази знань для визначення рівня X_1 конкурентоспроможності послуг, продуктів банку й їх доступності відповідно до функції (1.148).

**Фрагмент бази знань для визначення рівня X_1
конкурентоспроможності послуг, продуктів банку й їх доступності**

Узагальнені значення груп показників								Вихідна змінна
x_1	x_2	x_3	x_4	x_6	x_7	x_8	x_9	X_1
<i>ДВ</i>	<i>ДВ</i>	<i>ДВ</i>	<i>ДВ</i>	<i>ДВ</i>	<i>ДВ</i>	<i>ДВ</i>	<i>ДВ</i>	<i>ДВ</i>
<i>В</i>	<i>ДВ</i>	<i>ДВ</i>	<i>ДВ</i>	<i>ДВ</i>	<i>ДВ</i>	<i>ДВ</i>	<i>ДВ</i>	
<i>ДВ</i>	<i>В</i>	<i>ДВ</i>	<i>ДВ</i>	<i>ДВ</i>	<i>ДВ</i>	<i>ДВ</i>	<i>ДВ</i>	
<i>ДВ</i>	<i>ДВ</i>	<i>В</i>	<i>ДВ</i>	<i>ДВ</i>	<i>ДВ</i>	<i>ДВ</i>	<i>ДВ</i>	
...	
<i>ДВ</i>	<i>ДВ</i>	<i>ДВ</i>	<i>ДВ</i>	<i>ДВ</i>	<i>ДВ</i>	<i>ДВ</i>	<i>В</i>	
...	<i>ДН</i>
<i>ДН</i>	<i>ДН</i>	<i>ДН</i>	<i>ДН</i>	<i>ДН</i>	<i>ДН</i>	<i>ДН</i>	<i>ДН</i>	
<i>Н</i>	<i>ДН</i>	<i>ДН</i>	<i>ДН</i>	<i>ДН</i>	<i>ДН</i>	<i>ДН</i>	<i>ДН</i>	
<i>ДН</i>	<i>Н</i>	<i>ДН</i>	<i>ДН</i>	<i>ДН</i>	<i>ДН</i>	<i>ДН</i>	<i>ДН</i>	
<i>ДН</i>	<i>ДН</i>	<i>Н</i>	<i>ДН</i>	<i>ДН</i>	<i>ДН</i>	<i>ДН</i>	<i>ДН</i>	
...	

Математична форма запису вирішального правила для визначення рівня *ДВ* конкурентоспроможності послуг, продуктів банку та їх доступності має вигляд:

$$\begin{aligned}
 \mu^{ДВ}(x_1, x_2, x_3, x_4, x_6, x_7, x_8, x_9) = & \mu^{ДВ}(x_1) \cdot \mu^{ДВ}(x_2) \cdot \mu^{ДВ}(x_3) \cdot \mu^{ДВ}(x_4) \cdot \\
 & \cdot \mu^{ДВ}(x_6) \cdot \mu^{ДВ}(x_7) \cdot \mu^{ДВ}(x_8) \cdot \mu^{ДВ}(x_9) \vee \\
 & \vee \mu^В(x_1) \cdot \mu^{ДВ}(x_2) \cdot \mu^{ДВ}(x_3) \cdot \mu^{ДВ}(x_4) \cdot \\
 & \cdot \mu^{ДВ}(x_6) \cdot \mu^{ДВ}(x_7) \cdot \mu^{ДВ}(x_8) \cdot \mu^{ДВ}(x_9) \vee \\
 & \vee \dots \vee \\
 & \vee \mu^{ДВ}(x_1) \cdot \mu^{ДВ}(x_2) \cdot \mu^{ДВ}(x_3) \cdot \mu^{ДВ}(x_4) \cdot \\
 & \cdot \mu^{ДВ}(x_6) \cdot \mu^{ДВ}(x_7) \cdot \mu^{ДВ}(x_8) \cdot \mu^В(x_9).
 \end{aligned}
 \tag{1.159}$$

Аналогічним чином проводиться формування повного набору вирішальних правил і на їх основі виводиться система нечітких логічних рівнянь, тобто формується модель поведінки системи на природній мові у вигляді наближених міркувань. Остаточне розв'язання моделі обирається таке, для якого функція належності вихідної змінної C_b буде найбільшою для заданих параметрів X_{ij} , $i = \overline{1, N}$, $j = \overline{1, M_i}$.

Етап 5. Оцінка рівня показників.

На даному етапі проводиться оцінювання поточного рівня показників $X_{ij}, i = \overline{1, N}, j = \overline{1, M_i}$ і C_b за фінансовою звітністю для різних часових періодів. Значення контрольованих параметрів $X_{ij}, i = \overline{1, N}, j = \overline{1, M_i}$, що точно попадають у задані для них інтервали $[\underline{X}_{ij}, \overline{X}_{ij}]$, будуть однозначно відповідати їх термам. Якщо ж значення критерію знаходиться в проміжку між двома термами, то воно буде відповідати тому терму, функція належності якого для вказаного рівня показника є більшою.

Рівні всіх термів кожного з показників $X_{ij}, i = \overline{1, N}, j = \overline{1, M_i}$ певного банку встановлюються відповідно до нормативних значень для класичних критеріїв [329]. Якщо для певного показника нормативи не існують, то рівні термів розмежовують на основі проведених досліджень щодо значень показників конкурентоспроможності банку [6; 109; 110; 156] шляхом порівняння значень даного показника для різних банків у різні періоди часу.

Побудову шкали нечітких і чітких величин конкурентоспроможності банку здійснюють за такою логікою. Спочатку побудують шкалу для чітких метричних величин ознак, застосувавши кластерний аналіз для визначення груп рівнів значень у всій сукупності значень. У дендограмі значень ознаки сукупність розділяють на п'ять кластерів, межі яких перекриваються, тому слід взяти середини інтервалів, що перекриваються. Для нечітких величин ознак, коли перевірити їх однорідність не можна, використовують взаємозв'язок ознак конкурентоспроможності банків, а саме – взаємозв'язок, що визначається за допомогою факторного аналізу та парних коефіцієнтів Спірмена. Слід вважати, що співвідношення інтервалів між реперними точками в нечіткій та чіткій величині, що тісно взаємозв'язані між собою, однакові.

Отже, на основі використання інструментів кластерного аналізу в пакеті Statgraphics Centurion у табл. 1.22 для значень, що утворюють ознаковий простір складної ознаки "конкурентоспроможність послуг, продуктів банку та їх доступність", нормативно-правових й інших актів НБУ [329], а також на основі документації банку для внутрішнього користування, яку було використано під час впровадження результатів дослідження (довідка про впровадження № 91-04/1744 від 01.12.2014 р.), приведено класифікацію обраних змінних, які відповідають конкурентоспроможності послуг, продуктів ПАТ "КБ "Хрещатик" за період 2007 – 2013 рр. Використані лише значущі показники конкурентоспроможності банку, відібрані за допомогою процедур канонічного та факторного аналізу.

Класифікація ознак конкурентоспроможності послуг, продуктів та їх доступності ПАТ "КБ "Хрещатик" за рівнями

Показники	Значення показника, що відповідає терму				
	<i>ДН</i>	<i>Н</i>	<i>С</i>	<i>В</i>	<i>ДВ</i>
x_1	[6; 26,1)	[26,1; 46,2)	[46,2; 66,3)	[66,3; 86,4)	[86,4; 106,5]
x_2	[4; 19,6)	[19,6; 35,2)	[35,2; 50,8)	[50,8; 66,4)	[66,4; 82]
x_3	[2; 24,5)	[24,5; 47)	[47; 69,5)	[69,5; 92)	[92; 114,5]
x_4	[2; 23)	[23; 44)	[44; 65)	[65; 86)	[86; 107]
x_6	[1,5; 23,6)	[23,6; 45,7)	[45,7; 67,8)	[67,8; 89,9)	[89,9; 112]
x_7	[4; 23,7)	[23,7; 43,4)	[43,4; 63,1)	[63,1; 82,8)	[82,8; 102,5]
x_8	[2,5; 22,7)	[22,7; 42,9)	[42,9; 63,1)	[63,1; 83,3)	[83,3; 103,5]
x_9	[8; 20)	[20; 32)	[32; 44)	[44; 56)	[56; 68]

У програмі Fuzzy for Excel побудовано функції належності (1.153) – (1.157) для граничних значень кожної ознаки конкурентоспроможності послуг ПАТ "КБ "Хрещатик". На основі результатів описової статистики щодо частоти попадання ознаки в кожен інтервал побудовано частинний узагальнювальний показник X_1 , залежно від рівня істинності правила (див. табл. 1.21).

Фрагмент бази знань щодо визначення рівня конкурентоспроможності послуг, продуктів банку й їх доступності досліджуваного банку відображено в табл. 1.23.

Таблиця 1.23

Фрагмент бази знань для визначення рівня конкурентоспроможності банківських послуг, продуктів та їх доступності X_1 ПАТ "КБ "Хрещатик"

Показники	Рівень істинності (терм)	Показники	Рівень істинності (терм)	Рівень вихідної змінної X_1
x_1	<i>С</i>	x_6	<i>В</i>	<i>В</i>
x_2	<i>С</i>	x_7	<i>С</i>	
x_3	<i>ДВ</i>	x_8	<i>В</i>	
x_4	<i>ДВ</i>	x_9	<i>ДВ</i>	

Класифікацію змінних, які відповідають рівню управління, забезпеченості фінансовими ресурсами, ефективності діяльності ПАТ "КБ "Хрещатик" на кінець 2013 р. на основі результатів застосування інструментів кластерного аналізу наведено в табл. 1.24 – 1.26.

Таблиця 1.24

Класифікація ознак рівня управління ПАТ "КБ "Хрещатик"

Показники	Значення показника, що відповідає терму				
	<i>ДН</i>	<i>Н</i>	<i>С</i>	<i>В</i>	<i>ДВ</i>
x_{10}	[13; 25)	[25; 37)	[37; 49)	[49; 61)	[61; 73]
x_{11}	[4; 24,2)	[24,2; 44,4)	[44,4; 64,6)	[64,6; 84,8)	[84,8; 105]
x_{12}	[11,5; 14,5)	[14,5; 16,25)	[16,25; 17,5)	[17,5; 18,5)	[18,5; 21]
x_{14}	[67; 248,5)	[248,5; 265,5)	[265,5; 347,5)	[347,5; 349)	[349; 601]
x_{15}	[19; 30,3)	[30,3; 41,6)	[41,6; 52,9)	[52,9; 64,2)	[64,2; 75,5]

Таблиця 1.25

Класифікація ознак забезпеченості ПАТ "КБ "Хрещатик" фінансовими ресурсами

Показники	Значення показника, що відповідає терму				
	<i>ДН</i>	<i>Н</i>	<i>С</i>	<i>В</i>	<i>ДВ</i>
x_{17}	[352141; 600826)	[600826; 659103)	[659103; 913021)	[913021; 1189711)	[1189711; 1843180]
x_{18}	[2301930; 6354190)	[6354190; 6949625)	[6949625; 6955260)	[6955260; 8006790)	[8006790; 14458400]
x_{19}	[190555; 1022003)	[1022003; 1024167)	[1024167; 1036986)	[1036986; 1127082)	[1127082; 2493990]

Таблиця 1.26

Класифікація ознак ефективності діяльності ПАТ "КБ "Хрещатик"

Показники	Значення показника, що відповідає терму				
	<i>ДН</i>	<i>Н</i>	<i>С</i>	<i>В</i>	<i>ДВ</i>
1	2	3	4	5	6
x_{22}	[0,21; 0,28)	[0,28; 0,30)	[0,30; 0,84)	[0,84; 0,998)	[0,998; 4,13]
x_{24}	[0,05; 0,06)	[0,11; 0,14)	[0,14; 0,20)	[0,20; 0,27)	[0,27; 0,87]

1	2	3	4	5	6
x_{25}	[-2,72; 0,84)	[0,84; 0,87)	[0,87; 2,15)	[2,15; 2,32)	[2,32; 6,39]
x_{26}	[0; 135849)	[135849; 169966)	[169966; 176512)	[176512; 513673)	[513673; 1343420]
x_{27}	[302057; 1368302)	[1368302; 1711301)	[1711301; 1724719)	[1724719; 3497210)	[3497210; 16009600]
x_{28}	[0,16; 0,6)	[0,6; 0,7)	[0,7; 0,82)	[0,82; 0,98)	[0,98; 4,36]
x_{29}	[-0,02; 0,01)	[0,01; 0,04)	[0,04; 0,08)	[0,08; 0,21)	[0,21; 0,41]
x_{30}	[0,09; 0,40)	[0,40; 0,69)	[0,69; 0,78)	[0,78; 1,40)	[1,40; 2,67]
x_{32}	[0,49; 0,87)	[0,87; 1,25)	[1,25; 1,4)	[1,4; 1,53)	[1,53; 14,27]
x_{34}	[6,31; 10,96)	[10,96; 13,01)	[13,01; 13,02)	[13,02; 14,07)	[14,07; 21,22]

Ознака x_{37} (наявність іноземного капіталу) не розглядається, оскільки має нульове значення для досліджуваного банку.

Фрагменти бази знань щодо визначення рівня конкурентоспроможності наведених вхідних груп містяться в табл. 1.27 та 1.28.

Таблиця 1.27

**Фрагмент бази знань для визначення рівня управління X_2
ПАТ "КБ "Хрещатик"**

Показники	Рівень істинності (терм)	Показники	Рівень істинності (терм)	Рівень вихідної змінної X_2
x_{10}	<i>ДВ</i>	x_{14}	<i>Н</i>	<i>С</i>
x_{11}	<i>С</i>	x_{15}	<i>В</i>	
x_{12}	<i>ДВ</i>			

Показнику x_{17} досліджуваного банку відповідає *В*-терм, показнику x_{18} – *Н*-терм, x_{19} – *ДН*-терм, отже, створений середній рівень вихідної змінної X_3 .

**Фрагмент бази знань для визначення рівня ефективності діяльності X_4
ПАТ "КБ "Хрещатик"**

Показники	Рівень істинності (терм)	Показники	Рівень істинності (терм)	Рівень вихідної змінної X_4
x_{22}	<i>B</i>	x_{28}	ДВ	<i>C</i>
x_{24}	<i>B</i>	x_{29}	<i>B</i>	
x_{25}	<i>H</i>	x_{30}	<i>H</i>	
x_{26}	ДВ	x_{32}	<i>H</i>	
x_{27}	<i>H</i>	x_{34}	<i>C</i>	

Агрегований опис вихідних значень X_1, X_2, X_3, X_4 відображений в табл. 1.29.

Таблиця 1.29

**Значення нечіткого узагальнюючого показника C_b
конкурентоспроможності ПАТ "КБ "Хрещатик"**

					Вихідна змінна
Узагальнені значення груп показників	X_1	X_2	X_3	X_4	C_b
Рівень істинності (терм)	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>C</i>	<i>C</i>	<i>C</i>

Таким чином, конкурентоспроможність ПАТ "КБ "Хрещатик" на кінець 2013 року, обчислена з допомогою нечітких методів, мала середній рівень.

Для порівняння отриманого рівня конкурентоспроможності банку, що досліджується, необхідно розглянути наявні обчислення. Долгих В. М. у роботі [60] провів дослідження відносної технічної, чистої технічної та масштабної ефективності діяльності українських банків за період 2005 – 2012 рр. за допомогою непараметричного підходу DEA (Data Envelopment Analysis) на основі аналізу інформації, яка щоквартально публікується на офіційному сайті Національного банку України [334]. Більшість показників ефективності діяльності банку співпадають з показниками конкурентоспроможності банку. ПАТ "КБ "Хрещатик" у першому кварталі 2013 р. мав середнє значення відносної ефективності, що цілком підтверджує отримане значення узагальнюючого показника

конкурентоспроможності ПАТ "КБ "Хрещатик" у четвертому кварталі 2013 року. Якщо розглянути рейтинг стійкості банків за четвертий квартал 2014р., який публікує фінансовий портал "Мінфін" [343], то ПАТ "КБ "Хрещатик" посідає середню позицію в пропонованій шкалі.

Аналогічні обчислення були проведені для ПАТ "Банк Форум", ПАТКБ "Правекс-банк", ПАТАБ "Південний", ПАТ "Кредитпромбанк".

Дослідження показало, що ПАТ "Банк Форум" має дуже низьку конкурентоспроможність, що підтверджено даними НБУ: банк знаходиться в стані ліквідації [334]. ПАТКБ "Правекс-банк" на початку 2014 року мав середній рівень конкурентоспроможності за проведеними обчисленнями на основі нечітких множин. Розглянувши звіти рейтингових агенцій [344; 363], які визначають конкурентоспроможність банків на основі певних показників, що відповідають складній ознаці "ефективності діяльності банку" [104], можна зробити висновок, що даний банк має середній рівень конкурентоспроможності. Обчислення узагальнювальних показників конкурентоспроможності з використанням нечітких множин для ПАТАБ "Південний" та ПАТ "Кредитпромбанк" показало, що станом на початок 2014 р. дані банки мають низький рівень конкурентоспроможності. Порівнюючи обчислені значення узагальнювальних показників конкурентоспроможності ПАТАБ "Південний" та ПАТ "Кредитпромбанк" з офіційними даними НБУ та зазначених рейтингових агенцій, можна зробити висновок, що результати співпадають.

Таким чином, логіка побудови узагальнювального показника на основі нечітких множин складається з таких етапів:

- 1) визначення складних ознак конкурентоспроможності банку зі сформованого ознакового простору його моделювання;
- 2) визначення лінгвістичних змінних;
- 3) побудова функцій належності;
- 4) формування набору правил і бази знань;
- 5) побудова шкал для чітких і нечітких ознак для оцінювання рівнів значень показників;
- б) застосування правил виведення для формування частинних узагальнювальних показників складних ознак;
- 7) застосування відповідного правила нечіткого виведення й отримання лінгвістичного опису рівня конкурентоспроможності банку.

Отже, в результаті застосування наведених інструментів отримана можливість комплексної діагностики щодо встановлення поточного рівня конкурентоспроможності банку на основі якісних і кількісних ознак. Обґрунтовані

теоретичні висновки щодо можливих напрямів підвищення ефективності управління діяльністю банку на основі розроблення узагальнювального показника конкурентоспроможності банку з використанням теорії нечітких множин мають практичну значущість у прийнятті управлінських рішень щодо подальшого функціонування та розвитку банку.

1.8. Методичний підхід до аналізу конкурентоспроможності банків на основі їх економіко-математичного моделювання

Розробка науково-методологічного підходу до аналізу й оцінювання стану конкурентоспроможності банку дозволить не лише надати кількісну оцінку поточного рівня конкурентного стану, але і визначити економічно обґрунтовану основу для прийняття ефективних управлінських рішень із стратегічних питань, при плануванні інноваційної, технічної і продуктової політики. Проте питання подібних розроблень на сьогодні залишається відкритим. На основі отриманого реального стану та рівня конкурентоспроможності банку, від якості рішень, прийнятих управлінським персоналом значною мірою залежить результат роботи банку.

Застосування описових моделей дозволяє отримати аналітичне забезпечення управління конкурентоспроможності банку. Такі описові моделі в управлінні дозволяють відібрати лише значущі, найбільш впливові показники та подати їх в компактному, згорнутому вигляді. Такі моделі будуються за допомогою інструментів описової статистики та методів багатовимірного статистичного аналізу, а саме: факторного, дискримінантного, канонічного та регресійного аналізів. Однак для врахування факторів невизначеності слід використовувати методи нечіткого регресійного моделювання, оскільки описові моделі не дозволяють отримати схему прямої й оберненої взаємодії між внутрішніми неоднозначними взаємозв'язками показників конкурентоспроможності банку. Неоднозначність зумовлюється похибками округлення досліджуваних показників, які виникають у результаті неповної/неточної інформації, яку публікують банки в своїх звітах, методичними помилками.

Методологічний підхід проведення аналізу конкурентоспроможності банку на основі інструментів економіко-математичного моделювання рекомендовано здійснювати за етапами, наведеними нижче.

Етап 1. Побудувати структурно-логічну схему ознак конкурентоспроможності банку для конкретизації її змістовної сутності [119; 299].

Етап 2. Визначити ознаки конкурентоспроможності банку, їх ієрархію на основі теоретико-логічного аналізу праць відомих фахівців з даної проблеми.

Етап 3. Застосувати інструменти описової статистики з метою визначення: положень значення величин ознак конкурентоспроможності банку; показників розкиду, що характеризують різноманіття значень ознак конкурентоспроможності банку, їх мінливість; показників форми розподілу. Графічними засобами відобразити локалізацію та концентрацію даних, їх закони розподілів. Крім того, інструменти описової статистики дозволяють пояснити та дослідити стан, функціонування та розвиток конкурентоспроможності банку, з одного боку; визначає рівень його конкурентоспроможності за допомогою узагальнювального показника – з іншого.

Етап 4. Уточнити ознаковий простір конкурентоспроможності банку, оскільки коректність економіко-математичної моделі обумовлюється адекватністю ознакового простору. Слід зазначити, що якість концептуальної моделі конкурентоспроможності банку також залежить від адекватного ознакового простору, а саме: від базису ознак, в якому описується об'єкт. Застосування спеціальних математичних методів дозволяє скоротити багатовимірність ознакового простору та визначити латентні ознаки. Це методи канонічного та факторного аналізів.

Етап 5. Відібрати значущі показники. За викладеними рекомендаціями описової статистики [142] з системи показників спочатку слід виключити ті показники, коефіцієнт варіації яких менше 5 %. Дотримуватися вищенаведених рекомендацій використання інструментів канонічного та факторного аналізів.

Етап 6. Застосувати методи нечіткого регресійного аналізу. Оскільки внутрішні та зовнішні показники конкурентоспроможності банку об'єднані неоднозначним складним взаємозв'язком і мають як кількісний, так і якісний характер, то широко застосовувані в економічних дослідженнях методи регресійного аналізу у їх використанні дають неточний результат, оскільки не враховується невизначеність вихідних даних.

Етап 7. Обчислити узагальнювальний показник на основі методів нечіткої логіки. Обчислення поточного рівня конкурентоспроможності банку здійснюється на основі обґрунтованих показників і сформованого набору вирішальних правил, які надають можливість налаштувати модель на конкретні умови та специфіку діяльності досліджуваного банку. Своєчасне й об'єктивне оцінювання поточного рівня конкурентоспроможності банку дозволяє оперативно адаптуватися до мінливих умов ринкової економіки.

Етап 8. Прийняти обґрунтоване управлінське рішення щодо подальшої діяльності банку. Розробити дієву стратегію ефективного функціонування та розвитку.

Проведений комплексний, повномасштабний аналіз якісних і кількісних характеристик конкурентоспроможності банку, виявлення внутрішніх взаємозв'язків, облік невизначеності певних показників, зумовленої властивостями економічних процесів (принципова неможливість точного вибору єдиного оптимального варіанту) й інформаційних процесів (неповнота, неточність наявної інформації про досліджувані показники) дозволили рекомендувати наведений методологічний підхід до побудови та застосування економіко-математичних моделей в управлінні конкурентоспроможністю банку керівникам банків і державним органам з регулювання та нагляду за фінансовими посередниками у процесі організації та діяльності банків.

На основі запропонованого методологічного підходу забезпечується науково-аналітичне обґрунтування як фінансово-економічного аналізу діяльності банку, так і управлінських рішень щодо комплексу дій, які спрямовані на визначення найбільш ефективних рішень, що охоплюють усі сфери діяльності банку. Змістовність запропонованого методичного підходу проведення аналізу конкурентоспроможності банку на основі інструментів економіко-математичного моделювання відображена в табл. 1.30.

Таблиця 1.30

Змістовність методологічного підходу проведення аналізу конкурентоспроможності банку на основі інструментів економіко-математичного моделювання

Назва етапу	Завдання	Вхідні дані	Методи виконання завдання	Результати вирішення
1	2	3	4	5
1. Визначення мети економічного аналізу конкурентоспроможності банку	Об'єктивне оцінювання діяльності банку	Дані офіційної звітності банків, інформаційно-аналітичних бюлетенів, оглядів, звітів вітчизняних і міжнародних рейтингових агенцій	Теоретико-логічний аналіз	Сприяння виконанню планів поліпшення, розвитку й удосконалення діяльності банку, його філій, відділень

1	2	3	4	5
2. Уточнення змістовної сутності конкурентоспроможності банку	Визначення основних характеристик конкурентоспроможності банку, розподіл ознак конкурентоспроможності на метричні та неметричні	Дані офіційної звітності банків, інформаційно-аналітичних бюлетенів, оглядів, провідних рейтингових агенцій, роботи фахівців	Теоретико-логічний аналіз	Отримання кількісних значень для метричних величин і номінальних для — неметричних
3. Формування системи ознак, що описують конкурентоспроможність банку	Визначення складних та елементарних ознак, виявлення впливу факторів зовнішнього середовища	Дані офіційної звітності банків, роботи фахівців	Теоретико-логічний аналіз, графічний метод	Формування структурно-логічної схеми ознак конкурентоспроможності банку
4. Обґрунтування системи показників конкурентоспроможності банку	Групування елементарних ознак в складні та подання їх ієрархічною схемою	Роботи фахівців	Теоретико-логічний аналіз	Обґрунтування системи показників конкурентоспроможності банку
5. Формування ознакового простору для опису конкурентоспроможності банку	Застосування аналітичних інструментів для дослідження тенденцій змін показників	Значення фінансово-економічних показників банків, що досліджувались, за сім останніх років	Інструменти описової статистики	Виявлення тенденції змін значень показників, опис розподілу значень показників протягом семи років
6. Визначення причинно-наслідкових взаємозв'язків показників, що описують конкурентоспроможність банку	Визначення причинно-наслідкових залежностей між складними ознаками конкурентоспроможності банку, скорочення однакового простору, відбір значущих показників	Значення фінансово-економічних показників банків, що досліджувались, за сім останніх років	Канонічний аналіз, факторний аналіз	Визначення причинно-наслідкових залежностей між складними ознаками конкурентоспроможності банку, виявлення латентних ознак, формування значущих ознак конкурентоспроможності банку
7. Визначення впливу факторів на результати діяльності банку в умовах визначеності	Обчислення чітких лінійних регресійних моделей конкурентоспроможності банку	Значення фінансово-економічних показників банків, що досліджувались, за сім останніх років	Чіткий регресійний аналіз	Отримання адекватних та точних моделей конкурентоспроможності банку, відбір найбільш якісної за статистичними параметрами

1	2	3	4	5
8. Визначення впливу факторів на результати діяльності банку в умовах невизначеності	Обчислення нечітких лінійних регресійних моделей конкурентоспроможності банку	Значення фінансово-економічних показників банків, що досліджувались, за сім останніх років, чітка регресійна модель	Нечіткий регресійний аналіз	Порівняння результатів, отриманих за чіткими регресійними моделями та нечіткими
9. Оцінювання рівня конкурентоспроможності банку на основі узагальнювального показника, обчисленого методами нечіткої логіки	Визначення рівня конкурентоспроможності банку на основі нечіткого узагальнювального показника	Значення фінансово-економічних показників банків, що досліджувались, за сім останніх років	Кластерний аналіз, теорія нечітких множин	Отримання значення нечіткого узагальнювального показника конкурентоспроможності банку
10. Аналіз динаміки частинних показників конкурентоспроможності банку та порівняння результатів з банками-конкурентами	Узагальнення результатів аналізу	Значення фінансово-економічних показників банків, що досліджувались, за сім останніх років	Теоретико-логічний аналіз, графічний метод	Отримання наукового підґрунтя для прийняття управлінського рішення
11. Розробка управлінського рішення щодо рівня конкурентоспроможності банку	Підготовка проектів ефективних управлінських рішень	Чіткі регресійні моделі, нечіткі регресійні моделі, рівень конкурентоспроможності банку	Логічний, комплексний підхід	Формування ефективних управлінських рішень, їх упровадження в діяльність банку

Висновки

Таким чином, сформований методологічний підхід удосконалює аналітичну основу у формуванні управлінського рішення щодо визначення стану, зміни рівня та розвитку конкурентоспроможності вітчизняних банків.

Розділ 2. Статистичні інструменти моніторингу фінансової діяльності підприємства

Моніторинг фінансової діяльності підприємства є важливою складовою стратегічного аналізу діяльності підприємства у цілому. Загальноприйнятим показником фінансової діяльності підприємства є комплексний показник рівня його фінансового стану. Тому моніторинг фінансової діяльності підприємства здійснюється, як правило, за допомогою оцінювання рівня фінансового стану в певних періодах. Застосування моніторингу фінансової діяльності в стратегічному аналізі підприємства примушує не тільки оцінювати рівень фінансового стану у поточному періоді, але й здійснювати прогнозування оцінки рівня фінансового стану на наступний період з урахуванням попередніх періодів. Це означає, що оцінювання рівня фінансового стану підприємства повинно проводитися багаторазово. З урахуванням цього найбільш поширений метод оцінювання рівня фінансового стану підприємства, а саме експертний метод, є не зовсім прийнятним, по-перше, завдяки значній вартості, а по-друге, завдяки значній дисперсії оцінок з позиції різних експертів, що, у свою чергу, призводить до значної помилки прогнозування.

Крім евристичного експертного методу, досить широко використовують також економіко-математичні методи оцінювання рівня фінансового стану підприємства, які засновані на використанні певних математичних, в основному лінійних, моделей комплексної оцінки рівня фінансового стану.

Однак застосування модельного наближення оцінки рівня фінансового стану має власні серйозні недоліки. Насамперед слід зазначити, що визначенню вагових коефіцієнтів відомих моделей, як правило, передують проведення потужних статистичних спостережень у певному регіоні певної країни. Якщо застосовувати цю модель в іншому регіоні, в іншій країні або в інший період, то не можна бути впевненими у тому, що ця модель адекватно відображає економічну ситуацію, яка досліджується. Якщо використовувати модель з критеріальним рівнем, складові якої є відношенням відносних або безпосередніх економічних показників до їх загальноприйнятих нормативних значень, то така модель також може не відображувати досліджувану економічну ситуацію, оскільки нормативні значення економічних показників, використані в даній моделі, можуть значно відрізнятися від загальноприйнятих значень. Тобто для використання економіко-математичної моделі, створеної за статистичними даними іншого регіону, треба мати якийсь критерій перевірки достовірності моделі.

У даному дослідженні пропонується метод оцінювання рівня фінансового стану підприємства, який дозволяє позбавитися зазначених недоліків як експертного методу, так і методу економіко-математичного моделювання. Насамперед, пропонується використання найпростішого варіанту експертного оцінювання рівня фінансового стану підприємства за допомогою вертикального аналізу тільки двох груп відносних фінансових показників, а саме: групи ліквідності та групи рентабельності.

Ясно, що консолідована оцінка рівня фінансового стану тільки за двома цими групами показників може не відповідати абсолютному значенню оцінки у генеральній сукупності, однак ясно також, що така оцінка буде пропорційною оцінці у генеральній сукупності. Це означає, що отримана таким чином вибіркова оцінка за декілька послідовних періодів буде значно корелювати зі змінами оцінки у генеральній сукупності. Саме це теоретичне положення використовується у даному дослідженні для створення критерію адекватності будь-якої економіко-математичної моделі реальної економічної ситуації. Тобто, якщо оцінка рівня фінансового стану досліджуваного підприємства за декілька періодів, яка отримана за допомогою певної моделі, значно корелює з оцінкою, яка отримана експертним методом, то це означає, що модель досить адекватно оцінює рівень фінансового стану генеральної сукупності.

Із загально-статистичної точки зору ясно, що перевірка адекватності моделі на одному підприємстві не має необхідної робастності. Крім того, оцінка рівня фінансового стану досліджуваного підприємства повинна враховувати вплив конкурентів, оскільки поняття успішної фінансової діяльності є суто відносним і формується в результаті аналізу ринкової діяльності підприємства.

Виходячи з цього, у даному дослідженні пропонується перевірка адекватності моделі за допомогою статистичного обстеження невеликої базової групи підприємств однієї галузі виробництва одного регіону певної країни. У базовій групі повинні бути представлені підприємства різного рівня пропорційно їх кількості в генеральній сукупності. Тобто базова група підприємств повинна бути репрезентативною.

Для перевірки конкретної моделі на адекватність необхідно оцінити рівень фінансового стану кожного підприємства базової групи експертним методом за декілька періодів. Після цього слід розрахувати ті ж самі оцінки за допомогою вибраної моделі та підрахувати коефіцієнт кореляції між значеннями експертних оцінок і тих, які були отримані за допомогою даної моделі. Якщо коефіцієнт кореляції між ними високий, то можна вважати модель адекватною на певному рівні довіри.

Слід зазначити, що в даному дослідженні використовувалися моделі з критеріальним рівнем, які мають свою специфіку.

Напрямок дослідження: стратегічний аналіз фінансових показників діяльності підприємства.

Об'єкт дослідження: оцінка рівня фінансового стану підприємства.

Ціль дослідження: підвищення точності прогнозування оцінки рівня фінансового стану підприємства з урахуванням конкурентного середовища; підвищення достовірності та мобільності моніторингу фінансової діяльності підприємства одночасно зі зниженням вартості його проведення.

Методика дослідження: синтез економіко-математичних та економічних методів оцінювання та прогнозування фінансового стану та фінансової стійкості підприємства.

Нижче наведені специфічні терміни, які застосовуються у даному дослідженні:

Базова група підприємств – репрезентативна група підприємств певної галузі виробництва конкретного регіону, яка містить основні типи підприємств і представляє генеральну сукупність підприємств даної галузі виробництва даного регіону в статистичному сенсі.

Досліджуване підприємство – підприємство тієї ж галузі і того ж регіону, що і базова група, але яке не входить у цю базову групу.

Система фінансових показників – група відносних фінансових показників, яка в сукупності достовірно описує фінансовий стан підприємства.

Оцінка фінансового стану підприємства – якісна оцінка фінансового стану підприємства згідно з певною якісною шкалою.

Оцінка рівня фінансового стану підприємства – кількісна неперервна комплексна оцінка рівня фінансового стану підприємства згідно з певною кількісною шкалою.

Модель комплексної оцінки рівня фінансового стану підприємства – математична модель, яка дозволяє розрахувати комплексну оцінку рівня фінансового стану підприємства.

Базова система показників моделі – сукупність відносних фінансових показників, за значеннями яких обчислюються комплексні оцінки рівня фінансового стану підприємств.

Параметри моделі – коефіцієнти, які входять у модель і визначаються або на евристичному, або на статистичному рівні.

Панельні дані – значення показників групи підприємств за декілька періодів.

Гістограма – емпіричний закон розподілу вибірки (за панельними даними).

Процентильний довірчий інтервал – довірчий інтервал, побудований непараметричним методом за допомогою процентилів.

Тренд – згладжена крива лінія випадкових змін значень показника або значень бальних оцінок рівня фінансового стану у часі.

2.1. Проблеми стратегічного аналізу фінансових показників діяльності підприємства

2.1.1. Стратегічний аналіз фінансових показників як складова стратегічного економічного аналізу діяльності підприємства

Стратегічний аналіз фінансових показників є складовою стратегічного економічного аналізу діяльності підприємства взагалі і примикає до нього з того боку, який висвітлюється в означенні Мніха Є., який вважає, що стратегічний економічний аналіз – це дослідження економічної системи за параметрами, які визначають її майбутній стан [162, с.40, 41]. Тобто стратегічний аналіз спирається на оцінку рівня фінансового стану підприємства у поточному та попередніх періодах і використовує прогностні значення цих показників для побудови стратегії розвитку підприємства у майбутньому.

Спираючись на різноманітні літературні джерела і на те, що будь-яке підприємство функціонує в конкурентному середовищі інших підприємств, а оцінка рівня його фінансового стану повинна складатися відносно рівнів фінансового стану підприємств-конкурентів, можна дати таке визначення рівня фінансового стану підприємства.

Означення: *рівень фінансового стану підприємства є не що інше, як неперервний аналог рейтингу підприємства відносно інших підприємств певної галузі виробництва певного регіону в аспекті фінансової діяльності.*

Аналогічне означення можна надати й для будь-якого показника діяльності підприємства, наприклад, його виробничого потенціалу тощо.

Підґрунтя такого означення висвітлюється таким прикладом. Умовно, що група українських експертів оцінює рівень фінансової діяльності заводу "ХТЗ" галузі важкого машинобудування Харківського регіону за 10-бальною шкалою з результатом 9 балів. Припустимо також, що водночас група японських експертів також оцінює рівень фінансової діяльності одного з заводів концерну "Міцубісі" і також видає результат 9 балів. Ясно, що хоча оцінки й однакові, рівень фінансової діяльності значно різниться. Це трапляється тому, що ментальне

оцінювання рівня фінансового стану підприємства групою експертів спирається на їх власне знання існуючих прикладів функціонування підприємств.

Приведене вище означення рівня фінансового стану підприємства вимагає, що для його визначення на формальному рівні необхідно знати статистичні властивості фінансових показників генеральної сукупності підприємств, до якої входить досліджуване підприємство. Це означає, що стратегічний аналіз фінансових показників будь-якого підприємства повинен спиратися не тільки на фінансовий аналіз його діяльності, але й на статистичні властивості фінансових показників підприємств-конкурентів та інших, схожих за структурою підприємств.

Оцінка рівня фінансового стану підприємства визначається або евристичним, наприклад, експертним методом, або методом економіко-математичного моделювання, який спирається на широкомасштабні статистичні дослідження підприємств певної галузі виробництва, які складають генеральну сукупність.

Оцінку рівня фінансового стану та її прогнозування використовують у побудові стратегії розвитку підприємства. На сучасному етапі розвитку ринкової економіки для побудови стратегії розвитку підприємства існує нагальна потреба в обробці потужних масивів фінансової та статистичної звітності для прийняття адекватних фінансових рішень, що потребує застосування сучасних комп'ютерних та інформаційних технологій у фінансовому менеджменті.

Такий комплексний підхід до побудови стратегії розвитку підприємства коштує недешево, проте він не дасть бажаного результату, якщо його складові (такі, наприклад, як оцінювання рівня фінансового стану та його прогнозування) будуть проведені некоректно.

Якщо оцінювання рівня фінансового стану проводиться експертним методом, який практично відповідає дійсності, то потреба в статистичному обстеженні генеральної сукупності відпадає, що суттєво зменшує грошові витрати. Але при цьому виникають дві проблеми:

1) на сьогодні нема єдиного підходу, який би зміг адекватно оцінити якість експертних оцінок, що традиційно застосовуються у вирішенні складних завдань прийняття рішень, зокрема фінансових;

2) ментальний спосіб побудови числової оцінки рівня фінансового стану у колективному експертному методі дає дуже великий розкид значень оцінок різних експертів.

Якщо оцінювання рівня фінансового стану проводиться методом економіко-математичного моделювання, виникають інші проблеми, а саме – визначення вагових коефіцієнтів моделі, а також нормативних значень тих фінансових показників, які складають базову групу моделі.

Таким чином, домінантною проблемою стратегічного аналізу фінансових показників діяльності підприємства є обґрунтування достовірності оцінки фінансового стану підприємства [4], що й визначає мету стратегічного аналізу фінансових показників діяльності підприємства.

2.1.2. Мета стратегічного аналізу фінансових показників діяльності підприємства

Метою стратегічного аналізу фінансових показників діяльності підприємства є оцінювання рівня фінансового стану підприємства та його стійкості на основі даних фінансової звітності у поточному та попередніх періодах та її прогнозування на наступний період.

Слід звернути увагу на те, що мета стратегічного аналізу фінансових показників діяльності підприємства пов'язана саме з визначенням рівня фінансового стану та його прогнозуванням, а не з якісною оцінкою типу "стабільний" або "не стабільний". Справа у тому, що якісні оцінки мають дуже велику невизначеність, що не дає можливості коректно відслідкувати динаміку оцінок та отримати достатньо достовірний прогноз їх значень на майбутній період часу.

2.1.3. Проблеми оцінювання рівня фінансового стану підприємства експертним і формальним методами

Основною проблемою на шляху досягнення цієї мети є важкість отримання достовірної оцінки рівня фінансового стану підприємства та його стійкості на основі даних фінансової звітності.

Оцінка рівня фінансового стану підприємства визначається на практиці, як правило, експертним (тобто евристичним) методом після вивчення експертами досить великої кількості значень фінансових показників за поточний період, а також за декілька попередніх періодів.

Евристичний аналіз значень великої кількості фінансових показників за декілька періодів дозволяє досить коректно визначити тільки якісний рівень фінансового стану за шкалою: "стабільний", "нестабільний" та "кризовий", якщо не враховувати вплив фінансової стійкості на оцінку рівня фінансового стану.

Проте, консолідована числова оцінка рівня фінансового стану підприємства різними експертами має дуже велику дисперсію. Це призводить до значної помилки такої оцінки, що не дозволяє вважати таку оцінку коректною.

Значна помилка числової оцінки рівня фінансового стану підприємства евристичним методом може призвести до некоректності оцінки рівня фінансової

стійкості не тільки на числовому, але й на якісному рівні за рахунок помилкової зміни тенденції часової поведінки рівня фінансового стану.

Проблема неточності оцінки рівня фінансового стану підприємства евристичним методом набирає особливого значення в трансформаційний період розвитку економіки країни, який характеризується значними змінами зовнішніх і внутрішніх економічних умов, що додає помилки до прогностичних значень оцінки рівня фінансового стану, яка не може бути зменшена в принципі.

Що стосується економіко-математичних методів моделювання оцінки рівня фінансового стану підприємства, то вони мають дати більш точний результат, ніж евристичні методи. Це, однак, не завжди відбувається на практиці. Справа в тому, що коректному застосуванню економіко-математичних моделей комплексної оцінки рівня фінансового стану підприємства заважають певні проблеми, які не завжди можуть бути вирішеними.

По-перше, для коректного порівняння фінансового стану різних підприємств модель повинна мати критеріальний рівень, пов'язаний з економічним поняттям *нормативно-стабільного фінансового стану*. Тобто такого фінансового стану, коли основні фінансові показники знаходяться у межах їх нормативних значень для досліджуваної галузі виробництва певного регіону. Слід зауважити, що далеко не всі відомі моделі комплексної оцінки рівня фінансового стану підприємства мають необхідний критеріальний рівень.

По-друге, економіко-математичні моделі комплексної оцінки рівня фінансового стану підприємства з критеріальним рівнем складаються таким чином, що їх складові містять відношення фінансових коефіцієнтів до їх мінімальних нормативних значень. У такому випадку критеріальний рівень дорівнює одиниці, що дозволяє оцінити рівень фінансового стану підприємства як нормативно-стабільний, якщо його оцінка перевищує одиницю. Однак достовірність модельної оцінки з правильно визначеними ваговими коефіцієнтами суттєво залежить від того, наскільки близькі загальноприйняті мінімальні нормативні значення до тих, які насправді існують у досліджуваній галузі виробництва певного регіону і які можна називати *локальними нормативними значеннями*.

Тобто без знання локальних нормативних значень економіко-математична модель комплексної оцінки рівня фінансового стану підприємства з критеріальним рівнем може дати достовірну оцінку тільки випадково.

По-третє, вагові коефіцієнти економіко-математичної моделі можуть не відповідати статистичним характеристикам генеральної сукупності. Це відбувається практично завжди, оскільки вагові коефіцієнти визначають або евристично або як результат широкомасштабних статистичних досліджень; в іншій

галузі виробництва або в іншому регіоні, а можливо, і в іншій країні. З цього однозначно випливає, що вагові коефіцієнти економіко-математичної моделі можуть відповідати статистичним характеристикам генеральної сукупності тільки випадково, і розраховувати на це не можна.

Таким чином, достовірно визначити оцінку рівня фінансового стану підприємства неможливо ні евристичним методом на базі фінансового аналізу відповідних показників, ні економіко-математичним методом моделювання комплексної оцінки рівня фінансового стану підприємства на базі дослідження статистичних властивостей генеральної сукупності підприємств розглянутої галузі виробництва.

Єдиним розв'язанням цієї проблеми є зменшення помилки оцінки рівня фінансового стану підприємства за рахунок підвищення достовірності такої оцінки за допомогою використання як евристичних методів оцінювання рівня фінансового стану підприємства, так і економіко-математичних методів моделювання комплексної оцінки рівня його фінансового стану.

2.1.4. Оцінювання фінансового стану експертним методом

Для того щоб коректно провести стратегічний аналіз фінансових показників необхідно насамперед оцінити рівень фінансового стану в консолідованому числовому вигляді.

Оцінювання рівня фінансового стану підприємства в кожному періоді у числовому вигляді можна здійснити багатьма способами, але обмежимося експертним методом.

Оцінювання рівня фінансового стану кожного підприємства у кожному періоді слід проводити за такою методикою.

За допомогою вертикального аналізу за даними значень відносних фінансових показників можна оцінити фінансовий стан підприємств базової групи за 10-бальною системою за кожний рік. Експертом при цьому є сам дослідник. Він повинен присвоїти бал (від 1 до 10) кожному підприємству за кожен період. У результаті, він отримає п'ять бальних оцінок для кожного з підприємства базової групи.

Для здійснення експертного оцінювання рівня фінансового стану слід використати вертикальний аналіз відносних фінансових показників. Як правило, їх значно більше, ніж у системі показників, на базі якої проводяться модельні розрахунки економіко-математичними методами, що дозволяє полегшити оцінювання рівня фінансового стану евристичним методом.

У процесі оцінювання рівня фінансового стану бальним методом слід порівнювати показники підприємства з існуючими нормативними значеннями для тих показників, для котрих вони визначені, незважаючи на те, що декотрі з них можуть бути неадекватні в конкретному дослідженні.

Визначитись з проблемою оцінювання фінансового стану підприємства за кожний період спостереження може допомогти порівняння показників з їх середнім значенням у базовій групі. Це, по суті, є порівняння зі середнім підприємством досліджуваної галузі виробництва розглянутого регіону у певний період.

Проводячи експертний аналіз, слід також порівнювати показники оцінюваного підприємства з максимальним і мінімальним значеннями показника за групою підприємств за декілька періодів. Тобто це є порівняння з гіпотетичним найкращим і найгіршим підприємствами базової групи.

Порівняння зі середнім, а також з найгіршим і найкращим підприємствами базової групи є, по суті, математизованою методикою евристичного експертного оцінювання.

Будь-який експерт також використовує те саме порівняння, але без знання фінансових показників найгіршого, середнього та найкращого підприємств, базуючись тільки на власному уявленні про ці величини. Тобто вибіркоче обстеження генеральної сукупності підприємств досліджуваної галузі виробництва дозволяє отримати оцінки рівня фінансового стану з високою достовірністю без залучення висококваліфікованих експертів. Проте залишається проблема адекватності оцінок як для чисто ментального, так і для експертного оцінювання за допомогою статистичних даних базової групи підприємств, яка за своєю сутністю є конкурентним середовищем.

Припустимо, що розглядається п'ять періодів економічного розвитку (взагалі, це може бути від п'яти до десяти періодів, якщо досліджується економіка нестабільного розвитку). Для кожного підприємства базової групи необхідно отримати часовий ряд значень експертних оцінок. Уся базова група підприємств дає можливість отримати багатовимірний часовий ряд експертних оцінок. Після проведення експертного оцінювання всіх підприємств базової групи у всіх періодах необхідно вирішити, в яких періодах фінансовий стан можна вважати стабільним, оскільки однією з найважливіших градацій фінансового стану є фінансова стабільність.

У сучасній економічній літературі не існує єдиного підходу до трактування поняття "фінансова стабільність". Часто в наукових працях це поняття розглядається в узькому сенсі – як один з показників фінансового стану

підприємства, який характеризує "стан активів або пасивів, що гарантує постійну платоспроможність", або "такий стан підприємства, коли обсяг його майна (активів) достатній для погашення зобов'язань, тобто підприємство є платоспроможним", або "стан і структуру активів організації, їх забезпеченість джерелами" [4; 133; 162].

Із-за певної невизначеності проблеми дослідник повинен самостійно вирішити, чи можна вважати фінансовий стан підприємства в певному періоді стабільним з урахуванням особливостей економіки досліджуваного регіону. Слід зауважити, що фінансова стабільність характеризується певними значеннями таких показників, як: коефіцієнт фінансової незалежності (більше 0,5), коефіцієнт фінансової стабільності (у межах 0,7 – 0,75), коефіцієнт фінансування (більше 1), коефіцієнт фінансової залежності (менше 1), коефіцієнт поточної ліквідності (більше 1) і достатньо висока рентабельність активів.

2.1.5. Методика проведення експертного аналізу

У цьому дослідженні використана така схема проведення експертного аналізу:

1) для кожного підприємства базової групи проводиться оцінювання рівня фінансового стану експертним методом за **десятибальною шкалою** за допомогою фінансових показників;

2) визначення критичного значення оцінки рівня фінансового стану для підприємства зі стабільним фінансовим станом.

Слід зазначити, що для виконання другого пункту необхідно визначити експертним методом критичне значення оцінки рівня фінансового стану, тобто визначити той бал (5, 6, 7, або 8, наприклад), який би визначив фінансовий стан підприємства як *стабільний*, якщо бальна оцінка його фінансового стану більша за критичне значення. Для цього слід скористатися вертикальним економічним аналізом, а також *бальними оцінками* рівня фінансового стану для кожного періоду.

Для визначення критичного значення критерію стабільності фінансового стану (ФС) підприємства слід використати метод підстановок за такою методикою. Оскільки бали за кожний період вже присвоєні, то вибравши, наприклад, що критичне значення критерію дорівнює 5, необхідно переконатися, що у всіх підприємств, фінансовий стан яких можна вважати стабільним з точки зору економічного аналізу, бальна оцінка у всіх періодах більша п'яти, а у тих підприємств, фінансовий стан, яких не можна вважати стабільним, з тієї ж точки зору, бальна оцінка у всіх періодах менша п'яти.

Може статися, що значення 5 цим умовам не відповідає. Тоді слід вибрати значення 6 у якості критичного значення критерію і знов провести перевірку вищезначених умов і т.д. Такий метод пошуку критичного значення критерію в математиці називається *методом підстановок*.

Визначення стабільного ФС в одному періоді необхідно виконати таким чином. Якщо бальна оцінка фінансового стану підприємства в деякому періоді більша за критичне значення (яке визначено за всіма підприємствами базової групи по всіх періодах), або дорівнює йому, то фінансовий стан в даному періоді слід вважати стабільним.

2.2. Методика підвищення точності оцінки фінансового стану підприємства за рахунок синтезу експертного та формального методів

2.2.1. Синтез експертного та формального методів оцінювання рівня фінансового стану підприємства

З урахуванням того, що *стратегія є загальним планом будь-якої діяльності у великому проміжку часу у майбутньому, та беручи до уваги результати діяльності в попередні періоди*, можна означити сутність проблеми стратегічного аналізу фінансових показників діяльності підприємства.

Означення. *Сутність стратегічного аналізу фінансових показників діяльності підприємства полягає у визначенні оцінки рівня фінансового стану підприємства та його стійкості за даними фінансової звітності у поточному та попередніх періодах, у побудові часового тренду для таких оцінок та їх прогнозуванні на наступний період.*

З позиції загального системного аналізу визначення рівня фінансового стану окремого підприємства пов'язане з порівнянням його фінансового стану з фінансовим станом інших підприємств тієї ж галузі того ж регіону. Тому має сенс таке твердження: рівень фінансового стану підприємства є не що інше, як неперервний аналог рейтингу підприємства, який враховує порівняння зі всіма підприємствами однієї галузі одного регіону, які трактуються як *генеральна сукупність підприємств*.

Таке означення рівня фінансового стану підприємства пов'язано з тим, що немає жодних підстав для адекватної абсолютної оцінки фінансового стану будь-якого підприємства, яка не була б прив'язана до порівняння з іншими підприємствами.

Відомо, що намагання знайти абсолютну оцінку фінансового стану підприємства реалізується в експертному методі, який, у неявному вигляді, все ж таки використовує порівняння з іншими підприємствами, проте у ментальному вигляді. Тому цей метод дозволяє дати оцінку, хоча й не повністю адекватну, але з високим рівнем достовірності.

Незважаючи на принципову можливість досягти значної достовірності, експертні методи оцінювання рівня фінансового стану підприємства мають певні недоліки:

1) не можна адекватно оцінити якість експертних оцінок, що традиційно застосовуються у вирішенні складних завдань з прийняття рішень, зокрема фінансових;

2) оцінки мають дуже велику дисперсію за рахунок великого розкиду оцінок кожного експерта експертної групи, що пов'язано з намаганням кожного експерта порівняти тільки на евристичному рівні фінансовий стан досліджуваного підприємства з генеральної сукупності підприємств певної галузі виробництва;

3) для кожного досліджуваного підприємства необхідно заново проводити досить дороге експертне обстеження.

Перший недолік не дозволяє оцінити систематичну помилку прогнозування.

Другий недолік експертного методу не дозволяє оцінити випадкову помилку оцінки, що, в свою чергу, не дозволяє коректно дослідити динаміку оцінки рівня фінансового стану підприємства та зробити досить достовірний прогноз оцінки на наступний період.

Третій недолік хоча і не є принциповим, але суттєво заважає своєчасному моніторингу фінансового стану підприємства.

З іншого боку, суто математичні методи визначення оцінки рівня фінансового стану окремого підприємства засновані на дослідженні статистичних характеристик генеральної сукупності підприємств, до якої належить окреме досліджуване підприємство. Статистичні характеристики генеральної сукупності визначають як структуру економіко-математичної моделі, яка використовується для розрахунку неперервної консолідованої комплексної оцінки рівня фінансового стану досліджуваного підприємства, так і параметри даної моделі.

Вище були сформульовані загальні проблеми економіко-математичного методу моделювання комплексної оцінки рівня фінансового стану підприємства. Доцільно розглянути основні проблеми методу більш детально.

Першою проблемою є необхідність використання моделей з критеріальним рівнем, якій відповідає нормативно-стабільному фінансовому стану підприємства.

Другою проблемою є необхідність визначення нормативних значень тих показників, які складають базову групу моделі для конкретних економічних умов.

Третьою проблемою є визначення адекватних вагових коефіцієнтів для генеральної сукупності, в яку входить досліджуване підприємство.

Наявність у моделі критеріального рівня є наслідком використання замість фінансових показників їх відношень до відповідних мінімальних нормативних значень або до локальних нормативних значень, які відповідають нормативно-стабільному фінансовому стану підприємств досліджуваної галузі виробництва певного регіону. Таких моделей не дуже багато. Найбільш відомими є моделі Сайфуліна – Кадикова та Ковальова – Волкової.

Такі моделі є лінійними з ваговими коефіцієнтами, які повинні визначатися за результатами статистичного обстеження генеральної сукупності, що дорого коштує та займає багато часу. Слід, однак, підкреслити, що навіть статистичне обстеження генеральної сукупності не дає можливості отримати достовірну модель, якщо її складові є відношеннями значень фінансових показників до їх нормативних значень, які можуть не відповідати конкретним економічним умовам. Неправильні нормативні значення призведуть до непередбачуваного зміщення критеріального рівня, що, в свою чергу, дасть неправильну оцінку нормативно-стабільного фінансового стану підприємства.

Таким чином, достовірну оцінку рівня фінансового стану підприємства не можливо знайти ні евристичним, ні економіко-математичним методом, якщо застосовувати їх окремо. Виходом з цієї ситуації є *синтез* обох методів.

Об'єднання методів економічного аналізу зі статистичними методами порівняння значень фінансових показників досліджуваного підприємства та показників базової групи підприємств дозволяє: взаємно співвіднести результати дослідження фінансового стану та фінансової стабільності обома методами; порівняти фінансові показники досліджуваного підприємства з відповідно вибраною базовою групою підприємств тієї ж галузі виробництва того ж регіону; визначити консолідовану комплексну оцінку рівня фінансового стану та дослідити його динаміку з метою його прогнозування та визначення стійкості фінансового стану.

Консолідована комплексна оцінка рівня фінансового стану в даному дослідженні буде отримана за допомогою найбільш поширених в Україні

формальних моделей оцінювання рівня фінансового стану, які містять нормативні значення показників. В якості нормативних значень будуть використані емпіричні локальні нормативні значення, знайдені в результаті дослідження базової групи підприємств.

Запропонована в даному дослідженні методика синтезу економічних і економіко-математичних методів оцінювання фінансового стану підприємства дозволяє зменшити дисперсію оцінки, тобто її помилку, за рахунок використання як евристичних методів порівняння фінансових показників досліджуваного підприємства з показниками генеральної сукупності підприємств, так і статистичних методів, заснованих на моделюванні комплексної оцінки рівня фінансового стану.

Зменшення дисперсії оцінки рівня фінансового стану підприємства досягається шляхом:

1) використання *знайдених евристичним методом* локальних нормативних значень тих фінансових показників, які складають базову систему показників моделі;

2) пошуку тієї моделі, комплексна оцінка якої має узгоджену динаміку з *часовими змінами евристичних оцінок* рівня фінансового стану підприємства.

Водночас узгодженість часових змін *евристичних і формальних* оцінок дозволяє визначити адекватну модель комплексної оцінки рівня фінансового стану. Отже, використання в моделі локальних нормативних значень замість загальних нормативних значень дозволяє отримати більш достовірну оцінку з меншою дисперсією, оскільки в неї не міститься довільна помилка кожного експерта.

Слід зауважити, що *саме експертне оцінювання дозволяє знайти локальні нормативні значення за допомогою визначення групи успішних підприємств.*

Знання локальних нормативних значень дозволяють побудувати моделі комплексної оцінки рівня фінансового стану, які пристосовані до конкретних економічних умов, що, в принципі, підвищує достовірність комплексної оцінки.

Узгодженість часових змін експертних (евристичних) оцінок рівня фінансового стану з формальними модельними комплексними оцінками дозволяє знайти модель, найбільш пристосовану до конкретних економічних умов.

Неперервна консолідована оцінка рівня фінансового стану підприємства такої моделі є адекватною конкретним економічним умовам і має дисперсію, яка не містить тієї частини мінливості, яка пов'язана з експертним оцінюванням, тобто має найменшу можливу дисперсію, яка визначається тільки мінливістю реальних економічних процесів.

Таким чином:

1) синтез економічних та економіко-математичних методів дозволяє зменшити значущість першого недоліку експертного методу;

2) запропонована методика дозволяє провести статистичне обстеження генеральної сукупності підприємств тільки один раз на невеликій базовій групі підприємств. Після цього дослідження рівня фінансового стану будь-якого підприємства генеральної сукупності проводиться практично без додаткових витрат. Отже, усуваються другий та третій недоліки експертного методу, що дозволяє проводити своєчасний моніторинг фінансового стану підприємства.

2.2.2. Визначення групи успішних підприємств

Для коректного використання моделей з критеріальним рівнем необхідно перш за все визначити локальні нормативні значення, які пропонується визначати за групою успішних підприємств.

У моделях Сайфуліна – Кадикова та Ковальова – Волкової вагові коефіцієнти знайдені евристичним методом. Існує багато інших моделей, де вагові коефіцієнти визначають за результатами статистичного обстеження підприємств генеральної сукупності; водночас ймовірність достовірної оцінки за цими моделями може бути нижча, ніж для згаданих моделей.

Справа у тому, що застосоване у цих моделях евристичне визначення вагових коефіцієнтів проводилося висококваліфікованими експертами з урахуванням загальної множини існуючих в країні підприємств, хоча й на ментальному рівні. Такий підхід дає непоганий результат з урахуванням того, що така модель будується для будь-якої галузі виробництва.

Водночас, вагові коефіцієнти в інших моделях, які розраховані за результатами статистичного обстеження досить великої кількості підприємств, як правило одного регіону конкретної галузі виробництва, можуть дати модель, яка більш достовірно оцінює рівень фінансового стану підприємства конкретної генеральної сукупності цього самого регіону. Проте така модель має невелику достовірність, якщо вона застосовується в іншому регіоні. Якщо така модель містить відношення показників до їх нормативних значень, то достовірність моделі збільшується, якщо загальноприйняті в літературі мінімальні нормативні значення відповідних фінансових показників відповідають економічним умовам даного регіону.

Дана умова, як правило, ніколи не виконується. У цьому разі статистичний метод визначення вагових коефіцієнтів дає модель, яка гарно працює тільки в досліджуваній галузі виробництва і тільки в досліджуваному регіоні, незважаючи на те, що мінімальні нормативні значення відповідних фінансових

показників можуть і не відповідати економічним умовам даного регіону. Це відбувається через те, що навіть за неправильних мінімальних нормативних значень статистичний метод дасть правильний відносний результат за рахунок вагових коефіцієнтів. Але цей результат буде тільки відносно правильним, оскільки неправильні мінімальні нормативні значення приводять до зміщення критеріального рівня. *Комплексна оцінка, яка дорівнює одиниці, вже не буде відповідати межі нормативно-стабільного і нестабільного фінансового стану підприємства.*

Якщо таку модель використати в іншому регіоні або в іншій галузі виробництва, де мінімальні нормативні значення відрізняються від того регіону і тієї галузі виробництва, де проводилося статистичне обстеження, то модель може дати непередбачуваний результат за рахунок того, що змінюються статистичні властивості генеральної сукупності підприємств, що призведе до інших вагових коефіцієнтів моделі.

Таким чином для того щоб економіко-математична модель з критеріальним рівнем оцінки фінансового стану підприємства могла дати достовірну оцінку, необхідно знати нормативні значення тих показників, з яких складається модель, і визначити вагові коефіцієнти моделі за допомогою досить складних і достатньо коштовних статистичних досліджень підприємств, які репрезентативним чином відображують генеральну сукупність.

З іншого боку, експертний метод дозволяє достатньо достовірно оцінити рівень фінансового стану окремого підприємства за відносною числовою шкалою без статистичного обстеження генеральної сукупності, в яку входить досліджуване підприємство, оскільки експерти виконують порівняння фінансових показників досліджуваного підприємства з відповідними показниками генеральної сукупності на ментальному рівні.

Звісно, таке порівняння експерти роблять набагато скоріше, ніж статистичне, але кожен експерт припускається непередбачуваної помилки оцінювання, якщо оцінка відображується на числовій шкалі. Оскільки оцінювання рівня фінансового стану здійснює, як правило, група експертів, а результативна оцінка є середньою величиною окремих оцінок, то експертне оцінювання дає дуже велику дисперсію, яка зумовлює велику помилку експертної оцінки. Крім того, експертне оцінювання може дати непередбачувану систематичну помилку за рахунок недостатньої якості самих експертних оцінок.

Для підвищення достовірності оцінки має сенс об'єднання евристичного експертного методу оцінювання рівня фінансового стану з економіко-математичним методом моделювання його оцінки, якщо в результаті можна отримати більш достовірну модель з правильними нормативними значеннями та ваговими

коефіцієнтами. Така модель дозволила б достатньо достовірно оцінити рівень фінансового стану будь-якого підприємства з певної генеральної сукупності без коштовних статистичних досліджень.

Як було сказано вище, в даному курсі пропонується знаходження локальних нормативних значень фінансових показників (тобто таких, які відповідають конкретним економічним умовам) за допомогою визначення групи успішних підприємств, які можна виділити з базової групи, яка достатньо достовірно відображає статистичні характеристики генеральної сукупності. Цей процес доцільно здійснювати з урахуванням роботи академіка Шабалісти Л. М. [245].

Як відомо з работ академіка Шабалісти Л. М., під час оцінювання фінансового стану підприємства за якісною шкалою в окремому періоді необхідно враховувати його фінансову стійкість, яка, однак, не може бути визначена за результатами дослідження фінансових показників тільки в одному періоді. Наприклад, фінансові показники в певному періоді свідчать про те, що фінансовий стан може бути оціненим як "стабільний". Якщо, однак, у двох попередніх періодах фінансовий стан був оціненим також як "стабільний", але такий, що поступово погіршується від періоду до періоду, то не можна вважати такий фінансовий стан стійким.

Таким чином, роботи академіка Шабалісти Л. М. дають підставу *вважати підприємство успішним у фінансовому аспекті в деякому періоді, якщо за останній та декілька попередніх періодів фінансовий стан був оцінений як "стабільний" і фінансово стійкий.*

Фінансовий стан підприємства, згідно з роботою [245], слід вважати стійким, якщо лінійний тренд часових змін оцінки його рівня за декілька попередніх періодів є неспадним.

2.2.3. Успішність підприємства

Лінійний тренд за даними експертних оцінок для кожного підприємства базової групи слід знаходити за звичайними формулами лінійної парної регресії.

Взагалі рівняння регресії характеризує зміну середнього значення результативної ознаки y залежно від зміни факторної ознаки x . У випадку лінійної форми зв'язку рівняння регресії має вигляд:

$$Y_x = a + bX ,$$

де a, b – параметри рівняння, які визначаються співвідношеннями:

$$b = \frac{n \cdot \sum XY - \sum X \cdot \sum Y}{n \cdot \sum X^2 - (\sum X)^2} ,$$

$$a = \frac{\sum Y - b \cdot \sum X}{n}.$$

Лінійний тренд є неспадним, якщо коефіцієнт регресії b є додатним.

Тобто підприємство можна вважати успішним, якщо експертні оцінки рівня його фінансового стану за 5 – 10 попередніх періодів знаходяться у межах "стабільний" на якісній шкалі і коефіцієнт регресії b тренду не є від'ємним.

Означення успішності підприємства. *Вважатимемо, що підприємство функціонує успішно в деякому періоді, якщо його фінансовий стан стабільний, а рівень фінансового стану за декілька попередніх періодів має неспадний тренд (тобто фінансовий стан можна вважати стійким).*

Таким чином, для вирішення питання про успішність функціонування підприємства в досліджуваному періоді необхідно провести такі процедури.

Оцінити рівень фінансового стану підприємства в кожному періоді у числовому вигляді.

Встановити критичне значення оцінки рівня фінансового стану підприємства, тобто таке число, яке розділяє стабільний та нестабільний фінансовий стани.

Вирішити, чи є фінансовий стан підприємства стабільним. Тобто чи вища оцінка рівня фінансового стану за критичне значення.

Побудувати тренд оцінки рівня фінансового стану підприємства за попередні періоди спостереження та вирішити, чи є тренд неспадним.

Вважати підприємство успішним в досліджуваному періоді, якщо рівень його фінансового стану стабільний, а тренд оцінки рівня фінансового стану за попередні періоди є неспадним.

В якості досліджуваного періоду для вирішення питання про успішність функціонування підприємства за всі періоди слід вибирати *останній період*.

2.2.4. Локальні нормативні значення фінансових показників

На сьогодні ще не вирішена проблема адекватного визначення нормативних значень фінансових показників. Для деяких показників існують так звані мінімальні нормативні значення, тобто ці показники обмежені знизу, а саме – коефіцієнт поточної ліквідності (>1 з оптимальним значенням 2); коефіцієнт швидкої ліквідності (0,6 – 0,8); коефіцієнт абсолютної ліквідності (0,2 – 0,35); коефіцієнт автономії (фінансової незалежності) ($>0,5$); коефіцієнт фінансової стійкості (>1); коефіцієнт забезпеченості підприємства власними оборотними засобами ($>0,1$); рентабельність власного капіталу ($>0,2$); коефіцієнт

оборотності активів (2,5); коефіцієнт оборотності запасів (>3); коефіцієнт левериджу (> 1); комерційна маржа (рентабельність продажу) ($>0,2$); рентабельність активів ($> 0,2$).

Однак для більшості фінансових коефіцієнтів нормативні значення взагалі відсутні, а наявні є недостатньо визначеними. Звичайно використовують мінімальні нормативні значення замість власне нормативних, що є, по суті, евристичним вибором, що свідчить тільки про недостатню обґрунтованість вибору конкретного числового значення.

У даному дослідженні запропоновано визначення нормативних значень для підприємств конкретної галузі конкретного регіону на формально-евристичному рівні, який базується на понятті фінансової успішності підприємства.

Доцільно користуватися такою методикою визначення нормативних значень фінансових показників, які відповідають конкретним економічним умовам, тобто локальних нормативних значень.

Якщо, вивчаючи генеральну сукупність певної галузі виробництва на основі репрезентативної базової групи підприємств за допомогою експертного аналізу фінансових коефіцієнтів, розглядаються декілька підприємств, які можна охарактеризувати як фінансово успішні, то середні значення їх фінансових, і навіть взагалі всіх, показників будемо вважати нормативними для даної галузі, тобто *локальними нормативними значеннями*.

Таким чином, завдяки роботам академіка Шабалісти Л. М., *нормативні значення фінансових показників, які пристосовані до конкретних (локальних) економічних умов, можна достовірно знайти, вивчаючи експертні оцінки фінансового стану невеликої базової групи підприємств, яка належить до досліджуваної генеральної сукупності, за 5 – 10 часових періодів*.

Для цього необхідно провести експертне оцінювання рівня фінансового стану кожного підприємства базової групи за кожний період часу, наприклад, за десятибальною шкалою, та побудувати лінійний тренд часових змін таких оцінок для кожного підприємства. При цьому слід визначитися зі шкалою, оскільки треба знати межі якісної зони "фінансовий стан стабільний".

Далі слід знайти ті підприємства базової групи, фінансовий стан яких можна вважати "стабільним" у всіх періодах і лінійний тренд оцінок рівня фінансового стану яких є неспадним, тобто групу *успішних* підприємств. Усереднення фінансових показників цих підприємств можна вважати *локальними нормативними значеннями*.

Таким чином, використання експертного аналізу фінансових коефіцієнтів і побудова лінійних трендів експертних оцінок рівня фінансового стану базової

групи підприємств дозволяє знайти *локальні нормативні значення* фінансових показників генеральної сукупності підприємств досліджуваної галузі виробництва.

Крім того, експертне дослідження дозволяє визначити графіки часових змін оцінок рівня фінансового стану для кожного підприємства базової групи в умовному масштабі.

2.3. Пошук адекватної моделі комплексної оцінки фінансового стану підприємств генеральної сукупності

2.3.1. Критерій узгодженості часових рядів

Одним з найбільш поширених законів об'єктивного світу є закон зв'язку та залежності між явищами суспільного життя і, зокрема, економіки. Ці явища обов'язково містять випадкову складову, оскільки вони формуються під дією численних різноманітних і взаємопов'язаних чинників.

Усі економічні явища існують не ізольовано, вони органічно зв'язані між собою, залежать одні від одних і знаходяться в постійному русі та розвитку.

Розкриваючи взаємозв'язки та взаємозалежності між явищами, можна пізнати їх сутність і закони розвитку. Тому вивчення взаємозв'язків є основним завданням будь-якого статистичного аналізу.

Економічні явища або окремі їх ознаки, які впливають на інші й обумовлюють їх зміну, називають *факторами*, а економічні явища або окремі їх ознаки, які змінюються під впливом факторів, називають *результативними змінними*.

За характером залежності явищ розрізняють функціональні та кореляційні зв'язки.

Функціональним називають зв'язок, у якому певному значенню факторної ознаки завжди відповідає певне значення результативної ознаки. Функціональні зв'язки характеризуються певним законом відповідності між причиною та наслідком.

Кореляційним називають зв'язок, у якому кожному значенню факторної ознаки може відповідати одне або декілька *випадкових* значень результативної ознаки. У кореляційних зв'язках між причиною та наслідком немає повної відповідності, а спостерігається лише певні співвідношення між значеннями фактора й умовним середнім результату.

За напрямом розрізняють зв'язки прямі та обернені.

Прямий зв'язок – це такий зв'язок, коли зі зростанням факторної ознаки результативна ознака також зростає у середньому.

У оберненому зв'язку зі збільшенням факторної ознаки результівна ознака зменшується у середньому або, навпаки, зі зменшенням факторної ознаки, результівна ознака зростає у середньому.

За формою зв'язок буває лінійний і нелінійний.

У лінійній кореляційній залежності рівним змінам значень факторної ознаки відповідають приблизно рівні зміни середніх значень результівної ознаки.

У нелінійній кореляційній залежності рівним змінам значень факторної ознаки відповідають нерівні зміни середніх значень результівної ознаки.

Статистичне вивчення взаємозв'язків розв'язує такі завдання:

- а) визначення форми зв'язку;
- б) визначення тісноти (сили) зв'язку;
- в) визначення впливу окремих чинників на результівну ознаку.

Зв'язки та залежності між економічними явищами вивчають різними методами, які дають уявлення про їх наявність і характер. До таких відносять методи: балансовий, порівняння паралельних рядів, графічний, аналітичних групувань, індексний, кореляційно-регресійний та ін.

Одним з поширених методів статистичного вивчення зв'язків між економічними явищами є балансовий метод як прийом аналізу зв'язків і пропорцій в економіці.

Статистичний баланс уособлює систему показників, яка складається із двох сум абсолютних величин, зв'язаних між собою знаком рівності:

$$a + b = c + d .$$

Цю балансову ув'язку можна зобразити через балансове рівняння: **залишок на початок періоду + надходження = видатки + залишок на кінець періоду**. Наведена балансова рівність характеризує єдиний процес руху матеріальних ресурсів і показує взаємозв'язок і пропорції окремих елементів цього процесу.

Метод порівняння паралельних рядів полягає в тому, що отримані в результаті групування і лічильної обробки матеріали статистичного спостереження ранжуються паралельними рядами за факторною ознакою. Тобто ранжується тільки факторна ознака та паралельно записуються відповідні значення результівної ознаки. Це дає можливість, порівнюючи їх, простежити співвідношення, виявити існування зв'язку та його напрям.

Графічний метод виявлення кореляційної залежності полягає в зображенні статистичних характеристик, отриманих у результаті зведення й обробки вихідної інформації на графіку, який наочно покаже форму зв'язку між досліджуваними ознаками та його напрям.

Метод статистичних групувань як прийом виявлення кореляційної залежності належить до найважливіших прийомів дослідження взаємозв'язків. Для виявлення залежності між ознаками за допомогою цього методу матеріал статистичного спостереження групують за факторною ознакою і для кожної групи вираховують середні значення як факторної, так і результативної ознаки. Порівнюючи зміни середніх значень результативної ознаки в міру зміни середніх значень факторної ознаки, виявляють характер зв'язку між ними.

2.3.2. Кореляційний аналіз статистичного зв'язку соціально-економічних явищ

Основним завданням кореляційного аналізу статистичних даних є виявлення міри (тісноти зв'язку) статистичної залежності між досліджуваними ознаками у вигляді певної математичної формули.

Кореляційний метод аналізу встановлює міру тісноти зв'язку між випадковими ознаками x і y .

Показники тісноти зв'язку. Поряд із визначенням характеру зв'язку та ефектів впливу факторів x на результат y важливе значення має оцінювання щільності зв'язку – тобто узгодженості варіації взаємозв'язаних ознак. Якщо вплив факторної ознаки x на результативну y значний, це виявиться в закономірній зміні значень y зі зміною значень x , тобто фактор x своїм впливом формує варіацію y . За відсутності зв'язку варіація y не залежить від варіації x .

Для оцінювання щільності зв'язку статистика використовує низку коефіцієнтів з такими спільними властивостями:

1) за відсутності будь-якого зв'язку значення коефіцієнта наближується до нуля; у зв'язку, наближеному до функціонального, – до одиниці;

2) за наявності кореляційного зв'язку коефіцієнт виражається числом в інтервалі $(-1, 1)$; коефіцієнт за абсолютною величиною тим більший, чим щільніший зв'язок.

Серед мір щільності зв'язку найпоширенішим є коефіцієнт лінійної кореляції Пірсона. Позначається цей коефіцієнт символом r . Оскільки сфера його використання обмежується лінійною залежністю, то і в назві фігурує слово "лінійний". Обчислення лінійного коефіцієнта кореляції r ґрунтується на відхиленнях значень взаємозв'язаних ознак x і y від середніх.

Коефіцієнт кореляції визначається відношенням зазначених сум:

$$r = \frac{\sum (x - \bar{x}) \cdot (y - \bar{y})}{\sqrt{\sum (x - \bar{x})^2 \sum (y - \bar{y})^2}}$$

У разі функціонального зв'язку фактична сума відхилень дорівнює граничній, а коефіцієнт кореляції $r = \pm 1$; у кореляційному зв'язку абсолютне його значення буде тим більшим, чим щільніший зв'язок.

На практиці застосовують різні модифікації запису наведеної формули коефіцієнта кореляції, наприклад:

$$r = \frac{\sum xy - n\bar{x}\bar{y}}{\sqrt{\sigma_x^2 \sigma_y^2}}$$

Оцінка тісноти зв'язку проводиться за шкалою, що наведена в табл. 2.1.

Таблиця 2.1

Шкала оцінки тісноти зв'язку

Сила зв'язку	Величина лінійного коефіцієнта кореляції за наявності:	
	прямого зв'язку	оберненого зв'язку
Слабка	0,1 – 0,3	(-0,1) – (-0,3)
Середня	0,3 – 0,7	(-0,3) – (-0,7)
Тісна	0,7 – 0,99	(-0,7) – (-0,99)

2.3.3. Визначення комплексних оцінок рівня фінансового стану підприємств базової групи за моделлю Сайфуліна – Кадикова та Ковальова – Волкової з локальними нормативними значеннями фінансових показників

Знайдені локальні нормативні значення фінансових показників генеральної сукупності підприємств дозволяють визначити графіки часових змін оцінок рівня фінансового стану для кожного підприємства базової групи за допомогою економіко-математичних моделей з критеріальним рівнем 1.

Розглянемо детальніше дві найбільш відомі моделі комплексної оцінки рівня фінансового стану підприємства, а саме – моделі Сайфуліна – Кадикова

та Ковальова – Волкової з критеріальним рівнем, що дорівнює одиниці. В обох моделях вагові коефіцієнти отримані евристичним методом, тобто без широко-масштабного статистичного обстеження досліджуваної генеральної сукупності, тому ступень їх достовірності невідомий. Отже, для кожного підприємства базової групи можна розрахувати три часових залежностей оцінок рівня фінансового стану, які отримані експертним методом на умовній шкалі, за моделями Сайфуліна – Кадикова та Ковальова – Волкової.

Найбільш відомою є адитивна п'ятифакторна модель Сайфуліна – Кадикова [121; 133, с. 435]. Оцінка рівня фінансового стану в цій моделі здійснюється у вигляді рейтингового числа R :

$$R = (K_3/K_3^H + K_{ПЛ}/K_{ПЛ}^H + K_{ОА}/K_{ОА}^H + P_{П}/P_M^I + P_{ВК}/P_{АВ}^I)/5, \quad (2.1)$$

де K_3 – коефіцієнт забезпеченості власними коштами;

$K_{ПЛ}$ – коефіцієнт поточної ліквідності;

$K_{ОА}$ – коефіцієнт оборотності активів;

$P_{П}$ – рентабельність продажів (комерційна маржа);

$P_{ВК}$ – рентабельність власного капіталу.

Дана модель має критеріальний рівень "одиниця", який відповідає випадку, коли всі фінансові коефіцієнти дорівнюють їх мінімальним нормативним значенням або конкретним нормативним значенням для досліджуваної генеральної сукупності підприємств. Тобто оцінка $R=1$ означає, що фінансовий стан підприємства вважається нормативно-стабільним.

Насправді, вагові коефіцієнти даної моделі визначаються не статистичними методами з використанням характеристик генеральної сукупності, а приймаються рівними 0,2 евристично. У якості мінімальних нормативних значень показників [98, с. 397] у цій моделі обрані: $K_3^H = 0,1$; $K_{ПЛ}^H = 2$; $K_{ОА}^H = 2,5$; $P_{П}^H = 0,445$; $P_{ВК}^H = 0,2$. Якщо ці мінімальні нормативні значення підставити в (2.1), то ми отримуємо загальновідому форму моделі:

$$R = 2K_3 + 0,1K_{ПЛ} + 0,08K_{ОА} + 0,45P_{П} + P_{ВК}, \quad (2.2)$$

яка й використовується на практиці.

Розглянемо другу відому модель, а саме – модель Ковальова – Волкової [98, с. 395], яка є адитивною п'ятифакторною моделлю із критеріальним рівнем, що дорівнює одиниці. Рейтинговий критерій оцінки фінансової стабільності

визначається як середнє зважене значення фінансових коефіцієнтів розділених на їх мінімальні нормативні значення:

$$N = (25 \frac{K_{O3}}{K_{O3}^H} + 25 \frac{K_{ПЛ}}{K_{ПЛ}^H} + 20 \frac{K_{Л}}{K_{Л}^H} + 20 \frac{P_A}{P_A^H} + 10 \frac{P_{П}}{P_{П}^H}) / 100, \quad (2.3)$$

де K_{O3} – коефіцієнт оборотності запасів;

$K_{ПЛ}$ – коефіцієнт поточної ліквідності;

$K_{Л}$ – коефіцієнт левериджу;

P_A – рентабельність активів;

$P_{П}$ – рентабельність продажів (комерційна маржа).

У якості мінімальних нормативних значень для цієї моделі були обрані [6, с. 397]: $K_{O3}^H = 3,0$; $K_{ПЛ}^H = 2,0$; $K_{Л}^H = 1,0$; $P_A^H = 0,3$; $P_{П}^H = 0,445$. Як і в моделі Сайфуліна – Кадикова, вагові коефіцієнти цієї моделі визначають евристичним методом.

Незважаючи на евристичний метод визначення вагових коефіцієнтів моделей, ці дві моделі, судячи з літератури, мають найбільшу ймовірність дати достовірну оцінку рівня фінансового стану окремого досліджуваного підприємства. Однак імовірність достовірної оцінки не дуже висока, вона знаходиться на рівні 60 %. Це обумовлено такими причинами:

1) апріорне завдання вагових коефіцієнтів означає заданий заздалегідь вплив усіх базових фінансових показників на рівень фінансового стану будь-якого підприємства, що в принципі виконуватися не може;

2) у моделі використані загальноприйняті в літературі мінімальні нормативні значення відповідних фінансових показників, які можуть не відповідати конкретним економічним умовам;

3) використання саме мінімальних нормативних значень не є обґрунтованим і тільки додає помилок.

Що стосується використання мінімальних нормативних значень, то перш за все слід звернути увагу на те, що такі значення не можна знайти за результатами статистичних обстежень генеральної сукупності в принципі. Для того щоб це зробити, необхідно мати певний критерій оцінки діяльності підприємства як нормативно-стабільного. Наскільки відомо автору, в літературі такий критерій не згадується.

Має сенс вважати нормативно-стабільними ті підприємства, які означені як *успішні*. У такому разі можна приблизно оцінити мінімальні нормативні

значення фінансових показників досліджуваної генеральної сукупності підприємств, але тільки через середні показники успішних підприємств генеральної сукупності.

У якості локальних нормативних значень в моделях Сайфуліна – Кадикова та Ковальова – Волкової можна підставляти як мінімальні значення відповідних фінансових показників за групою успішних підприємств, так і їх середні значення.

Взагалі, це справа методики, але з позицій статистики доцільно використовувати середні значення, оскільки це відповідає *порівнянню зі середнім успішним підприємством* в економічному аспекті.

2.3.4. Пошук моделі, комплексна оцінка якої має узгоджену динаміку з часовими змінами евристичних оцінок рівня фінансового стану підприємства

Проблема оцінювання фінансового стану підприємства на формальному рівні вирішується за допомогою відповідних економіко-математичних моделей. Усі відомі моделі оцінки рівня фінансового стану підприємства є лінійними та мають такий вигляд:

$$R = b_1 K_1 + b_2 K_2 + \dots + b_n K_n, \quad (2.4)$$

де b_i ($i = \overline{1, n}$) – параметри моделі, або вагові коефіцієнти;

K_i – відносні фінансові показники (фінансові коефіцієнти);

R – рівень фінансового стану у кількісному вигляді.

Якщо модель містить n показників (факторів), то модель (2.4) називається n -факторною.

Моделі вигляду (2.4) поділяються на евристичні та статистичні залежно від того, яким чином визначені параметри моделі. В евристичних моделях параметри моделі визначають на евристичному рівні, а в статистичних – за результатами масових статистичних обстежень підприємств конкретної галузі виробництва конкретного регіону.

Визначення параметрів моделі евристичним методом не можна назвати простим, але воно не пов'язане з надмірними грошовими витратами та математичними складнощами. Значення параметрів евристичної моделі визначають з економічних міркувань. Їх достовірність повністю залежить від компетенції дослідника, і рівень цієї достовірності не може бути оціненим на формальному рівні, тобто йому не можна дати кількісну оцінку. Проте це не означає, що така

модель апріорі неправильна, але результати оцінювання рівня фінансового стану підприємства за такою моделлю повинні бути верифіковані певним чином.

Що стосується статистичних моделей оцінювання рівня фінансового стану підприємства, то їх параметри визначають звичайно за допомогою лінійного дискримінантного аналізу результатів статистичних обстежень фінансових показників великої групи підприємств. Як таке, масове обстеження великої групи підприємств потребує багато коштів і часу, але не менш часу й коштів потребує коректне застосування лінійного дискримінантного аналізу. Параметри, які отримані в результаті всієї цієї діяльності, дозволяють оцінити рівень фінансового стану підприємства, яке входило до групи обстежених підприємств, з відомою точністю, яка визначається на ймовірнісному рівні. Якщо підприємство, фінансовий стан якого потребує оцінювання, не входить до групи обстежених підприємств, але з певних міркувань належить до генеральної сукупності, яку представляє група обстежених підприємств, то з тієї ж точністю можна оцінити і його рівень фінансового стану за тою ж моделлю з тими самими параметрами.

Тобто складається враження, що статистичні моделі оцінювання рівня фінансового стану підприємства дають набагато більш достовірні оцінки, ніж евристичні моделі. Це справедливо тільки в тому випадку, коли статистична модель використовується у тому ж регіоні, в якому проводилися статистичні обстеження та для тієї ж самої галузі виробництва. Крім того, слід враховувати, що з часом економічна ситуація може змінитися навіть і в цьому випадку. Тому необхідно досліджувати, чи не змінилася загальна економічна ситуація з моменту створення моделі до моменту її використання в одному і тому ж регіоні.

Якщо ж модель була створена в одному регіоні або країні в один час, а використана в іншому регіоні або країні в інший час, то нема підстав вважати оцінки фінансового стану, які отримані за допомогою такої моделі, достовірними. Тобто статистична модель, як і евристична, повинна бути певним чином верифікована.

Одним з можливих методів верифікації моделі є узгодженість результатів оцінювання рівня фінансового стану одного і того ж підприємства за різними незалежними методами. Якщо рівень фінансового стану підприємства розраховується різними методами за декілька періодів, то в якості показника узгодженості можна використати коефіцієнт кореляції між значеннями рівня фінансового стану за декілька періодів, які отримані різними методами або моделями.

Для перевірки того, яка з моделей більш достовірно описує фінансовий стан будь-якого підприємства досліджуваної генеральної сукупності, можна використати будь-який формальний критерій узгодженості часових змін оцінок, отриманих експертним методом та вибраними моделями. Найбільш робастним критерієм є коефіцієнт парної кореляції.

Для перевірки моделей на адекватність слід обчислити коефіцієнти парної кореляції між трьома часовими залежностями для всіх підприємств базової групи та визначити їх середнє значення.

Використання коефіцієнта кореляції у якості показника узгодженості результатів оцінювання рівня фінансового стану за кількома моделями потребує визначення *критичного значення* коефіцієнта кореляції, тобто такого значення, перевищення якого свідчить про істотність спостереженого узгодження між оцінками моделей.

Евристичне означення критичного значення коефіцієнта кореляції як критерію узгодженості результатів оцінювання рівня фінансового стану за кількома моделями може бути виповнено з урахуванням того, що випадкові послідовності, які генеруються будь-яким псевдовипадковим генератором, виявляють кореляцію з коефіцієнтом від $-0,3$ до $0,3$. Тобто якщо спостережений коефіцієнт кореляції знаходиться в цих межах, то ні про який причинний зв'язок говорити не можна. З практичного досвіду відомо, що досить достовірний зв'язок між оцінками вважається, починаючи зі значення $0,5$ за модулем. Але для оцінювання фінансового стану підприємства за кількома моделями недостатньо того, що, наприклад, у двох або трьох періодах з п'яти оцінки узгоджені. Потрібно, щоб вони були узгоджені в усіх періодах, що спостерігається, як правило, з коефіцієнтом кореляції, який за модулем більший за $0,7$. *Тобто можна вважати критичним значення коефіцієнта кореляції, що дорівнює $0,7$ за модулем.*

Це дає можливість вважати узгодженими результати оцінювання рівня фінансового стану підприємства за декілька періодів за допомогою двох або більшої кількості моделей, якщо коефіцієнт кореляції між цими оцінками більший $0,7$ за модулем.

Слід підкреслити, що евристичний характер визначення критичного коефіцієнта кореляції обумовлює нестрогість значення $0,7$, що слід враховувати у практичному застосуванні цієї оцінки.

Якщо узгоджені у цьому сенсі результати показують тільки дві моделі, ймовірність помилки менша за 5% при використанні п'яти періодів. Якщо ж узгоджені результати показують три моделі, ймовірність помилки є меншою за $0,1\%$ у п'яти періодах. У практичних дослідженнях 5 -відсоткова помилка цілком

прийнятна. Тому в даному дослідженні будемо використовувати тільки дві моделі: Сайфуліна – Кадикова і Ковальова – Волкової, хоча це обмеження суттєво зменшує можливості методу, оскільки ці дві моделі можуть дати неузгоджений результат, а узгоджений результат дадуть якісь інші моделі. У даному випадку ми йдемо на такі спрощення в силу обмеженості числа моделей з критеріальним рівнем.

Таким чином, для знаходження моделі, яка найбільш адекватно оцінює рівень фінансового стану підприємства генеральної сукупності необхідно:

1) обчислити коефіцієнти парної кореляції між експертними оцінками рівня фінансового стану і оцінками за моделлю Сайфуліна – Кадикова для всіх підприємств базової групи за п'ятьма періодами й отримані коефіцієнти усереднити;

2) обчислити коефіцієнти парної кореляції між експертними оцінками рівня фінансового стану й оцінками за моделлю Ковальова – Волкової для всіх підприємств базової групи за п'ятьма періодами й отримані коефіцієнти усереднити;

3) обчислити коефіцієнти парної кореляції між оцінками за моделлю Сайфуліна – Кадикова та моделлю Ковальова – Волкової для всіх підприємств базової групи за п'ятьма періодами й отримані коефіцієнти усереднити.

У результаті, таке дослідження визначить:

а) або одну з моделей (у першому або другому випадках середній коефіцієнт кореляції перевищує 0,7);

б) або обидві моделі (у першому та другому або у третьому випадках середній коефіцієнт кореляції перевищує 0,7);

в) або жодної моделі, коли всі обчислені коефіцієнти кореляції менші 0,6.

В останньому випадку необхідно використати інші моделі, але такий випадок рідко трапляється.

У теоретичному аспекті випадковий збіг часових змін двох залежностей у 5 – 6 періодах є практично неможливою подією, як це впливає з теореми множення у теорії ймовірностей. Тобто результати а) та б) є значущими на дуже малому рівні значущості. Це дозволяє уникнути широкомасштабного статистичного обстеження досліджуваної генеральної сукупності для визначення достовірної моделі оцінки рівня фінансового стану будь-якого підприємства з цієї генеральної сукупності.

Крім того, використання *локальних нормативних значень* фінансових показників генеральної сукупності дозволяє коректно прив'язати модельні оцінки к одиничному критеріальному рівню. Це має принципове значення з економічної

точки зору, тому що дозволяє одразу ж оцінити ступень відхилення фінансового стану підприємства від нормативно-стабільного рівня.

Таким чином, використання синтезу евристичних методів оцінювання рівня фінансового стану підприємства та формальних методів моделювання комплексної оцінки його фінансового стану дозволяють:

1) знайти локальні нормативні значення фінансових показників генеральної сукупності підприємств конкретного регіону певної галузі виробництва;

2) з групи відомих моделей із загальним критеріальним рівнем для комплексного оцінювання фінансового стану підприємства вибрати адекватну модель, яка пристосована до досліджуваних економічних умов і дає найменшу дисперсію оцінки.

2.4. Застосування методики підвищення точності оцінки фінансового стану підприємства за рахунок синтезу експертного та формального методів

2.4.1. Визначення достовірної комплексної оцінки рівня фінансового стану досліджуваного підприємства

Згідно із запропонованою методикою підвищення точності оцінки рівня фінансового стану окремого підприємства, яке належить до генеральної сукупності підприємств певної галузі виробництва, для визначення достовірної комплексної оцінки рівня фінансового стану досліджуваного підприємства необхідно перш за все оцінити рівень фінансового стану всіх підприємств базової групи у всіх періодах експертним методом за 10-бальною шкалою, що й було зроблено в попередніх дослідженнях. На базі цих досліджень було визначене критичне значення експертної оцінки, а саме таке, що з перевищенням експертної оцінки в будь-якому періоді цього значення фінансовий стан у цьому періоді вважається стабільним.

Далі були побудовані лінійні тренди експертних оцінок і визначені ті підприємства базової групи, які можна вважати *успішними*, тобто такими, у яких фінансовий стан за експертним оцінюванням вважається стабільним у всіх періодах і тренд експертних оцінок є неспадним.

Усереднюючи фінансові показники за групою успішних підприємств, були знайдені локальні нормативні значення всіх фінансових коефіцієнтів.

Після підстановки знайдених локальних нормативних значень в моделі Сайфуліна – Кадикова і Ковальова – Волкової були знайдені комплексні оцінки

рівня фінансового стану підприємств базової групи. При цьому, для кожного підприємства базової групи було отримано три часових ряди оцінок рівня фінансового стану, а саме – ряд експертних оцінок, ряд комплексних оцінок за моделлю Сайфуліна – Кадикова та ряд комплексних оцінок за моделлю Ковальова – Волкової.

Далі, за допомогою обчислення коефіцієнтів кореляції між цими рядами, знаходимо ту модель, яка найбільш достовірно описує комплексну оцінку рівня фінансового стану будь-якого підприємства генеральної сукупності. Для цього усереднюємо коефіцієнти кореляції кожної пари, а саме: евристичні оцінки – оцінки за моделлю Сайфуліна – Кадикова, евристичні оцінки – оцінки за моделлю Ковальова – Волкової; оцінки за моделлю Сайфуліна – Кадикова – оцінки за моделлю Ковальова – Волкової, і так за всіма підприємствами базової групи. Далі порівнюємо ці середні коефіцієнти кореляції з критичним значенням 0,7 і вирішуємо, яка модель достовірно описує фінансовий стан будь-якого підприємства генеральної сукупності.

Якщо перед дослідником стоїть задача достовірно оцінити фінансовий стан конкретного підприємства, яке не входить до базової групи підприємств, то можна скористатися отриманою моделлю, однак, тільки у тому випадку, коли основні фінансові показники цього підприємства входять у 95-відсоткові довірчі інтервали, які були визначені процентильним методом. Якщо це дійсно так, то використовуючи отриману модель, можна розрахувати значення комплексної оцінки рівня фінансового стану даного підприємства для кожного періоду.

Слід нагадати, що комплексні оцінки рівня фінансового стану підприємства, які визначені за моделями Сайфуліна – Кадикова або Ковальова – Волкової, мають критеріальний рівень "одиниця". Це означає, що з перевищенням комплексної оцінки цього рівня фінансовий стан підприємства вважається стабільним.

Має сенс також оцінювати рівень фінансового стану досліджуваного підприємства експертним методом за 10-бальною шкалою.

За отриманими двома методами значеннями оцінок рівня фінансового стану досліджуваного підприємства необхідно далі знайти прогнозне значення оцінок на наступний період і оцінити помилку прогнозування.

Слід далі також порівняти прогнозні значення, отримані методом синтезу евристичного й економіко-математичного методів з просто евристичним методом, щоб підтвердити доцільність застосування більш складної процедури оцінювання рівня фінансового стану комбінованим методом.

2.4.2. Знаходження системи фінансових показників, найбільш впливових на фінансовий стан підприємства в конкретних економічних умовах

Для знаходження системи фінансових показників, найбільш впливових на фінансовий стан підприємства, є багато евристичних методів. Однак формальні методи визначення такої системи фінансових показників в економічній літературі не розглядаються.

Проведені вище дослідження методики підвищення рівня достовірності оцінки фінансового стану підприємства дозволяють визначити систему фінансових показників, найбільш впливових на його фінансовий стан формальним методом, який заснований на ідеї, що формальна модель комплексної оцінки рівня фінансового стану підприємства враховує певну кількість найбільш значимих фінансових показників.

Якщо така модель достатньо адекватно оцінює фінансовий стан будь-якого підприємства генеральної сукупності, то це означає, що саме ті фінансові показники, які складають модель, і є найбільш впливовими на фінансовий стан будь-якого підприємства генеральної сукупності.

Більш того, оскільки всі моделі комплексної оцінки рівня фінансового стану підприємства є адитивними, то вагові коефіцієнти моделі враховують саме відносний внесок того чи іншого показника в фінансовий стан.

Єдиним зауваженням до цієї методики є те, що в моделях, що містять відношення фінансових показників до їх нормативних значень, *відносні внески показників в фінансовий стан підприємства* визначаються як *частка від ділення вагових коефіцієнтів моделі на відповідні нормативні значення*.

У нашому розгляді достатньо адекватно описувати фінансовий стан підприємства може: 1) модель Сайфуліна – Кадикова, 2) модель Ковальова – Волкової, 3) обидві моделі.

Розглянемо окремо всі ці випадки.

I. Фінансовий стан будь-якого підприємства генеральної сукупності достовірно описує модель Сайфуліна – Кадикова.

Оцінювання рівня фінансового стану в цій моделі здійснюється у вигляді рейтингового числа R :

$$R = (K_3/K_3^H + K_{ПЛ}/K_{ПЛ}^H + K_{ОА}/K_{ОА}^H + P_{П}/P_{П}^H + P_{ВК}/P_{ВК}^H)/5, \quad (2.5)$$

де K_3 – коефіцієнт забезпеченості власними коштами;

$K_{ПЛ}$ – коефіцієнт поточної ліквідності;

$K_{ОА}$ – коефіцієнт оборотності активів;

$P_{П}$ – рентабельність продажів (комерційна маржа);

$P_{ВК}$ – рентабельність власного капіталу.

У якості мінімальних нормативних значень показників у цій моделі обрані: $K_3^H = 0,1$; $K_{ПЛ}^H = 2$; $K_{ОА}^H = 2,5$; $P_{П}^H = 0,445$; $P_{ВК}^H = 0,2$. Підставимо ці нормативні значення у формулу (2.5) і отримаємо загальновідому форму моделі:

$$R = 2K_3 + 0,1K_{ПЛ} + 0,08K_{ОА} + 0,45P_{П} + P_{ВК}, \quad (2.6)$$

яка й використовується на практиці.

З формули (2.6) виходить, що фінансовий стан будь-якого підприємства генеральної сукупності достовірно описує така система показників:

- коефіцієнт забезпеченості власними коштами;
- коефіцієнт поточної ліквідності;
- коефіцієнт оборотності активів;
- рентабельність продажів (комерційна маржа);
- рентабельність власного капіталу.

Що стосується відносних внесків цих показників у фінансовий стан підприємства, то вони визначаються ваговими коефіцієнтами в моделі (2.6).

Хоча у конкретному дослідженні вагові коефіцієнти моделі (2.5) будуть іншими, оскільки іншими будуть локальні нормативні значення застосованих показників, однак приведення моделі до вигляду (2.6) дозволяє провести розрахунок відносних внесків цих показників у фінансовий стан підприємства в загальному випадку.

Обчислимо суму коефіцієнтів:

$$S = 2 + 0,1 + 0,08 + 0,45 + 1 = 3,63.$$

Внесок показника забезпеченості власними коштами дорівнює:

$$\frac{2}{3,63} 100 = 55,1 \% .$$

Внесок показника поточної ліквідності дорівнює:

$$\frac{0,1}{3,63} 100 = 2,8 \% .$$

Внесок показника оборотності активів дорівнює:

$$\frac{0,08}{3,63} 100 = 2,2 \% .$$

Внесок показника рентабельності продажів дорівнює:

$$\frac{0,45}{3,63}100 = 12,4 \%$$

Внесок показника рентабельності власного капіталу дорівнює:

$$\frac{1}{3,63}100 = 27,5 \%$$

II. Фінансовий стан будь-якого підприємства генеральної сукупності достовірно описує модель Ковальова – Волкової.

Рейтинговий критерій оцінки фінансової стабільності визначається як середнє зважене значення фінансових коефіцієнтів, ділених на їх мінімальні нормативні значення:

$$N = (25 \frac{K_{O3}}{K_{O3}^H} + 25 \frac{K_{ПЛ}}{K_{ПЛ}^H} + 20 \frac{K_L}{K_L^H} + 20 \frac{P_A}{P_A^H} + 10 \frac{K_M}{K_M^H}) / 100, \quad (2.7)$$

де K_{O3} – коефіцієнт оборотності запасів;

$K_{ПЛ}$ – коефіцієнт поточної ліквідності;

K_L – коефіцієнт левериджу;

P_A – рентабельність активів;

$P_{П}$ – рентабельність продажів (комерційна маржа).

У якості мінімальних нормативних значень для цієї моделі звичайно обираються такі значення: $K_{O3}^H = 3,0$; $K_{ПЛ}^H = 2,0$; $K_L^H = 1,0$; $P_A^H = 0,3$, $P_{П}^H = 0,445$. Як і для моделі Сайфуліна – Кадикова, вагові коефіцієнти визначаються евристичним чином.

З формули (2.7) виходить, що фінансовий стан будь-якого підприємства генеральної сукупності достовірно описує така система показників:

коефіцієнт оборотності запасів;

коефіцієнт поточної ліквідності;

коефіцієнт левериджу;

рентабельність активів;

рентабельність продажів (комерційна маржа).

Що стосується відносних вкладів цих показників у фінансовий стан підприємства, то вони визначаються ваговими коефіцієнтами моделі. Для того щоб знайти вагові коефіцієнти моделі (2.7), необхідно підставити в (2.7)

знайдені локальні нормативні значення замість загальноприйнятих мінімальних нормативних значень.

Приведемо далі розрахунок відносного вкладу знайдених показників, найбільш впливових на фінансовий стан підприємства, в припущенні того, що стандартні мінімальні нормативні значення збігаються з локальними нормативними значеннями, знайденими в результаті дослідження.

Підставимо в модель (2.7) стандартні мінімальні нормативні значення. Тоді модель прийме вигляд:

$$N = \frac{25}{100} \frac{K_{Oz}}{3} + \frac{25}{100} \frac{K_{III}}{2} + \frac{20}{100} \frac{K_{Л}}{1} + \frac{20}{100} \frac{P_A}{0,2} + \frac{10}{100} \frac{P_{II}}{0,445}. \quad (2.8)$$

Обчисливши коефіцієнти при показниках, отримуємо модель з наявними ваговими коефіцієнтами:

$$N = 0,083K_{Oz} + 0,125K_{III} + 0,250K_{Л} + P_A + 0,225K_M. \quad (2.9)$$

Обчислимо далі суму коефіцієнтів:

$$S = 0,083 + 0,125 + 0,250 + 1 + 0,225 = 1,683.$$

Внесок показника оборотності запасів:

$$\frac{0,083}{1,683} 100 = 4,9 \%$$

Внесок показника поточної ліквідності:

$$\frac{0,125}{1,683} 100 = 7,4 \%$$

Внесок показника фінансового левериджу:

$$\frac{0,250}{1,683} 100 = 14,9 \%$$

Внесок показника рентабельності активів:

$$\frac{1}{1,683} 100 = 59,4 \%$$

Внесок показника рентабельності продажів:

$$\frac{0,225}{1,683} 100 = 13,4 \%$$

III. Фінансовий стан будь-якого підприємства генеральної сукупності достовірно описують моделі Сайфуліна – Кадикова та Ковальова – Волкової.

У цьому разі система показників, яка найбільшим чином впливає на фінансовий стан підприємства складається з обох базових систем моделей Сайфуліна – Кадикова та Ковальова – Волкової:

- коефіцієнт забезпеченості власними коштами;
- коефіцієнт поточної ліквідності;
- коефіцієнт оборотності активів;
- рентабельність продажів;
- рентабельність власного капіталу;
- коефіцієнт оборотності запасів;
- коефіцієнт левериджу;
- рентабельність активів.

Що стосується комплексної оцінки фінансового стану будь-якого підприємства генеральної сукупності, то для її розрахунку слід усереднити оцінки за цими двома моделями. Тобто в цьому разі комплексну оцінку фінансового стану підприємства слід розраховувати за моделлю, яка є усередненням моделей Сайфуліна – Кадикова і Ковальова – Волкової:

$$R = 0,5(2K_3 + 0,225K_{ПЛ} + 0,08K_{ОА} + 0,675P_{П} + P_{БК} + 0,083K_{ОЗ} + 0,25K_{Л} + P_{А}),$$

або остаточно:

$$R = K_3 + 0,113K_{ПЛ} + 0,04K_{ОА} + 0,338P_{П} + 0,5P_{БК} + 0,042K_{ОЗ} + 0,125K_{Л} + 0,5P_{А}.$$

Для розрахунку відносного впливу кожного показника на рівень фінансового стану підприємства знайдемо суму вагових коефіцієнтів:

$$S = 1 + 0,113 + 0,04 + 0,338 + 0,5 + 0,042 + 0,125 + 0,5 = 2,658.$$

Внесок показника забезпеченості власними коштами:

$$\frac{1}{2,658} 100 = 37,6\% .$$

Внесок показника поточної ліквідності:

$$\frac{0,113}{2,658} 100 = 4,3\% .$$

Внесок показника оборотності активів:

$$\frac{0,04}{2,658} 100 = 1,5\% .$$

Внесок показника рентабельності продажів:

$$\frac{0,338}{2,658} 100 = 12,7\% .$$

Внесок показника рентабельності власного капіталу:

$$\frac{0,5}{2,658} 100 = 18,8\% .$$

Внесок показника оборотності запасів:

$$\frac{0,042}{2,658} 100 = 1,6\% .$$

Внесок показника фінансового левериджу:

$$\frac{0,125}{2,658} 100 = 4,7\% .$$

Внесок показника рентабельності активів:

$$\frac{0,5}{2,658} 100 = 18,8\% .$$

Аналіз відносних внесків в рівень фінансового стану найбільш впливових показників має суттєве значення для розробки стратегії розвитку підприємства та прийняття відповідних управлінських рішень.

2.4.3. Проблема належності досліджуваного підприємства до генеральної сукупності підприємств розглянутої галузі

Вихідним завданням стратегічного аналізу фінансових показників є дослідження динаміки окремого підприємства. Однак автором з'ясовано, що для визначення достовірної оцінки рівня фінансового стану досліджуваного підприємства методів суто економічного аналізу недостатньо. Необхідно використовувати як методи економічного аналізу, так і економіко-математичні методи, які, однак, базуються на дослідженні статистичних властивостей фінансових показників генеральної сукупності підприємств досліджуваної галузі виробництва. Це означає, що для підвищення точності оцінки рівня фінансового стану певного підприємства евристичним (наприклад, експертним) методом, що базується на дослідженні фінансових показників цього підприємства та їх динаміки, необхідно використати статистичну інформацію про інші підприємства тієї ж галузі того ж регіону, які й складають генеральну сукупність.

Взагалі, це так і повинно бути з економічної точки зору, оскільки будь-яке підприємство функціонує в конкурентному середовищі інших підприємств і оцінка рівня його фінансового стану є не що інше, як неперервний аналог рейтингу підприємства відносно інших підприємств певної галузі виробництва певного регіону.

Для отримання необхідної статистичної інформації про інші підприємства тієї ж галузі виробництва і того ж регіону, до якого належить досліджуване підприємство, не обов'язково проводити широкомасштабні дослідження підприємств генеральної сукупності. Цілком достатньо дослідити фінансові показники

невеликої, але правильно підбраної вибірки з 10 – 20 підприємств. Така група підприємств у даному дослідженні названа базовою.

Широко відоме правило, за яким будь-яка вибірка з генеральної сукупності повинна бути однорідною. Однак слід зазначити, що в даному дослідженні мається на увазі однорідність із збереженням репрезентативності, за умовами наявності якої вибірка не повинна складатися з приблизно однакових підприємств. Навпаки, *статистично однорідна вибірка підприємств повинна складатися з представників різних за рівнем фінансового стану підприємств в тій пропорції, яка існує в генеральній сукупності таких підприємств.*

Іншими словами, в правильно підбрану базову групу повинні входити підприємства зі стабільним, нестабільним та кризовим фінансовим станом у тій пропорції, яка існує в генеральній сукупності. Ясно, що підприємства базової групи повинні бути вибраними саме з досліджуваної генеральної сукупності.

Значення фінансових показників базової групи підприємств знаходяться в певних інтервалах, мінімальні і максимальні значення яких подають з певною достовірністю інтервал варіації відповідних показників генеральної сукупності.

Для більш точного визначення інтервалів, у яких знаходяться значення фінансових показників основної маси підприємств даної генеральної сукупності, необхідно розрахувати довірчі інтервали за даними значень фінансових показників базової групи підприємств.

Будь-який довірчий інтервал будується за рівнем значущості (α) або за довірчою ймовірністю ($\gamma = 1 - \alpha$) [238]. Для строгої побудови довірчого інтервалу для будь-якої випадкової змінної необхідно знати закон розподілу цієї змінної [23; 238].

Можна, в принципі, визначити приблизний закон розподілу кожного з фінансових показників базової групи підприємств [199]. Для цього необхідно побудувати гістограми емпіричного розподілу кожного фінансового показника за вибіркою в п'ятдесят одиниць для базової групи з десяти підприємств за п'ять періодів. Далі можна або оцінити неперервну емпіричну щільність розподілу, або визначити теоретичний закон розподілу, до якого є найближчою гістограма, тобто емпірична щільність розподілу.

Слід зазначити, що для вибірок, розміром менших ста, важко знайти достатньо достовірно той закон розподілу генеральної сукупності, з якого вийнята досліджувана вибірка, будь то відомий теоретичний або неперервний емпіричний закон розподілу. Тому найбільш прийнятним для малих вибірок є емпіричний метод побудови довірчого інтервалу – так званого процентильного довірчого інтервалу.

2.4.4. Побудова процентильних довірчих інтервалів для фінансових показників, найбільш впливових на фінансовий стан підприємства в конкретних економічних умовах

Перш за все необхідно знайти групу фінансових показників, які найзначніше впливають на фінансовий стан підприємств досліджуваної галузі виробництва. Для цього можна взяти ті фінансові показники, які входять у модель, яка достовірно описує фінансовий стан будь-якого підприємства генеральної сукупності, тобто, або модель Сайфуліна – Кадикова або модель Ковальова – Волкової, у нашому випадку.

Можна також знайти групу фінансових показників, які найзначніше впливають на фінансовий стан підприємств, виходячи зі знання економічної ситуації в досліджуваної галузі виробництва.

Для кожного фінансового показника вибраної групи необхідно розрахувати 95-відсотковий процентильний довірчий інтервал за п'ятдесятьма значенням (десять підприємств за п'ять періодів) за такою методикою.

Якщо необхідно побудувати 95-відсотковий процентильний довірчий інтервал ($\gamma = 0.95$) за вибіркою на математичне сподівання або медіану, то слід ранжувати спостережені дані за зростанням. Нижнє значення довірчого інтервалу визначається як те, яке відділяє перші 2,5 % даних, а верхнє значення довірчого інтервалу визначається як те, яке відділяє останні 2,5 % даних [268; 342; 358; 359].

Якщо розрахувати такий довірчий інтервал безвідносно до деякої статистики, то він з достатньою для практики точністю показує інтервал, у якому знаходяться 95 % значень генеральної сукупності. Точність методу зростає у випадку наявності симетрії закону розподілу, про існування якої можна судити за гістограмою значень показника.

З позиції стандартної частотної статистики Фішера такий довірчий інтервал не є точним. Але слід зауважити, що побудова звичайного довірчого інтервалу потребує знання закону розподілу статистики, який ніколи не відомий. Крім того, в теоретичний закон розподілу необхідно підставити значення параметрів, які теж невідомі. Замість них підставляють вибіркові значення (наприклад, середню та вибіркове середньоквадратичне відхилення замість математичного сподівання та середньоквадратичного відхилення). Тому стандартний метод побудови довірчих інтервалів також містить непередбачену помилку і тому не є точним.

Численні дослідження показують, що в статистиці точність є поняттям відносним і вона не може бути дуже високою в принципі. Тому часто не має сенсу застосовувати суворі математичні методи в одній частині дослідження, тоді як у інших частинах використовуються приближені обчислювання згідно з основними положеннями інженерної статистики.

2.5. Методи прогнозування комплексної оцінки рівня фінансового стану підприємства

2.5.1. Особливості процесу прогнозування комплексної оцінки фінансового стану підприємства в умовах нестабільного розвитку економіки

Прогнозування будь-якої оцінки фінансового стану на наступний період базується на ряді значень цієї оцінки у попередні періоди, які являють собою місяці, квартали або роки [65; 134; 180; 242]. Оцінки фінансового стану розраховуються за середніми протягом періоду значеннями балансових показників. Таким чином, першим періодом, тобто t_1 , є кінець першого періоду спостереження і так далі, але слід мати на увазі, що при цьому досліджуються результати економічної діяльності за весь період. Таким чином досліджуються декілька періодів, які позначаються: t_1, t_2, \dots, t_T . Цим періодам відповідають оцінки фінансового стану, які розраховуються певним способом у відповідні періоди за усередненими за період значеннями балансових показників: R_1, R_2, \dots, R_T . Множина значень $\{t_i, R_i\}_{i=1..T}$ утворює двовимірну дискретну, в загальному випадку випадкову, величину, яку називають часовим рядом. У даній постановці незалежною змінною є час.

Значення t_1, t_2, \dots, t_T не є випадковими, тому вони часто називаються фіксованими [180]. Водночас оцінки фінансового стану є випадковими [132]. Це не означає, що ці оцінки мають повністю випадкові значення. Навпаки, будь-які оцінки фінансового стану розраховуються за існуючими економічними показниками абсолютно точно, але самі балансові змінні містять у собі елементи випадковості як результат впливу внутрішніх і зовнішніх факторів як на процес виробництва, так і на фінансову діяльність підприємства. Випадковість у даному випадку має такий статистичний зміст: якщо уявити собі експеримент обстеження іншого підприємства з цієї ж самої генеральної сукупності підприємств певної галузі виробництва, то це підприємство матиме інші балансові показники та, відповідно, інші фінансові коефіцієнти і, як наслідок, іншу оцінку фінансового стану. Тобто оцінка фінансового стану у кожному періоді буде змінюватися від підприємства до підприємства [220].

Наявність випадкової складової в кожній оцінці рівня фінансового стану досліджуваного підприємства веде до випадкових помилок в результатах всіх статистичних розрахунків. Це стосується також і значення прогнозної величини оцінки рівня фінансового стану досліджуваного підприємства на наступний

період незалежно від того, яким методом проводився прогноз. Але абсолютна величина помилки прогнозу суттєво залежить від методу прогнозування.

Слід зауважити, що в загальному випадку абсолютна величина помилки прогнозу зростає зі зменшенням довжини часового ряду [79]. Отже, чим коротшим є часовий ряд, тим меншою повинна бути помилка методу, який використовується для прогнозування.

Враховуючи те, що в умовах нестабільної економіки не використовують інтервали дослідження більші п'яти-шести років, що пов'язано зі значною зміною економічних обставин за більший відрізок часу, часовий ряд, який використовується для прогнозування, має не більше п'яти – шести членів. Такі часові ряди в статистиці називають короткими.

У даному дослідженні розглядається саме нестабільний період розвитку економіки України, тому в ньому аналізуються фінансові дані підприємств за п'ять періодів, з 2006 до 2011 рр. Тобто часовий ряд оцінки рівня фінансового стану досліджуваного підприємства має тільки п'ять членів і підпадає під класифікацію "короткого" ряду. Враховуючи відмічену вище особливість прогнозування за короткими часовими рядами, для здійснення прийнятних результатів необхідно знайти найбільш точний метод прогнозування, розглядаючи існуючі принципи прогнозування, та проаналізувати помилки прогнозних оцінок за різними методами прогнозування.

2.5.2. Методи прогнозування часових рядів

Слід зауважити, що підсумкова помилка прогнозування оцінки рівня фінансового стану досліджуваного підприємства складається з помилки методу прогнозування та помилки неадекватності моделі оцінки рівня фінансового стану. Тобто для зниження підсумкової помилки прогнозування необхідно знайти найбільш достовірну в конкретних економічних умовах модель оцінки рівня фінансового стану та метод прогнозування з найменшою помилкою прогнозування.

Для вибору методу прогнозування, який дає найменшу помилку прогнозування саме коротких часових рядів, розглянемо основні принципи та методи прогнозування часових рядів взагалі й їх помилки прогнозування.

Найбільш поширеними **методами прогнозування** є методи: ковзної середньої, експоненціального згладжування, авторегресійної ковзної середньої та лінійної і поліноміальної регресій.

Розглянемо прогнозування оцінки рівня фінансового стану підприємства *методом ковзної середньої* та відповідну помилку прогнозування для коротких

часових рядів. Метод простої ковзної середньої N -го порядку полягає у заміні i -го спостереження арифметичним усередненням N попередніх спостережень [132]. Тобто величина R_i , яка є спостереженою оцінкою рівня фінансового стану підприємства в i -му періоді, замінюється середнім значенням R_i^* :

$$R_i^* = \frac{R_i + R_{i-1} + \dots + R_{i-N+1}}{N}. \quad (2.10)$$

Прогнозне значення оцінки в періоді $T + 1$ є останнім значенням ковзної середньої N -го порядку:

$$\tilde{R}_{T+1} = R_T^*. \quad (2.11)$$

Прогнозування за таким методом засноване на константній моделі випадкового явища:

$$R_t = b + e_t, \quad (2.12)$$

де $\{e_t\}$ – некорельовані випадкові змінні зі середнім значенням "нуль" та стандартним відхиленням σ_e ;

b – параметр моделі, який вважається невідомим.

Слід зауважити, що параметр b у моделі (2.12) є константою тільки в межах усереднення. Так, якщо ми маємо оцінки фінансового стану за п'ять періодів і використовуємо модель ковзної середньої другого порядку, то параметр b є константою у кожному інтервалі, який складається з двох періодів, починаючи з останнього періоду, але всі ці константи різні.

Константу b знаходять за методом найменших квадратів мінімізацією випадкової помилки в (2.12), що дає формулу (2.10).

Помилку прогнозування в даному методі розраховують як середнє значення абсолютних значень випадкової помилки, яку можна визначити після обчислення констант b для кожного періоду усереднення [180]:

$$\delta = \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M \delta_j, \quad (2.13)$$

де $\delta_j = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |R_i - b_j|$.

Таким чином, статистична інференція щодо помилки прогнозного значення має вигляд:

$$\tilde{R}_{T+1} = R_T^* \pm \delta. \quad (2.14)$$

Слід відмітити, що помилка прогнозування в цьому методі пропорційна середній величині відхилень від розрахункового значення. Тобто чим більш нестабільна економіка, тим більша помилка прогнозування [132; 180; 220].

Якщо ми вважаємо, що часовий ряд має лінійний тренд, то слід здійснювати прогнозування методом ковзної середньої з лінійним трендом. У цьому випадку модель випадкового явища у генеральній сукупності має такий вигляд [238; 288]:

$$R_t = b_1 + b_2 t + e_t \quad (2.15)$$

де b_1 і b_2 – невідомі параметри моделі;

$\{e_t\}$ – некорельовані компоненти випадкової помилки з математичним сподіванням "нуль" та стандартним відхиленням σ_e .

Присутність тренду у часовому ряді призводить до зміщення ковзної середньої N -го порядку (2.10), тобто математичне сподівання оцінки рівня фінансового стану в періоді $t = T$ дорівнює:

$$E(R_T^*) = b_1 + b_2 T - \frac{N-1}{2} b_2 \quad (2.16)$$

замість значення $b_1 + b_2 T$.

З формули (2.16) випливає, що математичне сподівання ковзної середньої R_T^* в останньому періоді $t = T$ не співпадає з математичним сподіванням самої оцінки рівня фінансового стану R_T , і це не дозволяє використовувати просту формулу ковзної середньої (2.10). У цьому випадку для елімінації зміщення оцінки рівня фінансового стану згладжування здійснюють за статистикою другого порядку:

$$R_T^{[2]} = \frac{R_T + R_{T-1} + \dots + R_{T-N+1}}{N}, \quad (2.17)$$

де у чисельнику стоять прості оцінки, які були отримані за методом ковзної середньої (2.10).

Розрахунки математичного сподівання величини (2.17) призводять до такої формули прогнозування оцінки рівня фінансового стану на наступний період ($T + 1$):

$$R_{T+1}^* = 2R_T^* - R_T^{[2]} + \left(\frac{2}{N-1} \right) (R_T^* - R_T^{[2]}). \quad (2.18)$$

Помилку прогнозування в даному методі розраховують як середнє значення абсолютних значень випадкової помилки, яку можна визначити після розрахунку констант b_1 і b_2 для кожного періоду усереднення. Для цього застосовується співвідношення:

$$\delta = \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M \delta_j, \quad (2.19)$$

$$\text{де } \delta_j = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |R_i - b_{1j} - b_{2j}t_i|.$$

Таким чином, статистична інференція щодо помилки прогнозного значення має вигляд :

$$\tilde{R}_{T+1} = R_{T+1}^* \pm \delta. \quad (2.20)$$

Слід зауважити, що в даному методі помилка прогнозування може бути значно менша, ніж в методі простої ковзної середньої (2.10), якщо лінійний тренд є адекватним. Якщо ж ні, ця помилка може бути набагато більшою, ніж (2.10). Тобто помилка прогнозування рівня фінансового стану залежить не тільки від методу прогнозування, але й від адекватності передбачуваного тренду. Неадекватність тренду додає помилки до прогнозного значення.

Більш удосконаленими вважаються *методи експоненціального згладжування*. Наприклад, метод простого експоненціального згладжування використовує ту ж саму модель (2.10), що й метод простого згладжування, але містить певні константи, які визначаються за певними припущеннями. Оскільки прогнозне значення в цьому методі є $\tilde{R}_{T+1} = R_T^*$ (2.11), то головною проблемою прогнозування є розрахунок оцінки коефіцієнту b у моделі (2.10). Ця оцінка для кожного періоду розраховується за такою рекурентною формулою:

$$\hat{b}_i = \alpha R_i + (1 - \alpha) \hat{b}_{i-1}, \quad (2.21)$$

в якій використовується так звана "константа згладжування", яка підбирається за принципом мінімуму помилки прогнозування рівня фінансового стану

попередніх періодів. Помилка прогнозування i -го попереднього періоду визначається таким чином:

$$e_i = R_i - \widehat{b}_{i-1}. \quad (2.22)$$

За наявності тренду часового ряду для прогнозування рівня фінансового стану слід застосовувати метод експоненціального згладжування з трендом. Якщо використовується лінійний тренд, то при цьому модель випадкового явища збігається з (2.15). Прогнозне значення на наступний період, якщо його розраховувати за рекурентною формулою (2.21), не є незміщеним. Тобто його математичне сподівання має такий вигляд:

$$E(R_i^*) = E(R_i) - \frac{1-\alpha}{\alpha} b_{2i}. \quad (2.23)$$

Це означає, що необхідно скорегувати ітераційну формулу (2.21). Значення, які отримані за цією формулою позначають $\widehat{b}_i^{[2]}$ і розраховують за тим самим алгоритмом:

$$\widehat{b}_i^{[2]} = \alpha R_i + (1-\alpha)\widehat{b}_{i-1}^{[2]}, \quad (2.24)$$

але це не є остаточними прогнозними значеннями. Вони корегуються таким чином, що прогнозне значення розраховують за формулою:

$$R_{i+1}^* = \left(2 + \frac{\alpha}{1-\alpha}\right) R_i - \left(1 + \frac{\alpha}{1-\alpha}\right) \widehat{b}_i^{[2]}. \quad (2.25)$$

Дисперсія помилки прогнозування при цьому розраховується за формулою:

$$\sigma_e^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N e_i^2.$$

Для нормального розподілу оцінка стандартного відхилення помилки розраховується за рекурентною формулою:

$$\widehat{\sigma}_{e_i} = \alpha |e_i| + (1-\alpha)\widehat{\sigma}_{e_{(i-1)}}.$$

Тоді помилка прогнозування в i -му періоді має таку оцінку:

$$\delta_i = \pm 1.25 \hat{\sigma}_{ei}. \quad (2.26)$$

Тобто вона дещо більша за помилку методу ковзної середньої з трендом.

Ще одним дуже важливим методом побудови саме лінійного тренду є **метод парної лінійної регресії**. Слід зауважити, що всі перелічені вище методи побудови тренду не є лінійними. Якщо часовий ряд містить багато членів, то має сенс використати методи ковзної середньої з відповідним обґрунтуванням інтервалу згладжування.

Що стосується прогнозування економічних показників рівня фінансового стану або виробничої діяльності в трансформаційний період розвитку економіки, то різкі зміни економічних умов не дають підстав використовувати у прогнозуванні часового інтервалу, більшого за шість років. У такому разі часовий ряд має тільки п'ять або шість членів, тобто є коротким.

Для короткого часового ряду застосовувати нелінійні методи ковзної середньої немає сенсу, оскільки усереднення призводить до суттєвого зменшення числа точок, а саме – до двох або трьох точок. З такою кількістю точок помилка прогнозування стає надто великою.

З іншого боку, використовувати суто нелінійні методи прогнозування зі заданою формою нелінійності також не можна, тому що за п'ятьма – шістьма точками не можна коректно визначити форму нелінійності. Використання в такому випадку лінійної моделі парної регресії є загальноприйнятним, тому що дає найменшу помилку прогнозування.

2.5.3. Вибір оптимального методу прогнозування комплексної оцінки рівня фінансового стану підприємства в умовах нестабільного розвитку економіки

У пошуках найкращої моделі прогнозування рівня фінансового стану підприємства, яка б дала найменшу помилку, що має принципове значення для прогнозування коротких часових рядів, розглянемо також **метод лінійної регресії**.

Серед багатьох видів регресії для прогнозування оцінок рівня фінансового стану на базі спостереження п'яти – шести періодів фінансової діяльності підприємства доцільна тільки лінійна регресія з огляду на нестабільність розвитку економіки країни та в силу значних змін фінансових показників від періоду до періоду.

Для прогнозування оцінок рівня фінансового стану, таким чином, використовується парна лінійна регресійна модель, яка в генеральній сукупності має такий вигляд [238; 288]:

$$R_i = \beta_0 + \beta_1 t_i + \varepsilon_i, \quad (2.27)$$

де R_i – оцінки рівня фінансового стану в періоди t_i ($t_i = t_1, t_2, \dots, t_T$);

β_0 і β_1 – параметри рівняння регресії, які визначають тренд залежності оцінки від часу;

ε_i – випадкова помилка, яка відображує вплив ендогенних та екзогенних факторів на функціонування підприємства.

Коефіцієнти регресії β_0 і β_1 знайти не можна в принципі. Замість них використовують оцінки цих коефіцієнтів за даними вибірки або, що одне й теж, за розрахунками оцінок рівня фінансового стану, які визначені за фінансовими коефіцієнтами досліджуваного підприємства. Оцінки коефіцієнтів регресії розраховують на базі вибіркової моделі парної лінійної регресії:

$$R_i = b_0 + b_1 t_i + e_i, \quad t_i = t_1, t_2, \dots, t_T, \quad (2.28)$$

де b_0 і b_1 – вибіркові коефіцієнти регресії;

e_i – квазівипадкова помилка.

За конкретними значеннями оцінок рівня фінансового стану в періоди спостереження, значення оцінок коефіцієнтів регресії \hat{b}_0 і \hat{b}_1 знаходять методом найменших квадратів за такими формулами [63]:

$$\hat{b}_1 = \frac{\sum_{i=1}^T (R_i - \bar{R})(t_i - \bar{t})}{\sum_{i=1}^T (t_i - \bar{t})^2} = \frac{S_{Rt}}{S_{tt}}, \quad (2.29)$$

$$\hat{b}_0 = \bar{R} - \hat{b}_1 \bar{t}. \quad (2.30)$$

У цих формулах, як звичайно, позначено \bar{R} і \bar{t} як середні значення оцінок рівня фінансового стану та періодів спостереження. При цьому тренд часової поведінки оцінки рівня фінансового стану визначають розрахунковою функцією $R^*(t) = \hat{b}_0 + \hat{b}_1 t$.

Наявність розрахункової функції усередненої поведінки оцінки рівня фінансового стану від періоду до періоду, яка отримана за даними спостереженої

вибірки, дозволяє визначити значення квазівипадкової помилки у кожному періоді:

$$e_i = R(t_i) - R^*(t_i) = R_i - \hat{b}_0 - \hat{b}_1 t_i.$$

Саме існування цієї помилки свідчить про те, що вибіркові оцінки параметрів лінійної регресійної моделі \hat{b}_0 і \hat{b}_1 змінюються від вибірки до вибірки, тобто містять випадкову складову, яка й визначає помилку прогнозування. Незважаючи на те, що досліджується тільки одна вибірка, тобто оцінки рівня фінансового стану одного підприємства за декілька часових періодів, теоретично припускають можливість того, що це може бути не саме те підприємство, яке досліджується, а будь-яке інше з генеральної сукупності підприємств, до якої належить досліджуване підприємство. Для будь-якого іншого підприємства з генеральної сукупності вибіркові оцінки параметрів лінійної регресійної моделі \hat{b}_0 і \hat{b}_1 будуть відрізнятися від тих значень, які отримані за даними спостережуваної вибірки.

Оскільки прогнозування здійснюється на основі розрахункової функції (2.30), то зі зміною параметрів лінійної регресійної моделі \hat{b}_0 та \hat{b}_1 від вибірки до вибірки буде змінюватися орієнтація прямої лінії тренду, від якої залежить швидкість зміни розрахункової оцінки рівня фінансового стану підприємства від періоду до періоду. Отже, буде змінюватися величина прогнозного значення оцінки рівня фінансового стану на наступний період, що й призводить до помилки прогнозування. Це означає, що помилка прогнозування цілком визначається дисперсією параметрів лінійної регресійної моделі \hat{b}_0 і \hat{b}_1 від вибірки до вибірки. Розрахунок дисперсій, або середніх квадратичних відхилень, проводиться теоретично, оскільки економічні дані не можуть бути багаторазово повторені для вибіркового розрахунку цих дисперсій.

2.6. Прогнозування комплексної оцінки рівня фінансового стану досліджуваного підприємства на наступний період методом лінійної регресії

2.6.1. Прогнозування часових рядів методом лінійної регресії

Розрахунок помилки прогнозування за методом лінійної регресії здійснюється тільки теоретично. Водночас припускається: нормальний закон розподілу випадкової помилки в генеральній сукупності; нормальний закон розподілу

параметрів регресії від вибірки до вибірки; відсутність гетероскедастичності й автокореляції. Якщо ці умови виконуються, то вибіркові оцінки параметрів регресії \hat{b}_0 і \hat{b}_1 за формулами (2.29), (2.30) є незміщеними, тобто їх математичні сподівання збігаються з параметрами лінійної моделі β_0 і β_1 (2.27) в генеральній сукупності [238]:

$$E(\hat{b}_0) = \beta_0; \quad E(\hat{b}_1) = \beta_1.$$

Ці умови є дуже важливими для оцінки помилки прогнозування рівня фінансового стану підприємства з теоретичних засад. Якщо вони виконуються, то можна розрахувати дисперсії параметрів лінійної моделі у генеральній сукупності за такими формулами [23; 238]:

$$D(b_0) = \sigma_e^2 \left(\frac{1}{T} + \frac{\bar{t}^2}{S_{tt}} \right), \quad (2.31)$$

$$D(\hat{b}_1) = \frac{\sigma_e^2}{S_{tt}}, \quad (2.32)$$

де $S_{tt} = \sum_{i=1}^T (t_i - \bar{t})^2$;

σ_e – середнє математичне відхилення випадкової помилки.

Як відомо, теоретичні формули такого типу мають суттєвий недолік, який полягає в тому, що дисперсії в генеральній сукупності взагалі невідомі. Тому дисперсію випадкової помилки σ_e^2 у формулах (2.31) і (2.32) можна тільки оцінити за допомогою визначення квазівипадкової помилки таким чином:

$$\sigma^2 \approx \sigma_e^2 = \frac{\sum_{i=1}^T (R_i - \hat{b}_0 - \hat{b}_1 t_i)}{T - 2}. \quad (2.33)$$

Оцінка дисперсії випадкової помилки (2.33) дозволяє оцінити помилку прогнозування за допомогою побудови довірчого інтервалу на певному ймовірнісному рівні та тестувати відповідну статистичну гіпотезу відносно параметрів лінійної моделі.

Оскільки випадкова помилка вважається розподіленою за нормальним законом з математичним сподіванням, яке дорівнює нулю, та стандартним

відхиленням, рівним σ_ε , (скорочено це можна записати так: $\mathcal{N}(0, \sigma_\varepsilon)$), то статистики:

$$\frac{\hat{b}_0 - b_0}{\sigma_\varepsilon \sqrt{\left(\frac{1}{T} + \frac{\bar{t}^2}{S_{tt}}\right)}} \quad \text{і} \quad \frac{\hat{b}_1 - b_1}{\sigma_\varepsilon} \sqrt{S_{tt}}$$

також є розподіленими за нормальним законом з математичним сподіванням, рівним нулю, та стандартним відхиленням, рівним одиниці, тобто $\mathcal{N}(0,1)$.

Враховуючи те, що стандартне відхилення випадкової помилки σ_ε невідомо, його замінюють на вибіркове значення квазівипадкової помилки σ_e :

$$\frac{\hat{b}_0 - b_0}{\sigma_e \sqrt{\left(\frac{1}{T} + \frac{\bar{t}^2}{S_{tt}}\right)}} \quad \text{і} \quad \frac{\hat{b}_1 - b_1}{\sigma_e} \sqrt{S_{tt}}. \quad (2.34)$$

У цьому випадку нормальний закон розподілу статистик $\mathcal{N}(0,1)$ змінюється на закон розподілу Стьюдента з $N-2$ ступенями свободи.

2.6.2. Оцінка помилки прогнозування комплексної оцінки рівня фінансового стану підприємства методом лінійної регресії

Перша статистика, що міститься у формулі (2.34), використовується для побудови довірчого інтервалу для коефіцієнта регресії b_0 . Згідно зі стандартним методом побудови довірчих інтервалів для статистик з відомим законом розподілу $100(1-\alpha)$ -відсотковий довірчий інтервал для коефіцієнта регресії b_0 розраховується за такою формулою [63; 288]:

$$\hat{b}_0 - t_{\alpha/2, N-2} \sigma_e \sqrt{\frac{1}{T} + \frac{\bar{t}^2}{S_{tt}}} \leq b_0 \leq \hat{b}_0 + t_{\alpha/2, N-2} \sigma_e \sqrt{\frac{1}{T} + \frac{\bar{t}^2}{S_{tt}}}. \quad (2.35)$$

Для коефіцієнта регресії b_1 $100(1-\alpha)$ -відсотковий довірчий інтервал розраховується за формулою [63; 288]:

$$\hat{b}_1 - t_{\alpha/2, N-2} \sigma_e / \sqrt{S_{tt}} \leq b_1 \leq \hat{b}_1 + t_{\alpha/2, N-2} \sigma_e / \sqrt{S_{tt}}. \quad (2.36)$$

Згідно зі статистичними стандартами, як правило будують або 95-відсотковий, або 99-відсотковий довірчі інтервали. Для 95-відсоткового довірчого інтервалу маємо $\alpha = 0,05$, а для 99-відсоткового довірчого інтервалу $\alpha = 0,01$. Критичне значення статистики Стьюдента для 95-відсоткового довірчого інтервалу є $t_{0,025,T-2}$, а для 99-відсоткового довірчого інтервалу $t_{0,005,T-2}$, де T – це кількість періодів спостереження фінансових коефіцієнтів досліджуваного підприємства.

Довірчі інтервали для параметрів лінійної регресійної моделі показують, в яких межах змінюються прямі лінії тренду $R^*(t) = b_0 + b_1 t$ оцінки рівня фінансового стану підприємства зі ймовірністю $100(1-\alpha)$ відсотків від вибірки до вибірки, що й визначає помилку прогнозування таким чином.

Позначимо абсолютні значення відхилень b_0 і b_1 у формулах (2.35), (2.36):

$$\delta b_0 = t_{\alpha/2, N-2} \sigma_e \sqrt{\frac{1}{T} + \frac{\bar{t}^2}{S_{tt}}}; \quad \delta b_1 = t_{\alpha/2, N-2} \sigma_e / \sqrt{S_{tt}}.$$

Тоді розрахункова функція оцінки рівня фінансового стану підприємства від вибірки до вибірки змінюється зі ймовірністю $1-\alpha$ (згідно з формулами (2.35), (2.36) для довірчих інтервалів) у таких межах.

Нижня $100(1-\alpha)$ -відсоткова межа у часі t :

$$R_-^*(t) = \hat{b}_0 - \delta b_0 + (\hat{b}_1 - \delta b_1)t. \quad (2.37)$$

Верхня $100(1-\alpha)$ -відсоткова межа у часі t :

$$R_+^*(t) = \hat{b}_0 + \delta b_0 + (\hat{b}_1 + \delta b_1)t. \quad (2.38)$$

Прогнозні значення оцінки рівня фінансового стану підприємства в період $t = T + 1$ згідно з формулами (2.37) і (2.38) є для нижньої межі:

$$R_-^*(T + 1) = \hat{b}_0 - \delta b_0 + (\hat{b}_1 - \delta b_1)(T + 1) \quad (2.39)$$

і, відповідно, для верхньої межі:

$$R_+^*(T + 1) = \hat{b}_0 + \delta b_0 + (\hat{b}_1 + \delta b_1)(T + 1). \quad (2.40)$$

З формул (2.39) і (2.40) випливає, що помилка прогнозування в наступний період дорівнює:

$$\delta R(T+1) = (R_+^*(T+1) - R_-^*(T+1)) / 2 = \delta b_0 + \delta b_1(T+1)$$

і визначає прогнозне значення оцінки рівня фінансового стану підприємства в період $t = T + 1$ з помилкою:

$$R^*(T+1) = b_0 + b_1(T+1) \pm \delta R(T+1). \quad (2.41)$$

2.6.3. Перевірка лінійної моделі на значущість

Крім визначення помилки прогнозування, необхідно також з'ясувати значущість параметрів лінійної регресійної моделі. Якщо параметри лінійної регресійної моделі не значущі, то це означає, що в іншій вибірці вони можуть настільки відрізнятись, що прогнозування стає неможливим.

Для перевірки параметрів лінійної регресійної моделі на значущість слід задати нульову H_0 та конкурентну H_1 гіпотези. Як правило, ці гіпотези задають таким чином:

$$H_0 : b_1 = 0; \quad H_1 : b_1 \neq 0.$$

У даному випадку, якщо ми не можемо відхилити нульову гіпотезу H_0 , це означає, що між регресором і відгуком (тобто між часом та оцінкою рівня фінансового стану підприємства) ніякого лінійного зв'язку не існує. У цьому випадку ми не можемо взагалі використати лінійну регресійну модель для прогнозування рівня фінансового стану підприємства.

Тест на перевірку нульової гіпотези може здійснюватись за критеріями Фішера або Стюдента. Критерій Фішера базується на вихідній вибірковій моделі випадкового явища, з якої випливає основна тотожність для дисперсій:

$$S_R^2 = S_{R^*}^2 + S_e^2,$$

за допомогою якої визначаються коефіцієнт детермінації:

$$R^2 = \frac{S_{R^*}^2}{S_t^2}$$

і статистика Фішера:

$$F = (T - 2) \frac{R^2}{1 - R^2}.$$

Справедливість нульової гіпотези перевіряється порівнянням статистики F із критичним значенням статистики Фішера $F_{\alpha,1,T-2}$. Якщо виповнюється нерівність:

$$F > F_{\alpha,1,T-2},$$

то нульову гіпотезу $H_0 : b_1 = 0$ відкидають. У цьому випадку лінійна регресія зі знайденими вибірковими параметрами рівняння регресії вважається значущою на рівні 100α %, що дає підставу обґрунтовано використати розрахункову функцію оцінки рівня фінансового стану підприємства в якості тренду та визначити за її допомогою прогнозне значення оцінки на наступний період за формулою (2.41).

Як впливає із проведеного вище аналізу методів прогнозування, помилка прогнозного значення оцінки рівня фінансового стану підприємства складається з помилки методу прогнозування та помилки неадекватності методики прогнозування. Так, з формули оцінки помилки прогнозування за методом простої ковзної середньої впливає, що ця помилка пропорційна амплітуді варіації оцінки від періоду до періоду, та збільшується, як правило, зі скороченням ряду спостережень. У даному методі помилка неадекватності методики прогнозування полягає в тому, що прогнозне значення визначається як останнє згладжене значення без урахування тренду, що додає помилки. У методі ковзної середньої з трендом, помилка методу прогнозування визначається формулою, яка також пропорційна амплітуді варіації оцінки від періоду до періоду і збільшується, як правило, зі скороченням ряду спостережень. Помилка неадекватності методики прогнозування в даному методі полягає в тому, що враховуються відхилення від тренду, не враховуючи адекватності самого тренду. Помилка методу простого експоненціального згладжування й експоненціального згладжування з трендом, також як і методи простої ковзної середньої та ковзної середньої з трендом, містить такі ж самі складові і також пропорційна амплітуді варіації оцінки від періоду до періоду та збільшується зі скороченням ряду спостережень.

Що стосується помилки прогнозування за методом лінійної регресії, то вона визначається дисперсією параметрів моделі й адекватністю самої моделі. Ступень адекватності моделі не залежить від довжини ряду спостереження, а дисперсія параметрів моделі значно збільшується зі скороченням довжини ряду, тому помилка прогнозування збільшується зі скороченням довжини ряду.

Помилка прогнозування оцінки рівня фінансового стану підприємства безпосередньо залежить від адекватності самої оцінки. Неадекватність експертної

або модельної оцінки рівня фінансового стану підприємства породжує помилку самої оцінки і, як наслідок, додає помилки до прогнозного значення незалежно від методу прогнозування. Необхідно зауважити, що помилка неадекватності оцінки рівня фінансового стану підприємства, як правило, не оцінюється на кількісному рівні. Але відомо, що вона може бути досить значною і перевищувати всі можливі помилки методів прогнозування.

Таким чином, помилка прогнозування оцінки рівня фінансового стану підприємства складається з помилки неадекватності самої оцінки рівня фінансового стану та помилки методу прогнозування. Співвідношення між цими помилками може бути різним, і воно не піддається оцінюванню завдяки невизначеності помилки неадекватності оцінки. Але апріорі ясно, що ці обидві помилки необхідно якомога зменшувати. Особливо це стосується періоду нестабільного розвитку економіки країни, коли спостерігаються значні коливання фінансових та економічних показників функціонування підприємства.

2.7. Згладжування часового ряду. Метод ковзної середньої. Метод показникового згладжування

2.7.1. Непараметричні методи прогнозування часових рядів

За умови значної дисперсії рівнів часових рядів (ЧР) для виявлення та виділення тренду використовують різноманітні процедури згладжування: безпосереднє вирівнювання рівнів методом найменших квадратів; звичайні і зважені ковзні середні; експоненціальне згладжування; спектральні методи та використання сплайнів; метод ковзної медіани або медіанне згладжування.

Найпоширенішими серед них є звичайні та зважені ковзні середні та експоненціальне згладжування. Останнім часом в методичних посібниках та окремих статтях розглядається і використовується медіанне згладжування.

Модель часового ряду в загальному випадку можна подати таким чином:

$$\tau(t) = m(t) + \varepsilon_t,$$

де $\tau(t)$ – неперервна апроксимація комплексного показника фінансового стану підприємства;

$m(t)$ – тренд, який характеризує динаміку показника;

ε_t – випадкова похибка, тобто випадкова величина відхилення від тренду, математичне сподівання якої дорівнює нулю, якщо убрати тренд, а дисперсія цієї величини обмежена: $D[\varepsilon_t] = \sigma^2$.

Не менш поширеним методом прогнозування є спектральний аналіз часових рядів – Singular Spectrum Analysis (SSA) [52; 180]. Прогнозування динаміки оцінки рівня фінансового стану підприємства за допомогою цього непараметричного методу використовують, коли невідома залежність впливових факторів на показник.

Діапазон областей знань, де SSA може бути застосований, дуже широкий: кліматологія, океанологія, геофізика, техніка, обробка зображень, медицина, економетрика тощо. Тому в практичних додатках використовують різні модифікації SSA. Можна виділити два головних напрями: SSA як універсальний метод для вирішення завдань загального призначення таких як виділення тренду, виявлення періодичностей, коректування на сезонність, згладжування, знижування шуму; SSA для спектрального аналізу стаціонарних часових рядів, що має велику кількість додатків у тих галузях, де такі ряди спостерігаються.

Singular spectrum analysis поєднує елементи класичного аналізу часових рядів, багатовимірної статистики, багатовимірної геометрії, динамічних систем та обробки сигналів. До джерел походження SSA можна віднести метод головних компонент Пірсона та класичну теорему Карунена – Лоева для спектрального розкладання часових рядів.

Метод розроблявся паралельно в Росії, Великобританії та США [271]. У Росії цей метод називають "Гусениця", а на Заході – сингулярним спектральним аналізом, тобто SSA. Цей метод можна використовувати для аналізу та прогнозування часових рядів. Його мета полягає в розкладанні часового ряду на адитивні складові, які піддаються інтерпретуванню.

На відміну від моделі Бокса – Дженкінса (autoregressive integrated moving average, або ARIMA), метод сингулярного спектрального аналізу не вимагає стаціонарності ряду, а також не потребує знань про моделі тенденцій ряду і його періодичних складових. Спосіб перетворення одновимірний ряд на багатовимірний являє собою "згортку" часового ряду в матрицю, яка містить фрагменти часового ряду, отримані з деяким зрушенням. Загальний вигляд процедури здвигу нагадує "гусеницю", тому сам метод нерідко так і називають – "Гусениця": довжина фрагмента називається довжиною "гусениці", а величина зсуву одного фрагмента щодо іншого – кроком "гусениці". Зазвичай використовується крок, що дорівнює одному.

Алгоритм вирішення задачі прогнозування оцінки рівня фінансового стану підприємства виглядає таким чином.

1. Завантаження вихідний часового ряду значень індексу.
2. Розкладання ряду на складові. Побудова кореляційної матриці за методом SVD (Singular Value Decomposition).

3. Угрупування елементарних матриць. На основі таблиці коваріацій визначають компоненти, які можуть увійти до перетвореного ряду.

4. Перетворення ряду у відновлений ряд на основі компонент з попереднього пункту.

5. Апроксимація ряду за допомогою перетвореного ряду. Перевірка адекватності побудованої моделі.

6. Прогнозування часового ряду.

Непараметричний метод сингулярного спектрального аналізу (Гусениця) дозволяє отримати результати дещо менш точні, ніж більшість параметричних методів у аналізі часових рядів із відомою моделлю. Якщо ж модель невідома або ряд не є стаціонарним, як у випадку трансформаційного періоду розвитку економіки, застосування методу сингулярного спектрального аналізу дає результати суттєво більш точні, ніж відомі статистичні параметричні методи.

Метод може вирішувати різні завдання, такі як: виділення тренда, виявлення періодичності; згладжування ряду; побудова повного розкладання ряду в суму тренда, періодичної складової та шуму. Програма існує у вільному доступі [271].

2.7.2. Метод звичайної ковзної середньої у якості прогнозного значення

Просте ковзне середнє (Simple Moving Average, або SMA) є одним з найбільш простих і популярних індикаторів у технічному аналізі економічних показників. SMA є звичайним середнім арифметичним від значень рівня фінансового стану підприємства за певний період. SMA належить до класу індикаторів, які слідує за трендом. Цей індикатор допомагає визначити початок нової тенденції і її завершення. За кутом його нахилу можна визначити силу (швидкість руху). У якості основи цей індикатор застосовується у великій кількості інших індикаторів. Іноді ковзне середнє називають *лінією тренда*.

Прості ковзні середні – досить грубий статистичний прийом виявлення тенденції. При цьому якщо ряд має періодичні коливання з твердою тривалістю циклу, то вони повністю усуваються при згладжуванні за допомогою ковзної середньої з інтервалом згладжування, який дорівнює або кратний циклу.

У ряді випадків згладжування за допомогою простої ковзної середньої виявляється настільки сильним, що тенденція розвитку проявляється лише в самому загальному вигляді, а окремі важливі для економічного аналізу деталі зникають, тому що в результаті згладжування можуть зникнути відносно дрібні хвилі або вигини в тренді. Крім того, часто після згладжування дрібні хвилі змінюють свій знак.

Метод ковзної середньої як метод трендів найменших квадратів є методом прогнозування, який застосовується, мабуть, найчастіше, проте подеколи неправильно. Він описується майже в кожному підручнику з техніки складання бюджету та статистики. Основна проблема у його застосуванні полягає в тому, що використовуючи його, застосовують лише одну незалежну змінну – час, але часто намагаються стверджувати, що тенденція враховує й інші залежні змінні. Нерідко намагаються твердити про наявність причинно-наслідкового зв'язку. Як правило, ситуації з часом змінюються і за допомогою методу найменших квадратів можна побачити характер і напрям зміни. Однак орієнтований на результат керівник має з обережністю інтерпретувати його результати, бо вони не можуть пояснити надто багато процесів чи бути обґрунтуванням для них.

За своєю сутністю, метод найменших квадратів допомагає "підігнати" пряму лінію до варіацій у ряду точок даних у часі, а застосування моделей часового ряду для прогнозу базується на тому, що тренд можна продовжити в майбутнє.

2.7.3. Побудова тренду методом "windows"-усереднення

У загальному випадку цей метод являє собою усереднення даних "вікна" з пересуванням цього вікна вздовж часового ряду. "Вікно" – певне непарне число суміжних значень (точок) часового ряду.

Якщо "вікно" містить $w = 2k + 1$ точок часового ряду, а згладжений часовий ряд має N членів, то згладжений часовий ряд можна записати таким чином:

$$\tilde{y} = \{y_1^*, y_2^*, \dots, y_k^*, \dots, y_{N-2k-1}^*\},$$

де у загальному вигляді точки тренду y_j^* знаходяться таким чином:

$$y_j^* = \frac{1}{w} \sum_{i=j}^{j+2k+1} y_i.$$

2.8. Непараметричні методи побудови тренду.

Метод ядерного згладжування

2.8.1. Непараметрична регресія

На відміну від параметричних підходів, непараметрична регресія використовує модель, яка не описується кінцевим числом параметрів.

Мета *регресійного аналізу* полягає у здійсненні розумної апроксимації невідомої функції відгуку $Y(X)$ за відомими точками $(X_i, Y_i)_{i=1:n}$. У випадку

малих помилок спостереження стає можливим сконцентрувати увагу на важливих деталях середньої залежності Y від X під час її інтерпретації.

Процедура апроксимації зазвичай називається *згладжуванням*. По суті, ця апроксимація функції відгуку Y може бути виконана двома способами. Досить часто використовується параметричний підхід, який полягає у припущенні, що функція відгуку Y має деяку визначену функціональну форму (наприклад, це пряма лінія з невідомим вільним членом і нахилом). Альтернативою цьому може бути спроба оцінити Y непараметричним чином без вказівки конкретного її виду. Перший підхід до аналізу регресійної залежності називається *параметричним*, оскільки передбачається, що вид функції повністю описується кінцевим набором параметрів. Типовим прикладом параметричної моделі є поліноміальне рівняння регресії, коли параметрами є коефіцієнти при невідомих.

Однак параметричний підхід передбачає, що крива може бути подана в термінах параметричної моделі або принаймні є впевненість в тому, що помилка апроксимації для найкращого параметричного наближення є дуже малою. Навпаки, у непараметричній моделі регресійної залежності не проводиться проектування даних у "прокрустове ложе" фіксованої параметризації. Попереднє завдання параметричної моделі може виявитися занадто обмежувальним або надто малої розмірності для апроксимації непередбачуваних характеристик, у той час, як непараметричне згладжування надає гнучкості засобам аналізу невідомих регресійних залежностей.

2.8.2. Ядерне згладжування

Одним із найпростіших непараметричних методів є ядерне згладжування. Цей метод простий у застосуванні, не вимагає додаткових математичних відомостей і зрозумілий на інтуїтивному рівні. Ядерне згладжування в багатьох випадках є доцільним засобом. Існують різноманітні альтернативні методи згладжування, такі, наприклад, як сплайни, але в [4; 162] доведено, що в асимптотичному сенсі вони еквівалентні ядерному згладжуванню.

Ключем до проведення *якісного непараметричного оцінювання* є вибір відповідної ширини вікна для наявного завдання. Хоча ядерна функція K є важливою, її головна роль полягає в забезпеченні диференційованості та гладкості отримуваної оцінки. Ширина вікна h , з іншого боку, визначає поведінку оцінки в кінцевих вибірках, чого ядерна функція зробити просто не може. Існують чотири загальні підходи до вибору ширини вікна:

- референтні евристичні правила;
- методи підстановки;
- методи крос-валідації;
- методи бутстрапа.

Заради об'єктивності слід підкреслити, що існуючі методи вибору ширини вікна h не завжди гарантують гарний результат. Виходячи з мінімізації глобальної помилки потрібно h брати рівним:

$$h_{opt} = \left(\left(\frac{\int K^2(z) dz}{\int z^2 K^2(z) dz} \right)^2 \int [y''(x)]^2 dx \right)^{-1/5} m^{-1/5},$$

де $y(x)$ – невідома апроксимуюча залежність, а інтегрування ведеться по всьому носію передбачуваного закону розподілу.

2.8.3. Референтні евристичні правила

Референтні евристичні правила вибору ширини вікна (h_{opt}) використовують стандартне сімейство розподілів для визначення h_{opt} . Розглянемо оцінку Парзена – Розенבלата для одновимірної функції щільності [272; 274]:

$$\hat{y}(x) = \frac{1}{mh} \sum_{i=0}^m K\left(\frac{X_i - x}{h}\right),$$

де $K(r)$ – ядро (парна нормована функція).

У випадку сімейства нормальних розподілів і гауссівського ядра ширина вікна $h_{opt} = 1,059\sigma \cdot m^{-1/5}$. На практиці замість σ застосовується s , тобто вибіркове стандартне відхилення.

2.8.4. Методи підстановок

Методи підстановки, такі як у [296], полягають у підстановці оцінок невідомої константи:

$$\int (y''(x))^2 dx,$$

де інтегрування ведеться по всьому носію передбачуваного закону розподілу у формулі для оптимальної ширини вікна h_{opt} на основі первинної оцінки $y''(x)$, яка, в свою чергу, заснована на "попередній" ширині вікна (наприклад, знайденої за правилом $h_{opt} = 1,059\sigma \cdot m^{-1/5}$). Усі інші константи у виразі для h_{opt} відомі після вибору ядерної функції K . Тобто, необхідні константи відомі:

$$\int z^2 K^2(z) dz, \quad \int K^2(z) dz.$$

Хоча такі правила популярні, зацікавлений читач може звернутися до праць [285], де обговорюються відносні переваги методів підстановки в порівнянні з іншими методами вибору ширини вікна, які обговорюються нижче.

2.8.5. Методи крос-валідації

Найпростішим випадком валідаційних оцінок є розбиття всієї доступної для навчання вибірки даних на навчальну та перевірочну. Навчальна вибірка використовується в процедурі навчання мережі, а перевірочна – тільки для обчислення середньоквадратичної помилки моделі. Тим не менш перевірочна вибірка є частиною процедури налаштування мережі, оскільки вона через значення помилки буде визначати вибір мережі. Даний підхід ефективний, якщо є велика кількість прикладів, достатня для двох наборів.

Вибір прикладів для перевірочного набору завжди буде суттєвим. Метод крос-валідації (КВ) припускає усереднення ефекту вибору певного перевірочного набору шляхом побудови та позмінного використання на всій доступній вибірці даних декількох піднаборів. Весь набір розбивається на Q піднаборів S_j розміру V кожен, отже, $N = QV$. Навчається Q різних варіантів мережі, що реалізують оцінки $f_j(x, D)$, де D – дані вибірки на всій вибірці, виключаючи почерговий S_j .

Методи крос-валідації засновані на методі найменших квадратів є повністю автоматичними та диктуються методом вибору параметра згладжування. Цей метод заснований на принципі вибору ширини вікна та мінімізує інтегральну середньоквадратичну помилку отримуваної оцінки. Інтеграл квадрата різниці між $y(x)$ та її оцінкою $\hat{y}(x)$ має вигляд:

$$\int (y(x) - \hat{y}(x))^2 dx.$$

Тут теж інтегрування ведеться по всьому носію передбачуваного закону розподілу. Величини $y(x)$ і $\hat{y}(x)$ можна замінити їх вибірковими значеннями та зробити поправку на зміщення й отримати цільову функцію, яку потім можна мінімізувати за допомогою чисельних методів. Цей підхід був запропонований в роботах [292; 356].

Для розуміння сутності цих методів, у роботі [285] розглянуті зображення оцінки бімодальної щільності – ядерна оцінка у застосуванні правила підстановки та крос-валідації на основі найменших квадратів. Показано, що правило підстановки надмірно згладжує, приводячи до істотного зсуву в лівій вершині.

Крос-валідація на основі найменших квадратів виправляє це, як зазначає [285], але ціною додаткової варіації в правій вершині. Одна з проблем даного підходу – це його чутливість до наявності округлень, а також до дрібномасштабних ефектів у даних.

З приведенного в [285] прикладу випливає можливість поліпшити ядерну оцінку з фіксованим параметром h_{opt} . Існують "адаптивні" ядерні оцінки, які дозволяють h_{opt} змінюватися в точці x або X_i . Ці оцінки, однак, сприяють введенню помилкового шуму в оцінку щільності. Тим не менш, метод з фіксованим h_{opt} домінує в прикладних дослідженнях.

2.8.6. Бутстрапівські методи наближення

Точна інференція в економетричному аналізі взагалі неможлива, але ситуація ще погіршується, якщо модель складна та розподіл випадкової величини не є нормальним. Серед приблизних методів найбільш поширеним є асимптотичний підхід, який заснований на теорії великих чисел. Але для невеликих вибірок цей підхід дає неприпустимо велику помилку. У цих випадках використовують бутстрапівські методи.

В основі бутстрапівського підходу знаходиться ідея оцінки теоретичного розподілу на базі перетворення спостереженої вибірки. Припустимо, що з популяції вихідної випадкової величини z з розподілом $F(z)$ вибирається спостережена вибірка розміром n . Тоді емпірична функція розподілу (ЕФР), або кумулята:

$$F^*(z) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n I_{[z_i \leq z]}, \quad (2.42)$$

де $I_{[z_i \leq z]}$ – індикаторна функція.

Емпірична функція розподілу (2.42) за ймовірністю рівномірно наближається до теоретичного розподілу популяції за умови $n \rightarrow \infty$, що складає суть теореми Гливленка – Кантеллі, яка, у принципі, й складає основу методу бутстрапування.

У загальному випадку, коли у вибірці n спостережень, бутстрапівські реалізації є вибірками з поверненням зі спостереженої вибірки. Тобто у бутстрапівських реалізаціях значення спостереженої вибірки можуть випадково повторюватися. Це означає, що число бутстрапівських реалізацій має порядок n^n , які й складають генеральну сукупність бутстрапівських реалізацій.

Слід відмітити, що реалізація бутстрапу в економічних дослідженнях має власні особливості. Це стосується перевірки статистичних гіпотез тощо. Справа у тому, що, наприклад, у z -тесті перевіряється відношення

$$z = \frac{\hat{\theta} - \theta}{\sigma_{\theta}}, \quad (2.43)$$

де θ – значення статистики у генеральній сукупності;

$\hat{\theta}$ – спостережене значення цієї статистики, яке отримано за вибіркою.

Якщо ми моделюємо спостережену θ -статистику методом бутстрапу, то математичним сподіванням треба вважати саме величину $\hat{\theta}$, а не θ , яке є дійсним значенням математичного сподівання. Тобто ми моделюємо статистику

$$z^* = \frac{\hat{\theta} - \hat{\theta}^*}{\sigma_{\theta}} \quad (2.44)$$

замість статистики (2.43). Перехід від статистики (2.43) до статистики (2.44) називається рецентруванням.

Застосування бутстрапу має також інші особливості. Бутстрап дозволяє скорегувати зміщення, яке пов'язане з обмеженістю розміру вибірки.

Припустимо, ми отримали спроможну оцінку $\hat{\theta}$ параметру θ , при чому математичне сподівання цієї оцінки $E[\hat{\theta}] \neq \theta$. Зміщеність цієї оцінки дорівнює $B[\hat{\theta}] = E[\hat{\theta}] - \theta$. Величина $B^*[\hat{\theta}] = E^*[\hat{\theta}^*] - \hat{\theta}$ є бутстрапівським аналогом цього зміщення з урахуванням рецентрування. Якщо обчислити це бутстрапівське зміщення, то можна скорегувати зміщення вихідної статистики таким чином:

$$\hat{\theta}_{BC} = \hat{\theta} - B^*[\hat{\theta}^*] = 2\hat{\theta} - E^*[\hat{\theta}^*].$$

Основним використанням бутстрапу є отримання достовірної інференції. По суті, технологію бутстрапу використовують для отримання критичних значень процентильним методом. Ці значення, разом зі стандартними помилками та півотезуючою матрицею, використовують для розрахунку довірчих інтервалів для перевірки гіпотез.

Розглянемо найбільш поширені варіанти бутстрапівських статистик, які використовують у побудові довірчих інтервалів, щодо можливостей їх застосування для перевірки значущості параметрів лінійної регресії. У дослідженні

якості прогнозування оцінки рівня фінансового стану підприємства методом лінійної регресії основним питанням є визначення достовірності оцінок коефіцієнтів регресії, які визначають часовий тренд рівня фінансового стану. У загальному випадку досліджуваний коефіцієнт регресії позначають як θ . Бутстрапуємо статистику $\hat{\theta} - \theta$, бутстрапівським аналогом якої є величина $\hat{\theta}^* - \hat{\theta}$. Отримуємо бутстрапівські квантилі $q_{\alpha_1/2}^{*\%}$ і $q_{1-\alpha_2/2}^{*\%}$ процентильним методом і побудуємо довірчі інтервали з покриттям $1 - \alpha_1 / 2 - \alpha_2 / 2$:

$$CI_{\%} = [\hat{\theta} + q_{\alpha_1/2}^{*\%}, \hat{\theta} + q_{1-\alpha_2/2}^{*\%}]. \quad (2.45)$$

Зазначимо, що невикористання рецентрування у даному разі суттєво збільшує зміщеність оцінок меж довірчих інтервалів. Слід звернути увагу на те, що отримання довірчого інтервалу процентильним методом не потребує знання стандартних помилок спостереженого фактору, що є принциповим моментом у випадках, коли ми не знаємо закон розподілу досліджуваної величини.

На практиці вважають, що $\alpha_1 = \alpha_2$. Тоді можна бутстрапувати не саму центровану статистику або t -статистику, а їх модулі. Якщо ми бутстрапуємо статистику $|\hat{\theta} - \theta|$, то її бутстрапівським аналогом є величина $|\hat{\theta}^* - \hat{\theta}|$. У цьому разі отримуємо бутстрапівські квантилі $q_{\alpha/2}^{*|\%|}$ та $q_{1-\alpha/2}^{*|\%|}$ процентильним методом і будуємо довірчі інтервали з покриттям $1 - \alpha$:

$$CI_{|\%|} = [\hat{\theta} + q_{\alpha/2}^{*|\%|}, \hat{\theta} + q_{1-\alpha/2}^{*|\%|}]. \quad (2.46)$$

Враховуючи вищеперелічені моменти, у [360] було запропоновано метод вибору ширини вікна h на основі бутстрапу шляхом оцінювання інтегральної середньоквадратичної помилки для кожної фіксованої ширини вікна та подальшою мінімізацією її за всіма значеннями. Даний підхід використовує згладжений бутстрапівський метод на основі початкової оцінки щільності. Один з недоліків цього підходу полягає в тому, що цільова функція є випадковою, що може призвести до проблем у чисельній мінімізації, а також значно підвищується її обчислювальна складність.

2.8.7. Локально-поліноміальні наближення

Найпростішим поліномом наближення є константа. Ядерна оцінка мінімізує суму квадратів неув'язок в околі точки x , форма і розмір якої визначається ядром K . Локально-поліноміальні наближення і їх зв'язок з ядерним

згладжуванням детально досліджені у праці [289], де показана їх еквівалентність.

Слід урахувати, що, збільшуючи число точок інтерполяції, не завжди можна знизити похибку. Це має місце в тих випадках, коли проміжок $[a; b]$, на якому потрібно наблизити функцією $f(x)$ функцією $\varphi(x)$, досить великий, і нема підстав вважати дану функцію $f(x)$ достатньо гладкою. Тоді нема сенсу підвищувати точність поліноміальної апроксимації за рахунок використання в якості базисних функцій поліномів високих ступенів. У цих умовах більш перспективним є підхід, що застосовує кусково–поліноміальну апроксимацію. Ідея такого підходу полягає в тому, що вихідний відрізок $[a; b]$ розбивають на декілька ділянок, а потім на кожній ділянці виконують інтерполяцію. Через те, що на окремих ділянках вузлів інтерполяція буде в декілька разів менше, ніж на усьому вихідному відрізку, то інтерполювати можна буде за допомогою полінома меншого ступеня, що значно спрощує задачу. У результаті має місце кускова інтерполяція. Проте необхідно, щоб у точках з'єднання сусідніх ділянок самі поліноми та похідні від них до деякого порядку мали однакові значення. Як інтерполяційну функцію звичайно вибирають поліноми не вище третього або четвертого ступенів (сплайни). Поліном третього ступеня називають кубічним сплайном $S(x)$. Він відповідає вихідній функції $f(x)$, яка задана на сітці впорядкованих вузлів $a = x_0 < x_1 < \dots < x_n = b$, якщо задовольняються такі умови: а) на кожному відрізку $[x_{i-1}, x_i]$, де $i = 1, 2, \dots, n$, функція $S(x)$ є поліномом третього ступеня; б) функція $S(x)$, а також її перша і друга похідні неперервні на $[a; b]$; в) у вузлах інтерполяції $S(x_i) = f(x_i)$, $i = 1, 2, \dots, n$.

На тій же сітці точок можна побудувати еквівалентний інтерполяційний поліном Лагранжа або Ньютона. Якщо привести на одному малюнку функцію, отриману за допомогою інтерполяційного полінома Лагранжа, і функцію, отриману за допомогою сплайн-інтерполяції, можна побачити, що значення збігаються у вузлах інтерполяції і помітно відрізняються в проміжках між ними через виникнення биття (викидів) у методі Лагранжа. Це ще раз підтверджує, що за умови великої кількості вихідних точок методи Ньютона та Лагранжа стають непридатними. Тоді необхідно застосовувати інтерполяцію сплайнами.

У побудові сплайн-функцій можна було б використовувати й інші умови на кінцях відрізка. Наприклад, можна було б задати значення першої чи другої похідних у точках x_1 і x_{n+1} . Так, у пакеті *Mathematica* табличну функцію можна подати за допомогою лінійного або кубічного сплайна.

Інтерполяція кубічними сплайнами є процесом, що сходиться, тобто з необмеженим збільшенням числа вузлів відповідна послідовність сплайн-функцій збігається до функції $f(x)$, яка інтерполюється. Оцінка похибки інтерполяції, $r(x) = f(x) - S(x)$, залежить від вибору сіток та від гладкості функції $f(x)$.

2.8.8. k -NN-оцінки

На сьогодні методи оцінювання ймовірності правильного розпізнавання базуються на алгоритмах ковзного контролю (cross validation) [241]. Однак алгоритми ковзного контролю, такі як виключення за одним і ряд інших, вимагають великої кількості обчислень і комбінаторних перегруповань вибірки. Тому потрібно розробити підходи щодо побудови верхніх оцінок для значно меншої кількості комбінаторних перегруповань. Це можливо тому, що навчальні дані практично завжди містять надлишок інформації, який проявляється в її частковому дублюванні. З точки зору перенавчання побудова верхніх оцінок означає, що перед алгоритмом класифікації поставлено найбільш складну задачу (подано найбільш складну вибірку), яка включає в себе довільні більш прості вибірки. Тобто верхні оцінки ймовірності правильного розпізнавання моделюють класифікацію найбільш незручних об'єктів навчальної вибірки. Якщо ймовірність того що на контрольній вибірці знайдуться більш несприятливі об'єкти, є малою, то доцільно говорити про те, що доповнення до цієї ймовірності визначатиме надійність оцінок. Поряд з тим, що будуються верхні оцінки для всієї вибірки або для сукупності підвбірок, також оцінюється зверху ймовірнісна стійкість покриття кожного об'єкта зокрема. Таким чином отримується більш точна та повна оцінка зверху для ймовірності правильного розпізнавання.

Конструкція *оцінок найближчих сусідів* відрізняється від ядерних оцінок. Ядерну оцінку визначають як зважене середнє змінних відгуку у фіксованій ділянці точки x , причому ваги визначалися видом ядра K та шириною вікна h . Оцінка k -найближчих сусідів є середнім, зваженим у мінливих ділянках. Ця ділянка визначається тільки тими значеннями змінної X , які є в k найближчих за Евклідом до x точках. Послідовність $k - N$ ваг була введена в роботі [286] для близької задачі оцінювання щільності розподілу та використана в [273] для цілей класифікації.

У сучасній теорії машинного навчання існують дві серйозні проблеми: отримання точних верхніх оцінок імовірності такого негативного явища, як перенавчання, та способів боротьби з ним. На даний момент найбільш точні з відомих оцінок значно завищені.

Експериментально вдалося встановити основні причини завищення оцінок. У порядку зменшення впливу вони є такими.

По-перше, *нехтування ефектом розшарування або локалізації сімейства алгоритмів*. Дана проблема обумовлена тим, що залежно від виду задачі використовується не все сімейство алгоритмів, а лише певна його частина. Коефіцієнт завищення знаходиться в межах від десятків до сотень тисяч.

По-друге, *нехтування схожістю алгоритмів*. Коефіцієнт завищення становить для цього фактора від декількох сотень до десятків тисяч. Цей фактор завжди присутній і менш залежний від виду задачі, ніж перший.

По-третє, *експоненційна апроксимація "хвоста" гіпергеометричного розподілу*. У цьому випадку коефіцієнт завищення може складати декілька десятків.

У-четвертих, *верхня оцінка профілю різноманітності подана одним скалярним коефіцієнтом різноманітності*. Коефіцієнт завищення часто близький до одиниці, однак у деяких випадках може досягати декількох десятків.

Причина ефекту перенавчання обумовлена тим, що використовують алгоритми з мінімальним числом помилок на навчальній вибірці, тобто відбувається однобічне налаштування цих алгоритмів. Перенавчання буде тим більшим, чим більша композиція алгоритмів використовується для класифікації, якщо ці алгоритми беруться з розподілу випадково і незалежно. У випадку залежності алгоритмів (у реальній ситуації вони, як правило, такими і є) перенавчання зменшиться. Отже, у виборі навіть одного з двох алгоритмів може виникнути перенавчання. Розшарування алгоритмів за числом помилок та збільшення їх подібності зменшують імовірність перенавчання.

Розглянемо для прикладу дуплет "вибірка – алгоритм". Кожний алгоритм покриває певну частину об'єктів навчальної вибірки. Якщо використовувати внутрішні критерії [202] (наприклад, у випадку метричних класифікаторів), то можна оцінити стійкість цього покриття і звузити число покритих об'єктів згідно із заданим рівнем стійкості. Таким чином, для того щоб покрити більшу кількість об'єктів, потрібно застосувати більшу кількість алгоритмів. Ці алгоритми мають бути схожими і мати різний рівень помилок. Однак, якщо використовують тестові дані, до яких композиція алгоритмів неадаптована, то помилка класифікації може досить помітно відрізнятись від мінімальної, отриманої на навчальних даних.

Якість роботи класифікаторів, що будуються на основі рангового голосування та з використанням розділювальних гіперплощин (R моделей [296]), прийнято характеризувати через поняття відступу (margin), який є відстанню

об'єкта від розділювальної гіперплощини. Чим більший відступ, тим кращим вважається класифікатор. Однак якщо всі об'єкти або переважна їх більшість мають приблизно однаковий відступ і групуються один біля одного, то в цьому випадку різко знижується їх інформативність. Це означає, що замість усіх об'єктів можна залишити один або декілька, що використовують для навчання. Такий підхід породжує одну з головних причин, які обумовлюють ефект пере-навчання. Однобічне налаштування алгоритму на основі близької за суттю навчальної інформації призводить до того, що на контрольній вибірці він може часто помилятися, навіть якщо не помилявся на навчальній вибірці. Дійсно, ймовірність того, що в умовах навчальної вибірки зустрінеться така ж ситуація, є близькою до нуля. Тому для навчання прийнято використовувати несхожі та "важкі" для алгоритму об'єкти з малими значеннями відступу. Ця ідея використана, зокрема, у *методах опорних векторів* (Support Vector Machine) та *зваженого голосування*.

Як приклад можна подати застосування узагальненого підходу для характеристики класифікаторів на основі поняття відступу. Результатом роботи метричних класифікаторів є ранжовані дані (посортовані за ступенем подібності до тестового об'єкту бази даних). Для таких класифікаторів поняття відступу подають так. Вводять еквівалентну до класичного відступу характеристику, яка для даного об'єкта може бути надана як відносна відстань між його відстанями від тестового об'єкта та від усередненого об'єкта бази даних або останнього об'єкта з однорідної (стратегічної) [285] послідовності "своїх" об'єктів. Передбачається, що хоча б частина "своїх" об'єктів розташовується на початку списку можливих претендентів. Таким чином, гарантується коректність даного означення.

Параметр згладжування k визначає ступінь гладкості оцінки кривої. Він відіграє ту ж роль, що й ширина вікна для ядерних згладжувань. Вплив змінної k на якісні характеристики оцінки аналогічні випадку ядерних оцінок з прямокутним ядром. Ширина вікна вибиралася методом крос-перевірки. Дані пропускались через вікна шириною $h = 0,25$ для ядерного згладжування на відрізьку $[0; 3]$ і $h = 0,15$ для осі значень. Отримані криві регресії практично збігаються для $x \leq 1$, де лежить велика частина даних. Із збільшенням значень x спостерігається істотна розбіжність кривих: ядерна оцінка показує очевидне бімодальне співвідношення, а симетризована оцінка найближчих сусідів вказує або на асимптоту, або навіть на слабке спадання із зростанням доходу. У контексті завдання, останнє містить більше сенсу з точки зору застосування в економіці.

2.8.9. Згладжування сплайнами

Сплайном у даному дослідженні будемо називати визначену в певній області кусково-поліноміальну функцію, тобто функцію, яка складається з поліномів m -го ступеня, де N – кількість інтервалів.

Для прикладу розглянемо інтерполяцію функції за допомогою кубічних сплайнів. Нехай на відрізку $[a; b]$ осі x задана сітка $a = x_0 < x_1 < \dots < x_n = b$, у вузлах якої задані значення функції $f(x_i)$, $i = 1, \dots, N$. Сплайном $g(x)$ буде функція, яка задовольняє таким вимогам:

- 1) $g(x)$ неперервна разом з похідними до другого порядку включно;
- 2) на кожному відрізку $[x_i, x_{i+1}]$ $g(x)$ є кубічним поліномом:

$$g(x) = g_i(x) = \sum_{k=0}^3 a_k^i (x_i - x)^k, \quad i = 1, \dots, N,$$

а більш детально:

$$g_i(x) = \frac{1}{6h_i} \left[m_i (x_{i-1} - x)^3 + m_{i-1} (x - x_i)^3 \right] + \frac{1}{6h_i} \left[\left(y_i - \frac{m_i h_i^2}{6} \right) (x_{i-1} - x) + \left(y_{i-1} - \frac{m_{i-1} h_i^2}{6} \right) (x - x_i) \right],$$

де $h_i = x_{i+1} - x_i$ – крок за x ;

$$m_i = g''(x_i).$$

Для повної визначеності необхідно задавати значення x_i, y_i та m_i ;

- 3) у вузлах сітки виконуються рівності: $g(x_i) = f_i$, $i = 1, \dots, N$.

Дана умова дозволяє з цих рівностей отримати систему лінійних рівнянь для знаходження m_i :

$$h_i m_i = 2(h_i - h_{i-1})m_{i-1} + h_{i-1} m_{i-2} = 6 \left(\frac{y_{i-2} - y_{i-1}}{h_{i-1}} - \frac{y_{i-1} - y_i}{h_i} \right).$$

Але дана система ще не повністю визначає m_i ;

- 4) слід враховувати, що функція $g'(x)$ задовольняє граничним умовам $g'(a) = g'(b) = 0$. Тоді отримуємо замкнуту систему рівнянь для знаходження невідомих m_i .

Таким чином, задача побудови сплайн-поліномів зводиться до знаходження коефіцієнтів $m_i = f''(x_i)$ нормального кубічного полінома на кожному з відрізків інтерполяції. Далі можливе знаходження значень функції в будь-якій внутрішній точці проміжку $[a; b]$ у задачі апроксимації або за межами цього проміжку – в задачі екстраполяції.

Так, якщо $x < x_1$, то екстраполяцію проводять за формулою:

$$g(x) = y_1 \left(\frac{(x_2 - x_1)m_1}{6} + \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \right) (x - x_1).$$

Якщо $x > x_N$, то екстраполяцію проводять за формулою:

$$g(x) = y_N \left(\frac{(x_N - x_{N-1})m_{N-1}}{6} + \frac{y_N - y_{N-1}}{x_N - x_{N-1}} \right) (x - x_N).$$

При цьому вважається, що нахил лінійної ділянки функції $g(x)$ дорівнює похідній у крайній точці. Якщо сплайн-поліном будують на основі функції, сумованої з квадратом інших похідних, то на цьому класі функцій інтерполяційна формула мінімізує функціонал (тобто функцію від функцій):

$$\Phi(u) = \int_a^b (u''(x))^2 dx.$$

Функціонал $\Phi(u)$ можна інтерпретувати як аналог потенціальної енергії пружного стержня, закріпленого в точках площини (x_i, y_i) , а на кубічних сплайнах реалізується мінімум цієї енергії.

В економіці досить часто потрібно апроксимувати функцію на проміжку $a = x_0 < x_1 < \dots < x_n = b$, якщо значення функції в вузлах знайдені з певною похибкою або спотворені з невідомих причин. Тоді нема сенсу проводити поліноми через вузли (x_i, y_i) , а необхідно провести інтерполяційну функцію плавно (зі згладжуванням) між цими вузловими точками. У цьому разі для згладжування функції мінімізують функціонал:

$$\Phi_1(u) = \int_a^b [u''(x)]^2 dx + \sum_{k=0}^n p_k [u(x_k) - f_k]^2,$$

де p_k – певні параметри, що визначають ступінь згладжування.

У функціоналі $\Phi_1(u)$ враховано комбінацію інтерполяційного проходження кривої поблизу заданих значень і умови мінімальності прогину функції. Чим більші p_k , тим ближче до заданих точок проходить інтерполяційна крива і тим менше згладжування.

Якщо сплайн-поліном будують на основі функцій, сумованих з квадратом других похідних, то ця інтерполяційна функція мінімізує функціонал:

$$\Phi(u) = \int_a^b (u''(x))^2 dx.$$

Взагалі, мірою близькості даних (x_i, y_i) до деякої кривої $g(x)$ є сума квадратів неув'язок:

$$\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (y_i - g(x_i))^2.$$

Необхідно так вибирати криву $g(x)$, щоб ця величина була мінімальною.

Якщо $g(x)$ є кривою, яка не обмежена у функціональному сенсі, то неув'язка має сенс середньої відстані між точками $g(x=x_i)$ та спостереженими значеннями y_i . Вона дорівнює нулю, якщо всі точки (x_i, y_i) збігаються з кривою $g(x)$, що неприпустимо. Тому підхід, заснований на згладжуванні сплайнами, повинен виключати таку небажану інтерполяцію даних за рахунок досягнення компромісу між двома суперечливими цілями: отримати гарну апроксимацію даних та отримати криву, яка не має надто швидких локальних змін.

Відомі різні способи кількісного оцінювання локальних змін. Можна, наприклад, визначити міру плавності кривої, засновану на першій, другій або третій похідних. Для успішного розкриття основної ідеї такої інтерполяції зручно використовувати інтеграл від квадрата другої похідної, тобто для кількісного оцінювання локальної зміни використовувати *штраф за порушення плавності*:

$$\int (g''(x))^2 dx,$$

де інтегрування ведеться по усій області зміни випадкової величині.

2.9. Моніторинг конкретного підприємства з урахуванням впливу конкурентного середовища

Моніторинг фінансової діяльності окремого підприємства є ефективною складовою стратегічного аналізу його діяльності у цілому тільки тоді, коли фінансова діяльність у кожному періоді відображена консолідованою числовою оцінкою. Це пов'язане головним чином з необхідністю прогнозування рівня фінансової діяльності на наступний період. У якості консолідованої числової оцінки фінансової діяльності використовують, як правило, комплексну оцінку рівня фінансового стану підприємства. Така оцінка повинна визначати рівень фінансового стану з урахуванням конкурентного середовища, як це впливає з основних міркувань економістів щодо визначення самого поняття "фінансовий стан підприємства".

Наведемо основні підходи щодо визначення поняття "фінансовий стан підприємства" (табл. 2.2) й уточнимо його сутність.

Таблиця 2.2

Тлумачення економічної сутності поняття "фінансовий стан" у сучасній науковій літературі

Автори	Тлумачення поняття
1	2
Бланк І. О. [27, с. 64]	Фінансовий стан – це рівень збалансованості окремих структурних елементів активів та капіталу підприємства, а також рівень ефективності їх використання
Загородній А. Г., Вознюк Г. Л. [78, с. 724]	Фінансовий стан – це стан економічного суб'єкта, що характеризується наявністю в нього фінансових ресурсів, забезпеченістю коштами, необхідними для господарської діяльності, підтримання нормального режиму праці та життєдіяльності, здійснення грошових розрахунків з іншими економічними суб'єктами
Маркар'ян Е. А., Герасименко Г. П., Маркар'ян С. Е. [131, с. 29]	Фінансовий стан – сукупність показників, які відображують здатність підприємства погасити боргові зобов'язання. Фінансовий стан, на думку дослідників, є результатом взаємодії всіх елементів системи фінансових відносин підприємства
Родіонова В. М., Федотова М. А. [203, с. 21]	Наявність власних оборотних коштів, їх збереження, співвідношення між власними та залученими оборотними коштами характеризують: рівень фінансової стійкості підприємства; його становище на фінансовому ринку; можливості додаткової мобілізації фінансових ресурсів за допомогою випуску цінних паперів

1	2
Русак Н. А., Русак В. А. [208, с. 37]	Фінансовий стан підприємства характеризується: забезпеченістю фінансовими ресурсами, необхідними для нормальної виробничої, комерційної та інших видів діяльності підприємства; доцільністю і ефективністю їх розміщення та використання; фінансовими взаєминами з іншими суб'єктами господарювання; платоспроможністю та фінансовою стійкістю

Поняття фінансового стану, запропоноване у фінансовому словнику Загороднім А. Г., Вознюком Г. Л., Смовженко Т. С., подане у досить широкому розумінні, але все ж не повною мірою визначає його сутність. Дещо розширили сутність поняття фінансового стану підприємства Русак Н. А., Русак В. А. Для визначення рівня фінансового стану підприємства автори наголошують не тільки на необхідності врахування забезпеченості підприємства фінансовими ресурсами, на доцільності й ефективності їх розміщення та використання, а й на необхідності врахування фінансової стійкості підприємства. Таку ж ідею пропонує академік Шабаліста Л. М. [245].

Визначення вищенаведених основних положень сутності поняття "фінансовий стан" дає змогу сформулювати таке визначення: *фінансовий стан підприємства – це сутнісна характеристика діяльності підприємства у певний період, яка визначає реальну та потенційну можливість підприємства забезпечувати достатній рівень фінансування фінансово-господарської діяльності та здатність ефективно здійснювати її в майбутньому.*

Оцінити здатність підприємства ефективно здійснювати фінансово-господарську діяльність у майбутньому неможливо без аналізу фінансового стану попередніх періодів та без урахування впливу конкурентного середовища.

Вплив рівня фінансового стану попередніх періодів на рівень фінансового стану поточного періоду пов'язаний з поняттям фінансової стійкості, як це зазначає академік Шабаліста Л. М. Тобто оцінка рівня фінансового стану підприємства у поточному періоді визначається не тільки фінансовими показниками поточного періоду, але й показниками попередніх періодів.

Проблемою стратегічного аналізу фінансових коефіцієнтів є те, що немає загальноприйнятого методу оцінювання рівня фінансової стійкості.

Тому врахування впливу фінансової стійкості на оцінку рівня фінансового стану поточного періоду в даному дослідженні пропонується проводити завдяки вибору так званих "успішних підприємств" базової групи. Такий вибір базується на наявності на таких підприємствах неспадного тренду експертних оцінок за декілька попередніх періодів.

Ті ж самі "успішні підприємства" використовують для отримання локальних нормативних значень фінансових показників за допомогою усереднення значень цих показників за групою успішних підприємств.

На сьогодні немає єдиного підходу, який би міг адекватно оцінити якість експертних оцінок, що призводить до значного розкиду значень оцінок різних експертів. Це, у свою чергу, обумовлює велику дисперсію експертних оцінок. Означена проблема значно знижує точність прогнозування рівня фінансового стану на наступний період, що перешкоджає використанню експертних оцінок, як єдиного джерела для побудови системи моніторингу фінансової діяльності підприємства. Це означає, що доміантною проблемою стратегічного аналізу фінансових показників діяльності підприємства є підвищення точності оцінки фінансового стану підприємства.

Єдиним виходом з цієї ситуації, на думку автора, є зменшення помилки оцінки рівня фінансового стану підприємства за рахунок підвищення достовірності такої оцінки за допомогою використання як евристичних методів оцінювання рівня фінансового стану підприємства, так і економіко-математичних методів моделювання комплексної оцінки рівня його фінансового стану.

Відомо, що для оцінювання рівня фінансової стійкості підприємства використовують такі два методи:

експертний метод (евристичний);

метод економіко-математичного моделювання.

У даному дослідженні ми використовували найпростіший варіант експертного методу, в основному, за двома групами фінансових показників, а саме – ліквідності та рентабельності.

У цілому, експертний метод дозволяє дати оцінку рівня фінансового стану підприємства хоча й не повністю адекватну, але з високим рівнем достовірності.

Незважаючи на принципову можливість досягти значної достовірності, експертні методи оцінювання рівня фінансового стану підприємства схильні до таких недоліків:

1. Не можна адекватно оцінити якість експертних оцінок, які традиційно застосовують у вирішенні складних задач з прийняття рішень, зокрема фінансових. Це не дозволяє оцінити систематичну помилку прогнозування.

2. Оцінки мають дуже велику дисперсію за рахунок значного розкиду оцінок, що отримані від кожного з експертів експертної групі. Це пов'язано з намаганням кожного експерта порівняти тільки на евристичному рівні фінансовий стан досліджуваного підприємства з генеральною сукупністю підприємств

певної галузі виробництва. Значна випадкова помилка експертної оцінки не дозволяє коректно дослідити динаміку оцінки рівня фінансового стану підприємства та зробити досить достовірний прогноз оцінки на наступний період.

3. Для кожного періоду необхідно заново проводити досить дороге експертне обстеження. Це хоча і не є принциповим, але суттєво заважає своєчасному моніторингу фінансового стану підприємства.

Таким чином, достовірну оцінку рівня фінансового стану підприємства не можна знайти ані евристичним, ані економіко-математичним методами, якщо застосовувати їх окремо.

Виходом з цієї ситуації є синтез обох методів.

Розглянута в даному дослідженні методика синтезу евристичних і економіко-математичних методів оцінювання рівня фінансового стану підприємства дозволяє зменшити дисперсію оцінки, тобто її помилку, за рахунок використання як евристичного методу експертного оцінювання рівня фінансового стану за двома групами фінансових показників (а саме – ліквідності та рентабельності), так і статистичного методу, який заснований на моделюванні комплексної оцінки рівня фінансового стану. Кожний такий метод оцінювання рівня фінансового стану, окремо взятий, може бути неадекватним і неможливо перевірити його на достовірність.

Сутність запропонованого в даному дослідженні методу підвищення точності експертної оцінки рівня фінансового стану підприємства, яка отримана найпростішим методом, полягає в порівнянні експертних та модельних оцінок рівня фінансового стану підприємства базової групи підприємств для різних моделей.

Експертний метод оцінювання рівня фінансового стану тільки за двома групами фінансових показників (рентабельності та ліквідності) може давати зміщену оцінку для кожного періоду, але зберігає пропорційність оцінки значенням фінансових показників, які використовуються в експертному аналізі. Зрозуміло, що зміни експертної оцінки у часі повинні корелювати зі змінами модельної оцінки, якщо модель адекватно описує економічну ситуацію.

Таким чином, експертні оцінки можуть бути зміщеними за рахунок використання тільки двох груп фінансових показників та недостатнього досвіду експертів. Проте вони дозволяють знайти достовірні модельні оцінки рівня фінансового стану підприємства за рахунок вибору такої економіко-математичної моделі, яка адекватна досліджуваній економічній ситуації, тобто *достовірно описує рівень фінансового стану підприємства з урахуванням впливу конкурентного середовища, яке представлено базовою групою підприємств.*

Знаходження адекватної економіко-математичної моделі дозволяє проводити своєчасний *моніторинг рівня фінансового стану будь-якого підприємства*

генеральної сукупності без застосування експертного оцінювання у кожному періоді, що суттєво спрощує процес моніторингу.

Слід додати, що в даному дослідженні пропонується використовувати тільки відомі моделі з критеріальним рівнем. Для прикладу взяті дві моделі: Сайфуліна – Кадикова та Ковальова – Волкової. Ці моделі складені з відношень певних фінансових показників до їх нормативних значень. Така структура моделі дозволяє означити критеріальний рівень комплексної оцінки фінансового стану підприємства (а саме – одиницю) як нормативно-стабільний рівень, коли всі фінансові показники, які використовуються у моделі, отримують нормативні значення. Це є принциповим моментом, який не можна отримати експертним методом, а досягається тільки моделюванням. По суті, це є реперна точка відліку для оцінки рівня фінансового стану підприємства, з якою ми можемо пов'язати означення фінансової стабільності, якщо модель *адекватно* описує фінансовий стан підприємства у *конкурентному середовищі* з урахуванням *фінансової стійкості за декілька попередніх періодів*.

Для моделей Сайфуліна – Кадикова та Ковальова – Волкової, які використовуються у даному дослідженні, питання адекватності моделі є, по суті, питанням адекватності нормативних значень тих фінансових показників, які використовуються у моделі, оскільки вагові коефіцієнти цих моделей не є статистичними, а задані апріорно з теоретичних міркувань.

У даному дослідженні адекватні нормативні значення фінансових показників генеральної сукупності підприємств оцінюються як середні значення за групою успішних підприємств базової групи. Тобто таких підприємств, фінансовий стан яких означається як стабільний, з урахуванням конкурентного середовища, а тренд рівня їх фінансового стану є неспадним за декілька попередніх періодів, включаючи поточний період. Такі нормативні значення у даному дослідженні названі *локальними нормативними значеннями*. Саме ці нормативні значення використовуються у моделях Сайфуліна – Кадикова та Ковальова – Волкової у якості дільників значень тих відносних фінансових показників, які входять у базову групу моделей.

Згідно зі загальною концепцією методу підвищення точності оцінки рівня фінансового стану підприємства, який запропонований у даному дослідженні, після знайдення експертних оцінок рівня фінансового стану усіх підприємств базової групи за всі попередні періоди та після знайдення локальних нормативних значень усіх фінансових показників, які входять у моделі Сайфуліна – Кадикова та Ковальова – Волкової, знаходяться модельні оцінки рівня фінансового стану усіх підприємств базової групи за всі попередні періоди за обома моделями. У результаті ми отримуємо три статистично-часові послідовності

оцінок рівня фінансового стану: для експертних оцінок; для моделі Сайфуліна – Кадикова; для моделі Ковальова – Волкової.

Далі перевіряємо адекватність кожної моделі реальної економічної ситуації. Для цього обчислюємо коефіцієнти кореляції ряду експертних оцінок з рядами модельних оцінок. Якщо значущого кореляційного зв'язку між рядами нема, коефіцієнт кореляції буде порядку 0,3; якщо він є, – коефіцієнт кореляції буде більший за 0,7.

Дослідження на реальних даних показали, що, як правило, тільки одна модель з цих двох має коефіцієнт кореляції, більший за 0,7. У цьому випадку у якості адекватної моделі вибираємо ту, яка має більший коефіцієнт кореляції.

Зустрічаються також випадки, коли обидві моделі мають коефіцієнти кореляції, більші за 0,7. У цьому випадку в якості адекватної моделі можна взяти комбіновану модель, яка складається з усереднення моделей Сайфуліна – Кадикова та Ковальова – Волкової.

Теоретично припустимі випадки, коли обидві моделі дають малі коефіцієнти кореляції. У цьому разі необхідно додати інші моделі до розгляду та перевірити їх на адекватність.

Знайдена адекватна модель комплексної оцінки рівня фінансового стану дозволяє не тільки проводити моніторинг фінансового стану будь-якого підприємства генеральної сукупності на певному рівні значущості, але й знайти систему показників, які найбільше впливають на фінансовий стан підприємства у конкретній економічній ситуації. Така система показників визначається базовою групою показників саме тієї моделі, яка адекватно описує досліджувану сукупність підприємств. У тому випадку, коли адекватні обидві моделі, система показників складається з об'єднання множин базових груп фінансових показників обох моделей.

Останнім кроком алгоритму підвищення точності та мобільності моніторингу рівня фінансового стану досліджуваного підприємства є перевірка належності даного підприємства до генеральної сукупності, яка подана базовою групою підприємств. Для цього застосовується статистичний метод, який базується на побудові 95-відсоткових довірчих інтервалів для оцінки математичних сподівань фінансових показників базової групи, тобто тих показників, які застосовані у знайденої адекватної моделі. Простішим методом знаходження 95-відсоткових довірчих інтервалів є процентильний метод, саме який застосовано в даному дослідженні. Якщо відповідні показники досліджуваного підприємства входять у 95-відсоткові довірчі інтервали, які знайдені за даними базової групи підприємств, ми маємо підстави оцінювати рівень фінансового стану досліджуваного підприємства за допомогою знайденої адекватної моделі

Сайфуліна – Кадикова або Ковальова – Волкової у будь-який період часу. Це можливо, якщо економічна ситуація ще значно не змінилася відносно тих періодів, коли знімалися фінансові дані базової групи підприємств. Зі значною зміною економічної ситуації усі розрахунки слід оновляти.

Із загальної точки зору будь-який моніторинг стосується тих періодів, які вже відбулися. Звичайно моніторинг проводиться наприкінці періоду, і цей останній період часто називають *поточним*, хоча він вже закінчився.

Достовірний моніторинг рівня комплексної оцінки фінансового стану підприємства за декілька періодів дає можливість побудувати часовий тренд, який описує динаміку зміни оцінки рівня фінансового стану підприємства та розрахувати прогнозне значення рівня фінансового стану на наступний період з оцінкою величини похибки прогнозування. Тобто проводиться повноцінна статистична інференція щодо поведінки фінансової складової у часі. Це дає можливість використати отримані результати у стратегічному аналізі підприємства.

Розглянемо практичне застосування приведених теоретичних положень для побудови схеми достовірного моніторингу підприємств важкого машинобудування Харківського регіону. У якості досліджуваного підприємства обрано КП "Червоний промінь", що входить до генеральної сукупності підприємств важкого машинобудування Харківського регіону. Підприємства, перелік яких наведено в табл. 2.3 (досліджуваному підприємству присвоєно номер 1), утворюють так звану базову групу підприємств, яка подає генеральну сукупність підприємств важкого машинобудування у Харківському регіоні.

Таблиця 2.3

**Базова група підприємств важкого машинобудування
Харківського регіону**

№ п/п	Назва підприємства
2	ДП Електроважмаш
3	ВАТ Укрелектромаш
4	ЗАТ Південкабель
5	ВАТ Електромашина
6	ВАТ Гідропривід
7	ВАТ Харківський завод агрегатних верстатів
8	ВАТ Харківський підшипниковий завод
9	ВАТ Харківський верстатобудівний завод
10	ВАТ Харківський дослідний завод технологічного обладнання
11	ВАТ Харківський завод штампів та прес-форм

Алгоритм розрахунків для підготовки проведення достовірного моніторингу рівня фінансового стану можна сформулювати таким чином:

1) розрахунок експертних оцінок рівня фінансового стану десяти підприємств базової групи за п'ять періодів;

2) визначення критичного рівня фінансового стану, який відповідає стабільному фінансовому стану за шкалою: "кризовий" – "нестабільний" – "стабільний";

3) побудова тренду оцінок рівня фінансового стану кожного підприємства базової групи;

4) визначення групи успішних підприємств;

5) визначення локальних нормативних значень основних фінансових показників;

6) розрахунок модельних оцінок рівня фінансового стану кожного підприємства базової групи за моделями Сайфуліна – Кадикова або Ковальова – Волкової зі знайденими локальними нормативними значеннями показників базової групи;

7) розрахунок коефіцієнтів кореляції між рядами експертних оцінок рівня фінансового стану підприємств базової групи та рядами модельних оцінок для моделей Сайфуліна – Кадикова та Ковальова – Волкової;

8) вибір достовірної моделі комплексної оцінки рівня фінансового стану підприємства;

9) перевірка досліджуваного підприємства на приналежність до генеральної сукупності підприємств конкретної галузі виробництва конкретного регіону;

10) розрахунок оцінок рівня фінансового стану досліджуваного підприємства за п'ять періодів;

11) побудова тренду оцінок за попередні періоди та розрахунок прогнозного значення оцінки на наступний період; розрахунок помилки прогнозування.

Далі приведені розрахунки згідно з даним алгоритмом.

Для кожного з десяти підприємств базової групи проведемо оцінювання рівня фінансового стану експертним методом за десятибальною шкалою за допомогою фінансових показників, які перелічені у Додатку А, а їх значення за п'ять років приведені у Додатку Б.

Із запропонованого у Додатку А переліку відносних фінансових показників даної групи підприємств візьмемо до уваги коефіцієнти ліквідності (X1 – коефіцієнт абсолютної ліквідності; X2 – коефіцієнт термінової ліквідності; X3 – коефіцієнт поточної ліквідності), що відображує потенційну платоспроможність, та коефіцієнти рентабельності (X4 – рентабельність

активів; X5 – рентабельність власного капіталу), що показує економічну ефективність кожного з представлених підприємств генеральної сукупності за п'ять років.

Слід враховувати, що нормативне значення коефіцієнта поточної ліквідності знаходиться в межах від 1 до 2, а нормативне значення коефіцієнта рентабельності дорівнює 0,2.

Використовуючи дані нормативних значень відносних фінансових показників, проведемо оцінювання рівня фінансового стану.

Визначимо критичне значення оцінки рівня фінансового стану для підприємства зі стабільним фінансовим станом. Тобто визначимо той бал, який би визначив фінансовий стан підприємства як стабільний, якщо бальна оцінка його фінансового стану більша за критичне значення. Для цього слід скористатися вертикальним економічним аналізом, а також бальними оцінками рівня фінансового стану для кожного періоду.

У визначенні критичного значення критерію стабільності фінансового стану підприємства було використано метод підстановок. Критичним значенням оцінки рівня фінансового стану для підприємства зі стабільним фінансовим станом обрано 5 балів. Тобто, якщо у якому-небудь періоді певне підприємство матиме, наприклад, від'ємне значення показника рентабельності, то максимальним балом, який це підприємство може отримати за експертною оцінкою, бути лише 5.

На основі обраних показників, що надані в табл. 2.4, двома експертами проведено оцінювання рівня фінансового стану підприємств за кожний період. Ці дані наведені в табл. 2.5.

Таблиця 2.4

Показники для визначення експертних оцінок рівня фінансового стану підприємства

Група показників	Назви показників	Умовне позначення
Показники ліквідності	Коефіцієнт абсолютної ліквідності	X1
	Коефіцієнт термінової ліквідності	X2
	Коефіцієнт поточної ліквідності	X3
Показники рентабельності	Рентабельність активів	X4
	Рентабельність власного капіталу	X5

Експертні оцінки рівня фінансового стану підприємства

№ п/п підприємства	Група показників ліквідності			Група показників рентабельності		Експертна оцінка 1	Експертна оцінка 2
	X1	X2	X3	X4	X5		
1	2	3	4	5	6	7	8
2	0,00079	0,32633	1,12903	-0,02617	-0,03744	3	3
2	0,00065	0,12794	0,85931	-0,05713	-0,08419	4	3,5
2	0,00074	0,17159	0,63229	-0,05602	-0,09047	4	4
2	0,00068	0,23857	0,8092	0,11655	0,16644	9	9
2	0,00057	0,21276	0,69654	-0,08655	-0,13512	2	2
3	0,00298	0,07703	0,82631	-0,07915	-0,10479	3	3
3	0,00022	0,04392	0,32489	-0,11148	-0,17697	2	2
3	0,00014	0,09029	0,274	-0,24527	-0,50494	1	1
3	0,00422	0,21817	0,48011	0,16636	0,23157	7	7
3	0,00086	0,58211	0,95651	0,00233	0,00323	4	4
4	0,10754	0,67474	3,39105	0,14392	0,16548	7	7
4	0,29345	1,18681	4,17177	0,17917	0,20429	8	8
4	0,16538	1,8673	4,01247	0,20238	0,23369	9	9
4	0,47957	5,04203	7,46153	0,25475	0,27873	10	10
4	0,11862	2,73338	4,29084	0,19123	0,21601	9	8,5
5	0,23669	0,57905	1,28379	0,07741	0,11884	7	7
5	0,22169	0,6076	1,42308	0,13694	0,21962	9	9
5	0	1,72384	1,88612	0,01753	0,02337	5	5
5	0	2,75193	3,20638	0,08451	0,10439	7	6,5
5	0,00080	1,95303	2,21747	-0,1196	-0,15812	2	2
6	0,00065	0,24151	2,28894	0,01359	0,01661	5	5
6	0,00014	0,18295	2,52982	0,01324	0,01603	5	4,5
6	0,00720	1,44655	3,13734	0,01189	0,01386	5	5,5
6	0,08596	3,39646	6,29332	0,04279	0,04764	6	6
6	0,02958	3,16991	5,41425	-0,01266	-0,01416	4	4
7	0	0,13953	1,79327	0,01395	0,01884	5	5
7	0,00004	0,08667	1,97907	0,00382	0,00502	4	4
7	0	0,47503	1,55639	-0,05545	-0,07992	3	3
7	0,00117	0,63072	1,81888	0,05247	0,06889	7	7
7	0,00262	0,92708	1,7012	0,03027	0,04432	6	6
8	0,00049	0,17352	2,63554	0,00804	0,00913	5	5
8	0,00030	0,46026	3,26068	0,01188	0,01328	6	6

1	2	3	4	5	6	7	8
8	0,00029	0,57272	2,33226	-0,00553	-0,00657	4	4,5
8	0,00087	1,06665	3,05578	0,00433	0,00503	5	5,5
8	0,06231	0,94714	2,62329	-0,00716	-0,00855	4	4
9	0,02730	1,65236	2,06303	0,00682	0,0071	4	3,5
9	0,00022	1,97131	2,35297	0,02775	0,02903	5	5
9	0,02506	2,92619	5,00529	0,00636	0,00665	4	4,5
9	0,20290	2,80466	5,00307	0,0054	0,00593	4	4
9	0,50030	3,10806	5,2549	0,00506	0,00556	4	4,5
10	0	1,24427	2,30352	0,04407	0,04978	6	6
10	0	0,91919	3,04625	-0,01921	-0,02113	4	4,5
10	0	0,73767	2,44491	-0,08105	-0,08875	2	2
10	0,00070	1,28611	2,13294	-0,02596	-0,02711	4	4
10	0,00036	1,76036	2,4325	-0,01865	-0,01944	3	3
11	0	0,01094	0,43845	-0,01157	-0,01405	2	2
11	0	0,0291	0,57686	-0,01387	-0,01893	2	2,5
11	0	1,16458	2,03372	-0,07321	-0,10634	4	4
11	0,04694	1,1966	3,08948	0,03172	0,04261	5	5
11	0,00498	0,8314	2,58749	-0,0426	-0,05812	3	3

Визначення групи успішних підприємств. Для коректного використання моделей Сайфуліна – Кадикова та Ковальова – Волкової з критеріальним рівнем необхідно, перш за все, визначити локальні нормативні значення за групою успішних підприємств. Ці значення відповідатимуть конкретним економічним умовам. Вони визначаються за допомогою групи успішних підприємств, які слід виділити з базової групи, використовуючи результати роботи академіка Шабалісти Л. М. [245].

Спочатку треба побудувати для кожного підприємства генеральної сукупності точкову діаграму, яка відобразить динаміку експертних оцінок за п'ятьма періодами діяльності, що бралися до розгляду.

Якщо у часовому ряді просліджується стійка тенденція динаміки економічного показника, то говорять, що має місце тренд. Під **трендом** розуміють зміну, яка визначає загальний напрям розвитку, основну тенденцію часових рядів. У зв'язку з цим економіко-математичну динамічну модель, в якій розвиток модельованої економічної системи відображається через тренд її основних показників, називають *трендовою моделлю* [359, с. 146].

Роботи академіка Шабалісти Л. М. дають підставу вважати підприємство успішним у фінансовому аспекті в деякому періоді, якщо за останній та декілька попередніх періодів фінансовий стан може бути оціненим як "стабільний" та фінансово стійкий.

Фінансовий стан підприємства, згідно з роботою [268], слід вважати стійким, якщо лінійний тренд часових змін оцінки його рівня за декілька попередніх періодів є неспадним. Тобто підприємство можна вважати таким, що успішно функціонує в деякому періоді, якщо його фінансовий стан стабільний, а рівень фінансового стану за декілька попередніх періодів має неспадний тренд (тобто фінансовий стан можна вважати стійким).

Нанесемо лінію тренду оцінки рівня фінансового стану підприємства за попередні періоди спостереження на кожному з побудованих діаграм. За отриманими лініями тренду визначимо "найкращі" підприємства з даної групи. До таких підприємств належать лише ті, для яких тренд має зростаючий характер та повністю знаходиться над значенням "5" експертних оцінок рівня фінансового стану. Крім того, якщо тренд оцінки рівня фінансового стану підприємства є несуттєво спадним, то за результатами проведення додаткового аналізу значень фінансових показників це підприємство теж можна віднести до групи успішних.

Успішне підприємство визначається на основі графіків значень показників протягом досліджуваних періодів. Ці графіки повинні знаходитися не нижче нормативного рівня і мати неспадну або несуттєво спадну тенденцію. На рис. 2.1(4) та рис. 2.1(6) наведені такі графіки.

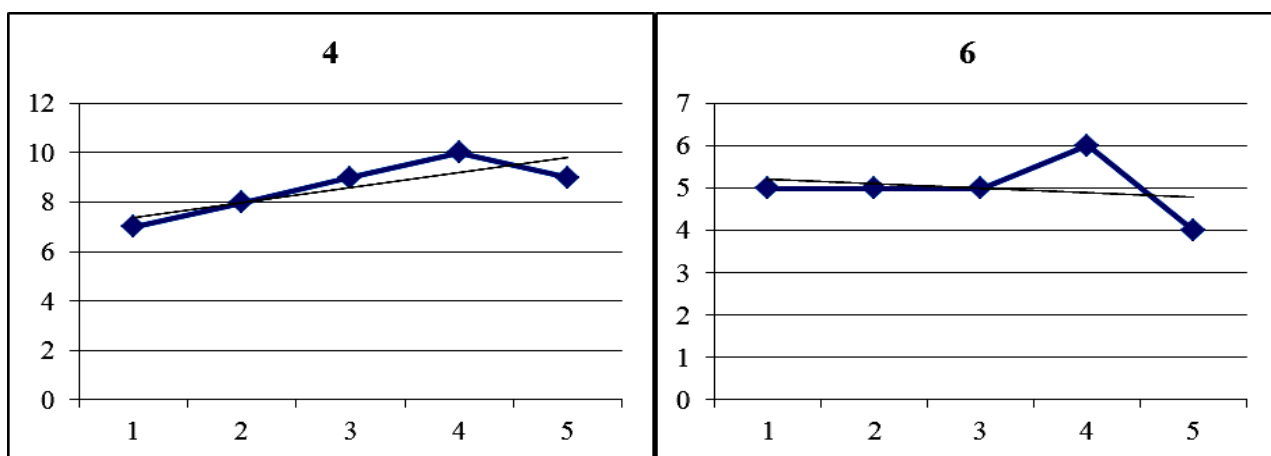


Рис. 2.1. Динаміка аналізованих показників підприємств з найкращим рівнем фінансового стану

Отже, даним вимогам відповідає лише четверте (ЗАТ Південкабель) та шосте (ВАТ Гідропривід) підприємства. Тобто можна стверджувати, що в даній генеральній сукупності саме вони будуть "найкращими", тобто увійдуть до групи успішних підприємств.

Визначення комплексних оцінок підприємств базової групи за моделлю Сайфуліна – Кадикова та Ковальова – Волкової з локальними нормативними значеннями фінансових показників. Знайдені локальні нормативні значення фінансових показників генеральної сукупності підприємств дозволяють визначити графіки часових змін оцінок рівня фінансового стану для кожного підприємства базової групи за допомогою економіко-математичних моделей з критеріальним рівнем.

Так, було застосовано дві найбільш відомі моделі комплексної оцінки рівня фінансового стану підприємства, а саме – моделі Сайфуліна – Кадикова та Ковальова – Волкової з критеріальним рівнем одиниця. В обох моделях вагові коефіцієнти були отримані евристичним методом, тобто без проведення широкомасштабного статистичного обстеження досліджуваної генеральної сукупності, тому ступень їх достовірності невідомий.

За допомогою цих моделей для кожного підприємства базової групи можна розрахувати три часові залежності оцінок рівня фінансового стану, а саме – які отримані експертним методом на умовній шкалі та які отримані за моделями Сайфуліна – Кадикова (2.1) та Ковальова – Волкової (2.3).

Нагадаємо, що модель Сайфуліна – Кадикова має критеріальний рівень одиниця, що відповідає випадку, коли всі фінансові коефіцієнти дорівнюють їх мінімальним нормативним значенням або конкретним нормативним значенням для досліджуваної генеральної сукупності підприємств. Тобто оцінка $R=1$ означає, що фінансовий стан підприємства вважається нормативно-стабільним.

Скористаємося формулою (2.2), яка визначає загальновідому форму моделі Сайфуліна – Кадикова. Ця формула була отримана з урахуванням мінімальних нормативних значень показників (див. розділ 2.3.3)

Застосовуючи умовні позначення показників, модель набуває вигляду:

$$R = 2X_{18} + 0,1X_3 + 0,08X_6 + 0,45X_{16} + X_5. \quad (2.47)$$

Розглянемо другу модель, а саме, модель Ковальова – Волкової, яка є адитивною п'ятифакторною моделлю із критеріальним рівнем, що дорівнює одиниці. Після підстановки мінімальних нормативних значень показників у фор-

мулу (2.3) ми отримуємо загальновідому форму моделі Ковальова – Волкової. Після застосування умовних позначень показників модель набуває вигляду:

$$N = 0,083X_{18} + 0,125X_3 + 0,250X_6 + 0,225X_5. \quad (2.48)$$

В якості локальних нормативних значень в моделі Сайфуліна – Кадикова та Ковальова – Волкової підставляємо середні значення відповідних фінансових показників по групі успішних підприємств. У табл. 2.6 подані загальновідомі мінімальні нормативні значення та локальні нормативні значення, які розраховані за даними спостереження, а в табл. 2.7 надано вихідну інформацію та результати розрахунків за моделлю Сайфуліна – Кадикова.

Таблиця 2.6

**Нормативні та середні локальні значення показників
для розрахунків на основі моделі Сайфуліна – Кадикова**

Показник	Коефіцієнт поточної ліквідності	Рентабельність власного капіталу	Коефіцієнт оборотності активів	Рентабельність продажів (комерційна маржа)	Коефіцієнт забезпеченості власними коштами
Нормативні значення	2	0,2	2,5	0,445	0,1
Локальні значення	4,299133	0,117818	0,41255	0,6679	12,418

Таблиця 2.7

Розрахунки R-оцінок на основі моделі Сайфуліна – Кадикова

№ підприємства та періоди	Коефіцієнт поточної ліквідності	Рентабельність власного капіталу	Коефіцієнт оборотності активів	Рентабельність продажів (комерційна маржа)	Коефіцієнт забезпеченості власними коштами	R за нормативним значенням	R за середнім локальним значенням
	X3	X5	X6	X16	X18		
1	2	3	4	5	6	7	8
2	1,1290	-0,0374	0,2005	0,4748	13,23	26,7649	0,4414
2	0,8593	-0,0842	0,2206	0,5065	13,85	27,9470	0,3787
2	0,6323	-0,0905	0,3036	0,5263	12,40	25,0336	0,3803
2	0,8092	0,1664	0,3777	0,4708	18,31	37,1092	0,9392

Продовження табл. 2.7

1	2	3	4	5	6	7	8
2	0,6965	-0,1351	0,2717	0,4891	21,62	43,4161	0,4294
3	0,8263	-0,1048	0,1852	0,5706	12,44	25,1291	0,3216
3	0,3249	-0,1770	0,1384	0,5338	11,72	23,5465	0,1304
3	0,2740	-0,5049	0,4585	0,5664	16,13	32,0737	-0,1927
3	0,4801	0,2316	0,4705	0,5930	11,64	23,8637	1,0086
3	0,9565	0,0032	0,6468	0,7002	12,97	26,4053	0,7821
4	3,3910	0,1655	0,0043	0,8177	6,78	14,4324	0,7948
4	4,1718	0,2043	0,1482	0,8155	5,80	12,5998	0,9503
4	4,0125	0,2337	0,9465	0,8971	3,69	8,49385	1,3703
4	7,4615	0,2787	0,8774	0,8871	4,27	10,0338	1,5800
4	4,2908	0,2160	0,5855	0,8739	4,95	10,9847	1,1916
5	1,2838	0,1188	0,7722	0,7262	14,06	28,7554	1,0797
5	1,4231	0,2196	0,7426	0,7418	11,07	22,8947	1,1994
5	1,8861	0,0234	0,7182	0,5787	9,17	18,8695	0,7966
5	3,2064	0,1044	0,9170	0,6775	13,63	28,0629	1,1933
5	2,2175	-0,1581	0,5722	0,5411	17,25	34,8526	0,5520
6	2,2889	0,0166	0,1947	0,4915	20,93	42,3420	0,7133
6	2,5298	0,0160	0,2482	0,4914	17,52	35,5497	0,6945
6	3,1373	0,0138	0,3890	0,5230	16,49	33,5738	0,7803
6	6,2933	0,0476	0,3612	0,4180	21,02	42,9337	1,0125
6	5,4142	-0,0142	0,3705	0,4641	22,73	46,2255	0,9125
7	1,7933	0,0188	0,0311	0,2499	21,27	42,8530	0,5479
7	1,9791	0,0050	0,2151	0,4105	18,72	37,8446	0,6293
7	1,5564	-0,0799	0,2276	0,4297	21,34	42,9670	0,5194
7	1,8189	0,0689	0,3737	0,4409	14,87	30,2188	0,7542
7	1,7012	0,0443	0,5114	0,5394	16,11	32,7178	0,8233
8	2,6355	0,0091	0,0708	0,3237	22,12	44,6638	0,6256
8	3,2607	0,0133	0,1049	0,3718	17,94	36,3948	0,6254
8	2,3323	-0,0066	0,1337	0,4501	16,92	34,2796	0,5694
8	3,0558	0,0050	0,1542	0,3201	23,81	48,0868	0,7048
8	2,6233	-0,0086	0,2283	0,3080	23,78	47,9705	0,6934
9	2,0630	0,0071	0,1040	0,2539	26,52	53,3758	0,6616
9	2,3530	0,0290	0,1257	0,3006	25,03	50,4695	0,7128
9	5,0053	0,0066	0,1847	0,3454	17,51	35,6972	0,7191
9	5,0031	0,0059	0,4552	0,4366	26,15	53,0389	1,0154
9	5,2549	0,0056	0,4620	0,3853	29,81	60,3612	1,0734
10	2,3035	0,0498	0,1637	0,4055	17,61	35,6955	0,6761
10	3,0462	-0,0211	0,0149	0,2919	16,67	33,7559	0,4690

1	2	3	4	5	6	7	8
10	2,4449	-0,0888	0,0148	0,3323	7,80	15,9063	0,1954
10	2,1329	-0,0271	0,0222	0,4656	8,95	18,2972	0,3475
10	2,4325	-0,0194	0,1736	0,4817	0,00	0,45421	0,3085
11	0,4384	-0,0140	0,0534	0,3788	24,47	49,1443	0,5300
11	0,5769	-0,0189	0,1029	0,0771	42,78	85,6416	0,7567
11	2,0337	-0,1063	0,2356	0,2740	25,19	50,6190	0,5161
11	3,0895	0,0426	0,3619	0,4561	30,25	61,0855	1,0153
11	2,5875	-0,0581	0,7743	0,2600	38,77	77,9194	1,0994

Табл. 2.8 містить значення показників за даними спостережень, а вихідна інформація та результати розрахунків за моделлю Ковальова – Волкової (N) надані в табл. 2.9.

Таблиця 2.8

**Нормативні та середні локальні значення показників для розрахунків
на основі моделі Ковальова – Волкової**

Показник	Коефіцієнт поточної ліквідності	Рентабельність активів	Коефіцієнт оборотності запасів	Рентабельність продажів (комерційна маржа)	Коефіцієнт левериджу
Нормативні значення	4,299133	0,10403	11,19651	0,66793	4,853
Локальні значення	2	0,3	3	0,445	1

Таблиця 2.9

Розрахунки на основі моделі Ковальова – Волкової

№ Підприємства та періоди	Коефіцієнт поточної ліквідності	Рентабельність активів	Коефіцієнт оборотності запасів	Рентабельність продажів (комерційна маржа)	Коефіцієнт левериджу	N за нормативними значеннями	N за локальними значеннями
	X3	X4	X8	X16	X19		
1	2	3	4	5	6	7	8
2	1,1290	-0,0262	2,5262	0,4748	5,89	1,6189	0,3856
2	0,8593	-0,0571	8,8604	0,5065	5,05	1,9315	0,4219

Продовження табл. 2.9

1	2	3	4	5	6	7	8
2	0,6323	-0,0560	10,1821	0,5263	4,67	1,9425	0,4277
2	0,8092	-0,1166	8,2041	0,4708	6,81	2,1749	0,3573
2	0,6965	-0,0866	6,5816	0,4891	8,16	2,3197	0,4306
3	0,8263	-0,0792	14,0102	0,5706	5,63	2,4723	0,5262
3	0,3249	-0,1115	9,2219	0,5338	4,39	1,7327	0,2713
3	0,2740	-0,2453	10,7182	0,5664	6,00	2,0912	0,1158
3	0,4801	0,1664	11,5242	0,5930	4,54	2,1725	0,8809
3	0,9565	0,0023	6,5185	0,7002	5,02	1,8257	0,5174
4	3,3910	0,1439	15,2052	0,8177	2,83	2,5367	1,0524
4	4,1718	0,1792	11,6002	0,8155	1,94	2,1789	1,0481
4	4,0125	0,2024	25,9464	0,8971	1,25	3,2503	1,3876
4	7,4615	0,2548	13,2769	0,8871	1,52	2,7123	1,4156
4	4,2908	0,1912	14,6532	0,8739	2,02	2,4853	1,1584
5	1,2838	0,0774	8,4789	0,7262	6,41	2,3638	0,7858
5	1,4231	0,1369	7,9643	0,7418	4,11	1,9216	0,8043
5	1,8861	0,0175	7,5850	0,5787	3,46	1,7016	0,5420
5	3,2064	0,0845	6,6949	0,6775	4,96	2,1593	0,8043
5	2,2175	-0,1196	7,2429	0,5411	6,63	2,2486	0,4150
6	2,2889	0,0136	5,0025	0,4915	9,47	2,7165	0,7348
6	2,5298	0,0132	3,2356	0,4914	6,55	2,0151	0,5883
6	3,1373	0,0119	5,9478	0,5230	6,11	2,2353	0,6682
6	6,2933	0,0428	7,1680	0,4180	8,10	3,1265	1,0047
6	5,4142	-0,0127	9,9293	0,4641	8,74	3,3481	0,9419
7	1,7933	0,0140	1,2170	0,2499	8,76	2,1430	0,5567
7	1,9791	0,0038	11,8228	0,4105	6,91	2,7094	0,7326
7	1,5564	-0,0554	11,6937	0,4297	7,84	2,7966	0,6324
7	1,8189	0,0525	16,1689	0,4409	5,77	2,8628	0,8715
7	1,7012	0,0303	8,7559	0,5394	6,34	2,3517	0,6947
8	2,6355	0,0080	6,7272	0,3237	9,95	2,9581	0,7774
8	3,2607	0,0119	8,4769	0,3718	7,27	2,6595	0,7570
8	2,3323	-0,0055	11,9665	0,4501	6,34	2,6542	0,7208
8	3,0558	0,0043	13,7910	0,3201	9,03	3,4120	0,9140
8	2,6233	-0,0072	8,3593	0,3080	9,33	2,9550	0,7560
9	2,0630	0,0068	5,6962	0,2539	12,31	3,2562	0,8056
9	2,3530	0,0278	2,9435	0,3006	9,39	2,5035	0,6879
9	5,0053	0,0064	2,1309	0,3454	6,50	2,1851	0,6705
9	5,0031	0,0054	3,1377	0,4366	9,93	2,9746	0,8460
9	5,2549	0,0051	3,6982	0,3853	11,39	3,3330	0,9250

1	2	3	4	5	6	7	8
10	2,3035	0,0441	0,3476	0,4055	7,80	1,9974	0,6086
10	3,0462	-0,0192	0,5016	0,2919	5,62	1,5994	0,4267
10	2,4449	-0,0810	0,8540	0,3323	11,78	2,7534	0,5406
10	2,1329	-0,0260	0,9393	0,4656	9,00	2,2322	0,5357
10	2,4325	-0,0186	4,0565	0,4817	0,31	0,8001	0,2811
11	0,4384	-0,0116	16,5488	0,3788	12,73	4,0573	0,9541
11	0,5769	-0,0139	3,8084	0,0771	15,89	3,5756	0,7583
11	2,0337	-0,0732	1,4491	0,2740	9,42	2,2717	0,4391
11	3,0895	0,0317	8,8367	0,4561	11,49	3,5442	0,9798
11	2,5875	-0,0426	20,4343	0,2600	14,78	5,0123	1,1729

Пошук моделі, комплексна оцінка якої має узгоджену динаміку з часовими змінами евристичних оцінок рівня фінансового стану підприємства. Оскільки рівень фінансового стану підприємств розраховується різними методами за декілька періодів, то в якості показника узгодженості візьмемо коефіцієнт кореляції між значеннями рівня фінансового стану за декілька періодів, які отримані за допомогою різних методів або з використанням різних моделей.

Для перевірки моделей на адекватність необхідно обчислити коефіцієнти парної кореляції між трьома часовими залежностями для всіх підприємств базової групи та визначити їх середнє значення. Необхідна інформація подана в табл. 2.10.

Таблиця 2.10

**Ряди експертних та модельних оцінок рівня фінансового стану
базової групи підприємств**

№ Підприємства та періоди	Експертна оцінка 1	Експертна оцінка 2	R за нормативним значенням	R за середнім локальним значенням	N за нормативним значенням	N за середнім локальним значенням
1	2	3	4	5	6	7
2	3	3	26,7649	0,4414	1,6189	0,3856
2	4	3,5	27,9470	0,3787	1,9315	0,4219
2	4	4	25,0336	0,3803	1,9425	0,4277

Продовження табл. 2.10

1	2	3	4	5	6	7
2	9	9	37,1092	0,9392	2,1749	0,3573
2	2	2	43,4161	0,4294	2,3197	0,4306
3	3	3	25,1291	0,3216	2,4723	0,5262
3	2	2	23,5465	0,1304	1,7327	0,2713
3	1	1	32,0737	-0,1927	2,0912	0,1158
3	7	7	23,8637	1,0086	2,1725	0,8809
3	4	4	26,4053	0,7821	1,8257	0,5174
4	7	7	14,4324	0,7948	2,5367	1,0524
4	8	8	12,5998	0,9503	2,1789	1,0481
4	9	9	8,49385	1,3703	3,2503	1,3876
4	10	10	10,0338	1,5800	2,7123	1,4156
4	9	8,5	10,9847	1,1916	2,4853	1,1584
5	7	7	28,7554	1,0797	2,3638	0,7858
5	9	9	22,8947	1,1994	1,9216	0,8043
5	5	5	18,8695	0,7966	1,7016	0,5420
5	7	6,5	28,0629	1,1933	2,1593	0,8043
5	2	2	34,8526	0,5520	2,2486	0,4150
6	5	5	42,3420	0,7133	2,7165	0,7348
6	5	4,5	35,5497	0,6945	2,0151	0,5883
6	5	5,5	33,5738	0,7803	2,2353	0,6682
6	6	6	42,9337	1,0125	3,1265	1,0047
6	4	4	46,2255	0,9125	3,3481	0,9419
7	5	5	42,8530	0,5479	2,1430	0,5567
7	4	4	37,8446	0,6293	2,7094	0,7326
7	3	3	42,9670	0,5194	2,7966	0,6324
7	7	7	30,2188	0,7542	2,8628	0,8715
7	6	6	32,7178	0,8233	2,3517	0,6947
8	5	5	44,6638	0,6256	2,9581	0,7774
8	6	6	36,3948	0,6254	2,6595	0,7570
8	4	4,5	34,2796	0,5694	2,6542	0,7208
8	5	5,5	48,0868	0,7048	3,4120	0,9140
8	4	4	47,9705	0,6934	2,9550	0,7560
9	4	3,5	53,3758	0,6616	3,2562	0,8056
9	5	5	50,4695	0,7128	2,5035	0,6879
9	4	4,5	35,6972	0,7191	2,1851	0,6705
9	4	4	53,0389	1,0154	2,9746	0,8460

1	2	3	4	5	6	7
9	4	4,5	60,3612	1,0734	3,3330	0,9250
10	6	6	35,6955	0,6761	1,9974	0,6086
10	4	4,5	33,7559	0,4690	1,5994	0,4267
10	2	2	15,9063	0,1954	2,7534	0,5406
10	4	4	18,2972	0,3475	2,2322	0,5357
10	3	3	0,45421	0,3085	0,8001	0,2811
11	2	2	49,1443	0,5300	4,0573	0,9541
11	2	2,5	85,6416	0,7567	3,5756	0,7583
11	4	4	50,6190	0,5161	2,2717	0,4391
11	5	5	61,0855	1,0153	3,5442	0,9798
11	3	3	77,9194	1,0994	5,0123	1,1729

Результат розрахунків коефіцієнтів кореляції подано в табл. 2.11.

Таблиця 2.11

Значення розрахованих коефіцієнтів кореляції за експертними оцінками та моделями Сайфуліна – Кадикова (R) та Ковальова – Волкової (N)

Експертна оцінка	R за нормативними значеннями	R за локальними значеннями	N за нормативними значеннями	N за локальними значеннями
1	-0,2882	0,7819	0,0755	0,6270
2	-0,2703	0,7831	0,0856	0,6314

Таким чином, за даними розрахунків можна зробити висновок, що найбільшим є коефіцієнт кореляції між експертними оцінками та рівнем фінансового стану, який розрахований на основі моделі Сайфуліна – Кадикова. Саме її ми вибираємо в якості достовірної моделі для проведення моніторингу підприємств важкого машинобудування Харківського регіону.

Прогнозування комплексної оцінки рівня фінансового стану досліджуваного підприємства КП "Червоний промінь" на наступний період. Серед багатьох видів регресії для прогнозування оцінок рівня фінансового стану на базі спостереження п'яти – шести періодів фінансової діяльності підприємства при нестабільному розвитку економіки країни в силу значних змін фінансових показників

від періоду до періоду доцільна тільки лінійна регресія. На рис. 2.2 зображено динаміку фінансового стану досліджуваного підприємства КП "Червоний промінь" та прогнозне значення на шостий період.

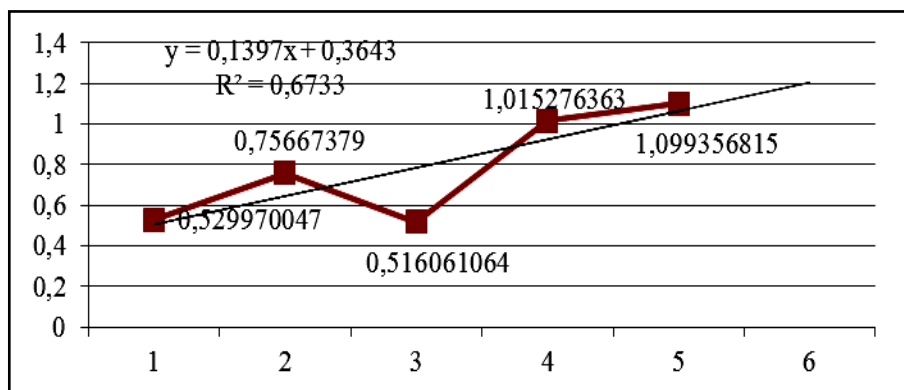


Рис. 2.2. Динаміка фінансового стану підприємства КП "Червоний промінь"

Прогнозне значення рівня фінансового стану підприємства КП "Червоний промінь", визначене за допомогою функції програмного середовища *MS Excel* "ПРЕДСКАЗ" і дорівнює приблизно 1,2. Тренд зміни рівня фінансового стану свідчить про фінансову стійкість підприємства та зростання рівня його прибутковості.

Висновки

За результатами досліджень базової групи підприємств важкого машинобудування Харківського регіону були знайдені локальні нормативні значення фінансових показників. Вони є середніми значеннями відповідних показників успішних підприємств розглянутої групи, які визначалися за допомогою експертного аналізу з урахуванням рівня фінансової стійкості за декілька попередніх періодів. Знайдені локальні нормативні значення були підставлені в моделі Сайфуліна – Кадикова та Ковальова – Волкової для отримання модельних оцінок рівня фінансового стану підприємств базової групи за п'ять попередніх періодів.

Для знаходження моделі, адекватної досліджуваній економічній ситуації, були порівняні коефіцієнти кореляції між рядами оцінок, отриманих експертним методом та за двома моделями. За максимумом коефіцієнта кореляції була

вибрана модель Сайфуліна – Кадикова з локальними нормативними значеннями як найбільш адекватна, оскільки вона дала коефіцієнт кореляції 0,78. Необхідно зазначити, що модель Ковальова – Волкової з локальними нормативними значеннями дала коефіцієнт кореляції 0,63. Водночас модель Сайфуліна – Кадикова зі стандартними нормативними значеннями дала взагалі від'ємний коефіцієнт кореляції, -0,27, а модель Ковальова – Волкової зі стандартними нормативними значеннями дала коефіцієнт кореляції 0,09.

Проведені дослідження підтверджують загальновідому думку економістів про те, що використання загальноприйнятих моделей Сайфуліна – Кадикова та Ковальова – Волкової зі стандартними нормативними значеннями у конкретній економічній ситуації може бути неприпустимим. Дійсно, оцінки рівня фінансового стану, які дають ці моделі зі стандартними нормативними значеннями, взагалі не корелюють з експертними оцінками. Слід зауважити, що ряди оцінок склалися з п'ятдесяти значень (десять підприємств за п'ять періодів), тому наявність або відсутність кореляції має високий рівень достовірності. Це підтверджує, з математичної точки зору, адекватність отриманих у дослідженні локальних нормативних значень фінансових показників для підприємств важкого машинобудування Харківського регіону і, взагалі, адекватність самого методу розрахунку нормативних значень будь-яких показників фінансової діяльності у конкретній економічній ситуації. Отже, запропонований метод розрахунку нормативних значень фінансових показників у конкретній економічній ситуації може бути узагальненим для будь-яких економічних показників, а не тільки фінансових.

Знайдена адекватна модель комплексної оцінки рівня фінансового стану може бути застосована для моніторингу будь-якого підприємства важкого машинобудування Харківського регіону, якщо його фінансові показники за п'ять попередніх періодів входять у 95-відсотковий довірчий інтервал, отриманий за даними базової групи підприємств, якщо ця група є репрезентативною.

Наявність адекватної моделі комплексної оцінки рівня фінансового стану дозволяє проводити моніторинг фінансової діяльності досліджуваного підприємства у будь-який час без значних затрат на експертне обстеження, а також знаходити прогнозне значення рівня фінансового стану на наступний період з оцінкою похибки прогнозування.

Розділ 3. Вибір найбільш доцільної альтернативи розвитку діяльності підприємства

3.1. Особливості порівняння можливих альтернатив розвитку діяльності підприємства

Сьогодні діяльність більшості вітчизняних підприємств потребує вдосконалення управління, оскільки її існуючий стан спричиняє низьку конкурентоспроможність підприємств України. Ефективне управління діяльністю підприємства є завданням оптимального використання всіх ресурсів підприємства з метою досягнення бажаних результатів діяльності. Для цього потрібно мати можливість порівняти всі можливі альтернативи розвитку діяльності і вибрати з них ту, реалізація якої буде найбільш доцільною. Але на практиці таке просте завдання складно вирішується через низьку обставин.

По-перше, для того щоб порівняти різні альтернативи між собою, необхідно спрогнозувати результати їх реалізації. У більшості випадків такий прогноз здійснюється експертним методом, який є досить суб'єктивним, або за допомогою складних досліджень ринкової кон'юнктури та перспектив розвитку діяльності підприємства, які дорого коштують і не завжди виправдовують витрати. Непередбачувані обставини, нестабільність і коливання ринку суттєво впливають на стан діяльності підприємств.

По-друге, для порівняння доступних альтернатив розвитку діяльності варто використовувати показники, які враховують відношення результатів до здійснених витрат, тобто показники ефективності. Але складність полягає саме у виборі конкретних форм показників ефективності, придатних для порівняння різних альтернатив з урахуванням їх змін. Крім того, таких показників завжди декілька, а використання лише одного з них – це штучне спрощення ситуації, яке часто призводить до негативних наслідків.

По-третє, яким би якісним не був прогноз, він завжди обтяжений різними видами ризиків, пов'язаними з можливістю відхилень реальних результатів від очікуваних. Тому під час порівняння різних варіантів розвитку діяльності підприємства варто також враховувати показники ризиків, властивих кожному варіанту.

По-четверте, порівнювати альтернативи розвитку діяльності потрібно одночасно за декількома показниками – як ефективності, так і ризиків. У разі, якщо в безлічі альтернатив немає варіанта, який був би оптимальним за Парето,

розв'язок такої задачі практично неможливий без застосування відповідних економіко-математичних методів.

Таким чином, в процесі вирішення завдань, пов'язаних з ухваленням управлінських рішень щодо вибору найбільш доцільної альтернативи розвитку діяльності підприємства, доводиться враховувати декілька суперечливих цільових функцій $f_k(X)$ ($k = \overline{1, l}$), які необхідно розглядати одночасно, а іноді і неможливо формалізувати. Тому сьогодні актуальним завданням є розроблення моделі вибору варіанта розвитку діяльності підприємства з множини альтернативних варіантів за декількома критеріями, які вирішуються в теорії оптимізації.

3.2. Особливості окремих задач оптимізації

Концепції, на яких будуються моделі оптимізації, є важливими в теорії управління. У багатьох прикладах економічних завдань здійснюється пошук декількох цілей, серед яких досить складно виділити одну. Тому постає питання опрацювання методів оптимізації й умов їх практичної реалізації в контексті управління діяльністю підприємства.

Уперше проблема оптимізації з декількома критеріями виникла у італійського економіста В. Парето в 1904 р. під час математичного дослідження товарного обміну. Надалі інтерес до задачі оптимізації з декількома критеріями посилювався у зв'язку з використанням обчислювальної техніки. Пізніше стало ясно, що такі оптимізаційні задачі постають у багатьох галузях під час проектування складних систем.

На відміну від задач оптимізації з одним критерієм у таких задачах оптимізації є невизначеність цілей. Дійсно, існування розв'язку, який максимізує декілька цільових функцій, є рідкісним виключенням. Тому з математичних позицій ці задачі є невизначеними, і розв'язком може бути тільки компромісне рішення. Наприклад, у процесі пошуку плану підприємства, що максимізує прибуток і мінімізує витрати, очевидна неможливість досягнення обох цілей одночасно, оскільки чим більші витрати, тим більше повинно бути продукції та тим більший прибуток.

Зважаючи на це, поняття оптимальності отримує різні тлумачення, і тому виділяються три основні напрями:

- розроблення концепції оптимальності;
- доказ існування розв'язку, оптимального у відповідному сенсі;
- розроблення методів знаходження оптимального розв'язку [35; 36].

У роботах [152; 153] досить ретельно опрацьовано та подано практичні рекомендації щодо реалізації основних положень теорії оптимізації в процесі управління економічними об'єктами.

У векторній формі математичну модель оптимізаційної задачі можна записати таким чином:

$$\overline{f(X)} = (f_1(X), \dots, f_l(X)) \rightarrow \max, \text{ де } X \in D. \quad (3.1)$$

Якщо функції f_1, f_2, \dots, f_l досягають максимуму в точці $X^* \in D$, то задача має "ідеальний розв'язок".

Однак випадки існування "ідеального розв'язку" задачі досить рідкісні. Тому основна проблема під час розгляду задачі – формалізація принципу оптимальності, тобто визначення того, в якому сенсі "оптимальний розв'язок" краще за інші. У разі відсутності "ідеального розв'язку" задачі здійснюється пошук компромісного розв'язку.

Якщо цілі суперечать одна одній, то не існує оптимального розв'язку, який би задовольняє всім критеріям. У цьому випадку вводиться поняття "ефективний розв'язок".

Для будь-якої альтернативи $X \in D$ вектор із значень цільових функцій $(f_1(X), f_2(X), \dots, f_l(X))$ є векторною оцінкою альтернативи X . Векторна оцінка альтернативи містить повну інформацію про цінність (корисність) цієї альтернативи для особи, яка ухвалює рішення. Порівняння будь-яких двох результатів замінюється порівнянням їх векторних оцінок.

Точка $X_0 \in D$ називається *оптимальною за Парето*, якщо не існує іншої точки $X \in D$, яка була б більш переважною, ніж X_0 . Точки, оптимальні за Парето, утворюють *множину точок, оптимальних за Парето* (множину ефективних точок) $D_p \subset D$.

Оптимальні розв'язки задачі слід шукати тільки серед елементів множини альтернатив D_p . У цій області жоден критерій не може бути покращений без погіршення хоча б одного з інших. Важливою властивістю множини Парето D_p є можливість свідомо "вибраковувати" з множини альтернатив D невдалі варіанти, які поступаються іншим за всіма критеріями. Зазвичай розв'язання задачі має починатися з виділення множини D_p . У разі відсутності додаткової

інформації про систему переваг особа, яка ухвалює рішення (ОУР), повинна ухвалювати рішення саме з множини Парето D_p .

Якщо множина D_p є дискретною, то задачу вибору оптимального розв'язку з декількома критеріями зручно подавати в табличній формі. Тоді кожну альтернативу характеризують оцінками частинних критеріїв. У рядках таблиці проставляють альтернативи $X_i, i = \overline{1, m}$. У кожному стовпці такої таблиці вказують оцінки конкретного частинного критерію [35; 36].

До загальної постановки задач такого типу можуть зводитися задачі різного змісту, які можна підрозділити на чотири типи.

1. Задачі оптимізації на множині цілей, кожна з яких повинна бути врахована під час вибору оптимального розв'язку.

2. Задача оптимізації на множині об'єктів, якість функціонування кожного з яких оцінюється самостійним критерієм. Якщо якість функціонування кожного об'єкта оцінюється декількома критеріями (векторним критерієм), то така задача називається *багатовекторною*.

3. Задача оптимізації на множині умов функціонування. Задані умови, в яких належить працювати об'єкту. Стосовно кожної умови якість функціонування оцінюється деяким частинним критерієм.

4. Задача оптимізації на множині етапів функціонування. Розглядається функціонування об'єктів на деякому інтервалі часу, що розподілений на декілька етапів. Якість управління на кожному етапі оцінюється частинним критерієм, а на безлічі етапів – загальним векторним критерієм.

Такі оптимізаційні задачі можна також класифікувати за іншими ознаками: за варіантами оптимізації, за кількістю критеріїв, за типами критеріїв, за співвідношеннями між критеріями, за рівнем структуризації, за наявністю чинника невизначеності.

3.3. Основні підходи до розв'язання задач оптимізації з декількома критеріями

Під методами оптимізації прийнято розуміти методи пошуку розв'язку у тому випадку, коли умови задачі та кількісні критерії вибору формулюються у математичному вигляді. На підставі розгляду основних підходів до розв'язання задач оптимізації з декількома критеріями здійснено систематизацію основних методів оптимізації, опис яких наведено в табл. 3.1.

Методи розв'язання задач оптимізації з декількома критеріями

Назва методу		Опис методу	Недоліки
1		2	3
Зведення до однокритеріальної задачі			
Метод згортки критеріїв	Адитивна згортка (формат методу Ю. Гермейера)	<p>Критерії нормуються; визначається вектор вагових коефіцієнтів критеріїв $\alpha = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_l)$, які характеризують важливість відповідного критерію. Це означає, що $\alpha_i \geq \alpha_j$, якщо критерій f_i має пріоритет над критерієм f_j, де</p> $\sum_{k=1}^l \alpha_k = 1, \alpha_k \geq 0;$ <p>будується нова цільова функція:</p> $f(X) = \sum_{k=1}^l \alpha_k f_k(X)$ <p>розв'язується задача оптимізації скалярного критерію:</p> $z = f(X) \rightarrow \max \text{ за умови } X \in D$	<p>Суб'єктивність вибору коефіцієнтів α_k, $k = 1, 2, \dots, l$</p>
	Мультиплікативна згортка	<p>Цільова функція має вигляд:</p> $f(X) = \prod_{k=1}^l f_k^{\alpha_k}(X), \text{ де } \sum_{k=1}^l \alpha_k = 1, \alpha_k \geq 0$	
Лексикографічна оптимізація – метод послідовних поступок	<p>Критерії нумеруються в порядку убуття важливості f_1, f_2, \dots, f_l.</p> <p>Далі повинні бути виконані наступні дії:</p> <p>1-й крок. Розв'язується задача за 1-м критерієм:</p> $z_1^* = \max_{X \in D} f_1(X).$ <p>2-й крок. Призначається розумна поступка Δz_1, складається та розв'язується нова задача оптимізації за 2-м критерієм:</p> $z_2^* = \max_{\substack{X \in D \\ f_1(X) \geq z_1^* - \Delta z_1}} f_2(X).$	<p>Суб'єктивність вибору контрольних показників і поступок Δz_k, $k = 1, 2, \dots, l$</p>	

1	2	3
<p>Лексикографічна оптимізація – метод послідовних поступок (продовження)</p>	<p>3-й крок. Призначається поступка для 2-го критерію Δz_2, складається та розв'язується задача 3-3-й крок. Призначається поступка для 2-го критерію Δz_2, складається та розв'язується задача оптимізації за 3-м критерієм:</p> $z_3^* = \max_{X \in D} f_3(X),$ $f_1(X) \geq z_1^* - \Delta z_1$ $f_2(X) \geq z_2^* - \Delta z_2$ <p>Процес призначення поступок за кожним критерієм і розв'язання однокритеріальних задач продовжується до l-го кроку.</p> <p>l-й крок. Призначається поступка для $l-1$-го критерію Δz_{l-1}, складається і розв'язується задача оптимізації за останнім l-м критерієм:</p> $z_l^* = \max_{X \in D} f_l(X)$ $f_1(X) \geq z_1^* - \Delta z_1$ $f_2(X) \geq z_2^* - \Delta z_2$ \dots $f_{l-1}(X) \geq z_{l-1}^* - \Delta z_{l-1}$	
<p>Метод головного критерію</p>	<p>Вибирається основний (головний) серед критеріїв. Наприклад, $f_1(X)$. Решта всіх цільових функцій переводиться до розряду обмежень.</p> <p>Відповідно до вимог ОУР на всі критерії накладають обмеження, яким вони повинні задовольняти.</p> <p>Вводиться система контрольних показників \tilde{f}_k, щодо яких за всіма критеріями повинні бути досягнуті значення, не менше заданих значень \tilde{f}_k:</p> $f_k(X) \geq \tilde{f}_k, k = 1, 2, \dots, l.$ <p>Після вибору основного критерію і встановлення нижніх меж для решти критеріїв розв'язується задача однокритеріальної оптимізації:</p> $f_1(X) \rightarrow \max$ <p>за умов $f_k(X) \geq \tilde{f}_k, k = 1, 2, \dots, l, X \in D$</p>	<p>Суб'єктивність вибору головного критерію; розв'язок може бути не ефективним, тому необхідно перевірити його належність до області компромісів</p>

1	2	3
Метод цільового програмування (метод ідеальної точки)	<p>Задаються певні цілі $\bar{f}_1, \bar{f}_2, \dots, \bar{f}_l$ для кожного критерію.</p> <p>Будується задача мінімізації суми відхилень з деяким показником p:</p> $z = \left(\sum_{k=1}^l w_k f_k(X) - \bar{f}_k ^p \right)^{\frac{1}{p}} \rightarrow \min \quad \text{при } X \in D,$ <p>де w_k – деякі вагові коефіцієнти, що характеризують важливість критерію</p>	Суб'єктивність вибору w_k , $k = 1, 2, \dots, l$; переважно використовується для лінійних моделей
Метод гарантованого результату	<p>Компромісний розв'язок знаходиться як найкращий результат навіть для найменшого критерію (якщо критерії максимізуються) шляхом розв'язання задачі оптимізації:</p> $z = \min_{k=1,2,\dots,l} f_k(X) \rightarrow \max \quad \text{при } X \in D.$ <p>Це максимінна задача, яка для нормалізованих критеріїв $\lambda_k(X) = \frac{f_k(X)}{f_k^*}$, де $f_k^* = \max_{X \in D} f_k(X)$, має вигляд:</p> $z = \min_{k=1,2,\dots,l} \lambda_k(X) \rightarrow \max, \quad \text{де } X \in D$	Для нерівнозначних критеріїв – суб'єктивність вибору коефіцієнта зв'язку між критеріями
Інтерактивні		
Метод аналізу ієрархій (МАІ)	<p>Декомпозиція проблеми на складові (побудова ієрархії критеріїв);</p> <p>ітераційна процедура оцінки рейтингу кожного елемента нижнього рівня за ступенем впливу на вищий рівень на основі матриці парних порівнянь і визначення її головного власного вектора з нормалізацією його значень;</p> <p>оцінка узгодженості думок щодо порівняльних оцінок за обчисленими коефіцієнтами узгодженості;</p> <p>визначення коефіцієнтів ваги та важливості; обчислення глобального вектора пріоритетів як середньозваженого рейтингів кожного варіанта розв'язків;</p> <p>вибір розв'язку, що набирає найбільшу кількість балів</p>	Введення додаткового рівня ієрархії може призвести до зміни рейтингу пріоритетів та зміни розв'язку

Слід зазначити, що знайдений оптимальний розв'язок задачі оптимізації у форматі обраного методу повинен бути найкращим чином адаптований до конкретної системи переваг особи, яка приймає рішення.

3.4. Постановка задачі про вибір найбільш доцільної альтернативи розвитку діяльності підприємства із множини альтернатив

У контексті даного дослідження розглядається сім доступних і можливих альтернативних варіантів розвитку діяльності підприємства:

V_1 – диференціація товару, що виходить на ринок, за рахунок зміни технології виробництва;

V_2 – економія на витратах порівняно з основними конкурентами на ринку за рахунок посилення контролю та ретельного опрацювання конструкції нових товарів;

V_3 – концентрація на окремому цільовому сегменті ринку за рахунок підвищення післяпродажного сервісу;

V_4 – збільшення частки ринку за рахунок стимулювання збуту;

V_5 – вихід на нові ринки збуту шляхом створення сумісного підприємства;

V_6 – диверсифікація за рахунок оновлення товарного портфеля;

V_7 – конфронтація через цінову політику й активізацію рекламних заходів.

Множина частинних критеріїв подана шістьма критеріями:

f_1 – обсяг реалізованої продукції (тис. грн);

f_2 – матеріальні витрати (тис. грн);

f_3 – рентабельність продаж;

f_4 – собівартість одиниці продукції (тис. грн);

f_5 – виробничі витрати (тис. грн);

f_6 – рентабельність власного капіталу.

Виходячи з економічного змісту кожного критерію, визначено напрями оптимізації: критерії f_1 , f_3 і f_6 максимізуються, а критерії f_2 , f_4 і f_5 мінімізуються.

За допомогою експертного опитування керівників вищої ланки та провідних фахівців, які безпосередньо зайняті в сфері управління діяльністю досліджуваного

підприємства, наведений перелік критеріїв було упорядковано за ступенем їх важливості. За попередніми розрахунками бізнес-планів кожного варіанта розвитку діяльності даного підприємства оцінено частинні критерії, значення яких наведені в табл. 3.2.

Можна констатувати, що дана задача є задачею на множині умов функціонування, і таке її формулювання має формат задачі з дискретною множиною альтернатив. Це обумовлює необхідність урахування деяких особливостей щодо практичної реалізації методів її розв'язання.

Таблиця 3.2

Значення частинних критеріїв

Варіанти	Частинні критерії					
	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5	f_6
B ₁	65201,80	42490,10	0,17529	0,54	8416	0,10612
B ₂	67875,80	42089,00	0,17321	0,53	8437	0,14217
B ₃	67933,70	51268,50	0,12672	0,62	8744	0,10335
B ₄	66208,00	43097,10	0,17901	0,79	8412	0,07528
B ₅	64507,20	39593,60	0,11262	0,65	8474	0,13078
B ₆	63010,50	39676,30	0,09606	0,68	8514	0,06849
B ₇	65954,00	51708,80	0,12472	0,52	8142	0,11243

3.5. Практична реалізація методу послідовних поступок у моделі вибору варіанта розвитку діяльності підприємства

Спочатку необхідно проаналізувати, який з варіантів є оптимальним за Парето. Поняття оптимального за Парето розв'язку є основоположним в теорії оптимізації. Тому, не дивлячись на те, що особи, які приймають рішення, можуть мати різні переваги (і вибирати як оптимальні рішення різні альтернативи), у форматі процедур їх вибору завжди буде загальним правилом вибір оптимального розв'язку саме з множини розв'язків, оптимальних за Парето.

Варіант B₅ домінує над варіантом B₆ (перехід від варіанта B₆ до варіанта B₅ дозволяє покращити показники всіх частинних критеріїв). Отже, варіант B₅ є кращим (за заданими частинними критеріями), ніж варіант B₆. Тобто варіант B₆ не є оптимальним за Парето. Інші варіанти є оптимальними за Парето тому, що в процесі переходу від будь-якого з цих варіантів до іншого не можна

покращити показник хоча б одного з частинних критеріїв, не погіршивши водночас показники решти частинних критеріїв.

Пропонується розглянути реалізацію методу послідовних поступок, якщо поступка за кожним критерієм дорівнюватиме 5 % від його оптимального значення.

Виключається з розгляду варіант B_6 , який не є оптимальним за Парето.

Далі на першому етапі розв'язується задача $f_1 \rightarrow \max$.

Як видно з табл. 3.2, максимальний елемент для першого частинного критерію складає 67 933,70 тис. грн. Завдяки встановленій поступці у розмірі 5 % від оптимального значення критерію ($\Delta_1 = 3\,396,69$ тис. грн) на другому етапі мають розглядатися тільки ті варіанти, для яких оцінка першого частинного критерію буде не нижчою ніж $f_{1\max} - \Delta_1 = 64\,537,01$ тис. грн. Тому для реалізації другого етапу методу виключається з розгляду варіант B_5 (його оцінка за першим частинним критерієм не задовольняє необхідному обмеженню). У табл. 3.3 подано вихідні дані для реалізації другого етапу оптимізації за методом послідовних поступок.

Таблиця 3.3

Значення частинних критеріїв (для реалізації другого етапу оптимізації)

Варіанти	Частинні критерії					
	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5	f_6
B_1	65201,80	42490,10	0,17529	0,54	8416	0,10612
B_2	67875,80	42089,00	0,17321	0,53	8437	0,14217
B_3	67933,70	51268,50	0,12672	0,62	8744	0,10335
B_4	66208,00	43097,10	0,17901	0,79	8412	0,07528
B_7	65954,00	51708,80	0,12472	0,52	8142	0,11243

На другому етапі розв'язується задача $f_2 \rightarrow \min$.

За даними табл. 3.3 отримано мінімальний елемент для другого частинного критерію – 42089,0 тис. грн. За встановленою поступкою у розмірі 5 % від оптимального значення критерію ($\Delta_2 = 2\,104,45$ тис. грн) на третьому етапі мають розглядатися тільки ті варіанти, для яких оцінка другого частинного критерію не буде перевищувати $f_{2\min} + \Delta_2 = 44\,192,45$ тис. грн. Тому для реалізації

третього етапу методу виключаються з розгляду варіанти В₃ і В₇ (їх оцінки за другим частинним критерієм не задовольняють необхідним обмеженням). У табл. 3.4 подано вихідні дані для реалізації третього етапу оптимізації за методом послідовних поступок.

На третьому етапі розв'язується задача $f_3 \rightarrow \max$.

Як видно з табл. 3.4, максимальний елемент для третього частинного критерію складає 0,17901. За встановленою поступкою у розмірі 5 % від оптимального значення критерію ($\Delta_3 = 0,009$) на четвертому етапі мають розглядатися тільки ті варіанти, для яких оцінка третього частинного критерію буде не нижчою ніж $f_{3\max} - \Delta_3 = 0,17006$.

Таблиця 3.4

Значення частинних критеріїв
(для реалізації третього етапу оптимізації)

Варіанти	Частинні критерії					
	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5	f_6
В ₁	65201,80	42490,10	0,17529	0,54	8416	0,10612
В ₂	67875,80	42089,00	0,17321	0,53	8437	0,14217
В ₄	66208,00	43097,10	0,17901	0,79	8412	0,07528

Для реалізації четвертого етапу методу розглядаються всі варіанти третього етапу (їх оцінки за третім частинним критерієм задовольняють необхідним обмеженням).

На четвертому етапі розв'язується задача $f_4 \rightarrow \min$.

За даними табл. 3.4 отримано мінімальний елемент для четвертого частинного критерію – 0,53 тис. грн. За встановленою поступкою у розмірі 5 % від оптимального значення критерію ($\Delta_4 = 0,027$ тис. грн) на п'ятому етапі мають розглядатися тільки ті варіанти, для яких оцінка четвертого частинного критерію не буде перевищувати $f_{4\min} + \Delta_4 = 0,557$ тис. грн. Тому для реалізації п'ятого етапу методу виключається з розгляду варіант В₄ (його оцінка за четвертим частинним критерієм не задовольняє необхідному обмеженню).

На п'ятому етапі розв'язується задача $f_5 \rightarrow \min$.

За даними табл. 3.4 серед варіантів В₁ і В₂ отримано мінімальний елемент для п'ятого частинного критерію – 8 416 тис. грн. За встановленою поступкою

у розмірі 5 % від оптимального значення критерію ($\Delta_5 = 420,8$ тис. грн) на шостому етапі мають розглядатися тільки ті варіанти, для яких оцінка п'ятого частинного критерію не буде перевищувати $f_{5\min} + \Delta_5 = 8\,836,8$ тис. грн. Тому для реалізації шостого етапу методу розглядаються всі варіанти п'ятого етапу (їх оцінки за п'ятим частинним критерієм задовольняють необхідним обмеженням).

На останньому (шостому) етапі розв'язується задача $f_6 \rightarrow \max$.

Як видно з табл. 3.4 максимальний елемент для шостого частинного критерію серед варіантів B_1 і B_2 складає 0,114217, що відповідає варіанту B_2 , який має бути прийнятий в якості найкращої альтернативи розвитку.

Отже, за методом послідовних поступок визначено, що економія на витратах порівняно з основними конкурентами на ринку за рахунок посилення контролю та ретельного опрацювання конструкції нових товарів є в умовах досліджуваного підприємства найбільш доцільним варіантом розвитку діяльності.

3.6. Практична реалізація методу цільового програмування в моделі вибору варіанта розвитку діяльності підприємства

Метод цільового програмування також називають *методом ідеальної (утопічної) точки* завдяки тому, що в його основі лежить встановлення цілі за ідеальними (утопічними) значеннями та мінімізація відстані між наявними й ідеальними результатами.

Нехай критерії рівнозначні, тобто $w_k = \frac{1}{6}$, $k = \overline{1,6}$. Як і під час реалізації методу послідовних поступок, виключається з розгляду варіант B_6 , який не є оптимальним за Парето.

Для реалізації методу ідеальної точки до табл. 3.2 з оцінками частинних критеріїв введено додатковий рядок. У ньому вказуються координати утопічної (ідеальної) точки на погляд особи, яка приймає рішення (табл. 3.5). Щоб здійснити мінімізацію відстані між досліджуваними та ідеальними результатами також введено додатковий стовпець. У вказаний стовпець для кожного відповідного (у рядках таблиці) варіанта записані значення відстані від точки, яка є альтернативою в просторі значень частинних критеріїв, до ідеальної точки в цьому ж просторі. Відстань обчислено за формулами векторної алгебри.

Вибір найкращого варіанта за методом ідеальної точки

Варіанти	Частинні критерії						Показник відстані
	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5	f_6	
B ₁	65201,80	42490,10	0,17529	0,54	8416	0,10612	3991,22
B ₂	67875,80	42089,00	0,17321	0,53	8437	0,14217	2513,74
B ₃	67933,70	51268,50	0,12672	0,62	8744	0,10335	11690,71
B ₄	66208,00	43097,10	0,17901	0,79	8412	0,07528	3915,04
B ₅	64507,20	39593,60	0,11262	0,65	8474	0,13078	3442,55
B ₇	65954,00	51708,80	0,12472	0,52	8142	0,11243	12276,18
Ідеальна точка	67933,70	39593,30	0,17529	0,52	8142	0,14217	–

Зі всіх елементів додаткового стовпця вибирається найменший. Відповідний (за рядком таблиці) знайденому елементу додаткового стовпця альтернативний варіант приймається як оптимальний.

Найменшим у стовпці "показник відстані" табл. 3.5 є значення 2 513,74, що відповідає варіанту B₂.

Отже, за методом ідеальної (утопічної) точки варіант B₂ (економія на витратах порівняно з основними конкурентами на ринку шляхом посилення контролю та ретельного опрацювання конструкції нових товарів) також приймається як оптимальний варіант розвитку діяльності досліджуваного підприємства.

3.7. Практична реалізація методу гарантованого результату в моделі вибору варіанта розвитку діяльності підприємства

Метод гарантованого результату, опис якого наведений в табл. 3.1, як і будь-який, передбачає можливість його пристосування до задачі та деяку модифікацію. В його основі лежить побудова максимінної (якщо частинні критерії максимізуються) або мінімаксної (якщо частинні критерії мінімізуються) задачі.

Завдяки тому, що в даному дослідженні розглядаються різноманітні критерії, які максимізуються і мінімізуються, то спочатку доцільно привести умови до єдиного формату напряму оптимізації. Перетворення частинних критеріїв до мінімізації дозволяє побудувати мінімаксну задачу. Не викликає

сумнівів, що якщо критерій f_i максимізується, то критерій $\frac{1}{f_i}$ мінімізується.

Тому замість оцінок частинних критеріїв f_1 , f_3 і f_6 пропонується обчислити нові значення оцінок частинних критеріїв $\frac{1}{f_1}$, $\frac{1}{f_3}$ і $\frac{1}{f_6}$.

У табл. 3.6 подано модифіковані вихідні дані задачі.

Таблиця 3.6

Вихідні дані методу гарантованого результату

Варіанти	Частинні критерії					
	$\frac{1}{f_1}$	f_2	$\frac{1}{f_3}$	f_4	f_5	$\frac{1}{f_6}$
B ₁	0,0000153	42490,10	5,70	0,54	8416,00	9,42
B ₂	0,0000147	42089,00	5,77	0,53	8437,00	7,03
B ₃	0,0000147	51268,50	7,89	0,62	8744,00	9,68
B ₄	0,0000151	43097,10	5,59	0,79	8412,00	13,28
B ₅	0,0000155	39593,60	8,88	0,65	8474,00	7,65
B ₇	0,0000152	51708,80	8,02	0,52	8142,00	8,89
min f_i	0,0000147	39593,60	5,59	0,52	8142,00	7,03

Останній рядок табл. 3.6 містить мінімальні значення частинних критеріїв. Максимінна або мінімаксна задачі вимагають здійснення порівнянь, що можливо, якщо значення оцінок критеріїв приведені до однієї шкали вимірювання. Тому за допомогою отриманих мінімальних значень оцінок частинних критеріїв здійснено їх нормалізацію.

У табл. 3.7 подано нормалізовані значення оцінок частинних критеріїв, які отримані шляхом ділення елементів кожного стовпця табл. 3.6 на відповідне мінімальне значення оцінки, яке наведено в останньому рядку цього стовпця.

У табл. 3.7 до матриці нормалізованих оцінок частинних критеріїв введено додатковий стовпець. У вказаний стовпець записані максимальні із значень оцінок частинних критеріїв для кожного з варіантів (тобто максимальні елементи за рядками табл. 3.7). Потім з усіх елементів цього додаткового стовпця вибирається найменший. Тим самим побудовано мінімаксну задачу. Відповідний (за рядком табл. 3.7) знайденому елементу додаткового стовпця альтернативний варіант і приймається як найкращий в рамках даного підходу до розв'язання задачі мінімізації.

Нормалізовані значення оцінок частинних критеріїв

Варіанти	Частинні критерії						max
	$\frac{1}{f_1}$	f_2	$\frac{1}{f_3}$	f_4	f_5	$\frac{1}{f_6}$	
B ₁	1,04	1,07	1,02	1,04	1,03	1,34	1,34
B ₂	1,00	1,06	1,03	1,02	1,04	1,00	1,06
B ₃	1,00	1,29	1,41	1,19	1,07	1,38	1,41
B ₄	1,03	1,09	1,00	1,52	1,03	1,89	1,89
B ₅	1,05	1,00	1,59	1,25	1,04	1,09	1,59
B ₇	1,03	1,31	1,44	1,00	1,00	1,26	1,44

Найменше значення в стовпці "max" табл. 3.7 дорівнює 1,06, що відповідає варіанту B₂.

Отже, за методом гарантованого результату варіант B₂ приймається як оптимальний варіант розвитку діяльності досліджуваного підприємства.

3.8. Практична реалізація МАІ в моделі вибору варіанта розвитку діяльності підприємства

МАІ передбачає реалізацію таких етапів: структуризація ієрархії; попарні порівняння; визначення коефіцієнтів ваги та коефіцієнтів важливості; встановлення пріоритетів альтернатив і вибір альтернативи [8; 211; 212].

Перший етап МАІ: структуризація ієрархії. Структуризація задачі БКО в контексті даного дослідження – це побудова ієрархічної структури за рівнями "ціль – критерії – альтернативи". На рис. 3.1 подано ілюстрацію ієрархії задачі про вибір варіанта розвитку діяльності підприємства з урахуванням виключеного з розгляду варіанта B₆, який не є оптимальним за Парето.

Як видно з рис. 3.1 перший (найвищий) рівень ієрархії має одну мету (розвиток діяльності підприємства): Z – підвищення ефективності діяльності та конкурентоспроможності підприємства на ринку.

Елементи другого рівня ієрархії це – шість критеріїв: f_1 – обсяг реалізованої продукції (тис. грн); f_2 – матеріальні витрати (тис. грн); f_3 – рентабельність продаж; f_4 – собівартість одиниці продукції (тис. грн); f_5 – виробничі витрати (тис. грн); f_6 – рентабельність власного капіталу.

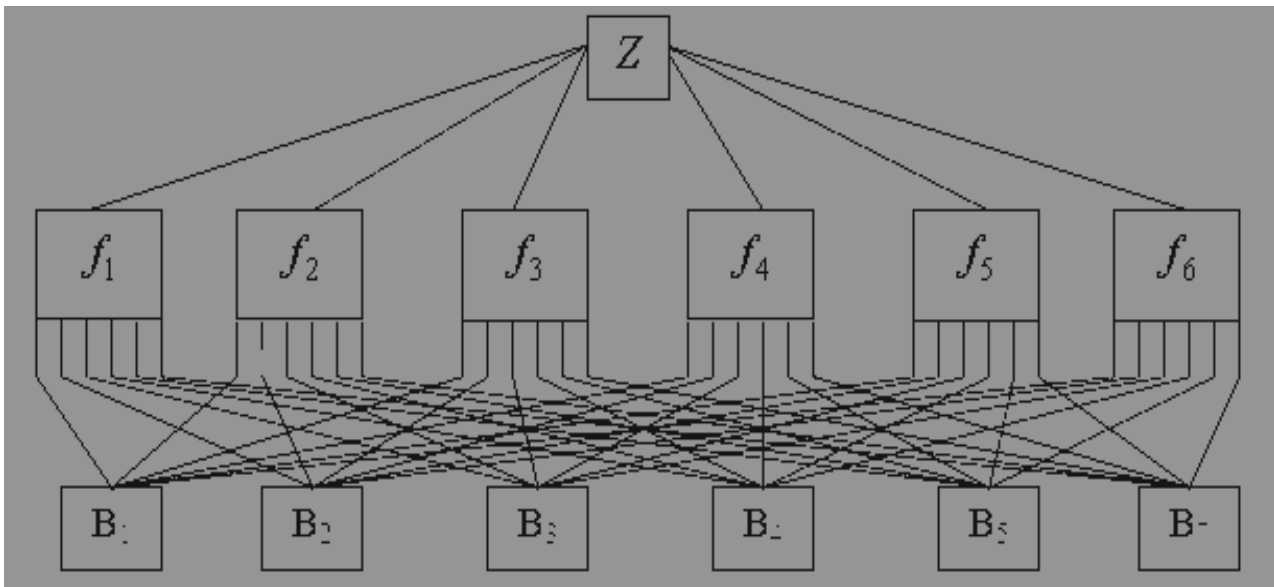


Рис. 3.1. Ієрархічна структура задачі про вибір варіанта розвитку діяльності підприємства

Третій рівень ієрархії має шість елементів: це – варіанти розвитку діяльності підприємства B_1 – диференціація товару, що виходить на ринок, за рахунок зміни технології виробництва; B_2 – економія на витратах у порівнянні з основними конкурентами на ринку за рахунок посилення контролю та ретельного опрацювання конструкції нових товарів; B_3 – концентрація на окремому цільовому сегменті ринку за рахунок підвищення післяпродажного сервісу; B_4 – збільшення частки ринку за рахунок стимулювання збуту; B_5 – вихід на нові ринки збуту за рахунок створення сумісного підприємства; B_7 – конфронтація за рахунок цінової політики й активізації рекламних заходів.

Другий етап МАІ: попарні порівняння. Необхідно здійснити попарні порівняння для елементів кожного рівня побудованої ієрархії з урахуванням специфіки їх оцінки за допомогою критеріїв попереднього, більш високого рівня ієрархії. Результати такого порівняння (для кожної пари елементів одного рівня ієрархії за оцінками одного типу) подаються відповідною матрицею порівняння. Процедури формалізації таких матриць порівняння дозволяють враховувати переваги особи, яка приймає рішення. Для зручності реалізації процедур попарного порівняння у форматі МАІ розроблена спеціальна шкала.

Враховуючи наявну репутацію, наявні ресурси (фінансові, матеріальні та ін.), наявний досвід у бізнесі і певні навички, різні особи, які приймають рішення, можуть абсолютно різним чином порівнювати одні й ті ж елементи.

Результати попарного порівняння елементів одного рівня ієрархії з позиції одного з критеріїв необхідно виражати кількісними оцінками у вигляді

відповідної матриці, яку називають *матрицею порівнянь*. Формат МАІ використовує шкалу Т. Сааті [211; 212] для виразу переваг. Для визначення цих коефіцієнтів встановлюються узгоджені між собою пріоритети кожного з частинних критеріїв на основі попарного порівняння за шкалою важливості (табл. 3.8). Якщо особа, яка приймає рішення, не вважає за необхідне формалізувати своє ставлення до вказаних показників за наведеною в табл. 3.8 шкалою, то використовують арифметичний підхід для знаходження результатів порівняння альтернатив за значеннями показників частинних критеріїв b_1, b_2, \dots, b_n , який запропоновано в роботах [35; 36]. Відношення вигляду $a_{ik} = \frac{b_i}{b_k}$, де $i, k \in \{1; 2; \dots; n\}$, показує, у скільки разів значення показника b_i для i -ї альтернативи більше, ніж значення показника b_k для k -ї альтернативи за відповідним частинним критерієм.

Таблиця 3.8

Шкала порівняння альтернатив

Бали	Визначення	Пояснення
1	Однакова значущість	Обидва порівнювані елементи мають <i>однакову</i> значущість для елемента більш високого рівня
3	Трохи вища значущість	Досвід і оцінка говорять <i>про трохи більшу</i> значущість одного елемента в порівнянні з іншим
5	Вища значущість	Досвід і оцінка говорять <i>про вищу</i> значущість одного елемента в порівнянні з іншим
7	Дуже висока значущість	<i>Дуже висока</i> значущість елемента явно виявилася у минулому
9	Абсолютно домінуюча значущість	Мова йде про <i>максимально можливі відмінності</i> між двома елементами
2, 4, 6, 8	Проміжні значення	Значення потрапляють в інтервал <i>між</i> визначеними вище балами значущості
Зворотні величини наведених вище ненульових величин	Якщо елементу i порівняно з елементом j приписується одне з визначених вище (ненульових) чисел, то елементу j порівняно з елементом i приписується зворотне значення	Якщо узгодженість було встановлено отриманням n числових значень для утворення матриці

Указані відношення a_{ik} записують у вигляді квадратної матриці розміру $n \times n$:

$$\mathbf{A} = (a_{ik})_{n \times n} = \begin{pmatrix} \frac{b_1}{b_1} & \frac{b_1}{b_2} & \dots & \frac{b_1}{b_n} \\ \frac{b_2}{b_1} & \frac{b_2}{b_2} & \dots & \frac{b_2}{b_n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{b_n}{b_1} & \frac{b_n}{b_2} & \dots & \frac{b_n}{b_n} \end{pmatrix}.$$

Очевидні такі властивості цієї ідеальної матриці порівнянь:

вектор-стовпець $\mathbf{b} = (b_1 \ b_2 \ \dots \ b_n)^T$ є власним вектором матриці порівнянь \mathbf{A} з власним значенням $\lambda = n$, тобто має місце рівність $\mathbf{A} \cdot \mathbf{b} = n \cdot \mathbf{b}$;

$\forall i \ a_{ii} = 1$, тобто елементи головної діагоналі такої матриці порівнянь завжди дорівнюють 1;

$\forall i, k \ a_{ik} \cdot a_{ki} = 1$, тобто добуток елементів, симетричних відносно головної діагоналі матриці, дорівнює 1 (матриця \mathbf{A} називається **зворотньо-симетричною**);

$\forall i, k, l \ a_{ik} \cdot a_{kl} = a_{il}$, тобто має місце узгодженість елементів такої матриці порівнянь на кількісному рівні, яку можна розглядати як відповідний аналог властивості транзитивності для поданого матрицею відношення порівняння (матриця \mathbf{A} називається **узгодженою**) [35; 36].

Завдяки тому, що арифметичний підхід до порівняння виключає елемент суб'єктивності, пропонується використати саме його. У табл. 3.9 – 3.14 наведено матриці порівнянь варіантів розвитку діяльності досліджуваного підприємства за кожним частинним критерієм, нормалізовані значення оцінок яких наведені в табл. 3.7. Слід нагадати, що варіант V_6 виключений як неоптимальний за Парето.

На основі отриманих матриць попарних порівнянь можна реалізувати "розмітку" відповідних ребер для графа аналізованої ієрархії, поданого на рис. 3.1.

Таблиця 3.9

Матриця порівнянь альтернатив за обсягом реалізованої продукції

Варіанти	B ₁	B ₂	B ₃	B ₄	B ₅	B ₇
B ₁	1	1,04	1,04	1,01	0,99	1,01
B ₂	0,96	1	1,00	0,97	0,95	0,97
B ₃	0,96	1,00	1	0,97	0,95	0,97
B ₄	0,99	1,03	1,03	1	0,98	1,00
B ₅	1,01	1,05	1,05	1,02	1	1,02
B ₇	0,99	1,03	1,03	1,00	0,98	1

Таблиця 3.10

Матриця порівнянь альтернатив за критерієм матеріальних витрат

Варіанти	B ₁	B ₂	B ₃	B ₄	B ₅	B ₇
B ₁	1	1,01	0,83	0,98	1,07	0,82
B ₂	0,99	1	0,82	0,97	1,06	0,81
B ₃	1,21	1,22	1	1,18	1,29	0,98
B ₄	1,02	1,03	0,84	1	1,09	0,83
B ₅	0,93	0,94	0,78	0,92	1	0,76
B ₇	1,22	1,24	1,02	1,20	1,31	1

Таблиця 3.11

Матриця порівнянь альтернатив за рентабельністю продажів

Варіанти	B ₁	B ₂	B ₃	B ₄	B ₅	B ₇
B ₁	1	0,99	0,72	1,02	0,64	0,71
B ₂	1,01	1	0,73	1,03	0,65	0,72
B ₃	1,38	1,37	1	1,41	0,89	0,98
B ₄	0,98	0,97	0,71	1	0,63	0,69
B ₅	1,56	1,54	1,13	1,59	1	1,10
B ₇	1,41	1,40	1,02	1,44	0,91	1

Таблиця 3.12

Матриця порівнянь альтернатив за собівартістю одиниці продукції

Варіанти	B ₁	B ₂	B ₃	B ₄	B ₅	B ₇
B ₁	1	1,02	0,87	0,68	0,83	1,04
B ₂	0,98	1	0,86	0,67	0,82	1,02
B ₃	1,14	1,17	1	0,78	0,95	1,19
B ₄	1,46	1,49	1,28	1	1,22	1,52
B ₅	1,20	1,23	1,05	0,82	1	1,25
B ₇	0,96	0,98	0,84	0,66	0,80	1

Таблиця 3.13

Матриця порівнянь альтернатив за критерієм виробничих витрат

Варіанти	B ₁	B ₂	B ₃	B ₄	B ₅	B ₇
B ₁	1	0,99	0,96	1,00	0,99	1,03
B ₂	1,01	1	0,97	1,01	1,00	1,04
B ₃	1,04	1,03	1	1,04	1,03	1,07
B ₄	1,00	0,99	0,96	1	0,99	1,03
B ₅	1,01	1,00	0,97	1,01	1	1,04
B ₇	0,97	0,96	0,93	0,97	0,96	1

Таблиця 3.14

Матриця порівнянь альтернатив за рентабельністю власного капіталу

Варіанти	B ₁	B ₂	B ₃	B ₄	B ₅	B ₇
B ₁	1	1,34	0,97	0,71	1,23	1,06
B ₂	0,75	1	0,72	0,53	0,92	0,79
B ₃	1,03	1,38	1	0,73	1,27	1,10
B ₄	1,41	1,89	1,37	1	1,73	1,50
B ₅	0,81	1,09	0,79	0,58	1	0,87
B ₇	0,94	1,26	0,91	0,67	1,16	1

Аналогічно було побудовано матриці порівнянь частинних критеріїв (табл. 3.15 – 3.20).

Матриця порівнянь частинних критеріїв за альтернативою В₁

Частинні критерії	$1/f_1$	f_2	$1/f_3$	f_4	f_5	$1/f_6$
$1/f_1$	1	0,97	1,02	1,00	1,01	0,78
f_2	1,03	1	1,05	1,03	1,04	0,80
$1/f_3$	0,98	0,95	1	0,98	0,99	0,76
f_4	1,00	0,97	1,02	1	1,01	0,78
f_5	0,99	0,96	1,01	0,99	1	0,77
$1/f_6$	1,29	1,25	1,31	1,29	1,30	1

Таблиця 3.16

Матриця порівнянь частинних критеріїв за альтернативою В₂

Частинні критерії	$1/f_1$	f_2	$1/f_3$	f_4	f_5	$1/f_6$
$1/f_1$	1	0,94	0,97	0,98	0,96	1,00
f_2	1,06	1	1,03	1,04	1,02	1,06
$1/f_3$	1,03	0,97	1	1,01	0,99	1,03
f_4	1,02	0,96	0,99	1	0,98	1,02
f_5	1,04	0,98	1,01	1,02	1	1,04
$1/f_6$	1,00	0,94	0,97	0,98	0,96	1

Таблиця 3.17

Матриця порівнянь частинних критеріїв за альтернативою В₃

Частинні критерії	$1/f_1$	f_2	$1/f_3$	f_4	f_5	$1/f_6$
$1/f_1$	1	0,78	0,71	0,84	0,93	0,72
f_2	1,29	1	0,91	1,08	1,21	0,93
$1/f_3$	1,41	1,09	1	1,18	1,32	1,02
f_4	1,19	0,92	0,84	1	1,11	0,86
f_5	1,07	0,83	0,76	0,90	1	0,78
$1/f_6$	1,38	1,07	0,98	1,16	1,29	1

Матриця порівнянь частинних критеріїв за альтернативою В₄

Частинні критерії	$1/f_1$	f_2	$1/f_3$	f_4	f_5	$1/f_6$
$1/f_1$	1	0,94	1,03	0,68	1,00	0,54
f_2	1,06	1	1,09	0,72	1,06	0,58
$1/f_3$	0,97	0,92	1	0,66	0,97	0,53
f_4	1,48	1,39	1,52	1	1,48	0,80
f_5	1,00	0,94	1,03	0,68	1	0,54
$1/f_6$	1,83	1,73	1,89	1,24	1,83	1

Таблиця 3.19

Матриця порівнянь частинних критеріїв за альтернативою В₅

Частинні критерії	$1/f_1$	f_2	$1/f_3$	f_4	f_5	$1/f_6$
$1/f_1$	1	1,05	0,66	0,84	1,01	0,96
f_2	0,95	1	0,63	0,80	0,96	0,92
$1/f_3$	1,51	1,59	1	1,27	1,53	1,46
f_4	1,19	1,25	0,79	1	1,20	1,15
f_5	0,99	1,04	0,65	0,83	1	0,95
$1/f_6$	1,04	1,09	0,69	0,87	1,05	1

Таблиця 3.20

Матриця порівнянь частинних критеріїв за альтернативою В₇

Частинні критерії	$1/f_1$	f_2	$1/f_3$	f_4	f_5	$1/f_6$
$1/f_1$	1	0,79	0,72	1,03	1,03	0,82
f_2	1,27	1	0,91	1,31	1,31	1,04
$1/f_3$	1,40	1,10	1	1,44	1,44	1,14
f_4	0,97	0,76	0,69	1	1,00	0,79
f_5	0,97	0,76	0,69	1,00	1	0,79
$1/f_6$	1,22	0,96	0,88	1,26	1,26	1

Третій етап МАІ: визначення коефіцієнтів ваги та коефіцієнтів важливості. Для кожної матриці порівнянь визначаються її власні вектори, компоненти яких дозволяють встановити показники ваги та коефіцієнти важливості для порівнюваних елементів відповідного рівня ієрархії. У процесі порівняння критеріїв (за їх важливістю) визначають показники, які називаються **показниками ваги**.

Під час порівняння альтернатив (за конкретним критерієм) визначаються показники, які називаються **коефіцієнтами важливості**. Результати вказаних процедур оформляються у вигляді спеціальних таблиць. Для цього перевіряють узгодженість думок осіб, які приймають рішення [35; 36].

Індекс узгодженості (IU) розраховується за формулою:

$$IU = \frac{\lambda_{\max} - n}{n - 1}, \quad (3.2)$$

де λ_{\max} – максимальне власне значення матриці;
 n – кількість об'єктів порівняння.

У практичних ситуаціях можна вважати, що ступінь узгодженості відповідних думок особи, яка приймає рішення, поданих матрицею попарних порівнянь A , є прийнятною або достатньою, якщо відповідне значення показника індексу узгодженості не перевищує величини 0,1 [35; 36].

Ураховуючи властивості отриманих матриць порівнянь (зворотну симетричність та узгодженість), визначення власних векторів не вимагає застосування математичного апарату (власні вектори містяться у табл. 3.7: за горизонталлю – власні вектори матриць порівнянь частинних критеріїв; за вертикаллю – власні вектори матриць порівнянь альтернатив розвитку), а також виключається необхідність обчислення індексів узгодженості.

Для власних векторів реалізується операція нормування за формулою:

$$\lambda_{i_norm} = \frac{\lambda_i}{\sum \lambda_i}, \quad (3.3)$$

де λ_i – компоненти власного вектора;

λ_{i_norm} – компоненти нормованого власного вектора.

Компоненти нормованих власних векторів дозволяють визначити вагу кожного частинного критерію (w_{ik}) за кожною альтернативою та важливість

кожної альтернативи (v_{ki}) за кожним частинним критерієм. У табл. 3.21 наведено матрицю V , елементами якої є показники важливості (v_{ki}) кожного варіанта розвитку діяльності досліджуваного підприємства за частинними критеріями.

Таблиця 3.21

**Нормовані власні вектори матриць порівнянь альтернатив
за частинними критеріями**

Варіанти	Частинні критерії					
	$1/f_1$	f_2	$1/f_3$	f_4	f_5	$1/f_6$
B ₁	0,169	0,157	0,136	0,148	0,166	0,168
B ₂	0,163	0,155	0,138	0,145	0,167	0,126
B ₃	0,163	0,189	0,188	0,170	0,172	0,173
B ₄	0,167	0,160	0,134	0,217	0,166	0,237
B ₅	0,171	0,147	0,212	0,178	0,167	0,137
B ₇	0,167	0,192	0,192	0,142	0,161	0,158

Отримані значення можна приписати відповідним ребрам (f_i, B_k) графа (Z, f, B) (див. рис. 3.1).

У табл. 3.22 наведено показники ваги (w_{ik}) кожного частинного критерію за варіантами розвитку діяльності досліджуваного підприємства.

Таблиця 3.22

**Нормовані власні вектори матриць порівнянь частинних критеріїв
за альтернативами**

Частинні критерії	Варіанти					
	B ₁	B ₂	B ₃	B ₄	B ₅	B ₇
$1/f_1$	0,159	0,163	0,136	0,136	0,150	0,146
f_2	0,164	0,172	0,176	0,144	0,142	0,186
$1/f_3$	0,156	0,167	0,192	0,132	0,226	0,205
f_4	0,159	0,166	0,162	0,201	0,178	0,142
f_5	0,157	0,169	0,146	0,136	0,148	0,142
$1/f_6$	0,205	0,163	0,188	0,250	0,155	0,179

Щоб визначити вагу кожного критерію з точки зору загальної цілі – підвищення ефективності діяльності та конкурентоспроможності підприємства, на забезпечення умов якої спрямовані розглянуті альтернативи розвитку діяльності підприємства, пропонується обчислити середнє арифметичне показників ваги (w_{ik}) кожного частинного критерію за варіантами розвитку.

Тоді:

$$w_1 = 0,148, \quad w_2 = 0,164, \quad w_3 = 0,180, \quad w_4 = 0,168, \quad w_5 = 0,150, \quad w_6 = 0,190$$

або у вигляді матриці-рядка:

$$\mathbf{W} = (0,148 \quad 0,164 \quad 0,180 \quad 0,168 \quad 0,150 \quad 0,190).$$

Ці значення можна приписати відповідним ребрам (Z, f_i) графа (Z, f, B) (див. рис. 3.1).

Четвертий етап МАІ: встановлення пріоритетів альтернатив та вибір кращої альтернативи. Обчислюються підсумкові кількісні індикатори якості для кожної з альтернатив. Їх називають *пріоритетами*.

Указаний синтез здійснюється за формулою:

$$P_k = \sum w_i \cdot v_{ki}, \quad (3.4)$$

або в матричній формі:

$$\mathbf{P} = \mathbf{W} \cdot \mathbf{V},$$

де $\mathbf{P} = (P_k)$ – матриця-рядок, компонентами якого є підсумкові показники якості або пріоритети k -ї альтернативи в рамках аналізу заданої ієрархічної структури;

$\mathbf{W} = (w_i)$ – матриця-рядок, компонентами якого є показники ваги i -го частинного критерію;

$\mathbf{V} = (v_{ki})$ – прямокутна матриця, елементами якої є показники важливості k -ї альтернативи за i -м критерієм, тобто k -та компонента нормованого власного вектора-стовпця для відповідної матриці попарних порівнянь альтернатив з позицій i -го критерію.

Для ієрархії, поданої на рис. 3.1, реалізується синтез вагових коефіцієнтів і коефіцієнтів важливості для знаходження пріоритетів аналізованих альтернатив.

Отримано такі показники їх якості або пріоритету:

$$\begin{aligned}
 \mathbf{P} = \mathbf{W} \cdot \mathbf{V} &= (0,148 \ 0,164 \ 0,18 \ 0,168 \ 0,15 \ 0,19) \cdot \begin{pmatrix} 0,17 & 0,16 & 0,14 & 0,15 & 0,17 & 0,17 \\ 0,16 & 0,16 & 0,14 & 0,15 & 0,17 & 0,13 \\ 0,16 & 0,19 & 0,19 & 0,17 & 0,17 & 0,17 \\ 0,17 & 0,16 & 0,13 & 0,22 & 0,17 & 0,24 \\ 0,17 & 0,15 & 0,21 & 0,18 & 0,17 & 0,14 \\ 0,17 & 0,19 & 0,19 & 0,14 & 0,16 & 0,16 \end{pmatrix} = \\
 &= (0,167 \ 0,168 \ 0,167 \ 0,166 \ 0,167 \ 0,167).
 \end{aligned}$$

Указані показники дозволяють визначити найкраще з альтернативних рішення – варіант розвитку діяльності підприємства. Це альтернатива з найвищим пріоритетом. Отже, пріоритет альтернативи B_2 є найвищим (він складає 16,8 %). Цей альтернативний розв'язок – оптимальний за МАІ.

МАІ є більш складним методом, але формат методу дозволяє менеджеру з управління в процесі порівняння важливості наявних альтернатив з позицій кожного критерію (і під час порівняння важливості заданих частинних критеріїв між собою з погляду ефективності досягнення мети) використовувати атрибути концепції корисності [40; 41]. Це значно підвищує ефективність адаптації процедур оптимального вибору в задачі оптимізації до переваг особи, яка приймає управлінське рішення.

Висновки

В умовах ринкової економіки за наявності великої кількості чинників і відповідних показників, які використовуються для оцінювання ефективності роботи будь-якої економічної системи, особливо важливим є вміння використовувати різноманітні методи оптимізації. У процесі вирішення управлінських питань щодо підвищення ефективності діяльності підприємства виникає необхідність розв'язувати задачі, в яких наявні критерії не вдається формалізувати у вигляді конкретних критеріальних функцій. Зупинимося на особливостях, які мають вказані задачі оптимізації.

Кожна особа, що ухвалює рішення, може мати власний досвід в бізнесі, власну систему переваг, власне відношення до можливих втрат або вигравів щодо частинних критеріїв, які застосовуються під час обґрунтування оптимального управлінського рішення. Тому, визначаючи якнайкраще, або оптимальне, рішення, різні особи, що ухвалюють рішення, можуть вибирати в якості оптимального абсолютно різні рішення з множини можливих альтернатив. Кожен учасник ринку може і повинен уміти реалізувати свій погляд на специфіку вирішуваної

задачі і реалізувати свої переваги у форматі таких задач. Вказана особливість передбачається в процесі реалізації методів багатокритеріальної оптимізації.

Задача вибору найкращого варіанта розвитку діяльності підприємства є задачею оптимізації на множині умов функціонування. Така постановка задачі має формат задачі з дискретною множиною альтернатив, що обумовлює деякі особливості процесу практичної реалізації методів її розв'язання.

Досить простими методами щодо їх практичної реалізації в контексті даного дослідження є метод послідовних поступок, метод цільового програмування (метод ідеальної точки) та метод гарантованого результату (мінімаксний або максимінний). Застосування означених методів передбачає, що розв'язання задачі векторної оптимізації (тобто задачі з декількома критеріями) за допомогою спеціальних процедур буде зведено до розв'язання задачі скалярної оптимізації (з одним критерієм). Однак використання даних методів передбачає визначення деяких суб'єктивних величин (поступок, упорядкування тощо), що обмежує коло їх застосування.

Метод аналізу ієрархій є обґрунтованим методом розв'язання деяких складних задач з ієрархічними структурами, що включають як відчутні, так і латентні чинники. Основною задачею МАІ є оцінювання вищих рівнів ієрархії на підставі оцінювання взаємодії нижчих рівнів. Ієрархії дають спосіб подання систем, у форматі якого: елементи системи можуть бути розподілені по групах у певні рівні (вважається, що елементи одного рівня ієрархії є незалежними один від одного); елементи кожного рівня знаходяться під безпосереднім впливом елементів більш високого рівня ієрархії; елементи кожного рівня, у свою чергу, впливають на елементи наступного ("нижчого") рівня.

Нерівномірність впливу кожного з чинників на кінцевий результат призводить до необхідності визначення інтенсивності впливу, або пріоритетів, цих чинників. Визначення пріоритетів чинників нижнього рівня щодо основної цілі може бути зведено до сукупності задач послідовного визначення пріоритетів для кожного рівня, а кожна така задача – до послідовності попарних порівнянь.

Під час порівняння показників альтернатив (з позиції певного критерію) або самих заданих критеріїв (з позиції ефективності досягнення мети функціонування об'єкта дослідження) особа, що приймає рішення, має можливість виразити результати такого порівняння з урахуванням власної системи переваг. Це є безперечною перевагою метода аналізу ієрархій. Цей метод дозволяє орієнтуватися безпосередньо не на оцінки заданих критеріїв оптимізації, а на функції від них, які представлятимуть результати порівнянь.

Таким чином, використання МАІ не вимагає формалізації частинних критеріїв і реалізації процедур їх оптимізації. Достатньо використовувати суб'єктивні думки (що спираються на наявний досвід особи, яка ухвалює рішення) у форматі відповідних порівнянь, які оформляються у вигляді матриць порівнянь.

Розділ 4. Застосування інструментів динамічного програмування до задачі оптимізації фінансових потоків підприємства

Фінансово-економічна діяльність будь-якого підприємства пов'язана з використанням фінансових ресурсів, отже, передбачає надходження коштів та їх витрати. Спрямований рух фінансових засобів, необхідних для забезпечення ефективної роботи підприємства як системи, визначають як фінансові потоки. Оскільки підприємство слід розглядати як відкриту систему, то ці потоки циркулюють як в межах самої системи "Підприємство" між окремими його підсистемами, так і між підсистемами цієї системи та зовнішніми об'єктами. У своєму грошовому виразі грошовий потік (cash flow) – це сальдо грошових надходжень і платежі відповідно до інвестиційного проекту, що здійснюються протягом певного проміжку часу. Грошовий потік визначається як різниця між надходженнями та витратами. Отже, існує потреба у визначенні обсягів надходження грошових коштів і їх збалансованих витрат, а також у визначенні конкретних термінів, протягом яких здійснюються ці операції.

У широкому розумінні оптимізація фінансових потоків передбачає сукупність засобів, інструментів і прийомів, за допомогою яких здійснюється неперервний контроль за грошовими потоками, а також вплив на ці потоки задля досягнення поставленої мети. Відповідно, оптимізація управління грошовими потоками дозволяє поліпшити фінансову гнучкість підприємства, збільшити його стійкість щодо зміни стану зовнішнього середовища та підвищити ефективність роботи підприємства у цих умовах. Метою оптимізації грошових потоків є вибір найкращих форм їх організації на підприємстві з урахуванням особливостей господарської діяльності цього підприємства й умов, у яких ця діяльність відбувається.

Завдяки стрімкому розвитку обчислювальної техніки та методів математичного моделювання економічних процесів підґрунтям для прийняття управлінських рішень щодо оптимізації фінансових потоків у сучасних умовах повинна бути не тільки і не стільки інтуїція менеджера, скільки всебічний аналіз діяльності підприємства та, відповідно, економічних процесів, які визначають фінансові потоки на кожному етапі виробництва. Застосування методів динамічного програмування, розвиток якого пов'язаний з роботами видатного американського математика Беллмана [16 – 19], дозволяє визначити розв'язок задачі оптимізації не тільки для якогось одного "перерізу" (найчастіше, у часі)

діяльності виробництва, а розглядати економічні процеси, які визначають функціонування підприємства, у динаміці і впливати на їх хід шляхом впровадження певних управлінських рішень на різних етапах виробництва. Це дозволяє оптимізувати діяльність підприємства в цілому. Саме такий підхід дозволяє обрати найбільш ефективний спосіб розподілу грошових ресурсів за обсягом і за терміном їх застосування.

Обґрунтування управлінських рішень у задачах оптимізації потребує застосування спеціального програмного забезпечення. Тому достатньо часто до розв'язання таких задач залучають спеціалізовані фірми, а взаємодія між підприємством і фірмами-виконавцями здійснюється у формі аутсорсинга [315; 333 та ін.]. Особливо гостро такі питання постають для великих підприємств, оскільки необхідно здійснювати управління великими обсягами фінансових ресурсів для вертикально й горизонтально інтегрованих структур. Зрозуміло, що ефективно управління такими структурами може здійснюватись лише завдяки розробці системи підтримки прийняття управлінських рішень завдяки використанню передових інформаційних технологій.

У даному розділі розглядається застосування методів математичного програмування до розробки управлінських рішень щодо оптимізації розподілу фінансових потоків між структурними підрозділами, які є підсистемами відкритої системи "Підприємство", а також цими підрозділами та сторонніми організаціями з урахуванням надходжень від сторонніх організацій і обов'язкових розрахунків з такими організаціями. Вихідними даними для побудови математичної моделі є відомості зі спрямування фінансових потоків, їх обсягів і термінів дії, що зберігаються в базах даним бухгалтерії. Додаткову інформацію, якщо виникає потреба, можна отримати, застосувавши метод експертних оцінок.

4.1. Основні принципи динамічного програмування

Передусім слід розглянути основні принципи динамічного програмування і його місце серед інших методів оптимізації, які застосовуються у розв'язанні задач економічного змісту. У загальному випадку математичне програмування визначається як метод, який використовують у дослідженні операцій для розв'язання оптимізаційних задач. Під *задачею оптимізації* в математиці розуміють задачу на умовний екстремум, тобто задачу про визначення екстремального (максимального або мінімального) значення функції, що відіграє роль критерію ефективності, і змінні цієї функції повинні задовольняти певній системі обмежень. Розв'язання задачі оптимізації передбачає визначення того, який саме

керуючий вплив треба здійснити на систему, щоб перевести її із стану *as is* (як воно є), якому відповідає вихідне значення цільової функції, у стан *as to be* (як повинно бути), якому відповідає екстремальне значення цільової функції згідно з умовами задачі.

За кількістю етапів, для яких здійснюється оптимізація досліджуваного процесу, розділяють класичні задачі математичного програмування та задачі динамічного програмування.

До *класичних задач математичного програмування* належать задачі, у яких економічний процес вважається статичним, тобто таким, що не залежить від часу. Відповідно, керуючий вплив (оптимальний план) у таких задачах визначається за один етап, тому такі задачі оптимізації називають **одноетапними**.

Однак у реальних економічних задачах достатньо часто доводиться стикатися з проблемою оптимізації процесів, які розподілені на етапи. Наприклад, календарний рік, квартал тощо. це метод знаходження оптимальних рішень в задачах з багатокроковою (багатоетапною) структурою. Багатоетапні процеси в даному випадку передбачають певну послідовність операцій, коли результати попередніх операцій можна використовувати для оптимізації процесів на майбутніх етапах. Крім того, математичні моделі реальних економічних задач, як правило, містять велику кількість змінних, унаслідок чого застосування одноетапного методу їх розв'язання є достатньо складним завданням навіть з урахуванням сучасного рівня розвитку обчислювальної техніки.

Розуміння економічного процесу як переходу системи із стану *as is* у стан *as to be* через послідовність проміжних (дискретних) станів дає можливість розбити задачу великої вимірності на сукупність більш простих задач. У такому випадку оптимізація всього процесу в цілому передбачає, що визначення оптимального розв'язку відбувається послідовно на кожному етапі виходячи із стану системи, у якому вона перебуває у даний момент. Цей керуючий вплив узгоджується з кінцевою метою керування. Задачі, у яких економічний процес розглядається у розвитку, є предметом динамічного програмування. Треба зазначити, що крім задач, у яких присутня залежність стану системи від часу у явному вигляді, до *задач динамічного програмування* належать також і ті, які за своїм змістом формулюються як **багатоетапний процес послідовного прийняття управлінських рішень**.

Деякі оптимізаційні задачі можна розглядати і в межах класичного підходу, і як задачу динамічного програмування. Прикладом такої задачі є задача про ранець (Knapsack problem), яка полягає у визначенні оптимального спів-

відношення між вагою ранця та вартістю предметів, що покладені у ранець. До розв'язання задачі про оптимальний склад предметів у ранці можна застосувати, наприклад, метод розгалужень і меж або алгоритм жадібності, тобто методи одноетапної оптимізації. Також її розв'язок можна отримати, якщо розглядати цю задачу як задачу динамічного програмування.

Перехід від задачі у її класичній постановці до задачі динамічного програмування дозволяє замість вихідної багатовимірної задачі розглядати сімейство споріднених задач, пов'язаних рекурентними співвідношеннями, кожна з яких має значно меншу вимірність. У загальному випадку задачі, до розв'язання яких можна застосовувати динамічне програмування, повинні відповідати таким вимогам:

об'єктом дослідження є система, для якої задані можливі стани цієї системи та можливе керування;

задачу можна розглядати як багатоетапний процес послідовного прийняття рішень, кожний шаг якого передбачає прийняття рішення щодо вибору одного з припустимих керуючих впливів. Це призводить до переходу системи у інший стан;

задача повинна бути визначеною для будь-якої кількості етапів оптимізації та мати структуру, яка не залежить від кількості цих етапів;

стан системи на кожному етапі повинен описуватись однаковою (за складом) набором параметрів;

наступний стан, до якого переходить система після застосування керуючого впливу на k -му етапі, залежить лише від її стану на початку k -го етапу і того, який саме керуючий вплив на цьому етапі було застосовано, тобто відсутня післядія. Ця властивість відображує базовий принцип динамічного програмування.

Алгоритмічна схема динамічного програмування передбачає перетворення вихідної задачі у параметризоване сімейство підзадач і подальший розв'язок цих підзадач, який спирається на принцип оптимальності. **Принцип оптимальності Беллмана** (Bellman's optimality principle) наголошує на тому, що незалежно від того, якими були вихідний стан системи та керуючий вплив на неї, наступні розв'язки повинні визначати керуючий вплив, який є оптимальним відносно до попереднього стану. Отже, незалежно від того, як саме система опинилась у даному стані, розв'язки на наступних етапах повинні бути оптимальними відносно цього стану і мети керування.

Слід зауважити, що оптимальна стратегія на кожному етапі керування процесом визначається лише поточним станом системи і кінцевою метою усього

процесу керування та не залежить від попередньої історії. Водночас вибір керуючого впливу на кожному етапі здійснюється не як визначення умовного екстремуму функції для деякої ізольованої задачі, а як підзадача у ланцюгу розрахунків щодо визначення оптимальних розв'язків, виходячи із припущення, що на всіх наступних етапах будуть реалізовані оптимальні керуючі впливи.

Для запису загальних співвідношень у динамічному програмуванні вводиться поняття дискретної системи, яка підлягає керуванню, і формулюються задачі синтезу оптимальних траєкторій за умови різних видів цільової функції. Таким чином, будуть отримані рекурентні співвідношення, які дозволяють проводити обчислення оптимальної траєкторії як у прямому, так і у зворотному напрямках.

Перед тим, як навести постановку задачі динамічного програмування, слід надати основні означення та сформулювати основні положення. Оскільки ці поняття уже увійшли в підручники та посібники, то будемо дотримуватись загальноприйнятої інтерпретації [89; 101; 126 та ін.], дещо узагальнивши символічні позначення, яких дотримуються автори різних підручників.

Нехай об'єкт Ω є дискретною системою, що підлягає керуванню, при цьому множина її можливих станів є скінченною та керування цією системою здійснюється поетапно, крок за кроком, тобто дискретно у часі з певною періодичністю або у ключові для даного процесу моменти.

Процес прийняття рішень надамо як послідовне керування, яке складається з N кроків. Керуючий вплив на кожному кроці полягає у застосуванні одного із можливих впливів, які утворюють скінченну множину, у наслідок чого система переходить у інший стан. З кожним етапом оптимізації (змінюючи стану системи) пов'язана зміна значення цільової функції (платіж). Для будь-якого етапу оптимізації зміна значення цільової функції залежить від поточного для цього етапу стану системи та керування, яке саме і застосовується на цьому етапі. Кожна послідовність керуючих впливів, яка поетапно переводить систему із вихідного стану у кінцевий (фінальний стан системи, коли система припиняє своє функціонування), визначає **повну траєкторію руху системи**.

Задача динамічного програмування полягає у тому, що необхідно визначити таку повну траєкторію руху системи, якій відповідає екстремальний сумарний платіж, тобто максимальний прибуток або мінімальні витрати. Така задача вважається центральною задачею динамічного програмування.

Крім того, можлива також і така постановка задачі: необхідно визначити таку повну траєкторію, якій відповідає найменше серед найбільших значень поетапних платежів.

У задачах динамічного програмування дискретну систему Ω , яка є об'єктом керування, формально можна подати як сукупність, що має такий склад:

$$\Omega = \{G; \omega_0; F; V(\omega); f(\omega, \nu); z(\omega, \nu)\}, \quad (4.1)$$

де G – множина станів системи, елементами якої є її проміжні стани ω (тобто $\omega \in G$) і серед яких ω_0 є вихідним станом системи;

ω – фазова змінна, або змінна станів;

F – множина фінальних станів системи, тобто $F \subset G$, $\omega_0 \notin F$;

$V(\omega)$ – скінченна множина можливих для стану ω керуючих впливів за умови, що $\omega \in G \setminus F$;

ν – керуюча змінна, або керування;

$f(\omega, \nu)$ – функція переходів із стану ω , що здійснюються як наслідок керуючого впливу ν , тобто $\nu \in V(\omega)$, $f(\omega, \nu) \in G$;

$z(\omega, \nu)$ – функція платежів, значення якої вважаються невід'ємними.

Кожний крок процесу керування позначається номером i . Оскільки процес багатокроковий, то $i = \overline{1, N}$, де N – кількість кроків керування, $N \geq 1$. Відповідно, індекс i для змінних і функцій вказує на їх відповідність до номеру кроку. Оскільки у багатьох задачах економічного змісту керуючий вплив здійснюється у часі, то роль номера керуючого впливу відіграє певний момент часу t , де $t = \overline{1, N}$.

Систему Ω можна надати у вигляді скінченного орієнтованого графу, вершинам якого відповідають стани системи, дугами є керуючий вплив, у наслідок якого здійснюється перехід системи із одного стану і інший, а вага дуги – це вартість відповідного переходу. Оскільки при досягненні фінального стану система перестає функціонувати, то граф не містить дуг, які б виходили з вершини, що відповідає її фінальному стану.

Послідовне здійснення керуючих впливів призводить до ланцюга переходів системи із одного стану у черговий у даному ланцюгу і далі, які утворюють траєкторію T руху системи Ω :

$$T = (\omega_k; \omega_{k+1}; \omega_{k+2}; \dots; \omega_p). \quad (4.2)$$

Отже, **траєкторією** є скінченна послідовність станів системи за умов, що $\omega_t = f(\omega_{t-1}, \nu_t)$, $\nu_t \in V(\omega_{t-1})$, $t = \overline{k, p}$, $k \geq 0$, $p \leq N$.

Управлінням у багатокроковому процесі є сукупність рішень (значень параметрів задачі), що реалізуються у момент часу t з метою переведення системи

із стану ω_{t-1} у стан ω_t . Траєкторія системи є **повною**, якщо вихідним станом цієї траєкторії є вихідний стан системи, тобто $\omega_k = \omega_0$, а кінцевим – один із фінальних станів системи, тобто $\omega_N \in F$. Вартість $Z(T)$, що відповідає траєкторії T , обчислюється як сума поетапних платежів згідно з керуючим впливом для кожного етапу. Вона визначається співвідношенням:

$$Z(T) = \sum_{t=1}^N z(\omega_{t-1}, v_t). \quad (4.3)$$

Слід зазначити, що в задачі, яка розглядається, $Z(T)$ є цільовою функцією, тобто критерієм ефективності для усього багатокрокового процесу керування системою. Відповідно, на кожному етапі керування цільовою функцією є функція $z_t = z(\omega_{t-1}, v_t)$.

$$Z(T) = \sum_{t=1}^N z(\omega_{t-1}, v_t) \rightarrow \max (\min). \quad (4.4)$$

Оптимальним вектором керуючих впливів, або **оптимальним розв'язком**, називається таке припустиме керування $(v_1^*; v_2^*; v_3^*; \dots; v_N^*)$, завдяки застосуванню якого цільова функція досягне екстремуму необхідного виду (найбільшого або найменшого її значень). Повна послідовність станів системи, перехід до яких здійснюється завдяки застосуванню оптимального вектора керуючих впливів (тобто послідовність оптимальних станів системи) $T^* = (\omega_0; \omega_1^*; \omega_2^*; \dots; \omega_N^*)$, називається її **оптимальною траєкторією**. Такій траєкторії відповідає значення цільової функції $Z^*(T)$, що є екстремумом потрібного типу:

$$Z^*(T) = Z(T^*) = \max Z(T) \quad \text{або} \quad \min Z(T). \quad (4.5)$$

Центральна задача динамічного програмування полягає у визначенні такої повної траєкторії, яка забезпечує екстремальне значення вартості за всією траєкторією. Тобто для системи Ω треба визначити таку повну траєкторію T , якій відповідає мінімальне (або, залежно від постановки задачі, максимальне) значення сумарної вартості. Для розв'язання цієї задачі за принципами динамічного програмування розглядають сукупність допоміжних задач, кожна з яких полягає у визначенні для системи Ω та її стану ω_t траєкторії переходу у наступний стан ω_{t+1} , якій відповідає мінімальна (або, за умовою задачі, максимальна) вартість. Для визначеності будемо вважати, що дослідження здійснюється

на максимум. Принцип Беллмана можна записати у такій формі: якщо траєкторія $T = (\omega_0; \omega_1; \omega_2; \dots; \omega_N)$ є оптимальною, то оптимальною також є будь-яка її заключна частина $T_k = (\omega_k; \omega_{k+1}; \omega_{k+2}; \dots; \omega_N)$. Для обчислення оптимальної траєкторії вводять у розгляд допоміжну функцію $B_i(\omega_i)$, $i = \overline{1, N}$. Вона визначає вартість заключної частини оптимальної траєкторії і називається **функцією Беллмана**. У граничному випадку, коли етап оптимізації відповідає фінальному стану системи, функція Беллмана дорівнює нулю:

$$B_N(\omega_N) = 0. \quad (4.6)$$

Для попередніх станів системи згідно з принципом Беллмана для визначення функції Беллмана маємо співвідношення (якщо функція досліджується на максимум):

$$B_i(\omega_i) = \max_{v \in V(\omega)} \{z_{i+1}(\omega_i, v_{i+1}) + B_{i+1}(f_{i+1}(\omega_i, v_{i+1}))\}, \quad \omega_i \in G \setminus F. \quad (4.7)$$

Слід зауважити, що функціональне рівняння Беллмана (4.5) за своєю структурою є рекурентним, оскільки у послідовності функцій $B_i(\omega_i)$, де $i = \overline{1, N}$, функція Беллмана для стану ω_i обчислюється через функцію Беллмана для наступного у часі стану системи ω_{i+1} . Отже, співвідношення (4.6), (4.7) є рекурентними співвідношеннями динамічного програмування.

Для оптимальної траєкторії у граничному випадку, коли етап оптимізації відповідає вихідному стану системи, значення функція Беллмана дорівнює оптимальному значенню цільової функції:

$$B_0(\omega_0) = Z^*(T). \quad (4.8)$$

4.2. Економічна постановка задачі про оптимізацію розподілу грошових потоків підприємства

Повернемось до задачі про оптимальний розподіл грошових потоків у системі "Підприємство", яка є відкритою системою, і розглянемо економічну постановку цієї задачі. Є підприємство, яке складається з кількох структурних підрозділів, кожен з яких є виробником продукції певного виду. З одного боку, грошові надходження необхідні для забезпечення діяльності підрозділів підприємства. З іншого боку, кожен з підрозділів підприємства виробляє продукцію,

і її реалізація дає прибуток підприємству в цілому. Основна мета управління грошовими потоками підприємства полягає у забезпеченні спільного функціонування його підрозділів, умовою чого є оптимізація процесів його фінансово-господарської діяльності. Для цього необхідно оптимізувати обсяги коштів, які надходять на підприємство від зовнішніх джерел фінансування, а також внутрішні ресурси, які є результатом діяльності підрозділів структурних підприємства з урахуванням витрат на забезпечення їх діяльності. Управління грошовими потоками в загальному випадку передбачає визначення обсягів надходжень і витрат, їх синхронізацію й організацію руху коштів як у часі, так і у просторі.

Якщо дотримуватися загальноприйнятої класифікації, що наведена у роботах [28; 32; 56; 239 та ін.], то в процесі розв'язання задачі з оптимізації грошових потоків підприємства ключовими об'єктами управління слід вважати: додатний грошовий потік (надходження внутрішні та зовнішні); від'ємний грошовий потік (витрати); залишок грошових коштів на кінець розрахункового періоду (фінансовий рік, квартал або будь-який інший прогностичний період); чистий грошовий потік (резерв грошових коштів).

Оскільки реальні економічні процеси, що пов'язані з виробництвом, у більшості своїй можна вважати такими, що складаються з певних етапів, то загальну багатовимірну задачу оптимізації параметрів процесів, що реалізуються у системі "Підприємство", можна звести до сукупності задач меншої вимірності щодо оптимізації цих процесів на кожному етапі окремо. При цьому оптимізацію грошових потоків для кожного етапу необхідно здійснювати послідовно, відповідно до тієї кінцевої мети, заради якої здійснюється керуючий вплив. Обсяг потреб у коштах і прибутковість підрозділів підприємства за фінансовою звітністю ставиться у відповідність із технологічними процесами виробництва. Інформацію щодо фінансових потоків між самими підрозділами підприємства, а також між підрозділами підприємства та сторонніми організаціями зручно формалізувати за допомогою матриць. Необхідно визначити керуючий вплив, який слід здійснювати на кожному етапі оптимізації для того, щоб прибуток підприємства за весь період, для якого здійснюється оптимізація, був найбільшим. Реалізація керуючого впливу призводить до зміни параметрів середовища, у якому функціонує система "Підприємство".

Для розв'язання задачі оптимізації розподілу грошових ресурсів у системі "Підприємство" доцільно застосувати математичний апарат динамічного програмування. Запропонована модель оптимального розподілу коштів між структурними підрозділами підприємства дозволяє на кожному етапі планування (у реальному часі) перерозподіляти грошові потоки таким чином, щоб загальний

позитивний ефект від коштів, які може використовувати підприємство, був найбільшим. Водночас обсяг коштів на кожному етапі планування не повинен виходити за межі можливостей підприємства.

4.3. Математична модель задачі про оптимізацію грошових потоків як задачі динамічного програмування

Побудуємо математичну модель задачі оптимізації грошових потоків підприємства. Як і для будь-якої задачі математичного програмування, ця модель повинна містити цільову функцію, яка є критерієм ефективності, основну систему обмежень на значення змінних цільової функції й обмеження на знак для цих змінних. Будемо відразу розглядати цю задачу як центральну задачу динамічного програмування. Тому процес оптимізації слід аналізувати поетапно, через певний період часу. На кожному етапі початком керування вважається момент часу, коли було прийняте рішення щодо величини фінансових потоків та їх напрямку. Для визначеності окремим етапом оптимізації вважатимемо господарський рік, хоча можна вибрати будь-який інший проміжок часу, який відповідає завершеному періоду виробничого процесу.

Доцільно ввести означення, необхідні для побудови математичної моделі. Нехай підприємство, для якого розв'язується задача оптимізації розподілу фінансових ресурсів, складається з n структурних підрозділів. Вважатимемо, що кожен з цих підрозділів є виробником певної продукції. Загальну кількість коштів, що на початок деякого періоду t має підприємство, позначимо через $S(t-1)$, де позначка $t-1$ має сенс індексу. Цю кількість коштів необхідно розподілити між підрозділами підприємства для забезпечення їх роботи протягом цього періоду.

Зрозуміло, що кошти, які підлягають перерозподілу, є сукупним результатом виробничої діяльності всіх підрозділів підприємства, яку вони здійснювали протягом попереднього етапу $t-1$, тобто того періоду часу, який безпосередньо передує моменту часу t . Окремі складові цих коштів позначимо через $s_i(t-1)$, $i = \overline{1, n}$. Отже, кошти $s_i(t-1)$ утворюють сукупний прибуток, який отримав i -й підрозділ підприємства за період часу $t-1$.

Будемо розглядати $s_i(t-1)$ як елементи матриці-рядка $\mathbf{S}(t-1)$. Тоді загальна кількість коштів $S(t-1)$, яку отримує підприємство завдяки роботі

своїх підрозділів за поточний період $t-1$, є сумою всіх елементів матриці-рядка $S(t-1)$:

$$S(t-1) = \sum_{i=1}^n s_i(t-1). \quad (4.9)$$

Зрозуміло, що кошти, які має кожний підрозділ підприємства на початку періоду t , складають лише частину від загальної суми $S(t-1)$. Представимо ці кошти у вигляді матриці-рядка $\mathbf{X}(t) = (x_i(t))$, де $i = \overline{1, n}$. Елементами $x_i(t)$ цієї матриці є кількість коштів (додатний потік), яку отримує i -й підрозділ підприємства протягом періоду t за рахунок коштів підприємства, що були накопичені протягом періоду $t-1$.

Отже, повинна виконуватись рівність:

$$\sum_{i=1}^n x_i(t) = S(t-1). \quad (4.10)$$

Для характеристики перерозподілу внутрішніх коштів підприємства між його підрозділами введемо квадратну матрицю $\mathbf{E}(t)$, яка має розмір $n \times n$. Ця матриця складається з коефіцієнтів, що визначають частку від загальної суми внутрішніх коштів у перерозподілі їх між підрозділами підприємства. Елементи матриці $\mathbf{E}(t)$ будемо визначати відповідно до результатів роботи підрозділів за період, який безпосередньо передує періоду t . Кожний рядок цієї матриці визначає частку коштів іншого підрозділу, яку отримає i -й підрозділ підприємства на початку періоду t . Так, елемент $e_{ij}(t)$ ($i = \overline{1, n}$, $j = \overline{1, n}$) визначає частку від загальної суми фінансових ресурсів, які були отримані i -м підрозділом підприємства за результатами періоду $t-1$, яку цей підрозділ повинен перевести на рахунок j -го підрозділу. Діагональний елемент $e_{ii}(t)$ матриці $\mathbf{E}(t)$ визначає ту частку від коштів, набутих i -м підрозділом за період $t-1$, що залишається у самому підрозділі. Елементи матриці $\mathbf{E}(t)$ повинні задовольняти вимогам нормування і бути невід'ємними. Отже:

$$\sum_{j=1}^n e_{ij}(t) = 1, \quad e_{ij}(t) \geq 0, \quad i = \overline{1, n}. \quad (4.11)$$

Оскільки матриця $\mathbf{E}(t) = (e_{ij}(t))_{n \times n}$ описує перерозподіл внутрішніх коштів підприємства, то під час її побудови (без порушення загальності) можна

припустити, що між підрозділами не існує зустрічних потоків. Якщо ж такі потоки існують, то в обчисленнях елементів матриці $\mathbf{E}(t)$ для цього підрозділу вони визначаються як різниця між вхідним (додатним) і вихідним (від'ємним) потоками, і вимога невід'ємності елементів в матриці $\mathbf{E}(t)$ не порушується.

Визначимо матрицю $\mathbf{X}(t)$, елементами якої є кошти кожного підрозділу підприємства на початку періоду t , як добуток матриці загальної суми коштів $\mathbf{S}(t-1)$ на матрицю коефіцієнтів $\mathbf{E}(t)$:

$$\mathbf{X}(t) = \mathbf{S}(t-1) \cdot \mathbf{E}(t). \quad (4.12)$$

Слід зауважити, що у загальному випадку фінансові потоки не повинні бути замкненими в межах підприємства. Тобто підприємство слід розглядати як відкриту систему, для якої відбувається обмін зі зовнішнім середовищем. Отже, математична модель повинна враховувати обмін фінансовими потоками із зовнішніми організаціями.

Проведемо розмежування фінансових потоків підприємства на вхідні та вихідні. Для цього введемо до розгляду матриці $\mathbf{C}(t)$ і $\mathbf{D}(t)$, які характеризують зовнішні потоки. Матриця $\mathbf{C}(t)$ є матрицею вхідних потоків на період часу t , а її елементи c_{il} характеризують обсяг коштів, які надходять i -му підрозділу підприємства від l -го ($l = \overline{1, p}$) зовнішнього партнера, де p визначає кількість зовнішніх партнерів підприємства (або статей надходження коштів). Вочевидь, матриця $\mathbf{C}(t)$ є прямокутною і має розмір $n \times p$.

Усі елементи матриці $\mathbf{C}(t)$ є невід'ємними:

$$c_{il}(t) \geq 0, \quad i = \overline{1, n}, \quad l = \overline{1, p}. \quad (4.13)$$

Сума елементів матриці $\mathbf{C}(t)$ за стовпцем визначає загальну кількість коштів $c_l(t)$, яка поступає перед початком періоду t на рахунок усіх підрозділів підприємства, тобто на рахунок усього підприємства в цілому від l -ї зовнішньої організації:

$$\sum_{i=1}^n c_{il}(t) = c_l(t), \quad \text{де } l = \overline{1, p}, \quad (4.14)$$

де $c_l(t)$ – загальна сума коштів, яку повинна перерахувати l -а зовнішня організація на рахунок усього підприємства в цілому на період часу t ;

p – загальна кількість статей, за якими відбувається надходження коштів від зовнішніх організацій.

Матрицею вихідних потоків на період часу t є матриця $\mathbf{D}(t)$. Відповідно, її елементи d_{ik} характеризують кількість коштів, які повинен сплатити i -й підрозділ даного підприємства за k -ою ($k = \overline{1, q}$) статтею зовнішніх витрат. Тут q визначає кількість статей зовнішніх витрат для усіх підрозділів підприємства. Матриця $\mathbf{D}(t) = (d_{ij}(t))_{n \times q}$ є прямокутною розміром $n \times q$, і за означенням цієї матриці для її елементів теж повинна виконуватись умова невід'ємності:

$$d_{ik}(t) \geq 0, \text{ де } i = \overline{1, n}, \quad k = \overline{1, q}. \quad (4.15)$$

Сума елементів матриці $\mathbf{D}(t)$ за кожним стовпцем визначає загальну кількість коштів $d_k(t)$, яку перед початком періоду t перераховують усі підрозділи підприємства на рахунок k -ї зовнішньої організації:

$$\sum_{i=1}^n d_{ik}(t) = d_k(t), \text{ де } k = \overline{1, q}, \quad (4.16)$$

де $d_k(t)$ – загальна сума коштів, яку перераховують усі підрозділи підприємства на рахунок k -ї зовнішньої організації на період часу t ;

q – кількість статей зовнішніх витрат, за якими здійснюються виплати усіма підрозділами підприємства на рахунок зовнішніх організацій.

Слід зауважити, що серед сторонніх організацій, які перераховують кошти певними підрозділами підприємства для подальшого їх використання або отримують кошти від цих підрозділів, можуть виявитись такі, що для даного підприємства вони одночасно є джерелами і вхідних, і вихідних потоків. Однак в цьому не виникає суперечності, оскільки для цих організацій вхідні і вихідні потоки, що пов'язані з даним підприємством, рознесені у часі, отже, кожен з цих потоків може розглядатися окремо.

З метою забезпечення виробничої діяльності підприємства для кожного з його підрозділів повинна виконуватися вимога щодо співвідношення вхідних і вихідних потоків:

$$x_i(t) + \sum_{l=1}^p c_{il}(t) > \sum_{k=1}^q d_{ik}(t), \text{ де } i = \overline{1, n}. \quad (4.17)$$

Припустимо, що весь проміжок часу, для якого здійснюється оптимізація грошових потоків, складається з N етапів оптимізації, ефективність діяльності підрозділів підприємства на кожному з яких визначається керуючим впливом

у момент часу t . Будемо вважати, що в початковий момент часу $t = 1$ підприємство має можливість розпоряджатися деякою сумою S_0 , яку потрібно розподілити між його структурними підрозділами. Отже, необхідно визначити елементи вихідної матриці-рядка:

$$\mathbf{X}(t = 1) = \mathbf{X}_0, \quad (4.18)$$

де $\sum_{i=1}^n x_i(t = 1) = S_0$ – сума коштів за усіма підрозділами підприємства на початку 1-го періоду.

До побудови матриці \mathbf{X}_0 можна, наприклад, залучати експертів, які б здійснювали оцінювання ефективності роботи кожного із структурних підрозділів підприємства.

На кожному наступному етапі керування фінансовими ресурсами підприємства задача оптимізації фінансових потоків полягає у тому, що кошти, які були набуті протягом попереднього періоду $t - 1$, а також надходження від сторонніх організацій протягом періоду t та відрахування зовнішнім організаціям протягом цього ж періоду t , необхідно розподілити між підрозділами підприємства у такому співвідношенні, яке б забезпечило найбільший загальний прибуток від виробничої діяльності всіх структурних підрозділів підприємства протягом періоду t .

Побудова цільової функції задачі динамічного програмування передбачає визначення загального прибутку від діяльності всіх структурних підрозділів підприємства згідно з проектом, що розглядається. Фінансовий результат $s_i(t)$ виробничої діяльності i -го підрозділу за період t і є його внеском у загальний прибуток підприємства протягом цього періоду. Елементи $s_i(t)$, $i = \overline{1, n}$ утворюють матрицю-рядок $\mathbf{S}(t)$. Критерієм ефективності використання фінансових ресурсів за період часу t є сукупний прибуток, отриманий всіма підрозділами підприємства. Отже, цільова функція для цього етапу визначається як алгебраїчна сума елементів матриці-рядка $\mathbf{S}(t)$:

$$S(t) = \sum_{i=1}^n s_i(t). \quad (4.19)$$

Для того щоб охарактеризувати ефективність виробничої діяльності підрозділів підприємства, введемо до розгляду діагональну матрицю $\mathbf{L}(t)$

розміром $n \times n$, елементи $l_{ii}(t)$ якої відображують ефективність роботи i -го підрозділу за період часу t .

Отже, кожний структурний підрозділ має у своєму розпорядженні кількість коштів, яка визначається таким співвідношенням:

$$x_i(t) + \sum_{l=1}^p c_{il}(t) - \sum_{k=1}^q d_{ik}(t), \quad \text{де } i = \overline{1, n}. \quad (4.20)$$

Відповідно, прибуток i -го підрозділу протягом періоду t становить:

$$s_i(t) = \left(x_i(t) + \sum_{l=1}^p c_{il}(t) - \sum_{k=1}^q d_{ik}(t) \right) \cdot l_{ii}(t-1), \quad \text{де } i = \overline{1, n}. \quad (4.21)$$

Тепер можна записати математичну модель задачі про оптимальний розподіл коштів між підрозділами підприємства як задачі динамічного програмування. Критерієм ефективності у цій задачі є сумарний прибуток від діяльності всіх підрозділів підприємства. Цільова функція досліджується на максимум. Ця функція є лінійною відносно невідомих елементів матриці $\mathbf{X}(t)$ і визначається співвідношенням:

$$S(t) = \sum_{i=1}^n \left(x_i(t) + \sum_{l=1}^p c_{il}(t) - \sum_{k=1}^q d_{ik}(t) \right) \cdot l_{ii}(t-1) \rightarrow \max. \quad (4.22)$$

Отже, цільова функція є лінійною відносно невідомих, якими є елементи матриці $\mathbf{X}(t)$. Змінні цільової функції повинні задовольняти системі обмежень, що складається з основної системи обмежень та обмеження на знак. Основна система обмежень містить рівняння та нерівності, які теж є лінійними відносно елементів матриці $\mathbf{X}(t)$:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^n x_i(t) = S(t-1), & t = \overline{t_0, N}; \\ x_i(t) = \sum_{j=1}^n s_j(t-1) \cdot e_{ij}(t), & i = \overline{1, n}; \\ x_i(t) + \sum_{l=1}^p c_{il}(t) > \sum_{k=1}^q d_{ik}(t), & i = \overline{1, n}. \end{cases} \quad (4.23)$$

Крім того, система обмежень містить обмеження на знак:

$$x_i \geq 0. \quad (4.24)$$

Співвідношення (4.22) – (4.24) утворюють математичну модель задачі математичного програмування, де в якості керованих змінних у задачі поетапної оптимізації виступають елементи матриці $\mathbf{X}(t)$, а параметрами моделі є елементи матриць $\mathbf{C}(t)$, $\mathbf{D}(t)$, $\mathbf{E}(t)$ і $\mathbf{L}(t)$. Відповідно, параметри моделі повинні задовольняти обмеженням (4.11) і (4.13) – (4.16).

Зазначимо ще раз, що і цільова функція, і основна система обмежень є лінійними відносно керованих змінних $x_i(t)$, $i = \overline{1, n}$. Отже, визначення оптимального керуючого впливу на кожному етапі окремо є, по суті, задачею лінійного програмування.

У поетапному визначенні керуючого впливу, спрямованого на оптимізацію фінансових потоків підприємства згідно з математичною моделлю задачі (4.22) – (4.24), потрібно спиратись на загальні принципи динамічного програмування, згідно з якими в системі відсутня післядія. Тобто стан системи протягом періоду, початок якого відповідає часу t , залежить тільки від попереднього стану системи на момент часу $t-1$ і від керуючого впливу, який здійснюється на початку періоду оптимізації, і не залежить від станів і керувань більш ранніх періодів. На кожному етапі вибір керуючого впливу залежить від скінченної кількості керованих змінних, а стан системи визначається скінченною кількістю її параметрів. Слід зазначити, що цільова функція є адитивною відносно ефективності кожного етапу оптимізації.

Доцільно звернути увагу на ще одну особливість задачі оптимізації грошових потоків, математична модель якої містить систему обмежень (4.23), (4.24). Розглянемо граничний випадок, коли загальний обсяг коштів, які надходять на підприємство, перевищує потужності всіх його структурних підрозділів. Оскільки у цьому разі підприємство протягом періоду t має можливість повністю задовольнити потреби кожного з підрозділів, то розв'язком задачі є розподіл коштів відповідно до потреб кожного підрозділу. Така задача має розв'язок, але нема необхідності у дослідженні її моделі, оскільки оптимальне керування є очевидним.

Оскільки можна припустити таку можливість, що ж загальна потужність підрозділів перевищуватиме обсяг фінансових надходжень на початок t -го

періоду, то до основної системи обмежень слід ввести ще одне обмеження для керованих змінних:

$$0 \leq x_i(t) + \sum_{l=1}^p c_{il}(t) - \sum_{k=1}^q d_{ik}(t) \leq M_i(t), \quad i = \overline{1, n}, \quad (4.25)$$

де $M_i(t)$ – максимальний обсяг коштів, який може використати i -й підрозділ підприємства на виробництво продукції безпосередньо за період t .

Цей обсяг коштів відповідає максимальній потужності даного підрозділу. Показники $M_i(t)$, де $i = \overline{1, n}$, утворюють матрицю-рядок $\mathbf{M}(t)$, яка характеризує промисловий потенціал кожного із структурних підрозділів підприємства.

Висновки

Задачу про оптимальний розподіл коштів, математична модель якою визначається співвідношеннями (4.21) – (4.24), можна розглядати як задачу динамічного програмування, розв'язком якої є оптимальна траєкторія переходів системи "Підприємство" із одного стану в інший. Ці переходи обумовлені розподілом власних коштів підприємства, що були набуті його структурними підрозділами за попередній період, та вхідних і вихідних фінансових потоків, що визначають обмін коштами із сторонніми організаціями за поточний період. Рух системи за цією траєкторією забезпечує підприємству максимізацію загального прибутку. Для визначення оптимальної траєкторії на кожному окремому етапі розглядається задача оптимізації, що є задачею лінійного програмування.

Слід зазначити, що вибір значень елементів матриці $\mathbf{E}(t)$, від яких залежить розподіл фінансових потоків між структурними підрозділами підприємства, не є однозначним і потребує оптимізації. Ця задача може розглядатися з використанням методів системного аналізу та теорії прийняття управлінських рішень. Однак якщо задача оптимізації розподілу фінансових потоків між структурними підрозділами підприємства належить до класу детермінованих, то задача оптимізації критерію, за яким вибираються значення елементів матриці $\mathbf{E}(t)$, належить до класу задач, у яких розглядається оптимізація системи в умовах невизначеності.

Розділ 5. Стійкість і біфуркації у моделях інвестиційних стратегій підприємства

Необхідно розглянути математичну модель індустріальної динаміки, запропоновану В. Вайдліхом та Хаагом [302]. Основна дія моделі спрямована на вивчення поведінки інвестора та стратегії його поведінки в конкурентних умовах. Для побудови моделі використовують мікроекономічні відмінності в діяльності окремих фірм і підприємців за формуванням власної інвестиційної політики. Згідно з В. Зангом [83] слід визначити інвестиційні стратегії двох видів – експансіоністської та раціоналізаційної. Структура інвестиційного портфеля схильна до безперервних флуктуацій внаслідок взаємних переходів одного виду інвестицій в інший.

Дана модель динаміки інвестиційних переваг є одним з окремих випадків загальної концепції соціодинаміки, розробленої професором В. Вайдліхом [38]. Конфігурація безлічі інвесторів, яка розглядається, є одним з різновидів соціо-конфігурацій. Діючи тут індивідууми по суті є групами підприємців і фірм, які поставлені перед необхідністю вироблення інвестиційних рішень. Синтезована ними економічна політика безпосередньо пов'язана з такою значущою змінною, як "індекс структури інвестицій". Вищезгадана змінна, що є функцією часу, визначається таким чином:

$$x(t) = \frac{n_E(t) - n_R(t)}{n_E(t) + n_R(t)},$$

де $n_E(t)$ – кількість інвесторів експансійного типу (поширення виробництва);

$n_R(t)$ – кількість інвесторів раціоналістського типу (поновлення технологій та вдосконалення виробництва).

Другою значущою змінною в моделі є так званий "альтернатор", що характеризує динаміку перемикання переваг інвестора між інвестиціями експансіоністського та раціоналістського типів у визначених умовах.

Під **позитивністю** "альтернатора" будемо розуміти схильність інвестора до експансіоністської поведінки, відповідно, **негативність** означає схильність до раціоналістської.

"Альтернатор" далі буде позначений як $a = a(t)$.

Механізм взаємодії змінних $x(t)$ і $a(t)$ докладно було описано В. Зангом: "... Якщо більшість інвесторів має тенденцію максимізувати вигоду в даний момент часу, розширюючи (раціоналізуючи) ділові операції так, що $x(t) > 0$ ($x(t) < 0$), то деякі інноватори та першопрохідці (які задають напрямок) будуть намагатися поліпшити свої ринкові позиції проведенням нонконформістської стратегії, намагаючись отримати надприбуток у ході зміни курсу. Якщо для експансійних інвестицій, вжитих більшістю інвесторів, намічається певний підйом, люди, які задають напрямок, прагнутимуть змінити напрямок своїх зусиль і почнуть знижувати межі цін, проводячи відповідні інвестиції. У цьому випадку інші інвестори змушені підлаштовуватися і також проводити раціоналізаційні інвестиції, чекаючи подальшого падіння цін. Аналогічним чином, коли намічається зниження цін внаслідок зворотної дії інвестицій в раціоналізації (вдосконалення виробництва), вжитих більшістю інвесторів, першопрохідці починають зворотний рух до якісного сектору в межах розумного практицизму. Це призводить до появи кращої продукції, планування інвестицій, поширюючих виробництво, і змушує інших до наслідування ... Ми бачимо, що згідно з цим міркуванням рівняння руху "альтернатора" $a(t)$, який в термінах агрегованих змінних відображує зміну діяльності підприємців в різних областях промислових інвестицій, за обумовлених вище умов має породжувати переключення ..." [83].

Математична модель описаного вище процесу подана таким чином:

$$\begin{cases} \frac{dx}{d\tilde{t}} = 2\delta[sh(a + kx) - x \cdot ch(a + kx)]; \\ \frac{da}{d\tilde{t}} = -2\mu[a_0 sh(\gamma x) - (a - a_1) \cdot ch(\gamma x)], \end{cases} \quad (5.1)$$

де τ – час;

$\delta, \mu > 0$ – характерні сталі часу;

$k > 0$ – параметр схильності інвесторів до узгодження своєї поведінки з поведінкою інших;

$\gamma > 0$ – параметр швидкості тенденції до повороту;

$a_1 > 0$ – позитивний (негативний) параметр впливу стратегії, знак якого залежить від характеру інвестицій;

a_0 – амплітуда стратегічного вибору.

Далі в системі покладемо $a_0 = 1$, $a_1 = 0$, $t = 2\delta\tilde{t}$, $\varepsilon = \frac{\mu}{\delta}$. Тоді система (5.1) перетворюється до вигляду системи двох звичайних диференціальних рівнянь:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = sh(a + kx) - x \cdot ch(a + kx); \\ \frac{da}{dt} = -\varepsilon[sh(\gamma x) - a \cdot ch(\gamma x)]. \end{cases} \quad (5.2)$$

Неважко помітити, що система (5.2) володіє симетрією, тобто інваріантна відносно заміни змінних $x' = -x$, $a' = -a$.

Стационарні розв'язки системи (5.2) можуть бути отримані з умови дорівненості нулю лівих частин відповідних рівнянь:

$$\begin{cases} a = th(\gamma x); \\ arcth(x) - th(\gamma x) - kx = 0. \end{cases} \quad (5.3)$$

Рівняння (5.3) може мати один, три та більше розв'язків залежно від співвідношень між параметрами γ і k .

Проте точка з координатами $x^* = 0$, $a^* = 0$ завжди є стаціонарною для системи (5.2).

В економічному сенсі це означає рівновагу між експансіоністськими та раціоналістичними інвестиціями та нейтральними перевагами.

Очевидно, що аналіз поведінкових властивостей системи рівнянь (5.2) в околі тривіального рівноважного значення $x^* = 0$, $a^* = 0$ є необхідним для визначення на якісному рівні стійкості тенденцій інвестиційної динаміки.

Для визначення локальної стійкості вказаного стаціонарного розв'язку застосовують розклад в ряд Тейлора правих частин системи (5.2) у малому околі нуля:

$$\begin{cases} \dot{x} = (k-1)x + a - \frac{x(kx+a)^2}{2} + \frac{(kx+a)^3}{6} + O(r^5); \\ \dot{a} = -\varepsilon\gamma x + \varepsilon a - \frac{\varepsilon\gamma^3 x^3}{6} + \frac{\varepsilon\gamma^2 x^2 a}{2} + O(r^5), \end{cases} \quad (5.4)$$

де $r^2 = x^2 + a^2$.

Лінійна частина системи звичайних диференціальних рівнянь (5.4) має характеристичне рівняння:

$$\lambda^2 + (1 - \varepsilon - k)\lambda + \varepsilon(\gamma + k - 1) = 0. \quad (5.5)$$

Корні квадратного рівняння (5.5) мають від'ємні дійсні частини за умови виконання системи нерівностей:

$$\begin{cases} 1 - \varepsilon - k > 0, \\ \gamma + k - 1 > 0. \end{cases} \quad (5.6)$$

Виконання параметричних співвідношень (5.6) визначає умови стійкості системи (5.4) у малому околі тривіального положення рівноваги. Наочним чином дані умови подані на рис. 5.1, де зображена площина параметрів (γ, k) з фіксованими значеннями сталої ε . Область стійкості зображена штриховкою.

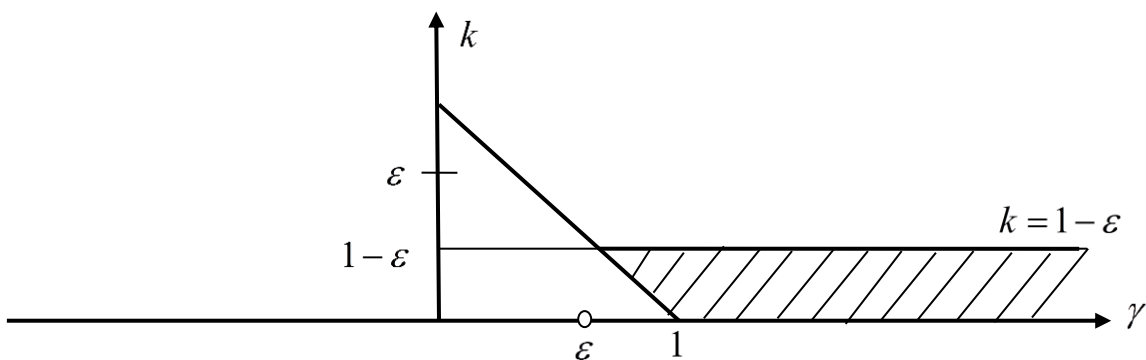


Рис. 5.1. Область стійкості системи (5.4)

Цілком очевидно, що прямі $k = 1 - \varepsilon$ і $k = 1 - \gamma$ є граничними за умови переходу системи (5.4) з області стійкості динаміки в нестійку, і навпаки. Тому доцільно досліджувати властивості системи (5.4) у малому околі кожної з прямих для з'ясування топологічних особливостей вихідної системи двох нелінійних диференціальних рівнянь. Необхідно ввести малий параметр α_1 за формулою $\alpha_1 = k + \gamma - 1$. У цьому випадку характеристичні числа, що визначаються квадратним рівнянням (5.5) з урахуванням малості α_1 , мають вигляд:

$$\lambda_1 = \frac{\varepsilon\alpha_1}{\varepsilon - \gamma}, \quad \lambda_2 = \varepsilon - \gamma + \frac{\varepsilon\alpha_1}{\varepsilon - \gamma}. \quad (5.6)$$

З виразів (5.6) для чисел λ_1, λ_2 витікає, що за $\alpha_1 > 0$ система (5.4) в околі тривіального положення рівноваги є стійким вузлом, оскільки $\varepsilon < \gamma$ і, відповідно, $\lambda_1, \lambda_2 < 0$. Якщо $\alpha_1 < 0$, то має місце нестійкість сідлового типу $\lambda_1 > 0, \lambda_2 < 0$. Таким чином, з $\alpha_1 = 0, \lambda_1 = 0, \lambda_2 < 0$ у нелінійній динамічній системі (5.4) можлива сідловузлова біфуркація. Далі в якості біфуркаційного буде використовуватися параметр k .

Пристаючи до безпосереднього вивчення властивості даної біфуркації стосовно до системи (5.4), з метою діагоналізації матриці лінійної частини вихідної системи необхідно зробити заміну змінних:

$$x = \left(1 + \frac{\alpha_1}{\gamma - \varepsilon}\right)u + \left(1 - \frac{\alpha_1}{\gamma - \varepsilon}\right)w, \quad a = u + \varepsilon w.$$

Після перетворень буде отримано:

$$\begin{cases} \dot{u} = \frac{\varepsilon\alpha_1}{\varepsilon - \gamma}u + g_{30}u^3 + g_{21}u^2w + g_{12}uw^2 + g_{03}w^3; \\ \dot{w} = -\left(\gamma - \varepsilon - \frac{\varepsilon\alpha_1}{\varepsilon - \gamma}\right)w + h_{30}u^3 + h_{21}u^2w + h_{12}uw^2 + h_{03}w^3, \end{cases} \quad (5.7)$$

де $\dot{u} = \frac{du}{dt}, \dot{w} = \frac{dw}{dt}$.

Коефіцієнти g_{ij}, h_{ij} ($i, j = \overline{1, 3}, i + j = 3$) складним чином залежать від вихідних параметрів $\varepsilon, \gamma, \alpha_1$. Тому слід враховувати лише коефіцієнти g_{30}, h_{30} , які за умови, що $\alpha_1 = 0$, дорівнюють:

$$g_{30} = \frac{\varepsilon(1 + \gamma^3)}{3}, \quad h_{30} = -\frac{\gamma(1 + \varepsilon\gamma^2)}{3}.$$

Можна показати систему (5.7) у більш компактному вигляді:

$$\begin{cases} \dot{u} = \lambda_1(\alpha_1)u + g(u, w, \alpha_1); \\ \dot{w} = \lambda_2(\alpha_1)w + h(u, w, \alpha_1). \end{cases} \quad (5.8)$$

За допомогою теореми про центральне різноманіття система (5.8) може бути редукована до одного диференціального рівняння для змінної u , яка відповідає нульовому характеристичному числу з $\alpha_1 = 0$. Друга змінна w є залежною від u таким чином:

$$w = q(u) = q_3 u^3 + O(u^4). \quad (5.9)$$

Для знаходження невідомого коефіцієнта q_3 використовують формулу диференціювання складної функції ($\alpha_1 = 0$):

$$\dot{w} = \frac{\partial q(u)}{\partial u} \dot{u}, \quad \frac{\partial q}{\partial u} q(u, q(u)) = \lambda_2 q(u) + h(u, q(u)).$$

З урахуванням виразу (5.9), зневажаючи доданками вище третього степеня u , із співвідношення

$$3q_3 u^2 (q_{30} u^3 + \dots) = \lambda_2(0) q_3 u^3 + h_{30} u^3$$

отримано

$$q_3 = -\frac{h_{30}}{\lambda_2(0)} = \frac{\gamma(1 + \varepsilon\gamma^2)}{\gamma - \varepsilon}.$$

Відповідно, диференціальне рівняння для змінної u з урахуванням формули для q_{30} прийме вид:

$$\dot{u} = \frac{\varepsilon\alpha_1}{\varepsilon - \gamma} u + \frac{\varepsilon(1 + \gamma^3)}{\varepsilon - \gamma} u^3. \quad (5.10)$$

Диференціальне рівняння (5.10) за допомогою заміни змінних $t_1 = \frac{\varepsilon}{\varepsilon - \gamma} t$

і $V = \sqrt{\frac{3}{1 + \gamma^3}} u$ зводиться до канонічної форми біфуркації типу "виделка":

$$\frac{dV}{dt_1} = d_1 V + V^3.$$

Легко встановити, що єдина нерухома точка $V=0$, існуюча за $\alpha_1 \geq 0$, стійка, а за $\alpha_1 < 0$ вона втрачає стійкість, тоді як знову нерухоми точки, що народжуються, $V = \pm\sqrt{-\alpha_1}$ стійкі. Даний тип набуття і втрати стійкості рівноважних значень називається катастрофа "збірка".

Розглянемо поведінку системи (5.4) на іншій межі області стійкості. Для цього введемо ще один малий параметр α_2 , який визначається як $\alpha_2 = k + \varepsilon - 1$.

У даній ситуації зі значенням біфуркаційного параметру $\varepsilon = 1 - k + \alpha_2$ і $\alpha_2 = 0$ характеристичне рівняння (5.5) має пару простих суто уявних власних значень $\lambda_{1,2} = \pm i\omega$. Якщо $\alpha_2 \neq 0$, то є пара комплексно-спряжених коренів:

$$\lambda_{1,2} = \frac{\alpha_2}{2} \pm i \left(\omega - \frac{k}{i\omega} \alpha_2 \right), \quad (5.11)$$

де $\omega^2 = (1 - k)(\gamma + k - 1)$.

Диференціюючи власні значення (5.11) за малим параметром α_2 з $\lambda = i\omega$ і $\alpha_2 = 0$, отримано

$$\frac{\partial \lambda}{\partial \alpha_2} = \frac{1}{2} - i \frac{k}{2\omega}.$$

Дана умова означає, що зі зміною параметру дійсної частини власного значення $\text{Re } \lambda$ самі характеристичні числа перетинають уявну вісь з ненульовою швидкістю:

$$\text{Re} \frac{\partial \lambda}{\partial \alpha_2} = \frac{1}{2} \neq 0.$$

Відносно власних чисел $\lambda_{1,2}$ слід зазначити, що якщо $\alpha_2 < 0$, то рішення системи (5.4) "накручуються" на початок координат. Тип рівноваги – це **стійкий фокус**. Якщо $\alpha_2 > 0$, то рішення "скручуються" за спіраллю з тривіальної точки. Тоді така рівновага називається **нестійким фокусом**. Якщо ж $\alpha_2 = 0$, то всі рішення строго періодичні.

Таким чином у розглянутому випадку спектр лінійної частини (5.4) є суто уявним за $\alpha_2 = 0$ і залежить від α_2 гладким чином. Тому $\text{Re} \frac{\partial \lambda}{\partial \alpha_2} = \frac{1}{2} \neq 0$. Це

дозволяє припустити в системі (5.4) наявність біфуркацій Андронова – Хопфа, в результаті якої народжується (чи зникає) граничний цикл навколо тривіального положення рівноваги.

Виходячи з вищевикладеного, система (5.4) має сімейство періодичних рішень, залежне від малого параметру α_2 як міри амплітуди періодичних рішень.

Для цього необхідно привести систему нелінійних диференціальних рівнянь до вигляду відповідної нормальної форми через заміну змінних $x = x_1$, $a = (1 - k)x_1 - \omega x_2$. Після перетворень змінних отримано:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -\omega x_2 - \frac{x_1^3}{3} + \omega \frac{x_1^2 x_2}{2} - \omega^3 \frac{x_2^3}{6}; \\ \dot{x}_2 = \omega x_1 + \frac{1-k}{\omega} (\gamma^3 - 3(1-k)\gamma^2 - 2) \frac{x_1^3}{6} + (1-k)(\gamma^2 + 1) \frac{x_1^2 x_2}{2} - (1-k)\omega^2 \frac{x_2^3}{6}. \end{cases} \quad (5.12)$$

Наявність конкретних виразів для коефіцієнтів нелінійної частини системи (5.12) робить можливим використання методики для визначення стійкості, напрямку народження, періоду й асимптотичної амплітуди граничного циклу, який здійснює біфуркацію Андронова – Хопфа з нульового стаціонарного положення. Розташовуючи значення параметрів у системі (5.12), отримано чітке уявлення для дійсної частини першої ляпуновської величини:

$$\operatorname{Re} c_1(0) = \frac{1}{16} \left\{ -2 + (1-k)(\gamma^2 + 1) - (1-k)\omega^2 \right\}. \quad (5.13)$$

Для стійкості граничного циклу необхідно виконання умови:

$$\operatorname{Re} c_1(0) < 0 \quad \text{чи} \quad \omega^2 - \gamma^2 - 1 + \frac{2}{1-k} > 0.$$

Інакше кажучи, стійкий цикл повинен володіти частотою, яка перевищує деяке критичне значення ω_c :

$$\omega_c = \sqrt{\gamma^2 + 1 - \frac{2}{1-k}}.$$

Очевидно, що нестійкий граничний цикл має частоту $\omega < \omega_c$.

Для стійкого граничного циклу отримані формули його основних характеристик:

$$1) \text{ амплітуда } \delta = 2 \left(\frac{2\alpha_2}{(k-1)\gamma^2 + (k-1)^2\gamma + (k-1)^3 + k + 1} \right)^{\frac{1}{2}};$$

$$2) \text{ період } T_\delta = \frac{2\pi}{\omega} (1 + \tau_2 \delta^2 + O(\delta^4));$$

$$3) \tau_2 = \frac{1}{16} \left(\frac{(k-1)(3\gamma^2 + 1)}{\gamma + 1 - k} - \gamma + (1-k)\gamma + 1 \right);$$

4) періодичне

рішення

$$x_1(t) = \delta \cdot \cos\left(\frac{2\pi \cdot t}{T_\delta}\right), \quad x_2(t) = \delta \cdot \sin\left(\frac{2\pi \cdot t}{T_\delta}\right).$$

Граничний цикл народжується в напрямку $\alpha_2 > 0$ і виниклі періодичні рішення асимптотично стійкі.

Відповідний режим автоколивань називається *м'яким*.

Якщо ж є нестійкий граничний цикл, то втрата стійкості автоколивань відбувається жорстко, тобто можливий різкий стрибок у новий стаціонарний режим. У реальній системі за такого способу втрати стійкості відбувається катастрофа.

У випадку, коли $\text{Re } c_1(0) = 0$, у вихідній системі (5.2) можлива біфуркація Баутіна [57], тобто допустимий режим співіснування стійкого та нестійкого граничних циклів.

Однак для подібного дослідження необхідно мати розкладання в ряд Тейлора правих частин системи (5.2) до п'ятого порядку включно, тому в даній роботі вищевказана біфуркація не буде розглянута.

Найцікавішою в сенсі різноманітності динамічної поведінки системи (5.4) є ситуація, коли обидва власних значення, тобто корені квадратного рівняння (5.5), є малими величинами в околі нуля.

У даному випадку в системі (5.4) можлива біфуркація Богданова – Таккенса, так звана *біфуркація "подвійного нуля"*.

Цілком природно, що в якості біфуркаційних будуть обрані параметри

$$k = 1 - \gamma + \alpha_1 \quad \text{і} \quad \varepsilon = 1 - k + \alpha_2 = \gamma - \alpha_1 + \alpha_2.$$

Біфуркація подібного типу містить два малих параметра α_1 й α_2 , відповідно, існує коразмірність два. Для виявлення основних властивостей вищезазначеної біфуркації "подвійного нуля" необхідно виконати ряд перетворень з метою отримання нормальної форми для системи (5.4).

На першому кроці перетворення систему (5.4) треба подати у вигляді нелінійного осцилятора за допомогою заміни змінних:

$$y_1 = \frac{a}{\gamma^2}, \quad y_2 = \left(1 - \frac{\alpha_1 - \alpha_2}{\gamma}\right) \left(\frac{a}{\gamma} - x\right).$$

У результаті трансформації отриманий уявний вигляд системи (5.4) в змінних y_1, y_2 :

$$\begin{cases} \dot{y}_1 = y_2 + a_{30}y_1^3 + a_{21}y_1^2y_2 + a_{30}y_1y_2^2 + a_{03}y_3^3; \\ \dot{y}_2 = -\gamma\alpha_1y_1 + \alpha_2y_2 + b_{30}y_1^3 + b_{21}y_1^2y_2 + b_{12}y_1y_2^2 + b_{03}y_3^3, \end{cases} \quad (5.14)$$

де з $\alpha_1 = \alpha_2 = 0$.

$$\begin{aligned} a_{30} &= \frac{\gamma^5}{3}; & a_{21} &= \frac{-\gamma^4}{2}; & a_{12} &= 0; & a_{03} &= \frac{\gamma^2}{6}; \\ b_{30} &= \frac{\gamma^3(\gamma^3 + 1)}{3}; & b_{21} &= \frac{-\gamma^2(\gamma^3 - \gamma + 2)}{2}; & b_{12} &= \gamma^2 - \gamma; & b_{03} &= \frac{\lambda^3 + (\gamma - 1)^2(\gamma + 2)}{6}. \end{aligned}$$

Для побудови нормальної форми Пуанкаре системи диференціальних рівнянь (5.14) необхідно виконати нелінійну редукцію змінних стану:

$$\begin{cases} u_1 = y_1 + \frac{2a_{21} + b_{12}}{6} y_1^3 + \frac{a_{12} + b_{03}}{2} y_1^2 y_2 + a_{03} y_1 y_2^2; \\ u_2 = y_2 - a_{30} y_1^3 + \frac{b_{12}}{2} y_1^2 y_2 + b_{03} x_1 x_2^2. \end{cases} \quad (5.15)$$

Скориставшись співвідношеннями (5.15), отримано нову систему:

$$\begin{cases} \dot{u}_1 = u_2; \\ \dot{u}_2 = -\gamma\alpha_1 u_1 - \alpha_2 u_2 + Au_1^3 + Bu_1^2 u_2 + O\left(|u_1|^2 + |u_2|^2\right)^{\frac{5}{2}}, \end{cases} \quad (5.16)$$

де $A = b_{30} = \frac{\gamma^3(\gamma^3 + 1)}{3}$; $B = b_{21} + 3a_{30} = \frac{\gamma^2(\gamma^3 + \gamma - 2)}{2}$.

Систему (5.16) доцільно привести до простішого вигляду за допомогою лінійного шкалювання змінних:

$$u_1 = \frac{\sqrt{A}}{|B|} V_1; \quad u_2 = \left| \frac{A\sqrt{A}}{B^2} \right| V_2; \quad t = \frac{|B|}{A} \tau .$$

У результаті отримано шукану нормальну форму:

$$\begin{cases} \dot{V}_1 = \dot{V}_2; \\ \dot{V}_2 = \mu_1 V_1 + \mu_2 V_2 + sV_1^3 - V_1^2 V_2, \end{cases} \quad (5.17)$$

де $s = \pm 1$; $\mu_1 = -\frac{B^2}{A^2} \gamma \alpha_1$; $\mu_2 = -\frac{|B|}{A} \alpha_2$.

Зі співвідношення (5.16) випливає, що параметр $B = \frac{\gamma^2(\gamma^2 + \gamma + 2)(\gamma - 1)}{2}$

допускає зміну знака. Тобто $B > 0$, якщо $\gamma > 1$ і $B < 0$ за умови, що $\gamma < 1$. Тому в системі (5.17) розглядаються два різних топологічних типи динамічної поведінки, що визначаються знаком параметра $s = \pm 1$.

Нехай $s = 1$. Це означає, що $A > 0$, $B > 0$ і, відповідно, $\gamma < 1$. Біфуркаційна діаграма подана на рис. 5.2.

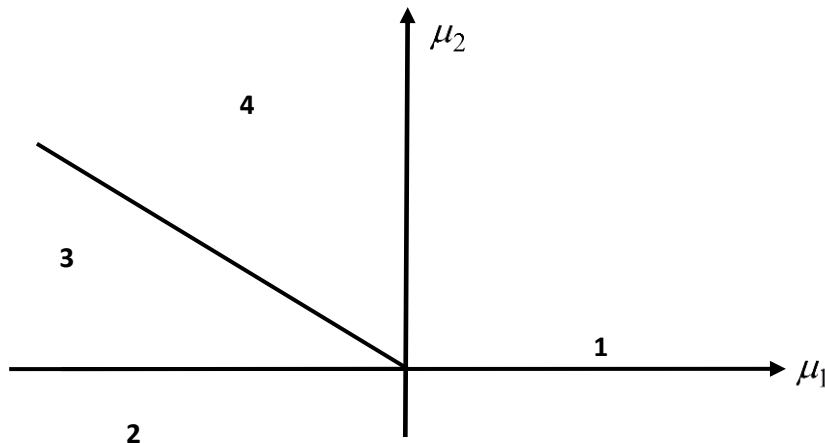


Рис. 5.2. Біфуркаційна діаграма $s = 1$

В області 1 є єдина тривіальна рівновага E , яка є сідловою. На перетині нижньої гілки лінії $R_1 = \{(\mu_1, \mu_2): \mu_1 = 0\}$ відбувається біфуркація "виделка" з появою пари симетричних сідел E_1, E_2 , а E_0 стане стійким вузлом.

В області 2 цей вузол перетворюється на стійкий фокус. Під час перетину півпрямой $R_2 = \{(\mu_1, \mu_2): \mu_2 = 0, \mu_1 < 0\}$ він зазнає біфуркацію Андронова – Хопфа з народженням стійкого граничного циклу.

В області 3 цей цикл існує. Однак під час переходу через лінію $R_3 = \left\{(\mu_1, \mu_2): \mu_2 = -\frac{\mu_1}{5}, \mu_1 < 0\right\}$ відбувається глобальна гетероклінічна біфуркація з появою відповідних орбіт, пов'язаних із сідлами E_1, E_2 .

Унаслідок цього в області 4 формується гетероклінічний цикл. Далі всі три положення рівноваги співіснують разом до перетину верхньої частини прямої R_1 , і відбувається повернення в область 1.

Необхідно розглянути випадок $s = -1$ ($\gamma > 1$). Відповідна біфуркаційна діаграма зображена на рис. 5.3.

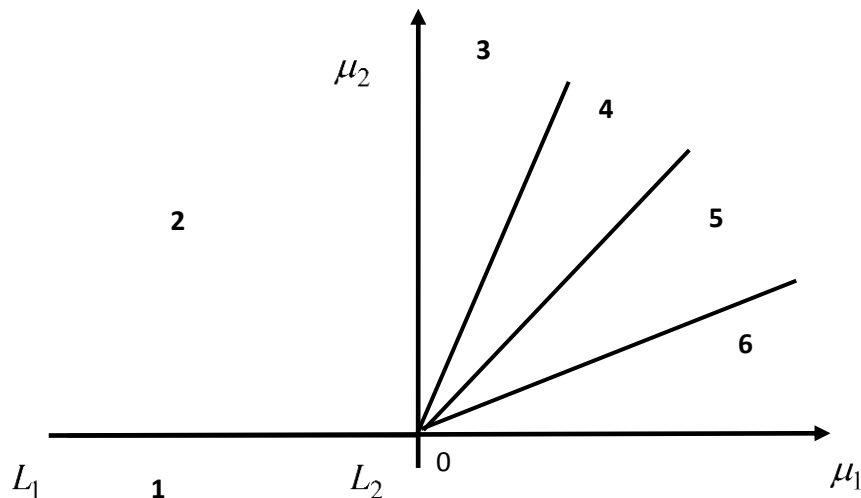


Рис. 5.3. Біфуркаційна діаграма $s = -1$

В області 1 є єдина тривіальна рівновага E_0 , яка є стійким вузлом (фокусом). На півпрямій $L_1 = \{(\mu_1, \mu_2): \mu_2 = 0, \mu_1 < 0\}$ відбувається біфуркація Андронова – Хопфа і народжується стійкий граничний цикл. Два нестійких вузла E_1, E_2 розділяються від тривіальної рівноваги E_0 на перетині верхньої

частини прямої $L_2 = \{(\mu_1, \mu_2): \mu_1 = 0, \mu_2 > 0\}$ на переході із області 2 в область 3 під дією біфуркації "виделка". В області 3 усі три положення рівноваги E_0, E_1, E_2 є локалізованими всередині "великого" граничного цикла. На півпрямій $L_3 = \{(\mu_1, \mu_2): \mu_2 = \mu_1, \mu_1 > 0\}$ нетривіальні фокуси E_1, E_2 зазнають біфуркацію Андронова – Хопфа. Ця біфуркація призводить до виникнення двох "малих" нестійких граничних циклів навколо нетривіальних положень рівноваги E_1, E_2 . Нерухомі точки знаходять стійкість. Таким чином, в області 4 є три граничних цикла: зовнішній ("великий") і два внутрішніх ("малих").

Уздовж півпрямої $L_4 = \left\{(\mu_1, \mu_2): \mu_2 = \frac{4}{5}\mu_1, \mu_1 > 0\right\}$ "мали" цикли утво-

рюють симетричну фігуру (зовнішнім виглядом нагадує лемніскату Бернуллі) з центром E_0 у результаті глобальної гомоклінічної біфуркації, яка сталася. На всьому протязі лінії L_4 сідло E_0 має дві гомоклінічні орбіти, які можуть трансформуватися одна в одну за допомогою симетричних перетворень. Під час перетину лінії L_4 на межі областей 4 і 5 відбувається не тільки руйнування "малих" циклів, але й поява внутрішнього "великого" нестійкого граничного циклу. Дані побудови зовні подібні до трансформацій відомих в аналітичній геометрії овалів Кассіні через лемніскату Бернуллі. Усередині області 5 соіснують два "великих" цикла: зовнішній є стійким, а внутрішній – нестійким. Ці два цикла зливаються та зникають уздовж лінії параметрів:

$$L_5 = \{(\mu_1, \mu_2): \mu_2 = q\mu_1, \mu_1 > 0\},$$

де $q = 0,752\dots$ – деяка константа, отримана в результаті дій над еліптичними інтегралами.

Це і є сідловузлової біфуркації граничного цикла. Дана біфуркація руйнує циклічні режими в досліджуваній системі. В області 6 мають місце всі три рівноважних положення: тривіальне сідло E_0 і два стійких нетривіальних фокуса (вузла) E_1, E_2 . Нетривіальні рівноваги зливаються з тривіальним на нижній півпрямій:

$$L_2 = \{(\mu_1, \mu_2): \mu_1 = 0, \mu_2 > 0\}.$$

Унаслідок біфуркації створюється "виделка", і все повертається в область 1 [38; 39]. Математична модель, яка вивчається в даній роботі, створена для опису переваг і є прикладом застосування методів соціодинаміки в еволюційній економіці. Очевидно, що концептуальні засади еволюційної економіки знаходяться в стадії розроблення на початковому етапі теоретичних досліджень. Описи процесів економічного розвитку істотно складніші ніж прості формалізми рівноважних станів в методології порівнювальної статистики.

Висновки

Причини цих труднощів у взаємодіючих динамічних процесах, що протікають у різних часових масштабах, які не спостережувані в стаціонарному стані. Подібні відмінності в тимчасових шкалах можуть мати критичні співвідношення між постійними часу, що визначають циклічні режими в економічній динаміці як результат біфуркації. Саме тут найбільш яскраво проявляються властивості нестійкості систем відносно до малих відхилень параметрів. Тільки в нелінійних системах поблизу біфуркаційних меж на досліджуваному об'єкті спостерігається якісно різний характер динамічної поведінки.

Не менш важливим є виявлена біфуркація "подвійного нуля", яка характеризує двохкратне виродження у спектрі досліджуваної динамічної системи другого порядку. Дане явище супроводжується наявністю гомо клінічної петлі "сепаратриси сідла", де можна спостерігати циклічні процеси великих періодів. За допомогою виконаного аналізу поведінкових властивостей нелінійної економічної системи знайдений так званий "лімітаційний рух", який відрізняє періодичну динаміку від аперіодичної. Наведені в роботі біфуркаційні діаграми слугують основою для якісного прогнозування різних сценаріїв в економічній еволюції на відміну від традиційної економетрики.

Даний підхід суттєво відрізняється від типової методології ідентифікації параметрів лінійних динамічних моделей. Актуальність цього зумовлена принциповими відмінностями поведінки нелінійних динамічних систем в економіці – таких, як наявність множини рівноважних станів.

Розділ 6. Удосконалення задачі комівояжера в управлінні логістичними процесами

Комівояжер (фр. *commis voyageur*) – збутовий посередник, роз'їзний агент торгової організації, який пропонує покупцям товари за зразками та каталогами [168].

Комівояжер виступає посередником між продавцем товару та покупцем. Діє, як правило, за дорученням фірми. Займається збутом товару за певну винагороду, яка залежить від кількості або суми проданого товару, роз'їжджаючи за різними адресами або містами.

Задача комівояжера – важливе завдання транспортної логістики. Транспортна логістика займається плануванням транспортних перевезень. Комівояжеру, щоб розпродати товари, слід об'їхати n пунктів і повернутися у вихідний пункт. Потрібно визначити найбільш вигідний маршрут об'їзду. В якості міри вигідності маршруту (точніше кажучи, невідповідності) може слугувати сумарний час в дорозі, сумарна вартість дороги або довжина маршруту.

Задача комівояжера є однією з найвідоміших задач комбінаторної оптимізації, полягає у знаходженні найбільш вигідного маршруту, який проходить через вказані міста хоча б по одному разу з наступним поверненням у вихідне місто. В умовах задачі вказуються критерій вигідності маршруту (найкоротший, найдешевший, сукупний критерій тощо) і відповідні матриці відстаней, вартості тощо. Як правило, вказується, що маршрут повинен проходити через кожне місто тільки один раз – у такому випадку вибір здійснюється серед гамільтонових циклів.

Існує кілька окремих випадків загальної постановки задачі. Зокрема: **геометрична задача комівояжера** (також звана *планарною* або *евклідовою*, коли матриця відстаней відображує відстані між точками на площині), **метрична задача комівояжера** (коли на матриці вартостей виконується нерівність трикутника), **симетрична** і **асиметрична задачі комівояжера**. Також існує узагальнення задачі, так звана **узагальнена задача комівояжера**.

Задача комівояжера відноситься до числа трансобчислювальних: вже за відносно невеликої кількості міст (66 і більше) вона не може бути розв'язана методом перебору варіантів жодними комп'ютерами за час, менший за декілька мільярдів років.

Раннім варіантом задачі може розглядатися Icosian Game В. Гамільтона (XIX століття), яка полягала в тому, щоб знайти маршрути на графі з 20-ма

вузлами. Перші згадки в якості математичної задачі на оптимізацію належать Менгеру, який сформулював її на математичному колоквіумі в 1930 році так: "Ми називаємо проблемою комівояжера задачу знайти найкоротший шлях між кінцевою безліччю місць, відстань між якими відома".

Разом з простотою визначення та порівняльною простотою знаходження хороших рішень задача комівояжера відрізняється тим, що знаходження дійсно оптимального шляху є досить складним завданням. Ураховуючи ці властивості, з другої половини ХХ століття дослідження задачі комівояжера має не стільки практичний сенс, скільки теоретичний – в якості моделі для розроблення нових алгоритмів оптимізації.

Багато сучасних поширених методів дискретної оптимізації – такі, як метод відсікань, гілок і меж, і різні варіанти евристичних алгоритмів, були розроблені на прикладі задачі комівояжера.

Для застосування математичного апарату у розв'язанні проблеми, її слід подати у вигляді математичної моделі. Проблему комівояжера можна зобразити у вигляді моделі на графі, тобто використовуючи вершини та ребра між ними. Таким чином, вершини графа i, j відповідають містам, а ребра (i, j) між вершинами – шляхам сполучення між цими містами. До кожного ребра (i, j) можна зіставити критерій вигідності маршруту $C_{ij} \geq 0$, який можна розуміти як, наприклад, відстань між містами, час або вартість поїздки [169].

Гамільтоновим циклом називають маршрут, що включає кожну вершину графа рівно по одному разу.

З метою спрощення задачі та гарантії існування маршруту звичайно вважається, що модельний граф задачі є повністю зв'язковим, тобто між довільною парою вершин існує ребро. У тих випадках, коли між окремими містами не існує сполучення, його можна досягти шляхом введення ребер з максимальною довжиною. Через велику довжину таке ребро ніколи не потрапить до оптимального маршруту, якщо він існує.

Таким чином, розв'язання задачі комівояжера – це знаходження гамільтонова циклу мінімальної ваги в повному зваженому графі.

Залежно від того, який критерій вигідності маршруту зіставляється до величини ребер, розрізняють різні варіанти задачі, найважливішими з яких є симетрична і метрична задачі.

У загальному випадку **асиметрична задача комівояжера** відрізняється тим, що моделюється орієнтованим графом. Таким чином, слід також врахувати, в якому напрямку знаходяться ребра.

У разі *симетричної задачі* всі пари ребер між одними і тими ж вершинами мають однакову довжину, тобто для ребра (i, j) однакові довжини: $C_{ij} = C_{ji}$. У симетричному випадку кількість можливих маршрутів вдвічі менша, ніж в асиметричному випадку. Симетрична задача моделюється неорієнтованим графом.

Насправді задача комівояжера у випадку реальних міст може бути як симетричною, так і асиметричною залежно від тривалості або довжини маршрутів і від напрямку руху.

Симетричну задачу комівояжера називають *метричною*, якщо стосовно довжин ребер виконується нерівність трикутника. Умовно кажучи, у таких задачах обхідні шляхи довші за прямі, тобто ребро від вершини i до вершини j ніколи не буває довшим за шлях через проміжну вершину K .

$$C_{ij} < C_{ik} + C_{kj}. \quad (6.1)$$

Така властивість довжини ребер визначає вимірний простір на безлічі ребер і міру відстані, що задовольняє інтуїтивне розуміння відстані.

Поширені на практиці функції відстані є також метриками та задовольняють нерівності трикутника:

евклідова відстань в евклідовій задачі комівояжера;

манхеттенська метрика (також квартальна метрика) прямокутної задачі комівояжера, в якій відстань між вершинами на решітці дорівнює сумі відстаней на осі ординат і абсцис;

максимальна метрика, визначальна відстань між вершинами графа, є максимальне значення відстані уздовж осі ординат і абсцис.

Неметрична задача комівояжера може виникати, наприклад, у випадку мінімізації тривалості перебування за наявності вибору транспортних засобів у різних напрямках. Тоді обхідний шлях літаком може бути коротший прямого сполучення автомобілем.

Якщо на практиці в умовах задачі дозволяється відвідувати міста кілька разів, то симетричну задачу можна звести до метричної. Для цього завдання розглядають на так званому *графі відстаней*. Цей граф має таку ж безліч вершин, як і вихідний, і є повністю зв'язковим. Довжина ребер C_{ij} між вершинами i й j на графі відстаней відповідає довжині найкоротшої відстані між вершинами i й j у вихідному графі. Таким чином, для визначених довжин ребер C_{ij} виконується нерівність трикутника, і кожному маршруту на графі відстаней завжди відповідає маршрут з можливими повтореннями вершин у вихідному графі.

Одним з підходів до розв'язання задачі є формулювання її у вигляді *задачі дискретної оптимізації*. Тоді розв'язання подають у вигляді змінних, а зв'язки – у вигляді відносин нерівності між ними. Таким чином, можливі декілька варіантів. Наприклад, симетричну задачу можна подати у вигляді безлічі ребер V . До кожного ребра (i, j) зіставляється бінарна змінна $X_{ij} \in (i, j)$, дорівнена 1, якщо ребро належить маршруту, і 0 – в іншому випадку. Довільний маршрут можна подати у вигляді значень безлічі змінних приналежності, але не кожна така безліч визначає маршрут. Умовою того, що значення безлічі змінних визначають маршрут, є описані далі лінійні нерівності.

Умова кратності формулюється таким чином: кожна вершина повинна мати одне вхідне й одне вихідне ребро маршруту [122].

Кожна вершина повинна сполучатися через пару ребер з рештою вершин, тобто через вхідне та вихідне ребро:

$$\sum_{j \in V \setminus (i)} x_{ij} = 2, \quad \text{де } \forall i \in V. \quad (6.2)$$

У сумі кожний доданок X_{ij} дорівнює або 1 (належить маршруту), або 0 (не належить). Тобто отримана сума дорівнює кількості ребер у маршруті, які мають вершину i на одному з кінців. Ця сума дорівнює 2, оскільки кожна вершина має вхідне та вихідне ребро.

Описані умови кратності виконуються не тільки маршрутами, а й значеннями змінних, які відповідають окремим циклам, де кожна вершина належить лише одному циклу.

На рис. 6.1 вершина i подана з вхідним і вихідним ребрами, а ребра маршруту позначені товстими лініями. Поруч з ребрами вказані довжини X_{ij} , які є прологом до вищевказаної суми.

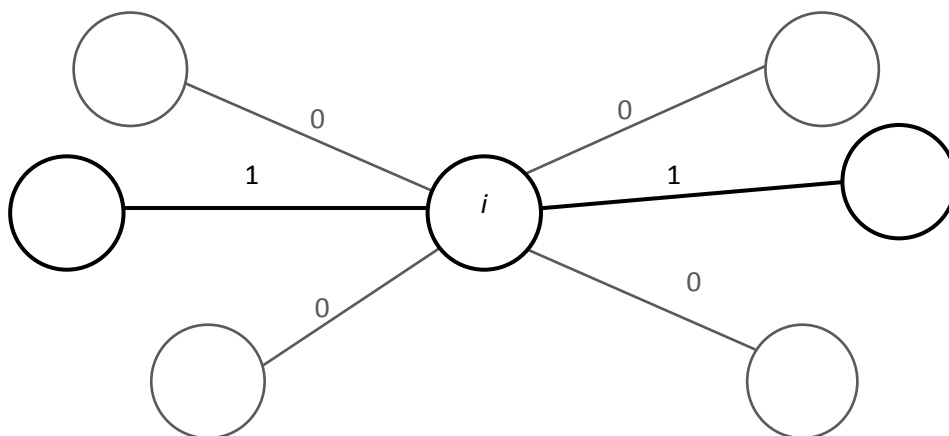


Рис. 6.1. Елемент граф-моделі маршруту

Щоб уникнути подібних випадків, повинні виконуватися так звані **нерівності циклів** (або умови усунення підмаршрутів), які були визначені Данцигом Д., Фалкерсоном Ф. і Джонсоном Д. у 1954 році під назвою *умови петель*. Цими нерівностями визначалась додаткова умова того, що кожна безліч $S \subset V$ вершин є або порожньою, або містить усі вершини, які поєднуються з рештою вершин через мінімум два ребра:

$$\sum_{i \in S, j \notin S} x_{ij} \geq 2. \quad (6.3)$$

Для всіх множин вершин S , де $1 \leq |S| \leq |V| - 1$. Ця сума дорівнює сумі довжин ребер маршруту між вершиною $i \in S$ і вершиною $j \notin S$. Щоб усунути зайві нерівності, можна обмежитися множинами вершин S з мінімум двома та максимум $|V| - 2$ вершинами. Ребра (i, j) з довжинами $X_{ij} = 1$ позначені товстими лініями, решта ребер мають довжину $X_{ij} = 0$. Введення додаткових умов для безлічі вершин S , що складається з трьох вершин, буде гарантувати, що S поєднується через мінімум два ребра маршруту з трьома вершинами, щоб усунути обидва цикли. Згідно з Данцигом Д., Фалкерсоном Ф. і Джонсоном Д. кількість нерівностей усунення циклів дорівнює $2^n - 2(n - 1)$.

У 1960 році Міллер Г., Такер М. і Землін Д. винайшли альтернативні умови усунення підмаршрутів шляхом введення n нових змінних, які визначають порядок відвіданих міст. Це вимагає тільки $n^2 - n + 1$ додаткових нерівностей. Більше того, через подвійність x_{ij} у формулюваннях Міллера, Такера і Земліна задача комівояжера залишається NP-складною.

Так, кожен вектор з елементами, які дорівнюють $\{0; 1\}$ (що задовольняє всім нерівностям), визначає коректний маршрут, який є розв'язанням задачі комівояжера у такому формулюванні: треба обчислити

$$\min \left\{ \sum_{i \in V} \sum_{j \in V \setminus \{i\}} c_{ij} x_{ij} \mid x \text{ valid (1) (2), } x_{ij} \in \{0, 1\} \right\}. \quad (6.4)$$

Оскільки змінні X_{ij} мають значення тільки 0 і 1, сума дорівнює загальній довжині C_{ij} ребер (i, j) , що належать маршруту.

Кількість нерівностей типу (6.2) експоненційно зростає в міру збільшення кількості міст, оскільки майже кожна $2^{|V|}$ із підмножин вузлів визначає одну нерівність. Цю проблему можна вирішити застосуванням *методу відсікання площиною*, завдяки якому нерівності додаються тільки коли ці нерівності дійсно необхідні. Геометрично лінійні нерівності можна подати як гіперплощини в просторі змінних. Безліч векторів, які задовольняють цим нерівностям, утворює в такому просторі політоп (багатовимірний багатогранник) або багатовимірний багатокутник. Точна форма визначається довжинами C_{ij} і є в основному невідомою. Однак можна показати, що умови (6.1) і (6.2) визначають грані (фацет) політопа, тобто бічні поверхні політопа з найвищою розмірністю. Тому вони відносяться до лінійних нерівностей, які можуть описувати маршрут. Нерівності (6.1) і (6.2) можна використовувати в методі гілок і меж, щоб відкинути рішення методами лінійної оптимізації з нецілими координатами.

Оскільки комівояжер в кожному з міст постає перед вибором наступного міста з тих, які він ще не відвідав, існує $(n-1)!$ маршрутів для асиметричної і $(n-1)!/2$ маршрутів для симетричної задач комівояжера. Таким чином, розмір простору пошуку залежить від кількості міст.

У замкнутому варіанті задачі комівояжера потрібно відвідати всі вершини графа, після чого повернутися у вихідну вершину. Незамкнутий варіант відрізняється від замкнутого тим, що в ньому не потрібно повертатися в стартову вершину.

Незамкнутий варіант задачі зводиться до замкнутого шляхом заміни ваги дуг, які входять в стартову вершину, на число 0. Оптимальний замкнутий маршрут комівояжера в такому графі відповідає оптимальному незамкнутому маршруту у вихідному графі.

Щоб звести замкнутий варіант до незамкнутого, потрібно визначити число K , яке перевершує вагу будь-якого маршруту комівояжера в заданому графі (наприклад, в якості K можна взяти суму максимальних за вагою дуг, які виходять з кожної вершини, збільшену на 1). Потім потрібно додати до графа нову вершину (у припущенні, що вершини вихідного графа пронумеровані числами від 0 до $n-1$; стартова вершина має номер 0). Вартості дуг, які виходять і входять у вершину, визначаються таким чином:

$$c_{n,i} = c_{0,n} = 3K; \quad c_{i,n} = c_{i,0} + 2K, \quad i = \overline{1, n-1}. \quad (6.5)$$

Оптимальний незамкнутий маршрут комівояжера в такому графі відповідає оптимальному замкнутому маршруту комівояжера у вихідному графі і має вартість на $2K$ більшу.

Існує безліч методів розв'язання задачі комівояжера. Найпростіші з них:
повний перебір;
випадковий перебір;
жадібні алгоритми;
метод найближчого сусіда;
метод включення найближчого міста;
метод найдешевшого включення;
метод мінімального основного дерева;
метод імітації відпалу.

На практиці застосовуються різні модифікації більш ефективних методів: метод гілок і меж, метод генетичних алгоритмів, а також алгоритм мурашиної колонії.

Метод *розгалужень і меж* для розв'язання задачі комівояжера був запропонований в 1963 році Літлом Дж., Мурті К., Суїні Д. і Керолом К. Згідно з цим методом у геометричній інтерпретації задачу розглядають як опуклий політоп, тобто багатомірний багатокутник у m -мірному одиничному кубі $[0, 1]^m$, де m дорівнює кількості ребер у графі. Кожне ребро цього куба відповідає маршруту, тобто вектору з елементами $(0; 1)$, що задовольняє описаним вище лінійним нерівностям. Гіперплощини, описані цими нерівностями, відсікають такі ребра одиничного куба, які не відповідають жодному з маршрутів.

Доцільно розглянути застосування методу для задачі з трьома вузлами. У відповідність трьом можливим ребрам між вершинами зіставляються бінарні змінні x_1 , x_2 і x_3 . У цьому випадку існує лише один можливий маршрут, а саме той, що проходить через три вершини. Цей маршрут задовольняє нерівності $x_1 + x_2 + x_3 \geq 2$, яка стверджує, що маршрут повинен проходити через мінімум дві вершини. Нерівність $x_1 + x_2 + x_3 \geq 3$ відсіче від одиничного куба все, окрім єдиної допустимої точки $(1, 1, 1)$. У цьому окремому випадку той же ефект можна отримати трьома нерівностями типу (6.1).

Для визначення допустимого ребра з найменшою довжиною слід розв'язати набори задач лінійної оптимізації, які відтинають січними площинами непотрібні частини одиничного куба, та спробувати розділити одиничний куб на менші політопи методом розгалужень і меж.

Однак цього методу для швидкого пошуку маршрутів зазвичай недостатньо. Основна перевага точних методів полягає в тому, що, маючи достатньо часу, вони обчислюють найкоротший маршрут. Маючи нижню межу для оптимальних розв'язань, можна оцінити те, на скільки відрізняється знайдений маршрут від оптимального.

Необхідно розглянути також математичну модель задачі комівояжера. Сформульована задача – задача цілочисельна. Нехай $x_{ij} = 1$, якщо мандрівник переїжджає з i -го міста в j -й і $x_{ij} = 0$, якщо це не так. Тоді математична модель має вигляд:

$$\sum_i \sum_j C_{ij} X_{ij} \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} \sum_i X_{ij} = 1; \\ \sum_{ji} X_{ij} = 1; \\ X_{ij} \geq 0, \quad i = \overline{1, n}, \quad j = \overline{1, n}. \end{cases} \quad (6.6)$$

Для розв'язання задачі комівояжера методом розгалужень і меж необхідно виконати таку послідовність дій:

1. Побудувати матрицю вихідних даних.
2. Знайти мінімуми за рядками.
3. Зробити редукцію рядків.
4. Знайти мінімуми за стовпцями.
5. Зробити редукцію стовпців.
6. Обчислити оцінки нульових клітин.
7. Зробити редукцію матриці.
8. Якщо повний шлях ще не знайдений, перейти до пункту 2, якщо знайдений – до пункту 9.
9. Обчислити підсумкову довжину шляху та побудувати маршрут.

Економічну задачу доцільно розв'язувати методом розгалужень і меж: пропонуючи продукцію фірми, комівояжер повинен відвідати шість міст. Потрібно побудувати маршрут таким чином, щоб об'їздити всі міста і повернутися у вихідне з мінімальними витратами. Міста позначені номерами,

де вихідним є місто з номером 1. Витрати на переміщення між містами задані матрицею (табл. 6.1).

Таблиця 6.1

Вихідна платіжна матриця

Міста	1	2	3	4	5	6
1	∞	26	42	15	29	25
2	7	∞	16	1	30	25
3	20	13	∞	35	5	0
4	21	16	25	∞	18	18
5	12	46	27	48	∞	5
5	23	5	5	9	5	∞

Знайдемо нижню межу довжин безлічі всіх маршрутів. Мінімуми за рядками: $a_1 = 15$; $a_2 = 1$; $a_3 = 0$; $a_4 = 16$; $a_5 = 5$; $a_6 = 5$. Віднявши від кожного елемента рядка число, рівне мінімальному елементу цього рядка отримаємо приведену матрицю, наведену в табл. 6.2.

Таблиця 6.2

Платіжна матриця, приведена за рядками

Міста	1	2	3	4	5	6
1	∞	11	27	0	14	10
2	6	∞	15	0	29	24
3	20	13	∞	35	5	0
4	5	0	9	∞	2	2
5	7	41	22	43	∞	0
6	18	0	0	4	0	∞

Знаходимо мінімуми за стовпцями: $b_1 = 5$; $b_2 = b_3 = b_4 = b_5 = b_6 = 0$ і відніманням за стовпцями матриці (табл. 6.2) отримано приведену матрицю, наведену в табл. 6.3.

Таблиця 6.3

Платіжна матриця, приведена за стовпцями

Міста	1	2	3	4	5	6
1	∞	11	27	0	14	10
2	1	∞	15	0	29	24
3	15	13	∞	35	5	0

4	0	0	9	∞	2	2
5	2	41	22	43	∞	0
6	13	0	0	4	0	∞

Знайдено нижню межу: $\varphi(Z) = 15 + 1 + 0 + 16 + 5 + 5 + 5 = 47$.

Відбір пар міст, до яких треба в'їхати, виконуємо як гру двох осіб, де Z – гравець, який в'їжджає в одне місто, а \bar{Z} – гравець, який в'їжджає в інше місто.

В основі алгоритму є переміщення гравця Z за нулями приведеної матриці, але тому що нулів багато, задача переміщення неоднозначна. Тому гравець Z обирає нуль таким чином, щоб витрати гравця \bar{Z} були максимальні.

Для виділення міст-претендентів на включення в безліч дуг, за якими проводиться розгалуження, знайдено ступені θ_{ij} нульових елементів матриці як суму мінімумів за рядком (див. табл. 6.2) і за стовпцем (див. табл. 6.3): $\theta_{14} = 10 + 0$; $\theta_{24} = 1 + 0$; $\theta_{36} = 5 + 0$; $\theta_{41} = 0 + 1$; $\theta_{42} = 0 + 0$; $\theta_{56} = 2 + 0$; $\theta_{62} = 0 + 0$; $\theta_{63} = 0 + 9$; $\theta_{65} = 0 + 2$.

Отже, маємо найбільший ступінь $\theta_{14} = 10$. Розгалуження треба проводити на дузі (1, 4). Нижня межа для безлічі Z_{14}^1 залишається дорівненою 47. Для всіх маршрутів безлічі Z_{14}^1 з 1-го міста нема переміщення в 4-е місто. У матриці це позначається вставленням в клітинку (1, 4) знака ∞ (табл. 6.4). У цьому випадку вихід з 1-го міста додає до оцінки нижньої межі принаймні найменший елемент першого рядка: $\varphi(Z_{14}^1) = 47 + 10$.

У матриці, відповідної до Z_{14}^1 вважається, що $c_{14} = \infty$.

Таблиця 6.4

Матриця заборони маршруту (1,4) для Z

Міста	1	2	3	4	5	6
1	∞	11	27	∞	14	10
2	1	∞	15	0	29	24
3	15	13	∞	35	5	0
4	0	0	9	∞	2	2
5	2	41	22	43	∞	0
6	13	0	0	4	0	∞

Після проведення процедури приведення з $a_1 = 10$ отримано нову нижню межу $57 + 10 = 67$. У матриці, відповідної до Z_{14}^1 , треба викреслити перший рядок і четвертий стовпець і припустити, що $c_{41} = \infty$, щоб запобігти появі циклу $1 \rightarrow 4 \rightarrow 1$. Отримуємо нову платіжну матрицю (c_{ij}^1) (табл. 6.5).

Таблиця 6.5

Платіжна матриця на першому кроці

Міста	1	2	3	5	6
2	1	∞	15	29	24
3	15	13	∞	5	0
4	0	0	9	2	2
5	2	41	22	∞	0
6	13	0	0	0	∞

Для приведення треба відняти мінімум за першим стовпцем: $b_1 = 1$. Водночас нижня межа дорівнюватиме $47 + 1 = 48$. Порівнюючи нижні межі $\varphi(Z_{14}^1) = 67$ і $\varphi(Z_{14}^2) = 48 < 67$, виділяємо підмножину маршрутів Z_{14}^2 , яка з більшою ймовірністю містить маршрут мінімальної довжини (рис. 6.2).

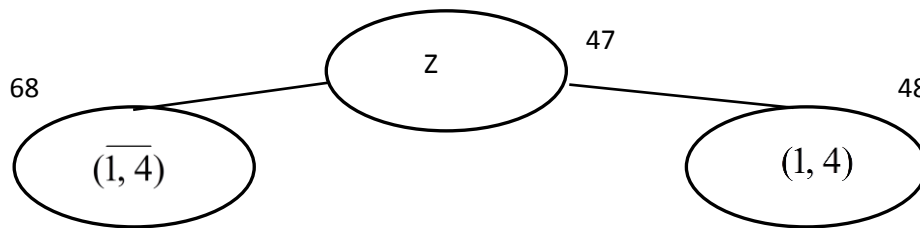


Рис. 6.2. Розгалуження на першому кроці

Приведена платіжна матриця для Z_{14}^2 наведена в табл. 6.6.

Таблиця 6.6

Приведена матриця на першому кроці

Міста	1	2	3	5	6
2	0	∞	15	29	24

3	14	13	∞	5	0
4	∞	0	9	2	2
5	1	41	22	∞	0
6	12	0	0	0	∞

Продовжимо процес розгалуження. Для цього треба знайти ступені θ_{ij} нульових елементів цієї матриці: $\theta_{21} = 15 + 1$; $\theta_{36} = 5 + 0$; $\theta_{42} = 2 + 0$; $\theta_{56} = 1 + 0$; $\theta_{62} = 0 + 0$; $\theta_{63} = 0 + 9$; $\theta_{65} = 0 + 2$. Найбільшим є ступінь $\theta_{21} = 16$. Потім безліч Z_{14}^1 розбиваємо на дузі (2,1) на дві нових Z_{21}^2 і Z_{21}^2 . У матриці для Z_{21}^2 викреслюємо рядок 2 і стовпець 1. Дуги (1,4) і (2,1) утворюють зв'язний шлях (2, 1, 4). Щоб запобігти появі циклу $2 \rightarrow 1 \rightarrow 4 \rightarrow 2$, припустимо, що $c_{42} = \infty$. Викресливши перший рядок і перший стовпець, отримаємо матрицю, приведену в табл. 6.7.

Таблиця 6.7

Платіжна матриця на другому кроці

Міста	2	3	5	6
3	13	∞	5	0
4	∞	9	2	2
5	41	22	∞	0
6	0	0	0	∞

Для приведення треба відняти мінімум за рядком 4: $a_4 = 2$. Нижня межа дорівнюватиме $48 + 2 = 50$. Нижня межа для Z_{21}^2 , отримана на попередньому кроці розгалуження, дорівнює $48 + 16 = 64$. Тепер порівнюємо нижні межі $\phi(Z_{21}^2) = 64$ і $\phi(Z_{21}^2) = 50 < 64$ і, відповідно, вибираємо Z_{21}^2 для подальшого розбиття підмножини маршрутів (рис. 6.3).

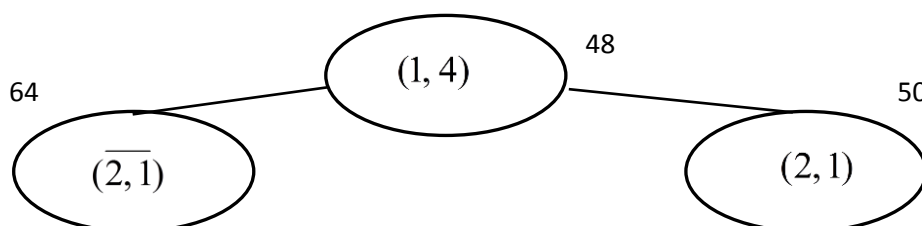


Рис. 6.3. Розгалуження на другому кроці

Приведена платіжна матриця на другому кроці міститься в табл. 6.8.

Таблиця 6.8

Приведена платіжна матриця на другому кроці

Міста	2	3	5	6
3	13	∞	5	0
4	∞	7	0	0
5	41	22	∞	0
6	0	0	0	∞

Знайдемо ступені θ_{ij} нульових елементів цієї матриці: $\theta_{36} = 5 + 0$; $\theta_{45} = 0 + 0 = 0$; $\theta_{56} = 22 + 0$; $\theta_{62} = 0 + 13$; $\theta_{63} = 0 + 7$; $\theta_{65} = 0 + 0$. Найбільшим є ступінь θ_{56} . Далі множину Z_{21}^2 розбиваємо на дузі (5, 6) на дві нових – Z_{56}^3 і Z_{56}^3 . Нижня межа для Z_{56}^3 дорівнює $50 + 22 + 72$. У матриці для Z_{56}^3 викреслюємо рядок 5 і стовпець 6 і вважаємо $c_{65} = \infty$. Отримано матрицю, яка наведена в табл. 6.9.

Таблиця 6.9

Платіжна матриця на третьому кроці

Міста	2	3	5
3	13	∞	5
4	∞	7	0
6	0	0	∞

Для приведення треба відняти мінімум за рядком 3: $a_3 = 5$. Тоді нижня межа дорівнюватиме $50 + 5 = 55$. Отже, для подальшого розбиття вибираємо підмножину маршрутів Z_{56}^3 (рис. 6.4).

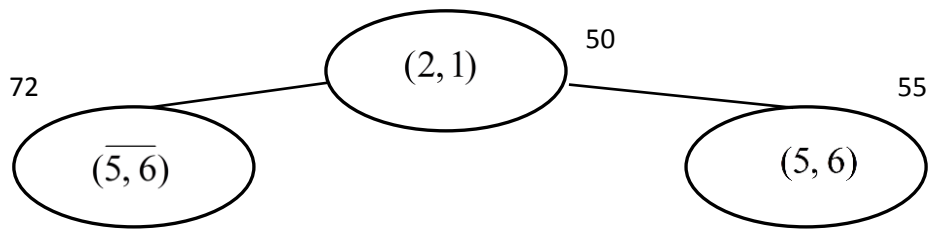


Рис. 6.4. Розгалуження на третьому кроці

Приведена платіжна матриця для Z_{56}^3 подана в табл. 6.10.

Таблиця 6.10

Приведена платіжна матриця на третьому кроці

Міста	2	3	5
3	8	∞	0
4	∞	7	0
6	0	0	∞

Серед ступенів нульових елементів цієї матриці $\theta_{35} = 8$; $\theta_{45} = 7$; $\theta_{62} = 8$; $\theta_{63} = 7$ обираємо $\theta_{35} = 8$. Розбиваємо Z_{56}^3 на Z_{35}^4 і Z_{35}^4 . Нижня межа для Z_{35}^4 дорівнює $55 + 8 = 63$. У матриці для Z_{35}^4 викреслюємо рядок 3 і стовпець 5 і вважаємо, що $c_{63} = \infty$ (табл. 6.11).

Таблиця 6.11

Платіжна матриця на четвертому кроці

Міста	2	3
4	∞	7
6	0	∞

Для приведення віднімаємо мінімум за рядком 4: $a_4 = 7$. Тоді нижня межа дорівнює $55 + 7 = 62$. Після приведення отримано (табл. 6.12).

Таблиця 6.12

Приведена платіжна матриця на четвертому кроці

Міста	2	3
4	∞	0
6	0	∞

Отже, для подальшого розбиття вибираємо підмножину маршрутів Z_{35}^4 (рис. 6.5).

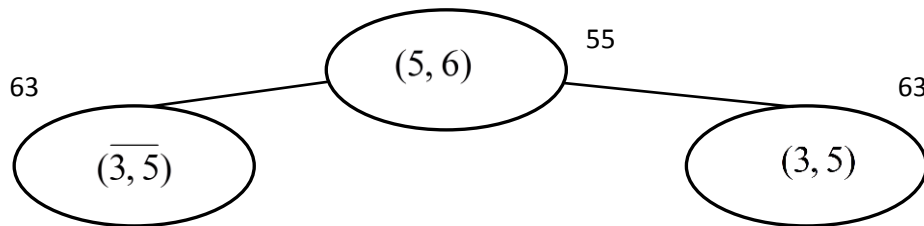


Рис. 6.5. Розгалуження на четвертому кроці

Отримано два переходи з нульовою довжиною: формули (4, 3) і (6, 2). Тоді нижня межа дорівнює $62 + 0 + 0 = 62$. Дерево розгалужень з оцінками зображене на рис. 6.6.

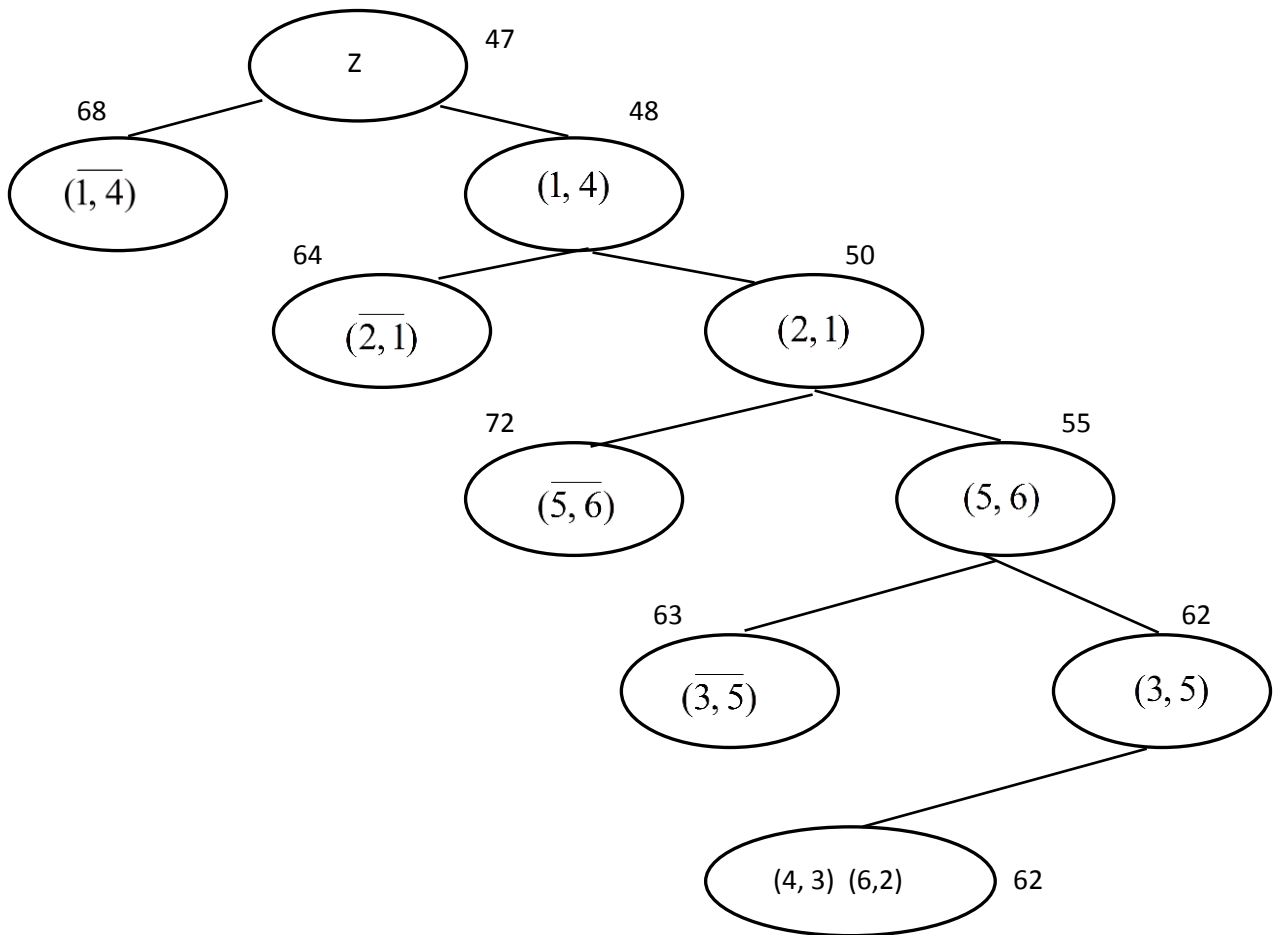


Рис. 6.6. Дерево розгалужень з оцінками

Отримуємо маршрут комівояжера $Z_0 = 1 \rightarrow 4 \rightarrow 3 \rightarrow 5 \rightarrow 6 \rightarrow 2 \rightarrow 1$. При цьому мінімальні витрати на переїзди становлять 62 ум. од.

Цю ж задачу можна розв'язати іншим чином, а саме – як транспортну о призначенні. Існує n міст, і кожне з них може мати пару (тобто комунікацію з будь-яким іншим містом, тому що комівояжер може виїхати з любого міста та приїхати до будь-якого іншого). Для "свого" міста поставлена заборона перевезень. Математична модель задачі вже наводилася вище (6.6).

Побудуємо таблицю вихідних даних і призначимо поїздки за мінімальною вартістю в стовпці. Послідовно отримуємо пари міст. Оскільки кожне місто в комунікації зустрічається тільки двічі, то з метою виключення замкнених проміжних циклів у рядку (2) і стовпці (2) ставимо заборону перевезень. Далі з'являться комунікації (4, 3) і (1, 4). Тому в стовпці (4) і рядку (4), а також в стовпці (1) і рядку (1) ставимо заборону перевезень (табл. 6.13).

Продовження процесу дає такий порядок комунікації: (2,1); (6,2); (4,3); (1,4); (3,5); (5,6). Отже, маємо цикл переміщення: (1,4); (4,3); (3,5); (5,6); (6,2); (2,1). Йому відповідає значення цільової функції: $15 + 7 + 5 + 25 + 5 + 5 = 62$.

Таблиця 6.13

Транспортна задача за призначенням

Міста	1	2	3	4	5	6	Запаси
1	X	0^{26}	0^{42}	1^{15}	0^{29}	0^{25}	1
2	1^7	X	0^{16}	0^1	0^{30}	0^{25}	1
3	0^{20}	0^{13}	X	0^{35}	1^5	0^5	1
4	0^{21}	0^{16}	1^{25}	X	0^{18}	0^{18}	1
5	0^{12}	0^{46}	0^{27}	0^{48}	X	1^5	1
6	0^{23}	1^5	0^5	0^9	0^5	X	1
Потреби	1	1	1	1	1	1	6 / 6

Висновки

Таким чином, проведено порівняльний аналіз двох методів розв'язання задачі комівояжера: метода розгалужень і меж і метода розв'язання її як транспортної задачі за призначенням. Результат розв'язання задачі комівояжера методом розгалужень і меж співпав з розв'язанням її як транспортної задачі. Це означає, що отриманий маршрут комунікацій дійсно є оптимальним. На практиці доцільно застосовувати обидва методи, якщо кількість міст невелика.

Розділ 7. Оптимальне регулювання національного доходу

Величина національного доходу визначається рівнем сукупного попиту, структура якого включає складову, створювану економічними агентами, і частину, яка формується державою. Держава за допомогою засобів економічної політики може управляти своїми витратами так, щоб національний дохід був максимально наближений до бажаного рівня. Існує досить широкий спектр варіантів політики стабілізації, які можуть реалізувати економічний блок уряду для збалансування ймовірних зрушень у попиті. У якості прикладу доцільно розглянути математичну модель економічного регулювання Філіпса, який

досліджував цю проблему з позицій класичної теорії автоматичного управління зі застосуванням стабілізаційного негативного зворотного зв'язку.

Гіпотетично національний дохід знаходиться на необхідному рівні та відбувається раптове стрибкоподібне зрушення попиту в бік зменшення. Необхідно проаналізувати ситуацію, коли вплив держави на еволюцію економічної системи відсутній. У моделі Філіпса розглядується динамічний мультиплікатор. Він діє на тій підставі, що виробники реагують на надлишковий попит регулюванням випуску: за умови, коли сукупний попит більший (менший) поточного рівня виробництва, останній збільшується (зменшується), тобто:

$$\dot{Y} = \alpha(D - Y); \quad \alpha > 0, \quad (7.1)$$

де Y – рівень національного доходу;

D – сукупний попит;

α – відповідна постійна часу запізнювання.

Слід враховувати, що $Y = Y(t)$, $D = D(t)$ є функціями від t .

Без впливу держави сукупний попит постає у вигляді:

$$D = (1 - s)Y - A; \quad A > 0, \quad (7.2)$$

де s – постійна гранична схильність до збереження, $0 < s < 1$.

Величина A характеризує незалежні витрати на капіталовкладення і споживання. Передбачається, що A є сталою величиною. Після підстановки (7.2) у (7.1) маємо лінійне диференціальне рівняння для динаміки рівня національного доходу Y :

$$\dot{Y} = -\alpha s Y - \alpha A. \quad (7.3)$$

Вважаючи початкову умову тривіальною, тобто $Y(0) = 0$, отримане уявне рішення лінійного диференціального рівняння (7.3):

$$Y(t) = -\frac{A}{s}(1 - e^{-\alpha s t}). \quad (7.4)$$

Таким чином, величина $Y(t)$ монотонно прагне до свого сталого значення $-\frac{A}{s}$, тобто до величини, отриманої в результаті прагнення мультиплікатора до ендогенного зменшення витрат на $-A$.

Перш ніж отримати дію державної стабілізаційної політики, необхідно ввести величину, що описує державний попит. Фактичний урядовий попит позначений через G , а планований попит – через G^* . Доцільне припущення, що фактичний державний попит відносно до планованого попиту має безперервне запізнювання зі швидкістю реакції:

$$\dot{G} = \beta(G^* - G). \quad (7.5)$$

Відповідно, зміниться вираз (7.2) для загального сукупного попиту з урахуванням фактичного державного попиту:

$$D = (1 - s)Y + G - A. \quad (7.6)$$

За допомогою співвідношень (7.1), (7.5) і (7.6) знаходять наступну систему двох лінійних диференціальних рівнянь, які описують динамічну взаємодію рівня національного доходу та фактичного державного попиту:

$$\begin{cases} \dot{Y} = -\alpha s Y + \alpha G - \alpha A; \\ \dot{G} = -\beta G + \beta G^*. \end{cases} \quad (7.7)$$

Далі слід вважати, що реалізується державна стабілізаційна політика, за якої планований урядовий попит G^* формується як негативний зворотний зв'язок за вимірюваними змінними Y і G :

$$G^* = -k_1 Y - k_2 G, \quad (7.8)$$

де k_1, k_2 – шукані параметри регулятора.

Для вибору параметрів k_1, k_2 необхідно побудувати відповідний критерій оптимальності (критерій якості) і сформулювати задачу оптимізації. Як правило, в якості критерію оптимальності можна використовувати інтегральну квадратичну норму узагальненого вихідного вектора системи (7.7):

$$\begin{aligned} Z &= (Z_0, rG^*), \quad Z_0 = -q_1^* Y - q_2^* G \\ \dot{I}^2(k_1, k_2) &= |Z|^2 = \int_0^{\infty} |z(t)|^2 dt, \end{aligned} \quad (7.9)$$

$$|Z|^2 = |Z_0|^2 + r^2 |G^*|^2,$$

а k_1, k_2 визначають із умови:

$$\inf I^2(k_1, k_2). \quad (7.10)$$

Узагальнений вектор виходу Z можна вважати модифікованим сукупним попитом, перша компонента якого інтерпретується як характеристика точності стабілізації, а друга визначає ресурсні витрати на регулювання. Коефіцієнти q_1^*, q_2^* є сталими величинами. Для зручності подальших обчислень можна покласти $q_1^* = r q_1$, $q_2^* = r q_2$, тобто коефіцієнти q_1, q_2 будуть кількісною мірою компромісу між точністю управління та витратами на його здійснення.

Нехай опис системи (7.7) даний в термінології методу простору станів:

$$\begin{cases} \dot{x} = A_0 x + B_1 w + B_2 u; \\ z = Cx + D_0 u, \end{cases} \quad (7.11)$$

де $x = (Y, G)$ – вектор стану;

$u = G^* = -K^T x$ – управлінська дія;

$k = (k_1, k_2)$ – вектор коефіцієнтів регулятора;

$z = (rCx, ru)$ – вектор узагальненого виходу;

$w = A$ – постійна зовнішня дія;

$B_1 = (-\alpha \ 0)^T$ і $B_2 = (0 \ \beta)^T$ – вектори параметрів, відповідно, за збурен-

нями і за управлінням;

$C_1 = (q_1, q_2)$ – матриця-рядок;

$A_0 = \begin{pmatrix} -\alpha s & \alpha \\ 0 & -\beta \end{pmatrix}$ – матриця динаміки;

$C = (rC_1 \ 0)^T$, $D = (0 \ r)^T$ – відповідно, матриця та вектор параметрів узагальненого виходу;

t – символ транспонування.

У нових позначеннях критерій якості запишеться так:

$$I^2(k_1, k_2) = \inf_{k_1, k_2} \int_0^{\infty} r^2 (x^T C_1^T C_1 x + u^2) dt. \quad (7.12)$$

Розв'язання оптимізаційної задачі (7.11), (7.12) здійснюють за допомогою формули:

$$K = B_2^T P, \quad (7.13)$$

де p – симетрична матриця, яка є позитивно визначеним розв'язанням алгебраїчного матричного рівняння Ріккати:

$$P \cdot A_0 + A_0^T \cdot P - PB_2 B_2^T P + C_1^T C = 0. \quad (7.14)$$

Стосовно до вихідних значень параметрів досліджуваного об'єкту, співвідношення (7.13) і (7.14) перетворюються до вигляду:

$$k_1 = \beta p_{12}, \quad k_2 = \beta p_{22}, \quad (7.15)$$

де p_{ij} ($i, j = 1, 2$) – елементи матриці P , визначені за допомогою системи трьох нелінійних алгебраїчних рівнянь:

$$\begin{cases} -2\alpha s p_{11} - \beta^2 p_{12}^2 + q_1^2 = 0; \\ \alpha p_{11} - (\alpha s + \beta) p_{12} - \beta^2 p_{12} p_{22} + q_1 q_2 = 0; \\ 2(\alpha p_{12} - \beta p_{22}) - \beta^2 p_{22}^2 + q_2^2 = 0. \end{cases} \quad (7.16)$$

Виключаючи з (7.16) елемент p_{11} і користуючись (7.15), отримано систему двох квадратних рівнянь для k_1 і k_2 :

$$\begin{cases} \left(\frac{k_1}{s} + k_2 \right)^2 + 2 \left(\frac{k_1}{s} + k_2 \right) - \left(\frac{q_1}{s} + q_2 \right) = 0; \\ k_2^2 + 2k_2 - 2\gamma \frac{k_1}{s} - q_2^2 = 0, \end{cases} \quad (7.17)$$

де $\gamma = \frac{\alpha s}{\beta}$.

Із системи (7.17) неважко отримати:

$$\begin{cases} \frac{k_1}{s} + k_2 + 1 = \sqrt{\left(\frac{q_1}{s} + q_2 \right)^2 + 1}; \\ (k_2 + 1 + \gamma)^2 = \gamma^2 + 1 + q_2^2 + 2\gamma \sqrt{\left(\frac{q_1}{s} + q_2 \right)^2 + 1}. \end{cases} \quad (7.18)$$

Із (7.18) значення k_1^* , k_2^* можуть бути знайдені очевидним чином. Не доцільно приводити їх уявні вирази через громіздкість.

Оптимальне значення критерію якості (7.12) має вигляд:

$$I^2(k_1^*, k_2^*) = \frac{r^2 A^2 \alpha}{r \cdot s} (q_1^2 - (k_1^*)^2). \quad (7.19)$$

Величина δ , знайдена з умови $I^2 = \delta^2 A^2$, характеризує кількісну міру придушення постійно діючого обурення A . З малим значенням параметра r коефіцієнт δ також є малим, тому у реалізації державної стратегії "дешевого" управління досяжна точність стабілізації є абсолютною [18].

Управлінська дія G^* залежить уявним чином від значення фактичного державного попиту. Виражаючи G із першого рівняння системи (7.7) отримана формула регулятора:

$$G^* = -(k_1 + k_2 s) \dot{Y} - \frac{k_2}{\alpha} - k_2 A. \quad (7.20)$$

Співвідношення (7.20) це політика пропорційно-диференціальної економічної стабілізації. З падінням випуску продукції Y нижче бажаного рівня $Y = 0$ пред'явлений урядом попит пропорційний скороченню виробництва та швидкості його скорочення. Останній доданок у (7.20), який є постійною в часі величиною, відіграє роль так званої "установки регулювання".

Матриця динаміки досліджуваної системи з урахуванням заданих зворотних зв'язків володіє характеристичним поліномом:

$$\lambda^2 + (\alpha s + \beta + \beta k_2^*) \lambda + \alpha \beta (k_1^* + s(k_2^* + 1)) = 0, \quad (7.21)$$

дискримінант якого:

$$\Delta = \beta^2 \left(\gamma^2 - 2\gamma \sqrt{1 + \left(\frac{q_1}{s} + q_2 \right)^2} + 1 + q_2^2 \right). \quad (7.22)$$

Так, наприклад, справедлива умова:

$$\left| \gamma - \sqrt{1 + \left(\frac{q_1}{s} + q_2 \right)^2} \right| < \sqrt{\frac{q_1^2}{s^2} + \frac{2q_1 q_2}{s}}. \quad (7.23)$$

Усі корені (7.21) є комплексно-спряженими, а в динаміці національного доходу будуть спостерігатися коливання з затухаючою амплітудою. Якщо ж (7.23) не виконується, то перехідні процеси мають стійкий аперіодичний характер. Структура коефіцієнта γ як така відображує зв'язок між динамічними параметрами постійними до часу запізнювання α і β , а нерівність (7.23) є кількісним співвідношенням для статистичних і динамічних характеристик системи (7.11).

Даною політикою регулювання національного доходу досягається нове граничне значення:

$$Y^* = -\frac{(k_2^* + 1)}{\frac{k_1^*}{s} + k_2^* + 1} \cdot \frac{A}{S}.$$

Очевидно, що величина Y^* задовольняє умові $-\frac{A}{S} < Y^* < 0$. Це означає,

що зниження доходу, спричинене екзогенним зменшенням сукупного попиту, менше, ніж падіння, яке відбувається в умовах відсутності державного регулювання, але бажаний рівень доходу $Y = 0$ не може бути досягнутий. Коефіцієнт k_1^* , який виражає ефективність пропорційної стабілізації, є додатковою складовою до граничної схильності до заощадження S і потрібен для того, щоб наблизити рівноважний рівень доходу до бажаного значення. Коефіцієнт k_2^* виконує демпфувальну функцію: якщо з'являються коливання, вони набагато частіше загасають, ніж у випадку з суто пропорційним регулюванням.

Існує багато варіантів політики стабілізації, застосовувані для збалансування зрушень у попиті до зниження коливальності рівня національного доходу або випуску продукції [211]. Як правило, розрізняють три основних типи стабілізаційних стратегій.

1. Стратегія пропорційної економічної стабілізації. У цьому випадку урядовий попит дорівнює $G^* = -k_p Y$. Відповідно, з падінням обсягу випуску продукції нижче бажаного рівня ($Y = 0$), пред'являємий державою попит, пропорційний скороченню виробництва.

2. Стратегія інтегральної економічної стабілізації. Державний попит дорівнює $G^* = -k_i \cdot \int_0^t Y(\tau) d\tau$. Тоді додатковий попит, який утворюється урядом,

пропорційний дефіциту, що накопичується, за обсягом національного доходу нижче бажаного рівня.

3. Стратегія економічної стабілізації шляхом регулювання за похідною.

Урядовий попит дорівнює $G^* = -k_d \cdot \dot{Y}$. У такому випадку він пов'язаний не з дефіцитом доходу, а зі швидкістю його скорочення. Усі ці стратегії можуть реалізовуватися як окремо, так і в різноманітних комбінаціях. Раніше розглядався ефект поєднання пропорційної та диференційної стратегії.

Вплив економічного регулювання досить повно розроблений на базі запропонованої Філіпсом моделі мультиплікатора – акселератора з одним експоненційним запізненням. Якщо попит скорочується на величину A , то відповідний стану рівноваги рівень випуску продукції знижується на рівень $\frac{A}{S}$.

У нерегульованій моделі з чинним акселератором рух доходу від колишнього рівня рівноваги, як правило, буде нестійким і коливальним. Економічне регулювання орієнтоване на досягнення двох цілей: компенсувати падіння рівня доходу та мінімізувати амплітуду коливань навколо рівноважного значення. Стратегія пропорційної економічної стабілізації лише частково успішна у напрямі досягнення вищезазначених цілей. Додавання стратегії інтегральної стабілізації дозволяє повністю усунути падіння рівня доходу, але за рахунок ініціації періодичного режиму з можливою втратою стійкості, що обумовлено експоненційним зростанням амплітуди коливань. Це демонструє важливе значення наступного типу експоненційного регулювання – стратегія стабілізації, орієнтованої на похідну. Дана стратегія спрямована на згладжування динаміки доходу. У цьому відношенні її застосування може бути досить ефективним. Вона особливо актуальна в тому випадку, коли діє досить потужний акселератор, який негативно впливає на запас стійкості досліджуваної економічної системи. Інакше кажучи, стратегія стабілізації за допомогою введення похідної необхідна не тільки для нейтралізації коливань, які генеруються стратегією пропорційної стабілізації. Вона повинна бути націлена на демпфування власних внутрішніх коливань системи, породжуваних структурою мультиплікатора – акселератора.

Такий попередній аналіз функціонування моделі мультиплікатора-акселератора з єдиним експоненційним запізненням. Ситуація може значно ускладнитися у разі врахування багаторазових запізнювань. Регулювання перехідних процесів у зазначених об'єктах за допомогою застосування стратегій пропор-

ційної або інтегральної стабілізації провокує циклічну поведінку значної амплітуди на межі стійкості системи. Тоді регулювання із застосуванням стратегії стабілізації за похідною стає менш ефективним. Справді, якщо енергійно реалізується стратегія пропорційної або інтегральної стабілізації, може статися, що жодна стратегія стабілізації, орієнтована на похідну, не згладить коливання в рівні доходу.

Вищеперелічені проблеми, пов'язані з якістю управління динамічними економічними об'єктами, породжують попит на застосування нових сучасних розділів теорії управління, які дозволяють знайти ефективне управління в умовах неповного, нечіткого та неточного знання характеристик об'єкта управління та характеристик навколишнього середовища. Одним з основних понять в теорії робастного управління є поняття *невизначеності*. Невизначеність об'єкта відображує неточність моделі об'єкта (як параметричну, так і структурну).

Невизначеність вхідних екзогенних впливів відображує різну природу зовнішніх збурень, які діють на об'єкт і регулятор. Невизначений об'єкт, таким чином, може розглядатися як безліч об'єктів. Якщо для системи управління з об'єктом вибрати деяку її характеристику (наприклад, стійкість), то регулятор є робастним щодо цієї характеристики, якщо нею володіє будь-який з безлічі об'єктів, які задаються невизначеністю.

Таким чином, поняття робастності передбачає наявність регулятора, безліч об'єктів і фіксацію певної характеристики системи. Однак у процесі функціонування робастної системи інформація про невизначеність в ній не використовується для управління, що є недоліком такого управління. Для усунення цього недоліку використовують *адаптивні системи управління*. Властивості адаптації досягаються за допомогою формування математичної моделі об'єкта або впливу на нього.

У роботі [160] подана математична модель механізму функціонування валютного ринку, який базується на взаємодії неспекулятивних операторів (комерційні агенти тощо), спекулятивних агентів і держави. Водночас надлишковий попит, створюваний неспекулятивними операторами, залежить від поточного валютного курсу та сезонних чинників, які мають періодичну структуру поведінки:

$$D_1 = a_0 - a_1 C(t) + B_0 \cos(\omega_0 t), a_1 > 0, a_2 > 0, 0 < B_0 < a_0,$$

де $C(t)$ – поточний курс місцевої валюти;

B_0 і ω_0 – амплітуда і частота коливань сезонної компоненти попиту.

Слід розглянути поведінку спекулятивних агентів, чий попит і пропозиція на валютному ринку визначається припущенням, що обмінний курс зміниться. Їх надлишковий попит під час обміну валюти визначається за формулою:

$$D_2(t) = m \cdot [E(t) - C(t)], \quad m > 0,$$

де $E(t)$ – очікуваний обмінний курс.

Для визначення траєкторії обмінного курсу висувається гіпотеза про формування очікувань.

Нехай структура очікуваного обмінного курсу описується таким чином:

$$E(t) = C(t) - b_1 \frac{dC(t)}{dt} - b_2 \frac{d^2C(t)}{dt^2}, \quad b_1 > 0, b_2 > 0.$$

Це означає, що спекулятивні агенти засновують свої очікування на поточному рівні обмінного курсу, на регресивному прискоренні цієї зміни. Далі слід припустити, що реалізується державна монетарна політика з метою стабілізації обмінного курсу на сталому рівні $\frac{a_0}{a_1}$.

Надлишковий попит держави в цьому випадку описується рівнянням:

$$D_3(t) = f_1 \left[\frac{a_0}{a_1} - C(t) \right] - f_2 \frac{dC(t)}{dt},$$

де $f_1, f_2 > 0$ – параметри державної політики.

Ринкова рівновага настає за умови:

$$D_1(t) + D_2(t) + D_3(t) = 0.$$

Після підстановки явних виразів для функцій надлишкового попиту в балансове співвідношення отримано диференціальне рівняння другого порядку для величини відхилення поточного валютного курсу від необхідного значення:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + (h + k_2)\frac{dx}{dt} + (g + k_1)x = W, \quad (7.24)$$

де $x = C(t) - \frac{a_0}{a_1}$, $h = \frac{b_1}{b_2}$, $g = \frac{a_1}{mb_2}$, $k_1 = \frac{b_1}{mb_2}$, $B = \frac{B_0}{mb_2}$, $W = B \cos(\omega_0 t)$.

Користуючись термінологією теорії автоматичного управління, слід переписати рівняння (7.24) в операторній формі:

$$(p^2 + hp + g)x(p) = u(p) + w(p), \quad u(p) = -(k_2 p + k_1)x(p), \quad (7.25)$$

де $p = \frac{d}{dt}$ – оператор диференціювання;

$x(p)$ – вихідна характеристика об'єкта;

$u(p)$ – управління, яке реалізоване у вигляді негативного зворотного зв'язку за виходом і його похідної;

$W(p)$ – зовнішній вплив збурення.

Нехай $H(p) = \frac{x(p)}{W(p)} = \frac{1}{p^2 + (h + k_2)p + g + k_1}$ є передавальна функція виходу

відносно до зовнішнього впливу:

$$G(p) = \frac{u(p)}{W(p)} = -\frac{k_2 p + k_1}{p^2 + (h + k_2)p + g + k_1},$$

де $G(p)$ – передавальна функція управління за збуренням.

Очевидно, що $H(p)$ і $G(p)$ – стійкі реалізовані оператори, оскільки ступені поліномів чисельників строго менші ступеня полінома знаменника та мають негативні дійсні частини.

Зовнішнє обурення $W(t) = B \cos(\omega_0 t)$ може мати довільну частоту ω_0 . Тоді гарантована оцінка амплітуди усталеного вихідного значення відхилення обмінного курсу дорівнює:

$$\delta = \sup |H(p)|_{p=i\omega}, \quad \text{де } i^2 = -1.$$

Природно називати цю величину рівномірно-частотним показником реакції системи, яка визначається рівняннями (7.2) і (7.3).

У класичній теорії управління застосовувався термін "показник коливальності". У теорії функцій цю ж величину іменують нормою функції $H(p)$ комплексної змінної " p " у просторі Харді зі стандартним позначенням:

$$\|H\|_{\infty} = \sup |H(i\omega)|.$$

Завдання оптимального управління полягає в синтезі лінійного регулятора вигляду (7.25), який стабілізує об'єкт управління та мінімізує функціонал якості:

$$J = \min_{k_1, k_2} \sup_{\omega} \|F(i\omega)\|_{\infty}^2, \quad (7.26)$$

де $F(p) = \frac{r(p)}{W(p)}$ – передавальна функція узагальненого виходу системи (7.25) за обуренням.

Як правило, в якості узагальненого виходу $Z(p)$ використовується лінійна комбінація стандартного виходу $x(p)$ й управління $u(p)$:

$$Z(p) = r(q \cdot x(p) + u(p)), \quad (7.27)$$

де r, q – сталі величини.

Значення r називають показником витрат на управління, а добуток $q \cdot r$ інтерпретується як характеристика точності управління, тобто величина q відображує кількісну міру компромісу між досяжною точністю та витратами на регулювання. З урахуванням формул (7.26) і (7.27) отримано вираз для функціонала якості:

$$J = \min_{k_1, k_2} \sup_{\omega} r^2 \left\{ q^2 |H(i\omega)|^2 + |G(i\omega)|^2 \right\}, \quad (7.28)$$

де $|H(i\omega)|^2 = H(i\omega)H(-i\omega)$; $|G(i\omega)|^2 = G(i\omega)G(-i\omega)$.

Після підстановки в функціонал (7.28) явних виразів для передавальних функцій H і G отримано:

$$J = \min_{k_1, k_2} \sup_{\omega} \left\{ \frac{r^2 (q^2 + k_1^2 + k_2^2 \omega^2)}{\omega^4 + (h + k_2)^2 - 2(g + k_1)\omega^2 + (g + k_1)^2} \right\}. \quad (7.29)$$

Критерій якості (7.29) у результаті максимізації за частотою перетворюється до вигляду:

$$J^*(k_1, k_2) = \min_{k_1, k_2} \left\{ \frac{r^2 k_2^4}{\sqrt{k_1^2 + q^2 + (q + k_1)k_2^2 - (k_1^2 + q^2)k_2^2(h + k_2)^2 - A}} \right\},$$

$$A = 2(k_1^2 + q^2 + (g + k_1)k_2^2) - k_2^2(h + k_2)^2.$$

Із умов $\frac{\partial J^*(k_1, k_2)}{\partial k_1} = 0$ і $\frac{\partial J^*(k_1, k_2)}{\partial k_2} = 0$ отримано систему алгебраїчних рівнянь відносно k_1 і k_2 , які дають розв'язок оптимізаційної задачі (7.7).

Таким чином, отримано:

$$\begin{cases} k_1^3 + \left(2g - \frac{h^2}{2}\right)k_1^2 - q^2 k_1 - h k_1^2 k_2 + \left(g k_1 - \frac{q^2}{2}\right)k_2^2 = 0; \\ A_5 k_2^5 + A_4 k_2^4 + A_3 k_2^3 + A_2 k_2^2 + A_1 k_2 + A_0 = 0, \end{cases} \quad (7.30)$$

де

$$\begin{cases} A_5 = [h^2(n_1^2 - n_2)]; \\ A_4 = -2h[(2n_1 - h^2)^2(n_1^2 - n_2) + n_2 h^2]; \\ A_3 = (n_1^2 - n_2)(2n_1 - h^2)^2 - 4(n_1^2 - n_2)^2 + 5n_2 h^2(2n_1 - h^2); \\ A_2 = 4n_2 h[3(n_1^2 - n_2) + (2n_1 - h)^2]; \\ A_1 = n_2(2n_1 - h^2)^3 - 4n_2(2n_1 - h^2)(n_1^2 - n_2) - 8n_2^2 h^2; \\ A_0 = 4n_2^2 h(2n_1 - h^2), \quad n_1 = g + k_1, \quad n_2 = q^2 + k_1^2. \end{cases} \quad (7.31)$$

Система алгебраїчних рівнянь (7.31) не може бути уявно розв'язана відносно невідомих k_1^* і k_2^* . У даному випадку виникає необхідність застосування чисельних методів для отримання наближених значень цих величин.

Доцільно розглянути ситуацію, коли державна політика регулювання обмінного курсу незначно враховує швидкість зміни курсової різниці, тобто коефіцієнт $k_2 = \mu$ є малою величиною і можна знехтувати величинами, які включають k_2 у степені вищій першій. У цьому випадку функціонал (7.29) буде поданий таким чином:

$$J = \inf_{k_1} \sup_{\omega} \left\{ \frac{r^2(q^2 + k_1^2)}{\omega^4 + (h_0 - 2g - 2k_1)^2 \omega^2 + (g + k_1)^2} \right\}, \quad (7.32)$$

де $h_0 = h + \mu$.

Тоді на максимальному значенні за частотою критерій (7.29) запишеться у вигляді:

$$J^* = \min_{k_1} \left\{ \frac{r^2(q^2 + k_1^2)}{h_0^2 \left(k_1 + g - \frac{h_0^2}{4} \right)^2} \right\}. \quad (7.33)$$

У результаті оптимізації отримане рівняння для оптимального значення k_1^* :

$$k_1^2 + \left(2g - \frac{h_0^2}{2} \right) k_1 - q^2 = 0. \quad (7.34)$$

Отже,

$$k_1^* = \frac{h_0^2}{4} - g + \sqrt{\left(\frac{h_0^2}{4} - g \right)^2 + q^2}. \quad (7.35)$$

Підстановка оптимального значення k_1^* у вихідний критерій якості визначає вираз для мінімуму $J^*(k_1^*) = \gamma^2$.

$$\gamma^2 = \frac{2r^2 k_1^*}{h_0^2} \quad \text{або} \quad \gamma^2 = \frac{2r^2}{h_0^2} \left(\frac{h_0^2}{4} - g + \sqrt{\left(\frac{h_0^2}{4} - g \right)^2 + q^2} \right). \quad (7.36)$$

Величина $\gamma = \frac{r}{h_0} \sqrt{2k_1^*}$ має сенс максимального відхилення від необхідного рівня узагальненого виходу Z вихідної динамічної системи (7.25). У випадку, коли параметр r є малим, тобто держава реалізує концепції "дешевого" управління, необхідна точність стабілізації може бути абсолютною, оскільки $\gamma \rightarrow 0$ [4].

Якщо існує вираз, за яким k_1^* визначається в явному вигляді, то треба обчислити максимальне значення амплітуди відхилень обмінного курсу від необхідного рівня, тобто $|x(t)| \leq \delta$.

Маємо:

$$\delta = \frac{1}{h_0^4 \sqrt{\left(\frac{h_0^2}{4} - g\right)^2 + q^2}}. \quad (7.37)$$

За умови відсутності регулювання обмінного курсу з боку держави (тобто при $k_1 = 0, k_2 = 0$) отримано інше значення $\delta = \delta_0$.

Маємо:

$$\delta_0 = \frac{1}{h^4 \sqrt{\left(g - \frac{h^2}{4}\right)^2}}, \quad g > \frac{h^2}{4}.$$

Необхідно скласти співвідношення $\xi = \frac{\delta_0}{\delta}$ за умовою $k_2 = \mu = 0$, тобто $h_0 = h$. Тоді:

$$\xi = \frac{1}{\sqrt[4]{1 + \frac{q^2}{\left(\frac{h^2}{4} - g\right)^2}}}. \quad (7.38)$$

Очевидно, що $\xi > 1$. Отже, державна політика стабілізації валютного курсу, пропорційна відхиленню від необхідного рівня $\frac{a_0}{a_1}$, дозволяє зменшити максимально можливу амплітуду коливань у ξ разів.

Величину δ слід виразити в термінах вихідних даних моделі (7.1):

$$\delta = \frac{b_2^2}{b_1^4 \sqrt{\left(\frac{b_1^2}{4} - \frac{a_1 b_2}{m}\right)^2 + q^2 b_2^4}}. \quad (7.39)$$

За допомогою (7.39) неважко визначити нижню та верхню межі для поточного курсу валюти:

$$G_H = \frac{a_0}{a_1} - \delta, \quad G_B = \frac{a_0}{a_1} + \delta,$$

що може слугувати для обґрунтування параметрів валютного коридору.

Оптимальний параметр державної політики

$$f_1^* = \frac{mb_1^2}{4b_2} - a_1 + \sqrt{\left(\frac{mb_1^2}{4b_2} - a_1\right)^2 + m^2b_2^2q^2} \quad \text{з} \quad f_2^* = 0$$

визначає кількість іноземної валюти, яка необхідна державі для підтримки на заданому рівні курсу національної грошової одиниці.

Висновки

Розглянуто проблему управління економічним ростом макроекономічної системи та завдання оптимального регулювання валютного курсу на прикладі біржі.

Особливістю розв'язання цих завдань є застосування методів робастної теорії управління, орієнтованої на придушення небажаних екзогенних впливів. Застосування частотних методів дозволило обійти розв'язання матричного рівняння Риккати для знаходження оптимальних коефіцієнтів регуляторів. Розглянуто декілька різноманітних підходів вибору економічної стратегії управління вищеназваними об'єктами макроекономіки, орієнтованими на мінімізацію впливу "найгірших" сценаріїв зростання державних витрат. Виконаний змістовний аналіз стабілізаційних політик підтримки стійкого економічного зростання таких як "пропорційна" та "інтегральна".

Детально розглянуті суттєві відмінності різних регуляційних дій на якісному параметричному рівні.

Підкреслені значущі відмінності запропонованої методології від традиційних методів і засобів державного регулювання валютних біржових механізмів. Так, наприклад, пред'явлений алгоритм державної політики стабілізації валютного курсу має менший ступінь коливальності, ніж до застосування регуляторів.

Розділ 8. Оптимальне управління в лінійних моделях економічної динаміки

Природна відправна точка для будь-якого розгляду проекту алгоритму розподілу ресурсів – класична теорія управління. Даний розділ спрямований на застосування сучасної теорії автоматичного управління та системного аналізу до дискретних динамічних економічних моделей. Розглянуті окремі питання методології, орієнтованої на забезпечення необхідного запасу стійкості стаціонарних станів, які вимагаються у класичних моделях економічного зростання й інших задачах макроекономіки.

8.1. Функції перетворення

Передусім необхідно розглянути скалярне різницеве рівняння другого порядку з постійними коефіцієнтами:

$$y_t = a_1 y_{t-1} + a_2 y_{t-2} + b_0 x_t + b_1 x_{t-1} + b_2 x_{t-2}.$$

Якщо $b_0 = 0$, то

$$y_t = a_1 y_{t-1} + a_2 y_{t-2} + b_1 x_{t-1} + b_2 x_{t-2} \quad (8.1)$$

і система строго незалежна.

У поліноміальній формі отримано розімкнену систему:

$$a(L)y_t = b(L)x_t \quad (8.2)$$

з кінцевою формою

$$y_t = a(L)^{-1} b(L)x_t = \pi(L)x_t. \quad (8.3)$$

Нулі (корені, або власні значення) характеристичного многочлена $a(L)$ зумовлені нулями передавальної функції $\pi(L)$. Нулі $b(L)$ є нулями $\pi(L)$. Якщо x_t прямує до нуля і є відомі початкові умови, то значення додаткової функції y_t (8.1) прямує до константи. У цьому випадку t прямує до нескінченності,

тільки якщо усі полюси $\pi(L)$ визначені для $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$, що лежать за межами одиничного кола.

Якщо додати (8.2) зворотний зв'язок таким чином, що змінений чинник \bar{x}_t є функцією y_t :

$$g(L)\bar{x}_t = \pi(L)y_t \quad (8.4)$$

або передавальна функція:

$$\bar{x}_t = g(L)^{-1} \beta(L)y_t = h(L)y_t. \quad (8.5)$$

Нехай $\eta = x_t - \bar{x}_t$. Тоді поведінку функції y_t можна описати таким чином:

$$y_t = \pi(L)\bar{x}_t + \pi(L)\eta_t. \quad (8.6)$$

Виключенням \bar{x}_t отримано:

$$y_t = \pi_c(L)\eta_t \quad (8.7)$$

де π_c називається зворотною передавальною функцією:

$$\pi_c(L) = [1 + \pi(L)h(L)]^{-1} \pi(L). \quad (8.8)$$

Після того як динамічна поведінка y_t в (8.7) була повністю визначена полюсами та нулями $\pi_c(L)$, було розроблено декілька методів для обчислення форми (8.4). Деякі з них особливо корисні, коли параметри (8.1) недостатньо визначені. Критерій Найквіста, наприклад, може бути використаний для того, щоб встановити діапазон параметра, з яким розімкнена система має стійкий характер. Нехай розімкнена функція перетворення типу $\pi(L)$ помножується на параметр k та як функція перетворення замкнутого циклу набуває вигляду:

$$\pi_c(L) = \frac{k\pi(L)}{1 + K\pi(L)h(L)}. \quad (8.9)$$

Кореневий метод, який розв'язує питання встановлення значень полюсів $\pi_c(L)$, коли k змінюється від нуля до нескінченності. Різні підходи до зворотного зв'язку в класичному скалярному випадку були розглянуті в роботах

Труксала Д. та Дорфа Р. [270; 298]. Застосування в економіці класичної теорії зворотного зв'язку інтуїцій, підкреслює в питаннях стабільності і елемент управління.

Прибічники розвитку та використання класичних контрольних методів завжди мають застереження про сучасну теорію модемного елемента управління через умовний характер оптимальності та вузький клас задач, для яких можуть бути отримані точні розв'язки [362]. Міцність і стабільність – часто важливіші критерії, ніж оптимальність. Салмон М. та Юнг П. [294] виявили недоліки строгої оптимальності для неправильно специфікованих систем. Пізніше Мацієвський Д. і Вайнс Д. [287] дослідили застосовність частотних методів для проектування відокремлення управління для алгоритмів призначення розподілу ресурсів.

Розширення класичної теорії зворотного зв'язку на багатовимірний випадок пов'язане в основному з Розенброком Х. і його підходом до економічних і просторових зображень. Доцільно розглянути спеціальні випадки просторових форм систем лінійних рівнянь:

$$z_t = Fz_{t-1} + G_x x_{t-1} + G_e e_{t-1} + G_\varepsilon \varepsilon_{t-1},$$

$$y_t = Hz_t + D_x x_t + D_e e_t + D_\varepsilon \varepsilon_t$$

у строго належній форм.

Ігноруючи шум і довгострокові екзогенні змінні, отримано:

$$z_{t+1} = Fz_t + G_x x_t, \quad (8.10)$$

$$y_t = Hz_t, \quad (8.11)$$

де (8.10) і (8.11) – рівняння стану на чолі з одним дискретним інтервалом.

Нехай застосований лінійний встановлений зворотний зв'язок таким чином, щоб кожен з контрольних інструментів (лінійна комбінація змінних) був таким:

$$x_t = Kz_t, \quad (8.12)$$

де K – константа матриці зворотного зв'язку розмірності $n \times m$.

Фактично зворотний зв'язок записується в термінах виводів (ендогенні змінні в даному використанні) замість станів. Проте якщо картографія між станами та виводом у вирівнюванні (8.2) спостереження пряма, то можна рухатися

від одного стану до іншого. Підставивши (8.12) у (8.10), буде отримано модифіковане рівняння:

$$z_{t+1} = (F + G_x K) z_t. \quad (8.13)$$

Для x_t , де $t = 1, \dots, T$ і початковий стан z_0 , зміна станів матриці F у (8.10) повністю визначає майбутню динамічну еволюцію встановленого вектора. Але в (8.13) це нова матриця системи $(F + GK)$ зі зворотним зв'язком, яка визначає майбутню поведінку стану. Можна також побачити, як зворотний зв'язок фундаментально змінює динамічну поведінку. Як у випадку скалярного рівняння (8.4) система є системою зі зворотним зв'язком, так і система (8.10) описана як розімкнута. Отже, у певних умовах K можна обрати таким чином, щоб пристосувати динамічні характеристики системи на все, що потрібно.

Зворотний зв'язок може бути описаний в термінах більш класичної форми, якщо отримати остаточну форму або передавальну функцію зображення у просторі моделей (8.10) і (8.11) :

$$y_t = H(L^{-1} - F)^{-1} G_x x_t = \pi(L) x_t, \quad (8.14)$$

де тепер L^{-1} діє як оператор зсуву вперед $L^{-i} x_t = x_{t+i}$.

Можна записати:

$$(L^{-1} - F)^{-1} = \text{adj}(L^{-1} - F) / \det(L^{-1} - F). \quad (8.15)$$

Елементи передавальної функції багатьох змінних (8.14) є раціональними функціями зі спільним знаменником $\det(L^{-1} - F)$, який є характеристичним рівнянням рівняння стану (8.1).

Якщо застосувати зворотний зв'язок за правилом (8.3), то для замкнутої системи управління зі зворотним зв'язком маємо характеристичне рівняння:

$$\det(L^{-1} - FG_x K) = 0. \quad (8.16)$$

Як і у скалярному випадку, метою зворотного зв'язку є зміна полюсів і нулів передавальної функції необмеженого багатовимірного простору. Ступінь, в якій полюси передавальної функції (власні значення характеристичного рівняння) можуть бути переміщені в комплексну площину, безпосередньо пов'язаний

з критерієм керованості. Вважається, що в економетричних моделях (8.10) F і G_x є дійсними числами, тоді як $A_n = (\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n)$ – довільний набір з n комплексних чисел. Тоді, якщо система (8.10) повністю керована, то існує дійсна зворотна матриця K – така, що коренями матриці $(F + G_x K)$ є набір $A_n = (\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n)$. Цей факт відомий як теорема полюс-призначення. Як окремий випадок цієї властивості, модель (8.1). Вона постійна тому, що K може бути обраною таким чином, що $(F + G_x K)$ є константою, тобто $\rho(F + G_x K) < 1$, де $\rho(\cdot)$ – позначення спектрального радіуса. Стабільність, можливо, слід розглядати як розширення поняття керованості на стохастичний випадок. Це означає, що система може управлятися таким чином, що вона може повернутися до бажаної y_t . Якщо очікується шок, то слід збурювати систему зараз та у період t . Насправді умова, що власні значення системи підпорядковані зворотному зв'язку, за будь-яких умов сильніша, ніж просто умова стійкості. Це означає, що можна повернути систему до заданої траєкторії достатньо швидко шляхом відповідного вибору власних значень, але не будь-яким безпідставним шляхом: наприклад, неможливо запобігти швидким коливанням або незручним фазовим співвідношенням між певними змінними. Крім того, можна розширити концепцію стійкості системи до моделей з невизначеністю параметрів, тобто невизначеності "істинних" значень a_1 та b_1 у (8.1). Це відомо як "стохастична стійкість" [299].

8.2. Стійкість отриманого розв'язку

Відмінність між динамічним і керованим шляхом важлива для загальної проблеми політичного проекту і не лише, тому що немає очевидної кінцевої дати або кінцевого стану, в який треба встигнути. Наприклад, проблему стабілізації обмінного курсу можна розглянути шляхом втручання заготівлі резервів зовнішньої валюти. Є дві цілі: саме курс і рівень запасів (який не може нескінченно зменшуватися або накопичуватися після доступного фінансування, або безпосередніх запозичень з-за кордону, або за рахунок запозичення від іноземних держав і міжнародних організацій). Динамічна керованість, можливо, задовільнена, але керованість шляху – ні. Це відбувається через те, що цілі статично не управляються і можуть тільки триматися на фонограмі впродовж двох періодів. Це означає, що обмінний курс завжди прагнучим дрейфувати далеко після досягнення його заздалегідь призначеного ідеального рівня. Тому буде потрібне повторне втручання тільки для того, щоб повернути його до "стабілізації". Ця процедура

буде більш дорога, ніж зі застосуванням іншого інструмента, який би гарантував керованість шляху. Існує безліч інструментів втручання серед звичайних заходів грошово-кредитної та податково-бюджетної політики, які могли б бути використані.

Керованість шляху може здатися недоречною, оскільки ринок сприймається детермінованим. За цих умов не можна запобігти поточним акціям, які віддаляють фактичні цілі від їх ідеальних цінностей. Але можна спробувати за короткий час зменшити наслідки потрясінь з метою максимізації швидкості, з якою майбутні цільові реалізації повертаються до їх заздалегідь призначеного шляху. Тоді можна буде гарантувати, що мета досягнута, і в подальшому прямувати до гарантованої стабільності обох цих шляхів. Будь-які потрясіння натискають систему, проте економіка прагнучим повернутися до цього ідеалу з виправленою політикою (тобто виконуються розрахунки, націлені на досягнення очікуваних цільових значень). Це можливо, якщо система динамічно управляється. Отже динамічно керована система завжди є стабільною.

Це допомагає думати в термінах механізму сервомотора (або правила зворотного зв'язку керування), де інструменти орієнтовані на досягнуті успіхи або на відмови в ендогенних змінних. Цю ідею було використано з моделлю у вигляді державно-просторової форми: правило керування (8.12) було застосовано до (8.10) і в результаті отримано (8.13). Можна здійснити це перетворення для звичайної економетричної моделі в скороченій формі:

$$y_t = Ay_{t-1} + Bx_t + Ce_t + \varepsilon_t.$$

Необхідно розглянути застосування правила зворотного зв'язку:

$$x_t = K_t y_{t-1} + k_t, \quad (8.17)$$

де K_t і k_t мають бути вибраними.

Тоді керована система набуває вигляду:

$$y_t = (A + BK_t) y_{t-1} + Bk_t + u_t. \quad (8.18)$$

Втручання змінило характеристики зростання – шлях від тих, що визначені A , до тих, що визначені $(A + BK_t)$. Якщо система динамічно управляється, можна вибрати K_t таким чином, щоб досягти будь-яких характеристик зростання: будь-якої відповідної міри стабільності. Проблема вибору "кращого" K_t

є питанням вибору оптимальних стратегій, яке можна розв'язати методами оптимального контролю.

Виникає питання: які характеристики повинні бути у K_t для застосування її у економіці?

Динамічна структура системи не може бути довільно змінена або знищена вибором K_t , оскільки, щоб сконструювати довільну матрицю $(A + BK_t)$ для (8.18), потрібні достатні інструменти.

Проте, враховуючи динамічну керованість, можна вибрати K_t таким чином, щоб $(A + BK_t)$ мав довільну безліч власних значень. Це витікає з теореми полюс-призначення [303]. Для будь-якої дійсної матриці C (порядку g) і матриці D (порядку $g \times n$) та множини довільних комплексних чисел μ_j , $j=1, \dots, g$ виконується умова $r(D, CD, \dots, C^{g-1}) = g$, де $r(\cdot)$ – ранг, дійсної матриці F такої, що $(C + DF)$ має власні значення μ_j , $j=1, \dots, g$. У цьому випадку можна накласти будь-які циклічні та ростові характеристики моделі, але динамічна структура не може бути довільною.

Цей результат не залежить від значення y_t^d , номерів цільових функцій і аргументів. Зокрема, можна вибрати K_t так, щоб спектральний радіус був $\rho(A + BK_t) < 1$ для усіх t . Це означає, що економіку можна завжди стабілізувати.

8.3. Відмінність між стабільністю й елементом управління

Корисно використовувати різницю між стабілізацією і оподаткуванням довільної динамічної структури. Перше передбачає тільки те, що власні значення Творець має на увазі за винятком того, що власні значення $A + BK_t$ можуть бути вибрані за бажанням, тоді як останнє має на увазі, що кожен елемент цієї матриці, може бути визначеним. Канонічна форма цієї матриці має вигляд:

$$(A + BK_t) = WMW^{-1} = \sum_{j=1}^{gr} \mu_j W_j W^j, \quad (8.19)$$

де W – матриця власних векторів і M – одне з власних значення μ .

Слід записати j -й стовпець W як W_j і j -й рядок W^{-1} як W^j . Амплітуда, довжина циклу та фазові співвідношення (тобто виводи або затримки) між

складовими циклами (8.19) визначаються дійсними і комплексними частинами μ_j . Але динамічні характеристики реалізацій кожного елемента u_t обумовлені, як складові циклів сполучень і демонструють спосіб, в якому сполучення циклів визначають дійсні і комплексні частини елементів W . Тобто стабільність дозволяє вибрати з компонентів циклів через W . Тому ці складові циклів в сукупності впливають на дану мету в деякому відношенні, яке залежить від елементів W і M . Отже, через стабілізацію, можна довільно управляти амплітудою, довжиною та стабільністю економічних циклів. Але без контролю над W не можна завершити вибір динаміки, визначаючи, як компоненти циклу об'єднуються для досягнення будь-якої специфічної мети. Це означає, що не можна досягти заздалегідь визначених значень у кожному періоді. Проте можна гарантувати, що вони обов'язково будуть досягнуті протягом тривалого періоду.

Окрім того, неможливо розширити теорему полюс-призначення, і отже стабілізацію до полюсу відокремленого режиму в економіці. Полюс відокремленого режиму є одним з політичних інструментів, призначений виключно для досягнення кожної мети (і навпаки) таким чином, що K стає діагональною матрицею.

Тому стабілізованість – це стохастичне розширення динамічної керованості. Оскільки повна динамічна структура не може бути вибрана за бажанням, стабілізованість стохастичної системи є ефективною складовою управління. Наприклад, наблизитись до мети і інструментальних цінностей можна, якщо вважати алгоритми (і K_t) розподілу ресурсів відповідно гладкими. Це стандартний підхід теорії управління. Але це не гарантує, що наслідки стохастичного шоку загасають так швидко, як це можливо, або що дисперсія кожної мети зменшується, або що сполучення циклів у керованій системі обов'язково задовільне. Наприклад, зміна циклів у динаміці системи, можливо, призводить до потрясінь, які встановлюють цикли з низькою амплітудою, але з високою частотою, коли цілі повинні відбуватися за гладкою траєкторією. Якщо короткі цикли стають відносно важливими для деяких цілей в результаті контрольного правила, то небезпека, можливо, підвищена. Є відомі приклади в У. Баумол [364] і Е. Ховреї [281], де стабілізованість, незважаючи на скорочення модуля розв'язків системи, фактично збільшує амплітуду циклів для певних змінних та збільшує суперечність ендогенних змінних. Таким чином, політичний проект не може бути успішним, якщо цільовими змінними є змінні з підвищенням різниці або амплітуд.

8.4. Економічний приклад

Доцільно розглянути економічний приклад, щоб дослідити роль зворотного зв'язку для грошового інструменту, який застосовується для стабілізації економіки. Отже, в результаті циклічних і автономних рухів у податково-бюджетній політиці в державному секторі отримано правило для зворотного зв'язку між грошовою масою та виведенням фактичних відхилень від тренда:

$$\dot{m}^s = g - wu. \quad (8.20)$$

Підставляючи (8.20) у рівняння відхилення фактичних значень грошових залишків від бажаних, отримане диференціальне рівняння:

$$\ddot{y} + a\dot{y} + a[w + v(1 - bc)]\dot{y} + abvy = 0, \quad (8.21)$$

для якого виконуються необхідні і достатні умови стабільності:

$$a^2[w + v(1 - bc)] > abv, \quad \frac{w}{v} + 1 > bc.$$

Таким чином, для деяких досить великих w можна гарантувати, що обидві ці умови задоволені, якщо оригінальна розімкнена система нестійка, тобто якщо корені характерного многочлена вирівнювання

$$\ddot{y} + a\dot{y} + av(1 - bc)\dot{y} + abvy = a\ddot{m}$$

знаходяться в лівій половині комплексної площини. Питання політики стабілізації, проте, не пов'язані тільки зі стійкістю економічної системи. Економіка може бути асимптотично стійкою в тому сенсі, що для вищеописаної моделі реакції у зовнішній шок з рештою знищується. Тому вихід повертається до нормального рівня. Якщо корені розімкненої системи є близькими до одиниці, то кількість часу, який проходить до збіжності, може бути значною. Комплексні корені означатимуть, що економіка коливатиметься біля свого рівноважного шляху. Правило зворотного зв'язку (8.20) можна використати для забезпечення асимптотичної стійкості замкнутої системи і адекватного впливу на динамічну поведінку.

Необхідно розглянути правило стану зворотного зв'язку для грошової маси:

$$m_t^s = kz_t, \quad (8.22)$$

де k є вектор 3×1 .

Підставляючи (8.22) у $\dot{z} = Az + bx$, отримано систему замкнутого циклу:

$$\dot{z} = (A + bk)z, \quad (8.23)$$

де

$$(A + bk) = \begin{bmatrix} a & 1 & 0 & -ak_1 \\ av(1-bc) & 0 & 1 & 0 \\ abv & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -ak_2 & -ak_3 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (8.24)$$

Таким чином, грошова маса є лінійною функцією всіх трьох змінних стану. На відміну від правила зворотного зв'язку, (8.22) описує грошову масу у вигляді лінійної функції тільки однієї держави (перша держава, z_1). Тепер проблема полягає у виборі елементів вектора k , щоб коефіцієнти характеристичного многочлена із замкнутим контуром набули всіх бажаних значень. Матриця системи (8.24) замкнутого циклу має характеристичний многочлен:

$$\lambda^3 + s_1\lambda^2 + s_2\lambda + s_3 \quad (8.25)$$

із

$$s_1 = a(ak_1 - 1); \quad (8.26)$$

$$s_2 = a^2bvk_3 + av(1-bc)(ak_2 - 1); \quad (8.27)$$

$$s_3 = abv(ak_2 - 1). \quad (8.28)$$

У припущенні, що рішення, яке було знайдено $s_1 = s_2 = s_3 = 0$, еквівалентне розміщенню полюсів замкнутого контуру на початку координат комплексної площині, правило зворотного зв'язку для грошової маси дозволить забезпечити вихід. Навіть тоді, коли є зовнішній збурювач, рівень грошової маси ніколи не буде відхилятися від нормального стану.

Розв'язки для k_1 виразу (8.26), k_2 виразу (8.27) та k_3 виразу (8.28) відповідно мають вигляд:

$$k_1 = \frac{1}{a}, \quad k_2 = \frac{1}{a}, \quad k_3 = \frac{1}{a^2bv}.$$

Таким чином, перші два коефіцієнта зворотного зв'язку дорівнюють зворотній величині живого відгуку виводу до рівноваги додаткових грошей, а третій коефіцієнт залежить також від еластичності інфляції стосовно підвищення попиту (нахил кривої Філліпа) і швидкості регулювання інфляційного очікування. Порівняно простий спосіб вибору коефіцієнтів зворотного зв'язку є наслідком того факту, що є тільки один інструмент політики, який знаходиться в просторі станів. Для комплексних систем питання є складнішим.

Застосування правила зворотного зв'язку (8.22) до рівняння $\dot{z} = Az + bx$ означає, що із замкнутим контуром полюсів, розташованих на початку координат, здатність виходу після деякого початкового збурення значно посилюється. Це досягається лише коли пропозиція грошей дуже швидко пристосовується до будь-якого порушення. Чим далі вліво в комплексній площині встановлюються полюси зі зворотним зв'язком, тим швидше може бути досягнута збіжність до нульового стану. Для того щоб система швидко рухалася, може знадобитися значно збільшити амплітуду змін приладу. Так, на практиці амплітуда інструменту буде обмежена за умови, що між інституційними та політичними обмеженнями є компроміс між швидкістю, з якою економіка може бути переміщена в потрібний стан, і свободою, з якою політичні інструменти можуть змінюватися. Допустимі коливання в документах реально залишаються в межах того, що є "прийнятним", навіть якщо це тягне за собою деяку втрату в ступені ефективного управління. Відповіддю на ці передбачувані недоліки класичних методів управління є розроблення чітких критеріїв, за якими можна оцінювати продуктивність системи. Для цього потрібно звернутися до оптимальної теорії контролю.

"Оптимальна" економічна політика означає алгоритм розподілу ресурсів, який є найкращим в деякому розумінні. Щоб мати можливість вибору поміж різноманітних альтернатив, необхідно визначити, що означає "найкращий".

Математична постановка оптимальної детермінованої економіко-політичної задачі полягає:

по-перше, в описі економічного процесу, який подано рівнянням $y_t = Ay_{t-1} + Bx_t + Ce_t + \varepsilon_t$:

$$y_t = Ay_{t-1} + Bx_t + Ce_t; \quad (8.29)$$

по-друге, потрібний опис завдання, яке має бути завершеним у термінах цілей економічного алгоритму розподілу ресурсів і можливих обмежень;

по-третє, потрібне затвердження критерію, яким оцінюється виконання. Критерій використовується переважно для втілення структури переваг адитивно роз'ємної квадратичної функції:

$$J = \frac{1}{2} \sum_{t=1}^T (\delta y_t' Q_t \delta y_t + \delta x_t' N_t \delta x_t). \quad (8.30)$$

Матриці N_t з $t=1, \dots, T$ є симетричними та позитивно визначеними, тоді як матриці Q_t з $t=1, \dots, T$ є симетричними та невід'ємними.

Відхилення δy і δx визначаються як:

$$\delta y_t = y_t - y_t^d$$

$$\delta x_t = x_t - x_t^d,$$

де верхній індекс d означає значення цілі або інструменту. Діагональні елементи Q і N порушують ці відхилення.

Проблема полягає в тому, щоб визначити вектор інструментів $(x_t : 1 \leq t \leq T)$ з першого моменту часу до будь-якого невизначеного моменту часу T так, щоб цільова функція (8.30) досягала мінімального значення за умови дотримання обмежень економетричної моделі описаної рівнянням (8.29).

Основною характеристикою, яка показана динамічним програмуванням, є той факт, що T – це процес прийняття рішень, який належить до певного періоду та спрощується до послідовності T -процесів прийняття рішень одного періоду. Це скорочення стало можливим завдяки принципу оптимальності: властивість "оптимальної політики в тому, що незалежно від початкового стану та початкового рішення є інші рішення, які повинні уособлювати оптимальну політику держави відносно результатів першого рішення".

Якщо економічний алгоритм $(x_t^* : 1 < t < T)$ розподілу ресурсів оптимальний для заданого інтервалу $t = 1$ до $t = T$, то він також буде оптимальний для будь-якого підінтервалу $t = \tau$ до $t = T$, де $1 < \tau < T$.

Якщо економічна політика $(x_t^* : 1 \leq t \leq T)$ є оптимальною на інтервалі від $t=1$ до $t=T$, то вона також повинна бути оптимальною на будь-якому з підінтервалів від $t = \tau$ до $t = T$, де $1 < \tau < T$.

Для мінімізації за принципом оптимальності квадратична форма (8.29) повинна бути розкладена таким чином:

$$\min [J(t, T)] = \min \{J(t, T-1) + \min [J(T, T)]\}, \quad (8.31)$$

де позначення розроблені таким чином, щоб було зрозуміло, в який період часу застосовується вартість.

Таким чином, вартість оптимальної стратегії від періоду $t=1$ до T повинна дорівнювати сумі вартості оптимальної стратегії від періоду $t=1$ до $T-1$ і вартості оптимальної політики для залишків періоду T .

Формально необхідною умовою принципу оптимальності є те, що цільова функція з обмеженнями повинна задовольняти марківській властивості: "після певної кількості розв'язків t бажано, щоб ефект загального доходу на інших $T-t$ стадіях розв'язання (з обмеженими значеннями цільової функції) залежав тільки від стану системи в кінці t -го рішення і наступних рішень" [281].

Як можна побачити із (8.31) або із загальних міркувань, цільова функція повинна бути адитивно-рекурсивною за часом таким чином, щоб самі змінні рішення були вкладеними відносно тимчасових інтервалів. Якщо ця умова не буде виконана, то не вдасться оптимізувати суму компонентів функції цілі шляхом оптимізації компонент послідовно в зворотному напрямку: у (8.31), або (8.33), (8.36) і (8.40). Таким чином, довільно цільова функція може бути записана так: $J = \sum_{t=1}^T J_t(y_t, x_t)$. Тоді обмежена ціль має вигляд $J = \sum_{t=1}^T (x_t, \dots, x_1)$.

Це необхідна умова для оптимальності динамічного програмування. Вона важлива, тому що динамічні ігри та моделі з раціональними очікуваннями вводять взаємну залежність між періодами часу, а не рекурсивну залежність, знайдену в звичайних динамічних моделях. У тих випадках ця необхідна умова буде порушена.

Необхідно розглянути задачу оптимізації впродовж періоду T в останній період горизонту планування так, щоб мінімізувати

$$J(T, T) = \frac{1}{2} (\delta y_T' Q_T \delta y_T + \delta x_T' N_T \delta x_T). \quad (8.32)$$

Поширенням (8.32) отримано:

$$J(T, T) = \frac{y_T' Q_T y_T + x_T' N_T x_T - 2y_T' Q_T y_T^d - 2x_T' N_T x_T^d + y_T^{d'} Q_T y_T^d + x_T^{d'} N_T x_T^d}{2}. \quad (8.33)$$

Якщо підставити (8.29) у (8.33) і продиференціювати за x_T , то правило зворотного оптимального зв'язку набуває вигляду:

$$x_T^* = K_T y_{T-1} + K_T, \quad (8.34)$$

$$K_T = -(N_T + B' Q_T B)^{-1} B' Q_T A,$$

$$k_T = -(N_T + B' Q_T B)^{-1} (-Q_T B y_T^d - N_T x_T^d + Q_T C e_T).$$

Рівняння (8.34) записане у вигляді правила зворотного зв'язку (закону). Перший член у правій частині рівняння, називається **матрицею зворотного зв'язку**. Другий член – **коефіцієнт посилення відстеження**. Він складається з бажаних значень для політичних інструментів і термінальної ваги за цілями й інструментами. Приріст відстеження, таким чином, не залежить від стану системи.

Підставляючи (8.29) і (8.34) у (8.33), отримано:

$$J(T, T) = \frac{1}{2} (y_{T-1}' P_T y_{T-1} - 2 y_{T-1}' h_T + a_T). \quad (8.35)$$

При цьому:

$$P_T = (A + B K_T)' Q_T (A + B K_T) + K_T' N_T K_T,$$

$$h_T = (A + B K_T)' Q_T y_T^d - K_T' N_T x_T^d,$$

$$a_T = k_T' N_T k_T - 2 Q_T y_T^{d'} (B k_T + C e_T) - 2 k_T' N_T x_T^d + y_T^{d'} Q_T y_T^d + x_T^{d'} N_T x_T^d + (B k_T + C e_T)' Q_T (B k_T + C e_T).$$

Квадратична форма (8.35) дає вираз для мінімальної вартості в термінальному періоді. Упродовж деякого періоду часу T може належати до певного періоду $T - 1$, який можна продовжувати, припускаючи, що рішення також буде квадратичною формою подібно до (8.35). Отже:

$$J(t, T) = \min \frac{1}{2} (\delta y_t' Q_t \delta y_t + \delta x_t' N_t \delta x_t) + J(t+1, T). \quad (8.36)$$

Це різницеве рівняння з граничною умовою, наданою в (8.35). Диференціал (8.36) по x_t дорівнює:

$$\frac{\partial J(t, T)}{\partial x_t} = \frac{\partial J(\tau, \tau)}{\partial x_\tau} + \frac{\partial y_\tau}{\partial x_\tau} \frac{\partial J(\tau + 1, T)}{\partial y_\tau}, \quad (8.37)$$

де другий доданок правої частини рівняння є наслідком того, що $J(\tau + 1, T)$ – неявна функція від x_τ через вплив x_τ на y_τ і вплив y_τ на $J(\tau + 1, T)$.

Повторно записуючи (8.36) у розгорнутій формі, отримано:

$$J(T, T) = \frac{\left(y'_\tau Q_\tau y_\tau + x'_\tau N_\tau x_\tau - 2y'_\tau Q_\tau y_\tau^d - 2x'_\tau N_\tau x_\tau^d + y_\tau^{d'} Q_\tau y_\tau^d + x_\tau^{d'} N_\tau x_\tau^d \right)}{2} + J(\tau + 1, T). \quad (8.38)$$

Якщо квадратичний вираз для $J(\tau + 1, T)$ подібно до (8.35) підставити в (8.38), то:

$$J(T, T) = \frac{1}{2} \left(y'_\tau (Q_\tau + P_{\tau+1}) y_\tau + x'_\tau N_\tau x_\tau - 2y'_\tau (Q_\tau^d y_\tau + h_{\tau+1}) - 2x'_\tau N_\tau x_\tau^d + y_\tau^{d'} Q_\tau y_\tau^d + x_\tau^{d'} N_\tau x_\tau^d + a_{\tau+1} \right). \quad (8.39)$$

Слід зауважити, що період часу $\tau + 1$ передбачається крайовим періодом. Структура (8.39) дуже подібна до структури (8.33). Аргументами виразу є y_τ та x_τ , які відображують параметри системи. Необхідні значення екзогенних припущень і переваг в поточних і майбутніх постійних умовах. Тому треба підставити y_τ , використовуючи (8.29), і знайти похідну за x_τ . Буде отриманий вираз:

$$x_\tau^* = K_\tau y_{\tau-1} + k_\tau, \quad (8.40)$$

де $K_\tau = -[N_\tau + B'(Q_\tau + P_{\tau+1})B]^{-1} B'(Q_\tau + P_{\tau+1})A$;

$$k_\tau = -[N_\tau + B'(Q_\tau + P_{\tau+1})B]^{-1} \left[-B(Q_\tau y_\tau^d + h_{\tau+1}) - N_\tau x_\tau^d + (Q_\tau + P_{\tau+1})C e_\tau \right].$$

Отже оптимальність зворотного зв'язку та відстеження прибутку залежить від майбутніх і поточних параметрів системи, екзогенних припущень і переваг. Підставляючи (8.29) і (8.40) у (8.39), буде отримано:

$$J(\tau, T) = y'_{\tau-1} P_\tau y_{\tau-1} - 2y_{\tau-1} h_\tau + a_\tau, \quad (8.41)$$

$$\text{де } P_\tau = (A + BK_\tau)' (Q_\tau + P_{\tau+1}) (A + BK_\tau) + K'_\tau N_\tau K_\tau; \quad (8.42)$$

$$h_\tau = (A + BK_\tau)' (Q_\tau + P_{\tau+1} y_\tau^d - h_{\tau-1}) - K_\tau' N_\tau x_\tau^d; \quad (8.43)$$

$$a_\tau = a_{\tau-1} + k_\tau' N_\tau k_\tau - 2(Q_\tau y_\tau^{d'} + h_{\tau+1})(Bk_\tau + Ce_\tau) - 2k_\tau' N_\tau k_\tau + y_\tau^{d'} Q_\tau y_\tau^d + x_\tau^d N_\tau x_\tau^d. \quad (8.44)$$

Таким чином отримане розв'язання зворотного оптимального зв'язку впродовж двох періодів часу. Розв'язання на наступні періоди можна отримати за допомогою повторень зворотної рекурсії, описаної рівняннями (8.31) і (8.41). Рекурентні рівняння (8.42) – (8.44) – це матричні різницеві рівняння, відомі як рівняння Ріккати в задачах з безперервним часом. Вони можуть бути розв'язані за граничними умовами, передбаченими рівняннями:

$$P_T = (A + BK_T)' Q_T (A + BK_T) + K_T' N_T K_T,$$

$$h_T = (A + BK_T)' Q_T y_T^d - K_T' N_T x_T^d,$$

$$a_T = k_T' N_T k_T - 2Q_T y_T^{d'} (Bk_T + Ce_T) - 2k_T' N_T x_T^d + y_T^{d'} Q_T y_T^d + x_T^d N_T x_T^d + (Bk_T + Ce_T)' Q_T (Bk_T + Ce_T),$$

які відносяться до відповідного періоду.

Правило оптимального зворотного зв'язку для періоду часу T у детермінованому випадку залежить від усіх майбутніх правил зворотного зв'язку, заданих значень i , отже, екзогенних змінних до відповідного періоду. Слід зазначити, що матриця зворотного зв'язку K_τ , хоча мінлива у часі, є функцією тільки параметрів системи та ваги, які втілені в привілейованій структурі цільової функції. З іншого боку, прибуток стеження враховує бажані траєкторії, а також поточні та майбутні екзогенні змінні. У разі стохастичної залежності майбутні екзогенні змінні відомі тільки в очікуванні. Якщо припущення про майбутні екзогенні впливи змінити, це буде тільки зсув за часом оптимального відстеження, але напрям зворотного зв'язку не зміниться. Матриця зворотного зв'язку є стійкою, оскільки, хоча це залежить від майбутніх переваг, вона відповідає тільки на непередбачені порушення після події. Приріст відстеження прогнозує та враховує передбачувані зовнішні впливи. Для стохастичного випадку ці відстеження будуть корисні, отже, вони повинні бути оновлені за переоцінкою всіх k_τ для $t \leq \tau \leq T$, якщо струм очікування майбутньої екзогенної змінної (наприклад, $E_t(e_T)$), переглянутий для t . У принципі ці повторні оцінки будуть повторюватися для кожного $t = 1, \dots, T$.

8.5. Скалярний приклад

Деякі аспекти використання квадратичної цільової функції в оптимальності рішення управління можна уточнити за допомогою простого скалярного прикладу:

$$y_t = ay_{t-1} + bx_t + \varepsilon_t,$$

де екзогенні впливи виключені.

Розглянемо цільову функцію другої задачі, яка належить до певного періоду. Ця функція має вигляд:

$$J = \frac{1}{2} \sum_{t=1}^2 (q_t \delta y_t^2 + \delta x_t^2),$$

де передбачається, що вага змінних однакова впродовж обох періодів.

Правило зворотного зв'язку для періоду $t + 1$ має вигляд:

$$x_{t+1} = K_{t+1}y_t + k_{t+1}, \quad (8.45)$$

$$\text{де } K_{t+1} = -\frac{q_{t+1} \cdot a \cdot b}{q_{t+1} \cdot b^2 + 1};$$
$$k_{t+1} = \frac{q_{t+1} \cdot b \cdot y_{t+1}^d + x_{t+1}^d}{q_{t+1} \cdot b^2 + 1}.$$

Варто зазначити, що є ряд особливостей отриманого оптимального результату. Якщо взято граничний випадок, де немає витрат на регулювання змінних як на інструмент політики, то правило оптимального зворотного зв'язку для задачі одного періоду набуває вигляду:

$$x_{t+1} = \frac{1}{b(y_{t+1}^d - ay_{t-1})}. \quad (8.46)$$

Якщо підставити (8.46) у (8.45), отримаємо:

$$y_t = y_t^d + \varepsilon_t.$$

Таким чином, з нульовим коригуванням отримано авторегресійну модель для y_t , де інновації повністю усунені ε_t . Цільова функція коливається випадковим чином навколо свого бажаного значення з дисперсією σ_ε^2 у порівнянні з більшою дисперсією $(1+a^2)\sigma_\varepsilon^2$ у випадку відкритої системи.

З витратами, які коригують алгоритм розподілу ресурсів, коефіцієнт авторегресії y_{t-1} більше не дорівнюватиме нулю, але:

$$\lambda = a - \frac{q \cdot a \cdot b^2}{q \cdot b^2 + n}$$

і дане $n \geq 0$, $|\lambda|$ завжди менше, ніж $|a|$. Таким чином, можна зробити висновок, що під впливом зворотного зв'язку, корегування будь-яких порушень відбуваються завжди швидше.

Правило оптимального зворотного зв'язку для періоду t має вигляд:

$$x_t = K_t y_{t-1} + k_t,$$

$$\text{де } K_t = -\frac{p_{t+1} \cdot a \cdot b}{p_{t+1} \cdot b^2 + 1};$$

$$k_t = -\frac{b \cdot h_{t+1} + x_t^d}{p_{t+1} \cdot b^2 + 1};$$

$$p_{t+1} = q_t + q_{t+1}(a + bK_{t+1})^2 + K_{t+1}^2;$$

$$h_{t+1} = q_{t+1}(a + bK_{t+1})(bk_{t+1} - q_{t+1}y_{t+1}^d) - K_{t+1}x_{t+1}^d + q_t y_t^d.$$

Значне спрощення цих виразів може бути досягнуте, якщо знову розглянути граничний випадок нульових адаптаційних витрат, прикріплених до політичних інструментів. Зворотний зв'язок і відстеження прибутку набуває вигляду:

$$K_t = -\frac{a(q_t + aq_{t+1}^2 - 2aq_{t+1})}{b^2(q_t + a^2q_{t+1}^2 + a^2 - 2a_{t+1}^2 - a)},$$

$$k_t = -\frac{b(q_t y_t^d - aq_{t+1} y_{t+1}^d)}{b^2(q_t + a^2q_{t+1}^2 + a^2 - 2a_{t+1}^2)}.$$

Можна побачити, що оптимальна стратегія у першому періоді цієї двофазної задачі залежить не тільки від значення цільової функції у попередньому та поточному періодах, але також від необхідної величини функції мети в наступному періоді часу для кожного періоду.

Доцільно розглянути випадок, коли політика розподілу ресурсів дає можливість виробнику досягти однакові цільові значення в кожному періоді ($q_t = q_{t+1}$). У цьому випадку правила зворотного зв'язку мають вигляд:

$$x_t = \frac{a}{b \cdot y_{t-1}} + \frac{y_t^d - a \cdot y_{t+1}^d}{b \cdot (1-a)};$$

$$x_{t+1} = \frac{a}{b \cdot y_t} + \frac{1}{b \cdot y_{t+1}^d}.$$

Таким чином, хоча правило оптимального зворотного зв'язку залежить від часу, сигнал зворотного зв'язку є константою тільки з простежуваною вигодою, яка змінюється з часом. Тільки якщо бажані цілі набувають постійного значення протягом довгого часу, правило зворотного оптимального зв'язку зводиться до постійної (стаціонарної) форми:

$$x_t = \frac{1}{b} (a \cdot y_{t-1} - y^d).$$

Висновки

Здійснено синтез оптимальних прогнозних моделей економічних об'єктів із застосуванням асимптотичних критеріїв якості. Отримано рекурентні алгоритми для обчислення параметрів оптимальних моделей з метою ідентифікації й управління. Продемонстровано розв'язання задачі синтезу детермінованих і стохастичних спостерігачів в умовах неповної інформації про стан економічного об'єкта.

Застосування вищевказаних методик продемонстровано під час розгляду ролі зворотного зв'язку для грошового інструменту, який застосовується для стабілізації економіки методами теорії стійкості. Зроблено оцінювання необхідного запасу стійкості для динаміки значущих економічних показників досліджуваної системи.

Розділ 9. Економетричні моделі собівартості електронних мультимедійних видань

На сьогодні ХНЕУ ім. С. Кузнеця активно займається розробленням і впровадженням мультимедійних технологій [148]. Цей процес здійснюється в руслі загальних проведених у вітчизняній освіті реформ, обумовлених переходом до нової освітньої парадигми, пріоритетами якої є підвищення якості підготовки фахівців та їх відповідність (адекватність) рівню вимог наукової спільноти, що інтенсивно розвивається. Одним з перспективних шляхів підвищення якості підготовки фахівців визнається широке впровадження в навчальний процес інтерактивних мультимедійних технологій, що дозволяють управляти процесами освітньої діяльності. До мультимедійних технологій належать електронні підручники та посібники. Електронні навчальні підручники та посібники активно вдосконалюються, що обумовлено характером розвитку сучасного суспільства. Протягом тривалого часу сфера застосування комп'ютерів була досить вузька й обмежувалася переважно військовою та науковою галузями. Тільки користувачі, які мали достатню кваліфікацію для роботи з обчислювальною технікою, могли повноцінно брати участь в інформаційних процесах, використовуючи комп'ютер для обробки й обміну інформацією. З появою графічних інтерфейсів і пристроїв для взаємодії з ними, а в подальшому – операційних систем за новими технологіями можливість повноцінно працювати з комп'ютером, не вникаючи в тонкощі його внутрішнього устрою, стала доступна користувачам, які не є фахівцями або ентузіастами з високим рівнем підготовки в сфері інформаційних технологій.

Це призвело до того, що інформаційні технології поступово проникли в усі сфери людського життя. Ускладнення індустріального виробництва, соціального, економічного та політичного життя, зміна динаміки процесів у всіх сферах діяльності людини привели, з одного боку, до зростання потреб у знаннях, а з іншого – до створення нових засобів і способів задоволення цих потреб. Швидке та значне вдосконалення комп'ютерної техніки та інформаційних технологій послужило поштовхом до розвитку суспільства, побудованого на використанні різноманітної інформації (інформаційного суспільства). Для вільної орієнтації в інформаційних потоках сучасний фахівець будь-якого профілю повинен вміти отримувати, обробляти та використовувати інформацію за допомогою комп'ютерів, телекомунікацій та інших засобів зв'язку. Але для цього

необхідно знати правила навігації по великому масиву доступної інформації та володіти певною інформаційною культурою. Це означає, що випускники навчальних закладів повинні опанувати сучасними інформаційними технологіями (використанням засобів обчислювальної техніки та каналів зв'язку у своїй предметній області) на додаток до професійних завдань, які їм належить вирішувати. Тому питання про необхідність викладання складних інформаційних технологій та їх інструментарію студентам нетехнічних спеціальностей сьогодні стає необхідністю.

У багатьох галузях освіти такі навчальні курси сьогодні активно розробляються та впроваджуються. Існують різноманітні методики створення подібних курсів. Однак навчальні курси з сучасних інформаційних технологій неможливо засновувати на повних, вичерпних курсах з інформатики, математики й інших фундаментальних дисциплін в силу обмеженості бюджету навчального часу та гуманітарного менталітету студентів. Водночас необхідне їх освоєння на рівні, достатньому для ефективного застосування на практиці, надто в такому складному для освоєння студентами гуманітарних напрямів предметі, як тривимірна комп'ютерна графіка.

Однак такий підхід до сучасної освіти породжує ряд труднощів, які не мають, здавалося б, вирішення. Завдяки сучасному програмному забезпеченню, такому, як *Adobe Captivate* [355], задача освоєння та використання сучасних комп'ютерних технологій та графічних інтерфейсів значно спростилася. Не тільки студентам, а й викладачам ВНЗ стало доступне використання сучасних комп'ютерних технологій з обробки як методичної, так і візуально-мультимедійної інформації. Завдяки технології *Adobe Captivate* викладачеві будь-якого профілю вже не потрібно поглиблених знань, крім предметної сфери та в галузі електронних технологій. Достатньо освоїти програму *Adobe Captivate*, і можна сміливо створювати власні унікальні авторські електронні підручники та посібники.

Отже, **технології мультимедіа** – це об'єднання різних видів інформації в один кінцевий продукт для найбільш ефективного впливу на сприйняття цільової аудиторії. Вони стають все більш популярними в освіті. На початкових етапах свого розвитку електронні підручники (ЕП) були перекладеними в цифрову форму паперовими навчальними виданнями, доповненими мультимедійними елементами (відео, звук, графіка тощо). Надалі структура ЕП набувала більшої складності з метою забезпечення якісно нового рівня взаємодії з користувачем, підвищення ефективності функціонування таких навчальних систем.

Сьогодні в ХНЕУ ім. С. Кузнеця можна говорити про появу цілих мультимедійних навчально-методичних комплексів. Фактично вони є різновидом ЕП і навчальних систем, що призначені для побудови інформаційно-технологічного середовища, орієнтованого на підвищення ефективності навчального процесу.

Мультимедійний навчально-методичний комплекс – це не тільки і не стільки оцифрований паперовий підручник чи кілька підручників, а комплексний продукт, що містить широкі можливості для моніторингу навчального процесу, інтеграції електронних навчальних матеріалів, а також спілкування між викладачами та студентами навчального закладу.

Такі мультимедійні навчально-методичні комплекси (МНМК) сьогодні стають все більш популярними, оскільки дозволяють отримувати освіту дистанційно за рахунок збільшення частки самостійної роботи. Вони є ефективним інструментом для викладачів, дозволяючи їм робити свої навчальні курси більш доступними для учнів, забезпечуючи одночасно підготовку та введення навчальних матеріалів. Надалі система подачі інформації стає автоматизованою і може бути використана багаторазово багатьма. Таким чином, викладачі можуть більш гнучко, плідно і в різних формах проводити заняття, надаючи студентам готові навчальні курси, забезпечені всіма необхідними поясненнями.

Як і до будь-якого методичного видання, до мультимедійного навчально-методичного комплексу висувається ряд вимог, зображених на рис. 9.1.

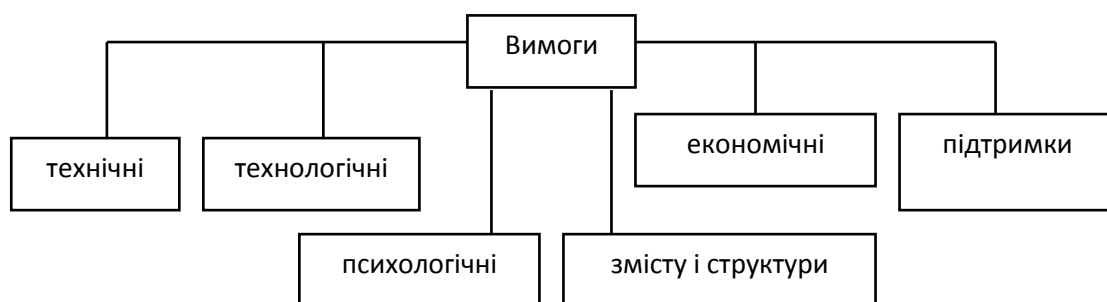


Рис. 9.1. Основні групи вимог, які висуваються до ЕП

Поняття "вимога" в даному випадку розуміють в першу чергу як обмеження, що накладається тим чи іншим процесом реалізації програмного забезпечення або етапом його життєвого циклу. Будь-яке обмеження нарешті призводить до звуження кола потенційних користувачів. Необхідно прагнути

до розширення діапазону підтримуваних типів МНМК. Отже, розширення кола потенційних користувачів може бути досягнуто різними шляхами, навіть без значного утиску функціональності продукту.

У кожній групі "вимог" (див. рис. 9.1) можна виділити детальні вимоги, що висувуються до мультимедійного навчально-методичного комплексу. Крім того, необхідно враховувати й конкретні запити кінцевих користувачів – студентів, адже саме для них готується програмний продукт.

Ряд технічних і технологічних вимог, наведених на рис. 9.1, детально описано в роботах [99; 148]. У цих роботах надані й оптимальні шляхи вирішення проблем, пов'язаних з цими вимогами. Даний розділ монографії присвячений розкриттю однієї з найбільш важливих вимог – економічній проблемі створення МНМК (див. рис. 9.1).

Необхідно відзначити, що інші вимоги до мультимедійних навчально-методичних комплексів в даному розділі не розглядаються.

9.1. Визначення собівартості електронних мультимедійних видань

Питання собівартості МНМК – одне з ключових, відповідь на яке може зумовити долю МНМК. Проте регламентованих методик з розрахунку собівартості продукування мультимедійних навчально-методичних комплексів нема. Тому кожна команда розробників змушена створювати власну методику розрахунку вартості створення МНМК.

Оскільки створення мультимедійних навчально-методичних комплексів є досить новим видом діяльності, питання про собівартість продуктів такого роду вельми складним. З одного боку, створення МНМК досить трудомісткий та специфічний процес, що вимагає докладання великої кількості зусиль. З іншого – ринок диктує обмеження на ціну кожного мультимедійного навчально-методичного комплексу. Наприклад, середня вартість подібного роду видань, виготовлених фірмами "1С", "Кирило і Мефодій", "Суспільство Знання Росії" коливається в межах від 32 400 до 72 000 грн (по курсу НБУ на 15.09.2015) за один диск. У даному випадку є два основних шляхи зниження ціни до прийнятної: зниження собівартості виробництва МНМК; збільшення їх тиражу. Як правило, попереднє оцінювання вартості одного примірника МНМК проводиться на найперших стадіях його створення, ще до формування команди розробників.

З огляду на відсутність загальноприйнятої методики розрахунку собівартості створення МНМК пропонується економетричний підхід до вирішення даної проблеми.

Актуальність теми. Собівартість продукції є найважливішим показником економічної ефективності її виробництва. У ній відбиваються всі аспекти господарської діяльності, акумулюються результати використання всіх виробничих ресурсів. Від її рівня залежать фінансові результати діяльності підприємств, темпи розширеного відтворення, фінансовий стан суб'єктів господарювання.

Аналіз собівартості продукції, робіт і послуг має велике значення в системі управління витратами. Він дозволяє вивчити тенденції зміни її рівня, встановити відхилення фактичних витрат від нормативних (стандартних) й їх причини, виявити резерви зниження собівартості продукції та дати оцінку діяльності підприємства зі зниження собівартості продукції. Для аналізу собівартості продукції автором використовуються дані статистичної звітності видавничого центру "Академія" (Росія, м. Москва).

Об'єкт дослідження – економетричні моделі собівартості МНМК, прогнозування рівня собівартості.

Метою дослідження є розроблення моделей собівартості МНМК і прогнозування їх собівартості. Досягнення поставленої мети зумовило постановку та вирішення таких завдань:

- 1) визначити фактори, що впливають на собівартість МНМК;
- 2) на підставі даних видавничого центру "Академія" (наведені в рублях, далі по тексту перераховані в гривні за курсом НБУ на 15.09.2015) сформулювати вибірку для побудови регресійного рівняння;
- 3) побудувати рівняння багатofакторної регресії і провести його економічний аналіз.

Собівартість продукції – це грошовий вираз безпосередніх витрат підприємства на виробництво та реалізацію продукції. Собівартість продукції – синтетичний, узагальнювальний показник, що характеризує всі аспекти діяльності підприємства та відображує ефективність його роботи.

У собівартість продукції включають такі витрати:

на підготовку виробництва й освоєння випуску нових видів продукції, пускові роботи;

дослідження ринку;

безпосередньо пов'язані з виробництвом продукції, обумовлені технологією й організацією виробництва, включаючи витрати на управління;

на вдосконалення технології й організації виробничого процесу, а також поліпшення якості продукції, що виготовляється;

на збут продукції (пакування, транспортування, реклама, зберігання та ін.);

на наймання та підготовку кадрів;

інші грошові витрати підприємства, пов'язані з випуском і реалізацією продукції.

Існує така класифікація витрат:

1) за ступенем однорідності – *елементні* (однорідні за складом і економічним змістом – матеріальні витрати, оплата праці, відрахування від неї, амортизаційні відрахування та ін.) і *комплексні* (різні за складом, охоплюють кілька елементів витрат, наприклад, витрати на обладнання);

2) за зв'язком із обсягом виробництва – *постійні* (їх загальна величина не залежить від кількості виготовленої продукції, наприклад, витрати на утримання й експлуатацію будівель і споруд) і *змінні* (їх загальна сума залежить від обсягу виготовленої продукції, наприклад, витрати на сировину, основні матеріали, комплектувальні). Змінні витрати, в свою чергу, можна підрозділити на *пропорційні* (змінюються прямопропорційно обсягу виробництва продукції) і *непропорційні*;

3) за способом віднесення витрат на собівартість окремих виробів – *прямі* (безпосередньо пов'язані з виготовленням певних виробів і відносяться на собівартість кожного з них прямим шляхом) і *непрямі* (пов'язані з виробництвом кількох видів виробів, їх розподіляють між ними за певною ознакою).

Слід також розрізняти *загальні витрати* (на весь обсяг продукції за певний період) і *витрати на одиницю продукції*.

Кошторис витрат на виробництво. Кошторис витрат на виробництво – це витрати підприємства, пов'язані з основною діяльністю, за певний період незалежно від того, відносяться вони на собівартість продукції в цьому періоді чи ні. Тому кошторис витрат на виробництво та собівартість всього обсягу продукції часто не збігаються.

Кошторис витрат на виробництво характеризує всю суму витрат підприємства в розрізі економічно однорідних елементів. У промисловості прийняте таке угруповання витрат за економічними елементами.

Матеріальні витрати включають витрати на:

сировину та матеріали (за вирахуванням вартості зворотних відходів за ціною їх можливого використання або реалізації);

покупні комплектувальні вироби та напівфабрикати;
допоміжні матеріали;
паливо й енергію, що витрачаються на технологічні або господарські потреби;
виробничі послуги сторонніх підприємств, а також власних господарств, що не відносяться до основної діяльності, і деякі інші витрати.

Витрати на оплату праці включають витрати на оплату праці штатного та позаштатного промислово-виробничого персоналу підприємства, включаючи премії, стимуляційні та компенсаційні виплати.

Відрахування на соціальні потреби – відрахування у позабюджетні соціальні фонди (пенсійний, соціального страхування, на випадок безробіття та Фонд ліквідації наслідків Чорнобильської катастрофи) за встановленими нормами від витрат на оплату праці.

Амортизація основних фондів – витрати, дорівнені сумі амортизаційних відрахувань на повне відновлення основних виробничих фондів, включаючи прискорену амортизацію.

Інші витрати, які не ввійшли в зазначені елементи витрат. Це податки; збори; відрахування в спеціальні фонди; оплата послуг зв'язку, обчислювальних центрів; витрати на відрядження, страхування майна; винагороди за винахідництво та раціоналізаторство; оплата робіт з сертифікації продукції; орендна плата та інші.

Кошторис витрат на виробництво групує витрати за елементами витрат незалежно від місця їх виникнення, показує їх ресурсну структуру. Це дуже важливо для аналізу чинників, які впливають на зниження собівартості продукції.

Собівартість окремих виробів (видів продукції). У визначенні собівартості окремих видів продукції (робіт, послуг) використовують угруповання витрат на одиницю продукції за статтями калькуляції. Це угруповання необхідне в процесі ціноутворення на різні види виробів (продукції), розрахунку їх рентабельності, аналізу витрат на виробництво однакових виробів з конкурентами тощо.

Розрізняють планові та фактичні калькуляції.

Головний об'єкт калькулювання – готові вироби (продукція), призначені для відпускання за межі підприємства.

Перелік статей калькуляції, їх склад і методи поширення витрат за видами продукції визначаються галузевими методичними рекомендаціями з питань

планування, обліку та калькулювання собівартості продукції (робіт, послуг) з урахуванням характеру та структури виробництва.

На більшості підприємств промисловості прийнята типова (приблизна) номенклатура калькуляційних статей витрат:

- 1) сировина та матеріали;
- 2) енергія технологічна;
- 3) основна заробітна плата виробничих робітників;
- 4) додаткова заробітна плата виробничих робітників;
- 5) відрахування на соціальні потреби з основної та додаткової заробітної плати виробничих робітників;
- 6) утримання й експлуатація машин і устаткування;
- 7) цехові (загальновиробничі) витрати;
- 8) загальногосподарські витрати;
- 9) підготовка й освоєння виробництва;
- 10) позавиробничі витрати (на маркетинг і збут).

Сума перших семи статей утворює цехову собівартість, дев'яти – виробничу, всіх статей – повну собівартість продукції.

В умовах переходу на ринкові відносини більшість малих та середніх підприємств використовують скорочену номенклатуру калькуляційних статей.

Структура собівартості за калькуляційними статтями показує: співвідношення витрат у повній собівартості продукції; що витрачено; куди витрачено; на які цілі спрямовані кошти. Вона дозволяє виділити витрати кожного цеху або підрозділу підприємства.

Якщо в кошторисі витрат на виробництво об'єднані тільки економічно однорідні елементи витрат, то в статтях калькуляції тільки деякі є однорідними, а інші включають різні види витрат, тобто є *комплексами*.

До чинників, які забезпечують зниження собівартості продукту, належать: економія всіх видів ресурсів, споживаних у виробництві, – трудових і матеріальних; підвищення продуктивності праці, зниження витрат від браку та простоїв; поліпшення використання основних виробничих фондів; застосування новітньої технології; скорочення витрат на збут продукції; зміна структури виробничої програми в результаті асортиментних зрушень; скорочення витрат на управління й інші чинники.

9.2. Виявлення факторів, що впливають на собівартість МНМК, та їх оцінювання

Виходячи з теоретичного аналізу собівартості продукції, а також специфічності самої продукції, автор пропонує такі фактори, що впливають (безпосередньо або опосередковано) на вартість реалізації МНМК:

вартість праці команди розробників ЕП і залучуваних зовнішніх учасників процесу його реалізації;

вартість ліцензійного програмного забезпечення, використовуваного для створення електронного навчального видання;

обсяг публікації (кількість слайдів);

вартість тиражування, поширення та зберігання ЕП;

вартість супроводження, перероблення та перевидання ЕП.

Для побудови регресійних моделей собівартості МНМК (Y) обрані такі чинники:

середня вартість оплати праці розробників (X_1);

обсяг публікації (кількість слайдів) (X_2);

середня ціна запису CD (X_3);

витрати на зберігання та розповсюдження (X_4);

відрахування за використання ліцензійного ПЗ (X_5).

Доцільно розглянути лінійну багатофакторну регресійну модель, яка найчастіше всього використовується у економічних дослідженнях [143; 145] й якій відповідає рівняння множинної лінійної регресії вигляду:

$$\tilde{y} = b_0 + \sum_{i=1}^n b_i \cdot X_{ij}, \quad (9.1)$$

де \tilde{y} – функція відгуку;

b_0 – параметр, який показує постійну складову функції відгуку, не залежну від значень розглянутих факторів X_i ;

b_i – параметри, які залежать від ступеня впливу кожного розглянутого фактора;

$n = 5$ – кількість розглянутих факторів.

Для забезпечення достовірності моделі необхідно забезпечити достатній обсяг статистичної вибірки, на підставі якої виконується моделювання. У даному випадку для побудови моделі використані матеріали видавничого центру "Академія" [314], наведені в табл. 9.1.

Вихідні дані для побудови моделі собівартості МНМК

Витрати на виробництво (Y)	Середня вартість оплати праці розробників (X1)	Обсяг публікації (кількість слайдів) (X2)	Середня ціна запису CD (X3)	Витрати на зберігання та розповсюдження (X4)	Відрахування на використання ліцензійного ПЗ (X5)
1011	107	64	20.33	92	700
799	102	37	20.04	83	460
995	107	41	19.87	95	680
1243	122	71	20.48	124	700
1507	108	80	20.13	96	700
947	102	41	20.26	106	680
.....					
1663	107	99	20.24	86	700
1114	198	81	19.83	79	700
863	104	61	19.97	92	680
932	107	49	20.10	85	680
978	105	58	20.01	89	680
1621	123	73	20.21	121	700
1199	119	59	20.40	125	700
999	105	49	19.66	69	680
935	103	46	19.37	61	680
1494	120	88	20.25	116	700
817	102	52	19.82	82	680

Кількість даних, наведених у табл. 9.1, дорівнює 99. Самі дані в рамках поставленої задачі розглядаються як вибірка з генеральної сукупності всіх мультимедійних електронних підручників видавничого центру "Академія".

Оскільки наведені дані є основою економетричних моделей, то під час формування вибірки слід перевірити дані на однорідність. Критерії математичної статистики дозволяють кількісно перевірити однорідність даної вибірки. Такими критеріями є: *F*-тест (критерій Фішера), тест Бартлетта, тест Левена.

F-тест застосовується для порівняння дисперсій тільки двох вибірок, і його значення визначається такою формулою:

$$F = \frac{S_x^2}{S_y^2}, \quad (9.2)$$

де *F* – випадкова величина, що задовольняє *F*-розподілу з (*n*, *m*) ступенями свободи;

n – кількість спостережень у вибірці з більшою дисперсією;
 m – кількість спостережень у вибірці з меншою дисперсією.

Більш докладно F -розподіл описаний в роботі [63]. Наведений F -тест слід застосовувати до даних, що задовольняють нормальному розподілу, оскільки він дає дуже грубі результати у використанні даних, які йому не задовольняють.

Тест Бартлетта можна використовувати для перевірки однорідності дисперсії більше, ніж для двох вибірок. Тест Бартлетта чутливий до вибірок даних, що не задовольняють нормальному розподілу. Тому якщо вибірка складається з таких даних, то тест Бартлетта можна використовувати для перевірки нормального розподілу даних, а не однорідності дисперсії.

$$B = \frac{kn \ln \sigma_{\text{общ}}^2 - n \sum_i \ln \sigma_i^2}{1 + \frac{k+1}{3nk}} \approx 0,66, \quad (9.3)$$

де k – кількість груп;

n – загальна кількість спостережень;

$\sigma_{\text{заг}}^2$ – загальна дисперсія;

σ_i^2 – дисперсія i -ї групи спостережень.

Оскільки $B \approx 0,66$ не перевищує $\chi^2 = \text{ХИ2.ОБР}(0,95;5) = 11,0705$ з обраним рівнем значущості $\alpha = 0,05$ і ступенях свободи $(k-1)$, то можна стверджувати, що дисперсії взяті з однорідної сукупності спостережень.

Тест Левена також можна використовувати для перевірки однорідності дисперсії більше, ніж для двох вибірок. Цей тест менш чутливий до відхилень від нормального розподілу даних, ніж тест Бартлетта. З іншого боку, якщо вибіркові дані задовольняють нормальному розподілу, то тест Бартлетта має більш високу ефективність.

Необхідно зазначити, що вбудованої функції тесту Бартлетта в програмному середовищі *MS Excel* немає. Тут можливі два шляхи вирішення виниклої проблеми: встановити модуль *StatPlus* або засобами *MS Excel* створити власний алгоритм розрахунку теста Бартлетта. На рис. 9.2 зображений робочий аркуш програми, який містить основні розрахунки характеристик, що входять у формулу (9.3) теста Бартлетта. Також наводиться покроковий алгоритм реалізації тесту Бартлетта засобами *MS Excel*.

Тест Бартлетта					
Первый шаг	Описательная статистика				
Второй шаг	Рассчитать общую дисперсию				
Третий шаг	Рассчитать A				
Четвертый шаг	Рассчитать B				
Пятый шаг	Вычислить тестовую статистику Бартлетта				
введите "0" для непреобразованных данных, "1" для трансформации данных, "2" для квадратного корня :	0				
введите const добавить к каждому номеру:	0				
P-value:	0,656				
means of transformed data:	0,0802	0,0748	0,103443	0,078013	0,0957
standard deviations of transformed data:	0,012	0,008597	0,016	0,013	0,013

Рис. 9.2. Розрахунок тестової статистики Бартлетта засобами *MS Excel*

У першому наближенні оцінювання існування залежності функції відгуку (собівартість МНМК) від кожного із розглянутих факторів можна зробити на підставі аналізу діаграм вихідних даних (рис. 9.3).

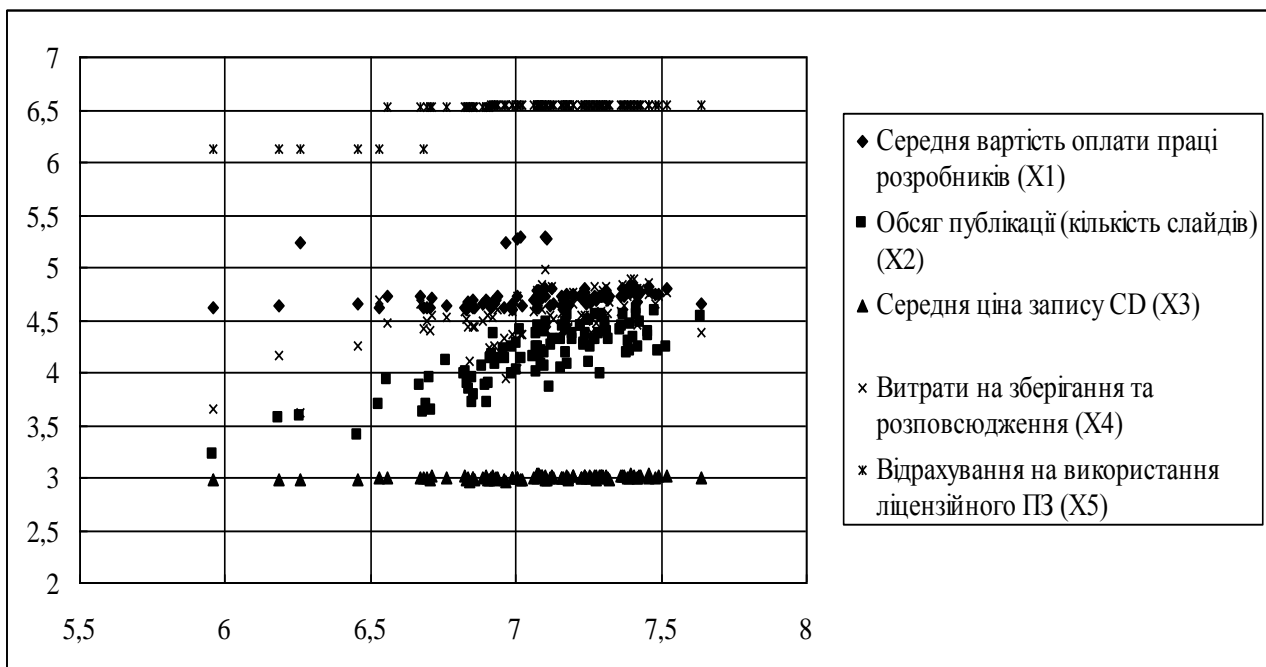


Рис. 9.3. Діаграма змін факторів X1, X2, X3, X4 та X5

Для зручності всі величини на рис. 9.3 подані в логарифмічному масштабі. З розгляду графічного відображення вихідних даних кожного з факторів можна зробити висновок про ймовірне існування закономірностей між собівартістю МНМК й цими факторами, оскільки всі криві, які відображують зміну факторів, мають подібний характер:

на ділянках монотонної зміни значень факторів функція також монотонна;

малі зміни значень факторів не викликають суттєвої зміни функції.

Однак є і певні розходження, відображені відповідними "хмарами" на діаграмі: фактори середня ціна запису CD (X_3) і витрати на зберігання та розповсюдження (X_4). Тобто зв'язок між наведеними даними необхідно додатково досліджувати. Формальне оцінювання існування закономірності можна дати, спираючись на величину коефіцієнта парної кореляції (9.4), який показує ймовірність існування лінійної залежності між двома статистичними вибірками рівного обсягу. Аналогічним чином можна наближено оцінити існування взаємозв'язку між факторами:

$$r_i = \frac{\overline{X_i y} - \bar{X}_i \bar{y}_i}{\sigma_{X_i} \cdot \sigma_y}, \quad r_{ij} = \frac{\overline{X_i X_j} - \bar{X}_i \bar{X}_j}{\sigma_{X_i} \cdot \sigma_{X_j}}, \quad (9.4)$$

де $\overline{X_i y}$ – середнє арифметичне добутку i -го фактора та функції;

\bar{X}_i – середнє арифметичне i -го фактора;

\bar{y} – середнє арифметичне функції;

σ_{X_i}, σ_y – дисперсії, відповідно, i -го фактора та функції відгуку.

Для розрахунку коефіцієнта парної кореляції був використаний інструмент *Кореляція*, який застосовується, якщо є більше двох змінних вимірів для кожного об'єкта. У результаті створена таблиця – кореляційна матриця, яка показує значення функції КОРРЕЛ для кожної можливої пари змінних вимірів (табл. 9.2). Будь-яке значення коефіцієнта кореляції повинно знаходитися в діапазоні від -1 до +1 включно. Звернення до засобів аналізу даних здійснювалося через команду *Аналіз даних* меню *Сервіс*.

Кореляційна матриця вихідних даних

Фактори	Витрати на виробництво (Y)	Середня вартість оплати праці розробників (X1)	Обсяг публікації (кількість слайдів) (X2)	Середня ціна запису CD (X3)	Витрати на зберігання та розповсюдження (X4)	Відрахування на використання ліцензійного ПЗ (X5)
1	2	3	4	5	6	7
Витрати на виробництво, Y	1	0,03	0,77	0,49	0,56	0,59
Середня вартість оплати праці розробників, X1	0,03	1	0,09	-0,12	-0,16	0,02
Обсяг публікації (кількість слайдів), X2	0,77	0,09	1	0,38	0,43	0,58
Середня ціна запису CD, X3	0,48	-0,12	0,38	1	0,71	0,33
Витрати на зберігання та розповсюдження, X4	0,56	-0,16	0,43	0,71	1	0,41
Відрахування на використання ліцензійного ПЗ, X5	0,59	0,02	0,58	0,33	0,41	1

Таким чином, зв'язок між функцією відгуку та факторами X_2 , X_3 , X_4 і X_5 є істотним. Найбільший вплив на результативну ознаку надає фактор X_2 . Аналіз розрахункових значень коефіцієнтів кореляції наведено в табл. 9.3.

Розрахунок коефіцієнтів парної кореляції

Порівнювані величини		Значення коефіцієнта кореляції	Існування лінійної залежності	Характер лінійної залежності
Y	X1	0,0337	Практично відсутня	Висхідна
Y	X2	0,7739	Сильна	Висхідна
Y	X3	0,4809	Помірна	Висхідна
Y	X4	0,5600	Помірна	Висхідна
Y	X5	0,5905	Помірна	Висхідна
X1	X2	0,0893	Практично відсутня	Висхідна
X1	X3	-0,1196	Практично відсутня	Спадна
X1	X4	-0,1569	Практично відсутня	Спадна
X1	X5	0,0168	Практично відсутня	Висхідна
X2	X3	0,3827	Слабка	Висхідна
X2	X4	0,4260	Слабка	Висхідна
X2	X5	0,5745	Помірна	Висхідна
X3	X4	0,7029	Сильна	Висхідна
X3	X5	0,3322	Слабка	Висхідна
X4	X5	0,4093	Слабка	Висхідна

Згідно з табл. 9.3 між розглянутими факторами лінійний зв'язок практично відсутній, що свідчить про відсутність ефекту мультиколінеарності. Водночас між функцією відгуку, навпаки, проглядається наявність тісного лінійного зв'язку всіх факторів, крім фактора середньої вартості оплати праці розробників (X_1). Таким чином, модель (9.1) може насправді детально описувати процес обліку різноманітних факторів, що впливають на собівартість мультимедійних навчально-методичних комплексів.

Коефіцієнти кореляції як статистичні величини в аналізі піддаються оцінюванню на достовірність. Це пояснюється тим, що будь-яка сукупність спостережень є деякою вибіркою. Отже, значення будь-якого показника, обчислене на основі вибірки, не може розглядатися як істинне, а є тільки більш-менш точною його оцінкою.

Для оцінювання значущості коефіцієнта кореляції використовують t -критерій Стьюдента (t -test), який застосовується у t -розподілі, відмінному від нормального. Для цього висувається та перевіряється нульова гіпотеза (H_0) про дорівненість r_{ij} нулю, тобто $H_0: r_{ij} = 0$. Якщо нульова гіпотеза відкидається,

то коефіцієнт кореляції визнається значущим, а зв'язки між факторами – істотними. Формула розрахунку t -критерію Стьюдента має вигляд:

$$t_{розр} = r_{ij} \sqrt{\frac{n - k - 1}{1 - r_{ij}^2}}, \quad (9.5)$$

який потім порівнюється з табличним зі заданим рівнем значущості α .

Порівняльний аналіз і відповідні висновки щодо значущості зв'язку наведені на рис. 9.4.

t_t	1,6614037							
t_YX1	0,3248638	незначущий	t_X1X2	0,8645461	незначущий	t_X2X4	5,01942	значущий
t_YX2	11,784415	значущий	t_X1X3	-1,1621955	незначущий	t_X2X5	6,76921	значущий
t_YX3	5,2898995	значущий	t_X1X4	-1,5324796	незначущий	t_X3X4	7,18633	значущий
t_YX4	6,5188018	значущий	t_X1X5	0,1624271	незначущий	t_X3X5	4,32637	значущий
t_YX5	7,0561258	значущий	t_X2X3	3,9953266	значущий	t_X4X5	4,32637	значущий

Рис. 9.4. Порівняльний аналіз коефіцієнтів кореляції за допомогою критерію Стьюдента

Для оцінювання значущості отриманих коефіцієнтів кореляції, у *MS Excel* використовувалась вбудована функція СТЬЮДРАСПОБР (*ймовірність*; *ступені_свободи*), де *ймовірність* – імовірність, відповідна двосторонньому розподілу Стьюдента; *ступені_свободи* – число ступенів свободи, яке характеризує розподіл. Для даної задачі був розрахований табличний критерій Стьюдента (СТЬЮДЕНТ.ОБР(0,95;93) = 1,66) і t -статистику за формулою (9.5).

9.3. Побудова аналітичної моделі собівартості МНМК

На підставі розглянутих діаграм вихідних даних (див. рис. 9.3), аналізу кореляційної матриці (див. табл. 9.3), даних табл. 9.2 і вищенаведених міркувань можна вважати, що обрані фактори є попарно незалежними і кожен з них впливає на величину функції відгуку. Для оцінювання ступеня впливу кожного з факторів слід виконати нормування (приведення всіх величин до єдиного масштабу) і побудувати багатofакторну регресійну модель (9.1). За допомогою інструмента *Регресія* (*Сервіс* → *Аналіз даних* → *Регресія*) отримані результати, наведені на рис. 9.5.

Вывод итогов								
Регрессионная статистика								
Множественный R	0,825728251							
R-квадрат	0,681827144							
Нормированный R-квадрат	0,664721076							
Стандартная ошибка	185,3514324							
Наблюдения	99							
Дисперсионный анализ								
	df	SS	MS	F	Значимость F			
Регрессия	5	6846774,139	1369354,828	39,858789	1,0606E-21			
Остаток	93	3195029,275	34355,15349					
Итого	98	10041803,41						
	Коэффициенты	Стандартная ошибка	t-статистика	P-Значение	Нижние 95%	Верхние 95%	Нижние 95,0%	Верхние 95,0%
Y-пересечение	-1864,063369	1728,578865	-1,078379128	0,2836537	-5296,6784	1568,5517	-5296,6784	1568,5517
Средняя стоимость оплаты труда разработчиков (X1)	0,327713116	0,91624087	0,357671357	0,7213997	-1,4917597	2,1471859	-1,4917597	2,1471859
Объем публикации (количество слайдов) (X2)	10,60922722	1,408207244	7,533853601	3,153E-11	7,81280672	13,405648	7,8128067	13,405648
Средняя цена записи CD (X3)	70,89980717	89,29459287	0,793998885	0,4292174	-106,42156	248,22117	-106,42156	248,22117
Затраты на хранение и распространение (X4)	3,331574448	1,365437769	2,439931371	0,0165856	0,62008565	6,0430632	0,6200856	6,0430632
Отчисления за использование лицензионного ПО (X5)	0,872225083	0,410352662	2,125549957	0,0361908	0,05734602	1,6871041	0,057346	1,6871041

Рис. 9.5. Багатофакторна модель собівартості мультимедійних видань (за надбудовою "Анализ данных")

Отримано рівняння регресії:

$$Y = -1864,06 + 0,33X_1 + 10,61X_2 + 70,9X_3 + 3,33X_4 + 0,87X_5. \quad (9.6)$$

Коефіцієнти в моделі множинної регресії називають *коефіцієнтами чистої регресії*. Вони оцінюють середню зміну відгуку Y зі зміною величини X_i на одиницю, якщо всі інші пояснювальні змінні приймають постійні значення. Надамо інтерпретацію параметрів моделі. Вона така:

вільний член рівняння $b_0 = -1864,06$ є оцінкою середньої собівартості МНМК за умови нульових значень усіх факторів. Оскільки маємо від'ємне значення цього параметра, то ця умова позбавлена сенсу, в даній ситуації величина вільного члена b_0 не має розумної інтерпретації;

коефіцієнт регресії $b_1 = 0,33$ показує, що зі збільшенням вартості оплати праці розробників на 1 000 грн собівартість МНМК збільшиться на 330 грн;

коефіцієнт регресії $b_2 = 10,6$ показує, що зі збільшенням обсягу публікацій на 1 шт. собівартість МНМК збільшиться на 10,6 грн;

коефіцієнт регресії $b_3 = 70,89$ показує, що кожний додатковий запис CD збільшує собівартість МНМК приблизно на 71 грн;

коефіцієнт регресії $b_4 = 3,33$ показує, що якщо збільшити витрати на зберігання та розповсюдження МНМК на 1 000 грн, то їх собівартість збільшиться на 3 330 грн;

коефіцієнт регресії $b_5 = 0,87$ показує, що зі збільшенням вартості ліцензійного ПЗ на 1 000 грн собівартість мультимедійних видань збільшиться на 870 грн.

Таким чином, отримано цілком розумний результат. Можна вважати, що регресійна модель (9.6) з точки зору економічної інтерпретації є адекватною та логічно описує зв'язок факторів з функцією відгуку.

Однак крім економічної інтерпретації коефіцієнтів регресійної моделі необхідно також провести аналіз самої моделі з точки зору значущості кожного з факторів, що розглядаються, окремо та моделі в цілому.

За результатами застосування надбудови *Анализ данных*, які наведені на рис. 9.5, треба надати характеристику показникам, значення яких були обчислені за допомогою інструмента *Регресия* (табл. 9.4).

Таблиця 9.4

Аналіз показників лінійної моделі

Показники	Значення	Розрахункова формула	Характеристика
1	2	3	4
<i>Множинний R</i>	Коефіцієнт множинної кореляції	$R = \sqrt{1 - \frac{S_{\varepsilon}^2}{S_y^2}} = 0,83$	Ступінь залежності між незалежними змінними (фактори X_i) і залежною змінною (Y) дорівнює 83 %
<i>R-квадрат</i>	Множинний коефіцієнт детермінації	$R^2 = 1 - \frac{\sum \varepsilon_i^2}{\sum (y_i - \bar{y})^2} = 0,68$	Багатофакторна модель (9.6) пояснює 68 % загальної мінливості собівартості електронних мультимедійних видань

1	2	3	4
<i>Нормований R-квадрат</i>	Скоригований коефіцієнт детермінації	$\hat{R}^2 = 1 - (1 - R^2) \frac{n-1}{n-m-1} = 0,66$	Коефіцієнт детермінації з поправкою на число пояснювальних змінних дорівнює 66 %
<i>Стандартна помилка</i>	Оцінка S для середньо квадратичного відхилення σ	$S^2 = \frac{\sum \varepsilon_i^2}{n-m-1} = 185,35$	Чим менша стандартна помилка, тим більш достовірною є оцінка
<i>Спостереження</i>	Кількість спостережень	$n = 99$	–
<i>Дисперсійний аналіз</i>			
<i>Стовпець df</i>	Число ступенів свободи	$df_1 = n = 5$ $df_2 = n - m - 1 = 93$ $df_3 = df_1 + df_2 = 98$	<p>Для рядка <i>Регресія</i> число ступенів свободи визначається кількістю факторних ознак у рівнянні регресії.</p> <p>Для рядка <i>Залишок</i> число ступенів свободи визначається кількістю спостережень і кількістю змінних у рівнянні регресії.</p> <p>Для рядка <i>Разом</i> число ступенів свободи визначається сумою перших двох рядків</p>

1	2	3	4
Стовпець <i>SS</i>	Сума квадратів відхилень	Для рядка <i>Регресія</i> показник дорівнює величині $SS_r = \sum (\tilde{y}_i - \bar{y})^2 ;$ для рядка <i>Залишок</i> - дорівнює величині $SS_\varepsilon = \sum (\tilde{y}_i - y_i)^2 ;$ для рядка <i>Разом</i> – дорівнює $SS = SS_r + SS_\varepsilon .$	Розкладання загальної суми квадратів відхилень функції відгуку <i>Y</i> від середнього значення <i>Y</i> на дві частини: "пояснену" та "непояснену"
Стовпець <i>MS</i>	Дисперсії на одну ступінь свободи	$MS = \frac{SS}{df}$	Для рядка регресія – це факторна дисперсія. Для рядка залишок – це залишкова дисперсія
Стовпець <i>F</i>	Значення критерію Фішера	$F = \frac{SS_r}{SS_\varepsilon} \cdot \frac{n - m}{m - 1} = 39,86$	Мінливість розрахункових значень майже в 40 разів перевищує мінливість залишку моделі
Стовпець <i>Значущість F</i>	Значення рівня значущості, що відповідає обчисленню величини <i>F</i> -критерію	Визначається за допомогою вбудованої функції =FPACП(F, df1,df2)	Оскільки ймовірність менша рівня значущості, то побудована регресія є значущою
Остання група показників (див. рис. 9.5)			
Стовпець <i>Коефіцієнти</i>	Обчислені значення коефіцієнтів, розташованих зверху – вниз	$b_0 = -1864,06, b_1 = 0,33, b_2 = 10,61,$ $b_3 = 70,9, b_4 = 3,33, b_5 = 0,87$	Значення коефіцієнтів регресії

1	2	3	4
Стовпець Стандартна помилка	Середнє квадратичне відхилення коефіцієнта регресії	$S_{b_j} = \sqrt{\frac{S_\varepsilon^2}{(x_j - \bar{x}_j)^2}}$	Стандартні помилки коефіцієнтів регресії
Стовпець <i>t</i> -статистика	Значення статистик Стьюдента	$t_{b_j} = \frac{b_j}{S_{b_j}}$	Розрахункові значення <i>t</i> -критерію
Стовпець <i>P</i> -значення	Містить імовірності випадкових подій $P(t_t \geq t_j)$, де t_t – ви- падкова величина, що підкоря- ється розпо- ділу Стью- дента з $n-m$ ступенями свободи	Визначається за допомогою вбудованої функції =СТЮДРАСП(t_j , $n-m-1$)	Ця ймовірність повинна бути меншою рівня значущості $\alpha = 0,05$, щоб прийняти гіпотезу про зна- чущість коефіці- єнтів регресії. З рис. 9.5 видно, що значущими є всі коефіцієнти регресії, крім X_1 і X_3
Стовпці Нижні 95 % і Верхні 95 %	Відповідно, нижні та верхні інтервали для оціню- ваних коефіцієнтів регресії	$b_j - t_t \cdot S_{b_j} < \beta_j < b_j + t_t \cdot S_{b_j}:$ $-1,49 < \beta_1 < 2,14;$ $7,8 < \beta_2 < 13,4;$ $-106,4 < \beta_3 < 248,2;$ $0,62 < \beta_4 < 6,04;$ $0,06 < \beta_1 < 1,69$	Статистичний показник, що дозволяє оцінити, в яких межах може перебувати справжнє зна- чення параметрів регресії. Видно, що коефіцієнти b_1 і b_3 потрапили в інтервал, що накриває нуль. Це говорить про їх статистичну незначущість

Невеликий коефіцієнт детермінації та незначущість коефіцієнтів за факторів X_1 і X_3 свідчить, що модель (9.6) потребує подальших досліджень.

Вище для оцінки тісноти зв'язку між двома змінними був введений вибірковий коефіцієнт кореляції. У випадку декількох змінних високе значення коефіцієнта кореляції може означати високий ступінь лінійної залежності. Але це може означати і те, що третя змінна надає значний вплив на дві перші змінні і що саме вона є основною причиною їх високої кореляції. Тому необхідно знайти "чисту" кореляцію між двома змінними, виключивши вплив інших факторів. Це здійснюється шляхом обчислення коефіцієнта частинної кореляції. Коефіцієнт частинної кореляції відрізняється від простого коефіцієнта лінійної парної кореляції тим, що він вимірює парну кореляцію відповідних ознак (Y та X_i) за умови, що вплив на них інших факторів (X_j) усунуто.

На підставі частинних коефіцієнтів можна зробити висновок про обґрунтованість включення змінних у регресійну модель. Якщо значення коефіцієнта мале або він незначущий, це означає, що зв'язок між даним фактором і результативною змінною дуже слабкий або зовсім відсутній, тому фактор можна виключити з моделі. Усі розрахункові значення частинних коефіцієнтів кореляції, а також їх статистична значущість порівняно з теоретичним t -критерієм, який дорівнює $t(n-k-2; \alpha/2) = (96; 0,025) = 1,984$, наведені в табл. 9.5.

Таблиця 9.5

Частинні коефіцієнти кореляції

Перша група коефіцієнтів кореляції	Друга група коефіцієнтів кореляції
1	2
$r_{yx1/x2} = \frac{0.0337 - 0.774 \cdot 0.0893}{\sqrt{(1-0.774^2)(1-0.0893^2)}} = -0.0561$ <p>Не є значущим</p>	$r_{yx4/x5} = \frac{0.56 - 0.59 \cdot 0.409}{\sqrt{(1-0.59^2)(1-0.409^2)}} = 0.432$ <p>Значущий</p>
$r_{yx1/x3} = \frac{0.0337 - 0.481 \cdot (-0.12)}{\sqrt{(1-0.481^2)(1-0.12^2)}} = 0.105$ <p>Не є значущим</p>	$r_{yx5/x2} = \frac{0.59 - 0.774 \cdot 0.575}{\sqrt{(1-0.774^2)(1-0.575^2)}} = 0.281$ <p>Значущий</p>
$r_{yx1/x4} = \frac{0.0337 - 0.56 \cdot (-0.157)}{\sqrt{(1-0.56^2)(1-0.157^2)}} = 0.149$ <p>Не є значущим</p>	$r_{yx5/x4} = \frac{0.59 - 0.56 \cdot 0.409}{\sqrt{(1-0.56^2)(1-0.409^2)}} = 0.478$ <p>Значущий</p>
$r_{yx1/x5} = \frac{0.0337 - 0.59 \cdot 0.0168}{\sqrt{(1-0.59^2)(1-0.0168^2)}} = 0.0293$ <p>Не є значущим</p>	$r_{x1\ x2/x4} = \frac{0.0893 - (-0.157) \cdot 0.426}{\sqrt{(1-0.157^2)(1-0.426^2)}} = 0.175$ <p>Не є значущим</p>

1	2
$r_{yx2/x3} = \frac{0.774 - 0.481 \cdot 0.383}{\sqrt{(1-0.481^2)(1-0.383^2)}} = 0.728$ <p style="text-align: center;">Значущий</p>	$r_{x1x2/x5} = \frac{0.0893 - 0.0168 \cdot 0.575}{\sqrt{(1-0.0168^2)(1-0.575^2)}} = 0.0972$ <p style="text-align: center;">Не є значущим</p>
$r_{yx2/x4} = \frac{0.774 - 0.56 \cdot 0.426}{\sqrt{(1-0.56^2)(1-0.426^2)}} = 0.714$ <p style="text-align: center;">Значущий</p>	$r_{x1x3/x2} = \frac{-0.12 - 0.0893 \cdot 0.383}{\sqrt{(1-0.0893^2)(1-0.383^2)}} = -0.167$ <p style="text-align: center;">Не є значущим</p>
$r_{yx2/x5} = \frac{0.774 - 0.59 \cdot 0.575}{\sqrt{(1-0.59^2)(1-0.575^2)}} = 0.658$ <p style="text-align: center;">Значущий</p>	$r_{x1x3/x4} = \frac{-0.12 - (-0.157) \cdot 0.703}{\sqrt{(1-0.157^2)(1-0.703^2)}} = -0.0132$ <p style="text-align: center;">Не є значущим</p>
$r_{yx3/x2} = \frac{0.481 - 0.774 \cdot 0.383}{\sqrt{(1-0.774^2)(1-0.383^2)}} = 0.316$ <p style="text-align: center;">Значущий</p>	$r_{x1x3/x5} = \frac{-0.12 - 0.0168 \cdot 0.332}{\sqrt{(1-0.0168^2)(1-0.332^2)}} = -0.133$ <p style="text-align: center;">Не є значущим</p>
$r_{yx3/x4} = \frac{0.481 - 0.56 \cdot 0.703}{\sqrt{(1-0.56^2)(1-0.703^2)}} = 0.148$ <p style="text-align: center;">Не є значущим</p>	$r_{x1x4/x2} = \frac{-0.157 - 0.0893 \cdot 0.426}{\sqrt{(1-0.0893^2)(1-0.426^2)}} = -0.216$ <p style="text-align: center;">Значущий</p>
$r_{yx3/x5} = \frac{0.481 - 0.59 \cdot 0.332}{\sqrt{(1-0.59^2)(1-0.332^2)}} = 0.374$ <p style="text-align: center;">Значущий</p>	$r_{x1x4/x5} = \frac{-0.157 - 0.0168 \cdot 0.409}{\sqrt{(1-0.0168^2)(1-0.409^2)}} = -0.18$ <p style="text-align: center;">Не є значущим</p>
$r_{yx4/x2} = \frac{0.56 - 0.774 \cdot 0.426}{\sqrt{(1-0.774^2)(1-0.426^2)}} = 0.402$ <p style="text-align: center;">Значущий</p>	$r_{x1x5/x2} = \frac{0.0168 - 0.0893 \cdot 0.575}{\sqrt{(1-0.0893^2)(1-0.575^2)}} = -0.0422$ <p style="text-align: center;">Не є значущим</p>
$r_{x1x5/x4} = \frac{0.0168 - (-0.157) \cdot 0.409}{\sqrt{(1-0.157^2)(1-0.409^2)}} = 0.0899$ <p style="text-align: center;">Не є значущим</p>	$r_{x2x3/x4} = \frac{0.383 - 0.426 \cdot 0.703}{\sqrt{(1-0.426^2)(1-0.703^2)}} = 0.129$ <p style="text-align: center;">Не є значущим</p>
$r_{x2x3/x5} = \frac{0.383 - 0.575 \cdot 0.332}{\sqrt{(1-0.575^2)(1-0.332^2)}} = 0.249$ <p style="text-align: center;">Значущий</p>	$r_{x2x4/x5} = \frac{0.426 - 0.575 \cdot 0.409}{\sqrt{(1-0.575^2)(1-0.409^2)}} = 0.256$ <p style="text-align: center;">Значущий</p>
$r_{x2x5/x4} = \frac{0.575 - 0.426 \cdot 0.409}{\sqrt{(1-0.426^2)(1-0.409^2)}} = 0.485$ <p style="text-align: center;">Значущий</p>	$r_{x3x4/x2} = \frac{0.703 - 0.383 \cdot 0.426}{\sqrt{(1-0.383^2)(1-0.426^2)}} = 0.646$ <p style="text-align: center;">Значущий</p>
$r_{x3x4/x5} = \frac{0.703 - 0.332 \cdot 0.409}{\sqrt{(1-0.332^2)(1-0.409^2)}} = 0.659$ <p style="text-align: center;">Значущий</p>	$r_{x3x5/x2} = \frac{0.332 - 0.383 \cdot 0.575}{\sqrt{(1-0.383^2)(1-0.575^2)}} = 0.148$ <p style="text-align: center;">Не є значущим</p>
$r_{x3x5/x4} = \frac{0.332 - 0.703 \cdot 0.409}{\sqrt{(1-0.703^2)(1-0.409^2)}} = 0.0685$ <p style="text-align: center;">Не є значущим</p>	$r_{x4x5/x2} = \frac{0.409 - 0.426 \cdot 0.575}{\sqrt{(1-0.426^2)(1-0.575^2)}} = 0.222$ <p style="text-align: center;">Значущий</p>

З аналізу табл. 9.5 можна зробити висновок, що для побудови регресійного рівняння слід відібрати фактори X_2 , X_3 , X_4 і X_5 . Але з економічної точки зору всі п'ять факторів повинні бути присутніми в моделі, тому що вартість праці команди розробників ЕП і залучуваних зовнішніх учасників процесу його реалізації обов'язково треба враховувати в моделі собівартості МНМК.

Доцільно розглянути перший фактор більш докладно. Розрахунок вартості створення МНМК заснований на визначенні кількості робочих днів, що витрачаються авторським колективом на створення даного видання (обумовлена договором нормативна трудомісткість створення елементів навчального матеріалу), й їх оплату. Можна враховувати кваліфікацію працівника (розряд за ЕТС) і рівень технічної складності виконаних робіт (коефіцієнт технічної складності навчального матеріалу визначається договором). Автор пропонує алгоритм розрахунку заробітної плати розробника МНМК (9.7) – (9.10).

Обчислення розміру оплати праці C члена авторського колективу здійснюють за формулою:

$$C = S \cdot N + D \cdot N / 26, \quad (9.7)$$

де S – вартість 8-годинного робочого дня працівника;

N – кількість робочих днів, витрачених ним на створення елементів навчального матеріалу;

D – коефіцієнт складності виконуваних робіт.

Вартість робочого дня конкретного працівника визначають за формулою:

$$S = \frac{\text{Розмір окладу працівника}}{26}. \quad (9.8)$$

Кількість робочих днів, витрачених працівником на створення елементів навчального матеріалу, визначають за формулою:

$$N = \sum_i \frac{V_i}{P_i}, \quad (9.9)$$

де V_i – загальний обсяг робіт i -го виду;

P_i – нормативна трудомісткість робіт i -го виду.

Доплата за складність виконаних робіт:

$$D = K \cdot \text{Розмір окладу працівника}, \quad (9.10)$$

де K – коефіцієнт технічної складності навчального матеріалу.

Аналізуючи формули (9.7) – (9.10), можна зазначити, що фактор X_1 не може бути виключений з моделі (9.6), оскільки він включає всі показники заробітної плати розробника МНМК і може бути еталонним комплексом визначення розміру окладу як для бюджетних організацій, так і приватних фірм, які займаються розробленням МНМК.

Приклад розрахунку оплати праці авторського колективу видавничого центру "Академія", який працював над електронним підручником "Ввід і обробка цифрової інформації" (код ІС: 601117389) у даному випадку такий. Спочатку треба визначити деякі нормативи (табл. 9.6).

Таблиця 9.6

**Нормативна трудомісткість робіт (P),
кількість (тривалість) за один робочий день**

Сторінок тексту формату А4	Математичних формул	Відео інформації, хв	Звукової інформації, хв	Анімації	Графічних фрагментів (готових)	Графічних об'єктів (розроблених)
10	30	20	20	2	10	5

У процесі створення електронних навчальних посібників введення коефіцієнтів технічної складності дозволяє відкоригувати вартість праці залежно від складності виконуваних робіт (табл. 9.7).

Таблиця 9.7

Коефіцієнти технічної складності (K) навчального матеріалу

Характер навчального матеріалу	Коефіцієнт складності
1	2
Тільки текст	Не вважається електронним підручником (посібником)
Тільки текст з гіперпосиланням	1
Текст з гіперпосиланням, що містить не менше 20 % (за обсягом виконаної роботи в днях) інших елементів (графіка, анімація, аудіо, відео)	2
Текст з гіперпосиланням, що містить не менше 40 % (за обсягом виконаної роботи в днях) інших елементів (графіка, анімація, аудіо, відео)	3

1	2
Текст з гіперпосиланням, що містить не менше 60 % (за обсягом виконаної роботи в днях) інших елементів (графіка, анімація, аудіо, відео)	4
Текст з гіперпосиланням, що містить не менше 80 % (за обсягом виконаної роботи в днях) інших елементів (графіка, анімація, аудіо, відео)	5

Після завершення роботи зі створення електронного підручника "Ввід і обробка цифрової інформації" були подані такі елементи (табл. 9.8).

Таблиця 9.8

Сумарна кількість елементів електронного навчального видання

Сторінок тексту формату А4	Математичних формул	Відео інформації, хв	Звукової інформації, хв	Анімації	Графічних фрагментів (готових)	Графічних об'єктів (розроблених)
80	20	40	40	5	0	25

Кількість робочих днів, витрачених працівниками на створення елементів навчального матеріалу, склала:

$$N = \frac{80}{10} + \frac{20}{30} + \frac{40}{20} + \frac{40}{20} + \frac{5}{2} + \frac{0}{10} + \frac{25}{5} = 20,17.$$

Вартість робочого дня для "усередненого" працівника з окладом 1 440 грн на місяць склала:

$$S = \frac{4000}{26} = 55\,368 \text{ грн.}$$

На створення елементів (графіка, анімація, аудіо, відео) було витрачено 13 робочих дні, що становить $13 / 20,17 = 64 \%$ від загального обсягу виконаної роботи. Отже, коефіцієнт технічної складності поданого навчального матеріалу дорівнює 4.

Оплата праці всього авторського колективу становить:

$$S = 153,8 \cdot 20,17 + 4000 \cdot 4 \cdot \frac{20,17}{26} = 5\,585,04 \text{ грн.}$$

Описаний розрахунок не враховує вартості створення програми-оболонки та тестової програми, які є універсальні та можуть бути використані у ряді проектів.

9.3.1. Дослідження математичної моделі собівартості МНМК на присутність гетероскедастичності

Щоб не виключати даний фактор з моделі, необхідно проаналізувати залишки моделі на наявність гетероскедастичності. Якщо виявиться, що в моделі має місце порушення однієї з передумов методу найменших квадратів, то після відповідних дій щодо його усунення модель може бути покращена. На рис. 9.6 наведені графіки залишків за всіма факторами моделі, які після використання інструменту Регресія були відповідним чином оформлені.

З рис. 9.6 помітно, що для факторів X_1 і X_5 може бути виявлена гетероскедастичність. Є підстави вважати, що ймовірнісний розподіл випадкових відхилень для різних спостережень буде різним. Це не означає, що випадкові відхилення будуть великими у певних спостереженнях і малими – в інших. Але це означає, що апріорна ймовірність цього значна. Тому важливо розуміти сутність явища гетероскедастичності й її наслідки. За умови гетероскедастичності наслідки застосування МНК будуть такими:

- 1) попередні оцінки коефіцієнтів залишаться незміщеними та лінійними;
- 2) оцінки не будуть ефективними (тобто вони не будуть мати найменшу дисперсію порівняно з іншими оцінками даного параметра). Вони не будуть навіть асимптотично ефективними. Збільшення дисперсії оцінок знижує ймовірність отримання максимально точних оцінок;
- 3) дисперсії оцінок будуть розраховуватися зі зміщенням. Зміщеність з'являється внаслідок того, що не пояснена рівнянням регресії дисперсія, яка використовується в обчисленні оцінок дисперсій всіх коефіцієнтів, більше не є незміщеною;
- 4) внаслідок вищесказаного всі висновки, отримані на основі відповідних t і F -статистик, а також інтервальні оцінки будуть ненадійними. Отже, статистичні висновки, отримані стандартними перевірками якості оцінок, можуть бути помилковими та спричинять неправильні висновки щодо побудованої моделі. Цілком імовірно, що стандартні помилки коефіцієнтів будуть занижені, а отже, t -статистики будуть завищені. Це може призвести до визнання статистично значущими коефіцієнтів, які такими насправді не є.

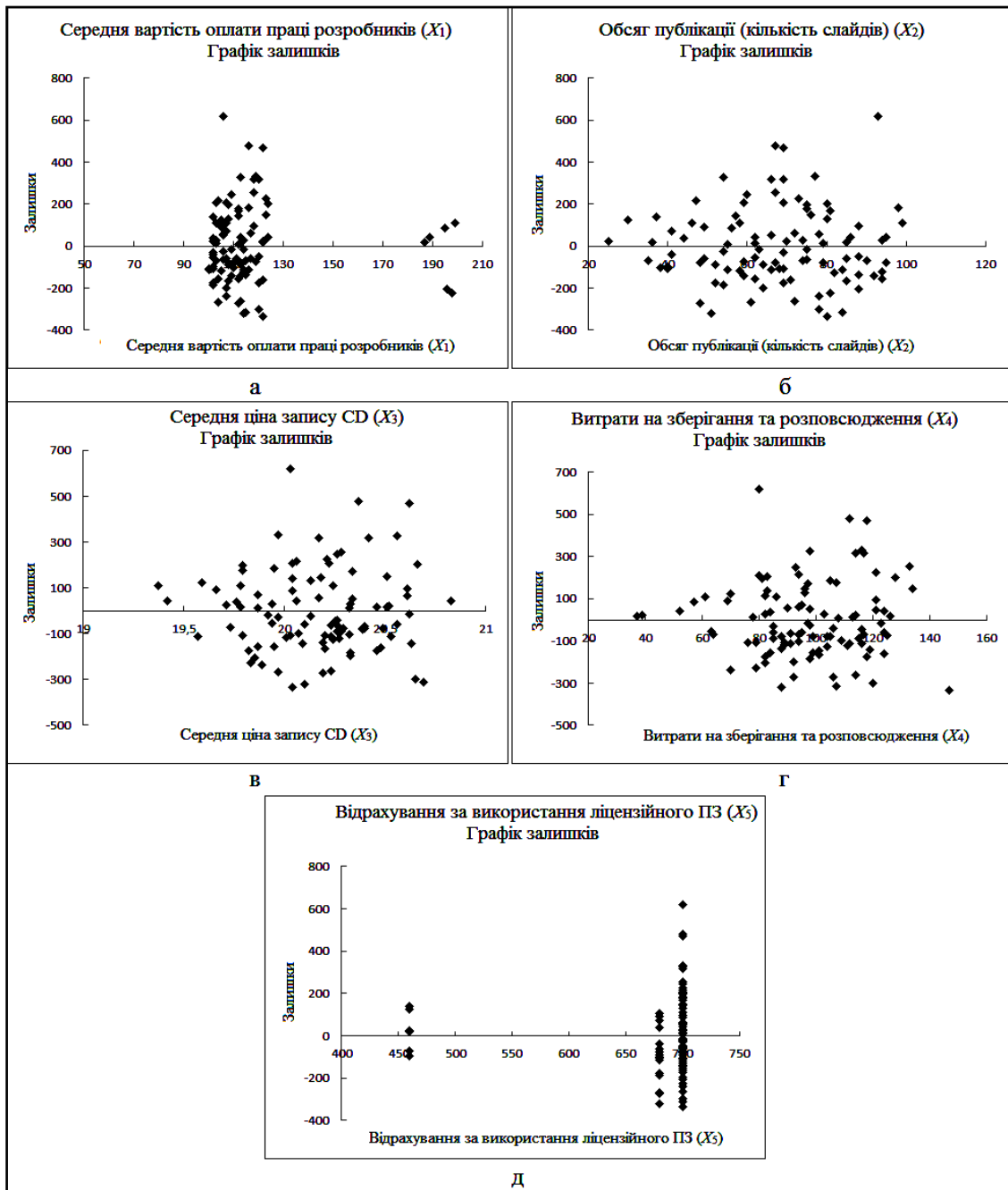


Рис. 9.6. Графік залежності залишків від: а – фактора X_1 ; б – фактора X_2 ; в – фактора X_3 ; г – фактора X_4 та д – фактора X_5

Виявлення гетероскедастичності в кожному конкретному випадку є досить складним завданням, оскільки для знання дисперсій відхилень необхідно знати розподіл випадкової величини Y , відповідні обраному значенню випадкової величини X_j .

Не існує однозначного методу визначення гетероскедастичності. Однак для такої перевірки розроблено достатня кількість тестів і критеріїв для них, одним з яких є *тест рангової кореляції Спірмена*.

Для подальшого дослідження моделі (9.6) на наявність гетероскедастичності автор використовував програмне середовище *MATLAB*.

9.3.2. Усунення гетероскедастичності засобами *MATLAB*

Для початку необхідно вихідні дані завдання імпортувати з *MS Excel* в *MATLAB*. Для зчитування даних з файлу *.xls* у *MATLAB* існує кілька способів, які можна розподілити на дві групи: з використанням функцій *MATLAB*, або вбудованих програм з графічним інтерфейсом. Для запису стовпців файлу *.xls* у вектора *MATLAB* можна скористатися Майстром імпорту (*Import Wizard*), для чого слід у меню *File* основного вікна *MATLAB* вибрати пункт *Import Data* та в діалоговому вікні відкриття файлу вказати потрібний файл. Після натискання в цьому вікні на кнопку *Open* з'являється вікно Майстра імпорту (рис. 9.7).

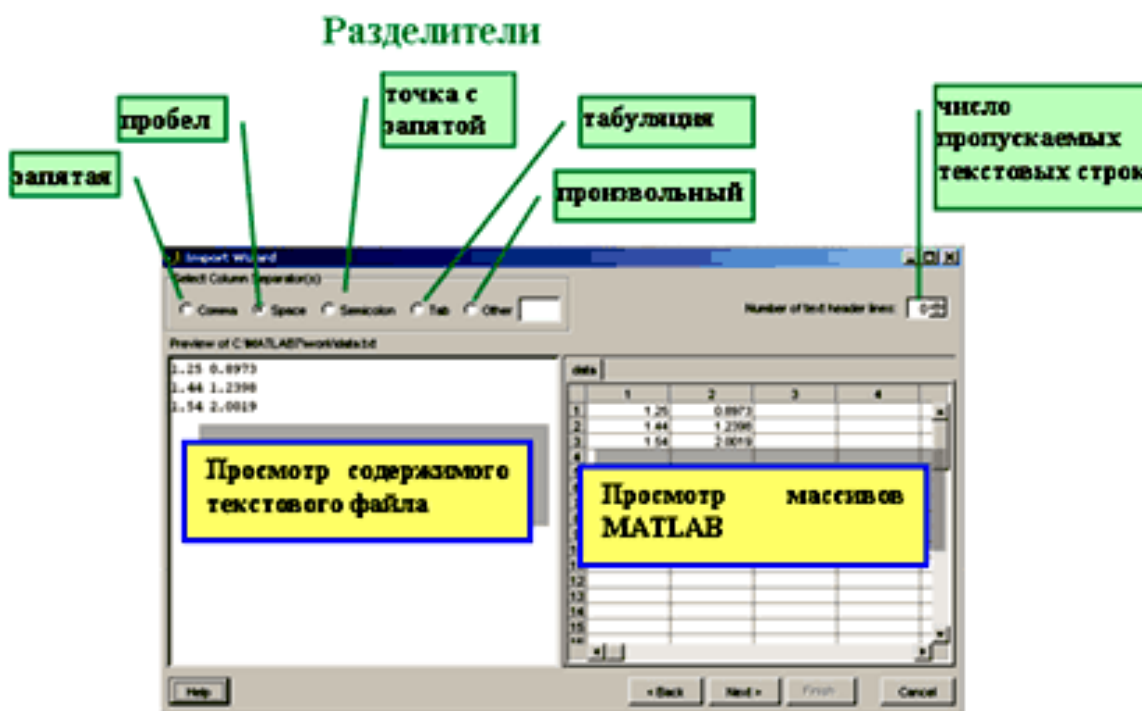


Рис. 9.7. Діалогове вікно Майстра імпорту

Другий крок Майстра імпорту, в якому можна вказати таке:

- 1) роздільник чисел в рядку (пробіл, табуляція, крапка з комою, кома чи довільний символ-роздільник);
- 2) скільки перших текстових рядків потрібно пропустити під час зчитування даних з файлу, якщо вони є;
- 3) подивитися на вміст текстового файлу та масивів, які будуть створені в *MATLAB*;

4) перейти на перший крок *Майстра імпорту* (кнопка *Back*), на якому можна вибрати інший файл з даними або отримати доступ до системного буферу обміну.

Після натискання кнопки *Next* з'являється вікно останнього кроку майстра, зображеного на рис. 9.8.

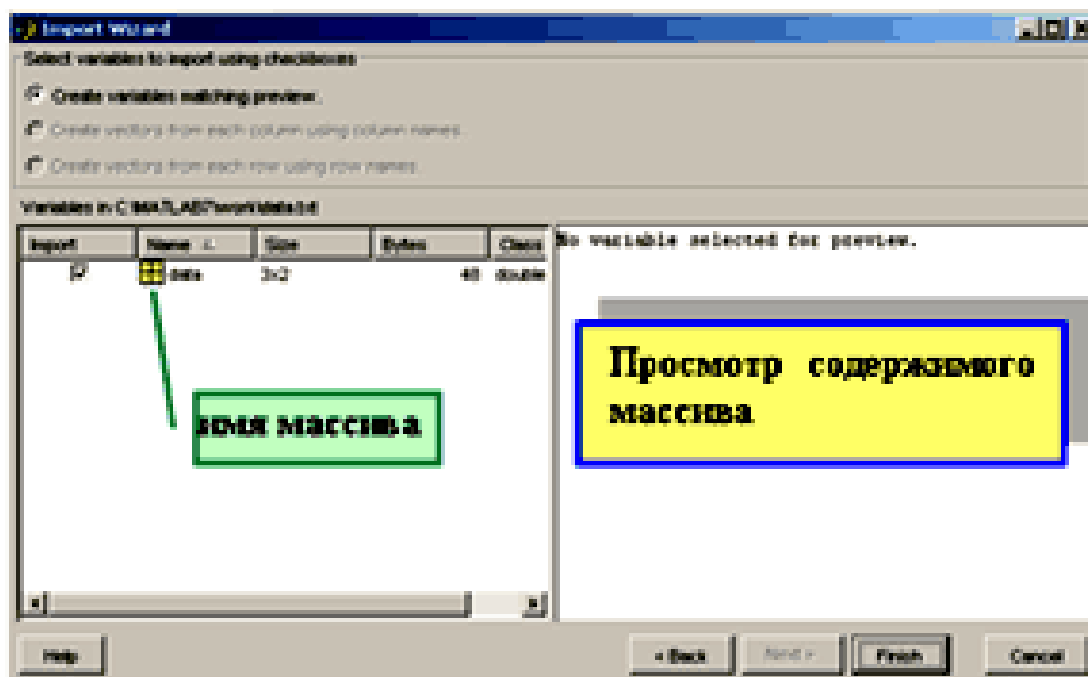


Рис. 9.8. Діалогове вікно останнього кроку *Майстра імпорту*

На останньому кроці можна:

- 1) подивитися вміст масиву з даними, для чого потрібно виділити його ім'я клацанням миші;
- 2) перейменувати масив, для чого потрібно зробити повторне клацання мишею на його імені та ввести в поле нове ім'я.

Після натискання на кнопку *Finish* в робочому середовищі з'явиться масив з обраним ім'ям. На рис. 9.8 масив називається *data*.

На жаль, вбудованої функції тесту Спірмена (та й будь-якого іншого теста на виявлення гетероскедастичності) у *MATLAB* немає [351]. Тому автор згідно з алгоритмом тесту Спірмена (рис. 9.9) розробив свою унікальну програму в середовищі *MATLAB* для виявлення гетероскедастичності в багатофакторній моделі.

Нижче детально розглянута робота програми *Geterosk.m* (m-файл середовища *MATLAB*, який містить алгоритм тесту Спірмена).

Вихідні дані (масиви Y та X = [X1 X2 X3 X4 X5]) задати таким

чином:

```
% Тест рангової кореляції Спірмена
clc % очищення екрану
clear all % очищення Workspace
% Ініціалізація даних
Y = [1011 799 995 1243 1507 947 1015 1169 1051 1372 1463 684
1251 1376 1193 1386 1631 1735 1181 922 1281 1333 1632 635 949
788 1728 1773 1679 1085 1214 1422 523 1025 1083 1466 1642 387
704 1177 1792 2072 1178 1304 1308 1416 1185 1220 1311 1288 918
809 1188 1394 1435 1514 1577 1579 1210 1448 1468 1661 989 1007
1030 1099 1197 1386 1498 1672 484 1060 1612 1120 947 1102 1302
1477 820 1231 1311 1843 1215 1284 1336 1412 1447 1593 1663 1114
863 932 978 1621 1199 999 935 1494 817]';
X1 = [107 102 107 122 108 102 107 109 101 116 113 102 106 111
113 122 118 119 102 100 103 113 124 105 102 112 124 116 118 100
```

Модель лінійної регресії будують без урахування гетероскедастичності.

Розрахунок залишків моделі, які будуть зберігається в масиві e, такий:

```
% Підготовка масиву для подальшої роботи:
X = [ones(99,1) X1' X2' X3' X4' X5'];
% Будівання лінійної багатofакторної моделі
% без урахування гетероскедастичності:
[b,bint,r,rint,stats] = regress(Y,X,0.05);
y_p = b(1) + b(2).*X1 + b(3).*X2+ b(4).*X3+b(5).*X4+b(6).*X5;
sprintf('Модель:')
fprintf('y_p = %f + %f *X1+%f *X2+%f *X3+%f *X4+%f *X5',b)
% Обчислення залишків моделі:
e = Y - y_p';
% Підготовка масиву для подальшої роботи:
X = [X1' X2' X3' X4' X5'];
[n,m] = size(X); % Визначення розміру вихідних даних

>> Модель:
>> y_p = -1864.063369 + 0.327713*X1 + 10.609227*X2 +
70.899807*X3 + 3.331574*X4 + 0.872225 *X5
```

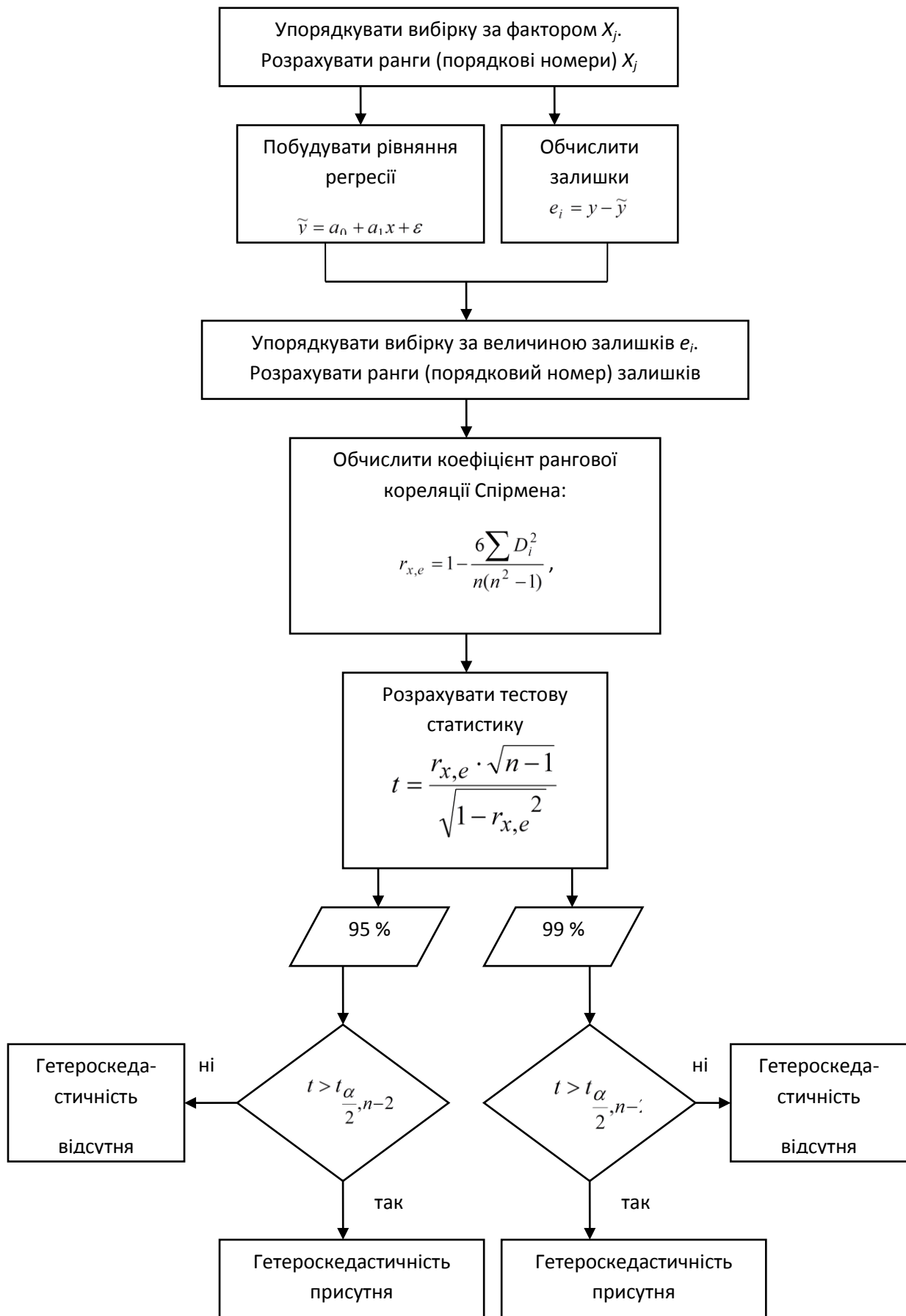


Рис. 9.9. Алгоритм тесту рангової кореляції Спірмена

Треба зазначити, що розрахунки в середовищі *MATLAB* співпадають з розрахунками *MS Excel* у побудові багатofакторної регресійної моделі.

Згідно рис. 9.9 наступним етапом є програмування тесту Спірмена. Для цього треба виконати сортування вихідних даних (масив *X*, функція `sort`), а потім провести відповідне ранжування (присвоєння рангів – порядкових номерів).

```
% Ранжування факторів:  
[Xs I] = sort(X)  
Dx = zeros(n,m);  
for j = 1:m  
    for i = 1:n  
        Dx(i,j) = i;  
    end  
end
```

Найважчим було заповнення масиву вихідних даних, враховуючи початкові порядкові номери елементів масиву *X*. У даній програмі для реалізації такого завдання використовувалася стандартна для подібних ситуацій процедура програмування – створення додаткового масиву *TMP*. У нього записувалися ранги елементів масиву вихідних даних з порядковими номерами, які заздалегідь були збережені в масив *I*:

```
% Заповнення масиву факторів рангами  
% з урахуванням їх порядкових номерів:  
for j = 1:m  
    for i = 1:n  
        i1 = I(i,j);  
        TMP(i1,j) = Dx(i,j);  
    end  
end  
X = [X TMP] % Вихідний масив
```

У табл. 9.9 наведений фрагмент результату роботи програми (вихідний масив $X=[X \text{ TMP}]$). Ця таблиця містить вихідні дані (перші п'ять стовпців і відповідні їм ранги – останні п'ять стовпців).

Масив вихідних даних з присвоєними відповідними рангами

X1	X2	X3	X4	X5	Z1	Z2	Z3	Z4	Z5
107,00	64,00	20,33	92,00	700,00	30	40	70	8	24
102,00	37,00	20,04	83,00	460,00	4	5	32	22	1
107,00	41,00	19,87	95,00	680,00	31	9	17	45	7
122,00	71,00	20,48	124,00	700,00	85	56	83	91	25
108,00	80,00	20,13	96,00	700,00	37	73	42	47	26
102,00	41,00	20,26	106,00	680,00	5	10	59	64	8
107,00	78,00	19,89	70,00	700,00	32	68	20	9	27
109,00	63,00	19,92	97,00	700,00	43	39	21	49	28
101,00	68,00	19,79	76,00	700,00	3	48	11	11	29
116,00	84,00	20,23	112,00	700,00	71	79	53	71	30
113,00	79,00	20,46	113,00	700,00	55	71	81	73	31
102,00	40,00	20,07	109,00	460,00	6	7	38	69	2
106,00	75,00	20,23	91,00	700,00	25	62	54	36	32
111,00	85,00	20,26	95,00	700,00	48	81	60	46	33
113,00	64,00	20,28	115,00	700,00	56	41	65	77	34
122,00	70,00	20,52	114,00	700,00	86	55	87	74	35
118,00	67,00	20,28	133,00	700,00	76	45	66	97	36
119,00	77,00	19,97	116,00	700,00	79	67	26	78	37
102,00	69,00	19,97	85,00	700,00	7	49	27	26	38
100,00	55,00	19,57	91,00	680,00	1	24	3	37	9
103,00	74,00	19,94	82,00	700,00	14	60	22	18	39
113,00	79,00	20,29	105,00	700,00	57	72	67	62	40
124,00	86,00	20.830	124,00	700,00	92	85	99	92	41
105,00	30,00	19.590	70,00	460,00	22	2	4	10	3
102,00	44,00	19.760	84,00	680,00	8	11	8	24	10
112,00	48,00	20.190	106,00	680,00	49	14	47	65	11
124,00	80,00	20.66	128,00	700,00	93	74	97	96	42

Для масиву залишків необхідно виконати ранжування та перезаписати масив з урахуванням привласнених рангів. Відповідний програмний код наведено нижче:

% Ранжування залишків:

```
[es I] = sort(e);
```

```

es = [es ones(size(e),1)];
e = [e ones(size(Y),1)];
for i = 1:size(e)
    es(i,2) = i;
end
% Заповнення масиву залишків рангами
% з урахуванням їх порядкових номерів:
for i=1:size(e)
    e(I,2) = es(:,2);
end
e % Масив залишків, що містить ранги
>> e =
    -109.6197    28.0000
   -197.4480    11.0000    111.3684    76.0000
    138.5189    79.0000    208.2838    88.0000
     70.6280    70.0000     16.9589    58.0000
   -161.8736    16.0000   -144.0255    19.0000
    129.3304    78.0000    -24.8375    51.0000
    -40.0317    49.0000    325.3816    95.0000
   -237.4866     8.0000    148.3098    81.0000
    -17.0831    52.0000     23.8158    60.0000
   -106.3275    30.0000   -321.7442     2.0000
   -111.1234    26.0000     9.8003    54.0000
     14.2673    56.0000    479.3075    98.0000
    -97.0567    32.0000    617.4610    99.0000
    -63.4002    43.0000   -299.2094     4.0000
    -61.5843    44.0000   -138.4389    21.0000
    -90.4955    33.0000   -127.3060    22.0000
     22.2154    59.0000    -70.6970    40.0000
    254.0699    92.0000   -313.7518     3.0000
    330.2657    96.0000   -204.8882    10.0000
    -30.0106    50.0000   -155.4751    17.0000
   -114.0110    25.0000   -164.3366    15.0000
     28.7373    62.0000   -185.2621    12.0000
    -77.0271    37.0000   -106.5317    29.0000
     42.5176    64.0000   -173.5923    14.0000
    123.0157    77.0000     55.3577    68.0000
     38.8851    63.0000    -16.2832    53.0000
   -271.6105     5.0000    175.5243    83.0000
    200.8997    86.0000    169.1897    82.0000
    184.5204    84.0000     16.8071    57.0000
     95.8581    73.0000   -335.7869     1.0000

```


-80.5894	35.0000
-120.0647	23.0000
44.2270	66.0000
-76.8164	38.0000
-54.3244	47.0000
-155.2472	18.0000
-262.4927	7.0000
-78.9238	36.0000
62.8860	69.0000
-59.4362	46.0000
316.5753	93.0000
-70.3115	41.0000
43.6798	65.0000
316.7781	94.0000
13.3373	55.0000
-88.7364	34.0000
86.7531	71.0000
51.9629	67.0000
-141.6951	20.0000
-102.1008	31.0000
216.3718	89.0000
207.4541	87.0000
469.4083	97.0000
-111.0982	27.0000
145.4867	80.0000
-69.4143	42.0000
246.9649	91.0000
196.4560	85.0000
27.3339	61.0000
109.5995	75.0000
-225.8663	9.0000
-269.6687	6.0000
-60.2371	45.0000
-116.0100	24.0000
223.7179	90.0000
-75.2393	39.0000
91.9195	72.0000
107.6161	74.0000
-47.6155	48.0000
-175.5795	13.0000

Таким чином, були привласнені ранги як для п'яти факторів моделі, так і для масиву залишків цієї моделі. Наступним етапом алгоритму тесту Спірмена

(див. рис. 9.9) є обчислення сум квадратів різниці між рангами j -го фактора та вектором залишків. Після цього визначається коефіцієнт рангової кореляції за формулою:

$$r_{x,e} = 1 - \frac{6 \sum D_i^2}{n(n^2 - 1)}, \quad (9.11)$$

де D – обчислена на попередньому кроці різниця між рангами.

Доведено, що якщо коефіцієнт кореляції для генеральної сукупності дорівнює нулю, то статистика має розподіл Стьюдента з числом ступенів свободи $n-2$. Отже, якщо розрахункове значення t -статистики перевищує табличне $t_{\frac{\alpha}{2}, n-2}$

(обчислюється за допомогою вбудованої функції `tinvt`), то необхідно відхилити гіпотезу про дорівненість коефіцієнта кореляції нулю, а отже, і про відсутність гетероскедастичності. В іншому випадку гіпотеза про відсутність гетероскедастичності приймається. Оскільки в моделі (9.6) більше однієї пояснювальної змінної, то перевірка гіпотези здійснювалася за допомогою t -статистики для кожної факторної змінної окремо (за допомогою циклу для $m = 5$).

```
r = zeros(1,m);
d = zeros(n,m);
% Обчислення різниці рангів
for j = 1:m
    for i = 1:n
        d(i,j) = TMP(i,j) - e(i,2); % Різниця рангів
    end
end
% Обчислення квадрата різниці рангів:
for j = 1:m
    d(:,j) = d(:,j).^2;
end
Sd = zeros(1,m);
% Сума квадратів різниці рангів
% за відповідними стовпцях рангів:
for j = 1:m
    Sd(:,j) = sum(d(:,j));
end
Sd % Вихідний масив
```

```

% Обчислення статистики Спірмена:
for j = 1:m
    r(:,j) = 1 - (6*Sd(:,j))/(n*(n^2-1));
end
r % Вихідний масив
t_r = zeros(1,m);
% Перевірка значущості коефіцієнта Спірмена:
t_t = tinv(0.05,n-2)% табличне значення t
for j = 1:m
    sprintf('критичне значення t:', '\n')
    t_r(:,j) = (r(:,j)*sqrt(n-1))/sqrt(1 - r(:,j)^2);
end
t_r % Вихідний масив t-статистика Спірмена
% Порівняльний аналіз і висновки:
for j = 1:m
    if abs(t_r(:,j)) < abs(t_t)
        sprintf('Гетероскедастичність відсутня')
    else
        sprintf('Гетероскедастичність присутня')
    end
end
end

```

Результат роботи цього коду має вигляд:

```

>> Sd = 146374 168338 164374 161554 129656
>> r = 0.0948 -0.0411 -0.0165 0.0009 0.1982
>> t_t = -1.6607
>> критичне значення t:
t_r = 0.9425 -0.4067 -0.1637 0.0089 2.0015
>> Гетероскедастичність відсутня
>> Гетероскедастичність відсутня
>> Гетероскедастичність відсутня
>> Гетероскедастичність відсутня
>> Гетероскедастичність присутня

```

Виходячи з результатів роботи програми в моделі (9.6) була виявлена гетероскедастичність для фактора X_5 . Зі встановленням гетероскедастичності виникає необхідність перетворення моделі з метою усунення даного недоліку. Вид перетворення залежить від того, відомі чи ні дисперсії σ^2 відхилень.

Метод зважених найменших квадратів (ЗНК) застосовується для відомих для кожного спостереження значення σ^2 . У цьому випадку можна усунути гетероскедастичність, розділивши кожне спостережуване значення на відповідне йому значення середнього квадратичного відхилення. У цьому полягає сутність методу зважених найменших квадратів. У середовищі *MATLAB* метод ЗНК реалізований у вбудованій функції `robustfit`. Нижче наведена програмна реалізація цієї функції.

`b = robustfit (X, Y)` – функція дозволяє отримати робастні оцінки параметрів регресійної моделі `b` для матриці незалежних змінних `X` і вектора значень залежної змінної `Y`. Стовпці матриці `X` – це окремі незалежні змінні (`X1, X2, X3, X4` та `X5`), рядки – спостереження. Кількість елементів вектора `Y` і рядків матриці `X` має збігатися. У `robustfit` реалізується ітераційний метод ЗНК. Вага на поточній ітерації обчислюється за допомогою біквадратичної функції від вектора залишків, розрахованих на попередній ітерації. Використання такого алгоритму дозволяє задати менші значення ваги для спостережень, які мають значне відхилення від регресійної моделі відносно до решти. Результати розрахунку `b` менш чутливі до випадкових викидів у вибірці, ніж за використання методу найменших квадратів.

Нижче наведений розрахунок параметрів моделі за допомогою робастної лінійної регресії. В якості додаткового вхідного параметра задана функція ваги `'andrews'`.

Функція `robustfit` повертає вектор коефіцієнтів робастної регресії `b` і структуру `stats` додаткових результатів розрахунку.

```
[b,stats3] = robustfit(X,Y,'fair',0.001)
sprintf('\n оцінка коефіцієнтів кореляції оцінок коефіцієнтів
регресійної моделі:\n')
stats3.coeffcorr
sprintf(' Параметри моделі:')
b
sprintf(' Статистична значущість параметрів моделі:')
tt = tinv(0.95,n-m-1);
for i= 1: m+1
    if(abs(stats3.t(i)))> abs(tt)
        fprintf('\nПараметр %f є значущим\n',b(i))
    else
        fprintf('\nПараметр %f не є значущим\n',b(i))
    end
end
```

```

    end
end
sprintf('Модель:')
fprintf('y_p = %f + %f *X1+%f *X2+%f *X3+%f *X4+%f *X5',b)
sprintf(' Коефіцієнт детермінації дорівнює')
R2 = sum((y_p - mean(Y)).^2)/sum((Y-mean(Y)).^2)
fprintf('Критерій Фішера')
F = (R2/(1-R2))*(n - m - 1)% F-статистика
Ft = finv(0.95,m,n-m-1)
if F > Ft
    fprintf(' Модель значуща в цілому \n')
else
    fprintf('\nМодель не є значущою')
end
end

```

Маємо:

```

>> оцінка коефіцієнтів кореляції оцінок коефіцієнтів
регресійної моделі: 1.0000 -0.1013 0.1617 -0.9886 0.5986
-0.1154 -0.1013 1.0000 -0.1537 0.0368 0.1431 -0.0064
0.1617 -0.1537 1.0000 -0.1146 -0.1452 -0.4744 -0.9886
0.0368 -0.1146 1.0000 -0.6234 -0.0069 0.5986 0.1431
-0.1452 -0.6234 1.0000 -0.1665 -0.1154 -0.0064 -0.4744
-0.0069 -0.1665 1.0000

```

```

>> Параметри моделі:

```

```

b =
    27.8535
     0.9350
    10.3351
   -29.1633
     4.1806
     0.8054

```

```

>> Статистична значущість параметрів моделі:

```

```

Параметр 27.853485 не є значущим
Параметр 0.935043 є значущим
Параметр 10.335129 є значущим
Параметр -29.163267 не є значущим
Параметр 4.180558 є значущим
Параметр 0.805375 є значущим

```

```
>> Модель:
y_p = 27.853485 + 0.935043*x1 + 10.335129*x2 -
29.163267*x3 + 4.180558*x4 + 0.805375*x5
>> Коефіцієнт детермінації дорівнює
R2 = 0.6818
>> Критерій Фішера
F = 199.2939
Ft = 2.3123
Модель значуща в цілому
```

Отже, отримано нову модель, яка є статистично значущою. Усі параметри моделі, окрім коефіцієнта перед фактором X_4 , є значущими. Така ситуація може говорити ще і про некоректний вибір форми моделі (лінійна) [63]. Це дає основу до подальших перспективних дослідженнях цього питання.

Висновки

Побудована адитивна економетрична модель собівартості мультимедійного навчально-методичного комплексу на підставі статистичних даних видавничого центру "Академія". Дана модель побудована прямим покроковим методом, на кожній ітерації якого методом найменших квадратів оцінювалися значення параметрів моделі, аналізувалися статистична значущість коефіцієнта при змінній, введеної на поточній ітерації, і значення скоригованого коефіцієнта множинної детермінації. Отримана модель піддалася економетричному аналізу, на підставі якого були виявлені фактори, які надають найбільший вплив на результативну ознаку – собівартість МНМК.

Особливу увагу приділено дослідженню моделі на наявність гетероскедастичності та усунення останньої.

У загальному випадку було отримано нову модель, яка є статистично значущою. Усі параметри моделі, окрім коефіцієнта при факторі X_4 , є значущими.

Використана література

1. Аванесова Г. А. Сервісна діяльність: Історична і сучасна практика, підприємництво, менеджмент : навч. посіб. для студентів вузів / Г. А. Аванесова. – М. : Аспект Пресс, 2004. – 318 с.
2. Агафоненко О. Ю. Про необхідність формування системи показників конкурентоспроможності регіонів / О. Ю. Агафоненко // Регіональна економіка. – 2007. – № 1. – С. 56–61.
3. Азаренкова Г. М. Фінансові інновації: напрямки застосування та досвід впровадження / Г. М. Азаренкова // Вісник Української академії банківської справи. – 2005. – № 2 (19). – С. 28–32.
4. Азарова А. О. Розробка підходу визначення компетентності експертів при побудові системи підтримки прийняття рішень щодо оцінювання фінансового стану підприємства / А. О. Азарова, О. В. Рузакова, Л. В. Воронюк // Механізм регулювання економіки. – 2006. – № 2. – С. 133–138.
5. Алиев Р. А. Управление производством при нечеткой исходной информации / Р. А. Алиев, А. Э. Церковный, Г. А. Мамедова. – М. : Энергоатомиздат, 1991. – 240 с.
6. Андерсон Т. Введение в многомерный статистический анализ / Т. Андерсон ; пер. с англ. Ю. Ф. Кичатова. – М. : Физматгиз, 1963. – С. 11–13.
7. Андреев И. Критерии конкурентоспособности однородных банковских услуг / И. Андреев // Маркетинг. – 1998. – № 1. – С. 35–41.
8. Андрейчиков А. В. Анализ, синтез, планирование решений в экономике / А. В. Андрейчиков, О. Н. Андрейчикова. – М. : Финансы и статистика, 2000. – 368 с.
9. Андрушків Н. І. Конкуренція як рушійна сила розвитку банківських послуг України / Н. І. Андрушків // Наука молода. – 2007. – № 8. – С. 76–79.
10. Анфилатов В. С. Системный анализ в управлении : учеб. пособ. / В. С. Анфилатов, А. А. Емельянов, А. А. Кукушкин ; под ред. А. А. Емельянова. – М. : Финансы и статистика, 2003. – 368 с.
11. Бадак Л. С. Конкурентоспособность коммерческого банка: дис. ... канд. экон. наук: спец. 08.00.10 "Финансы, денежное обращение и

кредит"

/ Бадак Л. С. – Іваново : Івановський гос. ун-т, 2002. – 220 с.

12. Базадзе К. М. Банківські послуги в контексті підвищення конкурентоспроможності банків : автореф. дис. ... канд. екон. наук : спец. 08.00.08 "Гроші, фінанси і кредит" / К. М. Базадзе. – К. : Ун-т банк. справи НБУ, 2014. – 24 с.

13. Банківська енциклопедія / С. Г. Арбузов, Ю. В. Колобов, В. І. Міщенко та ін. ; за ред. С. Г. Арбузова. – К. : Центр наук. досліджень НБУ ; Знання, 2011. – 504 с.

14. Батковський В. А. Рейтингова оцінка діяльності банків / В. А. Бат-ковський // Фінанси України. – 2004. – № 5. – С. 145–150.

15. Бедрадіна Г. К. Визначення рівня якості менеджменту на туристичному підприємстві / Г. К. Бедрадіна // Наукові праці МАУП. – 2011. – Вип. 1(28). – С. 113–118.

16. Беллман Р. Динамическое программирование / Р. Беллман. – М. : Изд. ИЛ, 1960. – 400 с.

17. Беллман Р. Динамическое программирование и современная теория управления / Р. Беллман, Р. Калаба. – М. : Наука, 1969. – 120 с.

18. Беллман Р. Некоторые вопросы математической теории процессов управления / Р. Беллман, И. Гликсберг, О. Гросс. – М. : Изд. ИЛ, 1962. – 336 с.

19. Беллман Р. Прикладные задачи динамического программирования / Р. Беллман, С. Дрейфус. – М. : Наука, 1965. – 460 с.

20. Берегуля О. В. Розвиток іпотечного кредитування як чинник конкурентоспроможності банків України: автореф. дис. ... канд. екон. наук : спец. 08.00.08 "Гроші, фінанси і кредит" / О. В. Берегуля. – К. : Ун-т банк. справи НБУ, 2010. – 22 с.

21. Бережной Е. В. Математические методы моделирования экономических систем / Е. В. Бережной, В. И. Бережная. – М. : Финансы и статистика, 2001. – 368 с.

22. Беленька Г. В. Математичні методи діагностування фінансової стабільності банківського сектору України : автореф. дис. ... канд. екон. наук : спец. 08.00.11 "Математичні методи, моделі та інформаційні технології в економіці" / Г. В. Беленька. – К. : Нац. Ун-т "Києво-Могилянська академія", 2011. – 25 с.

23. Бикел П. Математическая статистика / П. Бикел, К. Доксам ; пер. с англ. Ю. А. Данилова. – М. : Финансы и статистика, 1983. – 254 с.
24. Білак Г. Г. Наукові засади територіальної організації розвитку проблемних регіонів України : автореф. дис. ... канд. екон. наук : спец. 08.00.05 "Розвиток продуктивних сил і регіональна економіка" / Г. Г. Білак. – Черкаси : Черкас. держ. технол. ун-т, 2013. – 20 с.
25. Білик О. І. Якість банківських послуг: сутність та означення / О. І. Білик // Регіональна економіка. – 2005. – № 1. – С. 120–128.
26. Бланк И. А. Основы финансового менеджмента : в 2-х т. / И. А. Бланк. –К. : Ника–Центр, 1999. – Т. 1. – 592 с.
27. Бланк И. А. Основы финансового менеджмента : в 2-х т. / И. А. Бланк. –К. : Ника-Центр, Эльга, 2005. – Т. 2. – 560 с.
28. Бланк И. А. Управление денежными потоками / И. А. Бланк – 2-е изд., перераб. и доп. – К. : Ника–Центр, 2007. – 752 с.
29. Бойко В. О. Діагностика бізнес-середовища та стратегії підвищення конкурентоспроможності аграрних підприємств : автореф. дис. ... канд. екон. наук : спец. 08.00.04 "Економіка та управління підприємствами (за видами економічної діяльності)" / В. О. Бойко. – Миколаїв : Миколаїв. нац. аграр. ун-т, 2014. – 20 с.
30. Борисов А. Н. Принятие решений на основе нечетких моделей: примеры использования / А. Н. Борисов, О. А. Крумберг, И. П. Федоров. – Рига : Зинатне, 1990. – 184 с.
31. Борисов В. В. Нечеткие модели и сети / В. В. Борисов, В. В. Круглов, А. С. Федулов. – М. : Горячая линия ; Телеком, 2007. – 284 с.
32. Бочаров В. В. Корпоративные финансы / В. В. Бочаров. – СПб. : Питер, 2008. – 272 с.
33. Брейли Р. Принципы корпоративных финансов / Р. Брейли, С. Майерс. – М. : ЗАО "Олимп-Бизнес", 2008. – 1008 с.
34. Бро Г. Г. Математические методы экономического анализа на предприятии / Г. Г. Бро, Л. М. Шнайдман. – М. : Экономика, 1976. – 183 с.
35. Бродецкий Г. Л. Моделирование логистических систем. Оптимальные решения в условиях риска / Г. Л. Бродецкий. – М. : Вершина, 2006. – 374 с.
36. Бродецкий Г. Л. Экономико-математические методы и модели в логистике. Процедуры оптимизации : учебник / Г. Л. Бродецкий, Д. А. Гусев. – М. : Академия, 2012. – 288 с.

37. Бурденюк І. І. Інформаційна технологія для підтримки прийняття рішень при аналізі біометричних даних: автореф. дис. ... канд. техн. наук : спец. 05.13.06 "Інформаційні технології" / І. І. Бурденюк. – Вінниця : Вінниц. нац. техн. ун-т, 2010. – 17 с.
38. Вайдлих В. Социодинамика: системный подход к математическому моделированию в социальных науках // В. Вайдлих ; пер. с англ. – 2-е. изд, стереот. – М. : Эдиториал УРСС, 2005. – 480 с.
39. Ван Д. Нормальные формы бифуркации векторных полей на плоскости // Д. Ван, Ч. Ли, Ш-Н. Чоу ; пер. с англ. – М. : МЦНМО, 2005. – 416 с.
40. Васильчук І. В. Фінансова стратегія в системі вартісно-орієнтованого управління підприємством : автореф. дис. ... канд. екон. наук : спец. 08.00.08 "Гроші, фінанси і кредит" / І. В. Васильчук. – К. : МОНМС України ; ДВНЗ "Київ. нац. екон. ун-т ім. Вадима Гетьмана", 2013. – 20 с.
41. Введение в математическое моделирование: учебн. пособ. / под общ. ред. П. В. Трусова. – М. : Логос, 2004. – 440 с.
42. Вітлінський В. В. Аналіз, моделювання та управління економічним ризиком : навч.-метод. посіб. для самост. вивчення дисципліни / В. В. Віт-лінський, П. І. Верченко. – К. : КНЕУ, 2000. – 292 с.
43. Вітлінський В. В. Моделювання економіки : навч. посіб. / В. В. Вітлінський. – К. : КНЕУ, 2003. – 408 с.
44. Вовк В. Я. Стратегічне управління конкурентоспроможністю банку: концепція та методологія : автореф. дис. ... докт. екон. наук : спец. 08.00.08 "Гроші, фінанси і кредит" / В. Я. Вовк. – К. : Нац. наук. центр. "Ін-т аграрн. екон.", 2012. – 40 с.
45. Волощук І. П. Управління конкурентоспроможністю банків в умовах трансформаційної економіки : автореф. дис. ... канд. екон. наук : спец. 08.04.01 "Фінанси, грошовий обіг та кредит" / І. П. Волощук. – К. : Міжрегіональна академія управління персоналом, 2002. – 23 с.
46. Галайко Н. Р. Організаційно-економічний механізм забезпечення ефективності діяльності банку: автореф. дис. ... канд. екон. наук : спец. 08.00.08 "Гроші, фінанси і кредит" / Н. Р. Галайко. – Л. : Львівський ін-т банківської справи Ун-ту банківської справи Національного банку України, 2008. – 22 с.

47. Гальперин В. М. Микроэкономика: в 2-х т. / В. М. Гальперин, С. М. Игнатьев, В. И. Моргунов. – СПб. : Экономическая школа, 1999. – Т. 2 : Микроэкономика. – 1999. – С. 168–171.
48. Геєць В. М. Деякі порівняльні ознаки трансформаційних моделей економіки України та Росії / В. М. Геєць // Економіка України. – 2005. – № 5. – С. 4–17.
49. Герасимова Е. Б. Анализ качества банковских услуг / Е. Б. Герасимова // Финансы и кредит. – 2004. – № 16 (154). – С. 19–25.
50. Гирик О. С. Мотиваційний механізм активізації банківської діяльності в Україні: автореф. дис. ... канд. екон. наук : спец. 08.00.08 "Гроші, фінанси і кредит" / О. С. Гирик. – Львів : Ін-т регіональних досліджень НАН України, 2010. – 20 с.
51. Глуха Г. Я. Іміджевий рейтинг як елемент системи оцінки конкурентоспроможності банківських установ на ринку України / Г. Я. Глуха, В. І. Риль // Європейський вектор економічного розвитку. – 2010. – № 2 (9). – С. 38–46.
52. Голяндина Н. Э. Метод "Гусеница"-SSA: анализ временных рядов : учеб. пособ. / Н. Э. Голяндина. – СПб. : Изд-во СПбГУ, 2004. – 254 с.
53. Гончарук Т. І. Конкуренція: сучасна економічна характеристика та особливості / Т. І. Гончарук // Актуальні проблеми економіки. – 2004. – № 2. – С. 130–145.
54. Горбатюк К. В. Математичні моделі в нормуванні праці на базі теорії нечітких множин: автореф. дис. ... канд. екон. наук : спец. 08.00.11 "Математичні методи, моделі та інформаційні технології в економіці" / К. В. Горбатюк. – Хмельницький : Хмельницький нац. ун-т, 2009. – 22 с.
55. Грабовецький Б. Є. Економічний аналіз: навч. посіб. / Б. Є. Грабовецький – К. : Центр учбової літ., 2009. – 256 с.
56. Грачев А. В. Анализ и управление финансовой устойчивостью предприятия : учеб.-практ. пособ. / А. В. Грачев. – М. : Финпресс, 2002. – 208 с.
57. Гукенхеймер Дж. Нелинейные колебания, динамические системы и бифуркации векторных полей / Дж. Гукенхеймер, Ф. Холмс ; пер. с англ. – М. ; Ижевск : Ин-т компьютерных исследований, 2002. – 560 с.

58. Данилов Д. Главные компоненты временных рядов: метод "Гусеница" / Д. Данилов, А. Живглевский. – СПб. : Изд. СПбГУ, 1997. – 308 с.
59. Додонов С. В. Особенности конкуренции в банковском секторе российской экономики / С. В. Додонов // Сборник научных трудов СевКавГТУ. Серия "Экономика". – 2008. – № 8. – С. 15–18.
60. Долгих В. М. Непараметричні оцінки ефективності української банківської системи / В. М. Долгих // Вісник НБУ. – 2013. – № 2 (204). – С. 29–35.
61. Домрачев В. Г. О построении регрессионной модели при нечетких исходных данных / В. Г. Домрачев, О. М. Полещук // Автоматика и телемеханика. – 2003. – № 11. – С. 74–83.
62. Доровской А. В. Концептуальная модель функционирования системы управления потенциалом предприятия / А. В. Доровской // Проблеми підвищення конкурентоспроможності підприємств : Вісн. Харк. нац. ун-ту ім. В. Н. Каразіна. – 2003. – № 503. – С. 138–141.
63. Доугерти К. Введение в эконометрику / К. Доугерти. – М. : ИНФРА-М, 2001. – 564 с.
64. Дробышевский С. М. Анализ конкуренции в российском банковском секторе / С. М. Дробышевский, С. А. Пащенко. – М. : ИЭПП, 2006. – 130 с.
65. Друкер П. Эффективное управление. Экономические задачи и оптимальные решения / П. Друкер ; пер. с англ. М. Котельниковой. – М. : ФАИР-ПРЕСС, 2002. – 288 с.
66. Дюбанов О. С. Моделі та методи управління конкурентоспроможністю підприємств електронної комерції: автореф. дис. ... канд. екон. наук : спец. 08.00.11 "Математичні методи, моделі та інформаційні технології в економіці" / О. С. Дюбанов. – Донецьк : Донец. нац. ун-т, 2013. – 20 с.
67. Дяченко О. Г. Розробка когнітивної моделі ліквідної діяльності комерційного банку / О. Г. Дяченко // Світ фінансів – 2010. – № 2. – С. 94–101.
68. Егорова Н. Е. Модели и методы анализа финансовых инструментов кредитной политики банка и динамики его развития в условиях переходного периода / Н. Е. Егорова, А. М. Смулов. – М. : ЦЭМИРАН, 1999. – 54 с.

69. Економіко-математичне моделювання : навч. посіб. / Т. С. Клебанова, О. В. Раєвнева, С. В. Прокопович та ін. – Х. : ВД "ІНЖЕК", 2010. – 352 с.
70. Елисеєва И. И. Общая теория статистики : учебник / И. И. Елисеєва, М. М. Юзбашев. – М. : Финансы и статистика, 2004. – 656 с.
71. Єпіфанов А. О. Науково-методичні підходи до оцінки рівня конкуренції в банківській системі / А. О. Єпіфанов, А. С. Ярошенко // Проблеми і перспективи розвитку банківської системи України : Зб. наук. праць. – Суми : ДВНЗ "УАБС НБУ", 2011. – Вип. 31. – 381 с.
72. Єпіфанов А. О. Перспективи розвитку банківської системи України в контексті посилення міжнародної банківської конкуренції / А. О. Єпіфанов // Міжнародна банківська конкуренція: теорія і практика : Зб. тез доповідей V Міжнар. наук.-практ. конф. (27-28 травня 2010 р.) : у 2 т. – Суми : ДВНЗ "УАБС НБУ", 2010. – Т. 1. – 136 с.
73. Єріна А. М. Статистичне моделювання та прогнозування : навч. посіб. / А. М. Єріна. – К. : КНЕУ, 2002. – 170 с.
74. Жигулін О. А. Основна споживча властивість товару / О. А. Жигулін // Економіка. – 2010. – № 1(101). – С. 35–41.
75. Жигулін О. А. Роль людського фактора в управлінні підприємством / О. А. Жигулін // Схід. – 2008. – № 4 (88). – С. 12–15.
76. Журавка Ф. О. Механізм реалізації валютної політики в Україні автореф. дис. ... докт. екон. наук : спец. 08.00.08 "Гроші, фінанси і кредит" / Ф. О. Журавка. – Суми : ДВНЗ "Укр. акад. банк. справи Нац. банку України", 2009. – 29 с.
77. Завьялов П. С. Конкурентоспособность и маркетинг / П. С. Завьялов // Российский экономический журнал. – 1995. – № 12. – С. 50–55.
78. Загородній А. Г. Стратегічний аналіз у системі "Економічний аналіз – стратегічний менеджмент" / А. Г. Загородній, Г. Кіндратська, В. М. Чубай // Зб. наук. праць кафедри економ. аналізу. – Тернопіль : ТНЕУ, 2008. – Вип. 3 (19). – С.165–169.
79. Загородній А. Г. Фінансовий словник / А. Г. Загородній, Г. Л. Вознюк, Т. С. Смовженко. – 4-те вид., випр. і допов. – К. : Знання, 2002. – 566 с.

80. Заде Л. А. Основы нового подхода к анализу сложных систем и процессов принятия решений // Математика сегодня. – М. : Знание, 1974. – С. 5–48.
81. Заде Л. А. Понятие лингвистической переменной и его применение к принятию приближенных решений / Л. А. Заде. – М. : Мир, 1976. – 167 с.
82. Зак Ю. А. Прикладные задачи многокритериальной оптимизации / Ю. А. Зак. – М. : Экономика, 2014. – 455 с.
83. Занг В. Б. Синергетическая экономика / В. Б. Занг ; пер. с англ. – М. : Мир, 1999. – 336 с.
84. Заріцька І. А. Конкуреноспроможність національних банківських систем в умовах євроінтеграції : автореф. дис. ... канд. екон. наук : спец. 08.00.02 "Світове господарство і міжнародні економічні відносини" / І. А. Заріцька. – К. : ДВНЗ "Київський нац. екон. ун-т ім. Вадима Гетьмана", 2011. – 20 с.
85. Заруба Ю. О. Конкуреноспроможність комерційного банку / Ю. О. Заруба. // Фінанси України. – 2001. – № 2. – С. 119–124.
86. Зражевский В. В. Теоретические и методологические основы конкурентоспособности банковской системы Российской Федерации : монография / В. В. Зражевский. – М. : Изд. РАКО, 2007. – 423 с.
87. Исследование систем управления : учеб. пособ. / под ред. докт. екон. наук, проф. Э. М. Короткова. – М. : ИНФРА-М, 2003. – 176 с.
88. Ізмайлова К. В. Фінансовий аналіз : навч. посіб. / К. В. Ізмайлова. – К. : МАУП, 2000. – 152 с.
89. Калихман И. Динамическое программирование в примерах и задачах : учеб. пособ. / И. Калихман, М. Войтенко. – М. : Высшая школа, 1979. – 128 с.
90. Камінський А. Б. Економіко-математичне моделювання фінансових ризиків : автореф. дис. ... докт. екон. наук : спец. 08.00.11 "Математичні методи, моделі та інформаційні технології в економіці" / А. Б. Камінський – К. : Київський нац. ун-т ім. Тараса Шевченка, 2007. – 25 с.
91. Карташева О. В. Математическая экономика : учеб. пособ. / О. В. Карташева. – Вязьма : Филиал ФГБОУ ВПО "МГИУ" в г. Вязьме, 2012. – Т. 3. – 113 с.

92. Карчева Г. Т. Забезпечення ефективного функціонування та розвитку банківської системи України : автореф. дис. ... д-ра екон. наук : спец. 08.00.08 "Гроші, фінанси і кредит" / Г. Т. Карчева. – К. : НБУ, 2013. – 40 с.
93. Керімов А. Т. Зміцнення конкурентної позиції банку на основі реінжинірингу бізнес-процесів : автореф. дис. ... канд. екон. наук : спец. 08.00.08 "Гроші, фінанси і кредит" / А. Т. Керімов. – Донецьк : Донецький нац. ун-т економіки і торгівлі ім. М. Туган-Барановського, 2010. – 21 с.
94. Киселев В. В. Управление банковским капиталом (теория и практика) / В. В. Киселев. – М. : Экономика, 1997. – 256 с.
95. Кирчата І. М. Управління конкурентоспроможністю підприємства в глобальному середовищі : монографія / І. М. Кирчата, Г. В. Поясник. – Х. : ХНАДУ, 2009. – 160 с.
96. Классики менеджмента / под ред. М. Корнера ; пер. с англ. под ред. Ю. Н. Каптуревского. – СПб. : Питер, 2001. – 1168 с.
97. Кльоба Л. Г. Управління банківською інвестиційною діяльністю в Україні : автореф. дис. ... канд. екон. наук : спец. 08.00.08 "Гроші, фінанси і кредит" / Л. Г. Кльоба. – Львів : Ін-т регіон. дослідж. НАНУ, 2008. – 21 с.
98. Ковалев А. И. Анализ финансового состояния предприятия / А. И. Ковалев, В. П. Привалов. – М. : Центр экономики и маркетинга, 1997. – 192 с.
99. Ковалева Е. А. Разработка комплекса интерактивных тестов по математике в Adobe Captivate / Е. А. Ковалева // Технологический аудит и резервы производства. – 2014. – Т. 6. – № 3 (20). – С. 51–55.
100. Коваленко В. В. Методичні підходи до діагностики і моніторингу фінансової стійкості банківської системи / В. В. Коваленко // Актуальні проблеми економіки. – 2006. – № 11. – С. 193–200.
101. Коган Д. И. Задачи и методы конечной оптимизации : учебн. пособ. / Д. И. Коган. – Нижний Новгород : Изд. Нижегородского университета, 2004. – Ч. 3. – 159 с.
102. Козьменко С. М. Процедура стратегічного управління конкурентоспроможністю банку / С. М. Козьменко, Ф. І. Шпиг, А. О. Назаренко // Зб. наук. праць "Економіка: проблеми теорії та практики". – Дніпропетровськ : Дніпропетровський нац. ун-т, 2004. – Вип. 187. – С. 216–222.

103. Козьменко С. М. Стратегічний менеджмент банку : навч. посіб. / С. М. Козьменко, Ф. І. Шпиг, І. В. Волошко. – Суми : Університетська книга, 2003. – 734 с.

104. Койбічук В. В. Аналіз показателів конкурентоспособности банківських послуг і продуктів Сумської області / В. В. Койбічук // Сб. науч. ст. III Міжнарод. науч.-практ. конф. студентів і аспірантів "Математика і її застосування в сучасній науці і практиці" (Курск, 11 – 13 квітня 2013 г.) / Редкол. Е. А. Бойцова (отв. ред.) і др. – Курск : Юго-Зап. гос. ун-т, 2013. – С. 381–385.

105. Койбічук В. В. Аналіз існуючих підходів при моделюванні конкурентоспроможності банку / В. В. Койбічук // Матеріали V Міжнарод. наук.-практ. конф., присвяченої 20-річчю кафедри математичного моделювання економічних систем "Моделювання та прогнозування економічних процесів" (Київ, 7 – 9 грудня 2011 р.). – К. : НТУУ "КПІ", 2011. – С. 66–68.

106. Койбічук В. В. Використання економіко-математичних моделей для оптимізації банківської діяльності в умовах недосконалої конкуренції / В. В. Койбічук // Зб. тез доповідей IX Міжнарод. наук.-практ. конф. "Сучасні інформаційні технології в економіці та управлінні підприємствами, програмами та проектами" (Алушта, 12 – 18 вересня 2011 р.). – Х. : Нац. аерокосм. ун-т ім. М. Є. Жуковського "Харківський авіаційний інститут", 2011. – С. 265–266.

107. Койбічук В. В. До питання про розробку методики формування ознакового простору моделі конкурентоспроможності банку / В. В. Койбічук // Зб. тез доповідей Всеукр. наук.-практ. конф. "Проблеми і перспективи розвитку банківської системи України" (Суми, 24–25 жовтня 2013 р.). – Суми : ДВНЗ "УАБС НБУ", 2013. – Вип. XVI. – Т. 2. – С. 108–110.

108. Койбічук В. В. Концептуальна модель конкурентоспроможності банку в сучасних умовах / В. В. Койбічук // Вісник Ун-ту банківської справи Національного банку України. – 2012. – № 2 (14). – С. 323–329.

109. Койбічук В. В. Методичний підхід проведення аналізу конкурентоспроможності банку на основі інструментів описового моделювання / В. В. Койбічук // Економіка і управління. – 2014. – № 3 (64). – С. 18–23.

110. Койбічук В. В. Обґрунтування вибору методів та моделей конкурентоспроможності банку / В. В. Койбічук // Економічний аналіз:

Зб. наук. праць. – Тернопіль : ВПЦ Тернопільського нац. екон. ун-ту "Економічна думка", 2012. – Вип. 11. – Ч. 1. – С. 366–373.

111. Койбічук В. В. Узагальнення напрямів розвитку нечіткого регресійного аналізу / В. В. Койбічук // Мат. VI Міжнар. наук.-практ. Інтернет-конф. "Сучасні проблеми моделювання соціально-економічних систем" (Харків, 3 – 12 квітня 2014 р.). – Бердянськ : ФО-П Ткачук О. В., 2014. – С. 145–148.

112. Койбічук В. В. Формування ознакового простору моделі конкурентоспроможності банку / В. В. Койбічук // Вісник Хмельницького національного університету. – 2013. – № 4. – Т. 1. – С. 173–179.

113. Конюховский П. В. Микроэкономическое моделирование банковской деятельности : учеб. пособ. / П. В. Конюховский. – СПб. : Питер, 2001. – 224 с.

114. Косова Т. Д. Аналіз банківської діяльності : навч. посіб. / Т. Д. Косова. – К. : Центр учбової літератури, 2008. – С. 21.

115. Кофман А. Ф. Введение в теорию нечетких множеств / А. Ф. Кофман. – М. : Радио и связь, 1982. – 432 с.

116. Кочергін Д. А. Вплив фінансових інновацій на діяльність центральних банків / Д. А. Кочергін // Фінансовий ринок України. – 2011. – № 3. – С. 6–8.

117. Кочетков В. М. Маркетинг у банку: конспект лекцій / В. М. Кочетков, А. В. Нікітін. – К. : Вид. Європ. ун-ту, 2002. – 88 с.

118. Кривоножко В. Е. Анализ сложных социально-экономических систем / В. Е. Кривоножко, А. В. Лычев. – М. : МАКС-Пресс, 2010. – 208 с.

119. Криворучко С. П. Моделювання процесів формування бізнес-стратегії підприємства : автореф. дис. ... канд. екон. наук : спец. 08.00.11 "Математичні методи, моделі та інформаційні технології в економіці" / С. П. Криворучко. – Дніпропетровськ : Дніпропетр. нац. ун-т ім. О. Гончара, 2013. – 24 с.

120. Кришталь Г. О. Економіко-математична модель побудови рейтингу банківських установ та виявлення основних напрямків банківського нагляду / Г. О. Кришталь // Економіка Криму. – 2010. – № 1. – С. 240–246.

121. Крюков А. Ф. Анализ методик прогнозирования кризисных ситуаций коммерческих организаций с использованием финансовых

индикаторов / А. Ф. Крюков, И. Г. Егорычев // Менеджмент в России и за рубежом. – 2001. – № 2. – С. 11–18.

122. Кузнецов Ю. Н. Математическое программирование : учеб. пособ. / Ю. Н. Кузнецов, В. И. Кузубов, А. Б. Волощенко. – 2-е изд., перераб и доп. – М. : Высш. шк., 1980. – 300 с.

123. Кузьмин Е. А. Неопределенность в экономике: понятия и положения / Е. А. Кузьмин // Вопросы управления. – 2012. – № 2 (2). – С. 80–92.

124. Купрій Н. А. Математичні моделі оцінювання опціонних стратегій за умов невизначеності фондового ринку : автореф. дис. ... канд. екон. наук : спец. 08.00.11 "Математичні методи, моделі та інформаційні технології в економіці" / Н. А. Купрій. – Львів : Львівський нац. ун-т ім. І. Франка, 2010. – 20 с.

125. Леденева Т. М. Обработка нечеткой информации / Т. М. Леденева. – Воронеж : Воронежский гос. ун-т, 2006. – 233 с.

126. Лежнев А. В. Динамическое программирование в экономических задачах / А. В. Лежнев. – М. : БИНОМ, 2010. – 176 с.

127. Леоненков А. В. Нечеткое моделирование в среде MATLAB и fuzzyTECH / А. В. Леоненков. – СПб. : БХВ Петербург, 2005. – 736 с.

128. Леонов С. В. Інноваційний пакет послуг як інструмент антикризового управління банківськими установами України / С. В. Леонов, О. О. Котенко // Вісник СумДУ. Серія "Економічні науки". – 2011. – № 1. – С. 174–179.

129. Литвак Б. Г. Разработка управленческого решения / Б. Г. Литвак. – М. : Дело, 2003. – 392 с.

130. Лук'янська О. В. Формування вартості банків України : автореф. дис. ... канд. екон. наук : спец. 08.00.08 "Гроші, фінанси і кредит" / О. В. Лук'янська. – Львів : Ін-т регіон. дослідж. НАНУ, 2014. – 20 с.

131. Лысенко Ю. Г. Экономическая динамика: учебн. пособ. / Ю. Г. Лысенко, В. А. Петренко, В. Н. Тимохин и др. – Донецк : ДонГУ, 2000. – 176 с.

132. Любушин Н. П. Анализ финансово-экономической деятельности предприятия / Н. П. Любушин, В. Б. Лещева, В. Г. Дьякова. – М. : ЮНИТИ-ДАНА, 1999. – 471 с.

133. Любушин Н. П. Анализ финансово-экономической деятельности предприятия / Н. П. Любушин, В. Б. Лещева, В. Г. Дьякова. – М. : ЮНИТИ-ДАНА, 2005. – 613 с.
134. Любушин Н. П. Комплексный экономический анализ хозяйственной деятельности / Н. П. Любушин. – М. : ЮНИТИ-ДАНА, 2005. – 445 с.
135. Люзняк М. Е. Конкурентоспроможність банку на регіональному ринку : автореф. дис. ... канд. екон. наук : спец. 08.00.08 "Гроші, фінанси і кредит" / М. Е. Лозняк. – Суми : ДВНЗ "Укр. акад. банк. справи Нац. банку України", 2010. – 21 с.
136. Магнус Я. Р. Эконометрика: начальный курс / Я. Р. Магнус, П. К. Катышев, А. А. Пересецкий. – М. : Дело, 2000. – 400 с.
137. Макарьян Э. А. Финансовый анализ : учебн. пособ. / Э. А. Макарьян, Г. П. Герасименко, С. Э. Макарьян. – 2-е изд., испр. – М. : ИД ФБК-ПРЕСС, 2009. – 264 с.
138. Малютіна Т. І. Вища математика для економістів: навч. посіб. У 4-х частинах / Т. І. Малютіна, К. А. Дахер. – Суми : ДВНЗ "УАБС НБУ", 2008. – Ч. 4 : Теорія ймовірностей і математична статистика. – 78 с.
139. Малярець Л. М. Аналіз ефективності експортно-імпортової діяльності підприємства для її стратегічного контролінгу / Л. М. Малярець, Г. В. Моргун // Бізнес Інформ. – 2015. – № 1. – С. 165–171.
140. Малярець Л. М. Анализ теоретических проблем измерения экономических объектов / Л. М. Малярець // Економіка : проблеми теорії та практики : Зб. наук. праць. – Дніпропетровськ : ДНУ, 2004. – Вип. 190. – Т. 1. – С. 281–288.
141. Малярець Л. М. Багатокритеріальна оптимізаційна задача управління ефективністю виробничо-господарської діяльності підприємства / Л. М. Малярець, Б. В. Сінкевич, А. В. Жуков // Проблеми економіки. – 2013. – № 4. – С. 392–400.
142. Малярець Л. М. Вимірювання ознак об'єктів економіки: методологія та практика / Л. М. Малярець. – Х. : Вид. ХНЕУ, 2006. – 382 с.
143. Малярець Л. М. Економіко-математичне моделювання : навч. посіб. / Л. М. Малярець. – Х. : Вид. ХНЕУ. – 2010. – 312 с.
144. Малярець Л. М. Економіко-математичні аспекти діагностики конкурентоспроможності підприємства / Л. М. Малярець, Л. О. Норік. – Х. : Вид. ХНЕУ, 2009. – 215 с.

145. Малярець Л. М. Економетрика в прикладах і завданнях: навч. посіб. для іноземних студентів / Л. М. Малярець, Э. Ю. Железнякова, Л. А. Норик. – Х. : Вид. ХНЕУ, 2014. – 268 с.

146. Малярець Л. М. Економіко-математическіе методи і моделі : навч. посіб. для іноземних студентів / Л. М. Малярець. – Х. : Изд. ХНЕУ, 2013. – 288 с.

147. Малярець Л. М. Збалансована система показників як інструмент визначення стратегії підприємства в умовах кризи : монографія / Л. М. Малярець, О. В. Ачкасова. – Х. : Вид. ХНЕУ, 2012. – 304 с.

148. Малярець Л. М. Концепція створення електронного навчальника по вищій математиці в Adobe Captivate / Л. М. Малярець, Е. А. Ковалева // Technology audit and production reserves. – 2014. – Т. 2. – № 1 (16). – С. 35–38.

149. Малярець Л. М. Методологія формування модельного базису опису соціально-економічних систем: автореф. дис. ... докт. екон. наук : спец. 08.00.11 "Математичні методи, моделі та інформаційні технології в економіці" / Л. М. Малярець. – Х. : ХНЕУ, 2008. – 33 с.

150. Малярець Л. М. Окремі питання регресійного аналізу: моделі без вільного члена / Л. М. Малярець, В. В. Койбічук // Моделирование социально-экономических систем: теория и практика : монография / под ред. В. С. Пономаренко, Т. С. Клебановой, Н. А. Кизима. – Х. : ФЛМ Александрова К. М.; ИД "ИНЖЭК", 2012. – С. 45–57.

151. Малярець Л. М. Розроблення нечіткої багатofакторної лінійної регресійної моделі в управлінні конкурентоспроможністю банку / Л. М. Малярець, В. В. Койбічук // Вісник Хмельницького нац. ун-ту. – 2014. – № 4. – Т. 1 (214). – С. 123–131.

152. Малярець Л. М. Розроблення узагальнюючого показника конкурентоспроможності банків на підґрунті нечітких множин / Л. М. Малярець, В. В. Койбічук // Зб. наук. праць "Вісник соціально-економічних досліджень". – Одеса : Одеський нац. екон. ун-т, 2014. – Вип. 1(52). – С. 110–117.

153. Малярець Л. М. Стійкість економіко-математичного моделювання у вимірюванні ознак об'єктів в економіці / Л. М. Малярець // Економіка розвитку. – 2007. – № 1(41). – С. 33–38.

154. Марущак М. В. Управління ліквідністю як складова конкурентоспроможності банку : автореф. дис... канд. екон. наук : спец.

08.00.08 "Гроші, фінанси і кредит" / М. В. Марущак. – К. : Акад. фін. упр., 2009. – 20 с.

155. Маслоу А. Х. Маслоу о менеджменте / А. Х. Маслоу ; пер. с англ. – СПб. : Питер, 2003. – 416 с.

156. Матвійчук А. В. Аналіз та прогнозування розвитку фінансово-економічних систем із використанням теорії нечіткої логіки : монографія / А. В. Матвійчук. – К. : Центр навчальної літератури, 2005. – 206 с.

157. Матвійчук А. В. Моделювання та аналіз економічних систем на підґрунті теорії нечіткої логіки : автореф. дис. ... д-ра екон. наук: спец. 08.00.11 "Математичні методи, моделі та інформаційні технології в економіці" / А. В. Матвійчук. – К. : Держ. вищ. навч. закл. "Київ. нац. екон. ун-т ім. Вадима Гетьмана", 2007. – 33 с.

158. Математичні методи в сучасних економічних дослідженнях : монографія / Л. М. Малярець, О. Г. Тижненко, О. О. Єгоршин; за заг. ред. докт. екон. наук, проф. Л. М. Малярець. – Х. : Вид. ХНЕУ, 2011. – 272 с.

159. Махота А. В. Оцінка конкурентних переваг банку: автореф. дис. ... канд. екон. наук : спец. 08.00.08 "Гроші, фінанси і кредит" / А. В. Махота. – Суми : "Українська академія банківської справи Національного банку України", 2011. – 23 с.

160. Мірошниченко О. В. Методичні засади оцінки конкурентоспроможності банку з урахуванням взаємозв'язку факторів зовнішнього та внутрішнього середовища / О. В. Мірошниченко // Вісник Української академії банківської справи. – Суми : ДВНЗ "Українська академія банківської справи Національного банку України", 2010. – № 2 (29). – С. 99–107.

161. Мірошниченко О. В. Механізм управління конкурентоспроможністю банку : дис. ... канд. екон. наук : спец. 08.00.08 "Гроші, фінанси і кредит" / О. В. Мірошниченко. – Суми : Українська академія банківської справи Національного банку України, 2011. – 249 с.

162. Мних Є. Економічний аналіз : підручник. – К. : Центр навчальної літератури, 2003. – 412 с.

163. Музичка О. М. Оцінка та управління ресурсним потенціалом банків : автореф. дис. ... канд. екон. наук : спец. 08.00.08 "Гроші, фінанси і кредит" / О. М. Музичка. – Львів : Ін-т регіон. дослідж. НАНУ, 2010. – 21 с.

164. Невмержицький Є. І. Розвиток кредитних бюро в Україні : автореф. дис. ... канд. екон. наук : спец. 08.00.08 "Гроші, фінанси і кредит"

/ Є. І. Невмержицький. – К. : ДВНЗ "Київський нац. екон. ун-т ім. Вадима Гетьмана", 2011. – 22 с.

165. Нечеткие множества в моделях управления искусственного интеллекта / А. Н. Аверкин, И. З. Батыршин, А. Ф. Блишун и др. ; под ред. Д. А. Поспелова. – М. : Наука, 1986. – 312 с.

166. Нечеткие множества и теория возможностей. Последние достижения / под ред. Р. Р. Ягера. – М. : Радио и связь, 1986. – 408 с.

167. Новак В. Математические принципы нечеткой логики / В. Новак, И. Перфильева, И. Мочкорж. – М. : Физматлит, 2006. – 352 с.

168. Ногин В. Д. Основы теории оптимизации : учеб. пособ. для студентов вузов / В. Д. Ногин, И. О. Протодяконов, И. И. Евлампиев ; под ред. И. О. Протодяконова. – М. : Высш. шк., 1986. – 384 с.

169. Норик Л. А. Высшая и прикладная математика: учеб. пособ. для иностр. студ. / Л. А. Норик, А. К. Шевченко. – Х. : Изд. ХНЭУ, 2013 – 404 с.

170. Облік у банку : підручник / О. Г. Коренева, Н. Г. Маселка, Н. Г. Слав'янська та ін. – Суми : Університетська книга, 2012. – 668 с.

171. Олексіч Д. В. Методичні засади оцінки вартості банківського бізнесу : автореф. дис. ... канд. екон. наук : спец. 08.00.08 "Гроші, фінанси і кредит" / Д. В. Олексіч. – Суми : ДВНЗ "Укр. акад. банк. справи Нац. банку України", 2008. – 24 с.

172. Олещук М. Г. Управління конкурентоспроможністю банківських послуг : дис. канд. екон. наук: спец. 08.00.08 "Гроші, фінанси і кредит" / М. Г. Олещук. – Суми : ДВНЗ "Укр. акад. банк. справи Нац. банку України", 2013. – 251 с.

173. Ольховська О. Л. Моделювання фінансового стану страхової компанії : автореф. дис. ... канд. екон. наук : спец. 08.00.11 "Математичні методи, моделі та інформаційні технології в економіці" / О. Л. Ольховська. – К. : ДВНЗ "Київський нац. екон. ун-т ім. Вадима Гетьмана", 2011. – 19 с.

174. Паласевич М. Б. Банківський інвестиційний продукт: його суть та особливості / М. Б. Паласевич // Науковий вісник : Збірник наук.-технічн. праць. – Львів : НЛТУУ, 2005. – Вип. 15(4). – С. 401–409.

175. Панкевич О. Д. Діагностування тріщин будівельних конструкцій за допомогою нечітких баз знань / О. Д. Панкевич, С. Д. Штовба. – Вінниця : УНІВЕРСУМ-Вінниця, 2005. – 108 с.
176. Парасій-Вергуненко І. М. Оцінка конкурентоспроможності банків на основі матричного аналізу / І. М. Парасій-Вергуненко // Бухгалтерський облік і аудит. – 2008. – № 11. – С. 25–31.
177. Парасій-Вергуненко І. М. Стратегічний аналізу в банках: методологія та практика : автореф. дис. ... докт. екон. наук : спец. 08.00.09 "Бухгалтерський облік, аналіз та аудит" / І. М. Парасій-Вергуненко. – К. : ДВНЗ "Київський нац. екон. ун-т ім. Вадима Гетьмана", 2009. – 26 с.
178. Пасічник І. В. Рейтингова оцінка комерційного банку як індикатор його надійності та ефективності / І. В. Пасічник // Коммунальное хозяйство городов. – 2005. – № 62. – С. 245–255.
179. Пастернак А. Л. Методика аналізу кредитоспроможності банків-контрагентів на ринку міжбанківського кредитування : автореф. дис. ... канд. екон. наук : спец. 08.00.09 "Бухгалтерський облік, аналіз та аудит" / А. Л. Пастернак. – К. : ДВНЗ "Київський нац. екон. ун-т ім. Вадима Гетьмана", 2007. – 25 с.
180. Пастухова В. В. Стратегічне управління підприємством: філософія, політика, ефективність : монографія / В. В. Пастухова. – К. : Київ. нац. торг.-екон. ун-т, 2002. – 302с.
181. Пасуманский М. А. Предельная точность линейных систем с обратной связью и асимптотическое поведение H_2 – и H_∞ – нормы / М. А. Пасуманский, А. А. Первозванский // А и Т. – 1995. – № 7. – С. 24–33.
182. Пегат А. Нечеткое моделирование и управление / А. Пегат. – М. : Бином, 2009. – 798 с.
183. Печенкин А. И. Об оценке конкурентоспособности товаров и товаропроизводителей / А. И. Печенкин, В. Н. Фомин // Маркетинг. – 2000. – № 2. – С. 23–28.
184. Піддубна А. І. Розвиток управління міжнародною конкурентоспроможністю підприємства на основі системного та стратегічного підходів : автореф. дис. ... канд. екон. наук : 08.06.01 "Економіка, організація і управління підприємствами" / А. І. Піддубна. – Х. : ХНЕУ, 2006. – 21 с.

185. Піддубна Л. І. Конкуренентоспроможність економічних систем: теорія, механізм регулювання та управління : монографія / Л. І. Піддубна. – Х. : ВД "ІНЖЕК", 2007. – 368 с.
186. Пікуш Ю. П. Управління конкурентоспроможністю банку в умовах фінансової ліберізації : автореф. дис. ... канд. екон. наук : спец. 08.04.01 "Фінанси, грошовий обіг та кредит" / Ю. П. Пікуш. – Суми : ДВНЗ "Укр. акад. банк. справи Нац. банку України", 2006. – 27 с.
187. Подольчак Н. І. Економічне оцінювання та розвиток лізингової діяльності машинобудівного підприємства : автореф. дис. ... канд. екон. наук : спец. 08.00.04 "Економіка та управління підприємствами (за видами економічної діяльності)" / Н. І. Подольчак. – Львів : Нац. ун-т "Львівська політехніка", 2009. – 24с.
188. Полякова О. Ю. Методи багатовимірного статистичного аналізу як інструмент реалізації механізму вибору репрезентативних показників / О. Ю. Полякова, Л. А. Гольцяєва // Бізнес Інформ. – 2012. – № 6. – С. 92–96.
189. Пономаренко В. С. Аналіз даних у дослідженнях соціально-економічних систем : монографія / В. С. Пономаренко, Л. М. Малярець. – Х. : ВД "ІНЖЕК", 2009. – 432 с.
190. Пономаренко В. С. Багатовимірний аналіз соціально-економічних систем : навч. посіб. / В. С. Пономаренко, Л. М. Малярець. – Х. : Вид. ХНЕУ, 2009. – 384 с.
191. Пономаренко В. С. Моделювання поведінки інвестора на фондовому ринку : монографія / В. С. Пономаренко, О. В. Раєвнєва, К. А. Стрижиченко. – Х. : ВД "ІНЖЕК", 2004. – 240 с.
192. Пономаренко В. С. Способности использования современных информационных и телекоммуникационных технологий в образовании / В. С. Пономаренко // Економіка розвитку. – 2009. – № 4 (52). – С. 86–88.
193. Портер М. Э. Конкуренция / М. Э. Портер ; пер. с англ. – Обнов. и расшир. изд. – М. : ИД Вильямс, 2010. – 592 с.
194. Портер М. Э. Конкурентная стратегия : методика анализа отраслей и конкурентов / М. Э. Портер. – М. : Альпина Букс, 2005. – 454 с.
195. Прадун В. П. Забезпечення конкурентоспроможності банківської системи України в умовах глобалізації економіки / В. П. Прадун // Міжнародна банківська конкуренція: теорія і практика : Зб.

тез доповідей I Міжнар. наук.-практ. конф. (Суми, 25–26 травня 2006 р.). – Суми : УАБС НБУ, 2006. – С. 10–12.

196. Практика и проблематика моделирования бизнес-процессов / Е. И. Всяких, А. Г. Зуева, Б. В. Носков и др. – М. : ДМК Пресс. – 2008. – 246 с.

197. Прахова Т. С. Понятие и сущность конкурентоспособности / Т. С. Прахова // Сборник научных трудов СевКавГТУ. – 2005. – № 2. – С. 48–52.

198. Прикладная статистика: классификация и снижение размерности : справ. изд. // С. А. Айвазян, В. М. Бухштабер, И. С. Енюков и др. ; под ред. С. А. Айвазяна. – М. : Финансы и статистика, 1989. – 607 с.

199. Притула Н. І. Кредитно-рейтингова оцінка як інструмент ринку цінних паперів: автореф. дис. ... канд. екон. наук : спец. 08.00.08 "Гроші, фінанси і кредит" / Н. І. Притула. – Суми : ДВНЗ "Укр. акад. банк. справи Нац. банку України", 2008. – 20 с.

200. Пугачов І. Г. Моделювання процесів інтеграції електронного бізнесу в структуру комерційного банку : автореф. дис. ... канд. екон. наук : спец. 08.00.11 "Математичні методи, моделі та інформаційні технології в економіці" / І. Г. Пугачов. – Донецьк : Донецький нац. ун-т, 2007. – 16 с.

201. Пурій Г. М. Банківська діяльність на фінансовому ринку України : автореф. дис. ... канд. екон. наук : спец. 08.00.08 "Гроші, фінанси і кредит" / Г. М. Пурій. – К. : Нац. наук. центр "Інститут аграрної економіки", 2010. – 19 с.

202. Расин Дж. Непараметрическая эконометрика : вводный курс / Дж. Расин. // Квантиль. – № 4. – 2008. – 7–56 с.

203. Родионова В. М. Финансовая устойчивость предприятия в условиях инфляции / В. М. Родионова, М. А. Федотова. – М. : Перспектива, 2000. – 98 с.

204. Романенко Л. Ф. Банківський маркетинг : монографія / Л. Ф. Романенко. – К. : ВД "Ін Юре", 2001. – 484 с.

205. Ротштейн А. П. Влияние метода дефаззификации на скорость настройки нечеткой модели / А. П. Ротштейн, С. Д. Штовба // Кибернетика и системный анализ. – 2002. – № 5. – С. 169–176.

206. Ротштейн А. П. Интеллектуальные технологии идентификации: нечеткие множества, генетические алгоритмы, нейронные сети / А. П. Ротштейн. – Винница : УНІВЕРСУМ-Вінниця, 1999. – 320 с.

207. Рузакова О. В. Математичні моделі та методи оцінювання фінансового стану підприємства : автореф. дис. ... канд. екон. наук : спец. 08.00.11 "Математичні методи, моделі та інформаційні технології в економіці" / О. В. Рузакова. – К. : ДВНЗ "Київський нац. екон. ун-т ім. Вадима Гетьмана", 2009. – 25 с.

208. Русак Н. А. Финансовый анализ субъекта хозяйствования : справ. пособ. / Н. А. Русак, В. А. Русак. – Минск : Вышэйшая школа, 1997. – 309 с.

209. Рутковская Д. Нейронные сети, генетические алгоритмы и нечеткие системы / Д. Рутковская, М. Пилинський, Л. Рутковский. – М. : Горячая линия-Телеком, 2006. – 383 с.

210. Рыжакина Т. Г. Формирование интегрированной системы показателей, ориентированной на результат / Т. Г. Рыжакина // Проблемы теории и практики управления. – 2006. – № 9. – С. 50–57.

211. Саати Т. Принятие решений при зависимостях и обратных связях: Аналитические сети / Т. Саати. – М. : ЛИБРОКОМ, 2011. – 360 с.

212. Саати Т. Принятие решений. Метод анализа иерархий / Т. Саати. – М. : Радио и связь, 1993. – 296 с.

213. Саєнко М. Г. Стратегія підприємства : підручник / М. Г. Саєнко. – Тернопіль : "Економічна думка", 2006. – С. 13.

214. Сало І. В. Система управління конкурентоспроможністю банку / І. В. Сало, О. В. Мірошніченко // Актуальні проблеми економіки. – 2012. – № 5 (131). – С. 279–289.

215. Сапкина Н. В. Восстановление закономерностей на основе нечетких регрессионных моделей : дис...канд. тех. наук : спец. 05.13.17 "Теоретические основы информатики" / Н. В. Сапкина. – Воронеж : Воронеж. гос. ун-т, 2014. – 151 с.

216. Сапкина Н. В. Нечеткая парная линейная регрессия и корреляция / Н. В. Сапкина // Современная экономика: проблемы и решения. – Воронеж : ИПЦ ВГУ, 2013. – № 10 (46). – С. 178–189.

217. Сапкина Н. В. Свойства операций над нечеткими числами / Н. В. Сапкина // Вестник ВГУ. Серия "Системный анализ и

информационные технологии". – Воронеж : ИПЦ ВГУ, 2013. – № 1. – С. 23–28.

218. Свешников С. В. Програма Fexcel для работы с нечеткими числами в среде MSExcel версия 4.0 / С. В. Свешников, В. П. Бочарников. – К. : Консалтинговая группа "ИНЭКС", 2007. – 60 с.

219. Сергеева Л. Н. Вплив інформаційної відкритості комерційного банку на показники ефективності його діяльності / Л. Н. Сергеева, Г. В. Андрущенко // Вісник Ун-ту банківської справи НБУ. – 2010. – № 1 (7). – С. 194–197.

220. Серединська В. М. Теорія економічного аналізу / В. М. Серединська, О. М. Загородна, Р. В. Федорович. – Тернопіль : Вид. "Астон", 2006. – 368 с.

221. Сєдих О. Є. Оцінка ефективності управління продуктами банку / О. Є. Сєдих // Економічний простір. – 2009. – № 22 (1). – С. 176–184.

222. Симпсон Дж. Направления совершенствования банковской деятельности в новых экономиках // Дж. Симпсон // Збірн. тез доповідей I Міжнар. наук.-практ. конф. "Міжнародна банківська конкуренція: теорія і практика" (Суми, 25–26 травня 2006 р.). – Суми : УАБС НБУ, 2006. – С. 34–35.

223. Сідельник О. П. Конкурентоспроможність небанківських фінансових установ : автореф. дис. ... канд. екон. наук : спец. 08.00.08 "Гроші, фінанси і кредит" / О. П. Сідельник. – К. : Ун-т банк. справи Нац. банку України, 2010. – 21 с.

224. Смирнов Є. М. Теоретичні та методичні основи оцінки конкурентоспроможності підприємства / Є. М. Смирнов // Вісник Хмельниц. нац. ун-ту. – 2009. – № 4. – Т. 2. – С. 130–135.

225. Современные проблемы моделирования социально-экономических систем : монография / В. М. Вовк, Н. А. Кизим, В. М. Порохня и др. – Х. : ИД "ИНЖЭК", 2009. – 428 с.

226. Сомова О. Є. Вартісна оцінка рівня конкурентоспроможності підприємств машинобудування : автореф. дис. ... канд. екон. наук : спец. 08.00.04 "Економіка та управління підприємствами (за видами економічної діяльності)" / О. Є. Сомова. – К. : ПВНЗ Європ. ун-т, 2008. – 21 с.

227. Степаненко О. П. Моделі, методи, інформаційні технології підтримки процесів діяльності банківської системи : монографія / О. П. Степаненко. – К. : КНЕУ, 2013. – 491 с.

228. Степаненко О. П. Тенденції інноваційного розвитку банківської системи України / О. П. Степаненко // Актуальні проблеми економіки. – 2012. – № 6 (132). – С. 275–282.

229. Сушко Н. М. Функціональне призначення конкурентної позиції банку / Н. М. Сушко // Проблеми і перспективи розвитку банківської системи України : Збірник наукових праць. – Суми : ВВП "Мрія-1" ЛТД; УАБС, 2003. – Т.7. – С. 118–123.

230. Тараненко І. В. Стратегії інноваційної конкурентоспроможності країн в глобальній економічній системі : автореф. дис. ... д-ра екон. наук : спец. 08.00.02 "Світове господарство і міжнародні економічні відносини" / І. В. Тараненко. – Донецьк : Донец. нац. ун-т, 2014. – 40 с.

231. Тимошенко Л. А. Факторы повышения конкурентоспособности банка : дис. ... канд. экон. наук : спец. 08.00.10 "Финансы, денежное обращение и кредит" / Л. А. Тимошенко. – М. : Академия народного хозяйства при правительстве Российской Федерации, 2005. – 158 с.

232. Ткачук О. В. Маркетингові комунікації у банківській діяльності: паблік рілейшнз : автореф. дис. ... канд. екон. наук : спец. 08.00.04 "Економіка та управління підприємствами (за видами економічної діяльності)" / О. В. Ткачук. – К. : ДВНЗ "Київський нац. екон. ун-т ім. Вадима Гетьмана", 2008. – 22 с.

233. Туюкова А. Столпы банковской отрасли / А. Туюкова // Корреспондент. – № 48 (536) – 2012. – С. 34–38.

234. Тютюнник А. М. Управління якістю / А. М. Тютюнник // Банківські технології. – 2004. – № 1. – С. 34–35.

235. Ухлічева І. В. Ситуаційний підхід до стратегічного планування банківських продуктів та послуг : автореф. дис. ... канд. екон. наук : спец. 08.06.02 "Підприємництво, менеджмент та маркетинг" / І. В. Ухлічева. – Донецьк : Донец. держ ун-т економіки і торгівлі ім. М. Туган-Барановського, 2002. – 18 с.

236. Фатхутдинов Р. А. Конкурентоспособность: экономика, стратегия, управление / Р. А. Фатхутдинов. – М. : ИНФРА-М, 2000. – 312 с.

237. Фатхутдинов Р. А. Управление конкурентоспособностью организации : учеб. пособ. / Р. А. Фатхутдинов. – М. : Эксмо, 2004. – 544 с.
238. Ферстер Э. Методы корреляционного и регрессионного анализа / Э. Ферстер, Б. Ренц. – М. : Финансы и статистика, 1983. – 302 с.
239. Фінансовий менеджмент : підручник / кер. кол. авт. і наук. ред. проф. А. М. Поддєрьогін. – К. : КНЕУ, 2005. – 535с.
240. Фомін І. О. Рейтингова оцінка комерційного банку в системі діагностики його конкурентоспроможності / І. О. Фомін // Вісник НБУ. – 2002. – № 4. – С. 11–13.
241. Хардле В. Прикладная непараметрическая регрессия / В. Хардле. – М. : Мир, 1993. – 349 с.
242. Хэмел Г. Стратегическая гибкость / Г. Хэмел, К. Прахалад, Г. Томас и др. ; пер. с англ. – СПб. : Питер, 2005. – 384 с.
243. Челпанова М. М. Підвищення конкурентоспроможності аграрних підприємств : автореф. дис. ... канд. екон. наук : спец. 08.00.04 "Економіка та управління підприємствами (за видами економічної діяльності)" / М. М. Челпанова. – Львів : Нац. акад. держ. упр. при Президентові України, 2013. – 20 с.
244. Четыркин Е. М. Статистические методы прогнозирования / Е. М. Четыркин. – 2-е изд., перераб. и доп. – М. : Статистика, 1977. – 200 с.
245. Шаблиста Л. М. Фінансова стійкість підприємства: сутність і методи оцінки / Л. М. Шаблиста // Економіка і прогнозування. – 2006. – № 2. – С. 46–52.
246. Шапиро Э. Л. О путях уменьшения неопределенности информационных запросов / Э. Л. Шапиро // Научно-техническая информация. Серия 1. – 1975. – № 5. – С. 3–7.
247. Шеремет А. Д. Финансовый анализ в коммерческом банке / А. Д. Шеремет. – М. : Финансы и статистика, 2001. – 255 с.
248. Шкаєва Т. І. Регулювання галузевої концентрації кредитних ризиків банку : автореф. дис. ... канд. екон. наук : спец. 08.00.08 "Гроші, фінанси і кредит" / Т. І. Шкаєва. – Донецьк : Ін-т економіки промисловості НАНУ, 2013. – 22 с.
249. Штовба С. Д. Нечеткая идентификация на основе регрессионных моделей параметрической функции принадлежности / С.

Д. Штовба // Проблемы управления и информатики. – 2006. – № 6. – С. 38–44.

250. Штовба С. Д. Побудова функцій належності нечітких множин за кластеризацією експериментальних даних / С. Д. Штовба // Інформаційні технології та комп'ютерна інженерія. – 2006. – № 2. – С. 92–95.

251. Штойер Р. Многокритериальная оптимизация. Теория, вычисления и приложения / Р. Штойер ; пер. с англ. – М. : Радио и связь, 1992. – 504 с.

252. Эконометрика : учебник / И. И. Елисеева, С. В. Курышева, Т. В. Костеева и др. ; под ред. И. И. Елисеевой. – М. : Финансы и статистика, 2007. – 576 с.

253. Экономико-математические методы и прикладные модели: учеб. пособ. для вузов / В. В. Федосеев, А. Н. Гармаш, Д. М. Дайитбегов и др. ; под ред. В. В. Федосеева. – М. : ЮНИТИ-ДАНА, 1999. – 391 с.

254. Экономико-математический словарь: словарь современной экономической науки / авт.-состав. Л. И. Лопатников. – 5-е. изд., перераб. и доп. – М. : Дело, 2003. – 530 с.

255. Энджел Д. Ф. Поведение потребителей / Д. Ф. Энджел, Р. Д. Блэкуэлл, П. У. Миниард. – СПб. : Питер Ком, 1999. – 768 с.

256. Эриашвили Н. Д. Маркетинг : учебник для вузов / Н. Д. Эриашвили, К. Ховард, Ю. А. Цыпкин и др. – М. : ЮНИТИ-ДАНА, 2003. – 122 с.

257. Юрчук О. М. Банківська діяльність на ринку фінансових послуг : автореф. дис. ... канд. екон. наук : спец. 08.00.08 "Гроші, фінанси і кредит" / О. М. Юрчук. – К. : Київський нац. ун-т ім. Тараса Шевченка, 2010. – 22 с.

258. Ярошенко А. С. Оцінка та регулювання конкуренції в банківській системі України: автореф. дис. ... канд. екон. наук : спец. 08.00.08 "Гроші, фінанси і кредит" / А. С. Ярошенко. – Суми : ДВНЗ "Укр. акад. банк. справи Нац. банку України", 2011. – 24 с.

259. Ярушкіна Н. Г. Интеллектуальный анализ временных рядов : учеб. пособ. / Н. Г. Ярушкіна, Т. В. Афанасьева, И. Г. Перфильева. – Ульяновск : УлГТУ, 2010. – 320 с.

260. Ярушкіна Н. Г. Нечеткие временные ряды как инструмент для оценки и измерения динамики процессов / Н. Г. Ярушкіна, Т. В.

Афанасьева, Т. Р. Юнусов // Датчики и системы. – 2007. – № 12. – С. 46–51.

261. Ярушкина Н. Г. Основы теории нечетких и гибридных систем : учеб. пособ. / Н. Г. Ярушкина. – М. : Финансы и статистика, 2004. – 320 с.

262. Ячменьова В. М. Забезпечення стійкості діяльності промислових підприємств : автореф. дис. ... докт. екон. наук : спец. 08.00.04 "Економіка та управління підприємствами (за видами економічної діяльності)" / В. М. Ячменьова. – Луганськ : Східноукр. нац. ун-т ім. В. Даля, 2008. – 32 с.

263. Ящук Є. А. Економічний аналіз фінансових результатів та ефективності діяльності банку : автореф. дис. ... канд. екон. наук : спец. 08.00.09 "Бухгалтерський облік, аналіз та аудит (за видами економічної діяльності)" / Є. А. Ящук. – К. : ДВНЗ "Київський нац. екон. ун-т ім. Вадима Гетьмана", 2014. – 22 с.

264. Aliev R. Genetic algorithms-based fuzzy regression analysis / R. Aliev, B. Fazlollahi, R. Vahidov // *Soft Computing*. – 2002. – No 6. – P. 470–475.

265. Barros F. Portuguese banking sector: a mixed oligopoly / F. Barros, L. Modesto // *International Journal of Industrial Organization*. – 1999. – No 17. – P. 869–886.

266. Bikker J. A. Measuring performance of Banks: an assessment / J. A. Bikker // *Journal of applied business and economics*. – 2010. – Vol. 11(4). – P. 141–159.

267. Bikker. J. A. Testing for imperfect competition on the EU deposit and loan markets with Bresnahan's market power model / J. A. Bikker // *Kredit and Kapital*. – 2003. – No 36. – P. 167–212.

268. Bishop Ch. M. Pattern recognition and machine learning / Ch. M. Bishop // Springer, 1st ed. 2006. corr. 2nd printing edition, October 2006. – P. 152–154.

269. Breiman L. Variable kernel estimates of multivariate densities / L. Breiman, W. Meisel, E. Purcell // *Technometrics*. – 1977. – Vol. 19. – No 2. – P. 135–144.

270. Bresnahan T. F. The Oligopoly Solution Concept is Identified / T. F. Bresnahan // *Economic Letters*. – 1982. – No 10. – P. 87–92.

271. Broomhead D. S. Extracting qualitative dynamics from experimental data / D. S. Broomhead, G. P. King // *Physica D*. – 1986. – Vol. 20. – P. 217–236.
272. Celmins A. Least Squares Model Fitting to Fuzzy Vector Data / A. Celmins // *Fuzzy Sets and Systems*. – 1987. – Vol. 22. – P. 260–269.
273. Cover T. M. Nearest neighbor pattern classification / T. M. Cover, P. E. Hart // *IEEE Transactions on Information Theory*. – 1967. – Vol. 13. – P. 21–27.
274. Diamond P. Fuzzy least squares / P. Diamond // *Information Science*. – 1988. – No 46. – P. 141–157.
275. Diamond P. Least Squares Fitting of Several Fuzzy Variables / P. Diamond // *Proceedings of Second IFSA Congress, Tokyo*. – 1987. – P. 20–25.
276. Dorf R. C. *Modern Control Systems (12th Edition)* / R. C. Dorf, R. H. Bishop // Prentice Hall. – 2010. – 1104 p.
277. Dubois D. *Fuzzy Sets and Systems : Theory and Applications* / D. Dubois, H. Prade. – New York : Academic Press, 1980. – 393 p.
278. Elsner J. B. *Singular Spectrum Analysis. A New Tool in Time Series Analysis* / J. B. Elsner. – New York and London : Plenum Press, 1996. – 242 p.
279. Faraway J. Bootstrap Choice of Bandwidth for Density Estimation / J. Faraway, M. Jhun // *Journal of the American Statistical Association*. – 1991. – Vol. 85. – P. 1119–1122.
280. Howrey E. P. Stochastic Properties of the Klein-Goldberger Model / E. P. Howrey // *Econometrica*. – 1972. – Vol. 40. – No 1. – P. 73–87.
281. Kao C. Entropy for Fuzzy Regression Analysis / C. Kao, P. H. Lin // *International Journal of Systems Science*. – 2005. – No 36. – P. 869 – 876.
282. Lau L. J. On Identified the Degree of Competition from Industry Price and Output Data / L. J. Lau // *Economics Letters*. – 1982. – No 10. – P. 93–99.
283. Lerner A. P. The Concept of Monopoly and the Measurement of Monopoly Power / A. P. Lerner // *The Review of Economic Studies*. – 1934. – No 3. – P. 157–175.
284. Loader C. R. Bandwidth Selection: Classical or Plug-in? / C. R. Loader // *Annals of Statistics*. – 1999. – Vol. 27. – P. 415–438.

285. Loftsgaarden D. O. A nonparametric estimate of a multivariate density function / D. O. Loftsgaarden, G. P. Quesenberry // *Annals of Mathematical Statistics*. – 1965. – Vol. 36. – P. 1049–1051.
286. MacFarlane A. G. A Survey of Some Recent Results in Linear Multi-variate Feedback Theory / A. G. MacFarlane // *Automatica*. – 1972. – Vol. 8. – P. 455–492.
287. Maciejowski J. The Design and Performance of Multivariate Macroeconomic Regulator / J. M. Maciejowski, D. Vines // *Proceedings of the IEEE Conference on Applications and Multivariate Control*, Hull, UK. – 1984. – P. 57–101.
288. Montgomery G. C. *Forecasting and Time Series Analysis* / G. C. Montgomery, L. A. Johnson, J. S. Gardinev – New York : McGraw-Hill, Inc., 1990. – 381 p.
289. Muller H. G. Weighted Local Regression and Kernel Methods for Nonparametric Curve Fitting / H. G. Muller // *Journal of the American Statistical Association*. – 1987. – Vol. 82. – P. 231–238.
290. Panzar J. C. Testing for Monopoly Equilibrium / J. C. Panzar, J. N. Rosse // *Journal of Industrial Economics*. – 1987. – Vol. 35. – P. 43–46.
291. Redden D. T. Properties of Certain Fuzzy Linear Regression Methods / D. T. Redden, W. H. Woodall // *Fuzzy Sets and Systems*. – 1994. – No 64. – P. 361–375.
292. Rudemo M. Empirical Choice of Histograms and Kernel Density Estimators / M. Rudemo // *Scandinavian Journal of Statistics*. – 1982. – Vol. 9. – No 2. – P. 65–78.
293. Sakawa M. Multiobjective Fuzzy Linear Regression Analysis for Fuzzy Input-output Data / M. Sakawa, H. Yano // *Fuzzy Sets and Systems*. – 1992. – Vol. 47. – P. 173–181.
294. Salmon M. *Control Methods and Quantative Economic Policy. Optimal Control for Econometric Models: an Approach to Economic Policy Formulation* / M. Salmon, P. Young. – London : Macmillan, 1979. – 39 p.
295. Sanchez J. Application of Fuzzy Regression in Actuarial Analysis / J. Sanchez, T. Gomez // *The Journal of Risk and Insurance*. – 2003. – No 70 (4). – P. 665–699.
296. Sheather S. A Reliable Data-based Bandwidth Selection Method for Kernel Density Estimation / S. Sheather, M. Jones // *Journal of Royal Statistical Society, Series B*. – 1991. – Vol. 53. – P. 683–690.

297. Tanaka H. Linear Regression Analysis with Fuzzy Model / H. Tanaka, S. Uejima, K. Asai // IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics. – 1982. – No 12. – P. 903–907.
298. Truxal J. G. Control Systems Synthesis / J. G. Truxal. – New York : McGraw-Hill Book Company Inc., 1955. – 55 p.
299. Turnovsky S. J. Macroeconomic Analysis and Stabilization Policy / S. J. Turnovsky – Cambridge : Cambridge University Press, 1977. – 408 p.
300. Wang H. F. Insight of a Fuzzy Regression Model / H. F. Wang, R. C. Tsaor // Fuzzy Sets and Systems. – 2000. – No 122. – P. 335–369.
301. Wang H. F. Resolution of Fuzzy Regression Model / H. F. Wang, R. C. Tsaor // European Journal of Operational research. – 2000 – No 126. – P. 637–650.
302. Weidlich W. Concepts and Models of a Quantitative Sociology / W. Weidlich, G. Haag. – Berlin : Springer-Verlag, 1983. – 202 p.
303. Wonham W. H. Linear Multivariate Control: a Geometric Approach. Lecture Notes in Economics and Mathematical System / W. H. Wonham. – Berlin : Springer Science & Business Media, 2013. – 347 p.
304. Yager R. R. A Characterization of the Extension Principle / R. R. Yager // Fuzzy Sets and Systems. – 1986. – No 18. – P. 205–217.
305. Yang M. S. Fuzzy Least-squared Linear Regression Analysis for Fuzzy Input-output Data / M. S. Yang, T. S. Lin // Fuzzy Sets and Systems. – 2002. – Vol. 126 (3). – P. 389–399.
306. Yang M. S. On Cluster-wise Fuzzy Regression Analysis / M. S. Yang, C. H. Ko // Transactions on Systems, Man and Cybernetics. – 1997. – Vol. 27 (1). – P. 1–13.
307. Zimmermann H.-J. Fuzzy Set Theory – and Its Applications / H.-J. Zimmermann. – New York : Springer Science+Business Media, 2001. – 514 p.
308. Аналітичний портал: Конкуренція & Конфлікти [Електронний ресурс]. – Режим доступу : http://www.inex-ft.com.ua/mds.php?name=Teach&pa=showpage&t_pid=14.
309. Вітлінський В. В. Особливості, принципи математичного моделювання: економічна онлайн бібліотека / В. В. Вітлінський [Електронний ресурс]. – Режим доступу : <http://ecolib.com.ua/article.php?book=17&article=1520>.
310. Воложинская М. О. Банковская система Украины: пути выхода из кризиса / М. О. Воложинская [Електронний ресурс]. – Режим доступу : <http://www.bankclub.ru/presentations2009.htm>.

311. Гончаров В. Аналіз сучасних підходів до оцінки конкурентоспроможності промислового підприємства : Всеукраїнська експертна мережа / В. Гончаров [Електронний ресурс]. – Режим доступу : http://www.experts.in.ua/baza/analitic/index.php?ELEMENT_ID=11254.

312. Дані фінансової звітності банків України. Національний банк України [Електронний ресурс]. – Режим доступу : http://bank.gov.ua/control/uk/publish/category?cat_id=74208.

313. Значення економічних нормативів в цілому по системі [Електронний ресурс]. – Режим доступу : http://www.bank.gov.ua/control/uk/publish/article?art_id=103730&cat_id=36800.

314. Издательский центр "Академия" [Электронный ресурс]. – Режим доступа : \www/ URL: http://www.academia-moscow.ru/book_sale/mainprice/.

315. Институт независимых социально-экономических исследований: услуги и решения [Электронный ресурс]. – Режим доступа : <http://www.insei.ru/uslugi/>.

316. Информационное обеспечение управления конкурентоспособностью [Электронный ресурс]. – Режим доступа : <http://marketing.spb.ru/read/m19/index.htm>.

317. Індекс цін виробників промислової продукції у 2013 році: Ukrstat.org – публікація документів Державної Служби Статистики України [Електронний ресурс]. – Режим доступу : http://ukrstat.org/uk/operativ/operativ2013/ct/icv/icv_u/icv_rik13.html.

318. Козьменко С. М. Маркетинг банківських інновацій / С. М. Козьменко, Т. А. Васильєва, С. В. Леонов [Електронний ресурс]. – Режим доступу : <http://dspace.uabs.edu.ua/jspui/handle/123456789/2676>.

319. Логунова В. А. Исследование методов экономико-математического моделирования в прогнозировании деятельности кредитной организации / В. А. Логунова [Электронный ресурс]. – Режим доступа : <http://www.rae.ru/forum2010/9/25>.

320. Макроекономічний огляд (вересень 2013) : Національний банк України [Електронний ресурс]. – Режим доступу : <http://www.bank.gov.ua/doccatalog/document?id=3218852>.

321. Макроекономічний огляд (грудень 2012) : Національний банк України [Електронний ресурс]. – Режим доступу : <http://www.bank.gov.ua/doccatalog/document?id=127941>.

322. Макроекономічний огляд (грудень 2013) : Національний банк України [Електронний ресурс]. – Режим доступу : <http://www.bank.gov.ua/doccatalog/document?id=4751569>.
323. Методологія рейтингової оцінки комерційного банку рейтингового агентства "ІВІ-Рейтинг" [Електронний ресурс]. – Режим доступу : http://kbs.org.ua/files/metod_123.pdf.
324. Макроекономічний огляд : Національний банк України [Електронний ресурс]. – Режим доступу : http://www.bank.gov.ua/control/uk/publish/category?cat_id=58040.
325. Мирошниченко О. В. Методи оцінки конкурентоспроможності банку / О. В. Мірошниченко [Електронний ресурс]. – Режим доступу : <http://dspace.uabs.edu.ua/bitstream/123456789/8476/1/Stattya.pdf>.
326. Монетарний огляд / Національний банк України: Генеральний департамент грошово-кредитної політики [Електронний ресурс]. – Режим доступу : http://www.bank.gov.ua/control/uk/publish/category?cat_id=58037.
327. Національний банк України: Комісія з питань нагляду та регулювання діяльності банків: Рішення від 23 грудня 2011 року № 814 [Електронний ресурс]. – Режим доступу : http://search.ligazakon.ua/l_doc2.nsf/link1/PB11015.html.
328. Новітні технології: використання інформаційних технологій (систем) у банківській справі: Асоціація українських банків [Електронний ресурс]. – Режим доступу : aub.org.ua/atachs/5.doc.
329. Нормативно-правові та інші акти Національного банку України [Електронний ресурс]. – Режим доступу : http://www.bank.gov.ua/control/uk/publish/category?cat_id=58478.
330. О банке : Кредитпромбанк [Електронний ресурс]. – Режим доступу : <http://www.kreditprombank.com/ru/about>.
331. О банке : Південний акціонерний банк [Електронний ресурс]. – Режим доступу : http://bank.com.ua/about_bank.
332. Обов'язкові резерви : Національний банк України [Електронний ресурс]. – Режим доступу : http://www.bank.gov.ua/control/uk/publish/article?art_id=123481&cat_id=123219.
333. Оптимизация управления денежными потоками [Електронний ресурс]. – Режим доступу : http://www.rayartaxfree.ru/finans_consalt/fk3/.

334. Офіційний сайт Національного банку України [Електронний ресурс]. – Режим доступу : <http://www.bank.gov.ua>.

335. Преса : Банк Форум [Електронний ресурс]. – Режим доступу : http://www.forum.ua/forumua/ua/mainnavigation/press/news/2013/secondquarter_4/presse_archiv_13_02.jsp.

336. Прес-центр : Правекс – банк національного масштабу [Електронний ресурс]. – Режим доступу : <http://www.pravex.com/rus/press/news/banknews>.

337. Про банк : ПАТ "КБ "Хрещатик" [Електронний ресурс]. – Режим доступу : <http://www.xcitybank.com.ua/zagalna-informaciya>.

338. Про втрату чинності деякими нормативно-правовими актами Національного банку України : Правління Національного банку України : Постанова від 14.05.2012 р. № 179 [Електронний ресурс]. – Режим доступу : <http://zakon1.rada.gov.ua/laws/show/z0862-12>.

339. Про затвердження Інструкції про порядок регулювання діяльності банків в Україні : Національний банк України : Постанова від 28.08.2001 р. № 368 [Електронний ресурс]. – Режим доступу : <http://zakon5.rada.gov.ua/laws/show/z0841-01>.

340. Про затвердження Інструкції про порядок складання та оприлюднення фінансової звітності банків України : Правління Національного банку України : Постанова від 07.12.2004 р. № 598 [Електронний ресурс]. – Режим доступу : <http://zakon.nau.ua/doc/?uid=1031.1651.0>.

341. Про затвердження Інструкції про порядок складання та оприлюднення фінансової звітності банків України : Правління Національного банку України : Постанова від 27.12.2007 р. № 480 [Електронний ресурс]. – Режим доступу : <http://zakon.nau.ua/doc/?uid=1150.56.0>.

342. Рассел Д. Бутстрапирование эконометрических моделей / Д. Рассел [Электронный ресурс]. – Режим доступа : <http://quantile.ru/03/03-Issue.pdf>.

343. Рейтинг устойчивости банков за 4 квартал 2014 [Электронный ресурс]. – Режим доступа : <http://minfin.com.ua/banks/rating>.

344. Рейтинговое агентство Кредит-Рейтинг: Методология [Электронный ресурс]. – Режим доступа : <http://www.credit-rating.ua/ru/about-rating/methodology>.

345. Рівень безробіття: два показники – два поняття : Державна служба зайнятості [Електронний ресурс]. – Режим доступу : <http://www.dcz.gov.ua/control/uk/publish>.
346. Річний звіт Національного банку України : Національний банк України [Електронний ресурс]. – Режим доступу : <http://www.bank.gov.ua/control/uk/doccatalog/list?currDir=36453>.
347. Система CAMELS: Національний банк України [Електронний ресурс]. – Режим доступу : http://www.bank.gov.ua/control/uk/publish/article?art_id=123651.
348. Скокова М. В. Анализ конкурентной структуры банковской отрасли / Скокова М. В. [Электронный ресурс]. – Режим доступа : <http://www.iep.ru/ru>.
349. Тайдуллин С. Н. Конкурентоспособность банковских продуктов на кредитном рынке города Белово / С. Н. Тайдуллин, М. В. Каменская [Электронный ресурс]. – Режим доступа : http://conference.kemsu.ru/conf/niobel2009/sect/index.dhtm?sec_id=993.
350. Учетная ставка НБУ (Ставка рефинансирования) [Электронный ресурс]. – Режим доступа : <http://www.ukrbanks.info/stavkanbu.html>.
351. Центр компетенций "MathWorks" [Электронный ресурс]. – Режим доступа : \www/ URL: <http://matlab.ru/products/econometrics-toolbox>.
352. Шпиг Ф. І. Конкурентоспроможність банку: фактори та критерії оцінки / Ф. І. Шпиг [Електронний ресурс]. – Режим доступу : <http://www.dspace.uabs.edu.ua/bitstream/123456789/837/1/16.4.pdf>.
353. Штовба С. Д. Введение в теорию нечетких множеств и нечеткую логику: Matlab & Toolboxes / С. Д. Штовба [Электронный ресурс]. – Режим доступа : http://matlab.exponenta.ru/fuzzylogic/book1/1.php#1_1.
354. Электронный учебник StatSoft [Электронный ресурс]. – Режим доступа : <http://www.statsoft.ru/home/textbook/default.htm>.
355. Adobe Captivate 7 [Electronic resource]. – Access mode : \www/ URL: <http://www.adobe.com/ru/products/captivate.html>.
356. Bootstrap Confidence Intervals [Electronic resource]. – Access mode : <http://www-stat.stanford.edu/~olshen/manuscripts/selenite/node7.html>.
357. Caterpillarssa 3.40 [Electronic resource]. – Access mode : <http://caterpillarssa-free-download.softwares7.com/>.

358. Confidence Intervals Based on Resampling [Electronic resource]. – Access mode : <http://www.stat.wmich.edu/s160/book/node48.html>.
359. Confidence Intervals [Electronic resource]. – Access mode : <http://www.stat.berkeley.edu/~stark/SticiGui/Text/confidenceIntervals.htm>.
360. Fitch Ratings в России и СНГ [Electronic resource]. – Access mode : <http://www.fitchratings.ru>.
361. Herfindahl-Hirschmanindex. The United States department of justice [Electronic resource]. – Access mode : <http://www.justice.gov/atr/public/guidelines/hhi.html>.
362. Information Theory, Inference, and Learning Algorithms / D. J. C. MacKay [Electronic resource]. – Access mode : <http://www.inference.phy.cam.ac.uk/mackay/itila/>.
363. Standard Agency: Методология [Electronic resource]. – Access mode : http://www.standard-rating.com/rus/products_methods.
364. Whyman P. The Political Economy of the European Social Model / P. Whyman, M. Baimbridge, A. Mullen [Electronic resource]. – Access mode : http://samples.sainsburysebooks.co.uk/9781136286216_sample_498506.pdf.

Додатки

Додаток А

I. Позначення фінансових показників

Таблиця А.1

Відносні показники фінансового стану

Група показників	Назви показників	Умовне позначення
Показники ліквідності	Коефіцієнт абсолютної ліквідності	X1
	Коефіцієнт термінової ліквідності	X2
	Коефіцієнт поточної ліквідності	X3
Показники рентабельності	Рентабельність активів	X4
	Рентабельність власного капіталу	X5
Показники ділової активності	Коефіцієнт оборотності активів	X6
	Коефіцієнт оборотності оборотного капіталу	X7
	Коефіцієнт оборотності виробничих запасів	X8
	Коефіцієнт оборотності готової продукції	X9
	Коефіцієнт оборотності дебіторської заборгованості	X10
	Коефіцієнт оборотності власного капіталу	X11
	Коефіцієнт оборотності кредиторської заборгованості	X12
Показники фінансової стійкості	Коефіцієнт фінансової стійкості	X13
	Коефіцієнт автономії	X14
	Коефіцієнт маневреності власного капіталу	X15
Додатково розраховані показники фінансового стану	Чиста рентабельність продажів	X16
	Коефіцієнт фінансової залежності	X17
	Коефіцієнт забезпеченості власними коштами	X18
	Коефіцієнт левериджу	X19

II. Система показників

Для економіко-математичного дослідження рівня фінансового стану підприємства важкого машинобудування пропонується застосовувати таку систему показників:

1. коефіцієнт поточної ліквідності (поточні активи/поточні пасиви), X_3 ;
2. коефіцієнт фінансової залежності (позикові кошти/загальна величина пасивів), X_{16} ;
3. рентабельність активів (чистий прибуток/активи), X_4 ;
4. коефіцієнт автономії (власний капітал/валюта балансу, X_{14} ;
5. коефіцієнт забезпеченості власними коштами (власні кошти та прирівняних до них коштів – вартість основних засобів і позаоборотні активи/оборотні активи), X_{18} ;
6. коефіцієнт оборотності активів (чистий прибуток/активи), X_6 ;
7. рентабельність продажів, або комерційна маржа (чистий прибуток / валовий прибуток), X_{16} ;
8. рентабельність власного капіталу (чистий прибуток/власний капітал), X_5 ;
9. коефіцієнт оборотності запасів (середня собівартість продукції за період/середня величина виробничих запасів), X_8 .

Ми будемо вважати, що ці показники у сукупності повністю характеризують фінансовий стан підприємства, але, безумовно, в евристичному аналізі фінансового стану можна використати й інші показники, які можуть прояснювати деякі аспекти фінансових процесів на підприємстві. Однак при економіко-математичному дослідженні ми будемо використовувати тільки ці дев'ять відносних показників.

Таблиці відносних показників базової групи підприємств

Таблиця Б.1

Відносні показники фінансової діяльності досліджуваних підприємств
2001 – 2006 рр.

№ підприємства	Група показників ліквідності			Група показників рентабельності		Група показників ділової активності			
	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8	X9
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0	0,1483	2,8498	0,0177	0,0198	0,0446	0,3366	2,7917	0,0501
1	0	0,2526	2,5989	0,0010	0,0011	0,0571	0,3168	1,6328	0,0670
1	0,0047	1,6741	2,8256	-0,0924	-0,1057	0,0915	0,3670	8,7726	0,1047
1	0,0587	4,2655	6,6094	-0,0173	-0,0184	0,1174	0,3951	8,5936	0,1249
1	0,0019	5,1725	7,7483	-0,0380	-0,0398	0,0841	0,2791	16,951	0,0879
2	0,0008	0,3263	1,1290	-0,0262	-0,0374	0,2005	0,8861	2,5262	0,2868
2	0,0007	0,1279	0,8593	-0,0571	-0,0842	0,2206	0,9887	8,8604	0,3251
2	0,0007	0,1716	0,6323	-0,0560	-0,0905	0,3036	1,1469	10,1821	0,4902
2	0,0007	0,2386	0,8092	-0,1166	0,1664	0,3777	1,5357	8,2041	0,5394
2	0,0006	0,2128	0,6965	-0,0866	-0,1351	0,2717	1,3441	6,5816	0,4242
3	0,0030	0,0770	0,8263	-0,0792	-0,1048	0,1852	1,8674	14,0102	0,2452
3	0,0002	0,0439	0,3249	-0,1115	-0,1770	0,1384	22,9663	9,2219	0,2197
3	0,0001	0,0903	0,2740	-0,2453	-0,5049	0,4585	6,2233	10,7182	0,8078
3	0,0042	0,2182	0,4801	0,1667	0,2316	0,4705	5,0186	11,5242	0,6549
3	0,0009	0,5821	0,9565	0,0023	0,0032	0,6468	5,9064	6,5185	0,8978
4	0,1075	0,6747	3,3910	0,1439	0,1655	0,0043	2,6099	15,2052	1,1548
4	0,2934	1,1868	4,1718	0,1792	0,2043	0,1482	2,6244	11,6002	1,3092
4	0,1654	1,8673	4,0125	0,2024	0,2337	0,9465	3,5088	25,9464	2,2477
4	0,4796	5,0420	7,4615	0,2548	0,2787	0,8774	3,3329	13,2769	2,0541
4	0,1186	2,7334	4,2908	0,1912	0,2160	0,5855	3,5150	14,6532	1,7910
5	0,2367	0,5790	1,2838	0,0774	0,1188	0,7722	2,7641	8,4789	1,1854
5	0,2217	0,6076	1,4231	0,1369	0,2196	0,7426	2,1603	7,9643	1,1910
5	0	1,7238	1,8861	0,0175	0,0234	0,7182	1,5230	7,5850	0,9576

Продовження додатка Б
Закінчення табл. Б.1

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
5	0	2,7519	3,2064	0,0845	0,1044	0,917	1,9425	6,6949	1,1327
5	0,0008	1,9530	2,2175	-0,1196	-0,1581	0,5722	1,1375	7,2429	0,7565
6	0,0006	0,2415	2,2889	0,0136	0,0166	0,1947	0,7085	5,0025	0,2379
6	0,0001	0,1829	2,5298	0,0132	0,0160	0,2482	0,6806	3,2356	0,3006
6	0,0072	1,4466	3,1373	0,0119	0,0139	0,389	0,7642	5,9478	0,4533
6	0,0860	3,3965	6,2933	0,0428	0,0476	0,3612	0,633	7,1680	0,4020
6	0,0296	3,1699	5,4142	-0,0127	-0,0142	0,3705	0,6663	9,9293	0,4144
6	0,0860	3,3965	6,2933	0,0428	0,0476	0,3612	0,6330	7,1680	0,4020
7	0,00004	0,0867	1,9791	0,0038	0,0050	0,2151	0,4256	11,8228	0,2831
7	0	0,4750	1,5564	-0,0554	-0,0799	0,2276	0,5550	11,6937	0,3281
7	0,0012	0,6307	1,8189	0,0525	0,0689	0,3737	0,8752	16,1689	0,4907
7	0,0026	0,9271	1,7012	0,0303	0,0443	0,5114	0,9875	8,7559	0,7489
8	0,0005	0,1735	2,6355	0,0080	0,0091	0,0708	0,3151	6,7272	0,0804
8	0,0003	0,4603	3,2607	0,0119	0,0133	0,1049	0,3736	8,4769	0,1173
8	0,0003	0,5727	2,3323	-0,0055	-0,0066	0,1337	0,2864	11,9665	0,1586
8	0,0009	1,0666	3,0558	0,0043	0,0050	0,1542	0,3422	13,791	0,1793
8	0,0623	0,9471	2,6233	-0,0072	-0,0086	0,2283	0,4071	8,3593	0,2725
9	0,0273	1,6524	2,0630	0,0068	0,0071	0,1040	1,1630	5,6962	0,1083
9	0,0002	1,9713	2,3530	0,0275	0,0290	0,1257	0,0828	2,9435	0,1315
9	0,0251	2,9262	5,0053	0,0064	0,0066	0,1847	1,3953	2,1309	0,1931
9	0,2029	2,8047	5,0031	0,0054	0,0059	0,4552	1,3435	3,1377	0,4995
9	0,5003	3,1081	5,2549	0,0051	0,0056	0,4620	1,2818	3,6982	0,5080
10	0	0,0109	0,4384	-0,0116	-0,0140	0,0534	0,2046	16,5488	0,0649
10	0	0,0291	0,5769	-0,0139	-0,0189	0,1029	0,2763	3,8084	0,1405
10	0	1,1646	2,0337	-0,0732	-0,1063	0,2356	0,6280	1,4491	0,3423
10	0,0469	1,1966	3,0895	0,0317	0,0426	0,3619	0,9366	8,8367	0,4861
10	0,0050	0,8314	2,5875	-0,0426	-0,0581	0,7743	1,7613	20,4343	1,0563
11	0	1,2443	2,3035	0,0441	0,0498	0,1637	2,2956	0,3476	0,1849
11	0	0,9192	3,0462	-0,0192	-0,0211	0,0149	0,7763	0,5016	0,0163
11	0	0,7377	2,4449	-0,0810	-0,0888	0,0148	0,3427	0,8540	0,0162
11	0,0007	1,2861	2,1329	-0,0260	-0,0271	0,0222	0,3285	0,9393	0,0231
11	0,0004	1,7604	2,4325	-0,0186	-0,0194	0,1736	3,5779	4,0565	0,1810

**Відносні показники фінансової діяльності досліджуваних підприємств
2001 – 2006 рр.**

№ підприємства	Група показників ділової активності			Група показників фінансової стійкості			Група показників ефективності використання основних фондів			
	X10	X11	X12	X13	X14	X15	X16	X17	X18	X19
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1	8,1797	0,2261	0	0,3851	0,1433	0,1039	27,07	38,12	20,39	9,40
1	5,7742	0,2615	0,0096	0,3641	0,1615	0,1287	22,27	43,39	14,51	5,75
1	6,9704	0,2424	0,0107	0,3485	0,2508	0,2214	34,31	26,51	10,49	3,94
1	15,6797	0,3024	0,0099	0,3321	0,2961	0,2381	37,18	28,23	18,03	6,50
1	21,721	0,3009	0,0015	0,3115	0,2340	0,4597	21,37	31,34	21,13	7,98
2	2,3222	0,0502	0,0419	0,4523	0,4651	0,2108	47,48	22,64	13,23	5,89
2	2,1109	0	0,0430	0,4378	0,2500	0,3180	50,65	14,12	13,85	5,05
2	1,6266	0	0,0428	0,4307	0,6193	0,3466	52,63	6,99	12,40	4,67
2	2,3361	0	0,0178	0,4294	0,2101	0,4100	47,08	9,18	18,31	6,81
2	1,7819	0	0,0336	0,4070	0,5714	0,1521	48,91	11,24	21,62	8,16
3	3,0872	0	0,1009	0,5402	0,2500	0,2558	57,06	12,86	12,44	5,63
3	1,7021	0	0,0428	0,5247	0,6454	0,2095	53,38	18,83	11,72	4,39
3	0,9445	0	0,0593	0,4661	0,8131	0,3413	56,64	15,29	16,13	6,00
3	2,5513	0	0,0070	0,4345	0,8057	0,7006	59,30	9,57	11,64	4,54
3	2,5760	0	0,1720	0,4139	0,7855	0,0403	70,02	7,93	12,97	5,02
4	6,676	0,3407	0,0209	0,4137	0,7405	1,8180	81,77	2,50	6,78	2,83
4	7,1335	0,4036	0,0183	0,4376	0,7405	2,1396	81,55	3,20	5,80	1,94
4	6,4620	0,4654	0,0003	0,4410	0,8106	4,7662	89,71	1,98	3,69	1,25
4	10,6226	0,5812	0,0042	0,4189	0,7784	6,1165	88,71	2,70	4,27	1,52
4	7,7171	0,4048	0,0240	0,4492	0,7939	0,0198	87,39	2,73	4,95	2,02
5	1,8685	0,1519	0,1188	0,4442	0,6902	1,4760	72,62	3,34	14,06	6,41
5	1,6562	0,2555	0,1416	0,4310	0,6513	1,9681	74,18	4,01	11,07	4,11
5	3,0009	0,2953	0	0,4074	0,6405	1,8571	57,87	3,63	9,17	3,46
5	4,2509	0,4349	0,0381	0,3789	0,6796	2,1298	67,75	4,17	13,63	4,96

Продовження додатка Б
Закінчення табл. Б.2

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
5	3,1047	0,3692	0,0188	0,3668	0,5706	0,0101	54,11	4,71	17,25	6,63
6	4,5080	0,2545	0,0257	0,4289	0,3951	0,2610	49,15	10,6	20,93	9,47
6	4,7415	0,2876	0,0229	0,4008	0,4149	0,4076	49,14	15,15	17,52	6,55
6	6,0455	0,3065	0,0220	0,3666	0,5424	0,6386	52,30	13,85	16,49	6,11
6	8,8280	0,3803	0,0481	0,3511	0,5112	0,7328	41,80	10,66	21,02	8,10
6	8,4435	0,3841	0,0444	0,3465	0,5096	2,1099	46,41	9,93	22,73	8,74
7	2,8574	0,2440	0,1283	0,3455	0,4289	0,1469	24,99	34,43	21,27	8,76
7	3,1629	0,2722	0,0939	0,3276	0,3946	0,3224	41,05	23,40	18,72	6,91
7	2,2655	0,2240	0,0387	0,3295	0,3859	0,4583	42,97	13,37	21,34	7,84
7	3,1941	0,2477	0,0105	0,2968	0,5169	0,7652	44,09	9,73	14,87	5,77
7	2,1532	0,3209	0,0068	0,2753	0,5252	1,2427	53,94	9,54	16,11	6,34
8	7,3789	0,1931	0,0175	0,4295	0,2618	0,0792	32,37	18,15	22,12	9,95
8	8,4870	0,2286	0,0167	0,4186	0,3328	0,0877	37,18	20,97	17,94	7,27
8	5,8386	0,2282	0	0,4093	0,3163	0,2003	45,01	8,26	16,92	6,34
8	7,2988	0,2817	0,0066	0,3886	0,3776	0,3400	32,01	18,42	23,81	9,03
8	5,1673	0,2813	0,0586	0,3812	0,3928	0,2040	30,80	10,79	23,78	9,33
9	2,1782	0,1533	0,0041	0,4803	0,4385	0,1541	25,39	26,73	26,52	12,31
9	2,6220	0,1820	0,0056	0,4611	0,4067	0,1801	30,06	24,20	25,03	9,39
9	1,9411	0,1825	0	0,4419	0,4928	0,2213	34,54	13,89	17,51	6,50
9	1,2875	0,3827	0,0569	0,3116	0,5416	0,7884	43,66	13,60	26,15	9,93
9	1,0512	0,4098	0,0285	0,3276	0,5332	3,2961	38,53	11,15	29,81	11,39
10	4,6567	0	0,0339	0,1724	0,1562	0,1123	37,88	22,72	24,47	12,73
10	2,7365	0	0,0331	0,1550	0,2200	0,3796	7,71	29,06	42,78	15,89
10	2,2097	0,4356	0,0312	0,1573	0,3225	0,7292	27,4	10,68	25,19	9,42
10	2,9140	0,5674	0,0722	0,1409	0,4071	1,3811	45,61	7,08	30,25	11,49
10	2,7450	0,5191	0,0373	0,1280	0,5997	2,3687	26,00	4,17	38,77	14,78
11	7,7126	0,1166	0,0423	0,4262	0,2573	0,2702	40,55	11,37	17,61	7,80
11	10,0271	0,1196	0,0413	0,3367	0,1246	0,0325	29,19	27,89	16,67	5,62
11	10,5214	0,0827	0,0468	0,2701	0,1222	0,1946	33,23	14,64	7,80	11,78
11	22,6284	0,0501	0,0108	0,3151	0,2276	0,2824	46,56	19,37	8,95	9,00
11	23,4964	0,0610	0,0175	0,3132	0,6362	1,6480	48,17	18,31	0	0,31

**Допоміжні показники фінансової діяльності досліджуваних підприємств
2001 – 2006 рр.**

№ підприємства	Група показників витрат ОК на одиницю продукції			Додатково розраховані показники				
	X20	X21	X22	X23	X24	X25	X26	X27
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	5,02	107,13	55,29	0,036	0,1750	0,6491	5,9763	0,1902
1	14,08	113,49	39,14	0,017	0,1417	0,6152	5,1928	0,1784
1	24,76	127,14	57,01	-0,360	-0,2279	0,6461	2,9867	-0,1903
1	10,06	107,11	50,18	-0,015	0,1150	0,8487	2,3773	0,1415
1	18,18	107,99	37,16	-0,452	-0,314	0,8709	3,2739	-0,2479
2	10,76	121,33	45,77	-0,130	-0,0014	0,1143	1,1502	0,0074
2	16,34	119,86	48,52	-0,259	-0,1386	-0,1637	3,0000	-0,1073
2	23,30	72,67	79,22	-0,184	-0,0481	-0,5815	0,6148	-0,0547
2	18,62	74,76	57,82	-0,308	-0,1796	-0,2358	3,7600	-0,1524
2	10,07	96,06	72,57	-0,318	-0,1862	-0,4357	0,7501	-0,1590
3	12,01	139,23	77,31	-0,428	-0,2890	-0,2102	3,0000	-0,2335
3	11,67	159,86	83,94	-0,806	-0,6709	-2,0780	0,5495	-0,4030
3	5,95	104,21	54,80	-0,625	-0,5015	-2,6496	0,2300	-0,3291
3	14,95	89,27	76,94	0,354	0,4817	-1,0828	0,2412	0,9289
3	4,07	82,58	70,83	0,004	0,1423	-0,0454	0,2731	0,1504
4	6,11	81,76	71,44	0,143	0,2715	0,7051	0,3505	0,3902
4	7,51	78,20	62,04	0,156	0,2939	0,7603	0,3504	0,4056
4	3,38	75,56	91,81	0,104	0,2251	0,7508	0,2337	0,2967
4	2,80	74,58	77,20	0,136	0,2627	0,8660	0,2847	0,3798
4	2,91	74,75	72,23	0,121	0,2569	0,7670	0,2597	0,3394
5	3,56	87,14	63,86	0,100	0,2230	0,2210	0,4488	0,3053
5	6,63	79,01	66,25	0,184	0,3084	0,2973	0,5353	0,4656
5	25,87	78,87	74,58	0,024	0,1484	0,4698	0,5613	0,1724
5	9,50	77,79	62,08	0,092	0,2242	0,6881	0,4714	0,2700
5	17,3	84,68	70,11	-0,209	-0,0836	0,5490	0,7525	-0,0773
6	9,84	92,05	58,07	0,070	0,1901	0,5631	1,5310	0,2364

Закінчення додатка Б

Закінчення табл. Б.3

1	2	3	4	5	6	7	8	9
6	11,64	96,45	48,02	0,053	0,1882	0,6047	1,4101	0,2352
6	11,25	62,78	49,24	0,030	0,1595	0,6813	0,8436	0,1823
6	18,42	61,33	44,24	0,118	0,2571	0,8411	0,9561	0,3143
6	12,19	68,60	51,49	-0,034	0,0951	0,8153	0,9624	0,1117
7	10,55	74,73	77,77	0,200	0,3369	0,4424	1,3314	0,4826
7	9,92	98,39	31,35	0,018	0,1482	0,4947	1,5342	0,1697
7	14,48	100,84	64,92	-0,244	-0,1195	0,3575	1,5915	-0,1098
7	25,54	91,88	44,29	0,140	0,2738	0,4502	0,9344	0,3854
7	14,07	88,46	36,07	0,059	0,1959	0,4122	0,9039	0,2445
8	17,41	89,88	36,89	0,114	0,2472	0,6206	2,8189	0,3245
8	16,64	90,42	33,53	0,113	0,2408	0,6933	2,0048	0,3096
8	23,47	65,49	72,10	-0,041	0,0952	0,5712	2,1617	0,0995
8	16,72	72,18	41,63	0,028	0,1581	0,6727	1,6483	0,1830
8	25,3	58,57	34,42	-0,031	0,1028	0,6188	1,5457	0,1133
9	9,05	99,15	38,19	0,065	0,1916	0,5153	1,2803	0,2452
9	11,32	89,95	31,74	0,121	0,2448	0,5750	1,4589	0,3525
9	27,55	92,48	35,65	0,024	0,1479	0,8002	1,0291	0,1902
9	6,66	78,07	43,87	0,012	0,1455	0,8001	0,8462	0,1559
9	9,11	79,89	42,39	0,011	0,1370	0,8097	0,8755	0,1732
10	2,2	163,82	62,05	-0,217	-0,0936	-1,2808	5,4023	-0,0774
10	4,56	147,08	8,48	-0,135	-0,0008	-0,7335	3,7629	-0,0014
10	27,32	108,98	34,05	-0,411	-0,2834	0,5083	2,1010	-0,2160
10	5,58	105,49	55,13	0,088	0,2248	0,6763	1,4566	0,2743
10	16,29	89,84	30,95	-0,055	0,0820	0,6135	0,6675	0,0797
11	22,68	138,32	44,80	0,169	0,2989	0,5659	2,8865	0,4309
11	20,64	154,09	89,4	-1,293	-1,1547	0,6717	7,0229	-0,5390
11	32,55	154,34	65,19	-1,464	-1,3275	0,5910	7,1803	-0,5734
11	16,11	96,13	60,34	-1,172	-1,0391	0,5312	3,3942	-0,5089
11	20,84	116,08	55,92	-0,107	0,0290	0,5889	0,5719	0,0234

НАУКОВЕ ВИДАННЯ

Малярець Людмила Михайлівна
Місюра Євгенія Юріївна
Койбічук Віталія Василівна та ін.

**МАТЕМАТИЧНІ МЕТОДИ І МОДЕЛІ
В УПРАВЛІННІ ЕКОНОМІЧНИМИ ПРОЦЕСАМИ**

Монографія

Відповідальний за видання *Л. М. Малярець*

Відповідальний редактор *М. М. Оленич*

Редактор *Н. І. Ганцевич*

Коректор *Н. І. Ганцевич*

План 2016 р. Поз. № 2-НВ.

Підп. до друку 07.11.2016 р. Формат 60 x 90 1/16. Папір офсетний. Друк цифровий.

Ум. друк. арк. 26,25. Обл.-вид. арк. 32,81. Тираж 500 пр. Зам. № 223.

Видавець і виготовлювач – ХНЕУ ім. С. Кузнеця, 61166, м. Харків, просп. Науки, 9-А

Свідоцтво про внесення суб'єкта видавничої справи до Державного реєстру

ДК № 4853 від 20.02.2015 р.

