

му разрушению зубков в процессе их эксплуатации. Внедрение алмазного бесцентрового шлифования зубков позволило существенно повысить их качество и долговечность.

На Златоусовском машиностроительном заводе им. Ленина внедрение алмазного бесцентрового наружного шлифования специальных твердосплавных стержней позволило резко повысить их качество. Раньше такие стержни после шлифования кругами КЗ растрескивались в процессе эксплуатации из-за наличия в поверхностном слое микротрещин.

Экономия от применения только одного алмазного круга при обработке твердосплавных изделий составляет 14,5 тыс. руб.

Таким образом, внедрение кругов из синтетических алмазов при бесцентровом наружном шлифовании изделий из твердых сплавов взамен кругов КЗ резко повышает качество изделий, их долговечность и дает значительный экономический эффект.

УДК 621.923.5

П. Д. ДУДКО, канд. техн. наук,  
И. Ш. НЕВЛЮДОВ, канд. техн. наук, Л. В. ОБУХОВА

## ОПТИМИЗАЦИЯ СОСТАВА АЛМАЗНО-АБРАЗИВНЫХ ПАСТ

При разработке новых и совершенствовании существующих алмазно-абразивных паст часто возникают задачи поиска оптимального их состава. Сложностью решения указанных задач является большое количество входящих в состав пасты компонентов.

Обычно такие задачи решают традиционным методом, поочередно варьируя каждым участвующим в эксперименте фактором.

Исследователь получает информацию о зависимости параметра оптимизации от варьирующих факторов в области, далекой от оптимальной. Это приводит к неэффективным результатам, особенно при решении многофакторных экстремальных задач. Кроме того, проведение и обработка большого количества опытов не позволяет широко их использовать в производственных условиях.

Математическая теория эксперимента включает ряд методов оптимизации, сокращающих число опытов и позволяющих найти оптимум одновременно всех параметров, участвующих в исследованиях. Одним из них является симплексный метод [1, 2].

В работе рассматривается применение метода симплекс-планирования эксперимента при оптимизации состава абразивной пасты.

Рассмотрим процесс доводки, характеризующийся вектором управляемых факторов  $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$  и вектором выходных параметров  $y = (y_1, y_2, \dots, y_n)$ , каждый из которых является

функцией факторов, т. е.  $y_j = f_j(\mathbf{x})$ . За входные параметры принимаем компоненты пасты: анилин солянокислый, минеральное масло, парафин, стеарин и микропорошок электрокорунда М14. Их доли, выраженные в процентах, обозначим  $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5$ . Сумма всех компонентов пасты должна быть

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 100. \quad (1)$$

С учетом литературных данных, а также на основании производственного опыта устанавливаем, что область оптимального состава пасты находится в следующих интервалах:

$$\begin{aligned} 8 \leq x_1 \leq 15; \quad 10 \leq x_2 \leq 20; \quad 5 \leq x_3 \leq 15; \quad 10 \leq x_4 \leq 20; \\ 40 \leq x_5 \leq 60. \end{aligned} \quad (2)$$

Выходными параметрами являются съем металла  $Q$  и шероховатость доведенной поверхности  $R_a$ . В рассматриваемом случае, исходя из возможности обеспечения высокой производительности обработки, принимаем один из выходных параметров главным — съем металла  $Q$  и ищем его максимум в области  $D$ .

Тогда задача формулируется так: в области  $D$  в диапазоне установленных ограничений требуется отыскать такое сочетание переменных факторов  $y_j$ , при котором значение целевого (выходного) параметра  $y$  является наибольшим:

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_n) \rightarrow \max \quad (3)$$

при ограничениях, установленных условиями (1), (2).

Идея метода симплекс-планирования состоит в построении симплекса в области  $D$  и его движения в  $D$  путем отражения относительно противоположной грани до тех пор, когда значение целевого параметра  $y$  в некоторой вершине будет наибольшим. При этом вершина  $P$ , принадлежащая области  $D$  ( $P \in D$ ), заменяется отраженной вершиной  $P^*$  ( $P^* \notin D$ ) в том случае, если параметр  $y$  вершины  $P^*$  больше параметра  $y$  вершины  $P$ :

$$y(P^*) > y(P). \quad (4)$$

Если  $y(P^*) \leq y(P)$ , то шаг от вершины  $P$  к вершине  $P^*$  ( $P \rightarrow P^*$ ) в  $D$  считается ложным и для отражения выбирается следующая в порядке возрастания вершина  $P^{**}$  параметра  $y$ . Если при всех отражениях условие (4) не выполняется, производим сжатие симплекса с коэффициентом  $\lambda$ , который учитывает интервал варьирования входных параметров  $x_i$ .

Координаты вершины  $P_1, P_2, \dots, P_n$  симплекса рассчитывают по формуле [3]

$$P_i = P_0 + t_0 e_i, \quad (5)$$

где  $P_i$  — координата вершины  $i$ -го симплекса;

$P_0$  — координата центра симплекса;

$t_0$  — длина ребра симплекса;

$e_i$  — векторы при  $n$  переменном.

Координата центра  $P_0$  симплекса в области  $D$  принимается произвольно и должна удовлетворять условиям (2). Длина ребра  $l_0$  характеризует интервал варьирования переменных параметров  $x_i$  и задается, исходя из условия (2). При этом, если область поиска оптимального состава пасты задается в узком интервале, то  $l_0 \rightarrow 1$ , если в широком интервале, —  $l_0 > 1$ .

Ниже указан способ вычисления векторов при двух и четырех переменных  $x_i$ .

Достаточно строить векторы  $\vec{e}_1, \dots, \vec{e}_{n+1}$  со свойствами

$$\vec{e}_i \cdot \vec{e}_i = 1; \quad e_i \cdot e_j = -1 \frac{1}{n}; \quad i \neq j.$$

Здесь  $(x, y) = \sum x_k y_k$ , если  $x = (x_k)^n$ .  $y = (y_k)^n$  — скалярное произведение. Векторы  $x_i$  пропорциональны векторам  $e_i$ . При двух переменных параметрах ( $n = 2$ ) векторы  $\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3$  можно выбирать так:

$$\vec{e}_1 = (0, 1);$$

$$\vec{e}_2 = \left( \frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{1}{2} \right);$$

$$\vec{e}_3 = \left( -\frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{1}{2} \right).$$

При  $n = 4$  векторы  $\vec{e}_1, \dots, \vec{e}_5$  следующие:

$$\vec{e}_1 = (0, 0, 0, 1);$$

$$\vec{e}_2 = \left( 0, 0, \frac{\sqrt{15}}{4}, -\frac{1}{4} \right);$$

$$\vec{e}_3 = \left( 0, \frac{\sqrt{30}}{6}, -\frac{\sqrt{15}}{12}, -\frac{1}{4} \right); \tag{6}$$

$$\vec{e}_4 = \left( \frac{\sqrt{10}}{4}, -\frac{\sqrt{30}}{12}, -\frac{\sqrt{15}}{12}, -\frac{1}{4} \right);$$

$$\vec{e}_5 = \left( -\frac{\sqrt{10}}{4}, -\frac{\sqrt{30}}{12}, -\frac{\sqrt{15}}{12}, -\frac{1}{4} \right).$$

Аналогично выбираем векторы при  $n > 4$ .

В рассматриваемом случае с учетом (1) область  $D$  устанавливается из четырех координат  $(x_1, x_2, x_3, x_4)$  вектора  $P_i$ , пятая координата — из условия (1).

Координату отраженной вершины  $P^*$  находим по формуле<sup>1</sup>

$$x_k(P_i^*) = \frac{2(n+1)}{n} P_0 - \frac{n+1}{n} P_i. \quad (7)$$

Исследования по выбору оптимального состава пасты производили с применением лабораторной установки АСЗ-4, имитирующей процесс доводки, при давлении 0,5 кгс/см<sup>2</sup> и скорости притира 20 м/мин.

Определив по (5) координаты вершин симплекса, приготавливаем пасту и проводим серию опытов. Например, принимая центр симплекса  $P_0 = (10, 10, 15, 20, 45)$  и длину ребра  $l_0 = 3$ , находим координату вершины

$$P_1 = (10, 10, 15, 20) + 3(0, 0, 0, 1) = (10, 10, 15, 23).$$

Пятая координата вычисляется, исходя из (1):

$$P_1 = (10, 10, 15, 23, 42).$$

Аналогично рассчитываются координаты остальных вершин  $P_i$  симплекса, после чего результаты опытов сводятся в таблицу и делается анализ выходных параметров.

Из таблицы видно, что в первой серии опытов наименьший съем металла достигается на вершине  $P_5$ . По условию (4) вершину  $P_5$  отражаем относительно противоположной грани  $P_5^1$  и рассчитываем координату противоположной вершины  $P_5^1$  по (7). Для этого сначала определяем центр тяжести граней по формуле

$$P_0(xi) = \frac{1}{n} (P_1 + P_2 + \dots + P_{n+1}). \quad (8)$$

Например, для грани  $x_1$  центр тяжести равен (см. таблицу)

$$P_0 = \frac{1}{5} (10 + 10 + 10 + 12 + 10) = 11.$$

Аналогично рассчитываются  $P_0(xi)$  для остальных граней симплекса, после чего, подставляя в (7) координаты вершины  $P_0$ ,  $P_5$ , получим

$$x_k(P_5^1) = 2,5 P_0 - 1,2 P_i = (16, 19, 22, 30, 40).$$

Определив координаты остальных отражений вершин симплекса, проводим вторую серию опытов и выполняем анализ выходного параметра.

Во второй серии опытов для всех вершин  $P_5^1$ , кроме вершины  $P_5^1$ , условия (2), (4) выполняются. Для вершины  $P_5^1$  шаг

---

\* По определению отражения,  $OP_1^* = -OP$ . Для вывода (7) достаточно найти вектор  $OP^*(o — \text{центр тяжести грани симплекса})$ .

## Координаты вершин симплекса и результаты доводки

Вершина, где ставит- ся опыт	Вершины симплекса	Входные параметры					Съем металла $Q$ , мг
		$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	

## Первая серия опытов

$P_1$	$P_1, P_2, P_3, P_4, P_5$	10	10	15	23	42	31
$P_2$	$P_1, P_2, P_3, P_4, P_5$	10	10	18	22	40	39
$P_3$	$P_1, P_2, P_3, P_4, P_5$	10	13	17	21	39	38
$P_4$	$P_1, P_2, P_3, P_4, P_5$	12	12	16	20	40	42
$P_5$	$P_1, P_2, P_3, P_4, P_5$	10	9	15	19	47	26

## Вторая серия опытов

$P_5^1$	$P_1^1, P_2^1, P_3^1, P_4^1, P_5^1$	16	19	22	30	40	—
---------	-------------------------------------	----	----	----	----	----	---

## Третья серия опытов

$P_3^3$	$P_1^3, P_2^3, P_3^3, P_4^3, P_5^3$	12	11	18	27	32	29
$P_2^3$	$P_1^3, P_2^3, P_3^3, P_4^3, P_5^3$	14	14	17	26	29	—
$P_4^3$	$P_1^3, P_2^3, P_3^3, P_4^3, P_5^3$	14	12	19	31	24	—
$P_1^3$	$P_1^3, P_2^3, P_3^3, P_4^3, P_5^3$	17	14	23	32	14	—
$P_5^3$	$P_1^3, P_2^3, P_3^3, P_4^3, P_5^3$	12	19	27	45	17	—

## Пятая серия опытов

$P_4^5$	$P_1^5, P_2^5, P_3^5, P_4^5, P_5^5$	6	14	11	16	53	24
$P_3^5$	$P_1^5, P_2^5, P_3^5, P_4^5, P_5^5$	14	14	11	16	45	33
$P_1^5$	$P_1^5, P_2^5, P_3^5, P_4^5, P_5^5$	10	19	12	18	41	52
$P_5^5$	$P_1^5, P_2^5, P_3^5, P_4^5, P_5^5$	8	14	13	16	49	28
$P_2^5$	$P_1^5, P_2^5, P_3^5, P_4^5, P_5^5$	6	10	15	12	57	23

от  $P_5 \rightarrow P_5^1$  считается ложным, так как не выполняется условие (2). Это показывает, что  $\Delta$  находится вблизи границы области  $D$ .

В третьей серии опытов условие (2) для всех вершин  $\Delta$  не выполняется. Отсюда следует, что действительно  $\Delta$  двигался к границе области  $D$ , ограниченной условиями (2).

После постановки четвертой серии опытов делаем вывод, что наибольший съем достигался на вершине  $P_4$  (первая серия). Чтобы проверить, является ли  $P_4$  единственным возможным максимумом, необходимо двигать  $\Delta$  в направлении  $P_4^n$ . Продолжая движение  $\Delta$  в указанном направлении, находим, что в пятой серии

опытов существует вершина  $P_4^5$ , где съем металла выше на 24%, чем на вершине  $P_4$ . Тогда, выполнив контрольную (шестую) серию опытов, устанавливаем, что действительно оптимальный состав пасты находится на вершине  $P_5^5$ , так как при дальнейшем отражении вершин в шестой серии опытов условие (4) не выполняется.

Рассматривая взаимное влияние входных параметров (состава пасты) на съем металла, видим, что каждый участвующий в процессе доводки параметр имеет оптимальное значение. Изменение их от оптимального значения приводит к нарушению условий доводки. Это объясняется следующим: увеличение концентрации абразива в пасте приводит к взаимному перемалыванию зерен, что снижает производительность процесса. Изменение концентрации остальных компонентов приводит к изменению вязкости, смазывающих свойств, а также к снижению степени активизации процесса вследствие их химического взаимодействия с металлом (анилин солянокислый).

Таким образом, симплексное планирование эксперимента 28 опытов, что значительно меньше, чем при классическом методе, позволило выбрать оптимальный состав пасты при следующем соотношении компонентов (вес. %): анилин солянокислый — 10, минеральное масло — 19, парафин — 12, стеарин — 18, микропорошок электрокорунда М14 — 41. При этом, как следует из теории симплексного метода и опыта его применения, преимущество метода тем больше, чем больше факторов подлежит оптимизации.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Налимов В. В., Чернова Н. А. Статистические методы планирования экстремальных экспериментов. М., «Наука», 1965. 320 с.
2. Ермуратский П. В. Симплексный метод оптимизации. — «Тр. Моск. энерг. ин-та», 1966, вып. 67. 29 с.
3. Рачинский Л. В., Стрельцов А. А. Оптимизация многофакторных процессов со многими выходными параметрами методом симплекс-планирования. — «Заводская лаб.», 1972, № 1, с. 66—69.

УДК 621.914.22.025

В. П. ЛЕПЕТУХА, канд. техн. наук

#### ИЗНОС И СТОЙКОСТЬ ФРЕЗ С НЕПЕРЕТАЧИВАЕМЫМИ ТВЕРДОСПЛАВНЫМИ ПЛАСТИНКАМИ

Для полувостовой и чистовой обработки широко применяются фрезы, оснащенные многогранными неперетачиваемыми твердосплавными пластинками, что позволило расширить область применения фрез для скоростного резания металлов. В то же время значительно увеличился удельный вес деталей из ковкого чугуна, что объясняется более высокой прочностью его по-