УДК 614

ОПТИМИЗАЦІЙНА МОДЕЛЬ ЗАМІНИ СВОЄЇ МАШИНИ

Шевченко О.К.,к.т.н., доцент, ХНЕУ, Харків, Україна

***Анотація* — Побудована динамічна модель заміни своєї машини за декілька етапів експлуатації. Задача розв'язана графічним методом. Обчислені можливі траєкторії оптимального використання машини. Дана оцінка мінімальних витрат за всі етапи роботи машини. *Ключові слова* — динамічна модель, функція цілі, початкова вартість, мінімальні витрати, показник ефективності.**

Розробка оптимізаційної моделі основана на методі динамічного програмування, який був розроблений Р.Беллманом [1]. Процес прийняття рішення розбитий на етапи, на кожному з яких проводиться оптимізація. Такі задачі називають багатокроковими,

В економіки моделі динамічного програмування використовують наприклад, при розробці правил управління запасами, при плануванні виробництва, при розподіленні додаткових коштів, при плануванні ремонту , а також, заміни обладнання.

Ціль даної роботи є побудова оптимізаційної моделі заміни своєї машини після кількох років її експлуатації.

Питання заміни машини практично виникає вже за кілька років її використання, тому необхідно заздалегідь мати план її заміни у зв'язку з її фізичним або моральним зносом. Таке питання виникає у кожного автомобіліста. Тобто потрібно вкладати кошти в ремонт або в купівлю нової машини. Для цього потрібно розробити оптимальну стратегію експлуатації машини.

Таку задачу можна рішити методом динамічного програмування. Розіб'ємо весь термін експлуатації машини (t) на п'ять етапів $1 \le t \le 5$. В залежності від інтенсивності використання машини один етап - це може бути рік, два або три роки. Можливе управління залежить від двох показників: X^1-зберегти машину та X^2-замінити на нову [2].

Нехай вартість машини при купівлі C_0=600 тис. грн.,її ліквідна вартість після t-етапів використання задається функцією $g_0(t) = C_0 2^{-t}$.Витрати на збереження $f(t) = 80(t+1)$ (тис. грн.). Потрібно знайти оптимальну стратегію експлуатації таку, щоб сумарні витрати були мінімальні. В сумарні витрати входить вартість купивлі, витрати на експлуатацію, а також ліквідна вартість.

Позначимо: $F(X_k, t)$ - функція цілі, тобто сумарні витрати; функція $f_k(X_k, t)$ показник ефективності $k-$го етапу; параметр стану - $S(k,t)$.

Тоді рівняння стану:

$$S(k,t) = \; = \begin{cases} 1, \textit{якщо } X_k = X^2 \\ t+1, \textit{якщо } X_k = X^1 \end{cases}, \quad (1)$$

Показник ефективності $k-$ етапу:

$$f_k(X_k, t) = \; = \begin{cases} 80(t+1), X_k = X^1, \\ 680 - 600 \times 2^{-t}, X_k = X^2 \end{cases}, \quad (2)$$

Рівняння Беллмана:

$$F_k(X_k, t) = \; = \begin{cases} 80(t+1) + F_{k+1}(X_k, t+1), X_k = X^1, \\ 680 - 600 \times 2^{-t}, + F_{k+1}(X_k, 1), X_k = X^2 \end{cases} \quad (3)$$

За допомогою граф-моделі можна розв'язати цю задачу.

На вісі абсцис відкладемо номер шага k, на вісі ординат-етапи роботи машини t. Точка (k,t) на площині відповідає такий ситуації: машина експлуатується k- етапів і має термін роботи t- етапів. Дуга графа, яка з'єднує дві точки відповідає одному етапу роботи машини.

За формулою (2) на дугах графа запишемо значення показника ефективності Початок експлуатації машини відповідає точці $S(0,0)$, перехід в точку $S(1,1)$ має такі витрати: 680 тис. грн.(за формулою (2) 600 тис. грн. купівля ,80 тис. грн. - витрати за перший етап експлуатації), далі при управлінні X^1 перехід в точку $S(2,2)$ 160 тис. грн., в точку $S(3,3)$ 240 тис. грн., в точку $S(4,4)$-320, в точку $S(5,5)$ - 400. Якщо управління X^2,то теж за формулою (2) перехід до точки $S(1,2)$ вартий 380 тис. грн.(680-600×2^{-1}) (купівля, етап експлуатації відняти ліквідну вартість). Продовжуючи таким чином, заповнюємо всі дуги графа.

Функцію цілі почнемо обчислювати з кінця , тобто з кінцевого кроку.

Оскільки функцію цілі досліджуємо на мінімум то ліквідну вартість запишемо до вершин $S(5,t)$ зі знаком мінус(рис.1)

$$[\{(-300),(-150),(-75),(-37{,}5),(-18{,}75)\}].$$

Значення функції цілі для стану(4,t):

$$F_4(4{,}1) = \min\begin{Bmatrix} 80 \times 2 - 150 = 10, \\ 680 - 600 \times 2^{-1} - 300 = 80 \end{Bmatrix} = 10$$

$$F_4(4{,}2) = \min\begin{Bmatrix} 240 - 75 = 165, \\ 530 - 300 = 230 \end{Bmatrix} = 165$$

$$F_4(4{,}3) = \min\begin{Bmatrix} 320 - 37{,}5 = 282{,}5, \\ 605 - 300 = 305 \end{Bmatrix} = 282{,}5$$

$$F_4(4{,}4) = \min\begin{Bmatrix} 400 - 18{,}75 = 381{,}25, \\ 642{,}5 - 300 = 342{,}5 \end{Bmatrix} = 342{,}5$$

Значення функції цілі для стану(3,t):

$$F_3(3{,}1) = \min\begin{Bmatrix} 160 + 165 = 325, \\ 380 + 10 = 390 \end{Bmatrix} = 325$$

$$F_3(3{,}2) = \min\begin{Bmatrix} 240 + 282{,}5 = 522{,}5, \\ 530 + 10 = 540 \end{Bmatrix} = 522{,}5$$

$$F_3(3{,}3) = \min\begin{Bmatrix} 320 + 342{,}5 = 662{,}5, \\ 605 + 10 = 615 \end{Bmatrix} = 615$$

Значення функції цілі для стану(2,t):

$$F_2(2{,}1) = \min\begin{Bmatrix} 160 + 522{,}5 = 682{,}5, \\ 380 + 325 = 705 \end{Bmatrix} = 682{,}5$$

$$F_2(2{,}2) = \min\begin{Bmatrix} 240 + 615 = 855, \\ 530 + 325 = 855 \end{Bmatrix} = 855$$

Значення функції цілі для стану(1,1):

$$F_1(1{,}1) = \min\begin{Bmatrix} 160 + 855 = 1015 \\ 380 + 682{,}5 = 1062{,}5 \end{Bmatrix} = 1015$$

Значення функції цілі для стану(0,0):

Остаточно маємо:

$$F_0(0{,}0) = 1015 + 680 = 1695$$

Це і є мінімальні витрати на машину, які включають вартість купівлі, експлуатації протягом п'яті етапів (це може бути п'ять, десять, п'ятнадцять тощо років в залежності від інтенсивності експлуатації), а також продажу на кінцевому етапі.

На граф-моделі жирними стрілками показані можливі оптимальні шляхи купівлі, експлуатації, а також заміни машини.

Маємо дві оптимальні траєкторії:

1) $\{(0,0),(1,1),(2,2),(3,1),(4,2),(5,3)\}$;

2) $\{(0,0),(1,1),(2,2),(3,3),(4,1),(5,2)\}$.

При цьому мінімальне значення функції цілі не змінюється і дорівнює 1695 тис. грн.

На першому шляху машину потрібно замінити на третьому етапі в стані (3,1), а на п'ятому етапі в стані (5,3) її можна продати за 75 тис. грн.

На другому шляху машину потрібно замінити на четвертому етапі в стані (4,1), а на п'ятому етапі в стані (5,2) її можна продати за 150 тис. грн.

Таким чином, методом динамічного програмування розроблена оптимальна модель заміни своєї машини. Ця методика дозволяє змінити початкові умови. Наприклад, задати різні витрати на кожному етапі. Можна розглядати за цією ж методикою роботу виробничих машин, станків та іншого обладнання,

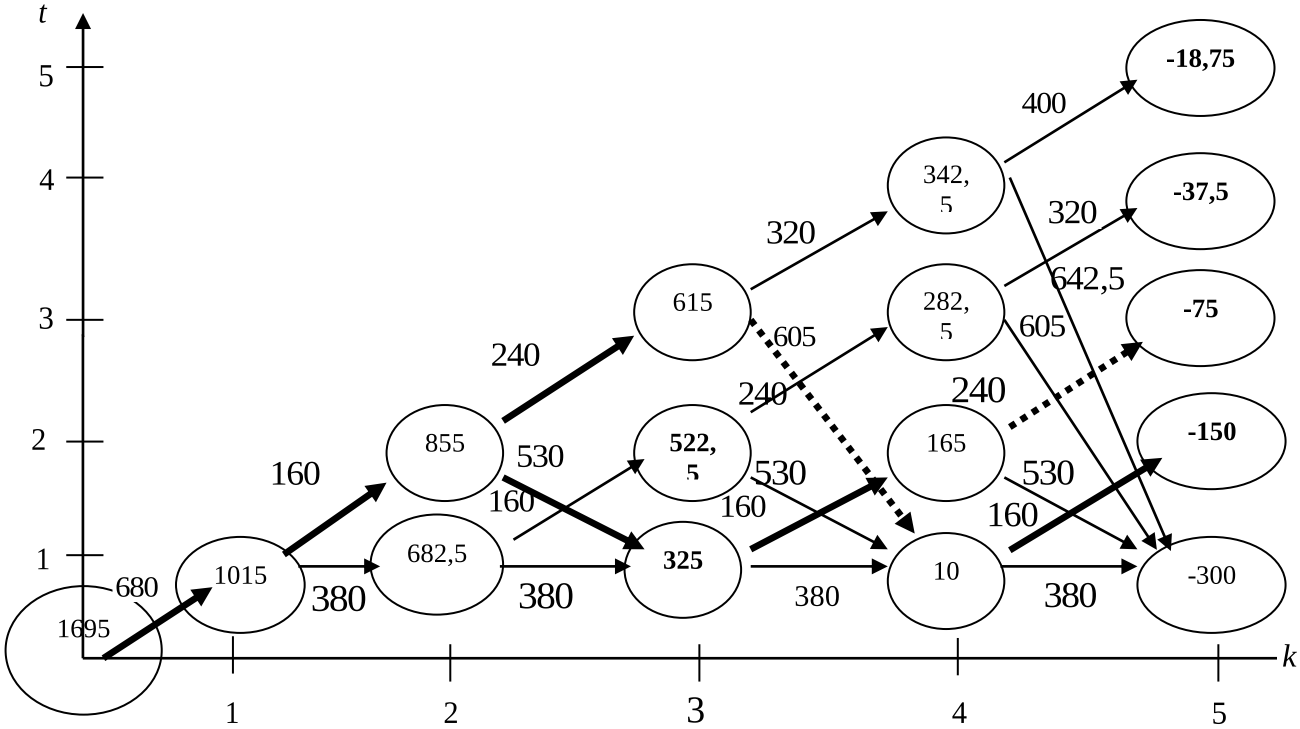

Рис. 1. Граф-модель заміни машини

Витрати на експлуатацію машини на першому етапі були 80 тис. грн. У зв'язку з інфляцією витрати зросли, змінився показник ефективності**:**

$$f_k(X_k,t)=\begin{cases}80+100t, X_k=X^1, k\neq 3,\\ 80+100(t-1), k=3,\\ 680-600\times 2^{-t}, X_k=X^2\end{cases}$$

Де перші два рядки - це витрати на експлуатацію, якщо на кожному етапі машину зберегти. Третій рядок це загальні витрати, якщо машину продати (-600×2^{-1}), купити нову (600), витрати за перший етап експлуатації (80). Усе це в тис. грн.

Тоді функція цілі:

$$F_k(X_k,t)=\begin{cases}f_k(X_k,t)+F_{k+1}(X_k,t+1), X_k=X^1,\\ f_k(X_k,t)+F_{k+1}(X_k,1), X_k=X^2\end{cases}$$

За допомогою граф-моделі можна розв'язати задачу. одержимо оптимальний маршрут $\{(1,1),(2,2),(3,3),(4,4),(5,1)\}$, тобто на всіх чотирьох етапах потрібно машину зберегти, а на кінцевому етапі продати. Її ліквідна вартість буде 300 тис. грн. При цьому мінімальна вартість за п'ять етапів 1762 тис. грн.

Список використаної літератури

1. Беллман Р. Динамическое программирование – изд. Иностранной литературы – М. 1960.- 400 с.
2. Математические методы и модели в планировании и управлении горным производством: Учебн. Пособие для вузов / А.Г.Протосеня, С.А. Кулиш, Е.И. Азбель и др./ - М. Недра, 1985. – 288с.

Автор

Шевченко Олександра Кирилівна, к.т.н., доцент, ХНЕУ, Харків, Україна.

akshev19@gmail.com

Тези доповіді надійшли 06 лютого 2018 року

Опубліковано в авторській редакції.