МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ,
МОЛОДІ ТА СПОРТУ УКРАЇНИ

ХАРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ ЕКОНОМІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

Методичні рекомендації до виконання лабораторних завдань з навчальної дисципліни "МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ В ЕКОНОМІЦІ ТА МЕНЕДЖМЕНТІ"

для студентів напряму підготовки
6.030601 "Менеджмент"
денної форми навчання

Харків. Вид. ХНЕУ, 2013

Затверджено на засіданні кафедри економіки, організації та планування діяльності підприємства.

Протокол № 1 від 28.08.2012 р.

Укладач Омелаєнко Н. М.

М54 Методичні рекомендації до виконання лабораторних завдань з навчальної дисципліни "Математичне моделювання в економіці та менеджменті" для студентів напряму підготовки 6.030601 "Менеджмент" денної форми навчання / укл. Н. М. Омелаєнко. – Х. : Вид. ХНЕУ, 2013. – 52 с. (Укр. мов.)

Подано методичні рекомендації до виконання лабораторних завдань з навчальної дисципліни, використання яких дозволить вивчити методику вирішення економічних задач різними економіко-математичними методами.

Рекомендовано для студентів напряму підготовки 6.030601 "Менеджмент".

Вступ

Успішна робота в ринкових умовах вимагає від менеджерів при вирішенні практичних завдань організації, планування і управління виробництвом використання економіко-математичних методів і моделей. Навчальна дисципліна "Математичне моделювання в економіці і менеджменті" включає в себе основні математичні методи, які знайшли застосування на практиці. Ці методи дозволяють забезпечити оптимізацію прийнятих рішень, підвищити їх науковість і обґрунтованості.

Навчальна дисципліна "Математичне моделювання в економіці і менеджменті" складається з таких модулів, як "Дослідження операцій" і "Економетрія". З навчальної дисципліни студентами виконується 3 завдання з "Дослідження операцій" і 3 з "Економетрії".

Мета виконання цих завдань − навчити студентів використовувати методи дослідження операцій та економетрії для вирішення конкретних економічних завдань.

1. Лабораторні завдання з "Дослідження операцій"

Завдання 1.1. Обґрунтування параметрів статистичного контролю якості продукції

Зміст завдання. Фірма випускає заготовки для виготовлення пляшок. Продукція не підлягає суцільному контролю. Діаметр бортика на горлечку пляшки повинен бути в межах $A = 8{,}25 \pm 0{,}12$ мм. Було проведено 100 вимірювань зовнішнього діаметра циліндрів-заготовок, які представлені в табл. 1.

Мета завдання. Обґрунтувати параметри системи статистичного контролю якості продукції, що забезпечують вихід на задані ризики споживача й виробника.

Студенти виконують 3 варіанти завдання. Вихідні дані наведенні в табл. 1:

варіант (0 – 2) – беруться вибірки з 1 по 10;

варіант (3 – 6) – вибірки з 2 по 11;

варіант (7 – 9) – вибірки з 3 по 12.

Порядок виконання завдання

1. Перевірити контрольований розмір на нормальний характер його розподілу за допомогою критерію $\chi 2$ Пірсона.

2. Досліджувати точність обробки шляхом розрахунку коефіцієнтів точності обробки і величини налаштування обладнання.

3. Визначити величину контрольних меж і обсяг контрольованої вибірки для системи попереджувального контролю, виходячи з величини ризику споживача в 2,5 %, а ризику виробника 1,3 %.

4. Побудувати контрольну діаграму і заповнити її для 3-х проб.

Таблиця 1

Вихідні дані до завдання 1.1 – розміри горлечок пляшок (мм)

Номер вибірки	Номера спостережень									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	8,23	8,20	8,20	8,26	8,30	8,23	8,28	8,23	8,17	8,20
2	8,29	8,21	8,13	8,27	8,27	8,14	8,22	8,29	8,24	8,23
3	8,25	8,25	8,18	8,27	8,20	8,25	8,22	8,19	8,10	8,21
4	8,24	8,20	8,19	8,23	8,19	8,28	8,15	8,35	8,24	8,20
5	8,24	8,20	8,21	8,27	8,17	8,23	8,19	8,24	8,20	8,25
6	8,34	8,29	8,25	8,23	8,19	8,20	8,26	8,27	8,28	8,26
7	8,24	8,27	8,20	8,21	8,24	8,25	8,30	8,19	8,24	8,16
8	8,25	8,24	8,30	8,24	8,25	8,17	8,16	8,22	8,21	8,25
9	8,27	8,23	8,25	8,22	8,27	8,26	8,28	8,17	8,24	8,15
10	8,25	8,20	8,21	8,29	8,23	8,15	8,29	8,21	8,23	8,14
11	8,20	8,22	8,12	8,25	8,23	8,20	8,17	8,23	8,19	8,13
12	8,27	8,22	8,24	8,23	8,20	8,21	8,27	8,25	8,23	8,25

Методичні рекомендації до завдання 1.1

1. Угрупування вихідних даних та обґрунтування закону розподілу:

а) число інтервалів:

$$n = 1 + 3{,}32 \log N, \tag{1}$$

де N – число спостережень;

б) ширина інтервалу:

$$i_x = \frac{X_{max} - X_{min}}{n}, \qquad (2)$$

де X_{max} и X_{min} – найбільший і найменший розміри продукції;

в) інтервальний ряд (табл. 2).

Таблиця 2

Угрупування показників

Номер інтервалу	Діапазон зміни X	Емпірична частота m
1	Від (Xmin) до (Xmin + i_x)	m_1
2	Від (Xmin+ i_x) до (Xmin + 2·i_x)	m_2
…	…	…
8	Від (Xmin +n·i_x) до (Xmax)	m_8
		$\Sigma\, m_i$ = N =100

На основі цих даних будуємо ряди розподілу: гістограму (рис. 1) або полігон (рис. 2).

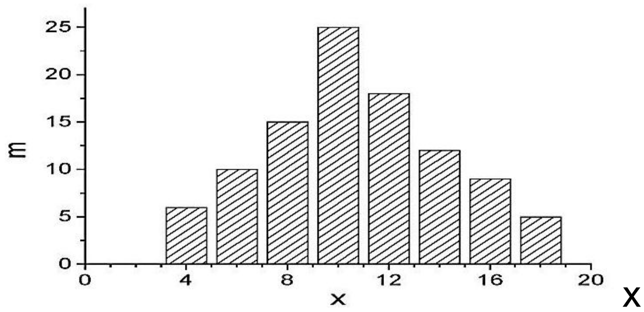

Рис. 1. **Гістограма розподілу параметра X**

Для побудови полігону беруть середини значення інтервалів.

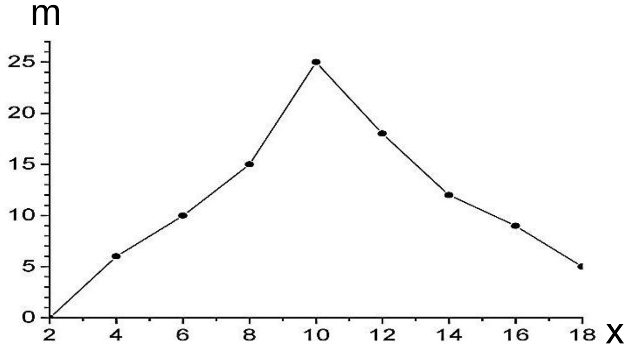

Рис. 2. **Полігон розподілу роботи параметра X**

На основі аналізу гістограми або полігону розподілу висувають гіпотезу про закон розподілу.

2. Перевірка вихідних даних на наявність нормального закону розподілу.

У якості вихідних даних виступають розміри деталей, які повинні мати нормальний закон розподілу.

Доведено, що нормальний розподіл зустрічається в тих випадках, коли на змінну X впливає велика кількість чинників, але дія цих факторів направлена в різні сторони, незалежні одна від одної і ні один фактор не виділяється за силою впливу.

Нормальний закон розподілу характеризується трьома параметрами: середнє значення ($\overline{X}$), середньоквадратичне відхилення (σ) і кількість спостережень (N):

$$\overline{X} = \frac{\sum Xm}{\sum m}, \tag{3}$$

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{\sum (X^2 m)}{\sum m} - (\overline{X})^2}\,. \tag{4}$$

На основі цих даних визначається:

диференціальна функція розподілу

$$f\,(\overline{X}, \sigma, N) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\, e^{-\frac{1}{2}\cdot(X-\overline{X})^2/\sigma} \tag{5}$$

або

$$f\,(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\, e^{-t^2/2}, \tag{6}$$

де t − нормована величина

$$t = (X - \overline{X}) / \sigma; \tag{7}$$

інтегральна функція

$$F(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^t e^{-\frac{t^2}{2}} dt\,. \tag{8}$$

На рис. 3 зображена диференціальна функція нормального закону розподілу.

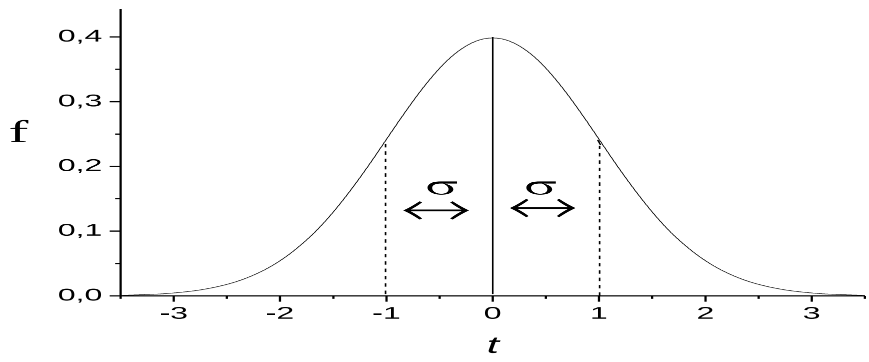

Рис. 3. **Диференціальна функція нормального закону розподілу**

Інтегральна функція має вигляд (рис. 4).

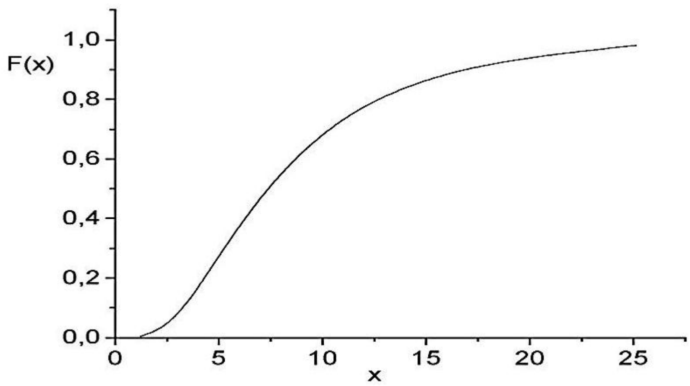

Рис. 4. **Інтегральна функція розподілу**

Інтегральна функція приймає такі значення в залежності від величини t:

якщо $X = \overline{X}$, то $t = 0$, а $F(t) = 0{,}5$;

якщо $X > \overline{X}$, то $t > 0$, а $F(t) > 0{,}5$, но < 1;

якщо $X < \overline{X}$, то $t < 0$, а $F(t) > 0$, но $< 0{,}5$.

Для нормального розподілу характерно, що:

в інтервалі $\overline{X} \pm 3\sigma$ знаходиться 99,74 % всіх значень показника;

в інтервалі $\overline{X} \pm 2\sigma$ − 95,4 %;

в інтервалі $\overline{X} \pm \sigma$ − 68,3 %.

Теоретична частота (m') визначається за такими формулами:

а) через диференціальну функцію розподілу

$$m' = N \times i_x \times f(t) / \sigma; \qquad (9)$$

б) через інтегральну функцію розподілу

$$m' = \{F(t_{i+1}) - F(t_i)\} \times N. \qquad (10)$$

Обґрунтування обраного закону розподілу робиться за допомогою критерію χ^2 Пірсона:

$$\chi^2_p = \sum_1^n \frac{(m_i - m_i')^2}{m_i'}, \qquad (11)$$

де n − число інтервалів;

m_i − емпірична частота i-го інтервалу;

m'_i − теоретична частота i-го інтервалу.

Чим ближче значення χ^2_p до нуля, тим краще узгоджується теоретичне й емпіричне розподілу.

Якщо $\chi^2_p < \chi^2_т$, то для заданого рівня значимості α і числа ступенів свободи k, теоретичне розподіл добре узгоджується з емпіричним. У цьому випадку параметрами емпіричного закону $\bar{X}$ і σ можна використовувати для вираження теоретичного закону розподілу і ним описувати вихідні дані.

Оцінка значущості критерію проводиться таким чином: задаємося рівнем значущості α = 5 % (імовірність неузгодження) і визначаємо кількість ступенів свободи k = n − c, де n − число інтервалів, c − число накладених зв'язків. Для нормального закону c = 3, оскільки необхідно знати три параметри ($\bar{X}$, σ, N) для розрахунку диференціальної та інтегральної функцій розподілу.

Припустимо, що вихідні дані (n = 8, k = 8 − 3 = 5, α = 5 %, χ^2_p = 5,6) мають нормальний закон розподілу. Тоді $\chi^2_т$ = 11,07. Оскільки $\chi^2_p < \chi^2_т$, то емпіричний закон добре узгоджується з теоретичним законом і формулу останнього можна використовувати для опису процесу.

Розрахунки зручно вести за допомогою табл. 3.

Таблиця 3

Розрахунок параметрів нормального закону розподілу

n	X	m	X·m	$X^{2\cdot}m$	t	F(t)	m'	χ^2
1	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*7*	*8*	*10*
1	6,13	2	12,26	75,16	−2,0	0,023	2,3	0,04
…	…	…	…	…	…	…	…	..
−	−	∑m=100	∑	∑	−	−	∑m'=100	$\chi^2_р=\sum\chi^2$

Заносимо в табл. 3 вихідні дані (X і m), визначаємо t, значення інтегральної функції F(t) беруться з табл. А.1 (додаток А).

Групування даних для завдання, тобто визначення частот (m), може бути виконане за допомогою програми Excel. Для цього створюємо в Excel масив вихідних даних A1:J10. Діапазон зміни X записуємо в колонки A13:A21. Частоти інтервалів будуть записані в колонки в B13:B21.

У комірку В13 вставити **= (fx)**, вибираємо категорію **статистична**, вибираємо функцію **частота**, **Ок**, масив даних (**виділити A1:J10**), масив інтервалів (**A13:A21**).

З'явиться частота першого інтервалу. Потім копіюємо, розтягуємо, F2, Ctrl + Shift + Enter.

Знаючи значення X і частоту m, можна побудувати гістограму розподілу. Для цього необхідно скористатися **Майстер діаграм**, **Графік**, далі, **діапазон** (виділяється масив X і m).

Розрахунок інтегральної функції нормального розподілу можна зробити за допомогою програми Excel. Для цього треба викликати: **fx**, категорія **статистична**, **НОРМ**, у рядок X помістити масив колонки 2 табл. 3, у рядок середнє − $\overline{X}$, в останньому рядку поставити 1 (якщо 1, то буде обчислюватися інтегральна функція, а якщо 0, то диференціальна).

Перевірка за $\chi^2_р$ Визначаємо табличне значення $\chi^2_т$ наступним чином: викликаємо **fx**, функцію $\boldsymbol{\chi^2}$ **зворотну**, задаємося імовірністю 0,95 і числом ступенів свободи k = n − 3 = 8 − 3 = 5 (n = 8 − число інтервалів, віднімається число 3, оскільки у нормальному закону число накладених зв'язків рівне 3). Теоретичне значення $\boldsymbol{\chi^2}$ рівне 11,06 (табл. А.2).

Якщо $\chi^2_р < \chi^2_т$, то вихідні дані можна описати нормальним законом розподілу.

3. Численні дослідження показують, що якщо на процес виробництва не діє спрямований чинник, то розподіл розмірів деталей підпорядковується нормальному закону розподілу. На рис. 5 наведено два розподіли розмірів деталей:

1 − фактичний розкид розмірів менше ширини поля допуску;

2 − фактичний розкид більше ширини поля допуску.

Деталі, розміри яких потрапляють у заштриховані області на кривий 2, перевищують допустимі розміри і є браком.

На рис. 5 вертикальні лінії позначають, відповідно, нижній (НД), центральний (ЦД) і верхній (ВД) допуски.

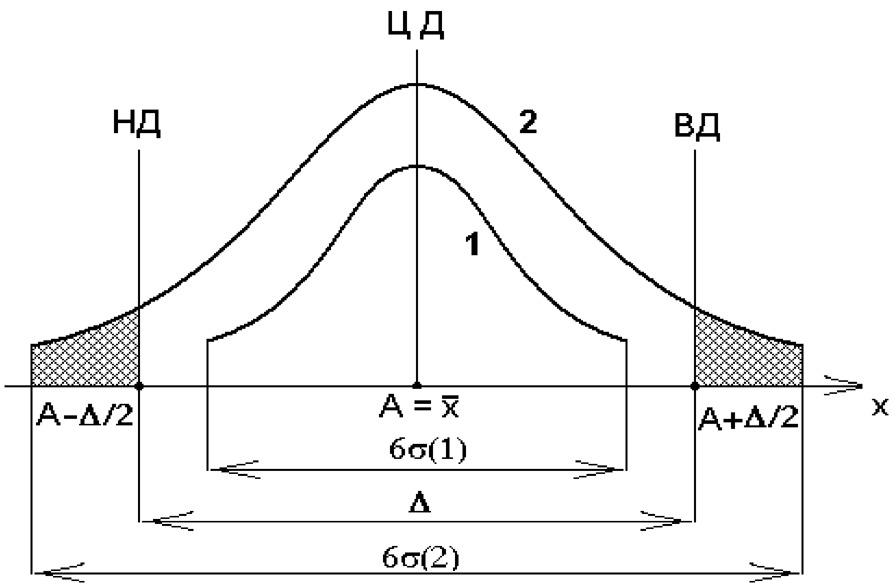

Рис. 5. **Розподіл розмірів деталей**

Ідеальний випадок, коли центр налаштування верстата ($\overline{X}$) збігається з центром поля допуску (А). У цьому випадку браку немає, якщо розміри деталей не виходять за межі заданого допуску (А $\pm \Delta/2$), де Δ − ширина поля допуску (крива 1).

Якщо $\overline{X}$ = А, але величина розсіювання розмірів деталей ($\pm$ 3σ) перевищує величину поля допуску (А $\pm$ $\Delta/2$). У цьому випадку брак неминучий (крива 2).

Позначимо величину розсіювання розмірів деталей щодо середнього значення через d. Тоді, щоб не було браку, величина розсіювання розмірів деталей повинна бути меншою поля допуску або в крайньому випадку дорівнювати йому $d \leq \Delta$.

Для нормального закону розподілу величина розмаху коливань дорівнює $d = \overline{X} \pm 3\sigma$. Отже, щоб не було браку, потрібно мати $6\sigma \leq \Delta$. Розділивши тепер ліву і праву частини цієї рівності на Δ, отримаємо, що $6\sigma / \Delta \leq 1$. Ліву частину цієї рівності прийнято називати коефіцієнтом точності обробки і позначають через $К_{об}$:

$$К_{об} = 6\,\sigma / \Delta, \tag{12}$$

де σ – середньоквадратичне відхилення розмірів деталей;

Δ − ширина поля допуску.

Якщо $К_{об} \leq 1$, то браку не буде, якщо $\overline{X} = A$. Якщо $\overline{X} \neq A$ і $К_{об} \leq 1$, то брак може бути, а може й не бути. Брак буде, якщо величина переміщення центру налагодження верстата ($E_ф$) щодо центру поля допуску перевищує припустиму межу $E_д$. При цьому шлюб буде з того допуску, у бік якого відбувся зсув. Його величина дорівнює

$$P = 1 - F(t). \tag{13}$$

У разі, якщо $К_{об} > 1$, то говорять про низьку точність обробки. При цьому в разі збігу центру поля допуску з центром налагодження верстата ($\overline{X} = A$), можливий брак як за нижнім, так і за верхнім допуском (на рис. 1 – це заштриховані області). Величина браку буде однаковою з двох сторін і дорівнюватиме:

$$P = 2 \cdot \times [1 - F(t)], \tag{14}$$

де $t = \dfrac{\Delta/2}{\sigma}$.

Для визначення допустимої величини зміщення будемо вважати, що брак у розмірі 0,3 % є несуттєвим. Тоді F(t) = 0,003, а допустима величина переміщення дорівнює:

$$E_Д = \Delta/2 - \sigma_x\, t_{0,997} = \Delta/2 - \sigma_x\, 2{,}75.$$

Визначення обсягу контрольованої вибірки:

$$B = \left[\frac{\sigma(t_1 + t_2)}{\Delta/2}\right]^2, \qquad (15)$$

де t_1 і t_2 знаходимо із заданих ризиків виробника та споживача;

$P = 2\,[1 - F(t_1)]$ – ризик виробника;

$Q = 1 - F(t_2)$ – ризик споживача.

Ширина контрольних меж дорівнює:

$$l = \frac{\Delta}{2}\left[\frac{t_1}{t_1 + t_2}\right]. \qquad (16)$$

Контрольна діаграма представлена в табл. 4.

Таблиця 4

Контрольна діаграма для деталі з розмірами 8,25 ± 0,12 мм

Номери проб	1	2	3	…	N
Верхній допуск ВД = 8,37					
Верхня контрольна межа ВКМ = 8,31				X	
Центральний допуск ЦД = А = 8,25	X	X	X		X
Нижня контрольна межа НКМ = 8,19	X	X	X	X	X
Нижній допуск НД = 8,13					

Завдання 1.2. Обґрунтування норми обслуговування верстатів наладчиком

Зміст завдання. Чинні нормативи для визначення норми обслуговування не повною мірою враховують конкретні виробничі умови. Застосування теорії масового обслуговування дозволяє усунути цей недолік і здійснити імітацію виробничого процесу при різних варіантах організації обслуговування.

Мета завдання: за допомогою обраного критерію оптимальності − мінімальної вартості витрат на роботу і обслуговування − обґрунтувати норму обслуговування верстатів наладчиком.

Порядок виконання завдання

1. Розробити економіко-математичну модель роботи обладнання.

1.1. Згрупувати вихідні дані.

1.2. Побудувати гістограму розподілу часу роботи верстатів.

1.3. Вибрати закон розподілу і визначити його параметри: середнє значення часу роботи верстатів, середньоквадратичне відхилення, теоретичні частоти і критерій χ^2 Пірсона.

2. Розробити економіко-математичну модель часу обслуговування верстатів.

2.1. Побудувати полігон розподілу часу обслуговування верстатів.

2.2. Вибрати закон розподілу і визначити його параметри: середнє значення часу обслуговування верстатів, середньоквадратичне відхилення, теоретичні частоти і критерій χ^2 Пірсона.

3. Вирішити економіко-математичні моделі.

3.1. За допомогою таблиці випадкових чисел й інтегральних функцій вибраних законів побудувати числову модель обслуговування наладчиком двох і трьох верстатів.

3.2. Побудувати графічну модель обслуговування і визначити середню величину простою верстатів через відсутність (зайнятості) наладчика при різних варіантах організації обслуговування.

4. Обґрунтувати найбільш економічний варіант організації обслуговування. Для цього визначити за кожним варіантом організації собівартість роботи і обслуговування. Вибрати найбільш економічний варіант організації обслуговування.

Вихідні дані для виконання завдання − це дані про час обслуговування і роботу верстатів. Дані про час обслуговування згруповані в 8 інтервалів (табл. 5). Час обслуговування різний і залежить від номера варіанта. Ці дані подані у табл. 6.

Обрані значення з табл. 6 необхідно занести в табл. 5 (рядок 2). Частота повторення (m) однакова в усіх варіантах і записана в рядку 3 табл. 5.

Дані про час роботи верстатів не згруповані і представлені в табл. 8, а вибір варіанта завдання в табл. 7. Для вирішення завдання потрібні також табличні значення χ^2 Пірсона (табл. А.2) і випадкові числа (табл. А.3).

Дані про час роботи верстатів не згруповані, кожен студент за своїм варіантом (табл. 7) повинен вибрати 100 значень часу роботи (табл. 8), які необхідно згрупувати і знайти частоту повторення.

Таблиця 5

Час обслуговування і частота повторення

Номер інтервалу (n)	1	2	3	4	5	6	7	8
Час обслуговування (X), мін.								
Частота повторення (m)	3	12	22	26	20	11	5	1

Таблиця 6

Вихідні дані до завдання 1.2 – час обслуговування (X)

Номер варіанта	Номер виміру							
	1	2	3	4	5	6	7	8
1, 2, 3,	3,0	3,5	4,0	4,5	5,0	5,5	6,0	6,5
4, 5, 6	3,5	4,5	5,5	6,5	7,5	8,5	9,5	10,5
7, 8, 9	4,0	4,5	5,0	5,5	6,0	6,5	7,0	7,5
10, 11, 12	4,5	5,5	6,5	7,5	8,5	9,5	10,5	11,5
13, 14, 15	5,0	5,5	6,0	6,5	7,0	7,5	8,0	8,5
16, 17, 18	5,5	6,5	7,5	8,5	9,5	10,5	11,5	12,5
19, 20, 21	6,0	6,5	7,0	7,5	8,0	8,5	9,0	9,5
22, 23, 24	6,5	7,5	8,5	9,5	10,5	11,5	12,5	13,5
25, 26, 27	7,0	7,5	8,0	8,5	9,0	9,5	10,0	10,5

Таблиця 7

Вибір даних про час роботи верстатів з табл. 8

Варіант	Номери верстатів	**Варіант**	Номери верстатів
1, 2, 3	1 – 10	**16, 17, 18**	1 – 5, 8 – 12
4, 5, 6	1 – 9, 11	**19, 20, 21**	1 – 4, 7 – 12
7, 8, 9	1 – 8, 11,12	**22, 23, 24**	1 – 3, 6 – 12
10, 11, 12	1 - 7, 10 – 12	**25, 26, 27**	1 –2, 5 – 12
13, 14, 15	1 - 6, 9 – 12	**28,29,30**	1 - 2, 6 – 12

Таблиця 8

Вихідні дані до завдання 1.2 – час роботи обладнання в хв.

Номер верстата	Номер виміру									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	10	12	35	12	24	32	25	34	23	21
2	22	23	25	26	25	25	24	21	22	23
3	20	15	24	25	32	21	29	26	21	29
4	21	23	19	24	26	18	17	23	27	27
5	22	27	26	16	19	22	27	28	18	29
6	31	25	20	23	32	23	18	31	29	25
7	24	17	23	22	25	30	19	25	19	28
8	21	23	30	23	15	24	22	30	24	26
9	16	27	18	21	23	28	20	24	25	27
10	21	24	22	25	22	26	21	27	20	23
11	22	21	26	29	26	28	27	24	24	25
12	24	21	23	24	25	26	28	25	22	26

Методичні рекомендації до завдання 1.2

1. Розрахунок $\chi 2$ Пірсона і накопиченої ймовірності зручно виконувати в табл. 9.

Таблиця 9

Розрахунок χ^2 Пірсона й накопиченої ймовірності для нормального закону розподілу

n	X	m	Xm	$(X)^2m$	F_X	m'	χ^2
1	*2*	*3*	*5*	*6*	*7*	*8*	*9*
1							
…	…	…	…	…	…	…	…
8							
		$\sum m$	$\sum$	$\sum$		$\sum m'$	$\sum=\chi^2_p$

У цій таблиці:

n – число інтервалів;

X – кінці інтервалів;

середнє значення змінної (X):

$$\overline{X} = \frac{\sum Xm}{\sum m};$$

дисперсія змінної X (σ^2):

$$\sigma^2 = \frac{\sum (X)^2 m}{\sum m} - X^2;$$

розрахунок χ^2:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{n} \frac{(m_i - m_i')^2}{m_i'},$$

де n – число інтервалів;

m'_i і m_i – теоретична і емпірична частоти i-го інтервалу;

$m'_i = [F(t_i) - F(t_{i-1})] \sum m$;

$\sum m$ повинна бути дорівнює $\sum m'$.

Якщо проходить обрана функція ($\chi^2_P < \chi^2_T$), то записати моделі з допомогою емпіричної середньої і побудувати інтегральні функції розподілу (кумуляти) часу обслуговування і часу роботи верстатів.

Полігон або гістограма розподілу будуються за допомогою **Майстра діаграм**. У якості вихідних даних виступають значення показника (X) і частоти (m).

2. Побудова числової моделі обслуговування (табл. 10) за допомогою випадкових чисел (табл. А.3) та інтегральних функцій розподілу.

У табл. 10 заносяться випадкові числа (ВЧ), які вибираються з таблиці випадкових числа (табл. А.3) у незмінному порядку. За кожним варіантом заповнюємо 3 − 4 рядки. Ці випадкові числа виступають у ролі інтегральних функцій розподілу.

Таблиця 10

Числова модель обслуговування при двох варіантах організації обслуговування (перший – 2 верстати, другий – 3 верстати)

1 верстат				2 верстат				3 верстат			
Робота		Обслугову-вання		Робота		Обслугову-вання		Робота		Обслугову-вання	
ВЧ	ТР	ВЧ	ТО	ВЧ	ТР	ВЧ	ТО	ВЧ	ТР	ВЧ	ТО

Щоб на основі випадкових чисел визначити час роботи або час обслуговування, необхідно виконати такі дії. Звернутися до програми Excel: **fx**, категорія **статистична**, **НОРМОБР**, **Ок**, аргументи функції: ймовірність беремо з колонки випадкових чисел, середнє значення для обраного параметру (у часі роботи і часу обслуговування будуть різні значення, оскільки різні моделі), Ок.

Таким чином, визначається час роботи (ТР) і час обслуговування (ТО) за різними варіантами організації обслуговування.

Ці дані є основою для побудови графічної моделі обслуговування.

За допомогою числової моделі обслуговування (табл. 10) будується графічна модель (табл. 11) для двох варіантів організації обслуговування (і = 2), коли наладчик обслуговує 2 і 3 верстата.

Вихідні дані для побудови графічної моделі обслуговування є дані числової моделі: час роботи верстата (ТР) і час обслуговування (ТО). Графік будувати у вигляді табл. 11.

Розрахунок собівартості хвилини роботи і обслуговування робиться за кожним і-м варіантом організації обслуговування:

$$Ci = (З + В \cdot N_i) / (60N_i - t_{орг} - t_{пр\ l}),$$

де З − зарплата за годину роботи (20 грн);

N_i − число верстатів, що обслуговуються в і-му варіанті організації;

В − вартість утримання верстатів за час його роботи (10 грн);

$t_{орг}$ − час організаційного обслуговування (приймаємо рівним 0);

$t_{пр,l}$ − час простою верстатів у і-му варіанті обслуговування беремо з графічної моделі обслуговування.

Розрахунки зробити для двох варіантів організації обслуговування, коли наладчик обслуговує 2 і 3 верстата. Той варіант організації (2 або 3 верстати), у якого собівартість мінімальна, і буде прийнятий за норму обслуговування.

Таблиця 11

Графічна модель обслуговування

Варіант обслуговування 1 (N = 2 верстата)																															
	tпр	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
1																															
2																															
Варіант обслуговування 2 (N = 3 верстата)																															
1																															
2																															
3																															

Умовні позначення:

Робота	Обслуговування	Простій

Завдання 1.3. Розробка системи заохочення працівників

Зміст завдання. Зниження собівартості продукції є важливим чинником зростання прибутку. Для посилення матеріальної зацікавленості працівників у зниженні витрат необхідно погодити між собою рівень зниження витрат з розміром премій. Це можна зробити на основі застосування математичних функцій заохочення.

Мета завдання. На основі вихідних даних побудувати шкалу заохочення працівників за зниження витрат на виробництво продукції.

Вихідні дані.

Варіант 0 − 3: Умак = 40 %, Умін = 10 %, Хмак = 10 %, Хмін = 0 %.

Варіант 4 − 6: Умак = 50 %, Умін = 5 %, Хмак = 10 %, Хмін = 0 %.

Варіант 7 − 9: Умак = 30 %, Умін = 5 %, Хмак = 10 %, Хмін = 0 %.

Порядок виконання завдання

1. Обґрунтувати функцію заохочення.
2. Розрахувати параметри функції.

3. Обґрунтувати інтервали шкали.

4. Обчислити нормативи шкали за вибрані інтервали.

5. Побудувати шкалу заохочення працівників фірми за зниження витрат на виробництво продукції.

Методичні рекомендації до завдання 1.3

1. При побудові систем заохочення необхідно вибрати з декількох показників один або два, які найбільш повно оцінюють результати праці працівників і мету запропонованої системи заохочення. У цьому завданні показник стимулювання − це зниження собівартості продукції.

Ефективність систем матеріального стимулювання залежить від обґрунтованого співвідношення розмірів заохочення і стимульованого показника. Для встановлення цієї залежності використовують математичні функції заохочення. Використання цих функцій забезпечує закономірність у взаємозв'язку розмірів премій і стимульованих показників.

У загальному вигляді математична функція заохочення має вигляд:

$$Y = f\,(x), \tag{16}$$

де Y – розмір премій;

X – стимульований показник;

f – форма зв’язку між ними.

Як функцій заохочення використовують: лінійні, логарифмічні, степеневі та інші. Вибір функції заохочення починається з аналізу стимульованого показника: необхідно обґрунтувати тенденцію його розвитку, визначити середній рівень, мінімальні і максимальні стимульовані значення, взаємозв'язок з розмірами заохочення. Якщо стимульований показник змінюється від нуля, то використовувати функції виду $Y = a\ X^b$ або $y = a + b / x$ та інші не можна, треба використовувати зсув: $Y = a\ (X \pm c)^b$.

Функція заохочення повинна бути простою, забезпечувати легкість обчислень за нею, зручною для користування, відповідати логіці економічного аналізу взаємозв'язку зростання премій і показника стимулювання.

Найчастіше використовують ступеневу функцію $Y = a{\cdot}X^b$. Ця функція має переваги: якщо заохочення розрахунку швидше стимульованого показника, то параметр b буде більше одиниці (функція увігнута), якщо навпаки, параметр b менше одиниці, то опукла.

Для увігнутої функції заохочення швидкість зміни заохочення перевершує швидкість зміни стимульованого показника:

$$\text{Умах} / \text{Умін} > \text{Хмак} / \text{Хмін}, \tag{17}$$

де Умак і Умін − максимальне і мінімальне значення заохочення;

Хмак і Хмін − максимальне і мінімальне стимульовані значення показника.

Такі системи використовуються, коли одиниця зростання (зниження) стимульованого показника досягається все зростаючим зусиллям як окремого працівника, так і колективу у цілому.

Якщо параметр b менше одиниці, то зростання заохочення відбувається повільніше за зростання стимульованого показника (Умак / Умін < Хмак / Хмін). Така ситуація характерна для техніко-економічних показників, швидкість зміни яких багато в чому визначається дією інших факторів, а не індивідуальними витратами праці.

Розрахунок параметрів функції заохочення здійснюється таким чином. Спочатку визначається максимальне і мінімальне значення стимульованого показника. Для цього потрібно вивчити нові тенденції і на основі цього обґрунтувати граничні рівні, тобто Хмак і Хмін, де в якості Хмін може виступає середній рівень показника. Потім на основі реальних можливостей підприємства (цеху, відділу, дільниці, бригади) визначають мінімальний і максимальний розміри премій за раніше обґрунтованими межами зміни стимульованого показника.

На основі цих даних обчислюються параметри функції шляхом заохочення рішення системи рівнянь:

$$\begin{cases} Y_{\text{мак}} = a\,X^{b}{}_{\text{мак}} \\ Y_{\text{мін}} = a\,X^{b}{}_{\text{мін}} \end{cases}, \tag{18}$$

де a і b – параметри функції.

Параметр b визначається шляхом ділення першого рівняння на друге:

$$b = \frac{\log \frac{Y_{\text{мак}}}{Y_{\text{мін}}}}{\log \frac{X_{\text{мак}}}{X_{\text{мін}}}}. \tag{19}$$

Якщо b > 1, то функція увігнута, якщо b < 1, то опукла. Параметр а обчислюється з наведених рівнянь, наприклад, з 2-го:

$$a = \frac{Y_{мін}}{X_{мін}^{b}}. \qquad (20)$$

На основі побудованої функції заохочення (припустимо, що вона має вигляд $Y = 20{,}3\ X^{0{,}67}$), можна приступити до визначення розмірів премій за стимульованим показником. Для спрощення розрахунків на основі функції заохочення будують шкали, де в компактній формі обчислюються розміри премій для будь-якого значення стимульованого показника.

Побудова шкали заохочення складається з таких етапів.

1. Вибір інтервалів шкали залежно від діапазону зміни показника стимулювання. Чим більше діапазон, тим більше доцільно застосування нерівномірних інтервалів. Наприклад, якщо стимульований показник змінюється від 0 до 10 %, то можна прийняти таки інтервали: 0. 3, 6, 9, 12, або 0, 2, 5, 9, 12. Слід пам'ятати, що дробно треба давати ті інтервали, куди потрапляє найчастіше показник. При цьому число інтервалів може коливатися від 3 до 6. Більша кількість інтервалів можна використовувати тільки у виняткових випадках, коли коливання стимульованого показника значне.

2. Межі інтервалів повинні бути цілими числами. Наприклад, замість меж від 22,07 до 31,57 більш правильно використовувати межі від 20 до 35. В останньому інтервалі шкали необхідно передбачити можливість досягнення стимульованою суб'єктом значення показника, що перевищує максимально допустимий рівень на 10 − 30 %.

3. Розрахунок нормативів шкали зручно проводити в таблиці (табл. 12). У цій таблиці:

- у першій колонці наведені значення початку інтервалів (X);
- у другій − розрахунок заохочення за обчисленої раніше функції для прийнятих меж інтервалів (X);
- третя колонка − різниця між подальшим (Ув) і попереднім (Ун) значеннями розмірів заохочення;
- у четвертій − різниця між подальшим (Хв) і попереднім (Хн) значеннями стимульованого показника;
- у п'ятій − розрахункове значення нормативу приросту заохочення на одиницю приросту стимульованого показника ($\alpha_p = \Delta Y / \Delta X$);

- у шостій − прийняті значення приросту заохочення α;
- у сьомій − розмір заохочення за досягнення нижньої межі інтервалу:

$$Y_i = Y_{i-1} + \alpha_{i-1} \cdot \Delta X_{i-1}, \tag{21}$$

де Y_{i-1} − заохочення за нижнє значення показника (i-1)-ому інтервалі шкали;

α_{i-1} − норматив приросту заохочення на одиницю зростання стимульованого показника в попередньому інтервалі;

ΔX_{i-1} – приріст X.

На основі значень колонок 1, 6 і 7 будують шкалу заохочення (табл. 14). У наведеній шкалі заохочення як нижньої межі інтервалів прийняті такі значення стимульованого показника 0, 2, 4, 6.

Необхідно пам'ятати, що заохочення за досягнення нижньої межі інтервалу має збігатися із заохоченням за верхню межу в попередньому інтервалі. Так, заохочення за досягнення зниження собівартості на рівні 2 % (у першому інтервалі) становить 10 %, таке ж значення стоїть у наступному рядку.

Таблиця 13

Розрахунок нормативів шкали

X	$Y_p = aX^в$	$\Delta Y = Y_в - Y_н$	$\Delta X = X_в - X_н$	$\alpha_p = \Delta Y / X\Delta$	α	Y
1	2	3	4	5	6	7
2	9,9					10,0
		13,3 − 9,9 = 3,4	7 – 2 = 5	3,4 / 5 = 0,68	0,7	
7	13,3					10+5·(0,7)= 13,5
…	…	…	…	…	…	…

Користуватися шкалою треба таким чином: припустимо, що фірма досягла зниження собівартості на рівні 2,5 %. Це значення стимульованого показника потрапляє у другий інтервал шкали (від 2,0 до 4,0), де заохочення за досягнення нижньої межі інтервалу (2,0 %) складає 10,0 %, а за її перевищення, в цьому випадку додається ще 2,0 % ((2,5 − 2,0) · 4,0).

Таблиця 14

Шкала заохочення фахівців фірми за зниження собівартості продукції

Зниження собівартості продукції у відсотках	Розмір премій у відсотках до окладу	
	За досягнення нижньої межі інтервалу (Y)	За кожний відсоток перевищення нижньої межі інтервалу (α)
От 0 до 2,0	4,0	3,0
От 2,0 до 4,0	10,0	4,0
От 4,0 до 6,0	18,0	5,0
Понад 6,0	28,0	5,5

2. Лабораторні завдання з "Економетрії"

Робота в ринкових умовах вимагає від фахівців знань сучасних методів аналізу. До них відносяться економетричні методи. Використання економетрії дозволяє виділити і формально описати найбільш істотні зв'язки між економічними показниками і явищами. На основі економетричних методів будуються прогнозні моделі розвитку виробництва, збуту продукції, фінансового стану та інші.

На лабораторних заняттях виконується 3 завдання з використанням комп'ютерних програм, зокрема Excel. Далі наведено зміст, вихідні дані та методичні рекомендації щодо виконання завдань.

Завдання 2.1. Обґрунтування моделі залежності вартості приміщення від факторів: терміну експлуатації і площі

Зміст завдання. На ринку нерухомості вартість продаваного приміщення під офіс залежить від багатьох факторів. Досвід показує, що найбільш важливими серед них є площа приміщення і термін його експлуатації.

Мета завдання. Встановити залежність між вартістю приміщення (Y) і його характеристиками: часом експлуатації в роках (X1) і загальною площею (X2).

Студенти вирішують два завдання.

Задача 1 – парна модель залежності вартості приміщення від терміну його експлуатації в роках: Y = f (X1).

Задача 2 – багатофакторна модель залежності вартості приміщення від терміну експлуатації в роках (X1) і його площі (X2):

$$Y = f(X1, X2).$$

Вихідні дані за всіма варіантами наведені в табл. 15. Кожен студент для виконання завдання використовує 25 спостережень залежної змінної (Y) та факторів-аргументів X_1 і X_2. Варіант 1 використовує спостереження з 1 по 25, варіант 2 з 2 по 26 і так далі.

Таблиця 15

Вихідні дані до завдання 2.1

Номер спостереження	Вартість приміщення (Y), тис. $.	Термін експлуатації в роках (X_1)	Площа приміщення, тис. кв. м (X_2)
1	2	3	4
1	360	20	2,34
2	320	18	2,36
3	421	33	2,36
4	360	23	2,38
5	450	33	2,38
6	410	58	2,41
7	380	34	2,42
8	501	42	2,42
9	460	41	2,44
10	382	22	2,45
11	590	62	2,45
12	427	51	2,47
13	390	25	2,48
14	480	48	2,52
15	540	42	2,64
16	560	48	2,68
17	610	74	2,76

Закінчення табл. 15

1	2	3	4
18	500	72	2,68
19	440	30	2,52
20	390	22	2,54
21	460	45	2,46
22	510	60	2,59
23	452	24	2,61
24	302	15	2,55
25	440	34	2,56
26	520	47	2,56
27	580	55	2,69
28	500	42	2,57
29	540	57	2,75
30	428	38	2,62
31	540	31	2,61
32	500	43	2,62
33	560	68	2,64
34	600	36	2,78
35	540	37	2,74
36	430	40	2,66
37	480	47	2,65
38	680	75	2,89
39	703	61	3,22
40	620	43	3,02
41	580	68	2,68
42	621	43	3,11
43	620	55	2,78
44	660	45	2,71
45	580	41	2,72
46	720	63	3,24
47	650	71	2,75
48	680	60	3,21
49	580	55	2,77
50	640	51	2,98
51	720	62	2,86
52	763	60	2,81
53	600	49	2,82
54	641	42	3,21
55	780	75	3,45
56	682	48	2,99
57	650	36	2,89
58	665	30	2,97
59	780	72	2,94

Задача 1 – парна модель залежності вартості приміщення від терміну його експлуатації в роках: Y = f (X1)

Порядок виконання задачі 1

1. Побудувати графік залежності Y від X_1 і вибрати економетричну модель.

2. Вирішити обрану економетричну модель за допомогою методу найменших квадратів і комп'ютерної програми Excel, зробити розрахунки за нею вартості приміщення та побудувати теоретичної лінії регресії на графіку залежності цих показників.

3. Оцінити суттєвість взаємозв'язку досліджуваних показників за допомогою коефіцієнта парної кореляції і кореляційного відношення.

4. Визначити надійність економетричної моделі та можливість її використання на практиці.

Методичні рекомендації до задачі 1

1. Розрахунок параметрів моделі.

На основі графічного і економічного аналізів обирається функція взаємозв'язку показників Y і X_1 виду $Y = a + b_1 X_1$. Параметри цієї моделі a і b_1 визначаються на основі методу найменших квадратів. Система рівнянь має вигляд:

$$\begin{aligned} \sum Y &= a N + b_1 \cdot \sum X_1 \\ \sum (Y X_1) &= a \cdot \sum X_1 + b_1 \cdot \sum X_1^2. \end{aligned} \qquad (22)$$

Вирішуємо систему і знаходимо параметри за такими формулами:

$$b_1 = \frac{Dyx_1}{Dx_1x_1}, \qquad (23)$$

$$a = \frac{\sum Y - b_1 \sum X_1}{N} = \frac{\sum Y}{N} - \frac{b_1 \sum X_1}{N}, \qquad (24)$$

де $Dyx_1 = \sum YX_1 - \frac{\sum Y \cdot \sum X_1}{N};$ (25)

$$Dx_1x_1 = \sum X^2 - \frac{\sum X_1 \cdot \sum X_1}{N}; \qquad (26)$$

$$Dyy = \sum Y^2 - \frac{\sum Y \cdot \sum Y}{N}; \quad (27)$$

N – число спостережень.

Розрахунок необхідних сум можна виконати в табл. 16.

Спочатку обчислюють суми з 2 по 6 колонки. Потім визначають параметри а і b_1. Після цього з отриманої моделі обчислюють значення Yр. Якщо розрахунки виконані правильно, то ΣY = ΣYр. Якщо ці суми не збігаються, то в колонці 8 стоятиме їх різниця.

Таблиця 16

Розрахунок параметрів моделі

N	X	Y	Y·X	Y^2	X^2	Yр	e=Y-Yр	e^2	$(Y - Yср)^2$	e·100/У
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1										
…										
N										
	Σ	Σ	Σ	Σ	Σ	Σ	Σ	Σ	Σ	Σ1, Σ2

Розрахунки за допомогою комп'ютера

Увійти в програму Excel, записати вихідні дані (25 значення X та Y). Потім клацнути **комірку**, **виділити масив вихідних даних**, **вставка**, **діаграми**, **точкова**. З'являється **точковий графік**.

Визначення параметрів обраної функції: на будь-якій точці побудованого графіка клацнути правою кнопкою мишки і з'явиться табличка, в якій клікнути **додати лінію тренда**, з'являються параметри тренда: **лінійна**, внизу клікнути **показати рівняння на діаграмі, помістити на діаграмі величину достовірності апроксимації (R^2)**. На графіку з'являється рівняння і коефіцієнт детермінації.

2. Оцінка тісноти взаємозв'язків показників за допомогою коефіцієнта парної кореляції ($r_{y.x1}$) і кореляційного відношення ($\eta_{y/x1}$):

$$r_{y.x1} = \frac{Dyx_1}{\sqrt{Dx_1x_1Dyy}}, \quad (28)$$

$$\eta_{y/x1} = \sqrt{1-\frac{\sum(Y-Yp)^2}{\sum(Y-Ycp)^2}}=\sqrt{1-\frac{\sum_{1}^{n}e_t^2}{\sum(Y-Ycp)^2}}, \quad (29)$$

де **Y_p** – розрахункове значення Y по моделі;

Yср – середнє значення Y.

Розрахунки на комп'ютері: виділити місце для коефіцієнта кореляції, клікнути формули, **fx** (вставити функцію), з'являється вікно **Майстер функцій − крок 1 з 2**, знайти **коррел**, **ОК**, з'явиться вікно, в ньому курсор поставити в **Масив 1**, виділити масив **У** курсор поставити в **Масив 2**, виділити масив **Х**, **Ок**. У виділеній комірці буде перебувати значення коефіцієнта кореляції. Цей коефіцієнт можна обчислити, витягуючи корінь квадратний з коефіцієнт детермінації, який поміщений на графіку залежності показників.

Перевірка коефіцієнта кореляції на суттєвість за критерієм Z′Фішера:

розрахунковий квантиль дорівнює

$$U_p = \frac{Z'}{S_{Z'}}, \quad (30)$$

де $Z' = 1{,}151 \log\frac{1+r}{1-r}$;

$$S_{Z'} = \frac{1}{\sqrt{N-3}}.$$

Якщо Uр > Uт, де Uт = 1,96, то з вірогідністю 95 % можна стверджувати, що зв'язок між показниками істотний.

3. Оцінка точності розробленої моделі проводиться за допомогою коефіцієнта варіації:

$$V = \frac{\sigma_{ост}}{\bar{Y}} \times 100, \quad (31)$$

де $\boldsymbol{\sigma_{ост}} = \sqrt{\frac{\sum(Y-Y_p)^2}{N}} = \sqrt{\frac{\sum_{1}^{n}e_t^2}{N}}$.

Якщо коефіцієнт варіації не перевищує 5 – 7 %, то моделлю можна користуватися, якщо він більше, то треба будувати багатофакторну модель.

Точність моделі можна оцінити за допомогою показників МАРЕ і МРЕ.

Середня абсолютна процентна помилка

$$MAPE = \frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n}\frac{|e_t|}{Y_t} \times 100, \tag{32}$$

де e = YYр – помилка.

Якщо МАРЕ менше 5 %, то це означає, що модель має високу точність і тільки в 5 % випадків фактичне значення Y буде істотно відрізнятися від розрахункового.

Середня процентна помилка прогнозу МРЕ визначає зміщеність розрахункового Ур щодо фактичного Y:

$$MPE = \frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n}\frac{e_t}{Y_t} \times 100. \tag{33}$$

Якщо значення МРЕ менше 5 %, то різниця між Yр і Y несуттєва.

Задача 2 – багатофакторна модель залежності вартості приміщення від терміну експлуатації в роках (X1) і його площі (X2):

$$Y = f\ (X1, X2).$$

Порядок виконання задачі 2

1. Побудувати графік залежності Y від X_2 і на основі цього і попереднього графіків вибрати як економетричну модель залежність виду

$$Y = a_0 + b_1 X_1 + b_2 X_2. \tag{34}$$

2. Вирішити обрану модель методом найменших квадратів і розрахувати значення вартості приміщення (Y) на основі отриманої моделі для фактичних значень X_1 і X_2.

3. Оцінити залежність вартості приміщення (Y) від терміну експлуатації (X_1) і площі (X_2) за допомогою коефіцієнта множинної кореляції.

4. Розрахувати коефіцієнт приватної кореляції для фактора X_2, перевірити його на суттєвість за критерієм Z′ Фішера і зробити висновки про суттєвість його впливу на вартість будівлі (Y).

5. Визначити надійність отриманої моделі шляхом розрахунку коефіцієнта варіації, MAPE і MPE.

Методичні рекомендації до задачі 2

Параметри моделі $Y = a + b_1X_1 + b_2X_2$ визначаються методом найменших квадратів шляхом рішення системи рівнянь:

$$\begin{aligned} \sum Y &= a\cdot N + b_1\cdot\sum X_1 + b_2\cdot\sum X_2 \\ \sum YX_1 &= a\cdot\sum X_1 + b_1\cdot\sum X_1^2 + b_2\cdot\sum X_2X_1 \quad . \\ \sum YX_2 &= a\cdot\sum X_2 + b_1\cdot\sum X_1X_2 + b_2\cdot\sum X_2^2 \end{aligned} \tag{35}$$

Для визначення параметрів a, b_1, b_2 попередньо розрахуємо величини Dyxj і Dxixj (j = 1,2, i = 1,2):

$$Dyx_1 = \sum YX_1 - \frac{\sum Y\cdot\sum X_1}{N}. \tag{36}$$

$$Dyx_2 = \sum YX_2 - \frac{\sum Y\cdot\sum X_2}{N}. \tag{37}$$

$$Dx_1x_2 = \sum X_1X_2 - \frac{\sum X_1\cdot\sum X_2}{N}. \tag{38}$$

$$Dx_1x_1 = \sum X_1^2 - \frac{\sum X_1\cdot\sum X_1}{N}. \tag{39}$$

$$Dx_2x_2 = \sum X_2^2 - \frac{\sum X_2\cdot\sum X_2}{N}. \tag{40}$$

$$Dyy = \sum Y^2 - \frac{\sum Y\cdot\sum Y}{N}. \tag{41}$$

$$\overline{Y} = \frac{\sum Y}{N}; \qquad \overline{X_1} = \frac{\sum X_1}{N}; \qquad \overline{X_2} = \frac{\sum X_2}{N}. \tag{42}$$

Тоді $b_1 = \dfrac{Dyx_1 - \dfrac{Dx_1x_2\times Dyx_2}{Dx_2x_2}}{Dx_1x_1 - \dfrac{(Dx_1x_2)^2}{Dx_2x_2}}$, (43)

$$b_2 = \frac{Dyx_2 - \dfrac{Dx_1x_2 \times Dyx_1}{Dx_1x_1}}{Dx_2x_2 - \dfrac{(Dx_1x_2)^2}{Dx_1x_1}}, \qquad (44)$$

$$a = \overline{Y} - B_1 \times \overline{X_1} - B_2 \times \overline{X_2}. \qquad (45)$$

Розрахунок коефіцієнта множинної кореляції $R_{y.x1x2}$:

$$R_{y.x1x2} = \frac{\sqrt{b_1\,Dyx_1 + b_2Dyx_2}}{\sigma_y\sqrt{N}}, \qquad (46)$$

де $\boldsymbol{\sigma_y} = \sqrt{\dfrac{\sum(Y - Ycp)^2}{N}}$.

Коефіцієнт приватної кореляції ($r_ч$) і перевірте його на суттєвість за критерієм Z′Фішера (перевіряється вплив X_2):

$$r_ч = r_{yx2.x1} = \sqrt{1 - \frac{1 - R_{y.x_1x_2}^{\ 2}}{1 - r_{y.x_1}^{\ 2}}}, \qquad (47)$$

$r_{y.x1}$ береться із парної моделі;

$$U_p = \frac{Z'}{S_{Z'}}, \qquad (48)$$

де $S_{Z'} = \dfrac{1}{\sqrt{N-3-g}}$;

g – кількість чинників, що залишилися в моделі.

Розрахунок залишкового коливання $\boldsymbol{\sigma_{ост}} = \boldsymbol{\sigma_y}\sqrt{1-R^2}$ і коефіцієнта варіації $V = \dfrac{\sigma_{ост}}{\overline{Y}} \times 100$.

Розрахунок параметрів моделі можна зробити за допомогою програми Excel: **майстер функцій, МОБР, МУМНОЖ**.

Завдання 2.2. Обґрунтування виробничої функції

Зміст завдання. Для розробки оптимальної стратегії виробництва гуми необхідно знати, від яких макроекономічних показників найбільш істотно залежить обсяг її випуску. Попередній аналіз показав, що найбільш сильний вплив на обсяги виробництва гуми надають такі показники, як випуск автомобілів і доходи на душу населення. Для встановлення економетричної залежності між цими показниками були зібрані (табл. 17) дані про виробництві гуми (Y), виробництво автомобілів (X_1) і доходи на душу населення (X_2), наведені в індексній формі (%) для урахування інфляції.

Мета завдання. За допомогою виробничих функцій виду

$$Y = a + b_1X_1 + b_2X_2 \quad \text{і} \quad Y = a \times X_1^{b1} \times X_2^{b2} \tag{49}$$

оцінити еластичність впливу на обсяги виробництва гуму таких факторів, як випуск автомобілів (X_1) і доходи на душу населення (X_2).

Порядок виконання завдання 2.2

1. Побудувати графіки залежності Y від X_1 і Y від X_2 і вибрати в якості моделей функції $Y = a + b_1X_1 + b_2X_2$ і $Y=a \cdot X_1^{b1} \times X_2^{b2}$.

2. Вирішити моделі методом найменших квадратів.

3. Для кожної моделі:

а) оцінити вплив усіх факторів за допомогою коефіцієнта множинної кореляції;

б) перевірити вплив X_1: розрахувати коефіцієнт парної кореляції $r_{y.x2}$; визначити коефіцієнт приватної кореляції і перевірити його на суттєвість;

в) перевірити вплив X_2: розрахувати коефіцієнт парної кореляції $r_{y.x1}$; визначити коефіцієнт приватної кореляції і перевірити його на суттєвість;

г) оцінити надійність моделі з допомогою коефіцієнта варіації;

д) визначити еластичність впливу факторів.

4. Зробити остаточний вибір економетричної моделі.

5. Оцінити автокореляцію.

Таблиця 17

Вихідні дані до завдання 2.2, %

Номер спостереження	Виробництво гуми (Y)	Виробництво автомобілів (X_1)	Дохід на душу населення (X_2)
1	90,9	128,7	98,7
2	125,2	128,1	106,4
3	94,7	78,7	100,7
4	102,2	79,6	101,2
5	104,4	139,2	102,9
6	90,5	89,4	99,3
7	121,9	140,0	104,7
8	92,3	72,1	102,4
9	100,1	103,2	100,3
10	91,6	68,5	99,3
11	117,3	129,1	102,7
12	93,8	117,0	100,1
13	96,5	81,7	101,4
14	110,6	123,1	103,2
15	101,1	108,6	102,0
16	108,0	110,1	105,3
17	119,0	103,2	106,4
18	108,4	103,4	107,1
19	115,5	106,5	108,3
20	125,4	108,6	110,8

Методичні рекомендації до завдання 2.2

1. Розрахунки за моделями виконати у табл. 18.

Таблиця 18

Розрахунки параметрів моделі

N	Y	X_1	X_2	YX_1	YX_2	Y^2	X_1^2	X_2^2	X_1X_2	Yp
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1										
…										
20										
	Σ	Σ	Σ	Σ	Σ	Σ	Σ	Σ	Σ	Σ

Для визначення параметрів статечної функції логарифмуємо її і отримуємо модель вигляду:

$$\log Y = \log a + b_1 \log X_1 + b_2 \log X_2. \qquad (50)$$

Вирішується ця залежність як лінійна багатофакторна модель вигляду:

$$Y = a + b_1 X_1 + b_2 X_2,$$

лише замість X_1, X_2, Y беруться їх логарифми.

2 Оцінка моделей робиться за допомогою розрахунків, наведених у табл. 19. Для кожної моделі – своя таблиця.

Таблиця 19

Оцінка моделі

N	Y	Yp	e	e^2	e*100/Y	ABS
1	2	3	4	5	6	7
1						
2						
…						
20						
	Σ	Σ	Σ	Σ	Σ	Σ

Якість моделей оцінюється за допомогою показників MAPE, MPE і коефіцієнта варіації.

Функція, в якій MAPE, MPE і коефіцієнт варіації будуть найменшими, буде прийнята за розрахункову.

3. Оцінка автокореляції.

3.1. Коефіцієнт автокореляції розраховується таким чином:

$$r_a = \frac{\sum_{t=1}^{n} e_t \times e_{t-1}}{\sum_{t=1}^{n} e_t^2}. \qquad (51)$$

Порівнюємо розрахунковий коефіцієнт автокореляції (r_a) з табличним значенням ($r_{5\%}$) для 5 % рівня значущості (табл. В.3, додаток В). Якщо $r_a > r_{5\%}$, тобто автокореляція. Розрахунок коефіцієнтів автокореляції (для 2 зрушень) робимо за допомогою табл. 20. Вихідними даними для табл. 20 служать помилки e_t. Ці помилки беруться для вибраних функцій з табл. 19.

Таблиця 20

Розрахунок коефіцієнтів автокореляції для 2 зрушень

Вихідні дані			1 зрушень		2 зрушення	
N	e_t	e_t^2	e_{t-1}	e_te_{t-1}	e_{t-2}	e_te_{t-2}
1	2	5	3	4	6	7
1	-3	9	2,1	- 6,1	1,1	-3,3
...	...	...	...	...	...	...
20	2,1	4,41	1,1	2,31	0,5	1,05
	Σ	Σ	Σ	Σ	Σ	Σ

3.2. Критерій Дарбіна – Уотсона

$$d = \frac{\sum_{t=2}^{n}(e_t - e_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^{n} e_t^2}. \qquad (2.30)$$

Розрахунок необхідних сум наведений у табл. 21.

Таблиця 21

Розрахунок критерію Дарбіна − Уотсона (d)
і Джона фон Неймана (Кн)

N	e_t	e_t^2	$e_t - e_{t-1}$	$(e_t - e_{t-1})^2$
1	2	3	4	5
1	–3	9	–	–
2	+41	1681	41–(–3)= 44	1936
...	...	...	...	...
20	2,1	2,31	2, 1-1,1=1	1
	–	Σ	–	Σ

Якщо d = 2 – немає автокореляції;

d < d1 − ряд містить позитивну автокореляцію;

d1 < d < d2 − невизначеність;

d > 4 − d1 − негативна автокореляція;

d2 < d < 4 − d2, то немає автокореляції;

4 - d2 < d < 4 – d1 – невизначеність.

Значення d1 і d2 наведені в табл. В.4 для різного числа спостережень, починаючи з 15, і різної кількості параметрів моделі. Якщо модель не має вільного члена, то критерій Дарбіна – Уотсона не використовується.

3.3. Критерій Джона фон Неймана:

$$Кн = \frac{\frac{\sum_{2}^{n}(e_t - e_{t-1})^2}{n-1}}{\frac{\sum_{1}^{n} e_t^2}{n}}. \quad (53)$$

У цій формулі в чисельнику стоїть сума квадратів різниць подальших (e_t) і попередніх (e_{t-1}) помилок. Розрахунок необхідних сум наведений в табл. 21.

Розрахунковий критерій Кн порівнюємо з табличним (табл. В.5), обчисленим для позитивної (Кн1) і негативної (Кн2) кореляції.

Якщо розрахунковий критерій потрапляє в інтервал Кн1 < Кн < Кн2, то немає автокореляції. Якщо Кн < Кн1, то є в тимчасовому ряді позитивна автокореляція, якщо Кн > Кн 2 − то негативна.

Завдання 2.3. Оцінка впливу факторів за допомогою дисперсійного аналізу

Зміст завдання. Велика фірма поставляє свою продукцію в ряд магазинів і зацікавлена в збільшенні виручки від реалізації. Величина реалізації залежить від багатьох факторів: якості товарів, звичок покупців, місцезнаходження магазинів, наявність поруч конкурентів, а також від правильно розробленої і проведеної маркетингової політики.

Коливання розмірів виручки від реалізації певного товару за днями тижня і за магазинами наведені у табл. 22. У цьому завданні досліджується двофакторна модель: одним фактором (А) є день тижня, другим (В) – місцезнаходження магазину.

Мета завдання. Оцінити за допомогою дисперсійного аналізу вплив місцезнаходження магазину і дня тижня на коливання обсягів виручки від реалізації конкретної продукції.

У табл. 22 і 23 наведені вихідні дані і вибір варіанта завдання.

Таблиця 22

Відхилення фактичної виручки від запланованої, тис. грн

Дні	Номери магазинів										
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1	1	– 1	0	0	– 1	1	0	1	1	0	1
2	1	– 2	1	1	0	2	1	3	1	– 2	– 1
3	2	0	2	1	– 2	3	2	4	2	– 3	– 2
4	2	– 3	3	2	– 3	4	5	6	3	– 4	– 5
5	4	– 6	5	7	– 4	6	6	7	4	– 5	– 7
6	5	– 6	6	6	– 7	7	7	4	6	– 7	– 6
7	4	-2	6	6	-3	6	6	5	7	-4	-7

Таблиця 23

Варіанти завдання 2.3

Варіант	Номери магазинів	Варіант	Номери магазинів
1	2	3	4
1	1, 2, 3, 4, 5	15	6, 7, 8, 9, 10
2	2, 3, 4, 5, 6	16	7, 8, 9, 10, 11
3	3, 4, 5, 6, 7	17	4, 5, 9, 10, 11
4	1, 2, 4, 5, 6	18	6, 7, 9, 10, 11
5	1, 3, 4, 5, 6	19	6, 8, 9, 10, 11

Закінчення табл. 23

1	2	3	4
6	1, 2, 5, 6, 7	20	5, 7, 8, 10, 11
7	1, 2, 4, 5, 8	21	1, 2, 7, 10, 11
8	2, 4, 5, 6, 8	22	5, 7, 8, 9, 10
9	2, 3, 5, 6, 7	23	4, 7, 8, 9, 10
10	1, 2, 3, 6, 7	24	3, 7, 8, 9, 10
11	1, 4, 5, 6, 7	25	2, 7, 8, 9, 10
12	1, 4, 5, 6, 10	26	1,7, 8, 9, 10
13	1, 3, 5, 7, 9	27	1, 3, 5, 8, 10
14	1, 3, 5, 6, 7	28	2, 3, 6, 7, 8

Порядок виконання завдання 2.3

1. Розрахувати варіацію виручки від реалізації загальну, за факторами і залишкову.
2. Визначити дисперсію загальну, за факторами, залишкову і оцінити суттєвість дисперсії з допомогою F-критерію (табл. 24).
3. Обчислити чисту дисперсію факторів і зробити економічний аналіз результатів рішення задачі.

Методичні рекомендації до завданням 2.3

Дисперсійний аналіз проводиться у два етапи. На першому визначається спільна дисперсія, яка включає коливання, викликані цим фактором, і залишкову. Якщо спільна більше залишкової і проходить перевірку за F-критерієм, то переходимо до другого етапу.

На другому етапі виділяють зі спільної дисперсії чисту дисперсію з даного фактора.

Загальне коливання процесу (V) при двофакторному аналізі фактори (А і В) можна розкласти на коливання з причин:

$$V = V_A + V_B + V_{OC}, \qquad (54)$$

де V_A – коливання за рахунок чинника А (день тижня);

V_B – коливання за рахунок чинника В (місцезнаходження магазину);

V_{OC} – залишкові коливання за рахунок інших факторів.

Для розрахунку варіацій необхідно заповнити табл. 24.

Таблиця 24

Вихідні дані двофакторного аналізу

Рівень фактора A_i (i =1,m)	Рівень фактора Bj (j = 1,n)					$A_i = \sum_{j=1}^{n} X_{ij}$	A_i^2
	B_1	...	B_i	...	B_n		
A_1	X_{11}		X_{1j}		X_{1n}	A_1	$A^2{}_1$
...	...	..	..	..	..	...	...
A_i	X_{i1}		X_{ij}		X_{in}	A_i	$A^2{}_i$
...	...	..	..	..	..	...	...
A_m	X_{m1}		X_{mj}		X_{mn}	A_m	$A^2{}_m$
$\sum_{i=1}^{m} X_{ij} = B_j$	B_1		B_j		B_n	$\sum_{i=1}^{m} A_i = \sum_{j=1}^{n} B_{ij} = T$	$\sum_{i=1}^{m} A_i^2$
B_j^2	B_1^2		B_j^2		B_n^2	$\sum_{j=1}^{n} B_j^2$	
$\sum_{i}^{m} X_{ij}^2$						$\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} X_{ij}^2$	

На основі даних цієї таблиці визначаємо:

загальні коливання (варіацію)

$$V = \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} X_{ij}^2 - \frac{T^2}{N}; \qquad (55)$$

коливання за рахунок фактора А

$$V_A = \frac{\sum_i^m A_i^2}{n} - \frac{T^2}{N}; \tag{56}$$

коливання за рахунок фактора В

$$V_B = \frac{\sum_j^n B_j^2}{m} - \frac{T^2}{N}; \tag{57}$$

залишкові коливання (варіація)

$$V_{OCT} = V - (V_A + V_B) \tag{58}$$

У наведених формулах Т − загальна сума значень ознаки, N − кількість спостережень, рівна n×m.

Дисперсії за рахунок факторів визначаються за такими формулами:
дисперсія загальна:

$$S^2 = \frac{V}{n \cdot m - 1}; \tag{59}$$

дисперсія фактора А:

$$S^2_A = \frac{V_A}{m - 1}; \tag{60}$$

дисперсія фактора В:

$$S^2_B = \frac{V_B}{n - 1}; \tag{61}$$

залишкова дисперсія:

$$S^2_{OCT} = \frac{V_{OCT}}{(n - 1)(m - 1)}. \tag{62}$$

Після цього будуємо дисперсійну таблицю (табл. 25).

Чиста дисперсія за рахунок фактора А дорівнює:

$$\sigma^2_A = S_A^2 - S^2_{oc})\frac{1}{m-1}; \qquad (63)$$

чиста дисперсія за рахунок фактора В:

$$\sigma^2_B = S_B^2 - S^2_{oc})\frac{1}{n-1}; \qquad (64)$$

залишкова:

$$\sigma^2_{ОСТ} = S^2_{ОСТ};$$

загальна чиста дисперсія

$$\sigma^2 = \sigma^2_A + \sigma^2_B + \sigma^2_{ОСТ}. \qquad (65)$$

Таблиця 25

Дисперсійна таблиця двофакторного аналізу

Характер варіації	Варіація	Число ступенів свободи	Спільна дисперсія
фактор А	V_A	m − 1	$S^2_A = \frac{V_A}{m-1};$
фактор В	V_B	n − 1	$S^2_B = \frac{V_B}{n-1}$
залишкова	$V_{ост} = V - V_A - V_B$	(m − 1)·(n − 1)	$S^2_{ОСТ} = \frac{V_{ОСТ}}{(m-1)(n-1)}$
Загальна	V	N − 1	$S^2 = V / N - 1$

Оцінка відмінностей дисперсій робиться за допомогою F-критерію (у дужках вказують відповідні числа ступенів свободи):

$$F_p\left\{\frac{m-1}{N-m}\right\}=\frac{S_{ф}^2}{S_{ост}^2}. \qquad (66)$$

У загальному вигляді F – це відношення більшої дисперсії до меншої, або, у цьому випадку, ставлення спільної дисперсії до залишкової.

Якщо спільна дисперсія менше залишкової $S^2_{ф} < S^2_{ост}$, то перевірки не роблять, оскільки цей фактор впливу не має.

У разі, коли спільна дисперсія більше залишковою $S^2_{ф} > S^2_{ост}$, то її слід розділити на залишкову, і отримана таким чином величина Fp порівнюється з табличним значенням $F\alpha$ (це мінімальна величина відносини дисперсій, яка може мати місце при випадковій розбіжності їх) для заданого рівня значимості.

Якщо фактор впливає, то $Fp > F\alpha$. Якщо вплив фактору відсутній, то $Fp < F\alpha$.

Якщо фактор не впливає, то поєднують обидві дисперсії (залишкову і спільну), і на їх основі шляхом усереднення розраховується нова залишкова дисперсія.

Теоретичне значення $F\alpha$ знаходиться за спеціальною таблицею (табл. В.1 та В.2) з трьома входами: перший − імовірність помилки α (1 % і 5 %); другий і третій входи – число ступенів свободи фактора (по горизонталі) і залишкової (по вертикалі).

У кінці завдання визначити частки зміни розміру виручки за рахунок факторів.

Додатки

Додаток А

Таблиця А.1

Значення інтегральної функції розподілу F(t)

t	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0,50	5040	5080	5120	5160	5199	5239	5275	5319	5359
0,1	5398	5438	5478	5517	5557	5596	5636	5675	5714	5754
0,2	5793	5832	5871	5940	5948	5987	6026	6064	6103	6141
0,3	6179	6217	6255	6293	6331	6338	6406	6443	6480	6517
0,4	6554	6591	6628	6664	6700	6736	6772	6808	6844	6879
0,5	6915	6950	6985	7019	7054	7088	7123	7157	7190	7224
0,6	7258	7921	7324	7357	7389	7422	7454	7486	7516	7549
0,7	7580	7612	7624	7673	7707	7734	7764	7794	7823	7852
0,8	7881	7910	7939	7967	8000	8023	8051	8079	8106	8133
0,9	8159	8186	8212	8228	8234	8239	8315	8348	8365	8389
1,0	8413	8438	8461	8485	8508	8631	8554	8577	8600	8621
1,1	8643	8665	8686	8708	8729	8749	8770	8790	8810	8830
1,2	8849	8867	8888	8907	8925	8944	8962	8980	8997	9015
1,3	9032	9049	9066	9082	9099	9105	9131	9147	9162	9177
1,4	9192	9207	9222	9236	9251	9265	9265	9279	9293	9319
1,5	9332	9345	9357	9369	9382	9394	9406	9417	9429	9441
1,6	9452	9463	9474	9495	9605	9515	9525	9525	9535	9545
1,7	9554	9564	9573	9585	9591	9599	9601	9616	9625	9633
1,8	9641	9649	9656	9664	9671	9678	9686	9693	9699	9706
1,9	9713	9719	9726	9732	9738	9744	9750	9756	9762	9767
2,0	9770	9773	9783	9788	9793	9798	9803	9808	9812	9817
2,1	9821	9826	9830	9834	9838	9842	9846	9850	9854	9857
2,2	9861	9865	9868	9871	9875	9878	9881	9884	9887	9890
2,3	9893	9896	9898	9901	9904	9906	9909	9911	9917	9916
2,4	9918	9920	9922	9925	9927	9929	9931	9939	9934	9936
2,5	9938	9940	9941	9943	9945	9946	9948	9949	9951	9952
2,6	9953	9955	9956	9957	9959	9960	9961	9962	9963	9964
2,7	9965	9965	9967	9968	9969	9970	9971	9972	9973	9974
2,8	9974	9975	9976	9977	9977	9978	9979	9980	9980	9981
2,9	9981	9982	9983	9983	9983	9984	9984	9985	9986	9986
3,0	9987	9939	9987	9988	9988	9989	9989	9989	9989	9990
3,1	9990	9991	9992	9991	9992	9992	9992	9992	9993	9993
3,2	9993	9993	9994	9994	9994	9994	9994	9995	9995	9995
3,3	9995	9995	9996	9996	9996	9996	9996	9996	9996	9997
3,4	9997	9997	9997	9997	9997	9997	9997	9997	9998	9998

Продовження додатка А

Таблиця А.2

Значення χ^2 Пірсона залежно від k (число інтервалів мінус число накладених зв’язків) і α

K	Рівень значущості α								
	0,95	0,90	0,80	0,70	0,50	0,30	0,20	0,05	0,02
1	0,004	0,016	0,064	0,148	0,455	1,074	1,642	3,84	5,41
2	0,103	0,211	0,466	0,713	1,386	2,41	3,22	5,99	8,82
3	0,352	0,584	1,005	1,424	2,37	3,66	4,64	7,85	9,84
4	0,711	1,064	1,649	2,20	3,36	4,88	5,99	9,46	11,67
5	1,145	1,610	2,34	3,00	4,35	6,06	7,29	11,06	13,39
6	1,635	2,20	3,07	3,83	5,35	7,23	8,56	12,59	15,03
7	2,17	2,83	3,82	4,67	6,35	8,38	9,80	14,07	16,62
8	2,73	3,49	4,59	5,53	7,34	9,52	11,03	15,61	18,17
9	3,32	4,17	5,38	6,39	8,34	10,66	12,24	16,92	19,68
10	3,94	4,86	6,18	7,27	9,34	11,78	13,44	18,31	21,2

Закінчення додатка А

Таблиця А.3

Таблиця випадкових чисел

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1534	7106	2836	7833	6574	7545	7590	5574	1202	7712
6128	8993	4102	2551	0330	2358	6427	7067	9325	2454
6047	8566	8644	9341	9297	6751	3500	8754	2913	1258
0806	5201	5705	7355	1448	9562	7514	9205	0402	2427
9915	8274	4525	5695	5725	9630	7172	6988	0227	4264
2882	7158	4341	3463	1178	5786	1173	0670	0820	5067
9213	1223	4388	9760	6691	6861	8214	8813	0611	3131
8410	9836	3899	3683	1253	1683	6988	9978	8026	6751
9974	2362	2103	4326	385	9079	6187	2721	1489	4216
3402	8162	8226	0782	3364	7871	4500	5598	9491	3816
8188	6596	1492	2139	8823	6878	0613	7161	0241	3834
3825	7020	1124	7483	9155	4919	3209	5959	2364	2555
9801	8788	6338	6899	3303	0807	0968	0539	4205	8257
5603	1251	6352	6467	0231	3556	2569	9446	4174	9219
0714	3757	0378	8266	8854	1374	6687	1221	0678	3714
5617	5652	7627	0372	8151	3668	1994	4402	2124	0016
6789	6279	7306	1856	7023	9043	7161	7526	6913	6396
6705	4978	8621	1790	4433	6628	0854	9127	3445	1111
3840	1086	0774	9241	9297	4239	1739	7734	0119	2436
7662	3939	2165	3273	0551	1645	8477	1877	5327	8629
7639	2868	4391	2950	7122	7325	9727	0080	7464	7947
3237	7203	4246	7329	7936	0065	4146	0866	4916	8648
3917	6271	1721	5469	1914	8653	0387	2756	6073	8984
9138	9395	6006	6423	7977	1873	7103	4267	9316	7206
8358	5896	6286	9242	5040	8509	2941	3913	3028	1563
1030	5094	1745	2975	2018	7340	6547	0207	5587	0300
6606	6305	1564	6628	7822	7142	6564	1659	5369	1659
4533	8841	4922	9365	1361	6691	1633	6764	0747	3881
4258	2012	0992	0106	1542	4760	0392	4057	0092	5203
5224	5128	8949	7928	7267	0116	1476	2009	1772	3860
6872	7492	7962	1867	7437	1526	3516	9129	4159	8064
8638	8407	7198	0956	0950	7753	5144	3914	5596	6104
9958	7172	5822	4224	6701	7559	4985	4856	4461	6147
0265	3086	2996	0699	3584	9702	1665	0446	9107	6437
8997	5441	7878	9404	0487	2939	3805	9127	7887	5197
5552	3529	9627	9362	6298	6021	0024	9520	9154	0643
9383	6640	7394	9592	9903	7699	8939	9972	1257	0994
9903	4959	0332	9109	0182	6721	9163	9008	2542	4461
6530	5070	7589	6928	6014	1832	9307	5107	1354	9255
9679	8953	8310	2060	6267	1773	7979	6741	6033	3588
5765	4987	1639	3512	9843	5286	3786	2384	4919	5611
7198	2447	6716	0391	5585	1106	5330	0504	6346	3679
2385	0605	2678	1399	2371	7968	1212	9569	8650	5841
0732	8732	8660	5836	9065	4603	0029	8042	0151	0345
1642	6094	3795	3600	4532	9740	0376	4384	9203	5387
4514	1956	7212	0687	7632	2126	0846	7055	4106	9157
8744	5580	8038	9087	7222	0424	0028	4511	3191	9846
3729	6225	5397	6790	2157	3414	6509	5204	4779	5641
8858	3147	8410	2873	1290	9796	8873	7585	7185	4726

Додаток В

Таблиця В.1

Значення F-критерію при імовірності 0,95

$K_{ост}$	$K_ф$ - число ступенів свободи варіації більшої дисперсії									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	9
1	161,4	199,5	215,7	224,6	230,2	233,9	236,7	238,8	240,5	240,5
2	18,51	19,00	19,16	19,25	19,3	19,33	19,35	19,37	19,38	19,38
3	10,13	9,55	9,28	9,117	9,014	8,941	8,887	8,845	8,812	8,812
4	7,709	6,944	6,591	6,388	6,256	6,163	6,094	6,041	5,999	5,999
5	6,608	5,786	5,410	5,192	5,050	4,950	4,876	4,818	4,773	4,773
6	5,987	5,143	4,757	4,534	4,387	4,287	4,207	4,147	4,099	4,099
7	5,591	4,737	4,347	4,120	3,972	3,866	3,787	3,726	3,677	3,677
8	5,318	4,459	4,066	3,838	3,688	3,581	3,501	3,438	3,388	3,388
9	5,117	4,257	3,863	3,633	3,482	3,374	3,293	3,230	3,179	3,179
10	4,965	4,103	3,708	3,478	3,326	3,217	3,136	3,072	3,020	3,020
11	4,84	3,982	3,587	3,357	3,204	3,095	3,012	2,948	2,896	2,896
12	4,474	3,885	3,490	3,259	3,106	2,996	2,913	2,849	2,796	2,796
13	4,667	3,806	3,411	3,179	3,025	2,915	2,832	2,767	2,714	2,714
14	4,600	3,739	3,344	3,112	2,958	2,848	2,764	2,699	2,646	2,646
15	4,543	3,682	3,287	3,056	2,901	2,791	2,707	2,641	2,588	2,588
16	4,494	3,634	3,239	3,007	2,852	2,741	2,657	2,591	2,538	2,538
17	4,451	3,592	3,197	2,965	2,810	2,699	2,614	2,548	2,494	2,494
18	4,414	3,555	3,160	2,928	2,773	2,661	2,577	2,510	2,456	2,456
19	4,381	3,522	3,127	2,895	2,74	2,628	2,544	2,477	2,423	2,423
20	4,351	3,493	3,098	2,866	2,711	2,599	2,514	2,447	2,393	2,393
21	4,242	3,385	2,991	2,759	2,603	2,490	2,488	2,421	2,366	2,366
22	8,02	4,87	4,04	3,65	3,40	3,24	2,464	2,397	2,342	2,342
23	4,28	3,03	2,64	2,45	2,32	2,24	2,442	2,375	2,32	2,32
24	7,88	4,76	3,94	3,54	3,30	3,14	2,423	2,355	2,3	2,3
25	4,24	2,99	2,60	2,41	2,28	2,20	2,405	2,337	2,282	2,282
26	7,77	4,68	3,86	3,46	3,21	3,05	2,89	2,321	2,266	2,266
27	4,21	2,96	2,57	2,37	2,25	2,16	2,373	2,305	2,55	2,55
28	7,68	4,60	3,79	3,39	3,14	2,98	2,359	2,291	2,236	2,236
29	4,18	2,93	2,54	2,35	2,22	2,14	2,346	2,278	2,223	2,223
30	7,60	4,54	3,73	3,33	3,08	2,92	2,334	2,266	2,211	2,211

Продовження додатка В

Таблиця В.2

Значення F-критерію при імовірності 0,90

	Число ступенів свободи варіації більшої дисперсії ($K_ф$)								
$K_{ост}$	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	39,864	49,5	53,59	55,83	57,24	58,20	58,91	59,44	59,59
2	8,526	9,0	9,162	9,243	9,293	9,326	9,349	9,367	9,381
3	5,538	5,462	5,391	5,343	5,309	5,285	5,266	5,252	5,24
4	4,545	4,325	4,191	4,107	4,051	4,01	3,979	3,955	3,936
5	4,06	3,78	3,62	3,52	3,453	3,405	3,368	3,339	3,316
6	3,776	3,463	3,289	3,181	3,108	3,055	3,015	2,983	2,958
7	3,589	3,257	3,074	2,961	2,883	2,827	2,785	2,752	2,725
8	3,458	3,113	2,924	2,806	2,727	2,668	2,624	2,589	2,561
9	3,36	3,007	2,813	2,693	2,611	2,551	2,505	2,469	2,44
10	3,285	2,925	2,728	2,605	2,522	2,461	2,414	2,377	2,347
11	3,225	2,86	2,66	2,536	2,451	2,389	2,342	2,304	2,274
12	3,177	2,807	2,606	2,48	2,394	2,331	2,283	2,245	2,214
13	3,136	2,763	2,56	2,424	2,347	2,283	2,234	2,195	2,164
14	3,102	2,727	2,522	2,395	2,307	2,243	2,193	2,134	2,122
15	3,073	2,695	2,49	2,361	2,273	2,208	2,158	2,119	2,086
16	3,048	2,668	2,462	2,333	2,244	2,178	2,128	2,088	2,055
17	3,026	2,645	2,437	2,308	2,218	2,152	2,102	2,061	2,028
18	3,007	2,624	2,416	2,286	2,196	2,130	2,079	2,038	2,005
19	2,99	2,606	2,397	2,266	2,176	2,109	2,058	2,017	1,984
20	2,975	2,589	2,38	2,249	2,158	2,091	2,04	1,999	1,965
21	2,961	2,575	2,365	2,233	2,142	2,075	2,023	1,982	1,948
22	2,949	2,561	2,351	2,219	2,128	2,061	2,008	1,967	1,933
23	2,937	2,549	2,339	2,207	2,115	2,047	1,995	1,953	1,919
24	2,927	2,538	2,327	2,195	2,103	2,035	1,983	1,941	1,906
25	2,918	2,528	2,317	2,184	2,092	2,024	1,971	1,929	1,895
26	2,909	2,519	2,308	2,175	2,082	2,014	1,961	1,919	1,884
27	2,901	2,511	2,99	2,166	2,073	02,005	1,952	1,909	1,874
28	2,894	2,503	2,291	2,157	2,065	1,996	1,943	1,9	1,865
29	2,887	2,496	2,83	2,149	2,057	1,988	1,935	1,892	1,857
30	2,881	2,489	2,276	2,142	2,049	1,98	1,927	1,884	1,849

Продовження додатка В

Таблиця В.3

Коефіцієнти автокореляції при 5 і 1- відсоткових рівнях значимості

Вибірка	Значення рівнів коефіцієнтів кореляції			
	Позитивні		Негативні	
	α = 0,05	α = 0,01	α = 0,05	α = 0,01
5	0,253	0,297	– 0,753	– 0,798
6	0,345	0,447	– 0,708	– 0,863
7	0,370	0,510	– 0,674	– 0,799
8	0,371	0,531	– 0,625	– 0,764
9	0,366	0,533	– 0,593	– 0,737
10	0,360	0,525	– 0,564	– 0,705
11	0,353	0,515	– 0,539	– 0,679
12	0,348	0,505	– 0,516	– 0,655
13	0,341	0,495	– 0,497	– 0,634
14	0,335	0,485	– 0,479	– 0,615
15	0,328	0,475	–0,462	– 0,597
20	0,299	0,432	– 0,399	– 0,524
25	0,276	0,398	– 0,356	– 0,473
30	0,257	0,370	– 0,324	– 0,433
35	0,242	0,347	– 0,300	– 0,401
40	0,229	0,329	– 0,279	– 0,376

Продовження додатка В

Таблиця В.4

Критерій Дарбіна – Уотсона
(п’ятивідсотковий рівень значності)

N	Кількість змінних у рівнянні, зв'язана з X									
	1		2		3		4		5	
	d_1	d_2	d_1	d_2	d_1	D_2	d_1	d_2	D_1	d_2
15	1,08	1,36	0,95	1,54	0,82	1,75	0,69	1,97	0,56	2,21
16	1,10	1,37	0,98	1,54	0,86	1,73	0,74	1,93	0,62	2,15
17	1,13	1,38	1,02	1,54	0,90	1,71	0,78	1,90	0,67	2,10
19	1,18	1,40	1,08	1,53	0,97	1,68	0,86	1,85	0,75	2,02
20	1,20	1,41	1,10	1,54	1,00	1,68	0,90	1,83	0,79	1,99
21	1,22	1,42	1,13	1,54	1,03	1,67	0,93	1,81	0,83	1,96
22	1,24	1,43	1,15	1,54	1,05	1,66	0,96	1,80	0,86	1,94
23	1,26	1,44	1,17	1,54	1,08	1,66	0,99	1,79	0,90	1,92
24	1,27	1,45	1,19	1,55	1,10	1,66	1,01	1,78	0,93	1,90
25	1,29	1,45	1,21	1,55	1,12	1,66	1,04	1,77	0,95	1,89
26	1,30	1,46	1,22	1,55	1,45	1,65	1,65	1,76	0,98	1,88
27	1,32	1,47	1,24	1,56	1,16	1,65	1,08	1,76	1,01	1,86
28	1,33	1,48	1,26	1,56	1,18	1,65	1,10	1,75	1,03	1,85
29	1,34	1,48	1,27	1,56	1,20	1,65	1,12	1,74	1,05	1,84
30	1,35	1,49	1,28	1,57	1,21	1,65	1,14	1,74	1,07	1,83

Закінчення додатка В

Таблиця В.5

П’яти-і одновідсоткові рівні істотності відношення до дисперсії середнього квадрата послідовних різниць (критерій Джона фон Неймана)

Вибірка	Значення r > 0		Значення r < 0	
	α = 0,01	α = 0,05	α = 0,05	α = 0,01
4	0,8341	1,0406	4,2927	4,4992
5	0,6724	1,0255	3,9745	4,3276
6	0,6738	1,0682	3,7318	4,1262
7	0,7163	1,0919	3,5748	3,9504
8	0,7575	1,1228	3,4486	3,8139
9	0,7974	1,1524	3,3476	3,7025
10	0,8353	1,1803	3,2642	3,6091
11	0,8706	1,2062	3,1938	3,5294
12	0,9033	1,2301	3,1335	3,4603
13	0,9336	1,2521	3,0812	3,3996
14	0,9618	1,2725	3,0352	3,3458
15	0,9880	1,2914	2,9943	3,2977
16	1,0124	1,3090	2,9577	3,2543
17	1,0352	1,3253	2,2947	3,2148
18	1,0566	1,3405	2,8948	3,1787
19	1,0766	1,3547	2,8675	3,1456
20	1,0954	1,3680	2,8425	3,1151
21	1,1131	1,3805	2,8195	3,0869
25	1,1748	1,4241	2,7426	2,9919
30	1,2363	1,4672	2,6707	2,9016
35	1,2852	1,5014	2,6163	2,8324

Рекомендована література

Доугерти К. Введение в эконометрику / К. Доугерти; пер. с англ. – М. : ИНФРА-М, 1997. – 402 с.

Клебанова Т. С. Эконометрия : учебно-методическое пособие для самостоятельного изучения дисциплины / Т. С. Клебанова, Н. А. Дубровина, Е. В. Раевнева. – Х. : Издательский дом "ИНЖЭК", 2003. – 132 с.

Орлова И. Экономико-математические методы и модели. Выполнение в EXCEL / И. Орлова. – М. : Финстатинформ, 2000. – 136 с.

Просветов Г. И. Эконометрика. Задачи и решения: учебно-методическое пособие / Г. И. Просветов. – М. : Изд. РДЛ, 2004. – 104 с.

Ржевський С. Вступ до економетрії: навч. посібник / С. Ржевский. – К. : ЄУФІМБ, 2004. – 94 с.

Терехов Л. Л. Экономико-математические методы и модели в планировании и управлении / Л. Л. Терехов, В. А. Куценко, С. П. Сиднев. – К. : "Вища школа"; 1984. – 232 с.

Тюрин Ю. Н. Анализ данных на компьютере / Ю. Н. Тюрин, А. А. Макаров; под ред. В.Э. Фигурнова. – М. : ИНФРА-М, Финансы и статистика, 1995. – 384 с.

Федосеев В. В. Экономико-математические методы и модели в маркетинге / В. В. Федосеев. – М. : Финстатинформ, 1996. – 206 с.

НАВЧАЛЬНЕ ВИДАННЯ

Методичні рекомендації до виконання лабораторних завдань з навчальної дисципліни

"МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ В ЕКОНОМІЦІ ТА МЕНЕДЖМЕНТІ"

для студентів напряму підготовки
6.030601 "Менеджмент"
денної форми навчання

Укладач **Омелаєнко** Ніна Миколаївна

Відповідальний за випуск **Ястремська О. М.**

Редактор **Бутенко В. О.**

Коректор **Бриль В. О.**

План 2013 р. Поз. № 68.
Підп. до друку Формат 60х90 1/16. Папір MultiCopy. Друк Riso.
Ум.-друк. арк. 3,25. Обл.-вид. арк. 4,06. Тираж прим. Зам. №

Видавець і виготівник – видавництво ХНЕУ, 61166, м. Харків, пр. Леніна, 9а

Свідоцтво про внесення до Державного реєстру суб'єктів видавничої справи
Дк № 481 від 13.06.2001 р.