

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
ХАРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ ЕКОНОМІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ  
ІМЕНІ СЕМЕНА КУЗНЕЦЯ

**ЗАТВЕРДЖЕНО**  
на засіданні кафедри  
Вищої математики та економіко-  
математичних методів  
Протокол № 1 від 21.08.2023 р.

**ПОГОДЖЕНО**  
Проректор з навчально-методичної роботи  
Каріна НІМАШКАЛО



**Теорія ймовірностей та математична статистика**  
робоча програма навчальної дисципліни (РПНД)

Галузь знань  
Спеціальність  
Освітній рівень  
Освітня програма

12 "Інформаційні технології"  
126 "Інформаційні системи та технології"  
перший (бакалаврський)  
" Інформаційні системи та технології "

Статус дисципліни  
Мова викладання, навчання та оцінювання

обов'язкова  
українська

Розробник:  
к.ф.-м.н., доцент

Ірина ЛЕБЕДЕВА

Завідувач кафедри  
Вищої математики й  
економіко-математичних  
методів

Людмила МАЛІЯРЕЦЬ

Гарант програми

Ольга ТЮТЮНИК

Харків  
2023

## ВСТУП

Сучасний етап глобалізації світової економіки і становлення інформаційного суспільства обумовлює активне використання математичного апарату. У практичній діяльності достатньо часто доводиться стикатися з випадковими подіями, тобто з подіями, які або реалізуються, або не реалізуються з причин, які заздалегідь неможливо передбачити в даних умовах випробувань. Дослідження кількісних закономірностей, яким підпорядковані масові випадкові події, і є предметом теорії ймовірностей. Теорія ймовірностей вивчає математичні закони розподілу випадкових подій, і фактично є теоретичною базою для математичної статистики. У свою чергу математична статистика є розділом математики, яка за допомогою математичних методів дозволяє здійснювати обробку і систематизацію статистичних даних з їх подальшим використанням у наукових та практичних дослідженнях.

Теорія ймовірностей та математична статистика використовуються в різних галузях науки та техніки, однак однією з найважливіших сфер їх використання є економіка. Без допомоги теорії ймовірностей не можуть бути розв'язані питання організації та планування, що пов'язані з необхідністю вираховування випадкових подій, а вивчення тих чи інших явищ методами математичної статистики дає можливість розв'язання багатьох питань, які висувають наука та практика (правильна організація технологічного процесу, найбільш доцільне планування та інші).

Мета навчальної дисципліни полягає у формуванні цілісної системи теоретичних знань математичного апарату теорії ймовірностей та математичної статистики, що допомагає моделювати, аналізувати і вирішувати економічні завдання.

Завданнями навчальної дисципліни є:

– засвоєння математичних методів, що дають можливість завдяки статистичній обробці результатів спостережень вивчати і прогнозувати процеси і явища в галузі економіки;

– формування вмінь і навиків статистичного дослідження економічних процесів та явищ за допомогою методів теорії ймовірностей.

Об'єктом вивчення дисципліни є методи обробки статистичних даних, що характеризують випадкові процеси та явища.

Предметом навчальної дисципліни є закономірності, яким підпорядковуються масові випадкові події, з метою в подальшому їх використання для обґрунтування управлінських рішень.

Результати навчання та компетентності, які формує навчальна дисципліна визначено в табл. 1.

Таблиця 1

## Результати навчання та компетентності, які формує навчальна дисципліна

Результати навчання	Компетентності, якими повинен оволодіти здобувач вищої освіти
ПР 1	КЗ 1, КЗ 6

де КЗ 1. Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу;

КЗ 6. Здатність до пошуку, оброблення та узагальнення інформації з різних джерел;

ПР 1. Знати лінійну та векторну алгебру, диференціальне та інтегральне числення, теорію функцій багатьох змінних, теорію рядів, диференціальні рівняння для функції однієї та багатьох змінних, операційне числення, теорію ймовірностей та математичну статистику в обсязі, необхідному для розробки та використання інформаційних систем, технологій та інфокомунікацій, сервісів та інфраструктури організації.

## ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

### Зміст навчальної дисципліни

#### Змістовий модуль 1. Теорія ймовірностей

**Тема 1. Емпіричні та логічні основи теорії ймовірностей. Основні теореми теорії ймовірностей, їх економічна інтерпретація**

##### 1.1. Предмет і задачі теорії ймовірностей, її основні поняття

Події і простір елементарних подій. Операції над елементарними подіями. Елементи комбінаторики. Класичне, статистичне і геометричне визначення ймовірності. Аксиоматика Колмогорова.

##### 1.2. Теореми додавання і множення ймовірностей

Сума подій і теорема додавання ймовірностей. Умовна ймовірність і теорема множення ймовірностей. Імовірність протилежної події. Імовірність появи хоча б однієї події.

##### 1.3. Формула повної ймовірності і формула Байєса

Формула повної ймовірності. Імовірність гіпотез. Повна група подій. Формула Байєса. Застосування формули повної ймовірності і формули Байєса в економіці і фінансах.

**Тема 2. Схема незалежних випробувань. Випадкові величини та їхня економічна інтерпретація.**

##### 2.1. Схема незалежних випробувань.

Схема Бернуллі. Формула Бернуллі. Розподіл ймовірностей. Найімовірніша кількість появи події в серії незалежних випробувань. Локальна та інтегральна теореми Муавра–Лапласа, Теорема Пуассона

## **2.2. Випадкова величина**

Одновимірний дискретна випадкова величина, Функція розподілу, її властивості. Основні числові характеристики випадкової величини (математичне сподівання, дисперсія, середнє квадратичне відхилення), їх властивості. Початковий і центральний теоретичні моменти. Економічна інтерпретація.

**Тема 3. Закони розподілу та числові характеристики випадкової величини. Поняття про багатовимірну випадкову величину**

### **3.1. Основні закони розподілу дискретної випадкової величини**

Біноміальний та геометричний закони розподілу, їх параметри та основні числові характеристики.

### **3.2 Неперервна випадкова величини**

Диференціальна функція розподілу. Основні закони розподілу неперервної випадкової величини (рівномірний, нормальний, експоненціальний), їх параметри та основні числові характеристики.

### **3.3. Поняття про багатовимірну випадкову величину**

Двовимірний випадкова величина, її основні числові характеристики. Кореляційний момент. Коефіцієнт кореляції та його властивості. Умовний закон розподілу системи двох випадкових величин

## **Змістовий модуль 2. Математична статистика**

**Тема 4. Граничні теореми теорії ймовірностей. Первинне опрацювання статистичних даних**

### **4.1. Граничні теореми теорії ймовірностей**

Поняття про закон великих чисел і центральну граничну теорему. Теорема Чебишова і стійкість середніх. Теорема Бернуллі і стійкість відносних частот. Центральна гранична теорема.

**4.2. Предмет і задачі математичної статистики, основні поняття і означення**

Генеральна і вибірка сукупності. Способи формування вибірки. Статистичний розподіл вибірки, способи його завдання. Полігон і гістограма. Емпірична функція розподілу. Основні числові характеристики статистичного розподілу. Емпіричні точковий та центральний моменти.

**Тема 5. Статистичні оцінки основних числових характеристик генеральної сукупності та їх властивостей. Точкові та інтервальні оцінки. Перевірка статистичних гіпотез**

### **5.1. Точкові оцінки основних числових характеристик**

Означення точкової оцінки. Метод моментів оцінювання параметрів розподілу. Точкова оцінка математичного сподівання, її властивості. Точкова оцінка дисперсії, її властивості.

### **5.2. Інтервальні оцінки основних числових характеристик**

Інтервальні статистичні оцінки. Точність і довірча ймовірність (надійність) статистичної оцінки, довірчий інтервал. Побудова довірчих інтервалів для оцінки параметрів нормального розподілу.

### 5.3. Перевірка статистичних гіпотез

Поняття статистичної гіпотези. Нульова і конкуруюча проста і складна гіпотези. Помилки першого і другого роду. Статистичний критерій перевірки нульової гіпотези. Критична область, область прийняття гіпотези. Критерій Пірсона.

**Тема 6. Елементи дисперсійного аналізу. Елементи теорії кореляційно-регресійного аналізу**

#### 6.1. Поняття про однофакторний дисперсійний аналіз

Факторна, або міжгрупова дисперсія. Залишкова, або внутрішньогрупова дисперсія. Критерій Фішера.

#### 6.2. Загальні положення кореляційного аналізу

Кореляційна залежності як частинний випадок статистичної залежності. Обчислення вибіркового коефіцієнта кореляції. Вибіркове кореляційне відношення та його властивості.

#### 6.3. Регресійний аналіз

Умовні середні. Рівняння регресії. Метод найменших квадратів. Відшукування параметрів вибіркового рівняння регресії за незгрупованими даними. Кореляційна таблиця. Відшукування параметрів вибіркового рівняння регресії за згрупованими даними.

Перелік практичних та лабораторних занять за навчальною дисципліною наведено в табл. 2.

Таблиця 2

**Перелік практичних (семінарських) та / або лабораторних занять / завдань**

Назва теми та / або завдання	Зміст
Тема 1. Практичне заняття 1	Емпіричні та логічні основи теорії ймовірностей
Тема 1. Лабораторне заняття 1	Основні поняття теорії ймовірностей. Основні теореми теорії ймовірностей, їх економічна інтерпретація
Тема 2. Практичне заняття 2	Схема незалежних випробувань (схема Бернуллі)
Тема 2. Лабораторне заняття 2	Випадкові величини та їхня економічна інтерпретація
Тема 3. Практичне заняття 3	Закони розподілу одновимірної дискретної випадкової величини та її числові характеристики
Тема 3. Лабораторне заняття 3	Закони розподілу та числові характеристики двовимірної дискретної випадкової величини
Тема 4. Практичне заняття 4	Граничні теореми теорії ймовірностей. Первинне опрацювання статистичних даних.

Тема 4. Лабораторне заняття 4	Статистичні оцінки параметрів розподілу дискретної і неперервної випадкових величин
Тема 5. Практичне заняття 5	Статистичне оцінювання основних числових характеристик генеральної сукупності
Тема 5. Лабораторне заняття 5	Точкові та інтервальні статистичні оцінки. Перевірка статистичних гіпотез
Тема 6. Практичне заняття 6	Елементи дисперсійного аналізу
Тема 6. Лабораторне заняття 6	Елементи теорії кореляційно-регресійного аналізу на прикладі двовимірної випадкової величини

Перелік самостійної роботи за навчальною дисципліною наведено в табл. 3.

Таблиця 3

### Перелік самостійної роботи

Тема та / або завдання	Зміст
Тема 1 - 6	Вивчення лекційного матеріалу
Тема 1 - 6	Підготовка до практичних та лабораторних занять
Тема 1 - 6	Підготовка до контрольних робіт і колоквиумів
Тема 1 - 6	Виконання завдань для самостійного виконання
Теми 1 та 6	Виконання самостійного творчого завдання

Кількість годин лекційних, практичних та лабораторних занять та годин самостійної роботи наведено в робочому плані (технологічній карті) з навчальної дисципліни.

### МЕТОДИ НАВЧАННЯ

У процесі викладання навчальної дисципліни для набуття визначених результатів навчання, активізації освітнього процесу передбачено застосування таких методів навчання, як:

Словесні (лекція (Тема 2, 3, 5, 6), проблемна лекція (Тема 1, 4)).

Наочні (демонстрація (Тема 1 - 6)).

Практичні (практична робота (Тема 1 - 6), лабораторна робота (Тема 1 - 6)).

Презентація, або виступи перед аудиторією (Теми 1 та 6).

Дидактична гра (Тема 6).

## ФОРМИ ТА МЕТОДИ ОЦІНЮВАННЯ

Університет використовує 100 бальну накопичувальну систему оцінювання результатів навчання здобувачів вищої освіти.

**Поточний контроль** здійснюється під час проведення лекційних, практичних та лабораторних занять і має на меті перевірку рівня підготовленості здобувача вищої освіти до виконання конкретної роботи і оцінюється сумою набраних балів. Для дисципліни з формою семестрового контролю залік максимальна сума складає 100 балів; мінімальна сума – 60 балів.

**Підсумковий контроль** включає семестровий контроль та атестацію здобувача вищої освіти.

**Семестровий контроль** проводиться у формі диференційованого заліку.

**Підсумкова оцінка за навчальною дисципліною** визначається для дисциплін з формою семестрового контролю залік – сумуванням всіх балів, отриманих під час поточного контролю.

Під час викладання навчальної дисципліни використовуються наступні контрольні заходи:

- поточний контроль: домашні завдання (18 балів), лабораторні роботи (18 балів), письмові контрольні роботи (28 балів), колоквіуми (28 балів), самостійне творче завдання (8 балів).

Семестровий контроль: залік.

Більш детальну інформацію щодо системи оцінювання наведено в робочому плані (технологічній карті) з навчальної дисципліни.

## РЕКОМЕНДОВАНА ЛІТЕРАТУРА

### Основна

1. Лабораторний практикум з навчальної дисципліни "Теорія ймовірностей та математична статистика" : навчальний посібник / Е. Ю. Железнякова, І. Л. Лебедева, Л. О. Норік, К. В. Степанова. – Харків : ХНЕУ ім. С. Кузнеця, 2016. – 184 с.

<http://www.repository.hneu.edu.ua/jspui/handle/123456789/14255>

2. Малярець Л. М. Математика для економістів. Теорія ймовірностей та математична статистика: навч. посіб. у 3-х ч., ч.3 / Л. М. Малярець, І. Л. Лебедева, Л. Д. Широкоград – Харків: Вид. ХНЕУ, 2011. – 568 с.

3. Малярець Л. М. Практикум з теорії ймовірностей та математичної статистики в Excel; навч.-практ. посіб. / Л. М. Малярець, І. Л. Лебедева, Е. Ю. Железнякова. – Харків : Вид. ХНЕУ, 2007. – 160 с.

4. Железнякова, Е. Ю. Теорія ймовірностей та математична статистика [Електронний ресурс] : практикум / Е. Ю. Железнякова, Л. О. Норік ; Харківський національний економічний університет ім. С. Кузнеця. – Харків : ХНЕУ ім. С. Кузнеця, 2019. – 320 с.

<http://repository.hneu.edu.ua/handle/123456789/21436>

### Додаткова

5. Єгоршин О. О. Довідник з математичної статистики з прикладами обчислень у MatLab: навчально-практичний посібник. Ч. 2 / О.О. Єгоршин, Л.М. Малярець, Б.В. Сінкевич. – Харків: Вид. ХНЕУ, 2009. – 508 с.

6. Збірник вправ з розділу “Теорія ймовірностей та математична статистика” навчальної дисципліни “Математика для економістів” для студентів галузі знань “Економіка і підприємництво” усіх форм навчання / укл. Е. Ю. Железнякова, А. В. Ігначкова, З. Г. Попова та ін. – Харків : Вид. ХНЕУ, 2009. – 116 с.

7. Малярець Л. М. Теорія ймовірностей та математична статистика: навч. посіб. / Л. М. Малярець, І. Л. Лебедева, Е. Ю. Железнякова та ін. – Харків : Вид. ХНЕУ, 2010. – 404 с.

8. Математичні методи і моделі в управлінні економічними процесами: монографія / Л. М. Малярець, Є. Ю. Місюра, В. В. Койбічук [та ін.]. – Харків : ХНЕУ ім. С. Кузнеця, 2016. – 420 с.

<http://www.repository.hneu.edu.ua/jspui/handle/123456789/14811>

### Інформаційні ресурси в Інтернеті

9. Железнякова Е. Ю. Теорія ймовірностей та математична статистика : методичні рекомендації до самостійної роботи з теми "Емпіричні та логічні основи теорії ймовірностей. Основні теореми теорії ймовірностей" для студентів усіх спеціальностей / Е. Ю. Железнякова, І. Л. Лебедева, С. С. Лебедев // Мультимедійне видання. – Харків, ХНЕУ ім. С. Кузнеця, 2018. [Електронний ресурс] – Режим доступу : <http://ebooks.gitelt.hneu.edu.ua/tvms>

10. Железнякова Е. Ю. Теорія ймовірностей та математична статистика : методичні рекомендації до самостійної роботи з теми "Схема незалежних випробувань. Закони розподілу та числові характеристики дискретної випадкової величини" для студентів усіх спеціальностей / Е. Ю. Железнякова, І. Л. Лебедева, С. С. Лебедев // Мультимедійне видання. – Харків, ХНЕУ ім. С. Кузнеця, 2020. [Електронний ресурс] – Режим доступу : <https://pns.hneu.edu.ua/mod/url/view.php?id=274068>

11. Железнякова Е. Ю. Теорія ймовірностей та математична статистика : методичні рекомендації до самостійної роботи з теми "Основні закони розподілу неперервної випадкової величини" для студентів усіх спеціальностей / Е. Ю. Железнякова, І. Л. Лебедева, Л. О. Норік, С. С. Лебедев // Мультимедійне видання. – Харків, ХНЕУ ім. С. Кузнеця, 2021. [Електронний ресурс] – Режим доступу : <https://pns.hneu.edu.ua/course/view.php?id=8277>

12. Методичні рекомендації до самостійної роботи з математичних дисциплін з використанням програмного середовища R для студентів усіх спеціальностей першого (бакалаврського) рівня [Електронний ресурс] / уклад. Л. М. Малярець, О. Г. Тижненко. – Харків : ХНЕУ ім. С. Кузнеця, 2017. – 85 с. [Електронний ресурс] – Режим доступу : <http://repository.hneu.edu.ua/handle/123456789/20291>