

**НОВИКОВ Ф. В.**

## **ТЕОРЕТИЧНИЙ АНАЛІЗ ЗАКОНОМІРНОСТЕЙ ФОРМУВАННЯ ШОРСТКОСТІ ОБРОБЛЮВАНОЇ ПОВЕРХНІ ПІД ЧАС ШЛІФУВАННЯ ТА АБРАЗИВНОГО ПОЛІРУВАННЯ**

Розроблено математичні моделі визначення параметрів шорсткості обробленої поверхні під час шліфування алмазними кругами із ріжучими одновисотними розташованими зернами та представленими, відповідно, у формі конусів (гостровершинних зерен), усічених конусів (пов'язаних зі зношуванням алмазних зерен) і сфер. Розрахунками встановлено, що у першому випадку відношення параметрів шорсткості поверхні  $R_{max}/R_a=4$ . У другому випадку зі збільшенням зношування алмазних зерен параметр шорсткості поверхні  $R_a$  зменшується, а відношення  $R_{max}/R_a$  може значно перевищувати значення  $R_{max}/R_a=4$ . Це відповідає експериментальним даним, згідно яким відношення  $R_{max}/R_a$  під час шліфування може змінюватися у межах 4 ... 11, а під час абразивного полірування досягати значення 30 і більше, що пов'язано зі значною кількістю зерен, які приймають участь у формуванні шорсткості поверхні. Ще більших значень  $R_{max}/R_a$  та, відповідно, менших значень параметра  $R_a$  досягнуто у третьому випадку. Із фізичної точки зору це пов'язано зі зменшенням відомого відношення  $a_z/R$  (товщини зрізу на радіус зерна) у результаті переходу від процесу різання до процесу пружно-пластичного деформування оброблюваного матеріалу, оскільки  $a_z = R_{max}$ . Отже, суттєво зменшити висотні параметри шорсткості поверхні під час шліфування і абразивного полірування можна шляхом збільшення кількості зерен (у формі сфери), які приймають участь у формуванні шорсткості поверхні, та їх одновисотного розташування на робочій поверхні абразивного інструмента.

**Ключові слова:** алмазний круг, ріжучі зерна, товщина зрізу, кінематико-геометричний підхід, сфера, фінішні операції

**NOVIKOV F. V.**

## **THEORETICAL ANALYSIS OF THE REGULATIONS OF FORMATION OF THE ROUGHNESS OF THE TREATED SURFACE DURING GRINDING AND ABRASIVE POLISHING**

Mathematical models for determining the roughness parameters of the treated surface during grinding with diamond wheels with cutting grains located at the same height and represented, respectively, in the form of cones (pointed grains), truncated cones (related to the wear of diamond grains) and spheres have been developed. It was established by calculations that in the first case the ratio of surface roughness parameters  $R_{max}/R_a=4$ . In the second case, as the wear of diamond grains increases, the surface roughness parameter  $R_a$  decreases, and the  $R_{max}/R_a$  ratio can significantly exceed the value of  $R_{max}/R_a=4$ . This corresponds to experimental data, according to which the ratio  $R_{max}/R_a$  during grinding can vary within 4 ... 11, and during abrasive polishing it can reach a value of 30 or more, which is associated with a significant number of grains that participate in the formation of surface roughness. Even larger values of  $R_{max}/R_a$  and, accordingly, smaller values of the parameter  $R_a$  were achieved in the third case. From a physical point of view, this is related to a decrease in the known ratio  $a_z/R$  (thickness of the cut to the radius of the grain) as a result of the transition from the cutting process to the process of elastic-plastic deformation of the processed material, since  $a_z = R_{max}$ . Therefore, it is possible to significantly reduce the height parameters of the surface roughness during grinding and abrasive polishing by increasing the number of grains (in the form of a sphere), which participate in the formation of surface roughness, and their equal height location on the working surface of the abrasive tool.

**Key words:** diamond wheel, cutting grains, slice thickness, kinematic-geometric approach, sphere, finishing operations

**Вступ.** Метод шліфування отримав широке застосування під час механічної обробки завдяки забезпеченню високих показників якості оброблюваних поверхонь та, особливо, параметрів шорсткості поверхні, які найбільш відповідальні за експлуатаційні показники оброблених виробів (деталей машин). В значній мірі це відноситься до алмазного шліфування виробів, виготовлених із важкооброблюваних матеріалів із підвищеними фізико-механічними властивостями. Тому пошуку шляхів зменшення параметрів шорсткості поверхні під час шліфування у науково-технічній літературі постійно приділяють значну увагу. Встановлено, що це досягається за умов фактично одновисотного виступання ріжучих зерен над зв'язкою круга та їх збільшення на робочій поверхні круга завдяки зменшенню зернистості круга. Поширеним стало застосування глибинного шліфування, яке дозволяє одночасно підвищити продуктивність обробки. При цьому важливо експериментально або аналітично визначити раціональні параметри режиму шліфування. Однак, як встановлено на практиці, на основі експериментальних даних можна отримати лише часткові рішення, тоді як за результатами аналітичних досліджень, можна отримати загальні рішення, справедливі у широких діапазонах зміни параметрів режимів шліфування та інших умов обробки. Це значно розширює технологічні можливості процесів шліфування із точки зору зменшення параметрів шорсткості поверхні. Тому у роботі вирішується актуальне питання більш глибокого вивчення аналітичними методами закономірностей формування параметрів шорсткості поверхні під час шліфування і абразивного полірування та умов їх суттєвого зменшення для розроблення та ефективного застосування технологій абразивної обробки на фінішних операціях.

**Аналіз основних досягнень та літератури.** Для аналітичного описання параметрів шорсткості поверхні під час шліфування отримав широке застосування кінематико-геометричний підхід, який заснований на макроскопічному уявленні закономірностей процесу шліфування [3, 4]. На його основі розроблено фактично всі існуючі на практиці технологічні процеси шліфування. Подальшим розвитком аналітичного описання параметрів шорсткості поверхні під час шліфування став "теоретико-імовірнісний підхід", який заснований на статистико-імовірнісних законах розташування зерен на робочій поверхні круга та їх участі у процесі різання

[1, 2, 10]. Цей підхід дозволяє більш точно визначити параметр шорсткості поверхні  $R_a$ . Однак не дозволяє однозначно визначити інші висотні параметри шорсткості поверхні  $R_{max}$  і  $R_z$  із-за наявності у отриманих аналітичних залежностях експоненціальної функції, яка приводить до нескінченних значень цих параметрів [5, 11, 12]. У цьому випадку можна встановити параметри  $R_{max}$  і  $R_z$  лише із заданою точністю, яка є невизначеною величиною та не дозволяє визначити їх дійсні значення. Тому, перш ніж перейти до вирішення задач на основі використання методів теорії імовірностей, важливо провести узагальнений аналіз теоретичних рішень, отриманих на основі спрощеного кінематико-геометричного підходу до визначення параметрів шорсткості поверхні на оброблюваній деталі під час шліфування, оскільки він дозволяє аналітично із єдиних позицій описати всі висотні параметри шорсткості поверхні. Це відкриває нові можливості для оцінювання та порівняння основних висотних параметрів шорсткості поверхні під час шліфування і абразивного полірування та розроблення практичних рекомендацій щодо умов їх зменшення.

**Мета дослідження, постановка проблеми.** Метою дослідження є аналітичне визначення параметрів шорсткості оброблюваної поверхні під час шліфування і абразивного полірування та на цій основі встановлення умов їх зменшення для обґрунтування раціонального застосування ефективних технологій абразивної обробки на фінішних операціях.

Для досягнення цієї мети необхідно:

- розробити спрощену математичну модель визначення параметрів шорсткості оброблюваної поверхні під час шліфування алмазним кругом із ріжучими зернами, представленими у формі конусів та усічених конусів;
- розробити уточнену узагальнюючу математичну модель визначення параметрів шорсткості оброблюваної поверхні під час шліфування алмазним кругом із ріжучими зернами, представленими у формі сфери;
- провести порівняння розрахункових та експериментальних значень параметрів шорсткості оброблених поверхонь під час шліфування та абразивного полірування;
- розробити практичні рекомендації щодо раціонального застосування ефективних технологій абразивної обробки на фінішних операціях.

**Матеріали дослідження.** Для вирішення поставлених задач розглянемо процес шліфування (під час виходжування) алмазним кругом із ріжучими зернами, представленими у формі конусів. Для спрощення розрахунків приймемо, що у результаті взаємодії алмазних зерен із оброблюваним матеріалом на деталі утворюється шорстка поверхня із рівномірним та одновисотним положенням на ній мікронерівностей у формі трикутників. На рис. 1 площу поперечного перетину шорсткої поверхні показано заштрихованою. У цьому випадку класична функція – опорна довжина мікропрофілю обробленої поверхні [9], що аналітично описується функцією  $\Phi(y)$ , – змінюється за лінійною залежністю.

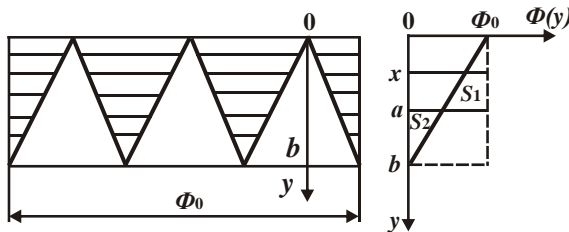


Рисунок 1 – Розрахункова схема функції  $\Phi(y)$  та положення середньої лінії мікропрофіля обробленої поверхні

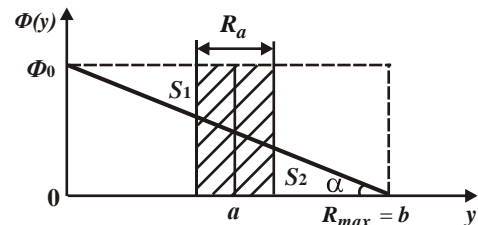


Рисунок 2 – Розрахункова схема параметра шорсткості поверхні  $R_a$

За початок відліку координати  $y$  прийнято положення западин мікропрофілю обробленої поверхні. Параметр шорсткості поверхні  $R_{max}$  дорівнює висоті мікронерівності  $b$ . Для визначення параметра шорсткості обробленої поверхні  $R_a$  необхідно визначити положення середньої лінії мікропрофілю обробленої поверхні  $y = a$  за умови рівності сумарних площ виступів  $S_1$  і западин  $S_2$  [8], які розташовані, відповідно, вище і нижче середньої лінії мікропрофілю обробленої поверхні (рис. 2). Функція  $\Phi(y)$  описується залежністю:

$$\Phi(y) = \Phi_0 - tg\alpha \cdot y = \Phi_0 \cdot \left(1 - \frac{y}{b}\right), \quad (1)$$

де  $\Phi_0$  – максимальне значення функції  $\Phi(y)$ , що досягається на рівні  $y = 0$ , м;  $tg\alpha = \Phi_0 / b$ .

Відповідно, площі  $S_1$  і  $S_2$  визначаються залежностями:

$$S_1 = \Phi_0 \cdot a - \int_0^a \Phi(y) \cdot dy = \Phi_0 \cdot a - \int_0^a \Phi_0 \cdot \left(1 - \frac{y}{b}\right) \cdot dy = \frac{\Phi_0 \cdot a^2}{2 \cdot b}; \quad (2)$$

$$S_2 = \int_a^b \Phi(y) \cdot dy = \int_a^b \Phi_0 \cdot \left(1 - \frac{y}{b}\right) \cdot dy = \frac{\Phi_0 \cdot (b-a)^2}{2 \cdot b}. \quad (3)$$

За умови рівності площ  $S_1$  і  $S_2$  отримано:

$$a = \frac{b}{2}; \quad S_1 = S_2 = \frac{\Phi_0 \cdot b}{8}. \quad (4)$$

Параметр шорсткості поверхні  $R_a$ , виходячи із рис. 2, визначається залежністю:

$$R_a = \frac{2 \cdot S_1}{\Phi_0} = \frac{b}{4}. \quad (5)$$

Параметр шорсткості поверхні  $R_a$  залежить лише від висоти мікронерівностей на обробленій поверхні  $b$ : чим вона менше, тим менше параметр  $R_a$ . Оскільки параметр шорсткості поверхні  $R_{max}$  для даних умов розрахунку дорівнює параметру шорсткості поверхні  $R_z$ , то справедливі відношення  $R_{max}/R_a = R_z/R_a = 4$ .

Це відповідає практичним даним, встановленим під час шліфування. Отже застосування спрощеного кінематико-геометричного підходу до визначення параметрів шорсткості поверхні на оброблюваній деталі під час шліфування дозволяє у першому наближенні встановити зв'язок між ними. Для більш детального теоретичного аналізу шляхів зменшення параметра  $R_a$  необхідно розглянути процес шліфування (на переході виходжування) алмазним кругом із ріжучими зернами, представленими у формі усічених конусів однієї висоти. У цьому випадку розрахункова схема (рис. 1) приймає вигляд, показаний на рис. 3.

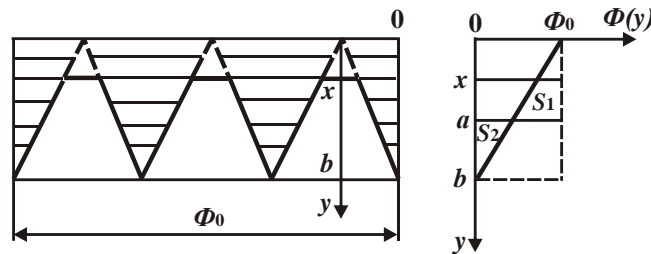


Рисунок 3 – Розрахункова схема положення середньої лінії мікропрофілю обробленої поверхні із урахуванням лінійного зношування алмазних зерен

Як видно, у результаті взаємодії алмазних зерен із оброблюваним матеріалом на деталі утворюється шорстка поверхня із рівномірним і однорівним положенням на ній мікронерівностей у формі трикутників, між якими існує деяка відстань, що залежить від довжини майданчика на вершині зерна. Функція  $\Phi(y)$  залишається такою ж, як і у попередньому випадку шліфування алмазним кругом із ріжучими зернами, представленими у формі конусів (рис. 1), та описується залежністю (1). Однак, за початок відліку за координатою у слід прийняти значення  $y = x$ , де  $x$  – величина лінійного зношування алмазного зерна, м. Це більшою мірою відображає закономірності процесу шліфування і формування шорсткості поверхні на оброблюваній деталі.

Для визначення параметра  $R_a$ , як і у попередньому випадку, необхідно визначити положення середньої лінії мікропрофілю обробленої поверхні  $y = a$  за умови рівності сумарних площ виступів  $S_1$  і западин  $S_2$ , які розташовані, відповідно, вище і нижче середньої лінії мікропрофілю обробленої поверхні (рис. 3):

$$S_1 = \Phi_0 \cdot (a-x) - \int_x^a \Phi(y) \cdot dy =$$

$$= \Phi_0 \cdot (a-x) - \int_x^a \Phi_0 \cdot \left(1 - \frac{y}{b}\right) \cdot dy = \Phi_0 \cdot (a-x) - \Phi_0 \cdot (a-x) + \frac{\Phi_0}{2 \cdot b} \cdot (a^2 - x^2) = \frac{\Phi_0}{2 \cdot b} \cdot (a^2 - x^2); \quad (6)$$

$$S_2 = \int_a^b \Phi(y) \cdot dy = \int_a^b \Phi_0 \cdot \left(1 - \frac{y}{b}\right) \cdot dy = \Phi_0 \cdot \left[ (b-a) - \frac{1}{2 \cdot b} \cdot (b^2 - a^2) \right]. \quad (7)$$

За умови  $S_1 = S_2$  встановлено положення середньої лінії мікропрофілю обробленої поверхні:

$$a = \frac{b}{2} + \frac{x^2}{2 \cdot b}. \quad (8)$$

За умови  $x=0$  залежність (8) приймає вид залежності (4), отриманої під час шліфування алмазним кругом із гострими ріжучими зернами. Після підстановки залежності (8) у залежність (6), отримано:

$$S_1 = \frac{\Phi_0}{2 \cdot b} \cdot \left( \frac{b^2}{4} + \frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{4 \cdot b^2} - x^2 \right) = \frac{\Phi_0}{8 \cdot b^3} \cdot (b^4 - 2 \cdot x^2 \cdot b^2 + x^4) = \frac{\Phi_0}{8 \cdot b^3} \cdot (b^2 - x^2)^2; \quad (9)$$

$$R_a = \frac{2 \cdot S_1}{\Phi_0} = \frac{1}{4 \cdot b^3} \cdot (b^2 - x^2)^2 = \frac{b}{4} \cdot \left( 1 - \frac{x^2}{b^2} \right)^2. \quad (10)$$

За умови  $x=0$  параметр шорсткості поверхні  $R_a = b/4$ , що відповідає залежності (5). Це указує на достовірність отриманої залежності (10). Як видно, зі збільшенням величини  $x$  параметр шорсткості поверхні  $R_a$  зменшується, причому, достатньо інтенсивно після досягнення значення  $x/b=0,4$  (табл. 1, рис. 4). Отже, із точки зору зменшення параметра шорсткості поверхні  $R_a$  ефективно процес шліфування здійснювати алмазним кругом із зернами, що містять майданчики зношування на вершинах. Слід зазначити, що майданчиків зношування на вершинах зернах круга можна досягти як під час шліфування, так і під час притуплення зерен алмазним олівцем [6].

Таблиця 1 – Розрахункові значення параметра шорсткості поверхні  $R_a$  (мкм)

$b$ , мкм	$x/b$									
	0	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	
1	0,25	0,23	0,21	0,18	0,14	0,1	0,065	0,032	0,009	
10	2,5	2,3	2,1	1,8	1,4	1,0	0,65	0,32	0,09	

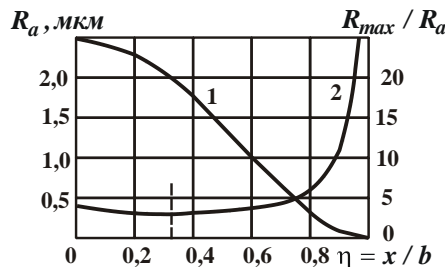


Рисунок 4 – Залежності параметра шорсткості поверхні  $R_a$  (1) і відношення  $R_{max}/R_a$  (2) від безрозмірного коефіцієнта  $\eta = x/b$

Зі зменшенням параметра  $b$  параметр шорсткості поверхні  $R_a$  також зменшується, причому, більш ніж за лінійною залежністю. Це указує на ефективність застосування фінішних методів алмазно-абразивної обробки (обробки вільним абразивом, абразивного полірування тощо), які здійснюються із незначними товщинами зрізів, тобто із незначними значеннями параметра  $b$ . Виходячи із залежності (10), можна визначити відношення  $R_{max}/R_a$ , розглядаючи параметр шорсткості поверхні  $R_{max} = b - x$  (рис. 3):

$$\frac{R_{max}}{R_a} = \frac{(b-x)}{b} \cdot \frac{4}{\left(1 - \frac{x^2}{b^2}\right)^2} = \left(1 - \frac{x}{b}\right) \cdot \frac{4}{\left(1 - \frac{x^2}{b^2}\right)^2} = \frac{4}{\left(1 - \frac{x^2}{b^2}\right) \cdot \left(1 + \frac{x}{b}\right)}. \quad (11)$$

Із отриманої залежності (11) витікає екстремальний характер зміни відношення  $R_{max}/R_a$  зі зміною відношення  $x/b$ . Для визначення екстремального значення відношення  $x/b = \eta$  підпорядкуємо залежність (11) необхідній умові екстремуму:  $(R_{max}/R_a)'_{\eta} = 0$ . У результаті диференціювання відношення  $R_{max}/R_a$  за змінним безрозмірним коефіцієнтом  $\eta = x/b$  і, підпорядковуючи отриманий вираз необхідній умові екстремуму  $(R_{max}/R_a)'_{\eta} = 0$ , отримано квадратне рівняння:  $\eta^2 + \frac{2}{3} \cdot \eta - \frac{1}{3} = 0$ . Його рішення:  $\eta = -\frac{1}{3} \pm \sqrt{\frac{1}{9} + \frac{1}{3}}$ . Оскільки безрозмірний коефіцієнт  $\eta$  може приймати лише позитивні значення, то справедливе рішення:  $\eta = -\frac{1}{3} + \sqrt{\frac{1}{9} + \frac{1}{3}} = 0,33$ . Отже екстремальне значення безрозмірного коефіцієнта  $\eta = 0,33$  (табл. 2, рис. 4).

Таблиця 2 – Розрахункові значення відношення  $R_{max}/R_a$

$\eta = x/b$	0	0,2	0,3	0,4	0,5	0,7	0,9	0,95	0,97	0,99

$R_{max}/R_a$	4	3,47	3,38	3,4	3,56	4,61	11,1	21,1	34,36	101
---------------	---	------	------	-----	------	------	------	------	-------	-----

Як витікає із табл. 2, зі збільшенням безрозмірного коефіцієнта  $\eta = x/b$  відношення  $R_{max}/R_a$  змінюється за екстремальною залежністю, проходячи точку мінімуму за умови  $\eta = 0,33$ . У точці мінімуму відношення  $R_{max}/R_a = 3,37$ . Із подальшим збільшенням безрозмірного коефіцієнта  $\eta = x/b \rightarrow 1$  відношення  $R_{max}/R_a \rightarrow \infty$ . Отже, у реальних умовах шліфування відношення  $R_{max}/R_a$  може значно перевищувати значення  $R_{max}/R_a = 4$ . Це відповідає експериментальним даним, наведеним у науково-технічній літературі, згідно яким відношення параметрів шорсткості поверхні  $R_{max}/R_a$  під час шліфування може змінюватися у межах 4 ... 11 [9].

У роботі [7] експериментально встановлено, що під час абразивного полірування відношення  $R_{max}/R_a$  може досягати значення 30 і більше (рис. 5). Це також відповідає отриманому теоретичному рішення і пов'язане із приблизно одновисотним розташуванням ріжучих зерен на робочій поверхні алмазно-абразивного інструменту (полірувальника), чого неможливо досягти в умовах шліфування.

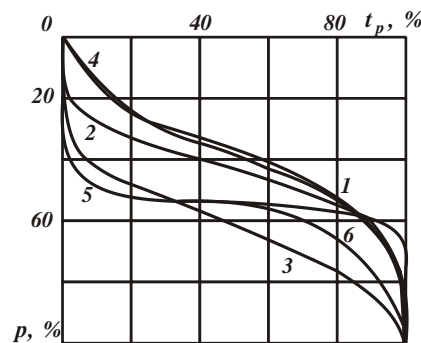


Рисунок 5 – Відносні опорні довжини мікропрофілю обробленої поверхні  $t_p$  (у %) зразків із сплаву АМг4 після різних методів обробки: 1 – прокат (вихідна поверхня); 2 – гідроабразивна обробка; 3 – точіння; 4 – фрезкування; 5 – абразивне полірування; 6 – точіння алмазом

Під час шліфування, як відомо, має місце різновисотне виступання ріжучих зерен над рівнем зв'язки круга, що й визначає досягнення відносно незначних значень відношення параметрів шорсткості поверхні  $b/R_a = R_{max}/R_a$  (у межах 4 ... 11). Таким чином, отримане теоретичне рішення дозволяє обґрунтувати експериментальні дані, за якими в умовах абразивного полірування відношення  $R_{max}/R_a$  приймає надзвичайно великі значення – 30 і більше.

Тому для більш повного аналізу закономірностей формування шорсткості поверхні розглянемо процес шліфування кругом із одновисотним розташуванням ріжучих зерен, що мають форму сфери. На рис. 6 наведено розрахункову схему для визначення параметрів шорсткості поверхні в указаних умовах шліфування. Для зручності розрахунків за початок координат прийнято точку, в якій відбувається контакт двох сусідніх зерен без урахування взаємного перекриття їх проекцій (точка О). Параметр шорсткості поверхні  $R_{max}$ , що визначає максимальну висоту мікронерівностей на оброблюваній поверхні, дорівнює радіусу зерна  $R$ .

У цьому випадку класична функція – опорна довжина мікропрофілю обробленої поверхні [9], що аналітично описується функцією  $\Phi(y)$ , яку показано графічно на рис. 3 для схеми шліфування кругом із ріжучими зернами у формі конусів, буде змінюватися не за лінійною залежністю, а за залежністю, що описує коло радіусом  $R$ . На початку координат  $y = 0$  функція  $\Phi(y) = 0$ , а на рівні  $y = R$  функція  $\Phi(y) = R$ . Для визначення параметра шорсткості поверхні  $R_a$  спочатку визначимо положення середньої лінії  $a$  мікропрофілю обробленої поверхні за методикою, наведеною раніше для випадку шліфування кругом із ріжучими зернами у формі конусів. Площа  $S_1$  (рис. 6) визначає площу, яку займають мікрорівності, а площа  $S_2$  – площу, яку займають мікронікоти на обробленій поверхні. Із геометричної точки зору площа  $S_1$  дорівнює різниці площі прямокутника  $a \cdot R$  та площі сегмента ОАВ із центральним кутом  $\varphi$  і прямокутного трикутника АВС:

$$S_1 = a \cdot R - \pi \cdot R^2 \cdot \frac{\varphi}{2\pi} - \frac{1}{2} \cdot a \cdot R \cdot \cos \varphi. \quad (12)$$

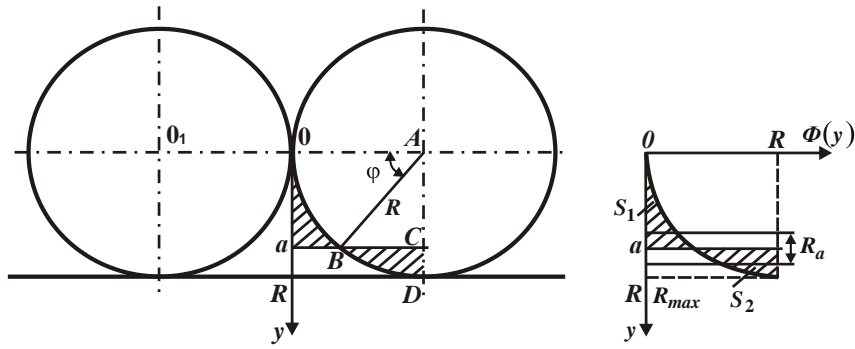


Рисунок 6 – Розрахункова схема для визначення параметрів шорсткості поверхні під час шліфування без урахування взаємного перекриття проєкцій ріжучих зерен, що мають форму сфери

Площа  $S_2$  дорівнює різниці площі сегмента ABC із центральним кутом  $(\pi/2 - \varphi)$  і прямокутного трикутника ABC:

$$S_2 = \pi \cdot R^2 \cdot \frac{\left(\frac{\pi}{2} - \varphi\right)}{2\pi} - \frac{1}{2} \cdot a \cdot R \cdot \cos \varphi. \quad (13)$$

Наведені залежності (12) і (13) містять однакову величину – площу  $S_0 = \pi \cdot R^2 \cdot \frac{\varphi}{2\pi} + \frac{1}{2} \cdot a \cdot R \cdot \cos \varphi$ , що дозволяє їх спростити:  $S_1 = a \cdot R - S_0$ ;  $S_2 = \frac{\pi}{4} \cdot R^2 - S_0$ . Положення середньої лінії  $a$  мікропрофілю обробленої поверхні визначається за умови рівності площ  $S_1$  і  $S_2$ . Тоді  $a = \frac{\pi}{4} \cdot R$ ;  $R_a = \frac{2 \cdot S_1}{R} = 2 \cdot a - \frac{2 \cdot S_0}{R}$ . Для визначення площі  $S_0$  необхідно знати кут  $\varphi$ , який визначається за умови:  $\sin \varphi = \frac{a}{R} = \frac{\pi}{4} = 0,785$ . Звідки  $R_a = 0,191 \cdot R$ . Оскільки у даному випадку параметр шорсткості поверхні  $R_{max} = R$ , то відношення  $R_{max} / R_a = 5,23$ , що відповідає відомим практичним даним, отриманим під час шліфування.

Розглянемо випадок формування шорсткості поверхні із урахуванням перекриття проєкцій зерен (рис. 7,а), тобто за заданим значенням параметра  $H > 0$ . У цьому випадку параметр шорсткості поверхні  $R_{max}$  менше за радіус зерна  $R$  і визначається величиною  $R - a_1$  (рис. 7,б), де значення  $a_1$  відповідає точці перетину двох кіл, що описують положення двох сусідніх зерен. Площа  $S_1$  визначається за методикою:

1. Визначається площа  $S_{11}$ , що дорівнює різниці площі прямокутника  $a \cdot R$  та суми площі сегмента EAB із центральним кутом  $\varphi$  і площі прямокутного трикутника ABC, та залежить від довжини дуги EB:

$$S_{11} = a \cdot R - \pi \cdot R^2 \cdot \frac{\varphi}{2\pi} - \frac{1}{2} \cdot R^2 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} - \varphi\right) \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} - \varphi\right). \quad (14)$$

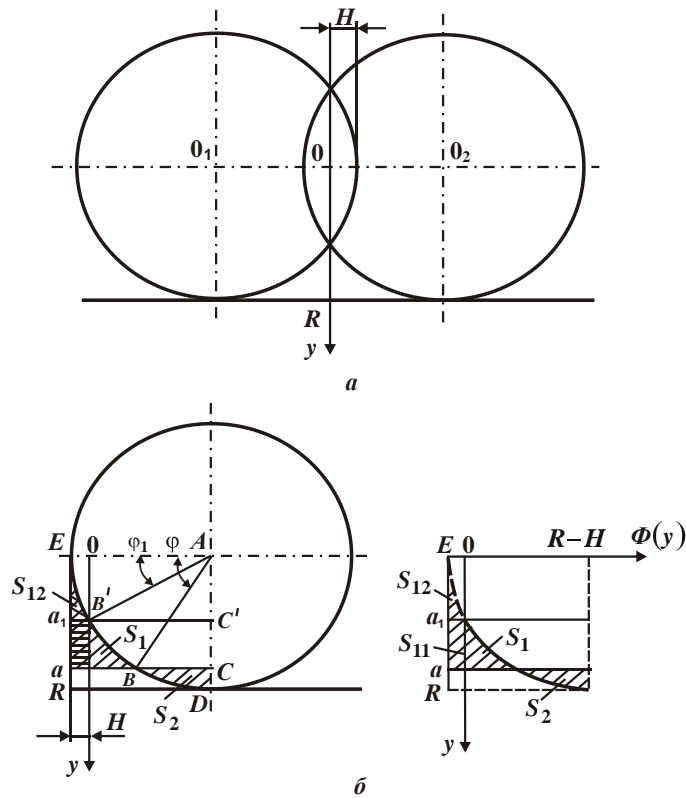


Рисунок 7 – Розрахункова схема визначення параметрів шорсткості поверхні під час шліфування із урахуванням взаємного перекриття проєкцій ріжучих зерен, що мають форму сфери

2. Визначається площа  $S_{11}$ , що дорівнює різниці площі прямокутника  $a_1 \cdot R$  та суми площі сегмента EAB' із центральним кутом  $\varphi_1$  і площі прямокутного трикутника AB'C', і залежить від довжини дуги EB':

$$S_{12} = a_1 \cdot R - \pi \cdot R^2 \cdot \frac{\varphi_1}{2\pi} - \frac{1}{2} \cdot R^2 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} - \varphi_1\right) \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} - \varphi_1\right). \quad (15)$$

3. Остаточна площа  $S_1$  визначається різницею площ  $S_1$ ,  $S_1$  та площі прямокутника  $(a - a_1) \cdot H$  і залежить від довжини дуги B'B:

$$S_1 = S_{11} - S_{12} - (a - a_1) \cdot H = a \cdot R - \pi \cdot R^2 \cdot \frac{\varphi}{2\pi} - \frac{1}{4} \cdot R^2 \cdot \sin 2\varphi - a_1 \cdot R + \pi \cdot R^2 \cdot \frac{\varphi_1}{2\pi} + \frac{1}{4} \cdot R^2 \cdot \sin 2\varphi_1 - (a - a_1) \cdot H. \quad (16)$$

Площа  $S_2$  визначається різницею площі сегмента EAB із центральним кутом  $(\pi/2 - \varphi)$  і прямокутного трикутника ABC:

$$S_2 = \pi \cdot R^2 \cdot \frac{\left(\frac{\pi}{2} - \varphi\right)}{2\pi} - \frac{1}{4} \cdot R^2 \cdot \sin 2\varphi. \quad (17)$$

Залежності (16) і (17) містять однакову величину

$$S_0 = \pi \cdot R^2 \cdot \frac{\varphi}{2\pi} + \frac{1}{4} \cdot R^2 \cdot \sin 2\varphi. \quad (18)$$

Тому  $S_1 = a \cdot R - a_1 \cdot R + R^2 \cdot \frac{\varphi_1}{2} + \frac{1}{4} \cdot R^2 \cdot \sin 2\varphi_1 - (a - a_1) \cdot H - S_0$ ;  $S_2 = \frac{\pi}{4} \cdot R^2 - S_0$ .

Положення середньої лінії  $a$  мікропрофілю обробленої поверхні визначається за умови  $S_1 = S_2$ :

$$a = a_1 - \frac{R}{\left(1 - \frac{H}{R}\right)} \cdot \left(\frac{\varphi_1}{2} + \frac{\sin 2\varphi_1}{4} - \frac{\pi}{4}\right). \quad (19)$$

За умови  $H = 0$  ( $\varphi_1 = 0$ ) маємо:

$$a = \frac{\pi}{4} \cdot R. \quad (20)$$

Кути  $\varphi_1$  і  $\varphi$  визначаються за залежностями:  $\cos \varphi_1 = \frac{R-H}{R} = 1 - \frac{H}{R}$ ;  $\sin \varphi = \frac{a}{R}$ . Параметр  $a$  визначається із залежності (19).

Далі розрахунковим шляхом за залежністю (18) визначається площа  $S_0$  та, відповідно, площі  $S_1$  і  $S_2$ , які за умовою виконання розрахунків мають бути рівними між собою.

За встановленою залежністю  $R_a = 2 \cdot S_1 / R$  визначається параметр  $R_a$ , а за залежністю  $R_{max} = R - a_1$  – параметр  $R_{max}$ . Розрахунками встановлено, що для більш точного визначення параметра шорсткості поверхні  $R_a$  розрахункові значення слід отримувати із точністю до 9 знаку (число  $\pi = 3,14159265359$ ).

У табл. 3 наведено розрахункові значення відношень  $R_a / R$ ,  $R_{max} / R_a$  і  $R_{max} / R$ . Як видно, зі збільшенням відношення  $H / R$ , починаючи зі значення  $H / R = 0,1$ , параметри шорсткості поверхні  $R_a$  і  $R_{max}$  зменшуються, а відношення  $R_{max} / R_a$  збільшується (табл. 3, рис. 8), приймаючи за умови  $H / R = 0,9$  значення  $R_{max} / R_a \approx 39$ , яке не властиве процесу шліфування, однак, досягається в умовах абразивного полірування (рис. 5 [7]). При цьому встановлено, що збільшення відношення  $R_{max} / R_a$  відбувається завдяки зміні функції  $\Phi(y)$  (рис. 6, рис. 7), у результаті чого параметр шорсткості поверхні  $R_a$  зменшується більш інтенсивно порівняно зі зменшенням параметра  $R_{max}$ .

Таблиця 3 – Розрахункові значення відношень  $R_a / R$ ,  $R_{max} / R_a$  і  $R_{max} / R$

$H / R$	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,8	0,9
$R_a / R$	0,1813	0,1177	0,0774	0,0495	0,03	0,01692	0,0010347	0,0001285
$R_{max} / R_a$	5,51	4,79	5,17	5,78	6,65	7,91	19,53	39
$R_{max} / R$	0,99	0,5638	0,4	0,2861	0,1995	0,1338	0,02	0,005

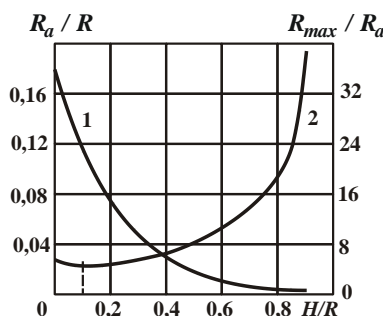


Рисунок 8 – Залежності відношень  $R_a / R$  (1) і  $R_{max} / R_a$  (2) від відношення  $H / R$

Із табл. 3 також витікає, що зі зміною відношення  $H / R$  у діапазоні  $0 \dots 0,3$  відношення  $R_{max} / R_a$  змінюється незначно, що співпадає із відомими експериментальними даними, отриманими в умовах шліфування. Із подальшим збільшенням відношення  $H / R$  відношення  $R_{max} / R_a$  інтенсивно збільшується, що співпадає із відомими експериментальними даними, отриманими в умовах абразивного полірування. Це пов'язано із тим, що в умовах шліфування значно менше абразивних зерен приймає участь у процесі формування шорсткості поверхні порівняно із процесом абразивного полірування. Відношення  $R_a / R$ , навпаки, зі збільшенням відношення  $H / R$  інтенсивно зменшується, що указує на ефективність застосування абразивного полірування на фінішних операціях для зменшення параметрів шорсткості поверхні  $R_a$  і  $R_{max}$ .

Отримані результати розрахунків підтверджуються значеннями відношення  $R_{max} / R$  (табл. 3), яке визначається добутком відношень  $R_{max} / R_a$  і  $R_a / R$ . Зі збільшенням відношення  $H / R$  відношення  $R_{max} / R$  безперервно зменшується, приймаючи дуже малі значення при  $H / R = 0,8$  і  $H / R = 0,9$  (табл. 3).

За фізичною суттю, відношення  $R_{max} / R$  ідентичне відомому відношенню  $a_z / R$ , де  $a_z$  – товщина зрізу окремим зерном круга;  $R$  – радіус зерна круга. У даному випадку  $a_z = R_{max}$ . Тому відношення  $a_z / R = R_{max} / R$  безмежно зменшується зі збільшенням відношення  $H / R$  (табл. 3), що пов'язано із переходом від процесу різання до процесу пружно-пластичного деформування оброблюваного матеріалу. Як видно, за досягненням значень  $H / R = 0,8$  і  $H / R = 0,9$  відношення  $a_z / R = R_{max} / R$  приймає дуже малі значення: 0,02; 0,005, які характерні для процесу пружно-пластичного деформування оброблюваного матеріалу. Отже, закономірності формування параметрів шорсткості поверхні зі збільшенням відношення  $H / R$  (табл. 3) обумовлені



зменшенням відношення  $a_z/R$  у результаті переходу від процесу різання до процесу пружно-пластичного деформування оброблюваного матеріалу. Це указує на достовірність отриманих теоретичних рішень.

Таким чином, на основі проведеного теоретичного аналізу встановлено, що суттєво збільшуючи кількість зерен, які приймають участь у формуванні шорсткості поверхні під час шліфування, можна досягти значного зменшення параметрів шорсткості поверхні  $R_a$ ,  $R_{max}$  та, відповідно, збільшення відношення  $R_{max}/R_a$ .

Отримане теоретичне рішення відповідає наведеному раніше рішенню щодо умов шліфування кругом із ріжучими зернами, що мають форму усіченого конуса. Отже, представляючи ріжучі зерна у формі сфери та усіченого конуса, отримано близькі рішення, які підтверджуються експериментально встановленими даними, наведеним на рис. 5 [7], за якими відношення  $R_{max}/R_a$  може досягати надзвичайно великих значень (більше 30). Якщо ж моделювати ріжучі зерна у вигляді гостровершинних зерен, (рис. 1), то приходимо до спрощеного теоретичного рішення:  $R_{max}/R_a = 4$ , тобто відношення  $R_{max}/R_a$  залишається постійним незалежно від кількості ріжучих зерен, що приймають участь у формуванні шорсткості оброблюваної поверхні. Це рішення певною мірою відповідає умовам алмазного шліфування, але не відповідає умовам абразивного полірування. Тому для більш достовірного кількісного оцінювання параметрів шорсткості поверхні під час алмазно-абразивної обробки їх розрахунки слід виконувати із урахуванням участі в різанні зерен, що мають форму сфери або усіченого конуса, враховуючи, таким чином, закономірності зношування зерен та утворення на робочій поверхні круга сталого в часі ріжучого рельєфу.

**Висновки.** У роботі розглянуто спрощений кінематико-геометричний підхід до визначення параметрів шорсткості оброблюваної поверхні під час шліфування, що дозволило провести узагальнений аналіз теоретичних рішень, отриманих на його основі. Для цього розроблено математичні моделі визначення параметрів шорсткості оброблюваної поверхні під час шліфування алмазними кругами із ріжучими одновисотно розташованими зернами та представленими, відповідно, у формі конусів (гостровершинних зерен), усічених конусів (пов'язаних зі зношуванням алмазних зерен) і сфер. Розрахунками встановлено, що у першому випадку відношення параметрів шорсткості поверхні  $R_{max}/R_a = 4$ . У другому випадку зі збільшенням зношування алмазних зерен параметр шорсткості поверхні  $R_a$  зменшується, а відношення  $R_{max}/R_a$  може значно перевищувати значення  $R_{max}/R_a = 4$ . Це відповідає експериментальним даним, згідно яким відношення  $R_{max}/R_a$  під час шліфування може змінюватися у межах 4 ... 11, а під час абразивного полірування досягати значення 30 і більше, що пов'язано зі значною кількістю зерен, які приймають участь у формуванні шорсткості поверхні. Ще більших значень відношення  $R_{max}/R_a$  та, відповідно, менших значень параметра шорсткості поверхні  $R_a$  досягнуто у третьому випадку, моделюючи ріжучі зерна у формі сфер. Із фізичної точки зору це пов'язано зі зменшенням відомого відношення  $a_z/R$  (товщини зрізу на радіус зерна) у результаті переходу від процесу різання до процесу пружно-пластичного деформування оброблюваного матеріалу, оскільки у даному випадку  $a_z = R_{max}$ . Отже, суттєво зменшити висотні параметри шорсткості поверхні під час шліфування і абразивного полірування можна шляхом збільшення кількості зерен (у формі сфери), які приймають участь у формуванні шорсткості поверхні, та їх одновисотного розташування на робочій поверхні абразивного інструмента. Це є основним напрямом раціонального застосування ефективних технологій абразивної обробки на фінішних операціях.

#### Список літератури:

1. Евсеев Д. Г. Физические основы процесса шлифования / Д. Г. Евсеев, А. И. Сальников. – Саратов: Изд-во Саратов. ун-та, 1978. – 128 с.
2. Королев А. В. Теоретико-вероятностные основы абразивной обработки. Часть 1. Состояние рабочей поверхности абразивного инструмента / А. В. Королев, Ю. К. Новоселов. – Саратов: Изд-во Саратов. ун-та, 1987. – 160 с.
3. Лурье Г. Б. Прогрессивные методы круглого наружного шлифования / Г. Б. Лурье. – Л.: Машиностроение, 1984. – 103 с.
4. Маслов Е. Н. Теория шлифования металлов / Е. Н. Маслов. – М.: Машиностроение, 1974. – 320 с.
5. Нежебовський В. В. Технологічне забезпечення якості обробки зубчастих коліс приводів шахтних конвеєрів на операціях зубошліфування: автореф. дис. ... канд. техн. наук: 05.02.08. – Одеса: ОНПУ, 2011. – 21 с.
6. Новиков Ф. В. Оптимизация структуры и параметров операции шлифования с учетом требований по точности обработки / Ф. В. Новиков, С. А. Дитиненко // Машинобудування [Engineering] : збірник наукових праць. – Вип. 25. – Харків: УПА, 2020. – С. 70–78.
7. Новиков Ф. В. Основи обробки металевих виробів з оптичними властивостями : монографія / Ф. В. Новиков, В. Г. Шкурупій. – Харків: ХНЕУ ім. С. Кузнеця, 2015. – 388 с.
8. Новоселов Ю. К. Динамика формообразования поверхностей при абразивной обработке: монография / Ю. К. Новоселов. – Севастополь: СевНТУ, 2012. – 304 с.
9. Рыжов Э. В. Технологическое обеспечение качества деталей с покрытиями / Э. В. Рыжов, С. А. Клименко, О. Г. Гуцаленко. – Киев: Наук. думка, 1994. – 180 с.
10. Федосеев О. Б. Физическая теория шлифования / О. Б. Федосеев // Физ. и хим. обработка материалов. – 1979, №1. – С. 110–116.
11. Bratan, S., Kolesov A., Roshchupkin, S., Stadnik, T. Theoretical-probabilistic model of the rotary belt grinding process, MATEC Web Conf. 129, 01078 (2017).
12. Yu. K. Novoselov, Dynamics of surface shaping in abrasive processing, (LAP LAMBERT Academic Publishing. Saarbrücken, Deutschland, P. 317. 2017).

#### Bibliography (transliterated):

1. Yevseyev D. G. Fizicheskiye osnovy protsessa shlifovaniya / D. G. Yevseyev, A. I. Sal'nikov. – Saratov: Izd-vo Sarat. un-ta, 1978. – 128 s.
2. Korolev A. V. Teoretiko-veroyatnostnyye osnovy abrazivnoy obrabotki. Chast' 1. Sostoyaniye rabochey poverkhnosti abrazivnogo instrumenta / A. V. Korolev, YU. K. Novoselov. – Saratov: Izd-vo Sarat. un-ta, 1987. – 160 s.
3. Lur'ye G. B. Progressivnyye metody kruglogo naruzhnogo shlifovaniya / G. B. Lur'ye. – L.: Mashinostroyeniye, 1984. – 103 s.
4. Maslov Ye. N. Teoriya shlifovaniya metallov / Ye. N. Maslov. – M.: Mashinostroyeniye, 1974. – 320 s.
5. Nezhebovs'kiy V. V. Tekhnologichne zabezpechennya yakosti obrobky zubchastykh kolis pryvodiv shakhtnykh konveyeriv na operatsiyakh zuboshlifuvannya: avtoref. dys. ... kand. tekhn. nauk: 05.02.08. – Odesa: ONPU, 2011. – 21 s.
6. Novikov F. V. Optimizatsiya struktury i parametrov operatsii shlifovaniya s uchetom trebovaniy po tochnosti obrabotki / F. V. Novikov, S. A. Ditinenko // Mashinobuduvannya [Engineering] : zbіrnik naukovikh prats'. – Vip. 25. – Kharkiv: UIPA, 2020. – S. 70–78.
7. Novikov F. V. Osnovy obrobky metalevykh vyrobiv z optychnymy vlastyvostyamy : monohrafiya / F. V. Novikov, V. H. Shkurupiy. – Kharkiv: KHNEU im. S. Kuznetsya, 2015. – 388 s.
8. Novoselov YU. K. Dinamika formoobrazovaniya poverkhnostey pri abrazivnoy obrabotke : monografiya / YU. K. Novoselov. – Sevastopol': SevNTU, 2012. – 304 s.
9. Ryzhov E. V. Tekhnologicheskoye obespecheniye kachestva detaley s pokrytuyami / E. V. Ryzhov, S. A. Klimenko, O. G. Gutsalenko. – Kiyev: Nauk. dumka, 1994. – 180 s.
10. Fedoseyev O. B. Fizicheskaya teoriya shlifovaniya / O. B. Fedoseyev // Fiz. i khim. obrabotka materialov. – 1979, №1. – S. 110–116.
11. Bratan, S., Kolesov A., Roshchupkin, S., Stadnik, T. Theoretical-probabilistic model of the rotary belt grinding process, MATEC Web Conf. 129, 01078 (2017).
12. Yu. K. Novoselov. Dynamics of surface shaping in abrasive processing, (LAP LAMBERT Academic Publishing, Saarbrucken, Deutschland, P. 317. 2017).

*Поступила (received) 10.11.2023*

*Відомості про авторів / Сведения об авторах / About the Authors*

**Новіков Федір Васильович (Новиков Федор Васильевич, Novikov Fedir Vasilivych)** – доктор технічних наук, професор кафедри "Здорового способу життя, технологій і безпеки життєдіяльності" Харківського національного економічного університету імені Семена Кузнеця, м. Харків; тел.: +38-067-68-90-342; e-mail: [novikovfv@i.ua](mailto:novikovfv@i.ua) ORCID: 0000-0001-6996-3356