

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

ХАРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ ЕКОНОМІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

Практикум
з навчальної дисципліни
"ФІНАНСОВА МАТЕМАТИКА"
для студентів напряму підготовки
6.030508 "Фінанси і кредит"
спеціалізації "Фінанси"
всіх форм навчання

Харків. Вид. ХНЕУ, 2013

Затверджено на засіданні кафедри фінансів
Протокол № 12 від 05.02.2013 р.

Укладачі: Алексеєнко І. І.
Слуцька О. В.

П69 Практикум з навчальної дисципліни "Фінансова математика"
для студентів напряму підготовки 6.030508 "Фінанси і кредит" спе-
ціалізації "Фінанси" всіх форм навчання / укл. І. І. Алексеєнко,
О. В. Слуцька – Х. : Вид. ХНЕУ, 2013. – 60 с. (Укр. мов.)

Подано комплекс практичних завдань з даної навчальної дисципліни, а також методичні рекомендації до виконання типових завдань, пов'язаних із фінансовою діяльністю підприємств в умовах ринкової економіки. Наведено завдання, які сприятимуть набуттю студентами компетентностей із управління грошовими активами суб'єктів господарювання на основі проведення необхідних фінансових розрахунків.

Рекомендовано для студентів напряму підготовки 6.030508 "Фінанси і кредит".

Вступ

Оволодіння сучасними методами фінансових розрахунків і, відповідно, кількісного аналізу фінансових процесів набуває великого значення у процесі формування професійних компетентностей майбутніх фінансистів. Саме фінансова математика є тим предметом, в якому фундаментальна математика застосовується для проведення якісного аналізу фінансових операцій теоретичного та практичного характеру. На даний час ця дисципліна є системою розрахунків прибутковості фінансових, інвестиційних і торгових операцій у часі з урахуванням інфляції, валютних курсів, відсотка та інших чинників.

Навчальну дисципліну "Фінансова математика" віднесено до групи освітньо-професійних дисциплін підготовки бакалаврів за спеціальністю – "Фінанси і кредит". Дана дисципліна відноситься до циклу професійної та практичної підготовки.

Завдання навчальної дисципліни полягає у вивченні розрахункових методів, які базуються на використанні схем простих і складних відсотків та застосуванні отриманих результатів для прийняття фінансово-управлінських рішень.

Набуття майбутніми бакалаврами теоретичних та практичних знань із даної дисципліни має стати підґрунтям для формування таких професійних компетентностей:

здатність до організації процесу управління грошовими активами підприємства;

здатність до планування операцій із цінними паперами підприємства;

здатність до формування ефективної кредитної політики підприємства;

здатність до аналізу та оцінки грошових потоків підприємства;

здатність до аналізу та оцінки змін умов фінансових операцій;

здатність до аналізу та оцінки впливу інфляції на фінансову діяльність підприємства.

Набуття вказаних компетентностей закладає необхідні знання і вміння, які потрібні студенту при вивченні дисципліни: "Інвестування", "Фінанси підприємств", "Фінансовий інжиніринг", "Оцінка вартості бізнесу", "Фінансова безпека підприємств" "Фінансовий ринок", "Бюджетна система", "Валютно-фінансові розрахунки" та ін.

Змістовний модуль 1. Операції нарощення і дисконтування за допомогою простих і складних відсотків

Тема 1. Вартість грошей у часі та її використання в фінансовій діяльності підприємства

Тема 2. Нарощення і дисконтування з використанням схеми простих процентів

Завдання 1

Клієнт розмістив у банку внесок у сумі 3,5 тис. грн під 24 % річних. Яка буде сумарна величина процентних грошей, якщо:

- а) проценти будуть нараховуватися один раз наприкінці року;
- б) відсотки будуть нараховуватися щомісячно?

Завдання 2

Вкладник за 2 роки при нарахуванні простих відсотків за ставкою 20 % річних накопичив 210 грн. Наскільки збільшиться внесок за наступні 3 роки?

Завдання 3

ВАТ "Агрокомплекс" для закупівлі сировини звернулося до банку "Хрещатик" за кредитом у сумі 70 тис. грн на строк 180 днів. Банк згоден надати кредит за таких умов: відсотки в розмірі дисконтної ставки 15 % річних повинні бути нараховані і виплачені із суми кредиту в момент його видачі.

Визначити суму отриманого кредиту та розмір боргу на кінець строку дії кредитного договору .

Завдання 4

З метою отримання кредиту у розмірі 4,5 тис. грн клієнт звернувся в банк, який запропонував такі умови кредитування. Кредит може бути виданий строком на 9 місяців, при цьому відсоткова ставка складає 5,6 % на місяць, які мають нараховуватися за схемою простих відсотків. Який дохід отримає банк за даним кредитним договором, якщо він укладений на 6 місяців?

Завдання 5

Рух грошових коштів на поточному рахунку громадянки Ткаченко А. І. протягом року характеризувався такими даними: 16.01 зарахова-

но 2 500 грн, 5.03 списано 1 300 грн, 30.04 зараховано 3 700 грн, 17.08 списано 1 900 грн, 28.09 зараховано 950 грн. За умовами ПАТ "Піреус Банк", клієнткою якого є Ткаченко А. І., передбачено нарахування простих відсотків у розмірі 13 % річних на залишок на рахунку. Знайдіть суму грошових коштів на поточному рахунку на кінець року.

Завдання 6

Громадянин Федоров О. М. 1 лютого у ПАТ "Мегабанк" відкрив депозитний рахунок, на який було покладено 65 тис. грн під 21 % річних. Визначте нарощену суму, якщо операція буде повторена три рази. Застосуйте способи розрахунків із точними та звичайними відсотками та порівняйте отримані результати.

Завдання 7

Номінальна величина векселя складає 3,1 тис. грн. За пів роки до строку погашення вексель врахований банком "Індекс" за дисконтною ставкою 9,5 % річних. Визначити суму, яку векселеотримувач одержить від банку.

Завдання 8

Вкладник відкрив у банку "Таврика" депозитний рахунок на суму 10 тис. грн при ставці 16 % річних, які нараховуються за схемою простих відсотків. Яку суму отримає вкладник через 4 роки та яким буде результат, якщо відсотки будуть нараховуватись щомісяця?

Завдання 9

Для придбання партії напівфабрикатів підприємство "Смак" звернулось до кредитного союзу "Джерело" за кредитом у 300 тис. грн на 2 роки під 12 % річних, які нараховуються за схемою простих відсотків, із щоквартальними рівними погашувальними платежами.

Визначити величину боргу позичальника, розмір відсоткового платежу і розмір разового платежу погашення боргу.

Завдання 10

Знайти величину доходу кредитора, якщо за надання у борг на півроку деякої суми грошових коштів, він отримав від позичальника в сукуп-

ності 8,6 тис. грн. При цьому нараховувалася проста відсоткова ставка 14 % річних.

Завдання 11

При зверненні до банку 06.07.2012 року, з метою отримання кредиту, підприємець отримав 23 тис. грн. Визначити, яку суму підприємець повинен буде повернути в банк, якщо борг необхідно повернути 14.09.2012 року та нараховані прості відсотки були утримані банком під час видачі кредиту. Спосіб нарахування відсотків відповідає схемі 365/360.

Завдання 12

Власник векселя на суму 50 тис. грн зі строком погашення 28.09 поточного року пред'явив його для врахування в банк 13.09. Банк погодився врахувати вексель за простою обліковою ставкою 30 % річних.

Визначити суму, яку власник векселя отримає від банку.

Методичні рекомендації щодо вирішення завдань 1 – 12

Фінансові операції, розглянуті в завданнях, передбачають використання схем нарощення та дисконтування за допомогою простої відсоткової і дисконтної ставками.

Базовими формулами для рішення завдань є:

$$FV = PV \times (1 + n \times r) \quad \text{і} \quad FV = \frac{PV}{1 - n \times d},$$

де PV – вихідна величина капіталу;

FV – нарощена величина капіталу;

r – ставка простих відсотків, частки одиниці;

d – облікова (дисконтна) ставка простих відсотків, частки одиниці;

n – тривалість фінансової операції, років.

Якщо за умовами кредитного договору передбачається нарахування простих відсотків на строк менше року, то для визначення майбутньої вартості, треба використовувати такі формули:

$$FV = PV \left(1 + \frac{t}{T} \times r \right) \quad \text{і} \quad FV = \frac{PV}{\left(1 - \frac{t}{T} \times d \right)},$$

де t – тривалість фінансової операції в днях;
 T – кількість днів у році (360, 365 або 366).

У цьому зв'язку розрізняють три способи процентних розрахунків, які залежать від обраного періоду нарахування відсотків:

а) *точні відсотки з точним числом днів позички*. У цьому випадку визначається фактичне число днів між першим і останнім днем фінансової операції за мінусом одного дня, а тривалість року приймається рівної 365 або 366 днів;

б) *звичайні відсотки з точним числом днів*. Тривалість фінансової операції визначається як і в попередньому випадку, а тривалість року приймається рівної 360 днів;

в) *звичайні відсотки з наближеним числом днів позички*. У цьому випадку тривалість фінансової операції визначається приблизно, виходячи з 30 днів у місяці, а тривалість року вважається рівної 360 дням.

Суму відсоткового платежу (процес нарощення) або розмір дисконту банку (процес обліку векселів) знайдемо за такими формулами:

$$I = FV - PV = PV \times r \times n \quad ; \quad D = FV - PV = FV \times d \times n ;$$

$$I = \frac{FV \times r \times n}{1 + r \times n} \quad ; \quad D = \frac{FV \times d \times n}{1 - d \times n} ,$$

де I – сума відсоткового платежу або відсоткові гроші;

D – дисконт банку.

Для визначення прибутку у розмірі однієї грошової одиниці у день при заданій простій відсотковій ставці r , слід використати показник дивізора (відсоткового ключа):

$$D = \frac{T}{r} ,$$

де D – дивізор або відсотковий ключ;

T – кількість днів у році (360, 365 або 366);

r – ставка простих відсотків, частки одиниці.

Завдання 13

Підприємство "АТД" за партію товару видало підприємству "Колос" вексель на суму 15 тис. грн який був виданий на 120 днів, при цьому на вказану суму передбачалося нарахування простих відсотків за ставкою 19 % річних способом АСТ/АСТ. За 75 днів до строку погашення вексель був врахований банком "Брокбизнесбанк" за дисконтною ставкою 15 % річних способом АСТ/360.

Визначити дисконт, який отримає "Брокбизнесбанк" за операцією з векселем.

Завдання 14

Підприємство продало товар на умовах споживчого кредиту з оформленням векселя. Вартість партії проданого товару 28 тис. грн, строк векселя 80 днів, ставка відсотка за кредит – 21 % річних.

Через 25 днів, із моменту оформлення векселя, підприємство вирішило врахувати вексель у банку. Запропонована банком відсоткова ставка складає 30 % річних.

Визначити суму, отриману підприємством у момент обліку векселя та розмір дисконту банку за операцією з ним.

Завдання 15

Клієнт банку "Укрсоцбанк" має на депозитному рахунку 30 тис. грн. Депозитний рахунок відкритий строком на 5 років і на суму вкладу здійснюється нарахування простих відсотків за дисконтною ставкою 12 % річних. Знайти суму на рахунку після закінчення строку дії депозитного договору та нарощення первісного капіталу за кожний рік фінансової операції.

Завдання 16

Студент економічного факультету за результатами участі в міжнародному конкурсі отримав винагороду у розмірі 500 дол. США. Зважаючи на різницю відсоткових ставок на валютному ринку, він прийняв рішення розмістити отримані кошти на гривневому депозиті на строк 3 місяці. При цьому на момент відкриття депозиту валютний курс USD/UAH складав 8,05/8,13, а в кінці операції 8,10/8,17. Визначте вигідність здійсненої операції, якщо відсоткова ставка для депозиту в гривні складає 24 % річних, а в доларах США – 10 %.

Методичні рекомендації щодо вирішення завдань 13 – 16

Для вирішення завдань використовуються наведені формули з тією різницею, що з їхньою допомогою визначається величина вартості капіталу, що приймає участь у фінансовій операції.

Вирішення завдання 13 потребує використання таких формул.
Нарощення капіталу на основі простої дисконтної ставки:

$$I = \frac{PV}{1-nd} - PV = \frac{PV \times n \times d}{1-nd}.$$

Нарощення первісного капіталу за кожний рік фінансової операції:

$$I = \frac{PV \times k \times d}{1-k \times d} - \frac{PV \times (k-1) \times d}{1-(k-1) \times d} = \frac{PV \times d}{[1-(k-1) \times d](1-k \times d)},$$

де $k(1 \leq k \leq n)$ – порядковий номер року за який визначається нарощення капіталу.

Завдання 17

Вкладник бажає розмістити кошти на депозитному рахунку в сумі 8 тис. грн і за 10 місяців накопичити не менше 9 тис. грн.

Визначити просту відсоткову ставку, яка дозволить отримати бажаний результат та на підставі якої, вкладник повинен обрати банк для розміщення своїх коштів, якщо в розрахунку застосовуються звичайні відсотки і наближене число днів.

Завдання 18

За який період первинний капітал величиною 17 тис. грн при розміщенні в банку на умовах нарахування простих відсотків, зросте до 19,5 тис. грн, якщо використовуються:

- а) відсоткова ставка 18 % річних;
- б) дисконтна ставка 20 % річних.

Завдання 19

На який строк клієнт може взяти кредит у сумі 14 тис. грн за умови нарахування простих відсотків, при цьому сума повернення боргу не повинна перевищувати 15,7 тис. грн. Проста ставка відсотку за кредит

складає 15 % річних та обраховуються способом точний відсоток із точним числом днів позички.

Завдання 20

Громадянин Альохін А. А. отримав короткостроковий кредит на придбання побутової техніки у сумі 10 тис. грн.

Визначити тривалість даної фінансової операції в днях, якщо на основну суму боргу нараховувались прості відсотки у розмірі 25 % річних способом АСТ/360, а повернути після закінчення дії кредитного договору громадянин повинен 12 тис. грн.

Завдання 21

Порівняйте результати нарощення та дисконтування за допомогою відсоткової та облікової ставок, якщо зазначені ставки рівні між собою та дорівнюють 20 % річних. Побудуйте криві множника нарощення та дисконтного множника залежно від періоду для обох випадків.

Завдання 22

Для розширення виробничо-господарської діяльності підприємства "Приват" потрібен кредит у сумі 15 тис. грн. Банк "Форум" згодний на видачу кредиту за умови, що він буде повернутий через 240 днів у розмірі 18,7 тис. грн.

Визначити розмір відсоткової ставки, що забезпечує виконання умов банку.

Завдання 23

Відповідно до умов товарного кредиту між торгівельною компанією та її постачальником визначено, що із суми позики, наданої на 190 днів, утримується дисконт у розмірі 14 %. Необхідно визначити вартість кредиту у вигляді річної простої відсоткової ставки та річної простої облікової ставки.

Завдання 24

Кредитна спілка надала кредит приватному підприємцю у сумі 34 тис. грн на пільгових умовах під 5 %, які нараховуватимуться за схемою простих відсотків. У цей же час, вільні кошти кредитної спілки у розмірі 32,5 тис. грн розміщені на депозитному рахунку банку під 6 % прос-

тих відсотків. Через скільки років обидві суми перетворяться разом із процентними грошима в одну і ту ж величину?

Методичні рекомендації щодо вирішення завдань 17 – 24

Для вирішення завдань у яких задані початковий капітал, нарощена сума й процентна або дисконтна ставка, для визначення строку фінансової операції, використовуються такі формули:

$$n = \frac{FV - PV}{PV \times r} \quad \text{або} \quad n = \frac{FV - PV}{FV \times d},$$

де n – тривалість фінансової операції, років.

Якщо виникає необхідність визначення строку фінансової операції в днях, то ці формули приймають такий вигляд:

$$t = \frac{FV - PV}{PV \times r} \times T \quad \text{і} \quad t = \frac{FV - PV}{FV \times d} \times T,$$

де t – тривалість фінансової операції, днів;

T – кількість днів у році (360, 365, 366).

Якщо при укладенні фінансової угоди необхідно визначити прибутковність фінансової операції, то для цього використовуються дані формули:

$$r = \frac{FV - PV}{PV \times n} \quad \text{або} \quad r = \frac{FV - PV}{PV \times t};$$
$$d = \frac{FV - PV}{FV \times n} \quad \text{або} \quad d = \frac{FV - PV}{FV \times t}.$$

Завдання 25

Вкладник розмістив у банк 15 тис. грн на строк 2 роки на умовах нарахування простих відсотків у розмірі 13 % річних. Через рік умови фінансового контракту змінились і банк підвищував відсоткову ставку на 1,5 % кожні наступні 3 місяці.

Знайти нарощену за два роки суму, якщо відсотки нараховуються тільки на первісну суму внеску.

Завдання 26

Вкладник розмістив у банку 15 тис. грн, за такими умовами: у першому році відсоткова ставка склала 20 % річних, а у кожному наступному півріччі встановлюється маржа у розмірі 3 % та 4 % відповідно.

Знайти нарощену за 2 роки суму вкладу, якщо відсотки нараховуються з одночасною капіталізацією відсоткового доходу.

Завдання 27

Знайти нарощену вартість 2 000 грн, які громадянин Іванов І. І. розмістив на депозитному рахунку кредитного союзу "Допомога" за такими умовами: перші 5 місяців нараховувались прості відсотки за ставкою 8 % у місяць; наступні два квартали – 12 % у квартал і останнє півріччя – 10 % річних і разом зі зміною ставки відбувалася одночасна капіталізація процентного доходу.

Завдання 28

Банк "ВТБ" пропонує розмістити депозит на суму 10 тис. грн за такими умовами:

- а) під 20 % річних із щоквартальним реінвестуванням протягом року;
- б) під 17,5 % річних із реінвестуванням кожне півріччя протягом року;
- в) під 18,5 % річних.

Вибрати оптимальну схему вкладання грошових коштів.

Завдання 29

Вкладник розмістив у банку на депозит на суму 50 тис. грн, через рік сума на рахунку склала 72,5 тис. грн. Відсоткова ставка переглядалася раз у півроку. У другому півріччі вона була на 3 % більше ніж у попередньому. Знайти відсоткову ставку у першому півріччі, якщо застосовувалась проста відсоткова ставка.

Методичні рекомендації щодо вирішення завдань 25 – 29

Для вирішення завдань, у яких не передбачена капіталізація процентного доходу, використовується дана формула:

$$FV = PV \times \left(1 + \sum_{k=1}^m n_k \times r_k \right),$$

де r_k – процентна ставка за період часу n_k .

Можливий і інший підхід до вирішення подібного завдання, коли величина нарощеної вартості визначається за допомогою середньої процентної ставки за весь період часу фінансової операції.

У цьому випадку:

$$\bar{r} = \frac{\sum_{k=1}^m n_k \times r_k}{\sum_{k=1}^m n_k} = \frac{1}{n} \times \sum_{k=1}^m n_k \times r_k, \text{ а } FV = PV \times (1 + \bar{r} \times n).$$

Якщо фінансовий контракт передбачає використання процентної ставки, що змінюється, з одночасною капіталізацією процентного доходу, то рекомендується використати формулу:

$$FV = PV \times \prod_{k=1}^m (1 + n_k \times r_k).$$

Тема 3. Нарощення і дисконтування з використанням схеми складних відсотків

Завдання 30

Депозит в 14 тис. грн розміщений у банку на 4 роки під 21,5 % річних. Знайти нарощену суму, якщо щороку на вихідний капітал нараховувалися складні відсотки.

Завдання 31

Капітал у сумі 5 тис. грн наданий у кредит на 5 років під 20 % річних, відсотки складні.

Визначити значення нарощеної суми по закінченні терміну кредиту і приведеної величини на кінець третього року.

Завдання 32

За строковими вкладками банк "Європейський" пропонує 9 % річних за складною дисконтною ставкою. Визначити суму, яку клієнт банку отримає через 3 роки, якщо розмістить на рахунку 40 тис. грн.

Завдання 33

За виконану роботу приватний підприємець повинен одержати 49 тис. грн. Замовник фірма "Варта" не має можливості розрахуватися в цей момент і пропонує відкласти строк сплати на 2 роки, після закінчення яких він зобов'язується виплатити 56 тис. грн.

Чи вигідно це підприємцеві, якщо складна процентна ставка, що пропонується банком за строковим вкладами становить 15 % річних?

Завдання 34

Динаміка ціни на акції підприємства характеризується її зниженням на 10 % щорічно. Визначити первинну вартість акції, якщо, після триразового зниження ціни, її було реалізовано за 47 грн.

Завдання 35

Яка сума еквівалентна 10 тис. грн при сплаті через 3 роки, що мають бути повернені через 10 років від поточного моменту часу, якщо норма прибутку складає 5 % річних.

Методичні рекомендації щодо вирішення завдань 30 – 35

Для вирішення завдань рекомендуються такі формули:

$$FV = PV \times (1+r)^n \quad \text{та} \quad FV = \frac{PV}{(1-d)^n}.$$

Якщо боргове зобов'язання продається за n років до строку, то продавець боргового зобов'язання одержить суму:

$$PV = FV \times (1-d)^n.$$

Крім того, завдання може бути вирішено за допомогою фінансових таблиць із використанням факторного множника $FM1(r; n)$. та $FM2(r; n)$. Для цього використовується такі формули:

$$FV = PV \times FM1(r, n) \quad \text{та} \quad PV = FV \times FM2(r, n)$$

Завдання 36

Внесок у розмірі 6 000 грн розміщено в банку строком на 7 років, при цьому передбачено наступний порядок нарахування складних відсотків за плаваючою обліковою ставкою: у перші два роки – 18 %, у наступні – 22 %, а за останній рік – 28 %.

Завдання 37

Розрахувати майбутню вартість капіталу у розмірі 13 тис. грн, який надано в кредит на умовах нарахування змінної відсоткової ставки. Умови нарахування відсотків такі: впродовж першого року відсоткова ставка складала 23,5 %, на наступні два роки передбачалась маржа у 0,3 % та щоквартальне їх нарахування, в останній рік – базова відсоткова ставка була зменшена і склала 20 % річних.

Завдання 38

Яка сума буде на рахунку в банку, якщо первісний капітал складає 18 тис. грн та впродовж 5 років на нього нараховувалися складні відсотки за такими обліковими ставками: перший рік – 21 %, наступні 2 роки – 18 % річних відсоткової ставки і на час, що залишився – 16 % за обліковою ставкою складних відсотків.

Завдання 39

Яку суму необхідно розмістити у банку, для того щоб через 3 роки і 3 місяці мати на рахунку не менше 26 тис. грн, якщо відсотки нараховуватимуться за такою схемою: перший рік – 25 %, наступні 2 роки відсотки капіталізуються виходячи з 23 % річних і на час, що залишився – виходячи з 16 % за ставкою складних відсотків.

Завдання 40

За умовами кредитного договору зафіксована така плаваюча ставка складних відсотків, обумовлена як 18 % річних плюс маржа в 10 % перші два роки, 8 % у третій рік, 5 % у четвертий рік. Визначити величину множника нарощення за 4 роки.

Методичні рекомендації щодо вирішення завдань 36 – 40

Якщо у фінансових операціях використовуються плаваючі процентні й дисконтні ставки, то рекомендується користуватися формулами:

$$FV = PV \times \prod_{k=1}^m (1 + r_k)^{n_k} \quad \text{або} \quad FV = \frac{PV}{\prod_{k=1}^m (1 - d_k)^{n_k}}.$$

Також нарощену величину первісного капіталу у фінансових операціях, де використовуються плаваючі процентні й дисконтні ставки можна знайти за допомогою їх середнього значення.

$$\bar{r} = \left[\prod_{k=1}^m (1 + r_k)^{n_k} \right]^{\frac{1}{n}} - 1, \quad \text{тоді} \quad FV_n = PV \times (1 + \bar{r})^n;$$

$$\bar{d} = 1 - \left[\prod_{k=1}^m (1 - d_k)^{n_k} \right]^{\frac{1}{n}}, \quad \text{тоді} \quad FV_n = \frac{PV}{(1 - \bar{d})^n}.$$

Завдання 41

Індивідуальний інвестор на фінансовому ринку розглядає варіанти депозитних вкладів, що представлені у табл. 1.

Таблиця 1

Основні умови депозитних вкладів

Варіант вкладу	А	Б	В
Мінімальний внесок	6 000 грн	7 500 грн	5 000 грн
Відсоткова ставка	10 %	8 %	11 %
Періодичність нарахувань відсотків	щокварталу	щопівроку	щороку
Термін депозиту	3 роки	3 роки	5 років

Визначте та обґрунтуйте (різними способами) найкращу фінансову послугу за умови, що відсотки капіталізуються.

Завдання 42

Визначити первісний капітал при інвестуванні якого можна отримати 40 тис. грн через 5 років нарощенням складних відсотків за ставкою 12 % річних, якщо нарощення здійснюється: а) щорічно; б) щоквартально?

Завдання 43

Визначте, що вигідніше у процесі фінансової угоди: отримати 20 тис. грн на поточний момент часу або отримати 34 тис. грн через 3 роки, якщо складна відсоткова ставка протягом цих років буде незмінна і складе 17 %, які нараховуються кожне півріччя.

Завдання 44

Умови кредитної угоди передбачають повернення боргу через 4,5 роки у розмірі 15 тис. грн. Кредитор скористався послугами "Укркредитбанку" та врахував даний контракт за 1,5 роки до строку погашення з дисконтом у 35 %, що нараховуються щомісяця. Знайти прибутковість даної послуги для банку та надати пояснення щодо переваг використання банківського обліку для кредиторів.

Методичні рекомендації щодо вирішення завдань 41 – 44

Часто укладаються фінансові контракти, коли капіталізація відсотків відбувається кілька разів на рік – за півріччями, щокварталу, щомісяця й навіть щодня. У цьому випадку формула для знаходження нарощеного капіталу має такий вигляд:

$$FV = PV \times \left(1 + \frac{r}{m}\right)^{m \times n},$$

де n – кількість років фінансової операції;

m – число нарахувань відсотків у рік;

r – річна процентна ставка.

Якщо дисконтування відбувається m раз на рік та задана складна річна дисконтна ставка, то визначення вартості врахованого капіталу здійснюється за формулою:

$$PV = FV \times \left(1 - \frac{d}{m}\right)^{m \times n}.$$

Для визначення величини вартості капіталу, що бере участь у фінансовій операції, за умови внутрішньорічного нарахування складних відсотків використовується така формула:

$$PV = \frac{FV}{\left(1 + \frac{r}{m}\right)^{m \times n}}$$

Або за допомогою фінансових таблиць скористатися факторним множником $FM2(r;n)$, тоді формула для визначення первісної вартості капіталу така: $PV = FV \times FM2(r;n)$.

Завдання 45

АКБ "Приватбанк" надав приватному підприємцю для розширення виробництва кредит у розмірі 80 тис. грн на 33 місяці під 18 % річних на умовах одночасного повернення основної суми боргу та нарахованих відсотків.

Проаналізувати, яку суму підприємець повинен повернути банку при різних варіантах та схемах нарахування відсотків: а) річне; б) піврічне; в) кварталне.

Завдання 46

Визначити сучасну вартість суми у 14 тис. грн, якщо вони будуть сплачені через 3 роки і 6 місяців та дисконтування здійснювалось за номінальною річною обліковою ставкою 12 % при а) річному; б) піврічному нарахуванні відсотків.

Завдання 47

Позика у сумі 12 тис. грн надана на 28 місяців. Номінальна ставка відсотка дорівнює 25 % річних. Нарахування відсотків щоквартальне. Обчислити нарощену суму у трьох ситуаціях:

- 1) коли на дробову частину нараховуються складні відсотки;
- 2) коли на дробову частину нараховуються прості відсотки;
- 3) коли дрібна частина ігнорується.

Результати порівняти.

Методичні рекомендації щодо вирішення завдань 45 – 47

Якщо тривалість фінансової операції відрізняється від цілого числа років, то в цьому випадку відсотки можуть нараховуватися за допомогою таких двох методів:

а) за *схемою складних відсотків*. У тому випадку складні відсотки нараховуються й на ціле число років і на дробову частину року. Для цього використовуються дані формули:

$$FV = PV \times (1+r)^{w+f} \quad \text{і} \quad PV = FV \times (1-d)^{w+f};$$

б) за *змішаною схемою*. У цьому випадку схема складних відсотків використовується для цілого числа років, а для дробової частини року застосовуються прості відсотки. Для цього використовуються формули:

$$FV = PV \times (1+r)^n \times (1+f \times r) \quad \text{і} \quad PV = FV \times (1-d)^n \times (1-f \times d),$$

де r – річна процентна ставка;

d – річна облікова ставка;

w – ціле число років фінансової операції;

f – дробова частина року.

Якщо при укладанні фінансових контрактів можливі випадки, коли нарахування відсотків здійснюється за внутрішньорічними підперіодами і тривалість загального періоду дії контракту не дорівнює цілому числу підперіодів. Тоді розрахунок розміру накопиченої суми за змішаною та складною схемами нарахування відсотків такий:

а) *схема складних відсотків*. Використовуються розрахункові формули:

$$FV = PV \times \left(1 + \frac{r}{m}\right)^{\bar{w} + \bar{f}} \quad \text{і} \quad PV = FV \times \left(1 - \frac{d}{m}\right)^{\bar{w} + \bar{f}};$$

б) за *змішаною схемою*. У цьому випадку використовуються формули:

$$FV = PV \times \left(1 + \frac{r}{m}\right)^{\bar{w}} \times \left(1 + \bar{f} \times \frac{r}{m}\right) \quad \text{та} \quad PV = FV \times \left(1 - \frac{d}{m}\right)^{\bar{w}} \times \left(1 - \frac{d}{m} \times \bar{f}\right),$$

де m – кількість нарахувань складних відсотків у році;

\bar{w} – ціле число підперіодів в n роках;

\bar{f} – дробова частина підперіоду.

Оскільки в межах до одного року застосування простих відсотків призводить до більшої нарощеної вартості, то змішана схема забезпечує більшу нарощену вартість.

Завдання 48

Визначте який період часу необхідний для подвоєння первісної суми депозиту, за умови що відсоткова ставка складає 19 % річних. Розгляньте дві схеми нарахування відсотків: прості та складні.

Завдання 49

Острів Манхеттен, на якому знаходиться центральна частина м. Нью-Йорк, був придбаний за 24 дол. Через 350 років вартість землі цього острова оцінювалась приблизно у 40 млрд дол. При якій складній відсотковій ставці можливе таке зростання вартості?

Завдання 50

Строк до погашення векселя дорівнює 4 роки. Дисконт банку при його врахуванні склав 35 %. Яка складна облікова ставка, що нараховується кожне півріччя, забезпечує відповідний рівень прибутку для банку?

Завдання 51

Розрахувати, за скільки років борг збільшиться удвічі за ставкою простих і складних відсотків, яка дорівнює 10 %. Для ставки складних відсотків розрахунки виконати за точною і наближеною формулами. Результати порівняти.

Завдання 52

Підприємство зменшило випуск продукції на 20 %. На скільки відсотків необхідно тепер збільшити випуск продукції, щоб досягти його первісного рівня?

Завдання 53

Після двох послідовних підвищень заробітна плата склала $5/2$ початкової. На скільки відсотків підвищилася заробітна плата в перший раз, якщо друге підвищення було в чотири рази більше першого, у відсотковому відношенні?

Завдання 54

Визначити строк на який було відкрито депозитний рахунок, якщо при щомісячному нарахуванні відсотків за ставкою 9 % на первісний капітал у розмірі 2 000 грн відсотки в кінці строку склали 460 грн.

Завдання 55

Ціну на товар знизили на 10 %, а через місяць збільшили на 10 %. Дорожче чи дешевше став товар відносно первісної його вартості?

Методичні рекомендації щодо вирішення завдань 48 – 55

Для визначення тривалості фінансової операції з використанням схеми складних відсотків застосовується формули:

- а) при заданій відсотковій ставці;
- б) при заданій дисконтній ставці.

$$\text{а) } n = \frac{\ln \frac{FV}{PV}}{\ln(1+r)}; \quad \text{б) } n = \frac{\ln \frac{PV}{FV}}{\ln(1-d)}.$$

Якщо необхідно визначити строк фінансової операції при нарахуванні складних відсотків m раз на рік, то необхідно користуватися даними формулами:

$$n = \frac{\ln \frac{FV}{PV}}{m \ln \left(1 + \frac{r}{m}\right)} \quad \text{і} \quad n = \frac{\ln \frac{PV}{FV}}{m \ln \left(1 - \frac{d}{m}\right)}.$$

Для визначення розміру процентної та дисконтної ставок при заданих інших параметрах фінансової операції, то для цього використовуються формули:

$$r = \sqrt[n]{\frac{FV}{PV}} - 1 \quad \text{і} \quad d = 1 - \sqrt[n]{\frac{PV}{FV}}.$$

Якщо нарахування складних відсотків відбувається m раз у році, то для визначення розміру процентної (дисконтної) ставки використовуються формули:

$$r = m \left(\sqrt[m \times n]{\frac{FV}{PV}} - 1 \right) \quad \text{і} \quad d = m \left[1 - \sqrt[m \times n]{\frac{PV}{FV}} \right].$$

Завдання 56

Підприємство розглядає варіант залучення грошових коштів шляхом отримання кредиту в банку "Форум" на умовах 25 % річних зі щомісячним нарахуванням відсотків. Натомість банк "Меркурій" пропонує кредит із нарахуванням відсотків 1 раз на квартал. За яким рівнем відсоткової ставки така пропозиція буде більш вигідною?

Завдання 57

Нехай відсоткова ставка банку дорівнює 6 % і відсотки нараховуються неперервно протягом року. Обчислити ефективну відсоткову ставку.

Завдання 58

Кредитне зобов'язання, що дорівнює 1,5 тис. грн і строком погашення через 4 роки, було враховано у банку за дисконтною ставкою 8 % річних, що нараховуються кожне півріччя.

Визначити суму, що отримана за даними борговим зобов'язанням і розмір ефективної облікової ставки.

Завдання 59

Визначити ефективну відсоткову ставку, якщо номінальна відсоткова ставка дорівнює 10 % і складні відсотки нараховуються:

- а) щопівроку;
- б) щоквартально;
- в) щомісяця.

Завдання 60

Визначити номінальну річну відсоткову ставку, що конвертується щоквартально, яка є еквівалентом:

- а) ефективної відсоткової ставки 0,5 % на місяць;
- б) номінальної відсоткової ставки 6 % річних, що конвертуються кожні півроки.

Завдання 61

Визначити силу росту при безперервному нарахуванні складних відсотків, яка є еквівалентною простій обліковій ставці 15 % річних, якщо строк фінансової операції дорівнює 14 місяцям.

Завдання 62

Визначте відсоткову ставку зі складним нарахуванням відсотків, якою можна замінити депозит із простою відсотковою ставкою 16 % з точними відсотками, не змінюючи при цьому фінансові наслідки операції. Строк депозиту 490 днів.

Методичні рекомендації щодо вирішення завдань 56 – 62

При аналізі ефективності декількох варіантів інвестування з різними схемами нарахування відсотків використовується відносний показник, що дозволяє здійснити їх об'єктивну порівняльну оцінку. Таким показником є ефективна річна процентна ставка та ефективна річна облікова ставка:

$$r(e) = \left(1 + \frac{r}{m}\right)^m - 1 \quad \text{і} \quad d(e) = 1 - \left(1 - \frac{d}{m}\right)^m,$$

де r – номінальна річна процентна ставка;

$r(e)$ – ефективна річна відсоткова ставка;

d – номінальна річна облікова ставка;

$d(e)$ – ефективна річна облікова ставка;

m – кількість нарахувань складних відсотків у році.

Якщо в контракті зазначені ефективна ставка й кількість нарахувань складних відсотків, то для визначення номінальної ставки використовується формула:

$$r = m \left[\left(1 + r(e)\right)^{\frac{1}{m}} - 1 \right].$$

При необхідності визначення майбутньої або наведеної вартості за умови безперервного нарахування відсотків використовуються дані формули:

$$FV = PV \times e^{r \times n} \quad \text{та} \quad PV = FV \times e^{-r \times n}.$$

Ці ж формули застосовуються й у тих випадках, коли фінансова угода укладається на період, відмінний від цілого числа років.

Змістовний модуль 2. Аналіз фінансових потоків і кредитні розрахунки підприємства

Тема 4. Грошові потоки та їх аналіз з використанням методів нарощення і дисконтування

Завдання 63

Згідно умов кредитної лінії передбачається такий порядок надання позики у часі: 1 квітня 2013 р. – 5 000 тис. грн, 1 лютого 2014 р. – 15 000 тис. грн, 1 березня 2015 р. – 17 000 тис. грн. Визначте суму заборгованості на початок 2015 р. за умови, що відсотки нараховуються за ставкою 21 %.

Завдання 64

Фірма планує укласти договір оренди технологічного обладнання строком на 4 роки. Є два можливих варіанти орендної плати:

- а) на початку кожного року вносити: 13; 18; 9; 11 тис. грн;
- б) в кінці кожного року вносити: 14; 21; 9 тис. грн.

Який із варіантів орендної плати слід вибрати, якщо відсоткова ставка за банківськими вкладами становить 15 % річних?

Завдання 65

Перед менеджером постала проблема вибору з двох альтернативних інвестиційних проектів. Перший проект передбачає початкові інвестиції в обсязі 120 тис. грн, другий – 165 тис. грн. Від реалізації першого проекту очікується отримання таких грошових потоків: за перший рік – 30 тис. грн, за другий – 60 тис. грн, за третій – 70 тис. грн, за четвертий – 50 тис. грн. Від реалізації другого проекту протягом шести років очікується надходження постійних річних грошових потоків у розмірі 50 тис. грн.

Для дисконтування сум грошових потоків від реалізації проектів менеджер прийняв такі ставки дисконту: для першого – 10 %, для другого – 12 %. Оцінити доцільність вкладення коштів у кожний з інвестиційних проектів, порівняти, зробити висновки.

Завдання 66

За двома страховими полісами страхові внески складають сплати, що надходять на початку кожного року у сумі:

- а) 1 200; 1 000; 500 та 100 грн;
- б) 1 200; 100; 600 та 1 100 грн.

У результаті виникнення страхового випадку через чотири роки після оформлення першого страхового поліса, було сплачено відшкодування у сумі 2 500 грн. Визначити суми, що залишилися на рахунку страхової компанії після закінчення дії обох страхових угод, якщо відсоткова ставка на ринку капіталів складає 22,3 %.

Методичні рекомендації щодо вирішення завдань 63 – 66

Вирішення завдань пов'язане з визначенням майбутньої або наведеної вартості змінного анuitету постнумерандо й пренумерандо.

Для визначення майбутньої вартості змінного анuitету використовуються такі формули:

$$FV_{\text{pst}} = \sum_{k=1}^n C_k \times (1+r)^{n-k}, \text{ або } FV_{\text{pst}} = \sum_{k=1}^n C_k \times FM1(r, n-k);$$

$$FV_{\text{pre}} = \sum_{k=1}^n C_k \times (1+r)^{n-k+1}, \text{ або } FV_{\text{pre}} = \sum_{k=1}^n C_k \times FM1(r, n-k+1).$$

Для визначення поточної вартості змінного анuitету рекомендуються формули:

$$PV_{\text{pst}} = \sum_{k=1}^n \frac{C_k}{(1+r)^k}, \text{ або } PV_{\text{pst}} = \sum_{k=1}^n C_k \times FM2(r, n);$$

$$PV_{\text{pre}} = \sum_{k=1}^n \frac{C_k}{(1+r)^{k-1}}, \text{ або } PV_{\text{pre}} = (1+r) \times \sum_{k=1}^n C_k \times FM2(r, n).$$

Крім цього, при вирішенні подібних завдань необхідно пам'ятати, що як для майбутньої, так і для наведеною вартості анuitетів постнумерандо та пренумерандо існує така залежність:

$$FV_{\text{pre}} = FV_{\text{pst}} \times (1+r), \text{ та } PV_{\text{pre}} = PV_{\text{pst}} \times (1+r).$$

Завдання 67

Підприємство розглядає можливість здачі в оренду на три роки вільного від експлуатації обладнання, обравши один із двох варіантів оплати орендної плати:

- а) анuitет сплачується щорічно в кінці кожного року у сумі 20 тис. грн;
- б) 78 тис. грн у кінці трирічного періоду.

Який варіант кращий, якщо банк пропонує 21 % річних за вкладомми?

Завдання 68

Інвестор вносив 500 грн на банківський рахунок 15 листопада щороку протягом 2000 – 2010 років. 15 листопада 2013 року інвестор планує вилучити свої гроші з банку. Протягом всього часу банк застосовував у середньому річну відсоткову ставку 17 %. Визначити суму, яку забере інвестор.

Методичні рекомендації щодо вирішення завдань 67 та 68

Для оцінки майбутньої й наведеної вартості постійного анuitету можна користуватися раніше розглянутими обчислювальними формулами, які рекомендовані для аналізу змінних анuitетів. Однак, завдяки специфіці постійних анuitетів відносно рівності грошових надходжень, ці формули можуть бути істотно спрощені. Так, для визначення майбутньої вартості постійного анuitету постнумерандо використовуються такі формули:

$$FV_{\text{pst}} = A \times \sum_{k=1}^n (1+r)^{n-k} = A \times FM3(r,n).$$

Вхідний у цю формулу множник $FM3(r,n)$ є коефіцієнтом нарощення ренти (анuitету) і є сумою перших n членів геометричної прогресії зі знаменником $1+r$. Значення факторного множника для різних сполучень процентної ставки й тривалості періоду табульовані й представлені у фінансових таблицях.

Загальна формула для оцінки поточної вартості термінового анuitету постнумерандо виводиться з раніше наведеної основної формули й має вигляд:

$$PV_{\text{pst}} = A \times \sum_{k=1}^n \frac{1}{(1+r)^k} = A \times FM4(r,n).$$

Множник $FM4(r,n)$ називається коефіцієнтом дисконтування ренти. Значення цього множника також табульовані у фінансових таблицях.

Фінансові таблиці для знаходження факторних множників нарощення й дисконтування ренти призначені для аналізу постійних анuitетів

постнумерандо. Тому при їхньому використанні необхідно уважно стежити за часом грошових надходжень.

Завдання 69

З метою накопичення певної суми грошових коштів студент Іволгін І. І. вносить на рахунок банку 100 грн з отриманої стипендії. Банк нараховує в середньому 23 % річних. Визначити суму на рахунку студента в банку при закінченні університету з дипломом бакалавра та дипломом магістра.

Завдання 70

Аналізуються два варіанти накопичення коштів за схемою ануїтету постнумерандо:

1) по 500 грн кожні півроку, виходячи з 8 % із піврічним нарахуванням відсотків;

2) за 1 000 грн щорічно на умовах 9 % при щорічному нарахуванні відсотків. Необхідно:

1. Визначити суму на рахунку через 10 років при реалізації кожного з варіантів. Якому з них необхідно віддати перевагу?

2. Чи зміниться ваш вибір, якщо в першому випадку буде застосована процентна ставка 8,5 %?

Завдання 71

Рента сплачується щопівроку протягом 20 років із річною виплатою 8 000 грн. Ефективна ставка відсотка становить 5 % річних у перші 12 років і 6 % річних, що конвертуються щоквартально впродовж останніх 8 років. Підрахуйте ренту, накопичену через 20 років.

Завдання 72

Страхова компанія "Варта", яка уклала на 8 років договір із ПАТ "Грандтур", одержує від неї страхові внески по 13 тис. грн на початку кожного кварталу. Ці внески страхова компанія розміщує в банку "Базис" під 19,5 % річних.

Необхідно знайти наведену вартість суми, що одержить страхова компанія за даним контрактом, якщо відсотки будуть нараховуватися:

- а) раз на півроку;
- б) щомісяця.

Завдання 73

Здається в оренду садова ділянка терміном на 10 років. Орендар пропонує два варіанти орендної плати:

а) 15 тис. грн при укладенні договору оренди плюс щорічні надходження у розмірі 3 тис. грн протягом 10 років за схемою постнумерандо;

б) по 4,5 тис. грн щорічно протягом 10 років за схемою пренумерандо.

Який варіант кращий, якщо прийнятна норма прибутку складає 8 %?

Яким має бути платіж у варіанті 2, щоб обидва варіанти стали рівноправними?

Завдання 74

Облігація вартістю 100 тис. грн, за якою сплачуються 5 % річних, через 15 років буде викуплена за номінальною вартістю. За яку ціну її слід придбати сьогодні, щоб забезпечити покупцеві норму доходності у 3 % річних?

Методичні рекомендації щодо вирішення завдань 69 – 74

Якщо протягом базового періоду грошові надходження відбуваються p раз і відсотки нараховуються m раз за період, то тут можливі дві ситуації: або нараховуються прості відсотки, або – складні.

Якщо відбувається нарахування тільки складних відсотків, то майбутня вартість постійного ануїтету постнумерандо визначається за формулою:

$$FV_{\text{pst}} = A \times \frac{FM3(r/m, mn)}{FM3(r/m, m/p)}$$

У випадку нарахування тільки складних відсотків, формула для визначення наведеної вартості постійного p – *термінового* ануїтету при m – *кратному* нарахуванні відсотків має вигляд:

$$PV_{\text{pst}} = A \times \frac{FM4(r/m, mn)}{FM3(r/m, m/p)}$$

Завдання 75

АКБ "Хрещатик" пропонує ренту постнумерандо на 10 років із щоквартальною виплатою 300 грн. Річна процентна ставка протягом усього періоду залишається постійною.

За якою ціною можна придбати таку ренту, якщо виплати почнуть здійснюватися:

- а) негайно;
- б) через 5 років;
- в) через 7,5 років, а процентна ставка складе відповідно 24 % річних?

Завдання 76

Цінний папір через 8 років почне генерувати безстроковий грошовий потік у розмірі 2 000 грн на рік.

За якою ціною можна придбати цей папір сьогодні, якщо прийнятна норма прибутку дорівнює 18 %?

Завдання 77

Починаючи з третього року від моменту аналізу протягом 18 років цінний папір буде генерувати щорічний дохід в сумі 1 500 грн.

За якою ціною можна придбати цей цінний папір сьогодні, якщо ринкова норма прибутку дорівнює 19,5 %?

Завдання 78

Яку суму повинен одноразово заплатити клієнт страхової компанії, щоб надалі нескінченно довго отримувати в кінці року дохід у сумі 5 000 грн, якщо норма прибутку, використовувана страховою компанією, становить 21 %?

Завдання 79

Компанія гарантує виплату дивідендів у розмірі 3,5 тис. грн на акцію в кінці кожного року протягом невизначено довгого часу.

Чи має сенс купувати акції цієї компанії протягом невизначено довгого часу за ціною 18 тис. грн, якщо процентна ставка за вкладом 25 % річних?

Завдання 80

Цінний папір через 5 років почне генерувати безстроковий грошовий потік у розмірі 1 000 грн на рік.

За якою ціною можна купити цей папір сьогодні, якщо прийнята норма прибутку дорівнює 12 %?

Методичні рекомендації щодо вирішення завдань 75 – 80

Для безстрокового ануїтету постнумерандо для визначення наведеної вартості використовується формула:

$$PV_{\text{pst}} = A \times \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{(1+r)^k} = \frac{A}{r} = A \times FM4(r; \infty).$$

Наведена вартість безстрокового ануїтету пренумерандо визначається за допомогою наведеної вартості ануїтету постнумерандо за такою формулою:

$$PV_{\text{pre}} = PV_{\text{pst}} + A.$$

Наведена вартість відстроченого ануїтету на початковий момент часу визначається з використанням даної формули:

$$PV_{\text{pst}} = A \times FM4(r, n+h) - A \times FM4(r, h).$$

З наведеної формули видно, що наведена вартість відстроченого ануїтету становить різницю наведених вартостей ануїтетів, починаючи з першого періоду.

Завдання 81

Відомо, що принц Чарльз при розлученні з принцесою Діаною виплатив їй 17 млн ф. ст. Як зазначалося ця сума була визначена із розрахунку на те, що принцеса проживе ще 50 років. Визначте розмір потенційної щомісячної виплати, якщо відсоткова ставка складає 10 % річних.

Завдання 82

Родина хоче відкрити банківський рахунок для виплат дітям віком 1, 3 та 6 років. Планується, що кожній дитині після досягнення 18 років та

21 року має виплачуватися одноразова накопичена сума у розмірі 20 тис. грн. Яку суму необхідно вносити на банківський рахунок щорічно, якщо відсоткова ставка за депозитом складає 15 % річних?

Завдання 83

Скільки грошей треба вносити на початку кожного з трирічного періоду, якщо людина хоче мати 50 000 грн через 3 роки, причому річна відсоткова ставка дорівнює 16 % і відсотки нараховуються щомісяця?

Завдання 84

Сім'я планує купити автомобіль вартістю 220 тис. грн. Оскільки необхідної суми в повному обсязі немає, тому голова сім'ї вирішив відкрити депозитний рахунок на 35 тис. грн із правом додавання вкладу з тим, щоб протягом 3 років вносити в кінці кожного місяця певну суму для того, щоб до кінця терміну мати 220 тис. грн.

Яку суму необхідно вносити щомісяця, якщо банк нараховує відсотки двічі на рік за річною відсотковою ставкою 22 %?

Яку суму потрібно було б одноразово покласти в банк сьогодні, щоб досягти тієї ж мети?

Методичні рекомендації щодо вирішення завдань 81 – 84

Якщо заздалегідь задана майбутня вартість ануїтету, а необхідно визначити розмір грошових надходжень при заданих значеннях інших параметрів, то в цьому випадку рекомендується формула:

$$A = FV_{\text{pst}} \times \frac{FM3\left(\frac{r}{m}, \frac{m}{p}\right)}{FM3\left(\frac{r}{m}, mn\right)}.$$

Якщо при заданих значеннях інших параметрів відома наведена вартість ануїтету, то для знаходження величини разового платежу використовується формула:

$$A = PV_{\text{pst}} \times \frac{FM3\left(\frac{r}{m}, \frac{m}{p}\right)}{FM4\left(\frac{r}{m}, mn\right)}.$$

Крім зазначених формул, для розрахунку величини разового платежу можна використовувати також інші формули:

$$A = \frac{FV_{\text{pst}} \times r}{(1+r)^n - 1} \quad \text{і} \quad A = \frac{PV_{\text{pst}} \times r}{1 - (1+r)^{-n}}$$

Завдання 85

Страхова компанія "Мрія" бажає сформувати резервний фонд у розмірі 200 тис. грн. Із цієї метою наприкінці кожного року керівництво компанії планує вносити в банк по 50 тис. грн під 18 % річних.

Необхідно знайти строк, необхідний для створення фонду.

Завдання 86

Визначити строк окупності інвестиційного проекту вартістю 69 тис. грн, якщо він погашається рівними сплатами у розмірі 8 тис. грн, а середньозважена вартість капіталу на фінансовому ринку складає 15 %.

Методичні рекомендації щодо вирішення завдань 85 та 86

Якщо при висновку фінансового контракту задані всі необхідні параметри, а необхідно визначити термін дії ануїтету, то для цього використаються формули:

$$n = \frac{\ln\left(\frac{FV_{\text{pst}} \times r + 1}{A}\right)}{\ln(1+r)} \quad \text{і} \quad n = \frac{\ln\left(1 - \frac{PV_{\text{pst}} \times r}{A}\right)}{\ln(1+r)}$$

Завдання 87

У магазині побутової техніки продається пральна машинка вартістю 3 800 грн. У магазині проводиться дві акції. За умовами першої акції пральну машинку можна придбати з розстрочкою платежу на 24 місяці з щомісячною виплатою у розмірі 180 грн. За іншою акцією пральну машинку можна придбати зі знижкою 15 % за умови негайної оплати. За якого розміру відсоткової ставки обидві акції є рівнозначними з економічної точки зору?

Завдання 88

ПАТ "Сигнал" розпочала відкриту підписку на прості акції номінальною вартістю 60 грн за акцію. У подальшому впродовж наступних 6 років, очікуваний дохід з акції складе 1 200 грн у кінці кожного року. Після закінчення цього строку загальна сума прибутку, з придбаних вами 100 акцій, складе 10 000 грн. Визначити, норму прибутку за даної фінансової операції.

Методичні рекомендації щодо вирішення завдань 87 та 88

Для вирішення даного завдання необхідно, насамперед, за формулою $FMЗ(r = ?; n) = \frac{FV_{pst}}{A}$ визначити величину коефіцієнта нарощення ренти. Потім за допомогою фінансових таблиць знаходимо найближчі менше й більше значення факторного множника.

Для розрахунку процентної ставки за методом лінійної інтерполяції використовується формула:

$$r = r_H + \frac{FMЗ(r; n) - FMЗ_H}{FMЗ_B - FMЗ_H} \times (r_B - r_H),$$

де r_H, r_B – нижнє (менше) і верхнє (більше) значення передбачуваної процентної ставки;

$FMЗ_H, FMЗ_B$ – значення коефіцієнтів нарощення при використанні процентних ставок r_H і r_B .

Завдання 89

За результатами аналізу фінансової діяльності підприємства "Конкорд" за три останні роки визначено, що його грошові надходження складають у середньому суму 56 грн за кожен день. Середньозважена ставка дохідності від вкладання капіталу за цей період складала 19,5 %.

Визначити первісну вартість капіталу отриману підприємством від фінансової діяльності за аналізований період.

Завдання 90

Протягом 8 років на рахунок у банку щодня будуть надходити однакові платежі, щороку становлячи під кінець року 69 тис. грн.

Визначити суму, накопичену до кінця шостого року, якщо використовується складна процентна ставка 25 % річних.

Методичні рекомендації щодо вирішення завдань 89 та 90

Дане завдання пов'язане з визначенням майбутньої вартості безперервного ануїтету. Для розрахунку майбутньої вартості безперервного ануїтету постнумерандо використовується формула:

$$FV_{\text{pst}} = \frac{\bar{A}r}{\ln(1+r)} \times FM3(r;n).$$

Наведена вартість безперервного ануїтету розраховується за формулою:

$$PV_{\text{pst}} = \frac{\bar{A}r}{\ln(1+r)} \times FM4(r;n).$$

Завдання 91

Ануїтет виплачується щорічно протягом 20 років із заборгованістю. Перша виплата має розмір 8 000 грн, потім виплати щороку зменшуються на 300 грн. Визначити сучасну вартість ануїтету за відсоткової ставки 5 % річних.

Завдання 92

Відповідно до умов фінансової угоди на рахунок у банку протягом 6 років наприкінці року будуть надходити грошові суми, перша з яких складе 5 тис. грн., а кожна наступна буде збільшуватися на 0,4 тис. грн.

Необхідно визначити майбутню вартість ануїтету за умови, що банк застосовує складну процентну ставку 10 % річних і відсотки нараховуються один раз наприкінці року.

Завдання 93

Позику розміром у 2 400 грн буде повернуто двадцятьма однаковими щорічними виплатами. Відсоткова ставка за цією операцією дорівнює 10 % річних. Визначити величину виплати, якщо ці виплати відбуваються: а) зі заборгованістю; б) авансом.

Завдання 94

Ануїтет виплачується щопівроку протягом 6 років, причому перша виплата розміром 1 800 грн відбудеться через 2 роки. Розмір наступних виплат зменшується на 30 грн щопівроку. За умови, що піврічна відсоткова ставка дорівнює 5 %, визначити сучасну вартість ануїтету.

Завдання 95

За 10 років вам необхідно накопичити 60 тис. грн. Якого розміру повинен бути перший внесок, якщо передбачається щороку збільшувати розмір грошового надходження на 300 грн і процентна ставка дорівнює 15 % річних? Грошові надходження й нарахування складних відсотків здійснюється наприкінці року.

Визначити, на яку величину необхідно збільшувати щороку грошове надходження, якщо перший внесок буде дорівнювати 2,5 тис. грн?

Методичні рекомендації щодо вирішення завдань 91 – 95

Завдання пов'язане з визначенням майбутньої вартості анuitету з розміром змінного платежу постнумерандо, платежі якого утворюють арифметичну прогресію з першим членом A і різницею z .

Майбутня вартість такого анuitету визначається за формулою:

$$FV_{\text{pst}} = \left(A + \frac{z}{r} \right) \times FM3(r;n) - \frac{zn}{r}.$$

Для розрахунку наведеної вартості анuitету з розміром змінного платежу використовується формула:

$$PV_{\text{pst}} = \left(A + \frac{z}{r} \right) \times FM4(r;n) - \frac{zn}{r(1+r)^n}.$$

З метою визначення розмір анuitету й різниці змінної ренти використовуються такі формули:

$$A = \frac{FV_{\text{pst}} + \frac{zn}{r}}{FM3(r;n)} - \frac{z}{r}, \quad z = \frac{r \times [FV_{\text{pst}} - A \times FM3(r;n)]}{FM3(r;n) - n}.$$

Завдання 96

За умовами контракту на розрахунковий рахунок фірми "Практик" у банку "Надра" надходять протягом 5 років наприкінці року платежі. Перший платіж дорівнює 3 тис. грн, а кожного наступного року платіж збільшується відносно попереднього на 15 %.

Необхідно знайти майбутню й наведену вартість анuitету.

Завдання 97

Фірма має наміри створити страховий фонд у розмірі 75 тис. грн. Задля реалізації цієї мети прийнято рішення відкрити депозитний рахунок строком функціонування на 4 роки. Прогнозується, що прибутки фірми з кожним роком зростатимуть на 8 %, що дозволить збільшити суми надходжень на її депозитний рахунок. Банк пропонує 24 % закладами для юридичних осіб. Визначити розмір ануїтету, який дозволить вирішити завдання фірми зі створення страхового фонду.

Методичні рекомендації щодо вирішення завдань 96 та 97

Дані завдання є ілюстрацією ануїтету, у якому платежі утворюють геометричну прогресію з першим членом A та знаменником q . У цьому випадку має місце змінний ануїтет з постійною відносною зміною його членів.

Майбутня й наведена вартість такого ануїтету визначається за формулами:

$$FV_{\text{pst}} = A \times \frac{q^n - (1+r)^n}{q - (1+r)}; \quad PV_{\text{pst}} = \frac{A}{(1+r)^n} \times \frac{q^n - (1+r)^n}{q - (1+r)}.$$

Формули для визначення величини ануїтету:

$$A = \frac{FV_{\text{pst}} [q - (1+r)]}{q^n - (1+r)^n}; \quad A = \frac{PV_{\text{pst}} (1+r)^n [q - (1+r)]}{[q^n - (1+r)^n]}.$$

Завдання 98

Необхідно порівняти два варіанти будівництва певного торговельного об'єкту. Перший варіант вимагає разових вкладень у розмірі 6 млн грн та капітального ремонту вартістю 800 тис. грн кожні 5 років. Згідно з другим варіантом витрати на будівництво складають 7 млн грн, а витрати на капітальний ремонт дорівнюють 400 тис. грн кожні 10 років. Часовий горизонт експлуатації торговельного об'єкта складає 50 років. Який із варіантів є більш прийнятним із фінансової точки зору за умови, що відсоткова ставка складає 20 %?

Методичні рекомендації щодо вирішення завдання 98

Вирішення даного завдання пов'язане з визначенням майбутньої вартості ануїтету постнумерандо з періодом, більшим, ніж базовий. Для

випадку m – *кратного* нарахування складних відсотків для знаходження майбутньої вартості такого анuitету використовується формула:

$$FV_{\text{pst}} = A \times \frac{FM3\left(\frac{r}{m}; mn\right)}{FM3\left(\frac{r}{m}; mu\right)}$$

де u – період надходження коштів;

n – термін дії анuitету;

m – кількість нарахувань складних відсотків у базовому періоді.

Для визначення наведеної вартості анuitету використовується дана формула:

$$PV_{\text{pst}} = A \times \frac{FM4\left(\frac{r}{m}; mn\right)}{FM3\left(\frac{r}{m}; mu\right)}$$

Тема 5. Урахування інфляції в фінансових розрахунках

Завдання 99

Визначити річний індекс інфляції за відомого середньомісячного темпу інфляції. Дані для розрахунків подано у табл. 2.

Таблиця 2

$h_{\frac{1}{12}}$	1 %	3 %	5 %	8 %	10 %	15 %	20 %	28 %
I_p								

Завдання 100

Впродовж року щорічний темп інфляції залишався постійним. Визначити його величину, якщо річний індекс інфляції склав 1,47?

Завдання 101

Банк видає кредит під 24 % річних. Піврічний рівень інфляції склав 3 %. Визначити реальну річну ставку відсотків з урахуванням інфляції.

Завдання 102

Щоквартальний темп інфляції впродовж двох останніх років мав певне постійне значення, окрім останнього кварталу. При цьому індекс

інфляції за 2 роки склав 1,41. Якщо б темп інфляції за останній квартал був би у рази менший від попереднього його значення, то індекс інфляції за 2 роки склав би 1,37. Визначити темп інфляції за кожний квартал.

Завдання 103

Відсотки за вкладом нараховуються щоквартально за номінальною складною ставкою 20 % річних. Щомісячний темп інфляції впродовж строку вкладу залишається постійним і складає 1,9 %. Яка реальна доходність цього вкладу для інвестора

Завдання 104

Яку ставку відсотків за вкладом треба призначити, щоб реальна прибутковість вкладу з урахуванням інфляції 3 % була 10 % річних?

Завдання 105

Щорічний темп інфляції рівномірно зростає з 1 % в січні місяці до 6,5 % у грудні. Визначити темп інфляції за рік?

Методичні рекомендації щодо вирішення завдань 99 – 105

Темп інфляції визначається за допомогою системи індексів цін – відносних показників, які характеризують середню зміну рівня цін певного фіксованого набору товарів та послуг за визначений період часу.

Індексом цін (індексом інфляції) за час t називається величина, яка дорівнює співвідношенню вартості набору товарів та послуг, яка змінюється від суми PV_1 до суми PV_2 :

$$I_p^{(t)} = \frac{PV_2}{PV_1}.$$

Темпом інфляції за час t буде величина:

$$h_t = \frac{PV_2 - PV_1}{PV_1}.$$

Із наведених формул, можна зробити висновок, що між індексом цін та темпом інфляції за час t існує таке співвідношення:

$$I_p = 1 + h_t.$$

Визначення реальної дохідності фінансових операцій з урахуванням швидкоплинних інфляційних процесів можна вирахувати за такими формулами:

$$r_{\text{реал}} = \frac{i \times n - h}{n \times (1 + h)}.$$

За умови збільшення частоти нарахування складних відсотків:

$$r_{\text{реал}} = m \left[\frac{1 + \frac{r}{m}}{\sqrt[m]{1 + h}} - 1 \right].$$

Спрощена формула розрахунку реальної дохідності фінансових операцій, за умови, що темп інфляції за кожен період нарахування відсотків залишається незмінним:

$$r_{\text{реал}} = \frac{1 - m \times h}{I_p}.$$

Завдання 106

На вклад в 130 тис. грн щорічно нараховуються прості відсотки за номінальною річною процентною ставкою 32 %.

Необхідно:

- оцінити суму вкладу через 1,5 року з точки зору купівельної спроможності, якщо очікуваний темп інфляції 1,2 % на місяць.
- якою має бути величина позитивної процентної ставки?
- як зміниться ситуація, якщо темп інфляції буде 1,4 % на місяць?

Завдання 107

На суму в 25 тис. грн протягом трьох місяців нараховувалися прості відсотки ставці за ставкою 56 % річних. Кожного місяця ціни зростали відповідно на 15 %; 12 % і 10 %.

Знайти нарощену з урахуванням інфляції суму й величину позитивної процентної ставки.

Завдання 108

Банк видає клієнту кредит на 2 місяці, протягом яких за оцінками експертів щомісячний індекс інфляції складе 1,01.

Необхідно знайти значення облікової ставки, що компенсує втрати від інфляції, якщо банк бажає забезпечити реальну прибутковість, яка визначається простою обліковою ставкою в 25 % річних.

Завдання 109

На суму в 7,5 тис. грн протягом року нараховувалися прості відсотки за ставкою 36 % річних. Протягом року ціни збільшувалися таким чином: перші 2 місяці – на 12 %, чотири наступних – на 13 %, а в наступні місяці відповідно на: 14, 10, 11, 12, 9, 10 %.

Необхідно визначити:

- нарощену з урахуванням інфляції суму;
- розмір мінімальної процентної ставки;
- розмір брутто-ставки.

Методичні рекомендації щодо вирішення завдань 106 – 109

Нарощена з урахуванням інфляції сума визначається за формулою:

$$\bar{FV} = \frac{PV \times (1+r)}{I_p}$$

де I_p – індекс цін за період.

Для того, щоб при даному темпі інфляції відбувалося реальне нарощення капіталу, необхідно, щоб виконувалася дана умова: $1+nr > I_p$. Позитивна процентна ставка визначається за формулами:

$$r^* > \frac{I_p - 1}{n} \quad \text{та} \quad \bar{d} = \frac{1}{n} \left(1 - \frac{1-nd}{I_p} \right).$$

Завдання 110

На суму в 13,4 тис. грн протягом півроку нараховувалися прості відсотки за ставкою 32 % річних. За кожен місяць ціни зростали відповідно на: 3, 5, 9, 8, 7, 6 %.

визначити:

- нарощену з урахуванням інфляції суму;
- позитивну процентну ставку;
- брутто-ставку.

Завдання 111

Ви придбали меблі у кредит терміном на 4 роки з фіксованою ставкою 18 % річних зі щомісячною виплатою всього боргу рівними частинами. Визначте ефективний термін повернення кредиту, якщо індекс інфляції прогнозується на рівні 101 % на місяць.

Завдання 112

Ви маєте намір накопичити кошти для здобуття другої вищої освіти. Термін накопичення складає 5 років. Щомісячно ви плануєте відраховувати кошти на депозит із фіксованою відсотковою ставкою 15 % річних зі щомісячним нарахуванням. Вартість навчання складає 5 000 грн. Проте у зв'язку з інфляцією кожного року вартість навчання збільшується. Темп інфляції прогнозується у розмірі 1 % на місяць. Визначте розмір щомісячного внеску.

Завдання 113

За виконану роботу підприємець повинен сьогодні отримати 2,5 тис. грн. У замовника немає можливості розрахуватися негайно і він пропонує наступні варіанти розрахунку: або 5 тис. грн через рік, або 12 тис. грн через 3 роки.

Чи слід приймати умови замовника, якщо прогнозований темп інфляції становить 2 % на місяць і в розрахунках використовується складна облікова ставка 12 % річних?

Завдання 114

На вклад 16 тис. грн протягом 3 років щоквартально нараховуються складні відсотки за номінальною річною процентною ставкою 26 %. Протягом зазначеного строку прогнозується такий темп інфляції: перші півроку – 2 % на місяць, другі півроку – 3 % на місяць, у час, що залишився – 4 % на місяць.

Необхідно визначити:

- а) нарощену з урахуванням інфляції суму;
- б) розмір мінімальної процентної ставки;
- в) розмір брутто-ставки.

Завдання 115

Розглядається можливість розміщення 8 тис. грн на депозитному рахунку в банку. Є дві можливості:

- а) терміном на 3 роки виходячи із 18 % річних при піврічному нарахуванні складних відсотків;

б) терміном на 5 років виходячи з 22 % річних при щоквартальному нарахуванні складних відсотків.

Яку пропозицію слід прийняти, якщо прогнозується темп інфляції на рівні 4,5 % на місяць?

Методичні рекомендації щодо вирішення завдань 110 – 115

При використанні схеми складних відсотків накопичена з урахуванням інфляції сума складе:

$$\overline{FV} = \frac{PV \times (1+r)^n}{I_p}$$

З наведеної формули випливає, що для того, щоб не відбувалося ерозії капіталу, повинна виконуватися нерівність $(1+r)^n \geq I_p$, що рівнозначно $1+r \geq \sqrt[n]{I_p}$. Якщо має місце строга рівність, то така ставка тільки нейтралізує негативну дію інфляції. Якщо має місце строга нерівність, то в цьому випадку забезпечується реальне збільшення капіталу. Ставка, що забезпечує нарощення капіталу, називається позитивною й визначається за формулою:

$$r^* > \sqrt[n]{I_p} - 1.$$

Якщо у фінансовій операції використовується складна дисконтна ставка, то розмір позитивної дисконтної ставки повинен задовольняти вираз:

$$d^* > \left(1 - \frac{1}{\sqrt[n]{I_p}} \right).$$

У розглянутих формулах як базова одиниця часу не обов'язково може бути рік. Це може бути півріччя, квартал, місяць. Якщо зразком, як базова одиниця часу обраний місяць, то й усі інші параметри (індекс інфляції, темп інфляції, процентна ставка та ін.) повинні розглядатися в місячному розрізі.

Для забезпечення реальної прибутковості фінансової операції на рівні, оголошеною номінальною процентною ставкою, її необхідно індексувати. Така проіндексована з урахуванням інфляції ставка називається *брutto-ставкою* й визначається за формулами:

$$\bar{r} = (1+r) \times \sqrt[n]{I_p} - 1;$$

$$\bar{d} = 1 - (1 - d) \times \frac{1}{\sqrt[n]{1 + p}}$$

За умови збільшення частоти нарахування відсотків формули визначення бруто-ставок, за складною відсотковою та обліковою ставкою, набувають такого вигляду:

$$\bar{r} = m \left[\left(1 + \frac{r}{m} \right)^{mn} \sqrt[mn]{1 + p} - 1 \right];$$

$$\bar{d} = m \left[1 - \left(1 - \frac{d}{m} \right)^{mn} \frac{1}{\sqrt[mn]{1 + p}} \right].$$

Тема 6. Еквівалентність ставок і зміна умов фінансових операцій

Завдання 116

Платіж в 23 тис. грн і строком виплати 6 міс. замінити платежем зі строком виплати: а) 9 місяців; б) 5 місяців. Використовується проста процентна ставка 14 % річних.

Методичні рекомендації щодо вирішення завдання 116

Якщо виникає необхідність змінити умови раніше укладеної угоди, то в такого роду ситуаціях керуються *принципом фінансової еквівалентності*, що встановлює незмінність фінансових відносин учасників до й після зміни фінансової угоди.

На практиці при зміні умов виплат грошових сум цей принцип реалізується шляхом складання рівняння еквівалентності, відповідно до якого сума замінних платежів, наведених до одного моменту часу, прирівнюється сумі платежів за новою згодою, наведених до того ж моменту часу.

У даному завданні розглядається ситуація, коли платіж P_1 зі строком n_1 необхідно замінити платежем P_0 зі строком n_0 , причому строки вимірюються від одного моменту часу й використовується проста процентна ставка r .

Рівняння еквівалентності будуть мати такий вигляд:

а) якщо $n_0 > n_1$, то: $P_0 = [1 + (n_0 - n_1)r];$

б) якщо $n_0 < n_1$, то: $P_0 = \frac{P_1}{1 + (n_1 - n_0)r};$

в) якщо $n_0 = n_1$, то: $P_0 = P_1.$

Ці три рівняння можна об'єднати в одне за допомогою функції $y = \text{sign}(x)$ ("сигнум ікс") і поняття абсолютної величини числа:

$$y = \text{sign}(x) = 1, \text{ якщо } x > 0,$$

$$y = \text{sign}(x) = 0, \text{ якщо } x = 0,$$

$$y = \text{sign}(x) = -1, \text{ якщо } x < 0$$

Позначаючи $x = n_0 - n_1$, одержимо рівняння еквівалентності в компактній формі:

$$P_0 = P_1(1 + |n_0 - n_1|r)^{\text{sign}(n_0 - n_1)}.$$

Наприклад, якщо $n_0 > n_1$, то $n_0 - n_1 > 0$ і тому $|n_0 - n_1| = n_0 - n_1$, $\text{sign}(n_0 - n_1) = 1$. У результаті одержуємо: $P_0 = P_1[1 + (n_0 - n_1)r]$.

Завдання 117

Знайти величину нового строку, якщо платіж 5 тис. грн зі строком сплати 4 місяці замінюється платежем в 4,9 тис. грн і використовується проста процентна ставка 25 % річних.

Методичні рекомендації щодо вирішення завдання 117

Якщо в фінансових операціях, які пов'язані зі зміною раніше укладених умов, задається величина нового платежу P_0 , а необхідно визначити його час n_0 , то з раніше наведених рівнянь еквівалентності можна легко отримати формули для визначення часу нового платежу.

а) якщо $P_0 < P_1$, то $n_0 = n_1 + \frac{1}{r} \left(1 - \frac{P_1}{P_0} \right)$.

б) якщо $P_0 > P_1$, то $n_0 = n_1 + \frac{1}{r} \left(\frac{P_0}{P_1} - 1 \right)$.

Завдання 118

Клієнт одержав у банку кредит на суму 3 тис. грн під 12,5 % річних.

Відповідно до фінансового контракту клієнт зобов'язався погасити кредит трьома платежами з відсотками: 1,5 тис. грн, 0,5 тис. грн і 1 тис. грн відповідно через 30, 90 і 150 днів. Однак через якийсь час за обоюсторонньою згодою сторін було вирішено погасити кредит одним платежем через 120 днів.

Необхідно знайти величину консолідованого платежу, якщо нараховуються прості відсотки.

Завдання 119

Боржник звернувся до свого кредитора (власнику векселів) з проханням про об'єднання двох векселів в один з одночасним продовженням терміну оплати. Перший вексель на суму 150 тис. грн із терміном оплати 20.07.; другий – на суму 210 тис. грн із терміном сплати 01.09. Власник векселів погодився на пролонгацію до 01.10., застосувавши при цьому просту облікову ставку 16 % річних.

Необхідно визначити величину консолідованого платежу.

Завдання 120

Три векселя: на 50 тис. грн із терміном сплати 15.03.; на 80 тис. грн із терміном сплати 10.04. і на 90 тис. грн із терміном сплати 01.06. замінюються одним із терміном погашення 15.05. При консолідації використовується проста облікова ставка 9 % річних.

Необхідно визначити розмір консолідованого платежу.

Завдання 121

Фірма отримала кредит на суму 90 тис. грн під 19,5 % річних за схемою простих відсотків. Кредит повинен бути погашений двома платежами: перший – 50 тис. грн із відсотками через 90 днів, другий – 40 тис. грн з відсотками через 120 днів. Згодом фірма домовилася з кредитором про об'єднання платежів в один із терміном погашення через 150 днів.

Необхідно визначити розмір консолідованого платежу, якщо вважати, що в році 360 днів.

Завдання 122

Є два кредитних зобов'язання – 500 тис. грн і 600 тис. грн із термінами сплати 01.10. і 01.01. (нового року). За погодженням сторін зобов'язання були переглянуті на нові умови: перший платіж у розмірі 700 тис. грн повинен бути виплачений 01.02., решта боргу виплачується 01.04. При розрахунках використовується проста процентна ставка 21 % річних.

Необхідно визначити величину другого платежу.

Завдання 123

За умовою контракту суми: 3 тис. грн, 1 тис. грн і 2,5 тис. грн мають бути виплачені відповідно 05.05., 15.06. і 25.10.

Сторони вирішили переглянути порядок виплат: 3,5 тис. грн виплачуються 01.06.; 1,5 тис. грн – 01.07. і залишок боргу погашається 10.09.

Визначити величину третього платежу, якщо перерахунок здійснюється за простою ставкою, що дорівнює 19 %, за способом 365/365. Всі операції проводяться в межах одного року.

Методичні рекомендації щодо вирішення завдань 118 – 123

Якщо розглядається завдання заміни платежів P_1, P_2, \dots, P_m , виплачуваних відповідно через час n_1, n_2, \dots, n_m , одним платежем P_0 із виплатою через час n_0 , то, міркуючи, як і раніше, можна одержати рівняння еквівалентності даного виду:

$$P_0 = \sum_{k=1}^m P_k (1 + |n_0 - n_k| r)^{\text{sign}(n_0 - n_k)}.$$

Перед складанням рівняння еквівалентності, необхідно скорегувати розмір платежів за первісною згодою на величину нарахованих відсотків.

Завдання 124

Платежі в 2 тис. грн і 3 тис. грн повинні бути погашені відповідно через 45 і 90 днів. Кредитор і боржник погодилися замінити два платежі одним у 5 тис. грн.

Знайти строк оплати консолідованого платежу, якщо використовується проста процентна ставка 12 % річних і спосіб 360/360.

Завдання 125

Фірма має ряд фінансових зобов'язань перед одним кредитором: 2,5 млн грн, 3,1 млн грн і 2,7 млн грн, які вона повинна погасити через 40, 70 і 160 днів після 01.01. поточного року.

За погодженням сторін вирішено замінити їх одним платежем, рівним 9 млн грн із продовженням терміну оплати, використовуючи просту процентну ставку 12 % річних.

Необхідно визначити термін сплати консолідованого платежу.

Завдання 126

Фірма в погашення заборгованості банку за наданий під 15 % простих відсотків кредит, отриманий 01.01., повинна здійснити три платежі: 20 тис. грн, 27 тис. грн і 33 тис. грн у строки: 20.04., 25.05. і 15.06.

Фірма запропонувала банку об'єднати всі платежі в один і погасити його 01.06. (у році 365 днів).

Визначити величину консолідованого платежу.

Завдання 127

Майбутні платежі і терміни їх сплати, обчислені від одного моменту часу, дорівнюють: $P_1 = 1,2$ млн грн, $n_1 = 35$ днів, $P_2 = 1,5$ млн грн, $n_2 = 55$ днів, $P_3 = 2,3$ млн грн, $n_3 = 75$ днів.

Досягнута угода про об'єднання трьох платежів в один, який дорівнює 5,5 млн грн.

Визначити термін сплати консолідованого платежу, якщо використовується проста облікова ставка 7 % річних.

Методичні рекомендації щодо вирішення завдань 124 – 127

Строк консолідованого платежу визначається з рівності наведених вартостей відповідних платежів:

$$\frac{P_0}{1+n_0r} = \sum_{k=1}^m \frac{P_k}{1+n_kr}, \text{ звідки } n_0 = \frac{1}{r} \left(\frac{P_0}{\sum_{k=1}^m \frac{P_k}{1+n_kr}} - 1 \right).$$

Цією формулою можна користуватися в тих випадках, коли справедлива нерівність: $P_0 \geq \sum_{k=1}^m \frac{P_k}{1+n_kr}$.

Якщо має місце рівність $P_0 = \sum_{k=1}^m P_k$, то для визначення строку консолідованого платежу використовується наближена формула:

$$n_0 \approx \frac{\sum_{k=1}^m P_k n_k}{\sum_{k=1}^m P_k}.$$

Завдання 128

Платіж у 6 тис. грн і строком сплати через 4 роки замінити платежем зі строком сплати через: а) 2 роки; б) 5 років. Застосовується складна процентна ставка 14,8 % річних.

Завдання 129

Пропонується виплатити за користування земельною ділянкою або 20 тис. грн через 5 років, або 30 тис. грн через 10 років.

Визначити, яка пропозиція є більш вигідною, якщо є можливість інвестування коштів під складну процентну ставку 17 % річних.

Методичні рекомендації щодо вирішення завдань 128 – 129

При будь-якій заміні платежів із використанням складних відсотків повинен виконуватися принцип фінансової еквівалентності, дотримання якого обґрунтовується складанням відповідного рівняння.

Якщо платіж P_1 зі строком n_1 треба замінити платежем P_0 зі строком n_0 при використанні складної процентної ставки r (причому n_1 і n_0 виміряються від одного моменту часу), то рівняння еквівалентності набуває такого вигляду:

$$P_0 = P_1(1+r)^{n_0-n_1}, \text{ якщо } n_0 > n_1;$$

$$P_0 = P_1, \text{ якщо } n_0 = n_1;$$

$$P_0 = \frac{P_1}{(1+r)^{n_1-n_0}}, \text{ якщо } n_0 < n_1.$$

Ці три рівняння можна об'єднати в одне, тому що для будь-яких строків n_1 і n_0 повинне виконуватися умова $P_0 = P_1(1+r)^{n_0-n_1}$, що рівнозначно:

$$\frac{P_0}{(1+r)^{n_0}} = \frac{P_1}{(1+r)^{n_1}}.$$

Звідси випливає, що для еквівалентної відповідно до складної процентної ставки заміни платежів необхідно, щоб їхні наведені вартості збігалися. Причому розрахунок наведених вартостей можна здійснювати на будь-який момент часу, тому що:

$$\frac{P_0}{(1+r)^{n_0-t}} = \frac{P_1}{(1+r)^{n_1-t}}.$$

де t – довільне речовинне число.

Завдання 130

Визначити величину нового строку, якщо платіж в 2 тис. грн через 5 років замінюється платежем в 3 тис. грн і використовується складна процентна ставка 20 % річних.

Методичні рекомендації щодо вирішення завдання 130

Якщо відомо розмір нового платежу P_0 , а необхідно знайти строк його виплати n_0 , то для цього використовується така формула:

$$n_0 = n_1 + \frac{\ln \frac{P_0}{P_1}}{\ln(1+r)}$$

Завдання 131

Три платежі в 3,0, 1,0 і 1,5 тис. грн із строками виплати відповідно через 1, 2,5 і 4 роки замінюються одним платежем, виплачуваним через 3 роки. Знайти розмір консолідованого платежу, якщо використовується складна процентна ставка 14 % річних.

Який буде строк виплати, якщо консолідований платіж буде дорівнювати сумі вихідних платежів?

Завдання 132

Будівельна фірма отримала в банку довгостроковий кредит у розмірі 5 млн грн під 6 % річних складних відсотків строком на 5 років.

Згодом сторони переглянули умови позики: через три роки проводиться виплата 3 млн грн, решта суми виплачується через 4 роки. Процентна ставка зберігається.

Визначити суму до виплати через 4 останні роки.

Завдання 133

Договір оренди майна укладено на 5 років. Оренда сплачується сумами: $P_1 = 19\ 000$ грн, $P_2 = 20\ 000$ грн, $P_3 = 21\ 000$ грн у кінці 1-го, 3-го і 5-го років.

За новим графіком платежів, вноситься дві суми: $P_4 = 22\ 000$ грн у кінці 2-го року і P_5 в кінці 4-го. Ставка банківського відсотка 17 % річних за складною відсотковою ставкою. Визначити P_5 .

Завдання 134

Два платежі 1,4 млн грн і 1,9 млн грн із термінами погашення через 2 і 3 роки об'єднуються в один платіж, рівний 4 млн грн, із використанням складної відсоткової ставки 6 % річних.

Необхідно визначити:

- термін сплати консолідованого платежу;
- розмір консолідованого платежу, якщо термін його сплати складе 3,5 роки.

Завдання 135

За отримані 01.02. у кредит товари фірма повинна заплатити через 120 днів 1,5 млн грн і через 240 днів ще 1,2 млн грн.

Досягнута угода з кредитором про зміну умов контракту. Платежі здійснюються двома рівними сумами: перший платіж – через 90 днів, другий – через 180 днів. Використовується складна процентна ставка 13 % річних.

Визначити величину кожного платежу.

Методичні рекомендації щодо вирішення завдань 131 – 135

Якщо розглядається ситуація, коли платежі P_1, P_2, \dots, P_m , виплачувані відповідно через час n_1, n_2, \dots, n_m , необхідно замінити одним платежем P_0 із виплатою через час n_0 , то у рівнянні еквівалентності платежу P_k , буде відповідати доданок $P_k(1+r)^{n_0-n_k}$, тобто при $n_0 > n_k$, буде мати місце нарощення складних відсотків на капітал P_k , а при $n_0 < n_1$ капітал P_k буде враховуватися.

Рівняння еквівалентності набуває такого вигляду:

$$P_0 = \sum_{k=1}^m P_k (1+r)^{n_0-n_k}, \text{ або } \frac{P_0}{(1+r)^{n_0}} = \sum_{k=1}^m \frac{P_k}{(1+r)^{n_k}}.$$

Якщо поставлено завдання порівняння на підставі складної процентної ставки платежу P_0 із замінними платежами, то за момент оцінки можна вибирати будь-який довільний момент часу.

Якщо відомо розмір консолідованого платежу, а необхідно знайти новий строк його виплати, то використовується формула:

$$n_0 = \frac{\ln \frac{P_0}{\sum_{k=1}^m P_k (1+r)^{-n_k}}}{\ln(1+r)}.$$

Тема 7. Кредитні розрахунки підприємств

Завдання 136

Нехай величина позики дорівнює 20 000 грош. од. Амортизація здійснюється однаковими ануїтетами протягом 8 років при 24 % річних. Знайти величину виплати заборгованості за другий і третій роки, якщо капіталізація відсотків проводиться щорічно.

Завдання 137

Навести план амортизації 5-річної позики в 1 500 тис. грн, що погашається рівними термінової виплатами. Процентна ставка за позикою 5 %.

Завдання 138

Розрахувати розмір щорічної виплати для погашення позики розміром 220 тис. грн, яку було отримано в банку на 7 років під 19 % річних, а також основні платежі, плату за відсотками і залишок боргу після чергової виплати.

Завдання 139

АКБ "Правекс" видав кредит у розмірі 25 тис. грн ВАТ "Лора" на закупівлю офісного обладнання строком на 6 років під 14 % річних, що нараховують за схемою складних відсотків на непогашений залишок. Повертати кредит необхідно рівними сумами наприкінці кожного року.

Необхідно визначити:

- а) розмір щорічного платежу;
- б) розмір процентних грошей, сплачених у третьому році;
- в) яка частина кредиту залишиться непогашеною після закінчення трьох років.

Завдання 140

Кредит у сумі 120 тис. грн, який отриманий для придбання нового обладнання, виданий на 5 років під 16 % річних, підлягає погашенню рівними щорічними виплатами наприкінці кожного року. Складні відсотки також нараховуються наприкінці кожного року.

Після виплати третього платежу досягнута домовленість між кредитором і позичальником про подовження строку погашення позики на 2 роки й збільшення процентної ставки з моменту конверсії до 20 %.

Необхідно скласти план погашення частини боргу, що залишилася.

Методичні рекомендації щодо вирішення завдань 136 – 140

При вирішенні завдань з аналізу та оцінки кредитних розрахунків підприємства виходимо з того, що кожна термінова виплата (A) складається з річних витрати щодо погашення основної частини боргу (R) та відсоткового платежу за користування грошовими коштами впродовж певного проміжку часу (I). Тоді розмір строкового платежу визначається як добуток цих елементів:

$$A = R + I.$$

При розробці плану погашення боргу будемо використовувати такі параметри:

PV – сума основного боргу;

PV_k – залишок непогашеного боргу на певний період;

I_k – величина відсоткового платежу, який був сплачений у певний строк;

R_k – частина основного боргу, що погашена у певний часовий період.

У цьому випадку залишок основного боргу та суми процентних платежів зменшуються від періоду до періоду, річна витрата погашеного основного боргу зростає, а термінові сплати будуть ануїтетом ренти постнумерандо. Отже, величина кредиту PV , буде дорівнювати сумі всіх дисконтованих ануїтетів.

У свою чергу:

1) залишок боргу у k -му періоді визначається за формулою:

$$PV_k = PV_{k+1} - R_{k+1};$$

2) відсотковий платіж вираховується як добуток річної відсоткової ставки та суми залишку боргу у відповідному періоді:

$$I_k = PV_k \times r;$$

3) сума погашення боргу становить різницю між визначеною раніше величиною річного строкового платежу та відсотковим платежем у відповідний період:

$$R_k = A - I_k.$$

При вирішенні першого завдання доцільно міркувати з позиції кредитора. Для банку такий контракт є інвестицією в сумі 25 тис. грн. Надалі банк протягом 5 років буде щорічно одержувати наприкінці року суму A , причому кожний річний платіж буде включати відсотки за минулий рік і частину основної суми боргу. Таким чином, із часом сума відсотків, що сплачується, буде знижуватися, а частка платежу за рахунок погашення боргу – збільшуватися.

Таким чином, у даному завданні є анuitет постнумерандо, про який відомі його поточна вартість, процентна ставка й тривалість дії.

Тому для знаходження розміру річного платежу необхідно скористатися формулою $PV_{pst} = A \times FM4(r;n)$.

Сума процентних грошей, сплачених за m років, визначається за формулою: $D_m = m \times A - (A - PV_{pst} \times r) \times FM3(r;m)$.

Для визначення розміру процентного платежу в k -му році використовується формула: $D_k = [PV_{pst} \times (1+r)^{k-1} - A \times FM3(r;k-1)] \times r$.

Частина кредиту, погашена за m років, розраховується за такою формулою: $PV_m = (A - PV_{pst} * r) * FM3(r;m)$.

Залишок боргу на момент конверсії, тобто на початок k -го року фінансової операції визначається з використанням такої формули: $PV_k = A \times FM4(r;n - k)$.

Після цього визначається розмір нової термінової сплати за зміненими умовами фінансової угоди. Для цього використовуються наведені формули.

План погашення частини боргу, що залишилася доцільно виконувати в табличній формі. У таблиці повинні бути стовпчики, що містять наступну інформацію: рік фінансової операції, залишок боргу на початок і кінець року, сума річного платежу (у т.ч. відсотки за рік і погашення основного боргу). За допомогою такої таблиці можна відповісти на питання, поставлені в попереднім завданні.

Завдання 141

Підприємством отриманий кредит в сумі 240 тис. грн строком на 9 років. Відсоткова ставка за роками змінюється наступним чином:

Роки	1 – 2	3 – 5	6 – 9
Відсоткова ставка, %	21,0	18,0	17,5

Скласти план погашення боргу за умов зміни відсоткової ставки впродовж дії кредитного договору.

Методичні рекомендації щодо вирішення завдання 141

Залишок основного боргу на початку кожного розрахункового періоду визначиться як:

$$PV_k = PV - R(k-1).$$

де PV – сума основного боргу;

k – номер розрахункового періоду.

Величина термінової сплати в кожному розрахунковому періоді складе:

$$A_k = PV_k \times r_i + R; \quad A_k = [PV - R(k-1)]r_i + R.$$

Завдання 142

Кредит у розмірі 4,6 млн грн виданий на 7 років під 22 % річних. За умовами контракту погашення основного боргу повинно здійснюватися рівними виплатами, нарахування відсотків наприкінці року. Скласти план погашення кредиту, визначити розмір відсоткового платежу у 5 році.

Методичні рекомендації щодо вирішення завдання 142

Величина процентного платежу для розрахункового періоду визначається за формулою:

$$I_k = PV_k \times r = [PV - R(k-1)] \times r.$$

Завдання 143

Кредит у розмірі 3,2 млн грн виданий на 4 роки під 14 % річних. Відсотки нараховуються та сплачуються в кінці кожного розрахункового періоду, виплати основного боргу повинні зменшуватися щорічно на 0,2 млн грн. Скласти план погашення кредиту.

Завдання 144

Кредит в розмірі 420 тис. грн повинен бути погашений впродовж 6 років щорічними виплатами. Відсоткова ставка складає 18 % річних, нарахування відсотків один раз на рік у кінці року. Платежі, що забезпечують погашення основного боргу повинні зменшуватися у геометричній прогресії на 5 % щорічно. Скласти план погашення боргу. Визначити розмір річного строкового платежу у 3 році.

Методичні рекомендації щодо вирішення завдань 143 – 144

Умови погашення боргу змінними виплатами основного боргу передбачають наступне:

а) виплати змінюються в арифметичній прогресії.

У цьому випадку формули для обчислення величини першої виплати набувають такого вигляду:

$$R_1 = \frac{PV}{n} - \frac{(n-1)}{2} \times d \quad \text{або} \quad R_1 = \frac{PV}{n} + \frac{(n-1)}{2} \times d.$$

Перша з наведених формул використовується для розрахунку розміру сплати при зростаючій прогресії, друга – для спадної прогресії.

б) виплати змінюються в геометричній прогресії.

Одним із варіантів погашення кредитної заборгованості може бути такий, при якому погашення основного боргу має проводитися платежами, кожен з яких більше або менше попереднього в декілько раз. Таким чином, ці платежі будуть членами зростаючої або спадної геометричної прогресії, які мають вигляд:

$$R_1, R_2 = R_1 \times q; R_3 = R_1 \times q^2; \dots; R_n = R_1 \times q^{n-1}.$$

Величина основного боргу є сумою цих членів і визначається за формулою геометричної прогресії, де R_1 – перший член прогресії і одно-

часно перший платіж основного боргу, а q – знаменник прогресії. Основний борг D буде дорівнювати:

$$PV = R_1 \frac{q^n - 1}{q - 1}, \text{ якщо } q > 1 \quad \text{або} \quad PV = R_1 \frac{1 - q^n}{1 - q}, \text{ якщо } q < 1.$$

Тоді:

$$R_1 = PV \frac{q - 1}{q^n - 1}, \text{ де } q > 1 \quad \text{та} \quad R_1 = PV \frac{1 - q}{1 - q^n}, \text{ де } q < 1.$$

Рекомендована література

Основна

1. Кузнецов Б. Т. Финансовая математика : учебное пособие для вузов / Б. Т. Кузнецов. – М. : Изд. "Экзамен", 2005. – 128 с.
2. Машина Н. І. Вищі фінансові обчислення : навч. посібн. / Н. І. Машина. – К. : Центр навчальної літератури, 2003. – 208 с.
3. Малыгин В. И. Финансовая математика : учебное пособие для вузов / В. И. Малыгин. – 2-е изд., перераб. и доп. – М. : ЮНИТИ-ДАНА, 2003. – 237 с.
4. Тижненко Л. О. Фінансова математика : конспект лекцій для студентів напряму підготовки "Фінанси" / Л. О. Тижненко, В. О. Кожевніков. – Х. : Вид. ХНЕУ, 2008. – 116 с.
5. Четыркин Е. М. Финансовая математика : учебник / Е. М. Четыркин. – 4-е изд. – М. : Дело, 2004. – 400 с.

Додаткова

6. Бланк И. А. Основы финансового менеджмента : в 2-х т. / И. А. Бланк. – К. : НИКА-ЦЕНТР, 2007. – Т. 1. – 592 с.
7. Бланк И. А. Основы финансового менеджмента : в 2-х т. / И. А. Бланк. – К. : НИКА-ЦЕНТР, 2007. – Т. 2. – 512 с.
8. Бочаров П. П. Финансовая математика : учебник / П. П. Бочаров, Ю. Ф. Касимов. – М. : Гардарики, 2002. – 624 с.
9. Власова Н. О. Фінанси підприємств : навч. посібн. / Н. О. Власова, О. А. Круглова, Л. І. Безгінова. – К. : Центр учбової літератури, 2007. – 271 с.
10. Капитоненко В. В. Задачи и тесты по финансовой математике : учебн. пособ. / В. В. Капитоненко. – М. : Финансы и статистика, 2007. – 256 с.
11. Кирлица В. П. Финансовая математика : рук. к решению задач : учебн. пособие / В. П. Кирлица. – Мн. : Тетра Системс, 2005. – 192 с.
12. Ковалев В. В. Курс финансовых вычислений / В. В. Ковалев, В. А. Уланов. – М. : Финансы и статистика, 2001. – 328 с.
13. Ковалев В. В. Финансовый менеджмент: теория и практика / В. В. Ковалев. – 3-е изд., перераб. и доп. – М. : Проспект, 2011. – 880 с.

14. Крамаренко Г. О. Финансовый менеджмент : підручник / Г. О. Крамаренко, О. Є. Чорна. – 2-е вид. – К. : Центр учбової літератури, 2009. – 520 с.
15. Медведев Г. А. Начальный курс финансовой математики : учебн. пособ. / Г. А. Медведев. – Мн. : ТОО "Остожье", 2003. – 267 с.
16. Мелкумов Я. С. Финансовые вычисления. Теория и практика / Я. С. Мелкумов. – 2-е изд. – М. : ИНФРА-М, 2010. – 416 с.
17. Мицкевич А. Финансовая математика / А. Міцкевич. – М. : ОЛМА-ПРЕСС Инвест : Институт Экономических стратегий, 2003. – 128 с.
18. Морошкин В. А. Практикум по финансовому менеджменту: технология финансовых расчетов с процентами : учебн. пособ. / В. А. Морошкин, А. Л. Ломакин. – М. : Финансы и статистика, 2005. – 112 с.
19. Станиславчик Е. Н. Основы финансового менеджмента / Е. Н. Станиславчик. – М. : Ось-89, 2001 – 128 с.
20. Ченг Ф. Ли. Финансы корпорации: теория, методы и практика / Ф. Ли Ченг, Джозеф И. Финнерти ; пер. с англ. – М. : ИНФРА-М, 2000. – 686 с.
21. Этрилл П. Финансовый менеджмент для неспециалистов / П. Этрилл ; пер. с англ. под ред. Е. Н. Бондаревской. – 3-е изд. – СПб. : Питер, 2006. – 608 с.

Ресурси мережі Internet

22. Агапов С. Вычисление эффективной процентной ставки / С. Агапов [Электронный ресурс]. – Режим доступа : www.finmath.ru.
23. Аналитический деловой еженедельник SmartMoney. Словарь бизнеса [Электронный ресурс]. – Режим доступа : <http://www.smoney.ru/glossary/>.
24. Латишева І. Л. Персональна навчальна система з дисципліни "Фінансова математика" / І. Л. Латишева, І. І. Гринацук, В. С. Хвостенко. [Електронний ресурс]. – Режим доступу : <http://ikt.ksue.edu.ua/>.
25. Лукасевич И. Я. Анализ операций с ценными бумагами с Microsoft Excel. [Электронный ресурс]. – Режим доступа : <http://www.cfin.ru/finanalysis/inexcel/>.
26. Масыч М. А. Финансовые и коммерческие расчеты на ЭВМ : конспект лекций / М. А. Масыч. – Таганрог : Изд. ТРТУ, 2005 [Электронный ресурс]. – Режим доступа : <http://www.aup.ru/books/m182/>.

27. Савчук В. П. Оценка эффективности инвестиционных проектов / В. П. Савчук // Электронная версия учебника [Электронный ресурс]. – Режим доступа : <http://www.management.com.ua/finance/fin011.html>.

28. Смирнова Е. Ю. Техника финансовых вычислений на Excel / Е. Ю. Смирнова [Электронный ресурс]. – Режим доступа : <http://copi.ru/36908/>.

29. Финансовые вычисления. Теория и практика : учебно-справочное пособие [Электронный ресурс]. – Режим доступа : http://infinan.ru/economika/finansovye_vychislenija_teorija_i_praktika_uchebno-spravocnoe_posobie_10.html

30. UFS management [Electronic resource]. – Access mode : <http://bbest.ru/>.

Код поля изменен

НАВЧАЛЬНЕ ВИДАННЯ

Практикум
з навчальної дисципліни
"ФІНАНСОВА МАТЕМАТИКА"
для студентів напряму підготовки
6.030508 "Фінанси і кредит"
спеціалізації "Фінанси"
всіх форм навчання

Укладачі: **Алексєєнко Інна Іллівна**
Слуцька Ольга Володимирівна

Відповідальний за випуск **Журавльова І. В.**

Редактор **Хижняк Т. М.**

Коректор **Мартовицька-Максимова В. А.**

План 2013 р. Поз. № 225.

Підп. до друку Формат 60×90 1/16. Папір MultiCopy. Друк Riso.

Ум.-друк. арк. 3,75. Обл.-вид. арк. 4,69. Тираж прим. Зам. №

Видавець і виготівник – видавництво ХНЕУ, 61166, м. Харків, пр. Леніна, 9а

Свідоцтво про внесення до Державного реєстру суб'єктів видавничої справи
Дк № 481 від 13.06.2001 р.